Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Российский химико-технологический университет имени Д.И. Менделеева»

ОТЧЕТ ПО ДОМАШНЕЙ РАБОТЕ №13
2 ВАРИАНТ

Выполнил студент группы КС-36:	Золотухин Андрей Александрович
Ссылка на репозиторий:	https://github.com/CorgiPuppy/num-methods-eq-math-phys-chem-labs
Приняла:	Кольцова Элеонора Моисеевна
Дата сдачи:	19.05.2025

Москва
2025

Оглавление

Описание задачи

Уравнение	Интервалы переменных	Начальные и граничные условия
$\frac{\partial u}{\partial t} = 8t\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 5t\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - 9u^2$	$x \in [0,1]$ $y \in [0,1]$ $t \in [0,1]$	$u(t=0,x,y) = sin(xy)$ $\begin{cases} u(t,x=0,y) = ty \\ u(t,x=1,y) = 2ty \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial y}(t,x,y=0) = 0 \\ u(t,x,y=1) = 1 \end{cases}$

Для заданного уравнения:

1. записать неявную разностную схему;
2. записать схему расщепления;
3. привести схемы к виду, удобному для использования метода прогонки;
4. проверить сходимость прогонки;
5. записать рекуррентное прогоночное соотношение;
6. составить алгоритм (блок-схему) расчёта.

Уравнение	Интервалы переменных	Начальные и граничные условия
$\frac{\partial u}{\partial t} + 3\frac{\partial u}{\partial x} = t - 2\frac{\partial u}{\partial y}$	$x \in [0,1]$ $y \in [0,1]$ $t \in [0,1]$	$u(t=0,x,y) = xy$ $\begin{cases} u(t,x=0,y) = 1 \\ u(t,x=1,y) = t \end{cases}$ $\begin{cases} u(t,x,y=0) = 1 \\ u(t,x,y=1) = t \end{cases}$

Для заданного уравнения:

7. записать неявную разностную схему;
8. записать схему переменных направлений;
9. вывести рекуррентное соотношение;
10. составить алгоритм (блок-схему) расчёта.

Уравнение	Интервалы переменных	Начальные и граничные условия
$0,2(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}) + 3e^{xy} = 0$	$x \in [0,1]$ $y \in [0,1]$	$\begin{cases} u(x=0,y) = y \\ u(x=1,y) = 2y \end{cases}$ $\begin{cases} u(x,y=0) = 0 \\ u(x,y=1) = x \end{cases}$

Для заданного уравнения:

11. представить задачу в нестационарном виде;
12. привести схему к виду, удобному для использования метода простой итерации;
13. записать выражение для шага итерации;
14. записать итерационное соотношение;
15. записать условие для окончания итерационного процесса;
16. записать начальное приближение;
17. составить алгоритм (блок-схему) расчёта;

Уравнение	Интервалы переменных	Начальные и граничные условия
$\frac{\partial u}{\partial t} + 5\frac{\partial u}{\partial x} + 7\frac{\partial u}{\partial y} = 0,2\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + 0,3\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 4t$	$x \in [0,1]$ $y \in [0,1]$ $t \in [0,1]$	$u(t=0,x,y) = 1$ $\begin{cases} u(t,x=0,y) = y \\ u(t,x=1,y) = y+1 \end{cases}$ $\begin{cases} u(t,x,y=0) = x \\ u(t,x,y=1) = 4x \end{cases}$

Для заданного уравнения:

18. записать схему предиктор-корректор;
19. записать рекуррентное прогоночное соотношение для предиктора;
20. записать рекуррентное прогоночное соотношение для корректора;
21. указать порядок аппроксимации разностной схемы;

Выполнение задачи

Задание 1

Записать неявную разностную схему:

$$\frac{u_{i,j}^{n+1}-u_{i,j}^{n}}{\Delta t} = 8(n+1)\Delta t\frac{u_{i+1,j}^{n+1}-2u_{i,j}^{n+1}+u_{i-1,j}^{n+1}}{h_x^2} + 5(n+1)\Delta t\frac{u_{i,j+1}^{n+1}-2u_{i,j}^{n+1}+u_{i,j-1}^{n+1}}{h_y^2} - -9u_{i,j}^{n+1}u_{i,j}^{n}. \tag{1}$$

Задание 2

Записать схему расщепления:

Рассмотрю метод разрешения неявной разностной схемы (1), называемый **методом дробных шагов**. Данный метод позволяет представить разностной схему (1) в виде двух подсхем, каждая из которых может быть решена с помощью метода прогонки.

Разобью пополам интервал Δt между точками t^n и t^{n+1} на разностной сетке и обозначу полученную промежуточную точку как $t^{n+\frac{1}{2}}$.

Запишу на первом полушаге интервала Δt неявную разностную схему, которая будет учитывать только производную второго порядка по координате x:

$$\frac{u_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}-u_{i,j}^{n}}{\Delta t} = 8n\Delta t\frac{u_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}}-2u_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}+u_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{h_x^2} - 9u_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}u_{i,j}^{n}. \tag{2}$$

Запишу на втором полушаге интервала Δt неявную разностную схему, которая будет учитывать только производную вторую порядка по координате y:

$$\frac{u_{i,j}^{n+1}-u_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta t} = 5n\Delta t\frac{u_{i,j+1}^{n+1}-2u_{i,j}^{n+1}+u_{i,j-1}^{n+1}}{h_y^2}. \tag{3}$$

Складывая подсхемы (2) и (3), получаю соотношение, отличающееся от неявной разностной схемы (1) только тем, что вторая производная по координате x аппроксимирована в нём не на *(n+1)*-м шаге по времени, а на шаге $(n+\frac{1}{2})$:

$$\frac{u_{i,j}^{n+1}-u_{i,j}^{n}}{\Delta t} = 8n\Delta t\frac{u_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}}-2u_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}+u_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{h_x^2} + 5n\Delta t\frac{u_{i,j+1}^{n+1}-2u_{i,j}^{n+1}+u_{i,j-1}^{n+1}}{h_y^2} - 9u_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}u_{i,j}^{n}. \tag{4}$$

Таким образом, дифференциальное уравнение из условия задачи может быть аппроксимировано с помощью последовательного разрешения двух подсхем (2), (3), называемых в совокупности **схемой расщепления**.

Задание 3

Привести схемы к виду, удобному для использования метода прогонки:

Первая подсхема

Приведу подсхему (2) к виду, удобному для использования метода прогонки:

$$-8n\Delta t\frac{\Delta t}{h_x^2}u_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} + (1 + 16n\Delta t\frac{\Delta t}{h_x^2} + 9u_{i,j}^n)u_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} - 8n\Delta t\frac{\Delta t}{h_x^2}u_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}} = u_{i,j}^n.$$

Вторая подсхема

Приведу подсхему (3) к виду, удобному для использования метода прогонки:

$$-5n\Delta t\frac{\Delta t}{h_y^2}u_{i,j+1}^{n+1} + (1 + 10n\Delta t\frac{\Delta t}{h_y^2})u_{i,j}^{n+1} - 5n\Delta t\frac{\Delta t}{h_y^2}u_{i,j-1}^{n+1} = u_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}.$$

Задание 4

Проверить сходимость прогонки:

Первая подсхема

Коэффициенты, соответствующие уравнению (2), имеют вид:

$$a_i = c_i = -8n\Delta t\tfrac{\Delta t}{h_x^2}, \quad b_i = 1 + 16n\Delta t\tfrac{\Delta t}{h_x^2} + 9u_{i,j}^n, \quad \xi_{i,j}^n = u_{i,j}^n.$$

Легко видеть, что для первой подсхемы (2) схемы расщепления достаточное условие сходимости прогонки выполняется:

$$|a_i| + |c_i| = 16n\Delta t\frac{\Delta t}{h_x^2} < 1 + 16n\Delta t\frac{\Delta t}{h_x^2} + 9u_{i,j}^n = |b_i|.$$

Вторая подсхема

Коэффициенты, соответствующие уравнению (3), имеют вид:

$$\tilde{a}_j = \tilde{c}_j = -5n\Delta t\tfrac{\Delta t}{h_y^2}, \quad \tilde{b}_j = 1 + 10n\Delta t\tfrac{\Delta t}{h_y^2}, \quad \tilde{\xi}_{i,j}^n = u_{i,j}^n.$$

Легко видеть, что для второй подсхемы (3) схемы расщепления достаточное условие сходимости прогонки выполняется:

$$|\tilde{a}_j| + |\tilde{c}_j| = 10n\Delta t\frac{\Delta t}{h_y^2} < 1 + 10n\Delta t\frac{\Delta t}{h_y^2} = |\tilde{b}_j|.$$

Задание 5

Записать рекуррентное прогоночное соотношение:

Первая подсхема

Рекуррентное прогоночное соотношение для первой подсхемы (**??**) имеет вид:

$$u_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} = \alpha_i u_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} + \beta_i.$$

Прогоночные коэффициенты:

$$\alpha_i = -\frac{a_i}{b_i + c_i\alpha_{i-1}},\ \beta_i = \frac{\xi_{i,j}^n - c_i\beta_{i-1}}{b_i + c_i\alpha_{i-1}}.$$

Вторая подсхема

Рекуррентное прогоночное соотношение для второй подсхемы (**??**) имеет вид:

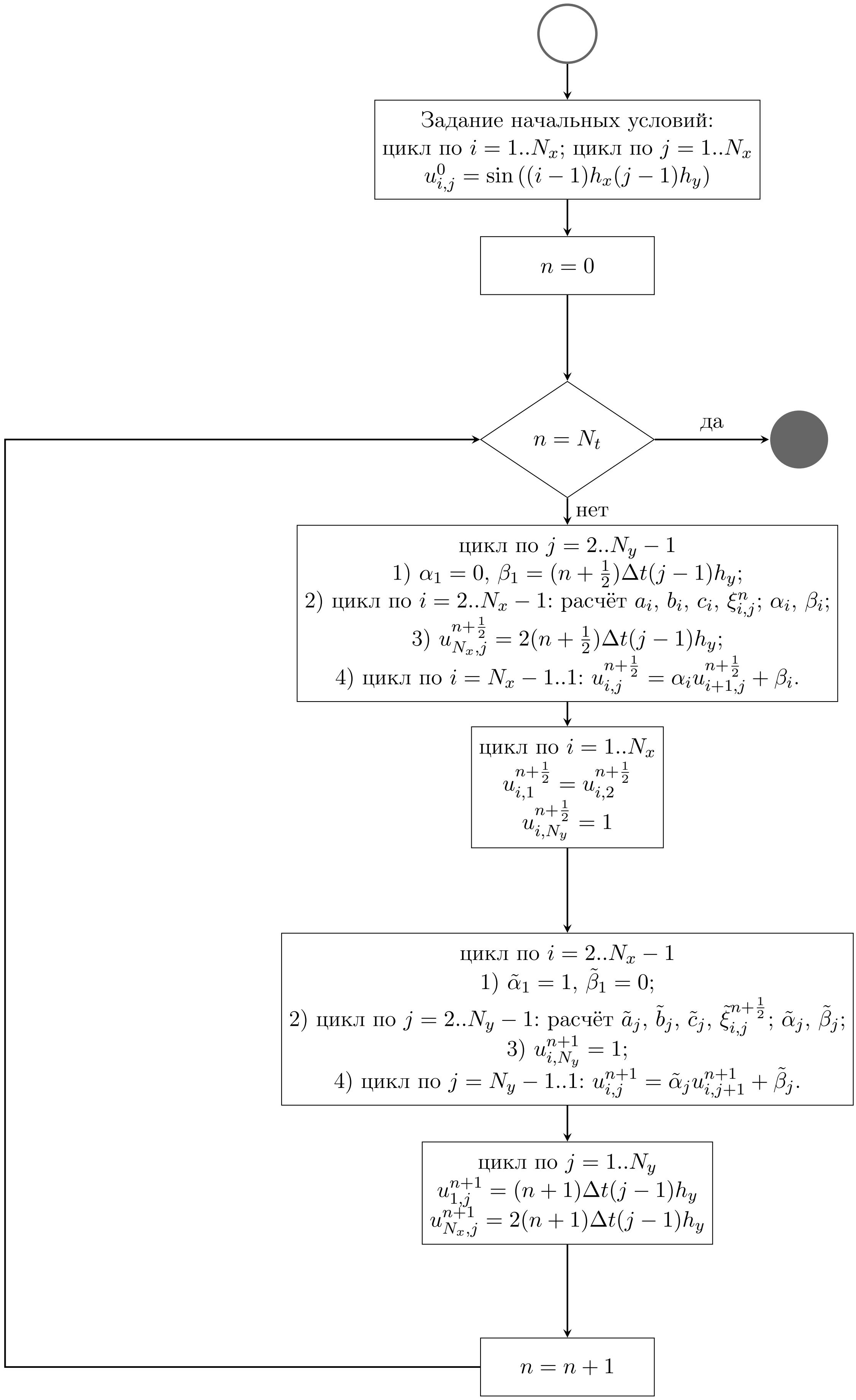
$$u_{i,j}^{n+1} = \tilde{\alpha}_j u_{i,j+1}^{n+1} + \tilde{\beta}_i.$$

Прогоночные коэффициенты:

$$\tilde{\alpha}_j = -\frac{\tilde{a}_j}{\tilde{b}_j + \tilde{c}_j\tilde{\alpha}_{j-1}},\ \tilde{\beta}_j = \frac{\tilde{\xi}_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} - \tilde{c}_j\tilde{\beta}_{j-1}}{\tilde{b}_j + \tilde{c}_j\tilde{\alpha}_{j-1}}.$$

Задание 6

Составить алгоритм (блок-схему) расчёта:



Задание начальных условий:
цикл по $i = 1..N_x$; цикл по $j = 1..N_x$
$u^0_{i,j} = \sin((i-1)h_x(j-1)h_y)$
$n = 0$
$n = N_t$
да
нет
цикл по $j = 2..N_y - 1$
1) $\alpha_1 = 0$, $\beta_1 = (n + \frac{1}{2})\Delta t(j-1)h_y$;
2) цикл по $i = 2..N_x - 1$: расчёт a_i, b_i, c_i, $\xi^n_{i,j}$; α_i, β_i;
3) $u^{n+\frac{1}{2}}_{N_x,j} = 2(n + \frac{1}{2})\Delta t(j-1)h_y$;
4) цикл по $i = N_x - 1..1$: $u^{n+\frac{1}{2}}_{i,j} = \alpha_i u^{n+\frac{1}{2}}_{i+1,j} + \beta_i$.
цикл по $i = 1..N_x$
$u^{n+\frac{1}{2}}_{i,1} = u^{n+\frac{1}{2}}_{i,2}$
$u^{n+\frac{1}{2}}_{i,N_y} = 1$
цикл по $i = 2..N_x - 1$
1) $\tilde{\alpha}_1 = 1$, $\tilde{\beta}_1 = 0$;
2) цикл по $j = 2..N_y - 1$: расчёт $\tilde{a}_j$, $\tilde{b}_j$, $\tilde{c}_j$, $\tilde{\xi}^{n+\frac{1}{2}}_{i,j}$; $\tilde{\alpha}_j$, $\tilde{\beta}_j$;
3) $u^{n+1}_{i,N_y} = 1$;
4) цикл по $j = N_y - 1..1$: $u^{n+1}_{i,j} = \tilde{\alpha}_j u^{n+1}_{i,j+1} + \tilde{\beta}_j$.
цикл по $j = 1..N_y$
$u^{n+1}_{1,j} = (n+1)\Delta t(j-1)h_y$
$u^{n+1}_{N_x,j} = 2(n+1)\Delta t(j-1)h_y$
$n = n + 1$

Задание 7

Записать неявную разностную схему:

$$\frac{u_{i,j}^{n+1} - u_{i,j}^{n}}{\Delta t} + 3\frac{u_{i,j}^{n+1} - u_{i-1,j}^{n+1}}{h_x} + 2\frac{u_{i,j}^{n+1} - u_{i,j-1}^{n+1}}{h_y} = (n+1)\Delta t. \tag{5}$$

Задание 8

Записать схему переменных направлений для схемы (5):

$$\begin{cases} \frac{u_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} - u_{i,j}^{n}}{\Delta t} + \frac{3}{2}\frac{u_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} - u_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{h_x} + \frac{2}{2}\frac{u_{i,j}^{n} - u_{i,j-1}^{n}}{h_y} = 0, \\ \frac{u_{i,j}^{n+1} - u_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta t} + \frac{3}{2}\frac{u_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} - u_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{h_x} + \frac{2}{2}\frac{u_{i,j}^{n+1} - u_{i,j-1}^{n+1}}{h_y} = (n+\frac{1}{2})\Delta t \end{cases} \tag{6}$$

Первая подсхема в схеме переменных направлений (6) аппроксимирует производную по времени на первом полушаге интервала Δt и является неявной по координате x и явной по координате y. Вторая подсхема аппроксимирует производную по времени на втором полушаге интервала Δt и является неявной по координате y и явной по координате x.

Задание 9

Вывести рекуррентное соотношение для подсхем (6):

Первая подсхема

Выражаю $u_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}$ и разностной схемы (6):

$$u_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} = \frac{\frac{3}{2}\frac{\Delta t}{h_x}}{1+\frac{3}{2}\frac{\Delta t}{h_x}} u_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}} - \frac{\frac{2}{2}\frac{\Delta t}{h_y}}{1+\frac{3}{2}\frac{\Delta t}{h_x}} (u_{i,j}^{n} - u_{i,j-1}^{n}) + \frac{u_{i,j}^{n}}{1+\frac{3}{2}\frac{\Delta t}{h_x}}.$$

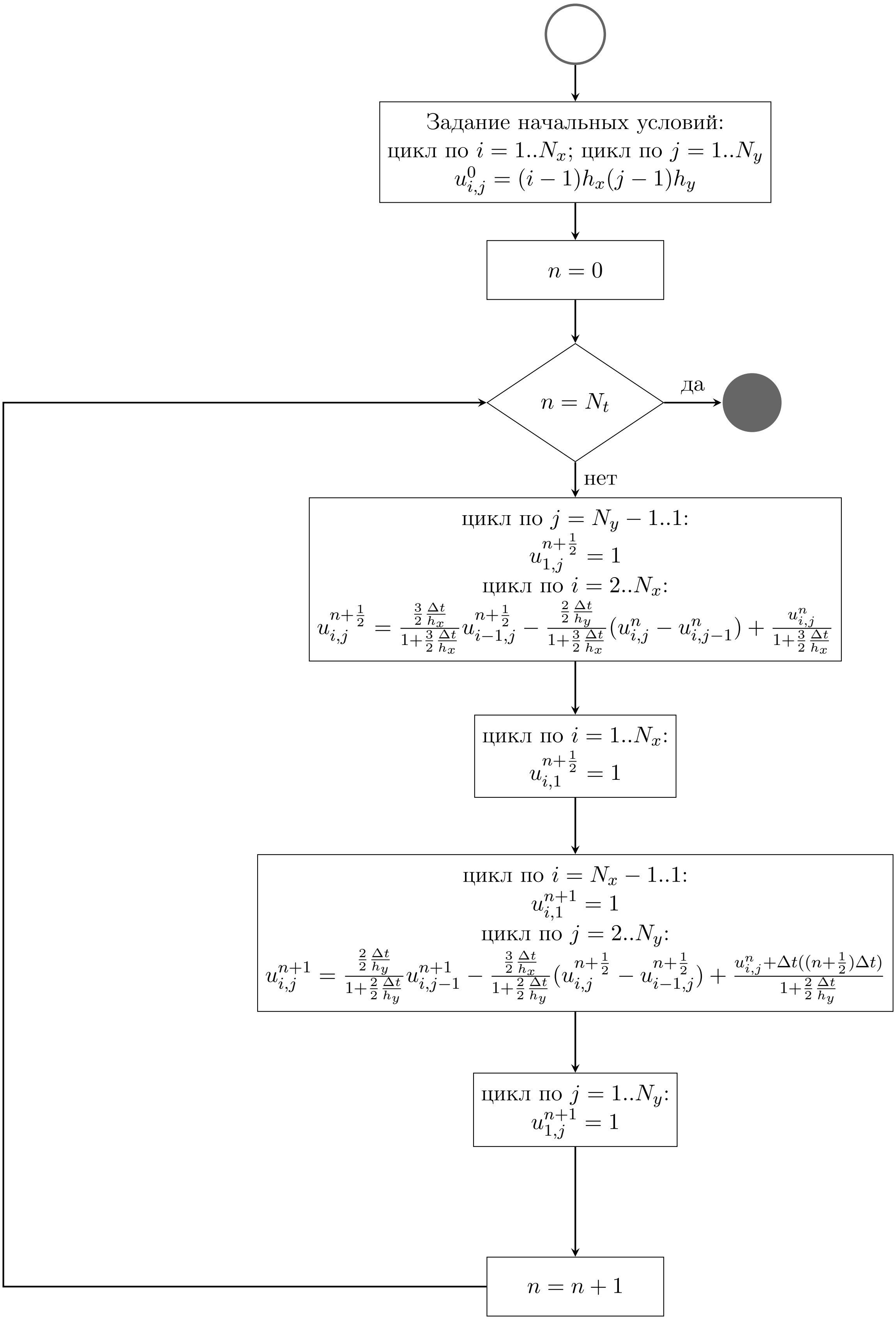
Вторая подсхема

Выражаю $u_{i,j}^{n+1}$ и разностной схемы (6):

$$u_{i,j}^{n+1} = \frac{\frac{2}{2}\frac{\Delta t}{h_y}}{1+\frac{2}{2}\frac{\Delta t}{h_y}} u_{i,j-1}^{n+1} - \frac{\frac{3}{2}\frac{\Delta t}{h_x}}{1+\frac{2}{2}\frac{\Delta t}{h_y}} (u_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} - u_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}) + \frac{u_{i,j}^{n} + \Delta t((n+\frac{1}{2})\Delta t)}{1+\frac{2}{2}\frac{\Delta t}{h_y}}.$$

Задание 10

Составить алгоритм (блок-схему) расчёта схемы (6):



Задание 11

Представить задачу в нестационарном виде:
Для численного решения дифференциальных уравнений эллиптического типа ис-

пользуют **метод установления**, заключающийся в преобразовании стационарной задачи в нестационарную. С этой целью в уравнение, описывающее стационарную задачу, следует добавить фиктивную производную по времени:

$$0,2(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2})+3e^{xy}=0 \to \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tau}=0,2(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2})+3e^{xy}. \tag{7}$$

При этом искомая функция станет уже функцией трёх переменных:

$$u(x,y)\to \tilde{u}(x,y,\tau).$$

Задание 12

Привести схему (7) к виду, удобному для использования метода простой итерации:

Метод установления с использованием явной разностной схемы называют **методом простой итерации**. Явная разностная схема для уравнения (7) будет иметь вид:

$$\frac{u_{i,j}^{n+1}-u_{i,j}^{n}}{\Delta t}=0,2(\frac{u_{i+1,j}^{n}-2u_{i,j}^{n}+u_{i-1,j}^{n}}{h_x^2}+\frac{u_{i,j+1}^{n}-2u_{i,j}^{n}+u_{i,j-1}^{n}}{h_y^2})+3e^{(i-1)h_x(j-1)h_y}. \tag{8}$$

Задание 13

Записать выражение для шага итерации для уравнения (8):

Условием устойчивости является соотношение, которое имеет вид:

$$\Delta t\le \frac{1}{\frac{2*0,2}{h_x^2}+\frac{2*0,2}{h_y^2}}.$$

Следовательно, максимальное значение шага итерации, при котором разностная схема будет устойчива, определяется следующим выражением:

$$\Delta t=\frac{1}{\frac{2*0,2}{h_x^2}+\frac{2*0,2}{h_y^2}}.$$

Или, при $h_x=h_y=h$:

$$\Delta t=\frac{h^2}{4*0,2}. \tag{9}$$

Задание 14

Записать итерационное соотношение:

Выражая из разностной схемы (8) величину $u_{i,j}^{n+1}$, получаю итерационное соотношение:

$$u_{i,j}^{n+1}=u_{i,j}^{n}+\Delta t[\frac{0,2}{h^2}(u_{i+1,j}^{n}+u_{i-1,j}^{n}+u_{i,j+1}^{n}+u_{i,j-1}^{n}-4u_{i,j}^{n})+3e^{(i-1)h_x(j-1)h_y}],$$

которое с учётом равенства (9) преобразуется к виду:

$$u_{i,j}^{n+1} = u_{i,j}^{n} + \frac{h^2}{4*0{,}2}[\frac{0{,}2}{h^2}(u_{i+1,j}^{n} + u_{i-1,j}^{n} + u_{i,j+1}^{n} + u_{i,j-1}^{n}) - \frac{4*0{,}2}{h^2}u_{i,j}^{n}] + \frac{h^2}{4*0{,}2}3e^{(i-1)h_x(j-1)h_y}] \Rightarrow$$
$$\Rightarrow u_{i,j}^{n+1} = \frac{0{,}2u_{i+1,j}^{n}+0{,}2u_{i-1,j}^{n}+0{,}2u_{i,j+1}^{n}+0{,}2u_{i,j-1}^{n}+h^2 3e^{(i-1)h_x(j-1)h_y}}{4*0{,}2}.$$

Задание 15

Записать условие для окончания итерационного процесса:

Расчёт итераций следует продолжать до тех пор, пока итерационный процесс не сойдётся, т.е. пока не будет выполняться условие, в разностном представлении соответствующее неравенству:

$$||u^{n+1} - u^{n}|| = \sqrt{h^2 \sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} (u_{i,j}^{n+1} - u_{i,j}^{n})^2} \leq \epsilon,$$

где ϵ - некоторая наперёд заданная положительная величина, характеризующая точность вычислений.

Задание 16

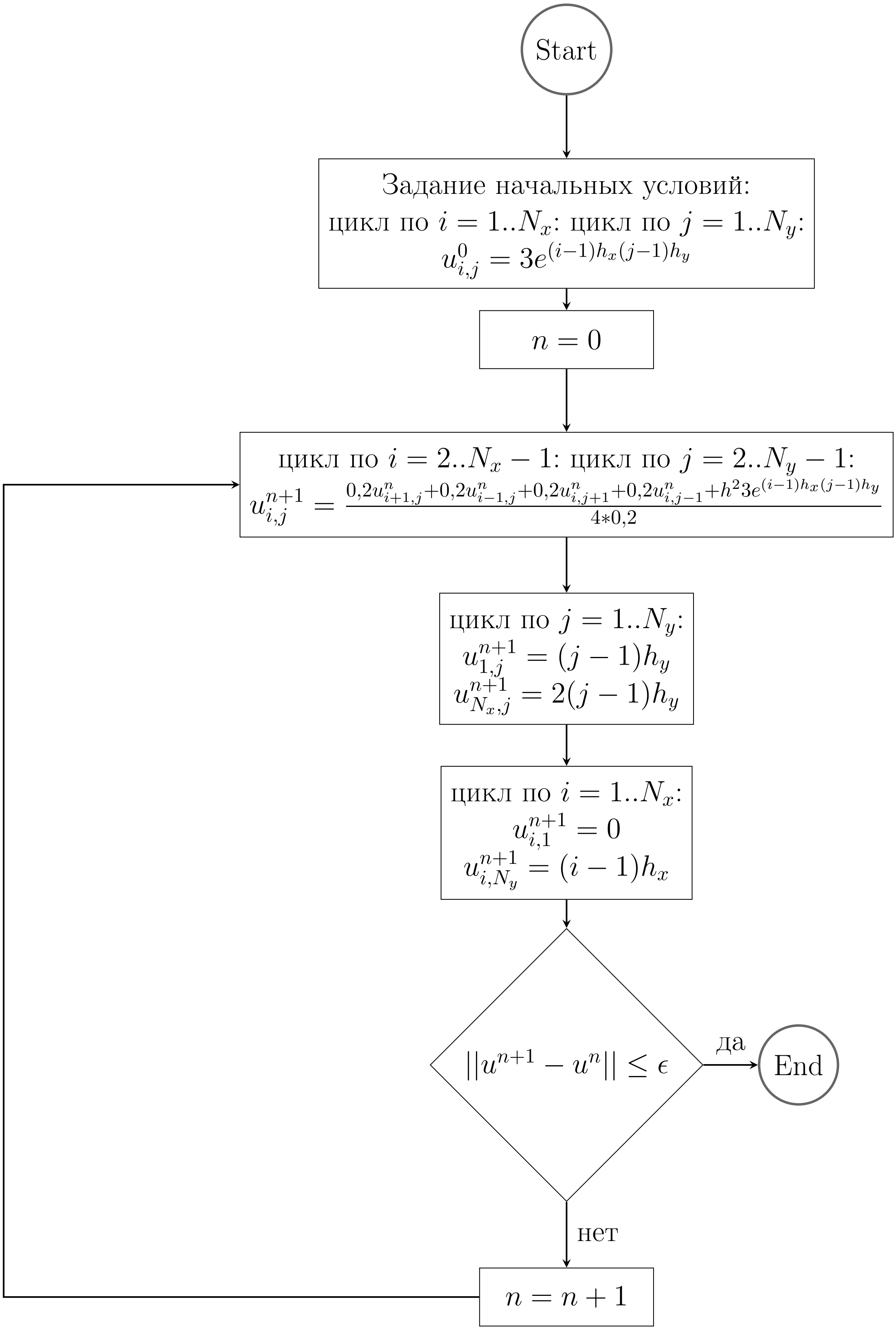
Записать начальное приближение:

В качестве нулевой итерации (начального условия, необходимого для решения в связи с введением фиктивной производной по времени) обычно задают свободный член исходного дифференциального уравнения:

$$u_{i,j}^{0} = 3e^{(i-1)h_x(j-1)h_y}.$$

Задание 17

Составить алгоритм (блок-схему) расчёта для схемы (8):



Задание 18

Записать схему предиктор-корректор:

Данная схема требует особого способа расщепления интервала Δt: интервал Δt между точками t^n и t^{n+1} на разностной сетке делится пополам; интервал $\Delta t/2$ между точками t^n и $t^{n+\frac{1}{2}}$ снова делится пополам.

На первом полушаге интервала $\Delta t/2$ записывается неявная разностная схема, в которой учитывается только производная второго порядка по координате x:

$$\frac{u_{i,j}^{n+\frac{1}{4}} - u_{i,j}^{n}}{\Delta t/2} + 5\frac{u_{i,j}^{n+\frac{1}{4}} - u_{i-1,j}^{n+\frac{1}{4}}}{=} 0,3\frac{u_{i+1,j}^{n+\frac{1}{4}} - 2u_{i,j}^{n+\frac{1}{4}} + u_{i-1,j}^{n+\frac{1}{4}}}{h_x^2}. \tag{10}$$

На втором полушаге интервала $\Delta t/2$ записывается неявная разностная схема, в которой учитывается только производная второго порядка по координате y:

$$\frac{u_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} - u_{i,j}^{n+\frac{1}{4}}}{\Delta t/2} + 7\frac{u_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} - u_{i,j-1}^{n+\frac{1}{2}}}{h_y} = 0,2(n+\frac{1}{2})\Delta t\frac{u_{i,j+1}^{n+\frac{1}{2}} - 2u_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + u_{i,j-1}^{n+\frac{1}{2}}}{h_y^2}. \tag{11}$$

Результатом последовательного решения подсхем (10), (11), называемых в совокупности **предиктором**, являются значения функции *u(t, x, y)* на шаге по времени $(n+\frac{1}{2})$. Для завершения расчётов на всём интервале Δt используется поправочное разностное соотношение, называемое **корректором**:

$$\frac{u_{i,j}^{n+1} - u_{i,j}^{n}}{\Delta t} + 5\frac{u_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} - u_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{h_x} + 7\frac{u_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} - u_{i,j-1}^{n+\frac{1}{2}}}{h_y} = 0,3\frac{u_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} - 2u_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + u_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{h_x^2} + 0,2(n+\frac{1}{2})\Delta t\frac{u_{i,j+1}^{n+\frac{1}{2}} - 2u_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + u_{i,j-1}^{n+\frac{1}{2}}}{h_y^2} - 4(n+\frac{1}{2})\Delta t. \tag{12}$$

Таким образом, схема предиктор-корректор в случае двумерных задач состоит из трёх подсхем.

Задание 19

Записать рекуррентное прогоночное соотношение для предиктора:

Первая подсхема

Рекуррентное прогоночное соотношение для первой подсхемы предиктора (10) имеет вид:

$$u_{i,j}^{n+\frac{1}{4}} = \alpha_i u_{i+1,j}^{n+\frac{1}{4}} + \beta_i.$$

Прогоночные коэффициенты:

$$\alpha_i = -\frac{a_i}{b_i + c_i\alpha_{i-1}},\ \beta_i = \frac{\xi_{i,j}^{n} - c_i\beta_{i-1}}{b_i + c_i\alpha_{i-1}}.$$

Вторая подсхема

Рекуррентное прогоночное соотношение для второй подсхемы предиктора (11) имеет вид:

$$u_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} = \tilde{\alpha}_j u_{i,j+1}^{n+\frac{1}{2}} + \tilde{\beta}_i.$$

Прогоночные коэффициенты:

$$\tilde{\alpha}_j = -\frac{\tilde{a}_j}{\tilde{b}_j + \tilde{c}_j \tilde{\alpha}_{j-1}},\ \tilde{\beta}_j = \frac{\tilde{\xi}_{i,j}^{n+\frac{1}{4}} - \tilde{c}_j \tilde{\beta}_{j-1}}{\tilde{b}_j + \tilde{c}_j \tilde{\alpha}_{j-1}}.$$

Задание 20

Записать рекуррентное прогоночное соотношение для корректора (12):

$$u_{i,j}^{n+1} = u_{i,j}^{n} + \Delta t(-5\frac{u_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} - u_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{h_x} - 7\frac{u_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} - u_{i,j-1}^{n+\frac{1}{2}}}{h_y} + 0,3\frac{u_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} - 2u_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + u_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{h_x^2} + 0,2(n+\frac{1}{2})\Delta t\frac{u_{i,j+1}^{n+\frac{1}{2}} - 2u_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + u_{i,j-1}^{n+\frac{1}{2}}}{h_y^2} - 4(n+\frac{1}{2})\Delta t)).$$

Задание 21

Указать порядок аппроксимации разностной схемы: $O(\Delta t^2, h_x, h_y)$.