Versuch 0 : Einführungen und Vorversuch

Cornelius Heiming

29.04.2025

1 Einleitung

In diesem Versuch wird der Oszillograph untersucht und insbesondere seine Anstiegszeit bestimmt. Dazu wird zunächst die Anstiegszeit eines Rechtecksignals ermittelt. Anschließend wird ein R-C-Filter mit einer Sinuswelle betrieben und daraus seine Grenzfrequenz bestimmt.

2 Theorie

Beim Arbeiten mit Wechselstrom ist eine Visualisierung desselben notwendig. Diese erfolgt in der Regel mit einem Oszilloskop. Aufgrund von endlichen Ausbreitungsgeschwindigkeiten muss dieses, und auch der Signalgenerator eine positive Anstiegszeit haben. Entsprechend kann die Frequenz nicht beliebig sein, man spricht von der Frequenzbandbreite $B = f_{\text{grenz}} = \frac{1}{2\pi\tau}$ mit $\tau = R \cdot C$, also modelliert als R-C Tiefpass. Die Bandbreite hängt gemäß der Aufgabe E mit der Anstiegszeit über die Formel $B \cdot \Delta t = 0{,}35$ zusammen.

3 Voraufgaben

Voraufgabe A: Geben Sie für die Spannung $U(t) = U_0 \sin(\omega t)$ die Größen U_{SS}, U_{S} und U_{eff} an.

Berechne zunächst $\langle \sin^2(\omega t)\rangle$:

$$\begin{aligned}
\frac{2}{2T}\int_{-T}^{T}\sin^2(\omega t)\,dt &= \frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}\sin^2(\omega t)\,dt + \frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}\sin^2(\omega t)\,dt\\
&= \frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}\sin^2(\omega t)\,dt + \frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}\cos^2\left(\omega\left(t-\frac{\pi}{2\omega}\right)\right)\,dt\\
&= \frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}\sin^2(\omega t)\,dt + \frac{1}{2T}\int_{-T-\frac{\pi}{2\omega}}^{T-\frac{\pi}{2\omega}}\cos^2(\omega t)\,dt\\
&= \frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}\sin^2(\omega t)\,dt + \frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}\cos^2(\omega t)\,dt \quad \text{(Periodizität von cos)}\\
&= \frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}\left[\sin^2(\omega t)+\cos^2(\omega t)\right]\,dt\\
&= \frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}1\,dt = 1\\
\Rightarrow \langle \sin^2(\omega t)\rangle &= \lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}\sin^2(\omega t)\,dt = \frac{1}{2}
\end{aligned}$$

Also gilt:

$$\begin{aligned}
U_{\mathrm{SS}} &= \max_t U(t) - \min_t U(t) = U_0 - (-U_0) = 2U_0\\
U_{\mathrm{S}} &= \max_t |U(t)| = U_0\\
U_{\mathrm{eff}} &= \sqrt{\langle U^2(t)\rangle} = U_0\sqrt{\langle \sin^2(\omega t)\rangle} = U_0\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}
\end{aligned}$$

Voraufgabe B: Wie groß ist der Effektivwert eines symmetrischen Rechtecksignals mit $U_{\mathrm{S}} = 10\,\mathrm{V}$?

Ein Rechtecksignal kann mit

$$U(t) = \begin{cases} U_{\mathrm{S}} & t\in[2n, 2n+1)\ \text{ für } n\in\mathbb{Z}\\ -U_{\mathrm{S}} & t\in[2n+1, 2n+2)\ \text{fr} n\in\mathbb{Z}\end{cases}$$

beschrieben werden. Demnach gilt:

$$\begin{aligned}
U_{\mathrm{eff}} &= \sqrt{\langle U^2(t)\rangle}\\
&= \sqrt{\langle(\pm U_{\mathrm{S}})^2\rangle} = U_{\mathrm{S}}\\
&= 10\,\mathrm{V}
\end{aligned}$$

Voraufgabe C: Wie groß ist derAAA Innenwiderstand des Generatorausgangs?

$$
\begin{aligned}
U_2 - U_1 &= U_0 \frac{R_2}{R_2 + R_i} - U_0 \frac{R_1}{R_1 + R_i} \\
&= U_0 \frac{R_2(R_1 + R_i) - R_1(R_2 + R_i)}{(R_2 + R_i)(R_1 + R_i)} \\
&= R_i \frac{U_0(R_2 + R_i - R_1 - R_i)}{(R_2 + R_i)(R_1 + R_i)} \\
&= R_i \left(\frac{U_0(R_2 + R_i)}{(R_2 + R_i)(R_1 + R_i)} - \frac{U_0(R_1 + R_i)}{(R_2 + R_i)(R_1 + R_i)} \right) \\
&= R_i \left(\frac{U_0}{R_1 + R_i} - \frac{U_0}{R_2 + R_i} \right) \\
&= R_i(I_1 - I_2)
\end{aligned}
$$

Also gilt äquivalent:

$$
R_i = \frac{U_2 - U_1}{I_1 - I_2}
$$

Nun soll mit den Angaben $U_{\mathrm{SS}} = 20\,\mathrm{VSS}$ bei $I_1 = 0\,\mathrm{A}$ und $U_{\mathrm{SS}} = 20\,\mathrm{VSS}$ bei $50\,\Omega$ Last der Innenwiderstand berechnet werden. Die Amplitude beträgt die Hälfte des Spitze-Spitzewertes, d.h. $U_1 = 10\,\mathrm{VS}$, $I_1 = 0\,\mathrm{A}$ sowie $U_2 = 5\,\mathrm{VS}$, $I_2 = \frac{5\,\mathrm{VS}}{50\,\Omega} = 0{,}1\,\mathrm{A}$:

$$
\begin{aligned}
R_i &= \frac{5\,\mathrm{V} - 10\,\mathrm{V}}{0\,\mathrm{A} - 0{,}1\,\mathrm{A}} \\
&= 50\,\Omega
\end{aligned}
$$

Voraufgabe E: Zeigen Sie, dass für einen einfachen Tiefpass (exponentiell ansteigende Flanke) näherungsweise die Formel $B \cdot \Delta t = 0{,}35$ gilt.

Für einen Tiefpass gilt die Formel:

$$
U(t) = U_0 (1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right))
$$

Seien t_1 und $t_2 = t_1 + \Delta t$ die Zeitpunkte, zu denen $10\,\%$ und $90\,\%$ von U_0 erreicht sind. Dann folgt:

$$
\begin{aligned}
0{,}1 &= \exp\left(-\frac{t_1 + \Delta t}{\tau}\right) \\
&= \underbrace{\exp\left(-\frac{t_1}{\tau}\right)}_{0{,}9} \cdot \exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau}\right) \\
\Leftrightarrow \ln(9) &= \frac{\Delta t}{\tau} \\
&= 2\pi B \Delta t \\
\Leftrightarrow B\Delta t &= \frac{\ln(9)}{2\pi} \approx 0{,}35
\end{aligned}
$$

4 Versuchsaufbau, -durchführung, Messwerte und Auswertung

Versuchsaufgabe 1: Bestimmung der Anstiegszeit des Oszillographen

1 - Aufbau & Durchführung

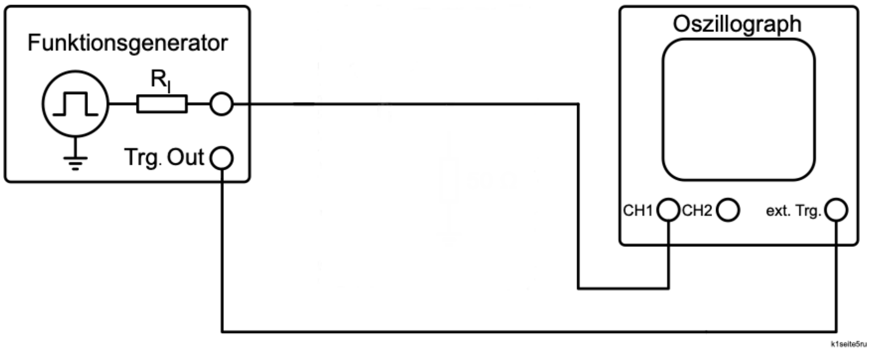

Abbildung 1: Schaltplan Funktionsgenerator und Oszilloskop [2]

(a) In dieser Aufgabe soll der Oszillograph untersucht werden. Dafür wird der Generatorausgang mit dem CH1 Eingang des Oszilloskops mittels eines Koaxialkabels verbunden. Nach dem Triggern können verschiedene Oszillogramme beobachtet werden.

(b) Danach wird ein Rechtecksignal mit einer Frequenz von 2 MHz und einer Amplitude von beispielsweise 1 V eingestellt. Die Anstiegszeit $\Delta t_{\text{gemessen}}$ wird bestimmt, indem die Zeitdifferenz zwischen dem Zeitpunkt, an dem $U(t)$ den Wert $0.1U_0$ erreicht, und dem Zeitpunkt, an dem $U(t)$ den Wert $0.9U_0$ erreicht, gemessen wird.

(c) Zuletzt wird der Generatorausgang mit einem R-C-Filter verbunden. Es soll eine Zeitkonstante von $\tau = \mathcal{O}(10\,\mu\text{s bis } 100\,\mu\text{s})$ realisiert werden, also können bspw. $R = 1\,\text{k}\Omega$ und $C = 10\,\mu\text{F}$ gewählt werden. Der R-C-Filter wird erneut mit dem CH1-Eingang des Oszilloskops verbunden. Der Generator wird auf ein Sinus-Signal mit 10 verschiedenen Frequenzen eingestellt. Dabei wird sich jeweils die Amplitude am Signalgenerator notiert.

1 - Messergebnisse & Auswertung

1.(a) *Messwergebnisse & Auswertung:*

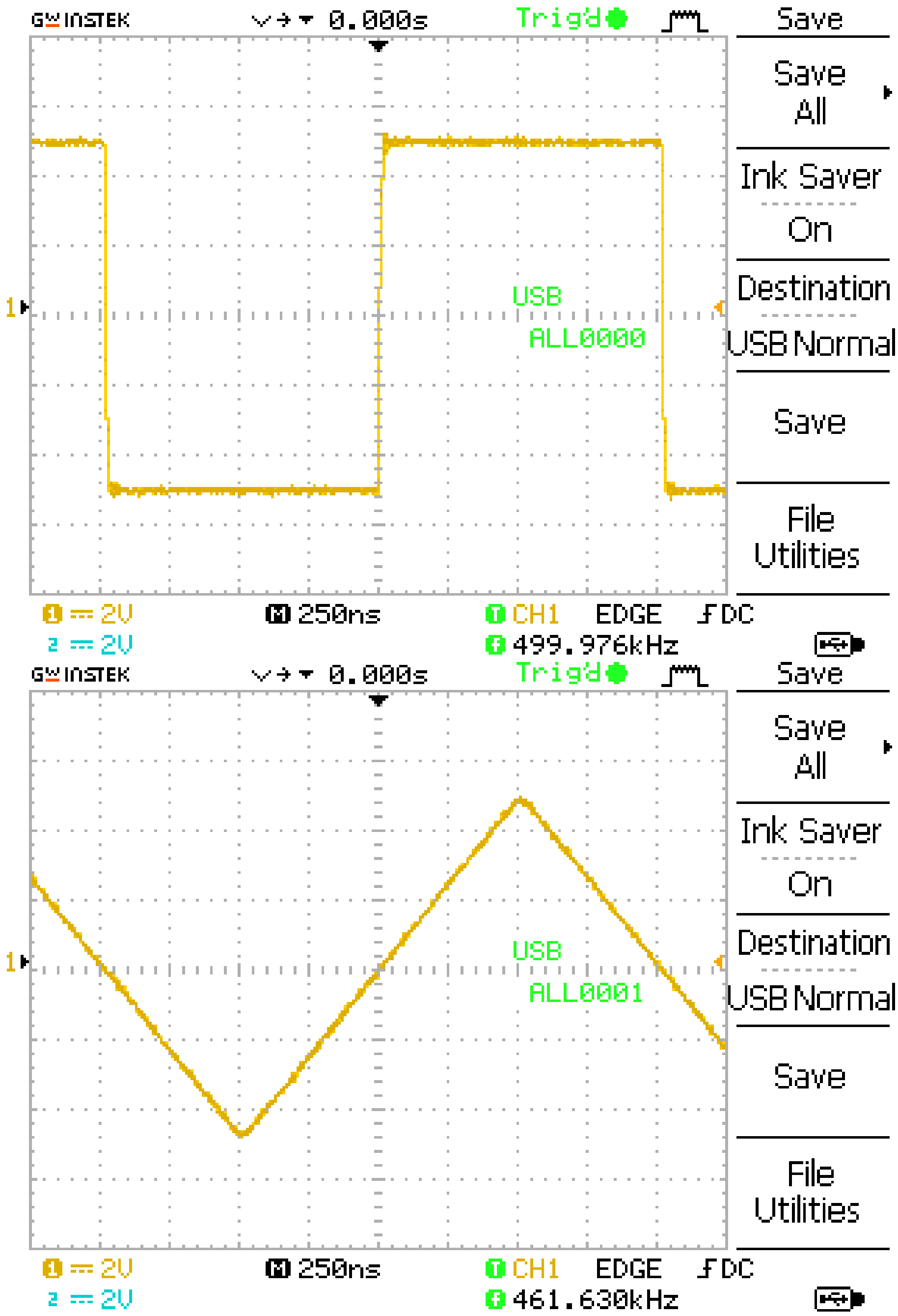

Abbildung 2: Oben: Rechtecksignal, unten: Dreieckssignal

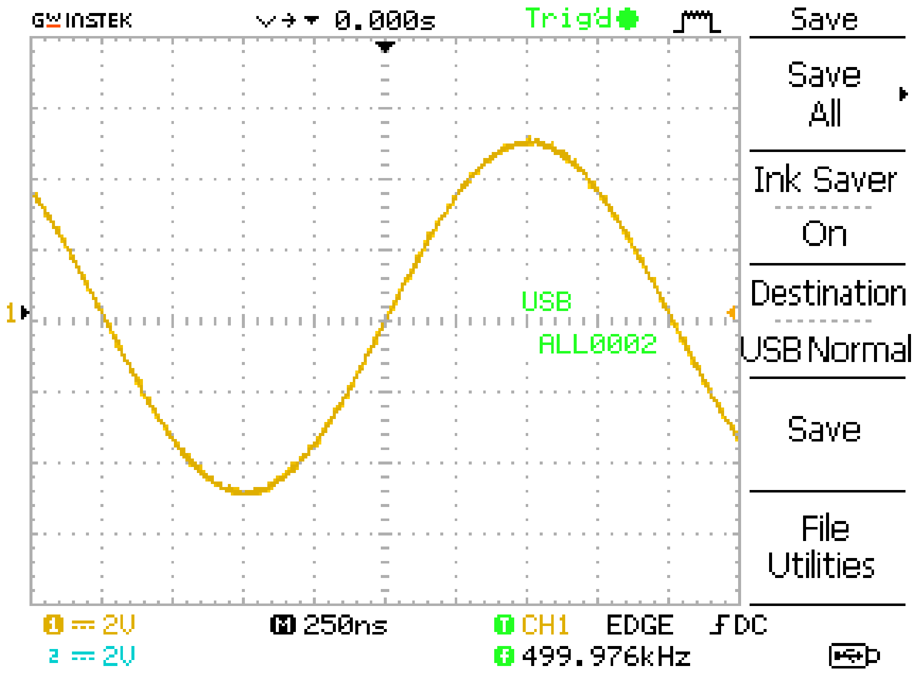

Abbildung 3: Sinussignal

1.(b) *Messwergebnisse & Auswertung:*

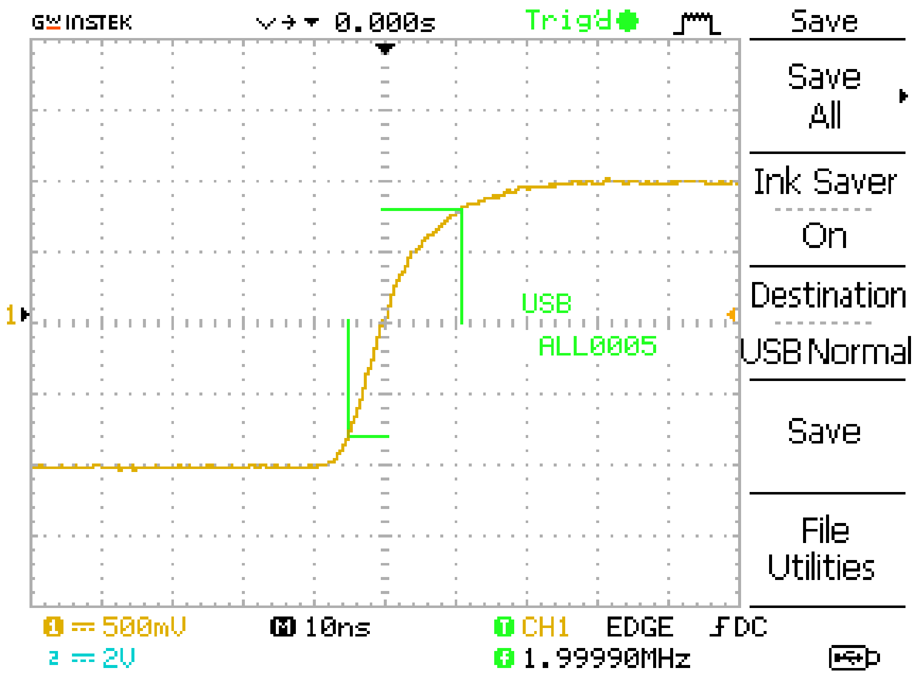

Abbildung 4: Rechteckssignalanstieg (detailliert)

Aus der Grafik 4 kann die Anstiegszeit $\Delta t_{\text{gemessen}}$ abgelesen werden. Dafür wurden die 10% und 90% markiert und damit die Zeitpunkte ermittelt, an denen die Spannung $U(t)$ den Wert $0.1U_0$ und $0.9U_0$ erreicht. Die Anstiegszeit $\Delta t_{\text{gemessen}}$ beträgt dann 16 ns (Genau 8 Einheiten der Skala, die je $\frac{1}{5}$ von 10 ns sind). Der Messfehler beträgt 4 Pixel, also

$\Delta(\Delta t_{\text{gemessen}}) = 1\,\text{ns}$. Der Betriebsanleitung des Oszilloskops [1] zufolge beträgt die Bandbreite des Oszilloskops $B = 50\,\text{MHz}$. Daraus folgt mit der Formel $B \cdot \Delta t = 0{,}35$ (siehe Voraufgabe E) die Anstiegszeit:

$$\Delta t_{\text{Oszi}} = \frac{0.35}{50\,\text{MHz}} = 7\,\text{ns}$$

Für die Anstiegszeit des Signals Δt_{Signal} gilt nach der Anleitung[2] die Näherung:

$$\begin{aligned}(\Delta t_{\text{Signal}})^2 &= (\Delta t_{\text{Oszi}})^2 - (\Delta t_{\text{gemessen}})^2\\ \Delta t_{\text{Signal}} &= \sqrt{(\Delta t_{\text{Oszi}})^2 - (\Delta t_{\text{gemessen}})^2}\\ &= \sqrt{(16\,\text{ns})^2 - (7\,\text{ns})^2} \approx 14{,}39\,\text{ns}\end{aligned}$$

Mittels Gaußscher Fehlerfortpflanzung ergibt sich:

$$\begin{aligned}\Delta(\Delta t_{\text{Signal}}) &= \frac{2t_{\text{gemessen}}}{\sqrt{(\Delta t_{\text{gemessen}})^2 - (\Delta t_{\text{Oszi}})^2}} \cdot \Delta(\Delta t_{\text{gemessen}})\\ &= \frac{216\,\text{ns}}{\sqrt{(16\,\text{ns})^2 - (7\,\text{ns})^2}} \cdot 1\,\text{ns}\\ &\approx 2{,}3\,\text{ns}\end{aligned}$$

Also ergibt sich für die Anstiegszeit des Signals:

$$\Delta t_{\text{Signal}} = 14{,}4\,\text{ns} \pm 2{,}3\,\text{ns}$$

1.(c) *Messwergebnisse & Auswertung:*

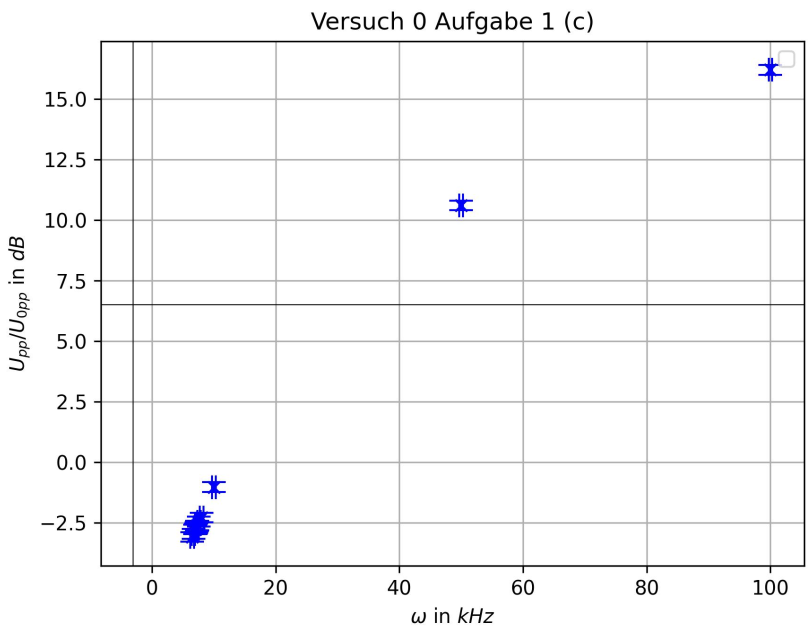

Abbildung 5: Dämpfungsplot

5 Endresultat

6 Ergebnisdiskussion/Plausibilitätskontrolle