

Versuch 1 - Ausbreitung von Signalen auf Leitungen

Cornelius Heiming

29.04.2025

1 Einleitung

In diesem Versuch wird untersucht, wie Signale durch Leitungen verzögert, gedämpft und reflektiert werden. Dazu werden ein Signalgenerator, ein Oszilloskop, verschiedene Verzögerungskabel und ein Differenzierglied verwendet. Letzteres wird zunächst untersucht, um dann in der Folge als Impulsgenerator zu dienen. Diese werden dann mittels des Oszillographen in verschiedenen Konfigurationen gemessen. Danach wird der Abschluss eines Leiters und dessen Signalverzögerung untersucht. Zuletzt werden Klippkabel verwendet, um Impulse auf eine definierte Länge zu kürzen.

2 Theorie

Koaxialkabel sind Leitungen, die aus einem Innenleiter und einem Außenleiter bestehen. Diese können als Kondensator aufgefasst werden, dem Kabel kann also eine Kapazität C' pro Längeneinheit zugeordnet werden. Weiterhin besitzt das Kabel eine Induktivität L' pro Längeneinheit. Diese beiden Größen sind gegeben durch:

$$C' = \epsilon_r \epsilon_0 \frac{2\pi}{\ln(R_a/R_i)}$$
$$L' = \mu_r \mu_0 \frac{\ln(R_a/R_i)}{2\pi}$$

mit R_a und R_i dem Außen- und Innenradius des Kabels und den wohlbekannten Konstanten. Neben diesen Größen existieren noch die beiden anderen Leitungskonstanten R' und G' , Widerstand pro Längeneinheit und Leitungsverluste pro Längeneinheit. Zusammen können sie die Übertragung elektrischer Energie beschreiben.

Die Leitungsgleichungen kann man nun mittels des folgenden Modells eines verlustfreien Leiters motivieren: Das Kabel wird als Kette von infinitesimal großen LC-Gliedern der Länge Δx mit Längsimpedanz $\Delta Z = i\omega\Delta L + \Delta R$ und Queradmittanz $\Delta Y = i\omega\Delta C + \Delta G$ betrachtet. Für die Spannung und den Strom lassen sich dann Differentialgleichungen herleiten, die als Lösung für Spannung und Stromstärke eine Überlagerung von hin- und

rücklaufenden Wellen ergeben:

$$\begin{aligned}
 U(x, t) &= U_h + U_r \\
 &= (U_{h0}e^{-\Upsilon x} + U_{r0}e^{\Upsilon x})e^{-i\omega t} \\
 I(x, t) &= I_h + I_r \\
 &= (U_{h0}e^{-\Upsilon x} - U_{r0}e^{\Upsilon x})e^{-i\omega t} \sqrt{\frac{G' + i\omega C'}{R' + i\omega L'}}
 \end{aligned}$$

mit

$$\Upsilon = \sqrt{(R' + i\omega L')(G' + i\omega C')} =: \alpha + i\beta$$

Υ beschreibt die Dämpfung, α die Dämpfungskonstante, die im verlustfreien Fall 0 ist, d.h. dann gilt $\beta = \omega\sqrt{L'C'}$, wodurch β zur Kreisfrequenz der Phase wird. Die Phasengeschwindigkeit v_{ph} ergibt sich also wie folgt:

$$v_{ph} = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{L'C'}}$$

Diese gleicht in dem Fall der Gruppengeschwindigkeit $v_g = \frac{c_0}{\sqrt{\epsilon_r \mu_r}}$. Der Wellenwiderstand Z wird dann im verlustfreien Fall definiert als:

$$Z = \frac{U_h}{I_h} = \sqrt{\frac{L'}{C'}}$$

Weiterhin gilt für den Abschlusswiderstand:

$$R_A = \frac{U_h(l) + U_r(l)}{I_h(l) + I_r(l)} = Z \frac{1+r}{1-r}$$

mit dem Reflexionskoeffizienten:

$$r = \frac{U_{rl}}{U_{hl}} = \frac{R_A - Z}{R_A + Z}$$

Somit lassen sich drei Fälle unterscheiden:

1. $R_A = Z$: In diesem Fall ist $r = 0$, es gibt keine reflektierte Welle.
2. $R_A = \infty$: In diesem Fall ist $r = 1$, die Amplitude der reflektierten Welle entspricht der der hinlaufenden.
3. $R_A = 0 \Omega$: In diesem Fall ist $r = -1$, die Amplitude der reflektierten Welle entspricht dem negativen Wert der Amplitude der hinlaufenden Welle.

3 Voraufgaben

Voraufgabe A: Was muss man tun, um große Verzögerungszeiten zu erreichen?

Für große Verzögerungszeiten muss die Phasengeschwindigkeit $v_{\text{ph}} = \frac{1}{\sqrt{L'C'}}$ klein sein. Dies ist der Fall, wenn die Induktivität L' und die Kapazität C' pro Längeneinheit groß sind. Gemäß der Formel $v_{\text{ph}} = \frac{1}{\sqrt{L'C'}} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r \mu_r}}$ ist dies der Fall, wenn die Leitung große relative Permittivität ϵ_r und große relative Permeabilität μ_r hat.

Voraufgabe B: Welche Konsequenz für den Wellenwiderstand haben die verschiedenen Möglichkeiten, die Verzögerungszeiten zu verändern?

Die Verzögerungszeit ist abhängig von den Leitungskonstanten L' und C' . Gemäß der Formel $Z = \sqrt{\frac{L'}{C'}}$ im Idealfall verändert sich der Wellenwiderstand Z mit der Induktivität L' und entgegen der Kapazität C' . Im realen Fall ist die Beziehung zwischen Wellenwiderstand und Leitungskonstanten komplizierter, da auch die Widerstandsverluste R' und die Leitungsverluste G' eine Rolle spielen. Vom qualitativen Verhalten sollten allerdings ähnliche Aussagen wie im Idealfall gelten.

Voraufgabe C: Sei ein Kabel abgeschlossen mit $R_A = Z$. Wie hängt der Eingangswiderstand R_{in} des Kabels von seiner Länge ab?

Da das Kabel am Ende abgeschlossen ist, finden keine Reflexionen statt ($r = 0$). Also gleicht der Eingangswiderstand R_{in} gerade dem Wellenwiderstand Z , ist also unabhängig von der Länge des Kabels.

Voraufgabe D: Berechnen Sie die Phasengeschwindigkeit sowie den Wellenwiderstand eines Leiters mit den Eigenschaften $R_A/R_I = 2.3$, $\epsilon_r = 1.5$ und $\mu_r = 1.5$ unter Annahme eines verlustfreien Idealfalls. Was für eine Verzögerungszeit pro Meter ergibt sich daraus?

Im verlustfreien Fall gelten für die Phasengeschwindigkeit v_{ph} und den Wellenwiderstand Z die Formeln:

$$v_{\text{ph}} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r \mu_r}} = \frac{1}{\sqrt{1.5 \cdot 1.5}} = \frac{1}{\sqrt{2.25}} = \frac{2}{3},$$

$$Z = \sqrt{\frac{R_A/R_I}{\epsilon_r \mu_r}} = \sqrt{\frac{2.3}{1.5 \cdot 1.5}} = \frac{\sqrt{2.3}}{1.5} \approx 1.01.$$

Daraus ergibt sich für die Verzögerungszeit pro Meter:

$$\tau = \frac{1}{v_{\text{ph}}} = \frac{1}{\frac{2}{3}} = \frac{3}{2} = 1.5.$$

4 Versuchsaufbau, -durchführung, Messwerte und Auswertung

Zunächst werden die Seriennummern der verwendeten Laborgeräte notiert.

Versuchsaufgabe 1: Differenzierglied

1 - Aufbau & Durchführung

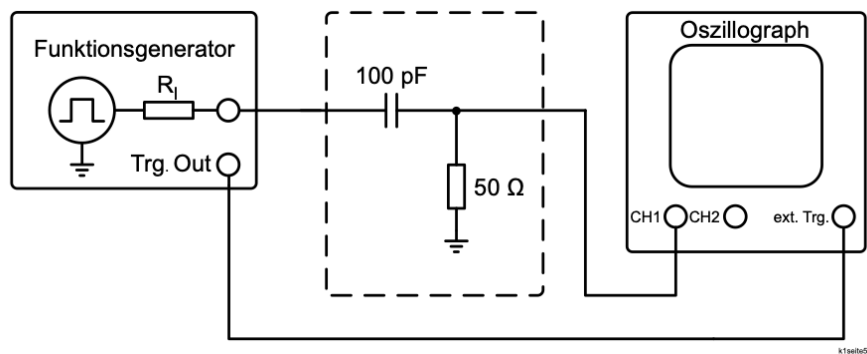


Abbildung 1: Schaltplan eines Differenzierglieds [1]

Ein RC-Glied wird (ohne 2,2 k Ω Abschluss) zwischen einen Funktionsgenerator und einen Oszillographen geschaltet. Der Funktionsgenerator wird auf eine Frequenz von 200 kHz eingestellt. Dann wird das Oszillogramm gezeichnet und dasselbe mit dem 2,2 k Ω Abschlusswiderstand wiederholt.

1 - Messergebnisse

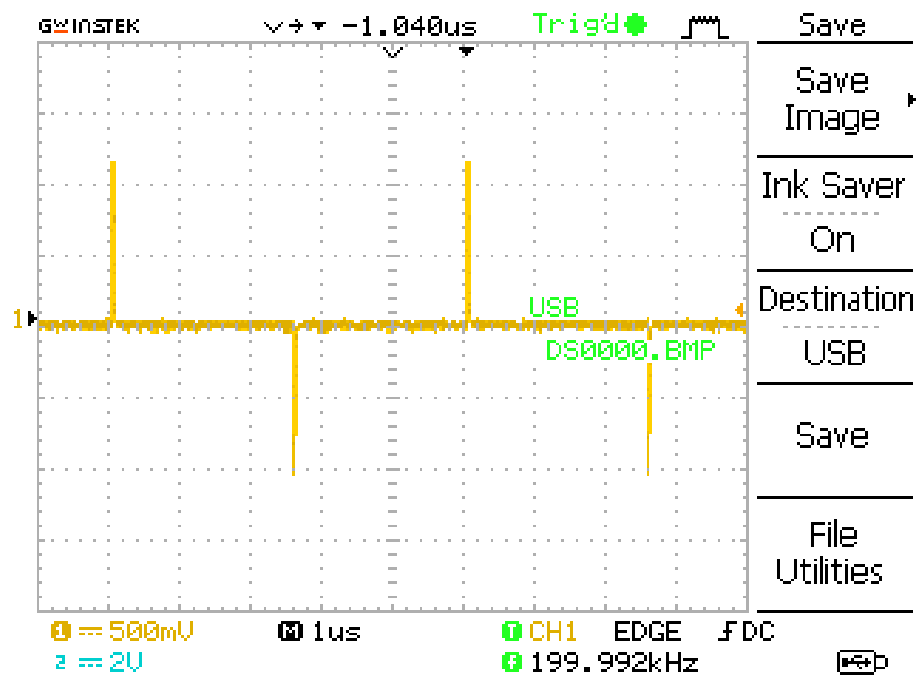


Abbildung 2: Differenzierglied ohne Abschlusswiderstand

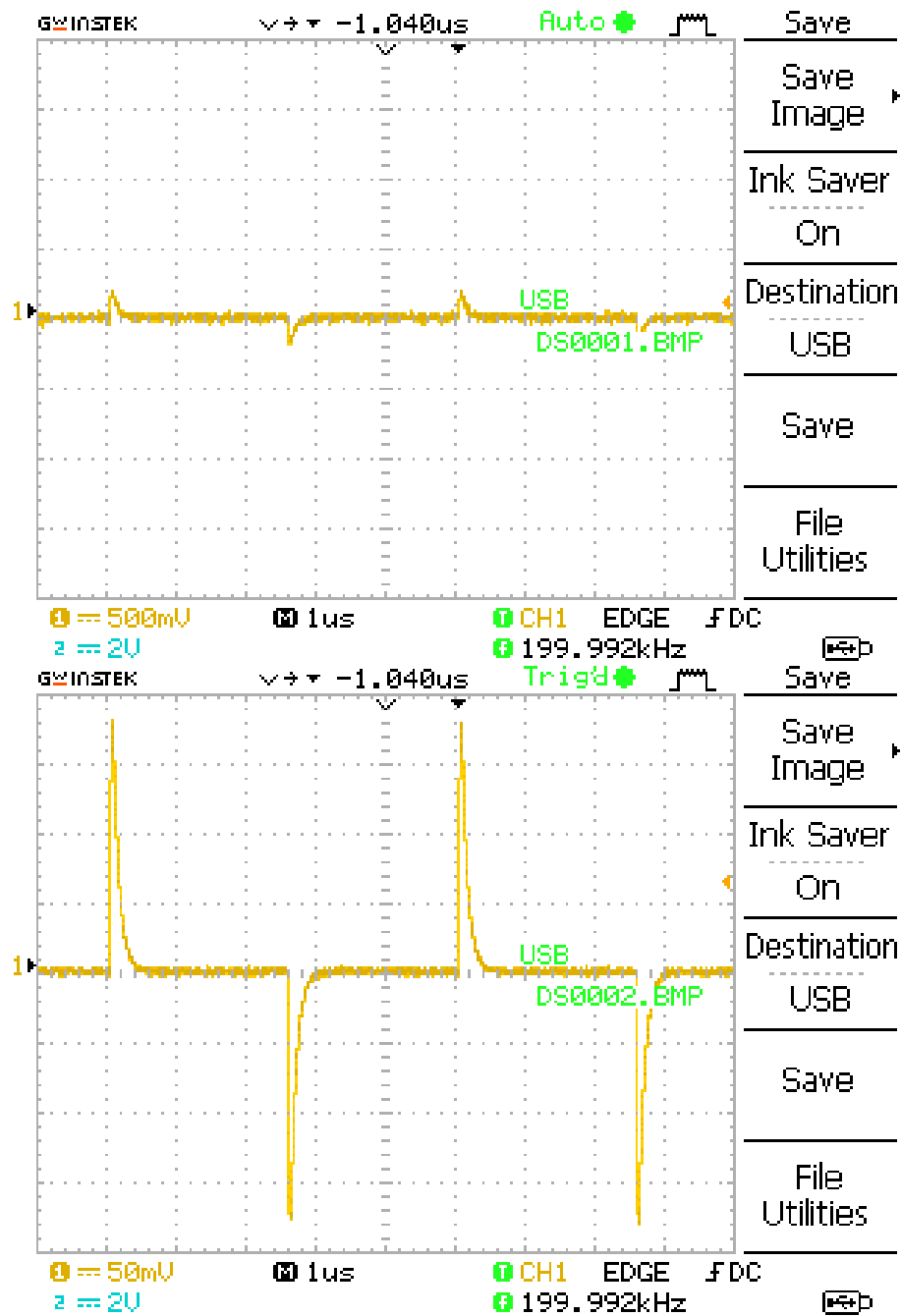


Abbildung 3: Differenzierglied mit Abschlusswiderstand (unten vergrößerte Ordinate)

1 - Auswertung

Versuchsaufgabe 2: Impulse auf Kabeln

2 - Aufbau & Durchführung

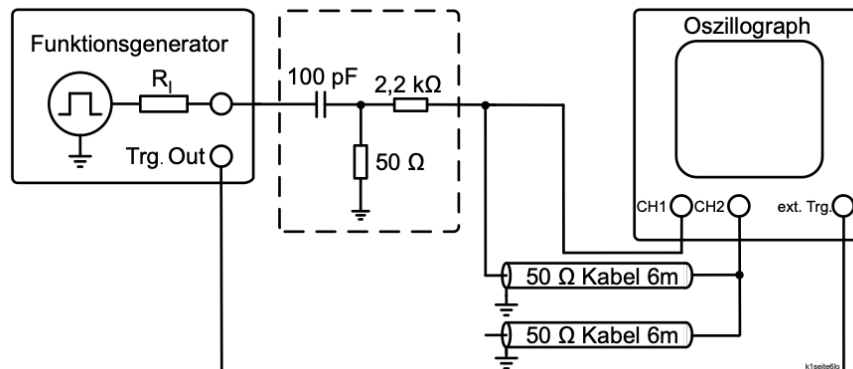


Abbildung 4: Schaltplan für ein Kabel mit zwei offenen Enden [1]

Jetzt sollen die Impulse auf einem an beiden Enden offenen Kabel untersucht werden. Dazu wird ein Funktionsgenerator, welcher im Rechteckmodus mit 100 kHz betrieben wird, vor ein RC-Glied mit Abschluss, welches als Impulsgeber dient, geschaltet. Diese Impulse werden einerseits im CH1 des Oszillographen angezeigt, andererseits durch zwei hintereinandergeschaltete Kabel mit jeweils 50 Ω Wellenwiderstand geschickt. Zwischen den beiden Kabeln wird der Oszillograph im CH2 geschaltet. Der Funktionsgenerator dient als externer Trigger für den Oszillographen, die beiden Kanäle werden mit derselben Empfindlichkeit betrieben.

2 - Messergebnisse

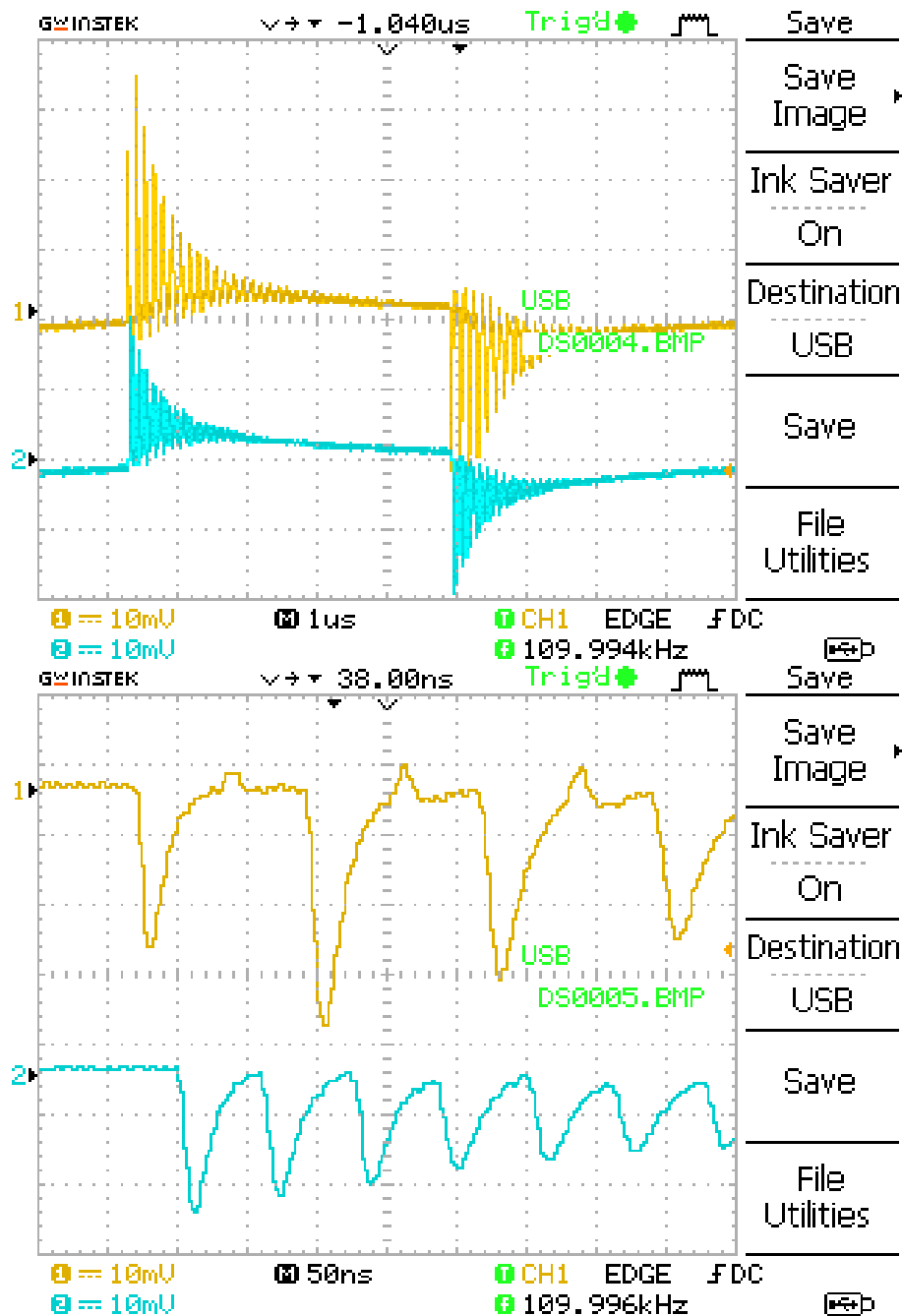


Abbildung 5: Impulse auf Kabeln (oben: Übersicht ($1 \mu\text{s cm}^{-1}$), unten: Detailansicht ($0,05 \mu\text{s cm}^{-1}$))

2 - Auswertung

Versuchsaufgabe 3: Leitungsabschluss, Verzögerungszeit

3 - Aufbau & Durchführung

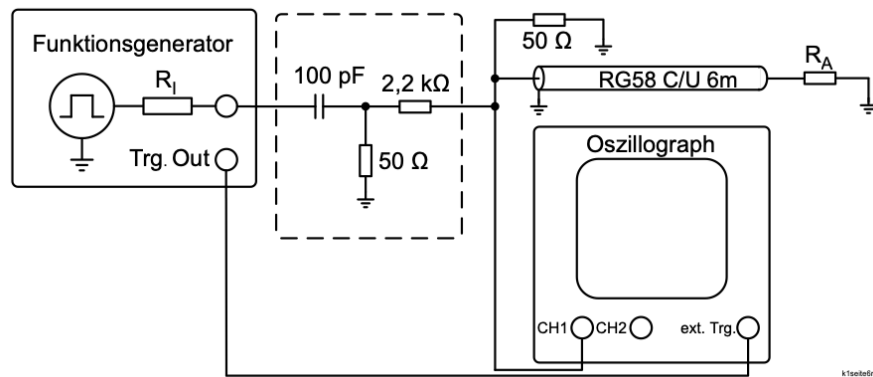


Abbildung 6: Schaltplan für ein Kabel mit einem offenen und einem geschlossenen Ende [1]

Nun wird die Auswirkung unterschiedlicher Leitungsabschlüsse auf die Impulse untersucht. Dazu wird weiterhin extern getriggert, der Impulsgenerator wird auch an CH1 angeschlossen. Statt der beiden Kabel wird jetzt mittels eines T-Stücks ein Verzögerungskabel mit $50\ \Omega$ Wellenwiderstand und 6 m Länge verwendet, welches am anderen Ende mit einem Widerstand $R_A = 50\ \Omega$ abgeschlossen ist. Es für jede der folgenden Anordnungen mit und ohne einem zusätzlichen Widerstand von $50\ \Omega$ parallel zum Kabel gemessen:

- (a) Offenes Ende
- (b) Offenes Ende im Detail ($\times 10$)
- (c) Kurzgeschlossenes Ende
- (d) Kurzgeschlossenes Ende & variierende Frequenzen (Zeitablenkung von $0,2\ \mu\text{s cm}^{-1}$)

3 - Messergebnisse & Auswertung

3.(a) *Messergebnisse & Auswertung:*

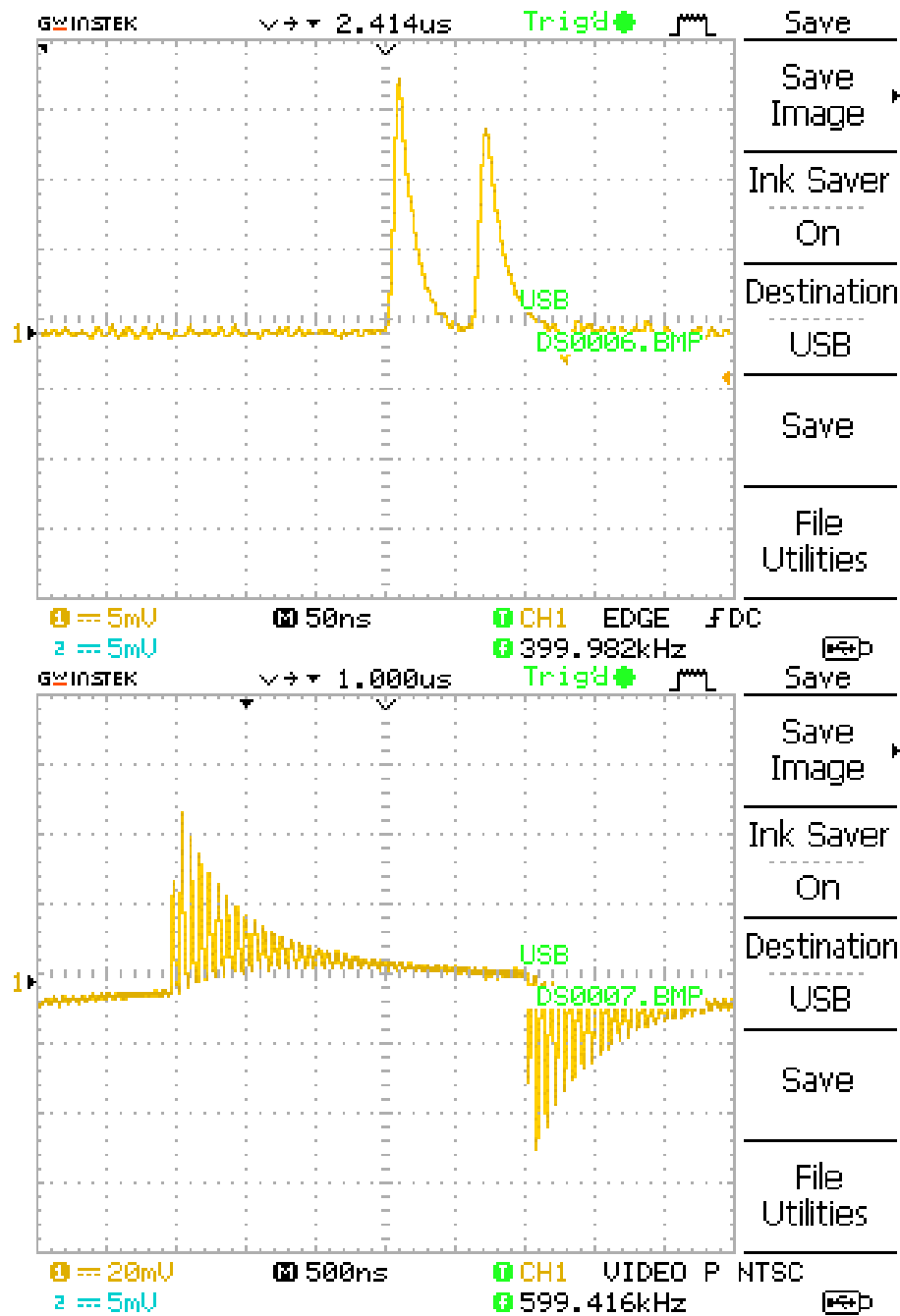


Abbildung 7: Leitungsabschluss offenes Ende (oben: mit Anpassungswiderstand, unten: ohne Anpassungswiderstand)

3.(b) Messergebnisse & Auswertung:

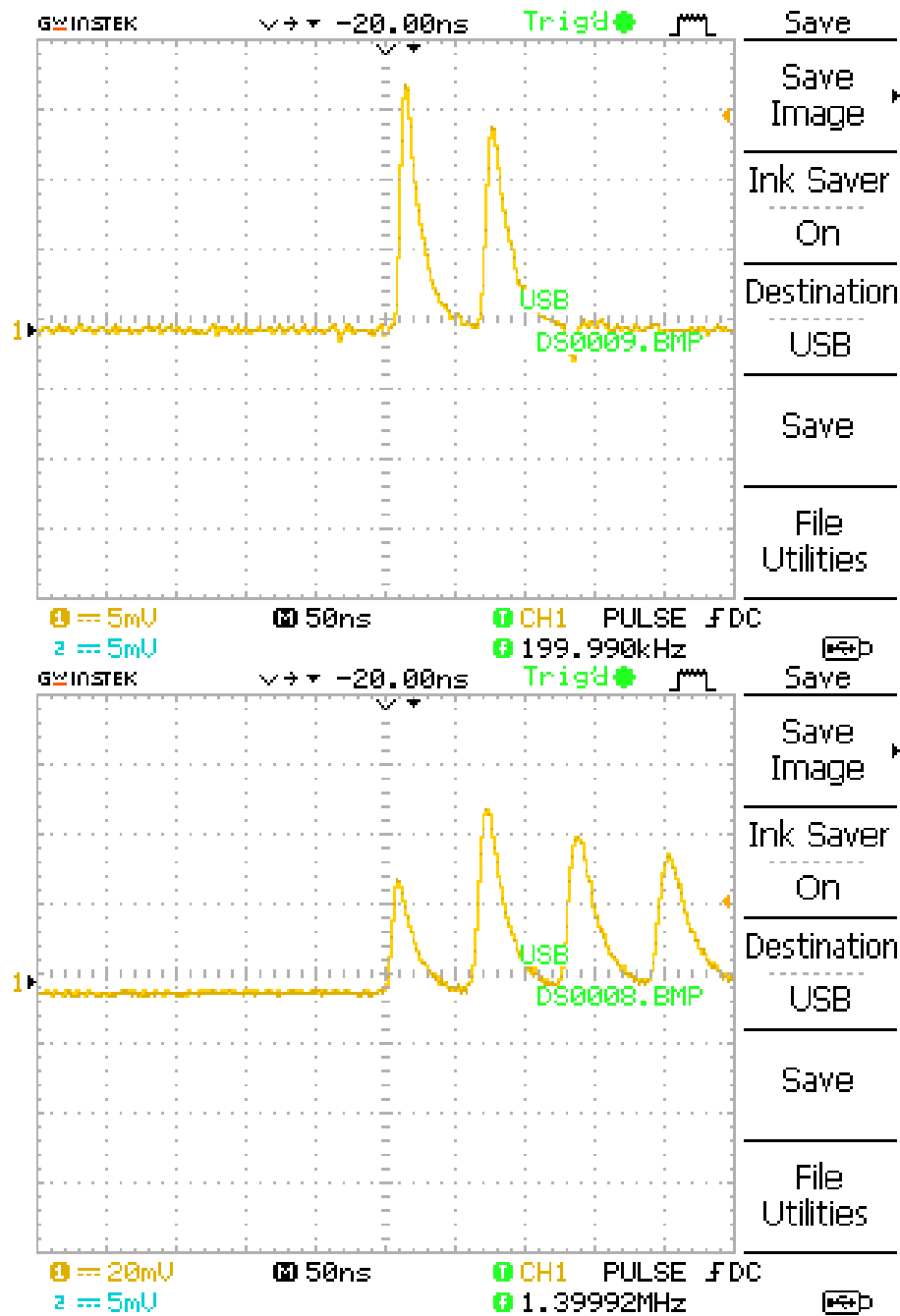


Abbildung 8: Leitungsabschluss offenes Ende (oben: mit Anpassungswiderstand, unten: ohne Anpassungswiderstand) vergrößert

3.(c) Messergebnisse & Auswertung:

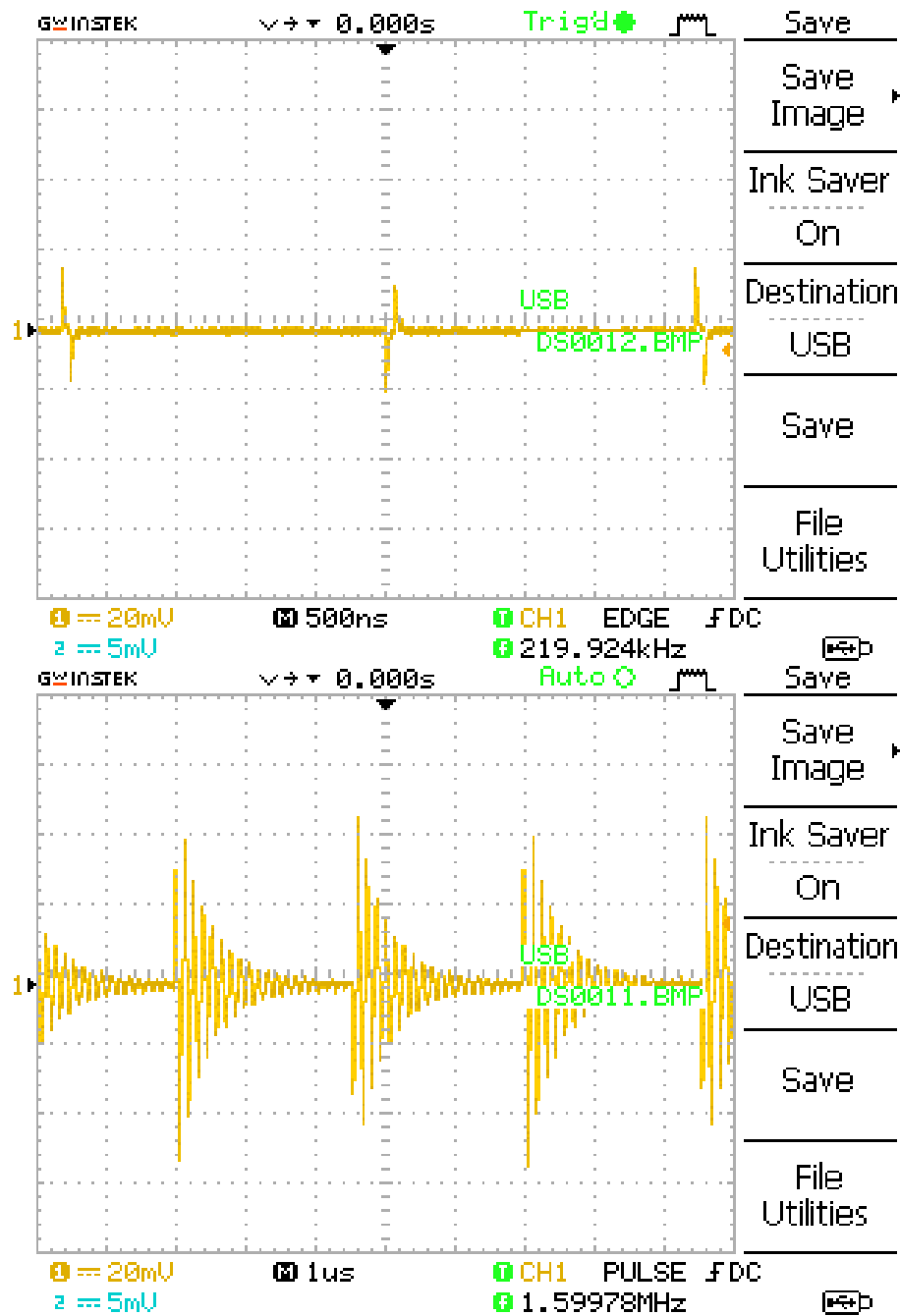


Abbildung 9: Leitungsabschluss kurzgeschlossenes Ende (oben: mit Anpassungswiderstand, unten: ohne Anpassungswiderstand)

3.(d) Messergebnisse & Auswertung:

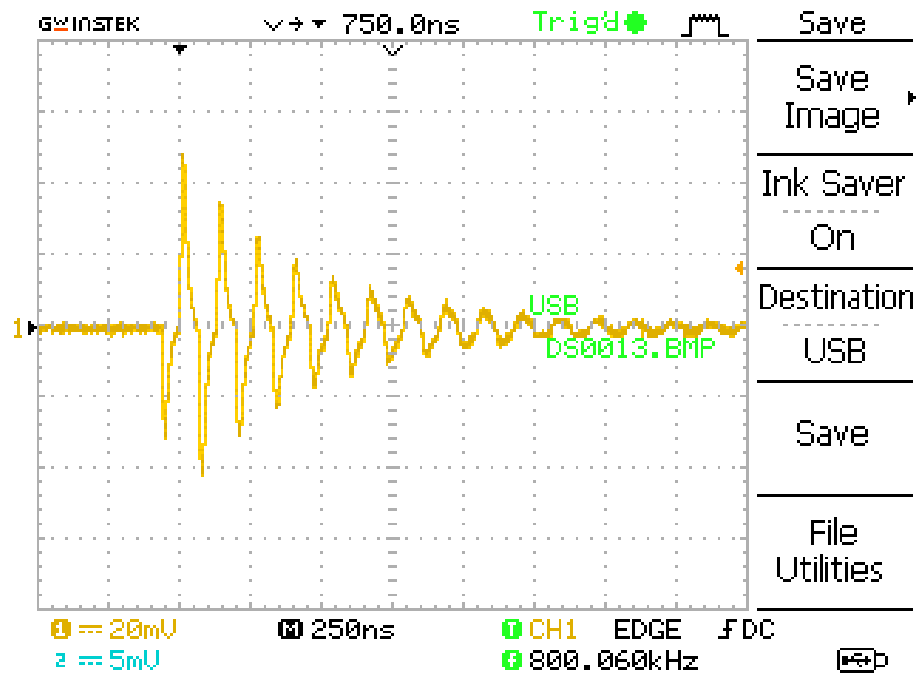


Abbildung 10: Leitungsabschluss kurzgeschlossenes Ende, Frequenz: 100 kHz

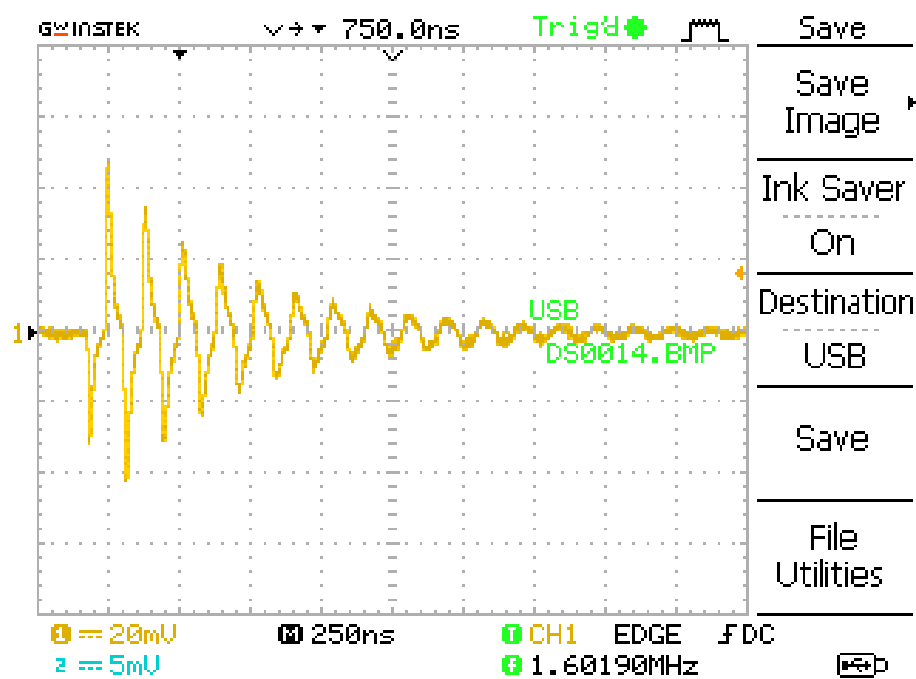


Abbildung 11: Leitungsabschluss kurzgeschlossenes Ende, Frequenz: 200 kHz

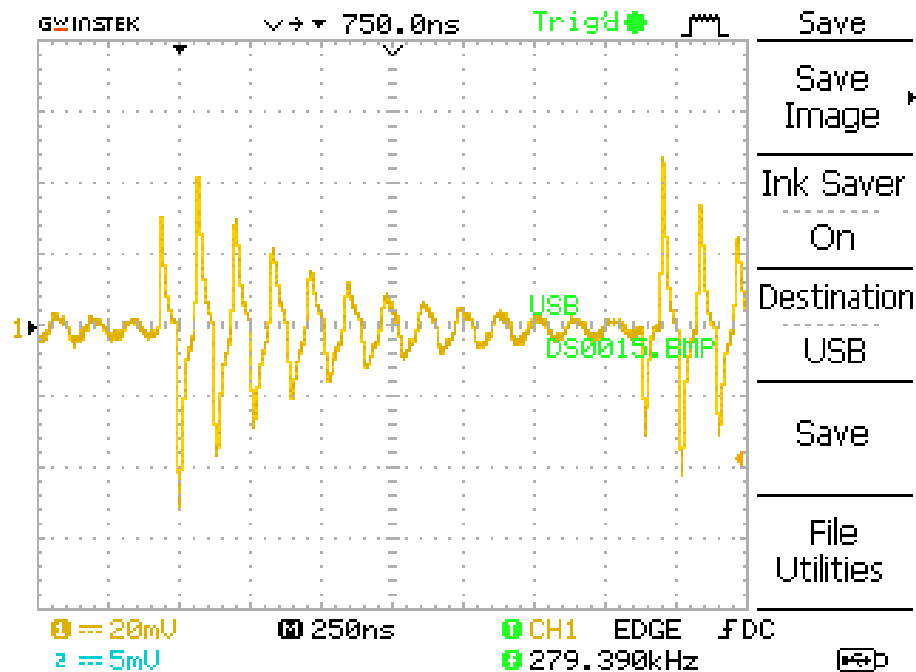


Abbildung 12: Leitungsabschluss kurzgeschlossenes Ende, Frequenz: 300 kHz

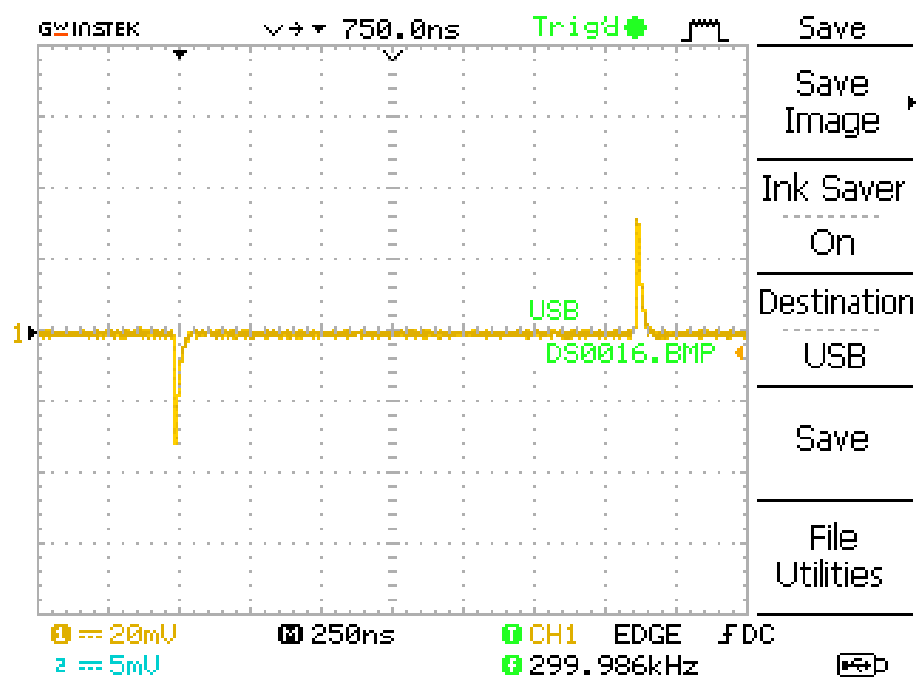


Abbildung 13: Leitungsabschluss mit Wellenwiderstand

Versuchsaufgabe 4: Klippkabel, Dämpfung

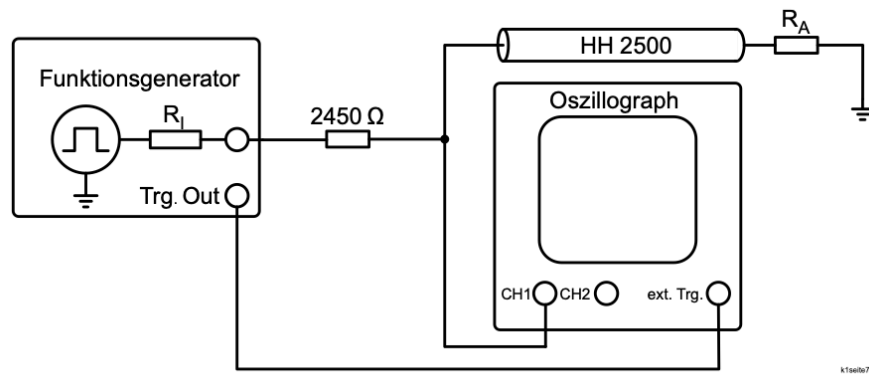


Abbildung 14: Schaltplan für ein Klippkabel [1]

Zuletzt wird das Verzögerungskabel mit einem kürzeren, sogenannten Klippkabel, mit 0,7 m Länge ersetzt. Anstatt des Differenzierglieds wird ein Widerstand von $2450\ \Omega$ eingebaut, der Widerstand vor dem Kabel wird entfernt. Der Funktionsgenerator wird auf eine Frequenz zwischen 10 kHz und 80 kHz eingestellt. Die Schaltverbindungen erfolgen mit $50\ \Omega$ Koaxialkabeln. Dann wird unter den folgenden Umständen am Oszillographen gemessen:

- (a) Klippkabel mit $50\ \Omega$ Abschluss, d. h. offen
- (b) Klippkabel kurzgeschlossen
- (c) Klippkabel kurzgeschlossen mit variiertter Frequenz
- (d) 2 m Klippkabel kurzgeschlossen

4 - Messergebnisse & Auswertung

4.(a) Messergebnisse & Auswertung:

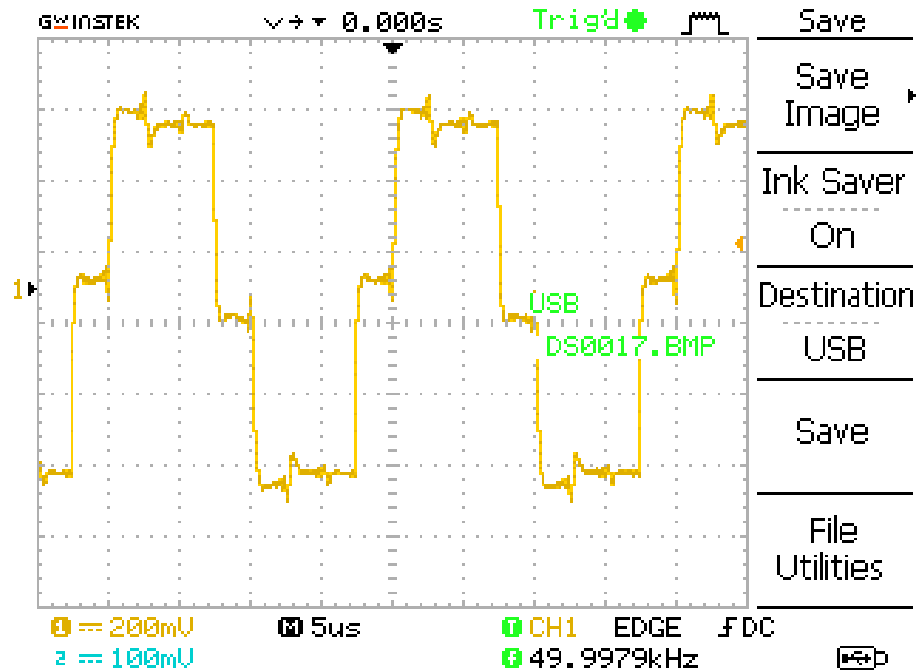


Abbildung 15: Klippkabel mit offenem Ende

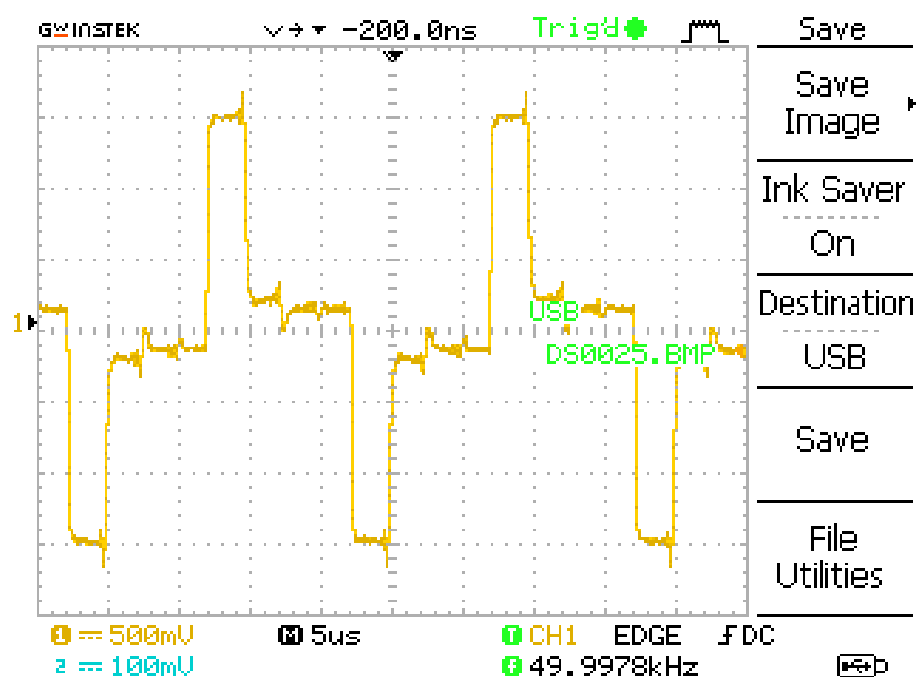
4.(b) *Messergebnisse & Auswertung:*

Abbildung 16: Klippkabel mit kurzgeschlossenem Ende

4.(c) *Messergebnisse & Auswertung:*

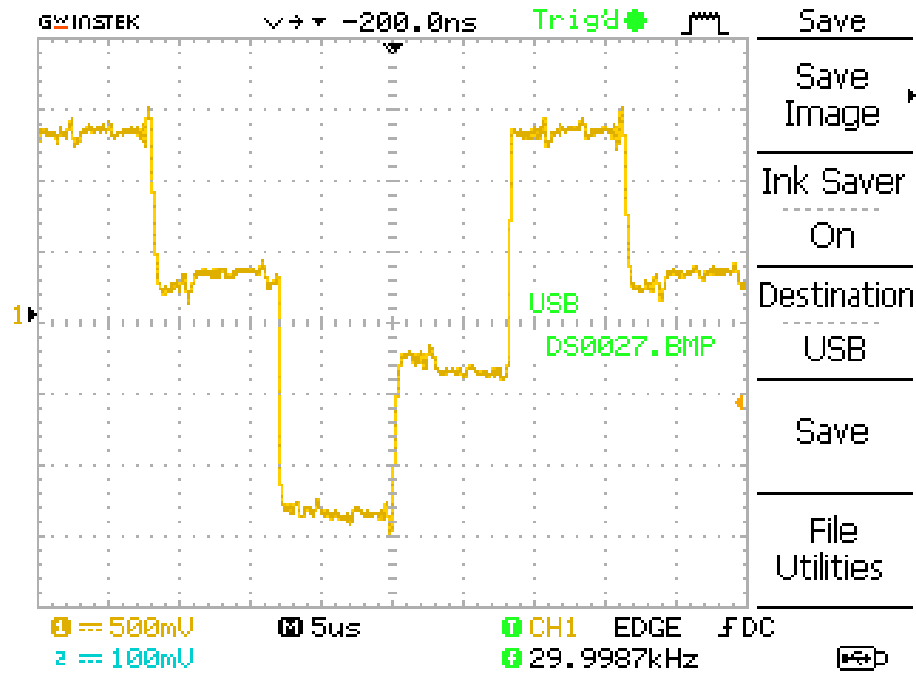


Abbildung 17: Klippkabel mit offenem Ende bei 30 kHz

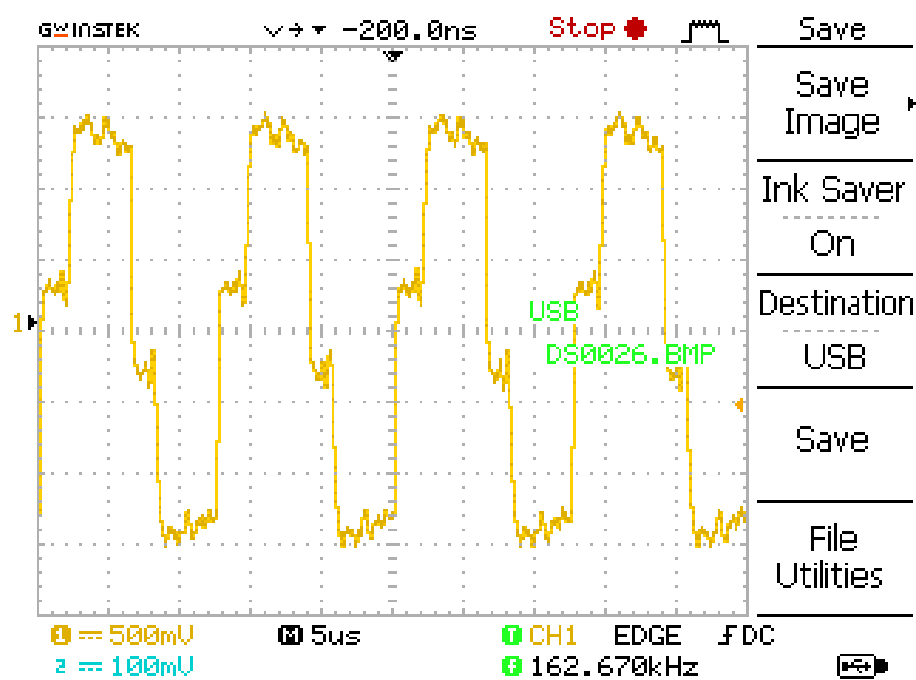
4.(d) *Messergebnisse & Auswertung:*

Abbildung 18: Klippkabel mit offenem Ende bei 80 kHz

5 Fazit

Literatur

- [1] *Elektronik-Praktikum - Versuchsbeschreibungen*. https://ecampus.uni-bonn.de/goto_ecampus_file_3695287_download.html. Apr. 2025.