

Proyecto: Cálculo de integrales de volumen en mallas poligonales

Autor: Lucas Llorc B.

Profesora: Nancy Hitschfeld K.

Curso: CC5502 - Geometría Computacional



El problema

Calcular el volumen, centro de masas y tensor de inercia de una maya poligonal cerrada, para poder utilizarlos en simulaciones físicas.

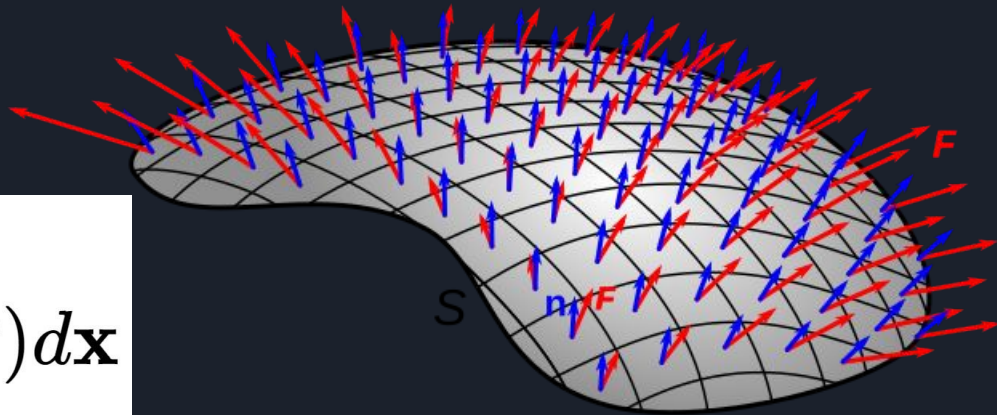
$$\mathbf{I} = \iiint_V \rho(x, y, z) (\|\mathbf{r}\|^2 \mathbf{E}_3 - \mathbf{r} \otimes \mathbf{r}) \, dx \, dy \, dz,$$

$$\mathbf{R} = \frac{1}{M} \iiint_Q \rho(\mathbf{r}) \mathbf{r} \, dV,$$

La solución

Utilizar el teorema de la divergencia para reducir las integrales de volumen a integrales de flujo.

$$\iint_S \mathbf{F} \cdot d\mathbf{S} = \iiint_E \text{div}(\mathbf{F}) d\mathbf{x}$$





Cómo funciona

$$\iiint_V 1 \, dV = \iiint_V \nabla \cdot \begin{pmatrix} x \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} dV = \oiint_S \begin{pmatrix} x \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \hat{n} \, dS$$



Cómo funciona

Se debe resolver la integral de flujo a mano para la función objetivo, el algoritmo es el siguiente:

1. Orientar las normales de las caras.
2. Triangular todas las caras de la maya.
3. Calcular el flujo en cada cara y sumar todos los resultados.



Demostración



Fuentes

- <https://people.sc.fsu.edu/~jburkardt/data/off/off.html>
- <https://chatgpt.com>
- https://doc.cgal.org/latest/Polygon_mesh_processing/index.html
- https://en.m.wikipedia.org/wiki/Moment_of_inertia
- <https://www.integral-calculator.com/>