Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Российский химико-технологический университет имени Д.И. Менделеева»

ОТЧЕТ ПО ДОМАШНЕЙ РАБОТЕ №13

Выполнил студент группы КС-36: Золотухин Андрей Александрович
Ссылка на репозиторий: https://github.com/CorgiPuppy/num-methods-eq-math-phys-chem-labs
Приняла: Кольцова Элеонора Моисеевна
Дата сдачи: 19.05.2025

Москва
2025

Оглавление

Описание задачи

Уравнение	Интервалы переменных	Начальные и граничные условия
$\frac{\partial u}{\partial t} = 0,2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 0,5\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - 5tu$	$x \in [0,1]$ $y \in [0,1]$ $t \in [0,1]$	$u(t=0,x,y) = 0$ $\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial x}(t, x=0, y) = ty \\ \frac{\partial u}{\partial x}(t, x=1, y) = 5ty \end{cases}$ $\begin{cases} u(t,x,y=0) = tx \\ u(t,x,y=1) = 2tx \end{cases}$

Для заданного уравнения:

1. записать неявную разностную схему;
2. записать схему переменных направлений;
3. привести схемы к виду, удобному для использования метода прогонки;
4. проверить сходимость прогонки;
5. записать рекуррентное прогоночное соотношение;
6. составить алгоритм (блок-схему) расчёта.

Уравнение	Интервалы переменных	Начальные и граничные условия
$\frac{\partial u}{\partial t} = 2\frac{\partial u}{\partial x} - 0,05\frac{\partial u}{\partial y}$	$x \in [0,1]$ $y \in [0,1]$ $t \in [0,1]$	$u(t=0,x,y) = e^x$ $u(t,x=1,y) = t$ $u(t,x,y=0) = 0$

Для заданного уравнения:

7. записать неявную разностную схему;
8. записать схему расщепления;
9. вывести рекуррентное соотношение;
10. составить алгоритм (блок-схему) расчёта.

Уравнение	Интервалы переменных	Начальные и граничные условия
$\frac{du}{dx} + 0,3\frac{d^2u}{dx^2} = 3x^2$	$x \in [0,1]$	$\begin{cases} \frac{du}{dx}(x=0) = 0 \\ \frac{du}{dx}(x=1) = 1 \end{cases}$

Для заданного уравнения:

11. представить задачу в нестационарном виде;
12. записать разностную схему Кранка-Николсона;
13. привести схему к виду, удобному для использования метода прогонки;
14. проверить сходимость прогонки;
15. найти α_1, β_1;
16. записать рекуррентное прогоночное соотношение;
17. составить алгоритм (блок-схему) расчёта;

Уравнение	Интервалы переменных	Начальные и граничные условия
$\frac{\partial u}{\partial t} + 8\frac{\partial u}{\partial y} = 7ty\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 5t\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - 3u^2$	$x \in [0,1]$ $y \in [0,1]$ $t \in [0,1]$	$u(t=0,x,y)=0$ $\begin{cases} u(t,x=0,y)=ty \\ u(t,x=1,y)=t^2y \end{cases}$ $\begin{cases} u(t,x,y=0)=tx \\ u(t,x,y=1)=t^2x \end{cases}$

Для заданного уравнения:

18. записать схему предиктор-корректор;
19. записать рекуррентное прогоночное соотношение для предиктора;
20. записать рекуррентное прогоночное соотношение для корректора;
21. указать порядок аппроксимации разностной схемы;

Выполнение задачи

Задание 1

Записать неявную разностную схему:

$$\frac{u_{i,j}^{n+1}-u_{i,j}^{n}}{\Delta t}=0,2\frac{u_{i+1,j}^{n+1}-2u_{i,j}^{n+1}+u_{i-1,j}^{n+1}}{h_x^2}+0,5\frac{u_{i,j+1}^{n+1}-2u_{i,j}^{n+1}+u_{i,j-1}^{n+1}}{h_y^2}+ \\ +5(n+1)\Delta t u_{i,j}^{n+1}. \tag{1}$$

Задание 2

Записать схему переменных направлений для схемы (1):

$$\frac{u_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}-u_{i,j}^{n}}{\Delta t}=\frac{0,2}{2}\frac{u_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}}-2u_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}+u_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{h_x^2}+\frac{0,5}{2}\frac{u_{i,j+1}^{n}-2u_{i,j}^{n}+u_{i,j-1}^{n}}{h_y^2}, \\ \frac{u_{i,j}^{n+1}-u_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta t}=\frac{0,2}{2}\frac{u_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}}-2u_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}+u_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{h_x^2}+\frac{0,5}{2}\frac{u_{i,j+1}^{n+1}-2u_{i,j}^{n+1}+u_{i,j-1}^{n+1}}{h_y^2}- \\ -5(n+\tfrac{1}{2})\Delta t u^{n+\frac{1}{2}}. \tag{2}$$

Первая подсхема в схеме переменных направлений (2) аппроксимирует производную по времени на первом полушаге интервала Δt и является неявной по координате x и явной по координате y. Вторая подсхема аппроксимирует производную по времени на втором полушаге интервала Δt и является неявной по координате y и явной по координате x.

Задание 3

Привести схемы (2) к виду, удобному для использования метода прогонки:

Первая подсхема

Приведу первую подсхему (2) к виду, удобному для использования метода прогонки:

$$\frac{0,2}{2}\frac{\Delta t}{h_x^2}u_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}}+(1+0,2\frac{\Delta t}{h_x^2})u_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}-\frac{0,2}{2}\frac{\Delta t}{h_x^2}u_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}=u_{i,j}^{n}+\frac{0,5}{2}\Delta t\frac{u_{i,j+1}^{n}-2u_{i,j}^{n}+u_{i,j-1}^{n}}{h_y^2}.$$

Вторая подсхема

Приведу вторую подсхему (2) к виду, удобному для использования метода прогонки:

$$-\frac{0,5}{2}\frac{\Delta t}{h_y^2}u_{i,j+1}^{n+1}+(1+0,5\frac{\Delta t}{h_y^2})u_{i,j}^{n+1}-\frac{0,5}{2}\frac{\Delta t}{h_y^2}u_{i,j-1}^{n+1}=u_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}+\frac{0,2}{2}\Delta t\frac{u_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}}-2u_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}+u_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{h_x^2}+ \\ +\Delta t(-5(n+\tfrac{1}{2})\Delta t u^{n+\frac{1}{2}}).$$

Задание 4

Проверить сходимость прогонки для схем (2):

Первая подсхема

Коэффициенты, соответствующие уравнению первой подсхемы (2), имеют вид:

$$a_i = -\frac{0{,}5}{2}\frac{\Delta t}{h_y^2}, \quad b_i = 1 + 0,2\frac{\Delta t}{h_x^2}, \quad c_i = -\frac{0{,}2}{2}\frac{\Delta t}{h_x^2}, \quad \xi_{i,j}^n = u_{i,j}^n + \frac{0{,}5}{2}\Delta t\frac{u_{i,j+1}^n - 2u_{i,j}^n + u_{i,j-1}^n}{h_y^2}.$$

Легко видеть, что для первой подсхемы (2) схемы расщепления достаточное условие сходимости прогонки выполняется:

$$|a_i| + |c_i| = 0,2\frac{\Delta t}{h_x^2} < 1 + 0,2\frac{\Delta t}{h_x^2} = |b_i|.$$

Вторая подсхема

Коэффициенты, соответствующие уравнению второй подсхемы (2), имеют вид:

$$\tilde{a}_j = -\frac{0{,}5}{2}\frac{\Delta t}{h_y^2}, \quad \tilde{b}_j = 1 + 0,5\frac{\Delta t}{h_y^2}, \quad \tilde{c}_j = -\frac{0{,}5}{2}\frac{\Delta t}{h_y^2}, \quad \tilde{\xi}_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} = u_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + \frac{0{,}2}{2}\Delta t\frac{u_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} - 2u_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + u_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{h_x^2} + \Delta t(-5(n+\tfrac{1}{2})\Delta t u^{n+\frac{1}{2}}).$$

Легко видеть, что для второй подсхемы (2) схемы расщепления достаточное условие сходимости прогонки выполняется:

$$|\tilde{a}_j| + |\tilde{c}_j| = 0,5\frac{\Delta t}{h_y^2} < 1 + 0,5\frac{\Delta t}{h_y^2} = |\tilde{b}_j|.$$

Задание 5

Записать рекуррентное прогоночное соотношение для схем (2):

Первая подсхема

Рекуррентное прогоночное соотношение для первой подсхемы (2) имеет вид:

$$u_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} = \alpha_i u_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} + \beta_i.$$

Прогоночные коэффициенты:

$$\alpha_i = -\frac{a_i}{b_i + c_i\alpha_{i-1}}, \ \beta_i = \frac{\xi_{i,j}^n - c_i\beta_{i-1}}{b_i + c_i\alpha_{i-1}}.$$

Вторая подсхема

Рекуррентное прогоночное соотношение для второй подсхемы (2) имеет вид:

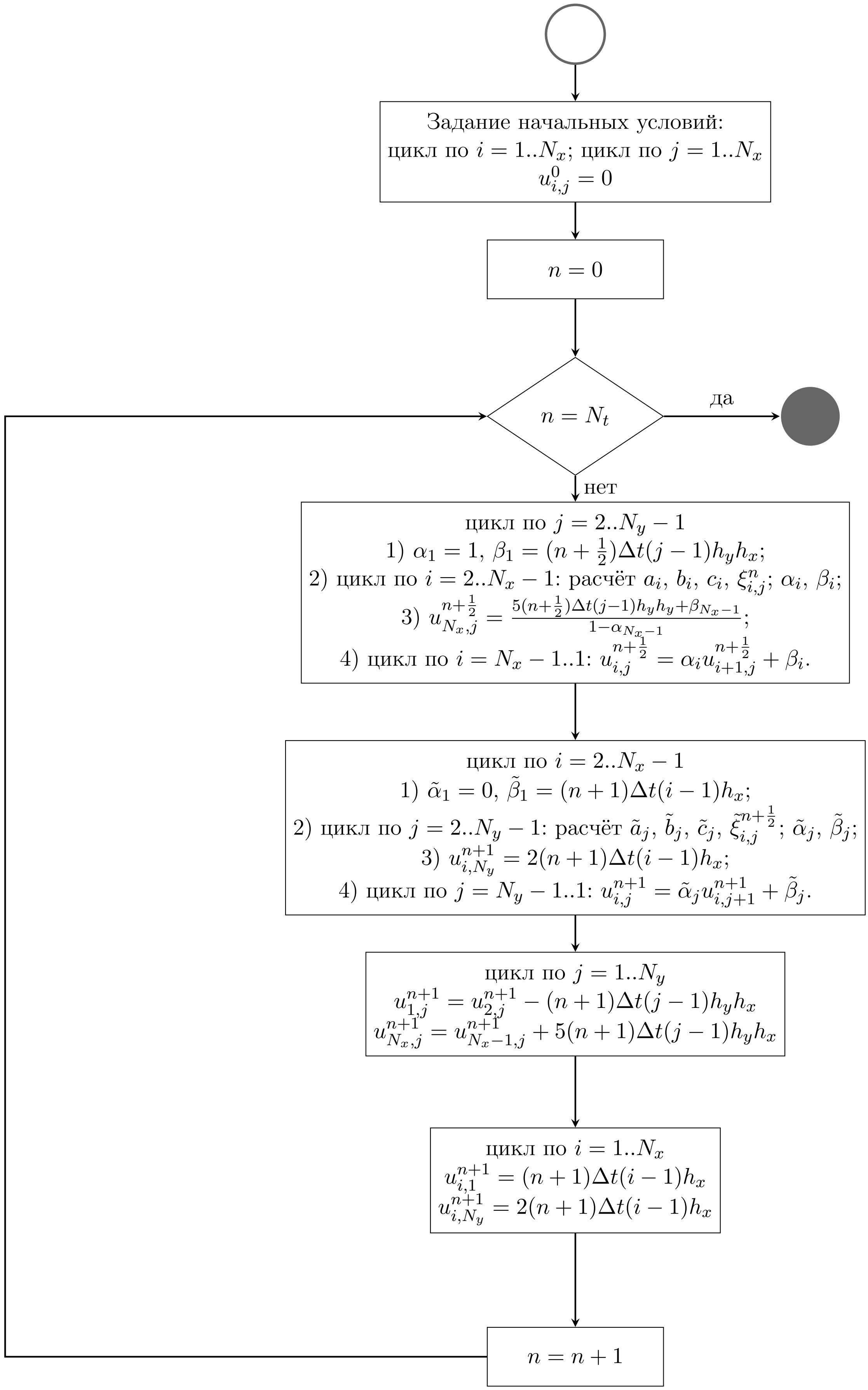
$$u_{i,j}^{n+1} = \tilde{\alpha}_j u_{i,j+1}^{n+1} + \tilde{\beta}_i.$$

Прогоночные коэффициенты:

$$\tilde{\alpha}_j = -\frac{\tilde{a}_j}{\tilde{b}_j + \tilde{c}_j\tilde{\alpha}_{j-1}}, \ \tilde{\beta}_j = \frac{\tilde{\xi}_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} - \tilde{c}_j\tilde{\beta}_{j-1}}{\tilde{b}_j + \tilde{c}_j\tilde{\alpha}_{j-1}}.$$

Задание 6

Составить алгоритм (блок-схему) расчёта для схем (2):



Задание 7

Записать неявную разностную схему:

$$\frac{u_{i,j}^{n+1} - u_{i,j}^{n}}{\Delta t} - 2\frac{u_{i+1,j}^{n+1} - u_{i,j}^{n+1}}{h_x} + 0,05\frac{u_{i,j}^{n+1} - u_{i,j-1}^{n+1}}{h_y} = 0. \qquad (3)$$

Задание 8

Записать схему расщепления для схемы (3): Рассмотрю метод разрешения неявной разностной схемы (3), называемый **методом дробных шагов**. Данный метод позволяет представить разностной схему (3) в виде двух подсхем, каждая из которых может быть решена с помощью метода прогонки.

Разобью пополам интервал Δt между точками t^n и t^{n+1} на разностной сетке и обозначу полученную промежуточную точку как $t^{n+\frac{1}{2}}$.

Запишу на первом полушаге интервала Δt неявную разностную схему, которая будет учитывать только производную по координате x:

$$\frac{u_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} - u_{i,j}^{n}}{\Delta t} - 2\frac{u_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} - u_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}}{h_x} = 0. \qquad (4)$$

Запишу на втором полушаге интервала Δt неявную разностную схему, которая будет учитывать только производную порядка по координате y:

$$\frac{u_{i,j}^{n+1} - u_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta t} + 0,05\frac{u_{i,j}^{n+1} - u_{i,j-1}^{n+1}}{h_y} = 0. \qquad (5)$$

Складывая подсхемы (4) и (5), получаю соотношение, отличающееся от неявной разностной схемы (3) только тем, что вторая производная по координате x аппроксимирована в нём не на *(n+1)*-м шаге по времени, а на шаге $(n + \frac{1}{2})$:

$$\frac{u_{i,j}^{n+1} - u_{i,j}^{n}}{\Delta t} - 2\frac{u_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} - u_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}}{h_x} + 0,05\frac{u_{i,j}^{n+1} - u_{i,j-1}^{n+1}}{h_y} = 0. \qquad (6)$$

Таким образом, дифференциальное уравнение из условия задачи может быть аппроксимировано с помощью последовательного разрешения двух подсхем (4), (5), называемых в совокупности **схемой расщепления**.

Задание 9

Вывести рекуррентное соотношение для подсхем (4) и (5):

Первая подсхема

Выражаю $u_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}$ и разностной схемы (4):

$$u_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} = \frac{2\frac{\Delta t}{h_x}}{1+2\frac{\Delta t}{h_x}} u_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} + \frac{u_{i,j}^{n}}{1+2\frac{\Delta t}{h_x}}.$$

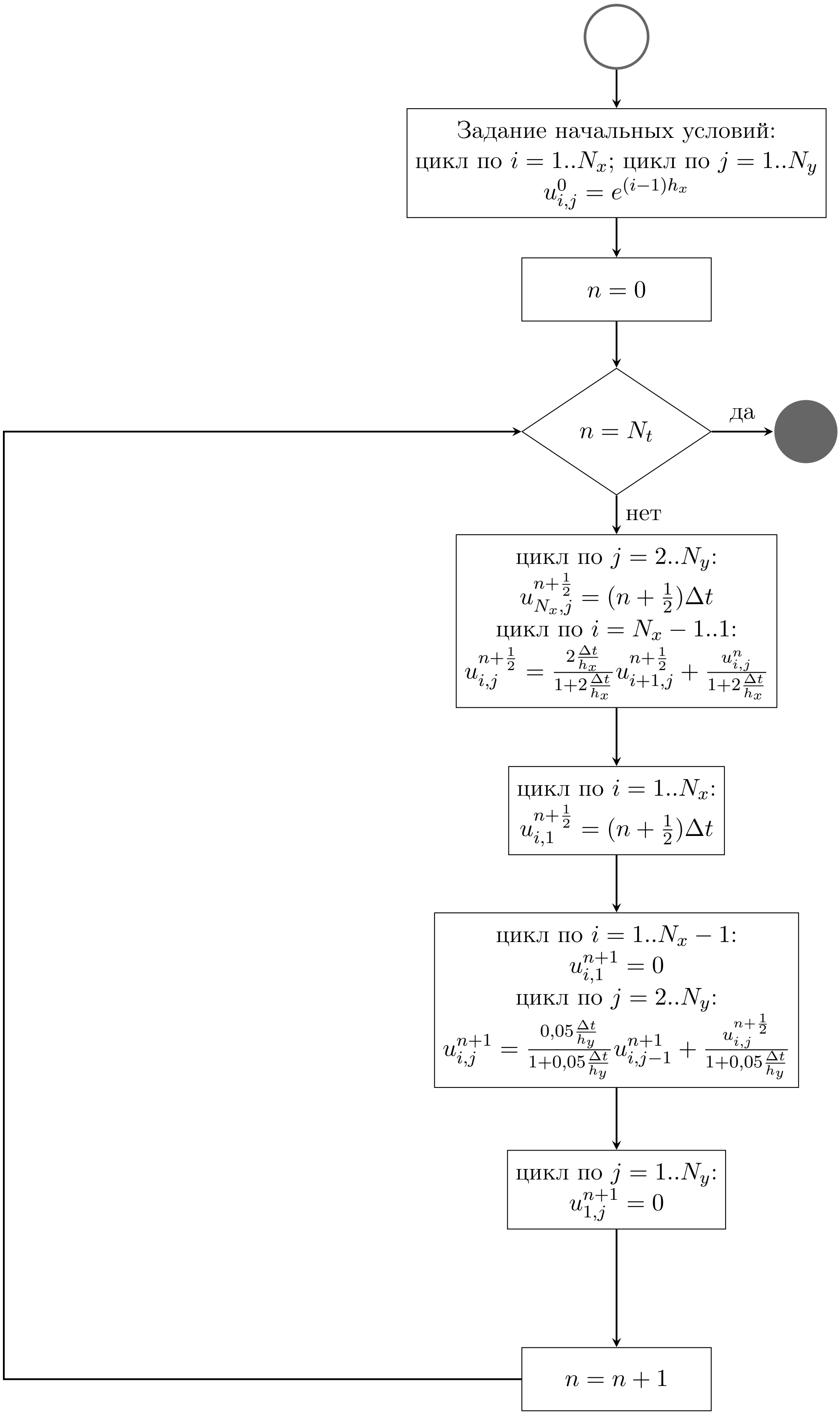
Вторая подсхема

Выражаю $u_{i,j}^{n+1}$ и разностной схемы (5):

$$u_{i,j}^{n+1} = \frac{0,05\frac{\Delta t}{h_y}}{1+0,05\frac{\Delta t}{h_y}} u_{i,j-1}^{n+1} + \frac{u_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}}{1+0,05\frac{\Delta t}{h_y}}.$$

Задание 10

Составить алгоритм (блок-схему) расчёта схемы (6):



Задание 11

Представить задачу в нестационарном виде:

Представлю стационарную задачу в нестационарном виду. Для этого в уравнение необходимо добавить фиктивную производную по времени:

$$-\frac{du}{dx} = 0,3\frac{d^2u}{dx^2} - 3x^2 \to \frac{\partial\tilde{u}}{\partial\tau} - \frac{\partial\tilde{u}}{\partial x} = 0,3\frac{\partial^2\tilde{u}}{\partial x^2} - 3x^2. \tag{7}$$

При этом искомая функция станет уже функцией двух переменных:

$$u(x) \to \tilde{u}(x,\tau).$$

Задание 12

Записать разностную схему Кранка-Николсона для уравнения (7):

$$\frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\Delta t} - \frac{1}{2}\frac{u_{j+1}^{n+1} - u_j^{n+1}}{h} - \frac{1}{2}\frac{u_{j+1}^n - u_j^n}{h} = \frac{0,3}{2}\frac{u_{j+1}^{n+1} - 2u_j^{n+1} + u_{j-1}^{n+1}}{h^2} + \frac{0,3}{2}\frac{u_{j+1}^n - 2u_j^n + u_{j-1}^n}{h^2} - 3((j-1)h)^2. \tag{8}$$

Задание 13

Привести схему (8) к виду, удобному для использования метода прогонки:

$$-(\frac{1}{2}\frac{\Delta t}{h} + \frac{0,3}{2}\frac{\Delta t}{h^2})u_{j+1}^{n+1} + (1 + \frac{1}{2}\frac{\Delta t}{h} + 0,3\frac{\Delta t}{h^2})u_j^{n+1} - \frac{0,3}{2}\frac{\Delta t}{h^2}u_{j-1}^{n+1} = u_j^n + \frac{0,3}{2}\frac{\Delta t}{h^2}(u_{j+1}^n - 2u_j^n + u_{j-1}^n) + \frac{1}{2}\frac{\Delta t}{h}(u_{j+1}^n - u_j^n) - \Delta t 3((j-1)h_x)^2.$$

Введу следующие обозначения:

$$a_j = -(\tfrac{1}{2}\tfrac{\Delta t}{h} + \tfrac{0,3}{2}\tfrac{\Delta t}{h^2}),\ b_j = 1 + \tfrac{1}{2}\tfrac{\Delta t}{h} + 0,3\tfrac{\Delta t}{h^2},\ c_j = -\tfrac{0,3}{2}\tfrac{\Delta t}{h^2},$$
$$\xi_j^n = u_j^n + \tfrac{0,3}{2}\tfrac{\Delta t}{h^2}(u_{j+1}^n - 2u_j^n + u_{j-1}^n) + \tfrac{1}{2}\tfrac{\Delta t}{h}(u_{j+1}^n - u_j^n) - \Delta t 3((j-1)h_x)^2.$$

С учётом обозначений равенство будет иметь вид:

$$\alpha_j u_{j+1}^{n+1} + b_j u_j^{n+1} + c_j u_{j-1}^{n+1} = \xi_j^n.$$

Данное преобразование называется *преобразованием схемы Кранка-Николсона к виду, удобному для использования метода прогонки.*

Задание 14

Проверить сходимость прогонки:

Легко видеть, что для разностной схемы (8) достаточное условие сходимости прогонки выполняется:

$$|a_j| + |c_j| = \frac{1}{2}\frac{\Delta t}{h} + 0,3\frac{\Delta t}{h^2} < 1 + \frac{1}{2}\frac{\Delta t}{h} + 0,3\frac{\Delta t}{h^2} = |b_j|.$$

Задание 15

Найти α_1, β_1:

Для реализации разностной схемы Кранка-Николсона требуется ввести некоторое дополнительное условие, связывающее значения функции *u(t, x)* на *(n+1)*-м шаге по времени. Представлю это дополнительное условие в виде линейной зависимости

$$u_j^{n+1} = \alpha_j u_{j+1}^{n+1} + \beta j, \tag{9}$$

справедливой для любого из значений $j = 1..N - 1$.

Соотношение (9) называют **рекуррентным прогоночным соотношением**, а коэффициенты α_j, β_j - **прогоночными коэффициентами**.

Для определения прогоночных коэффициентов на *1*-м шаге по координате x, использую рекуррентное прогоночное соотношение (9), записанное для $j = 1$:

$$u_1^{n+1} = \alpha_1 u_2^{n+1} + \beta_1$$

и левое граничное условие:

$$u_1^{n+1} = u_2^{n+1}.$$

Сравнивая эти два соотношения, получаю:

$$\alpha_1 = 1,\ \beta_1 = 0.$$

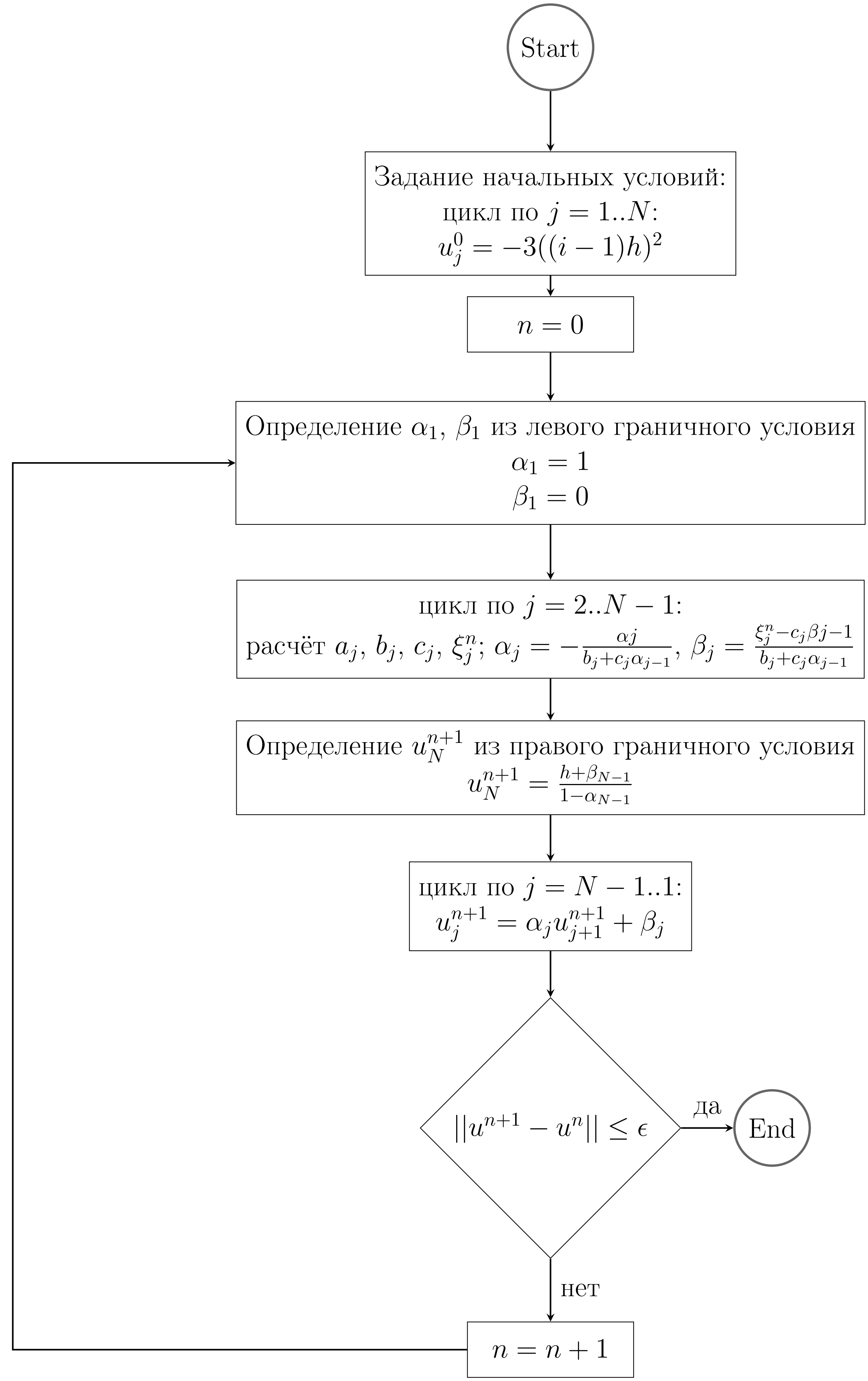
Задание 16

Записать рекуррентное прогоночное соотношение:

Соотношение (9) является **рекуррентным прогоночным соотношением**.

Задание 17

Составить алгоритм (блок-схему) расчёта:


Start
Задание начальных условий:
цикл по $j = 1..N$:
$u_j^0 = -3((i-1)h)^2$
$n = 0$
Определение α_1, β_1 из левого граничного условия
$\alpha_1 = 1$
$\beta_1 = 0$
цикл по $j = 2..N-1$:
расчёт a_j, b_j, c_j, ξ_j^n; $\alpha_j = -\frac{\alpha j}{b_j + c_j \alpha_{j-1}}$, $\beta_j = \frac{\xi_j^n - c_j \beta j - 1}{b_j + c_j \alpha_{j-1}}$
Определение u_N^{n+1} из правого граничного условия
$u_N^{n+1} = \frac{h + \beta_{N-1}}{1 - \alpha_{N-1}}$
цикл по $j = N-1..1$:
$u_j^{n+1} = \alpha_j u_{j+1}^{n+1} + \beta_j$
$||u^{n+1} - u^n|| \leq \epsilon$
да
End
нет
$n = n + 1$

Задание 18

Записать схему предиктор-корректор:

Данная схема требует особого способа расщепления интервала Δt: интервал Δt между точками t^n и t^{n+1} на разностной сетке делится пополам; интервал $\Delta t/2$ между точками t^n и $t^{n+\frac{1}{2}}$ снова делится пополам.

На первом полушаге интервала $\Delta t/2$ записывается неявная разностная схема, в которой учитывается только производная второго порядка по координате x:

$$\frac{u_{i,j}^{n+\frac{1}{4}} - u_{i,j}^n}{\Delta t/2} = 7(n + \frac{1}{4})\Delta t(j-1)h_y \frac{u_{i+1,j}^{n+\frac{1}{4}} - 2u_{i,j}^{n+\frac{1}{4}} + u_{i-1,j}^{n+\frac{1}{4}}}{h_x^2} - 3(u_{i,j}^{n+\frac{1}{4}} * u_{i,j}^n). \tag{10}$$

На втором полушаге интервала $\Delta t/2$ записывается неявная разностная схема, в которой учитывается только производная второго порядка по координате y:

$$\frac{u_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} - u_{i,j}^{n+\frac{1}{4}}}{\Delta t/2} + 8\frac{u_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} - u_{i,j-1}^{n+\frac{1}{2}}}{h_y} = 5(n + \frac{1}{2})\Delta t \frac{u_{i,j+1}^{n+\frac{1}{2}} - 2u_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + u_{i,j-1}^{n+\frac{1}{2}}}{h_y^2}. \tag{11}$$

Результатом последовательного решения подсхем (10), (11), называемых в совокупности **предиктором**, являются значения функции *u(t, x, y)* на шаге по времени $(n + \frac{1}{2})$. Для завершения расчётов на всём интервале Δt используется поправочное разностное соотношение, называемое **корректором**:

$$\frac{u_{i,j}^{n+1} - u_{i,j}^n}{\Delta t} + 8\frac{u_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} - u_{i,j-1}^{n+\frac{1}{2}}}{h_y} = 7(n+\frac{1}{2})\Delta t(j-1)h_y \frac{u_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} - 2u_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + u_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{h_x^2} + 5(n+\frac{1}{2})\Delta t \frac{u_{i,j+1}^{n+\frac{1}{2}} - 2u_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + u_{i,j-1}^{n+\frac{1}{2}}}{h_y^2} - 3(u_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}) \tag{12}$$

Таким образом, схема предиктор-корректор в случае двумерных задач состоит из трёх подсхем.

Задание 19

Записать рекуррентное прогоночное соотношение для предиктора:

Первая подсхема

Рекуррентное прогоночное соотношение для первой подсхемы предиктора (10) имеет вид:

$$u_{i,j}^{n+\frac{1}{4}} = \alpha_i u_{i+1,j}^{n+\frac{1}{4}} + \beta_i.$$

Прогоночные коэффициенты:

$$\alpha_i = -\frac{a_i}{b_i + c_i\alpha_{i-1}},\ \beta_i = \frac{\xi_{i,j}^n - c_i\beta_{i-1}}{b_i + c_i\alpha_{i-1}}.$$

Вторая подсхема

Рекуррентное прогоночное соотношение для второй подсхемы предиктора (11) имеет вид:

$$u_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} = \tilde{\alpha}_j u_{i,j+1}^{n+\frac{1}{2}} + \tilde{\beta}_i.$$

Прогоночные коэффициенты:

$$\tilde{\alpha}_j = -\frac{\tilde{a}_j}{\tilde{b}_j + \tilde{c}_j \tilde{\alpha}_{j-1}},\ \tilde{\beta}_j = \frac{\tilde{\xi}_{i,j}^{n+\frac{1}{4}} - \tilde{c}_j \tilde{\beta}_{j-1}}{\tilde{b}_j + \tilde{c}_j \tilde{\alpha}_{j-1}}.$$

Задание 20

Записать рекуррентное прогоночное соотношение для корректора (12):

$$u_{i,j}^{n+1} = u_{i,j}^{n} - 8\frac{u_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} - u_{i,j-1}^{n+\frac{1}{2}}}{h_y} + 7(n+\frac{1}{2})\Delta t(j-1)h_y \frac{u_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} - 2u_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + u_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{h_x^2} + 5(n+\frac{1}{2})\Delta t \frac{u_{i,j+1}^{n+\frac{1}{2}} - 2u_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + u_{i,j-1}^{n+\frac{1}{2}}}{h_y^2} - 3(u_{i,j}^{n+\frac{1}{2}})^2.$$

Задание 21

Определить порядок аппроксимации разностной схемы: $O(\Delta t^2, h_x^2, h_y)$.