8. Hydrostatyka i hydrodynamika

Hydrostatyka

Ciśnienie hydrostatyczne

Jest to ciśnienie wywołane ciężarem cieczy. Ciśnienie hydrostatyczne zależy tylko od wysokości słupa cieczy, tj. od głębokości, na której jest mierzone oraz od gęstości cieczy. Na głębokości h, ciśnienie hydrostatyczne cieczy o gęstości ρ określa wyrażenie:

$$p = \rho g h, \qquad g = 9{,}81\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}. \tag{8.1}$$

Oprócz ciśnienia hydrostatycznego, na ciecz może działać dodatkowo ciśnienie statyczne, czyli ciśnienie wywierane na ciecz z zewnątrz. Jeżeli na powierzchnię swobodną cieczy działa ciśnienie statyczne p_0, którym często jest ciśnienie atmosferyczne, to panujące na głębokości h całkowite ciśnienie jest sumą ciśnienia statycznego i hydrostatycznego:

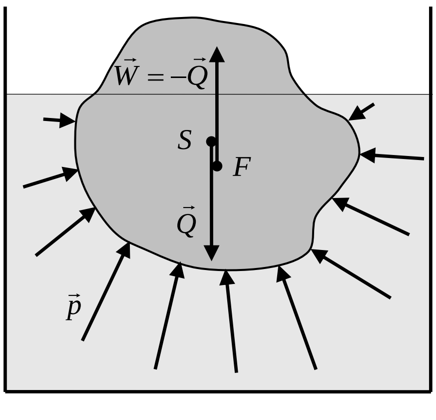
$$p = p_0 + \rho g h. \tag{8.2}$$

Ciśnienie w pewnym punkcie cieczy zależy tylko od głębokości tego punktu pod powierzchnią cieczy, natomiast nie zależy od poziomych rozmiarów cieczy ani od kształtu naczynia, w którym ciecz się znajduje (*paradoks hydrostatyczny*).

Prawo Pascala

Z równania (8.2) wynika, że zwiększenie na ciecz statycznego ciśnienia zewnętrznego p_0 o Δp_0 powoduje zmianę całkowitego ciśnienia p cieczy o $\Delta p = \Delta p_0$. Ta zmiana ciśnienia nie zależy od głębokości h i jest taka sama w każdym punkcie cieczy. Z powyższego rozumowania wynika *prawo Pascala*, które głosi, że ciśnienie wywierane na ciecz rozchodzi się jednakowo we wszystkich kierunkach i ma w całej swojej objętości tą samą wartość, równą wywieranemu na ciecz ciśnieniu. Ciśnienie to skierowane jest zawsze prostopadle do ścian naczynia i powierzchni zanurzonych w cieczy ciał - bez względu na ich kształt.

Prawo Archimedesa



Rys. 8.1. Ilustracja do *prawa Archimedesa*. S i F oznaczają odpowiednio środek ciężkości ciała i środek wyporu

Na ciało częściowo lub całkowicie zanurzone w cieczy działa siła wyporu skierowana ku górze i równa ciężarowi cieczy wypartej przez to ciało:

$$W = m_c g = \rho V_c \, g \,, \tag{8.3}$$

gdzie W jest siłą wyporu, m_c jest masą wypartej cieczy o objętości V_c i gęstości ρ, a g - przyspieszeniem ziemskim. W warunkach równowagi, gdy ciało o masie m nie tonie, siła wyporu równa jest ciężarowi ciała: $W = Q = mg$. Siła wyporu, działająca na zanurzone w cieczy ciało, jest konsekwencją równania (8.1), z którego wynika, że dolne części ciała – głębiej zanurzone, doznają ze strony cieczy większego ciśnienia niż górne części ciała, co powoduje powstanie wypadkowej, skierowanej ku górze siły wyporu (Rys. 8.1.).

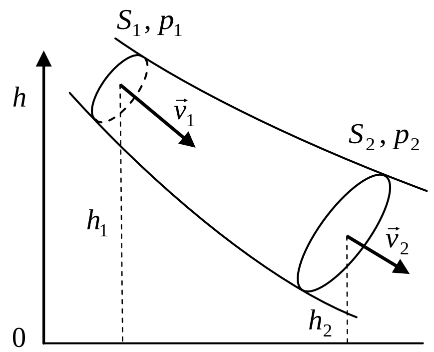
Hydrodynamika

Równanie ciągłości

Objętość cieczy nieściśliwej przepływającej w jednostce czasu przez dowolny przekrój poprzeczny strugi jest wielkością stałą:

$$Sv = \mathrm{const}\,, \tag{8.4}$$

gdzie S jest polem przekroju poprzecznego strugi, a v - prędkością przepływającej cieczy w tym przekroju (Rys. 8.2.). Z równania ciągłości wynika, że w strudze o zmiennym przekroju, dowolny segment przemieszczającej się cieczy zmienia w czasie przepływu swoją prędkość, a zatem i energię kinetyczną. Zmiana energii kinetycznej odbywa się kosztem pracy wykonanej przez siły wynikające z różnicy ciśnień panujących na różnych przekrojach strugi.



Rys. 8.2. Ilustracja do równania ciągłości i równania Bernoulliego

Równanie Bernoulliego

Równanie to opisuje zależność między ciśnieniem, a prędkością stacjonarnego przepływu cieczy doskonałej (nielepkiej i nieściśliwej) w strudze, w obecności pola grawitacyjnego:

$$p + \rho g h + \frac{1}{2}\rho v^2 = \mathrm{const}\,, \tag{8.5}$$

gdzie:

- p - ciśnienie cieczy,
- v - prędkość cieczy,
- ρ - gęstość cieczy,
- h - wysokość względem poziomu odniesienia,
- g - przyspieszenie ziemskie.

Prawo Stokesa

Prawo to określa siłę oporu działającą na kulę o promieniu r, poruszającą się z prędkością v w cieczy o współczynniku lepkości η:

$$F = 6\pi \eta r v. \tag{8.6}$$

Równanie to spełnione jest dla względnie małych prędkości v, przy których ruch cieczy względem kuli jest laminarny.

Jednostki ciśnienia

- 1 pascal: $1\,\mathrm{Pa} = 1\,\mathrm{N/m^2}$,
- 1 bar: $1\,\mathrm{bar} = 100000\,\mathrm{Pa}$,
- 1 milibar: $1\,\mathrm{mbar} = 100\,\mathrm{Pa} = 1\,\mathrm{hPa}$,
- 1 hektopascal: $1\,\mathrm{hPa} = 100\,\mathrm{Pa} = 1\,\mathrm{mbar}$,
- 1 atmosfera techniczna: $1\,\mathrm{at} = 1\,\mathrm{kG/cm^2} = 98066{,}5\,\mathrm{Pa}$,
- 1 atmosfera fizyczna: $1\,\mathrm{atm} = 101325\,\mathrm{Pa}$. Jest to ciśnienie wywierane przez słup rtęci o wysokości $760\ \mathrm{mm}$.
- 1 torr: $1\,\mathrm{torr} = 133{,}322\,\mathrm{Pa}$. Jest to ciśnienie wywierane przez słup rtęci o wysokości $1\,\mathrm{mm}$.

Przykłady

Przykład 8.1. Areometr, którego masa $M = 60\,\mathrm{g}$, obciążono dodatkowo kawałkami metalu o masie $m = 5\,\mathrm{g}$. Po obciążeniu areometr zanurzył się w wodzie tak, że wskazywał gęstość $\rho_2 = 950\ \mathrm{kg/m^3}$. Obliczyć gęstość metalu ρ_m. Gęstość wody $\rho_1 = 1000\,\mathrm{kg/m^3}$.

Rozwiązanie:

Oznaczmy przez V objętość zanurzonej w wodzie części areometru w przypadku, gdy nie jest on obciążony kawałkami metalu. Zgodnie z prawem Archimedesa (8.3), ciężar areometru jest zrównoważony wyporem wody, co pozwala obliczyć objętość V:

$$Mg = \rho_1 V g, \qquad V = \frac{M}{\rho_1}.$$

Rozważmy sytuację, w której areometr bez dodatkowego obciążenia znalazłby się w cieczy o gęstości $\rho_2 < \rho_1$. Objętość zanurzonej części areometru wzrosłaby wówczas w porównaniu z objętością V o pewną dodatkową objętość ΔV tak, by skala areometru pokazywała gęstość cieczy ρ_2. Dodatkowa objętość ΔV określona jest także przez prawo Archimedesa:

$$Mg = \rho_2 (V + \Delta V)\, g = \rho_2 \left(\frac{M}{\rho_1} + \Delta V \right) g\,, \qquad \Delta V = M\, \frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1 \rho_2}\,.$$

Areometr zanurzony w wodzie i obciążony kawałkami metalu pokazuje gęstość ρ_2, co oznacza, że objętość jego zanurzonej części wynosi $V + \Delta V$. Oznaczając dodatkowo przez V_m objętość zajmowaną przez podwieszony metal możemy prawo Archimedesa zapisać w postaci:

$$(M + m) g = \rho_1 (V + \Delta V + V_m)\, g = \rho_1 \left(\frac{M}{\rho_1} + M\, \frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1 \rho_2} + \frac{m}{\rho_m} \right) g\,.$$

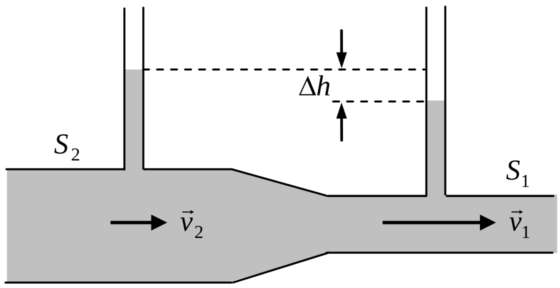
Równanie to pozwala obliczyć nieznaną gęstość metalu ρ_m:

$$\rho_m = \frac{m \rho_1 \rho_2}{m \rho_2 - M(\rho_1 - \rho_2)}\,.$$

Podstawiając ujednolicone w jednym systemie jednostek dane liczbowe otrzymamy: $\rho_m = 2714\ \mathrm{kg/m^3}$.

Przykład 8.2. Przez poziomą rurę o różnych przekrojach przepływa woda. Obliczyć, jaka masa wody przepływa przez dowolny przekrój rury w czasie $1\,\mathrm{s}$, jeżeli w rurkach manometrycznych wmontowanych w rurę w miejscach o przekrojach $S_1 = 10\ \mathrm{cm}^2$ i $S_2 = 20\ \mathrm{cm}^2$, różnica poziomów wody wynosi $\Delta h = 20\ \mathrm{cm}$. Gęstość wody $\rho = 1\mathrm{g/cm}^3$.

Rozwiązanie:



Równanie Bernoulliego (8.5) dla przepływu poziomego ($h = \mathrm{const}$) ma postać:

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2\,,$$

gdzie p_1, v_1 oraz p_2, v_2 oznaczają ciśnienie i prędkość wody odpowiednio w przekrojach S_1 i S_2. Różnica ciśnień wody w obydwu przekrojach równa jest ciśnieniu wywieranemu przez słup wody o wysokości równej różnicy poziomów w rurkach manometrycznych i wynosi:

$$p_2 - p_1 = \Delta h \rho g\,.$$

Obydwa równania prowadzą do relacji:

$$\Delta h \rho g = \frac{1}{2}\rho\left(v_1^2 - v_2^2\right),$$

która z równaniem ciągłości (8.4)

$$S_1 v_1 = S_2 v_2$$

tworzy układ dwóch równań wyznaczający prędkości przepływu v_1 i v_2. Po prostych przekształceniach znajdziemy w szczególności:

$$v_1 = S_2 \left(\frac{2\Delta h g}{S_2^2 - S_1^2}\right)^{1/2}.$$

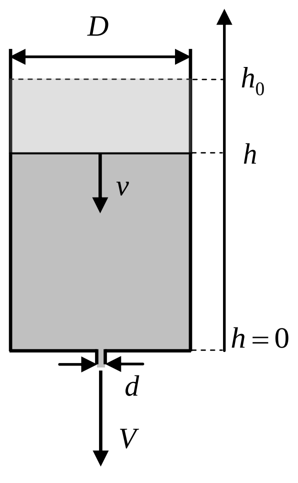
Masa wody, która przepływa przez dowolny przekrój rury w jednostce czasu wynosi:

$$\Omega = v_1 S_1 \rho = S_1 S_2 \left(\frac{2\Delta h g}{S_2^2 - S_1^2}\right)^{1/2} \rho.$$

Po ujednoliceniu jednostek otrzymamy: $\Omega = 2{,}287\ \mathrm{kg/s}$.

Przykład 8.3. Cylindryczny zbiornik o średnicy D wypełniony jest wodą do wysokości $h_0 = 1{,}8\ \mathrm{m}$. W dnie zbiornika znajduje się otwór spustowy o średnicy d, która jest $n = 40$ - krotnie mniejsza od średnicy zbiornika. Jak długo będzie trwało opróżnianie zbiornika do połowy jego zawartości? Po jakim czasie opróżniony zostanie cały zbiornik? Przyspieszenie ziemskie $g = 9{,}81\ \mathrm{m/s^2}$.

Rozwiązanie:



Aby rozwiązać zadanie, należy określić prędkość v opadania poziomu cieczy w zbiorniku podczas jego opróżniania. Zależność tą znajdziemy wykorzystując równanie ciągłości (8.4) oraz równanie Bernoulliego (8.5), które zastosowane do poziomów h i $h = 0$ przyjmą odpowiednio postać:

$$\pi\left(\frac{D}{2}\right)^2 v = \pi\left(\frac{d}{2}\right)^2 V \quad \Rightarrow \quad V = n^2 v,$$

$$p + \rho gh + \frac{1}{2}\rho v^2 = p + \frac{1}{2}\rho V^2,$$

gdzie p jest ciśnieniem atmosferycznym – takim samym na wysokości h i $h = 0$, a V jest prędkością wody wypływającej z otworu spustowego. Eliminując z powyższego układu równań V, otrzymamy poszukiwaną zależność:

$$v = \left(\frac{2g}{n^4 - 1}\right)^{1/2} \sqrt{h}.$$

Elementarna zmiana $\mathrm{d}h$ poziomu wody w zbiorniku wiąże się z prędkością opadania tego poziomu v za pośrednictwem relacji:

$$-\mathrm{d}h = v\mathrm{d}t = \left(\frac{2g}{n^4 - 1}\right)^{1/2} \sqrt{h}\mathrm{d}t, \qquad (\mathrm{d}h < 0).$$

Separując zmienne h i t oraz całkując otrzymane równanie po czasie znajdziemy:

$$\int \frac{\mathrm{d}h}{\sqrt{h}} = -\left(\frac{2g}{n^4 - 1}\right)^{1/2} \int \mathrm{d}t \quad \Rightarrow \quad 2\sqrt{h} = -\left(\frac{2g}{n^4 - 1}\right)^{1/2} t + 2\sqrt{h_0}.$$

Stała całkowania jest równa $2\sqrt{h_0}$, co wynika z założenia, że w umownym momencie $t = 0$ poziom cieczy był równy h_0. Równanie to określa czas t, po którym poziom wody w zbiorniku spadnie do wartości h. Dla $n^4 >> 1$ otrzymamy:

$$t = \left[\frac{2}{g}\left(n^4 - 1\right)\right]^{1/2} \left(\sqrt{h_0} - \sqrt{h}\right) \approx \left(\frac{2}{g}\right)^{1/2} n^2 \left(\sqrt{h_0} - \sqrt{h}\right).$$

Przyjmując $h = h_0 / 2$, znajdziemy czas $T_{1/2}$, po którym zbiornik zostanie opróżniony do połowy:

$$T_{1/2} = \left(\sqrt{2} - 1\right) n^2 \left(\frac{h_0}{g}\right)^{1/2}.$$

Przyjmując $h = 0$, znajdziemy czas T, po którym zbiornik zostanie opróżniony całkowicie:

$$T = \sqrt{2} n^2 \left(\frac{h_0}{g}\right)^{1/2}.$$

Uwzględniając dane liczbowe otrzymamy: $T_{1/2} = 284\mathrm{s}$, $T = 969\mathrm{s}$. Należy zwrócić uwagę, że przy zaniedbaniu zjawisk związanych z lepkością, prędkość i czas opróżniania zbiornika nie zależą od gęstości cieczy.

Zadania

8.1. Ciało w kształcie graniastosłupa o wymiarach $a \times b \times c$ zanurzono w pewnej cieczy. Siła wyporu działająca na to ciało wynosi W. Jaka jest gęstość ρ tej cieczy?

8.2. Drewniany klocek o gęstości $\rho_d = 650\ \mathrm{kg/m^3}$ pływa w cieczy, przy czym 30% objętości klocka wystaje nad jej powierzchnię. Obliczyć gęstość cieczy.

8.3. Po powierzchni morza pływa góra lodowa. Jej część o objętości $V_1 = 350\,\mathrm{m^3}$ znajduje się nad powierzchnią wody. Jaka jest objętość V całej góry lodowej, jeżeli jej gęstość $\rho_l = 900\ \mathrm{kg/m^3}$, natomiast gęstość wody morskiej $\rho_w = 1025\ \mathrm{kg/m^3}$?

8.4. Zawieszony na drucie kawałek szkła o masie $m = 150\,\mathrm{g}$ i gęstości $\rho_1 = 2{,}5\,\mathrm{g/cm^3}$ jest całkowicie zanurzony w kwasie siarkowym o gęstości $\rho_2 = 1{,}8\,\mathrm{g/cm^3}$. Obliczyć naprężenie N drutu.

8.5. Wydrążona kula, zrobiona z materiału o gęstości ρ_1, pływa po powierzchni cieczy o gęstości ρ_2. Promień kuli wynosi R, a promień wydrążenia r. Jaka powinna być gęstość ciała ρ, którym należałoby całkowicie wypełnić wydrążenie, aby kula pływała w cieczy całkowicie zanurzona?

8.6. Ciało zawieszone na haczyku dynamometru zanurzono w wodzie. Odczytany ciężar był o 30% mniejszy od ciężaru ciała w powietrzu. Obliczyć gęstość ciała. Gęstość wody $\rho = 1000\,\mathrm{kg/m^3}$. Wypór powietrza pominąć.

8.7. Kawałek metalu jest zawieszony na sprężynie. Gdy metal zanurzono w wodzie, długość sprężyny uległa skróceniu o $\Delta l_1 = 2{,}2\,\mathrm{cm}$. Po zanurzeniu metalu w cieczy o nieznanej gęstości, długość sprężyny uległa skróceniu o $\Delta l_2 = 1{,}8\,\mathrm{cm}$. Obliczyć nieznaną gęstość cieczy. Gęstość wody $\rho = 1000\ \mathrm{kg/m^3}$.

8.8. Ciało zawieszono na sprężynowej wadze. Po zanurzeniu ciała w wodzie waga wskazała wartość $Q_w = 18\,\mathrm{N}$. Gdy to samo ciało zanurzono w nafcie, waga wskazała wartość $Q_n = 19\,\mathrm{N}$. Jaka jest objętość V ciała, jeżeli gęstość nafty $\rho_n = 800\ \mathrm{kg/m^3}$, a gęstość wody $\rho_w = 1000\ \mathrm{kg/m^3}$?

8.9. Odważnik waży w powietrzu $P = 0{,}4\,\mathrm{N}$, w wodzie $Q = 0{,}35\,\mathrm{N}$, a w oliwie $R = 0{,}36\,\mathrm{N}$. Obliczyć ciężary właściwe odważnika i oliwy. Ciężar właściwy wody $\gamma_w = 1\,\mathrm{G/cm^3}$.

8.10. W cylindrycznym naczyniu o promieniu podstawy r znajduje się ciecz. Do jakiej wysokości h od dna naczynie powinno być wypełnione cieczą, aby jej parcie na dno naczynia było takie same, jak całkowite parcie na walcowatą - boczną ściankę naczynia?

8.11. Do lewego ramienia rurki w kształcie litery U nalano rtęci o gęstości $\rho_r = 13{,}6\ \mathrm{g/cm^3}$, a następnie nafty o gęstości $\rho_n = 0{,}8\ \mathrm{g/cm^3}$ na wysokość $h_n = 15\mathrm{cm}$ ponad poziom rtęci. Jaka powinna być wysokość h_w słupa wody o gęstości $\rho_w = 1\ \mathrm{g/cm^3}$, którą trzeba dolać do prawego ramienia rurki, aby jej górny poziom był o $\delta = 10\mathrm{cm}$ wyższy od górnego poziomu nafty w lewym ramieniu rurki?

8.12. Ciało w kształcie sześcianu o krawędzi $a = 0.5\,\mathrm{m}$ znajduje się w wodzie. Jaką pracę L należy wykonać, aby unieść to ciało powoli, ruchem jednostajnym, pionowo ku górze na odległość $s = 3\,\mathrm{m}$? Gęstość ciała $\rho_c = 1250\ \mathrm{kg/m^3}$, a gęstość wody $\rho_w = 1000\ \mathrm{kg/m^3}$.

8.13. Balon o pojemności $V = 7$ litrów napełniono wodorem o gęstości $\rho_w = 0{,}09\ \mathrm{kg/m^3}$. Masa powłoki balonu wynosi $m = 75\,\mathrm{g}$. Z jakim przyspieszeniem balon zacznie wznosić się w powietrzu o gęstości $\rho_p = 1{,}17\ \mathrm{kg/m^3}$?

8.14. Korkowa tratwa ratunkowa ma masę $m = 30\,\text{kg}$. Jakim maksymalnym ciężarem można obciążyć tratwę, aby nie uległa w wodzie całkowitemu zanurzeniu? Gęstość korka i wody odpowiednio wynoszą $\rho_k = 250\ \text{kg/m}^3$ i $\rho_w = 1025\ \text{kg/m}^3$.

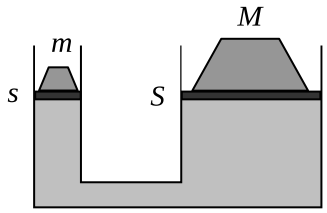
8.15. Złoty łańcuch, z przypuszczalną domieszką srebra, waży w powietrzu $Q_1 = 48\,\text{G}$, a w wodzie $Q_2 = 45\,\text{G}$. Jaki jest skład tego „złota", jeżeli wiadomo, że ciężar właściwy czystego złota $\gamma_1 = 19\,\text{G/cm}^3$, a srebra $\gamma_2 = 10{,}5\,\text{G/cm}^3$? Gęstość wody $\rho = 1000\ \text{kg/m}^3$.

8.16. Rurkowaty areometr o masie $m = 80\,\text{g}$ i średnicy $d = 1{,}8\,\text{cm}$ zanurza się w cieczy o gęstości $\rho_1 = 1{,}2\,\text{g/cm}^3$ do pewnej kreski na podziałce. Jaka jest gęstość innej cieczy, jeżeli ten sam areometr zanurzył się w niej o $\delta = 2{,}0\,\text{cm}$ głębiej?

8.17. Z głębokości $h = 70\,\text{cm}$ poniżej powierzchni wody zwolniono drewnianą kulkę o gęstości $\rho_d = 650\ \text{kg/m}^3$. Na jaką wysokość y ponad poziom wody wyskoczy kulka? Siły tarcia pominąć. Gęstość wody $\rho = 1000\,\text{kg/m}^3$.

8.18. Do wody, z wysokości $h = 70\,\text{cm}$ od jej powierzchni, spada swobodnie drewniana kulkę o gęstości $\rho_d = 650\,\text{kg/m}^3$. Obliczyć głębokość, na jaką zanurzy się kulka. Siły tarcia pominąć. Gęstość wody $\rho = 1000\,\text{kg/m}^3$.

8.19. Jaką masę M można podnieść obciążając masą m tłok urządzenia hydraulicznego przedstawionego na rysunku? Powierzchnie tłoków, na których spoczywają masy M i m wynoszą odpowiednio S i s.



8.20. W prasie hydraulicznej średnica tłoka wynosi $d = 1{,}6\,\text{cm}$, średnica prasy $D = 32\,\text{cm}$, ramię siły $k = 60\,\text{cm}$, ramię tłoka $l = 10\,\text{cm}$. Jaka jest siła Q wywierana przez prasę, jeżeli obsługuje ją robotnik, działający siłą $P = 12\,\text{kG}$? Czy wytworzone ciśnienie wystarczy do rozgniecenia kostki cementowej o krawędzi $a = 6\,\text{cm}$ i wytrzymałości na zgniecenie $F = 600\ \text{kG/cm}^2$?

8.21. Jakie będzie wskazanie czułej wagi, gdy umieścimy na niej $m = 1\,\text{kg}$ żelaza o gęstości $\rho_ż = 7800\ \text{kg/m}^3$, a jakie, gdy na wadze umieścimy $m = 1\,\text{kg}$ styropianu o gęstości $\rho_s = 25\ \text{kg/m}^3$? Gęstość powietrza $\rho_p = 1{,}185\ \text{kg/m}^3$.

8.22. W 1654 roku Otto von Guericke wykazał w doświadczeniu przeprowadzonym w Magdeburgu istnienie ciśnienia atmosferycznego. Zetknął ze sobą dwie, szczelnie dopasowane, mosiężne półkule o promieniu $r = 40\,\text{cm}$ każda i odpompował spomiędzy nich powietrze. Następnie dwa zaprzęgi, każdy po osiem koni, ciągnąc za półkule w przeciwne strony, nie były w stanie ich rozerwać. Obliczyć siłę niezbędną do rozerwania półkul magdeburskich.

8.23. Jaka jest masa powietrza nad powierzchnią $S = 1\,\mathrm{m}^2$ Ziemi, gdy wywierane przez nie ciśnienie jest równe ciśnieniu normalnemu? Jaka jest całkowita masa atmosfery ziemskiej? Średnie ciśnienie atmosferyczne przy powierzchni Ziemi $p = 1013\,\mathrm{hPa}$. Promień Ziemi $R_Z = 6370\,\mathrm{km}$.

8.24. W rurze poziomej o średnicy $d_1 = 5\,\mathrm{cm}$ płynie woda z prędkością $v_1 = 40\,\mathrm{cm/s}$ przy ciśnieniu $p_1 = 2\,\mathrm{kG/cm}^2$. W dalszej części rura jest węższa i panuje w niej ciśnienie $p_2 = 1{,}8\,\mathrm{kG/cm}^2$. Jaka jest prędkość v_2 wody w wąskiej części rury i jaka jest jej średnica? Gęstość wody $\rho = 1000\,\mathrm{kg/m}^3$.

8.25. Do tłoka ustawionej poziomo strzykawki o średnicy $d_1 = 1{,}5\,\mathrm{cm}$, przyłożona jest siła $F = 3\,\mathrm{N}$. Średnica igły wynosi $d_2 = 0{,}3\,\mathrm{mm}$. Z jaką prędkością będzie wypływała woda ze strzykawki? Rozważyć także przypadek, gdy strzykawka ustawiona jest igłą pionowo do góry, a sumaryczna wysokość słupa wody w strzykawce i w igle wynosi $h = 9\,\mathrm{cm}$.

8.26. Woda jest doprowadzana do piwnicy budynku rurą o średnicy $D = 5\,\mathrm{cm}$ pod ciśnieniem $p = 2$ barów. Prędkość przepływającej w rurze wody wynosi $v = 1\,\mathrm{m/s}$. Obliczyć prędkość oraz ciśnienie wody na drugiej kondygnacji budynku, do której woda doprowadzana jest poziomą rurą o średnicy $d = 1{,}9\,\mathrm{cm}$ wyprowadzoną na wysokość $h = 8\,\mathrm{m}$ ponad rurę doprowadzającą wodę do budynku.

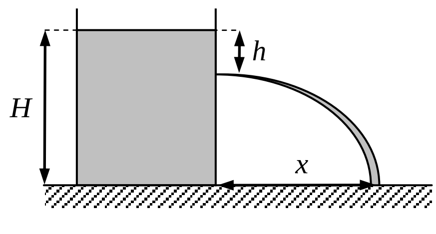
8.27. Struga wody wypływająca pionowo z kranu zwęża się ku dołowi. Poprzeczne pola przekrojów strugi odległe od siebie o $y = 35\,\mathrm{cm}$ wynoszą $S_1 = 1{,}5\,\mathrm{cm}^2$ i $S_2 = 0{,}5\,\mathrm{cm}^2$. Jaka objętość wody wypływa z kranu w czasie 1 sekundy?

8.28. W dnie szerokiego zbiornika z wodą powstał niewielki otwór. Jaka jest prędkość wody wypływającej z tego otworu, jeżeli poziom wody w zbiorniku ma wysokość $H = 3\,\mathrm{m}$, a obniżanie się tego poziomu jest zaniedbywanie małe? Rozważyć także przypadek, gdy otwór jest na tyle duży, że obniżanie się poziomu wody w zbiorniku jest zauważalne i wynosi $\mathrm{v}_0 = 5\,\mathrm{cm/s}$.

8.29. Do zbiornika nalewana jest woda w ilości $V = 15\,\mathrm{litrów/s}$. Jaka powinna być maksymalna średnica otworu d w dnie naczynia, aby poziom wody nie obniżył się poniżej poziomu $h = 3\,\mathrm{m}$?

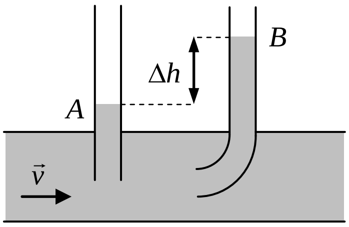
8.30. Wiadro wypełnione do wysokości $h = 50\,\mathrm{cm}$ wodą zawieszone jest na sprężynie i wykonuje drgania harmoniczne o okresie $T = 4\,\mathrm{s}$ i amplitudzie $A_0 = 30\,\mathrm{cm}$. W dnie wiadra znajduje się mały otwór, przez który wycieka woda. Jaka jest największa i najmniejsza prędkość wyciekającej z wiadra wody?

8.31. W zbiorniku z wodą o wysokości słupa cieczy $H = 1{,}5\,\mathrm{m}$ powstał niewielki otwór w odległości $h = 50\,\mathrm{cm}$ od powierzchni wody. Obliczyć prędkość wypływającej wody oraz liczoną u podstawy zbiornika odległość x, na którą doleci woda.

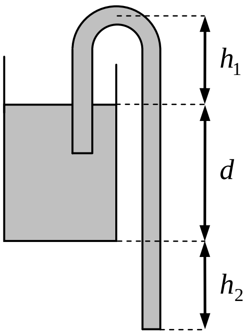


8.32. W zbiorniku napełnionym wodą do wysokości $H = 1{,}5\mathrm{m}$ powstały dwa otworki, z których jeden znajduje się $h = 50\mathrm{cm}$ poniżej poziomu wody, a drugi w tej samej odległości $h = 50\mathrm{cm}$ od dna zbiornika. Jaki jest stosunek prędkości wypływającej cieczy w otworze górnym do prędkości cieczy wypływającej z dolnego otworu? Poziom cieczy jest utrzymywany na tej samej wysokości.

8.33. W poziomej rurze płynie ciecz. Różnica poziomów tej cieczy w rurkach A i B wynosi $\Delta h = 8\,\text{cm}$. Średnice obydwu rurek są takie same. Jaka jest prędkość v przepływu cieczy w rurze?



8.34. Rysunek przedstawia schemat metody grawitacyjnego opróżniania zbiornika z cieczą przy pomocy odpowiednio wygiętej rurki lub wężyka. Zasysając jednorazowo ciecz przez dolny koniec rurki tak, by rurka wypełniła się cieczą, można zapoczątkować proces dalszego – samoistnego już opróżniania się zbiornika. Wyjaśnić fizyczną istotę tego procesu. Wykorzystując równanie Bernoulliego, obliczyć maksymalną wysokość h_1 wzniesienia rurki nad poziom cieczy, poniżej której proces opróżniania zbiornika będzie możliwy. Jaka będzie prędkość wypływającej z rurki cieczy? W obliczeniach przyjąć, że powierzchnia cieczy w zbiorniku jest tak duża, a średnica rurki tak mała, że poziom cieczy w zbiorniku obniża się bardzo powoli. Gęstość cieczy wynosi ρ, a przyspieszenie ziemskie g.



8.35. Jaką średnicę ma kulka, która spada w wodzie o współczynniku lepkości $\eta = 0{,}02\,\text{P}$, jeżeli gęstość kulki $\rho = 1200\ \text{kg/m}^3$, a prędkość kulki $v = 0{,}12\,\text{m/s}$? Gęstość wody $\rho = 1000\ \text{kg/m}^3$.

8.36. Jaką maksymalną prędkość osiąga kropla deszczu o średnicy $d = 1\,\text{mm}$, jeśli współczynnik lepkości dynamicznej powietrza $\eta = 10^{-5}\ \text{Pa}\cdot\text{s}$? Gęstość wody $\rho = 1000\ \text{kg/m}^3$.