SIMPLIFICACIÓN DE FUNCIONES DEL ÁLGEBRA DE BOOLE

Técnicas Digitales I

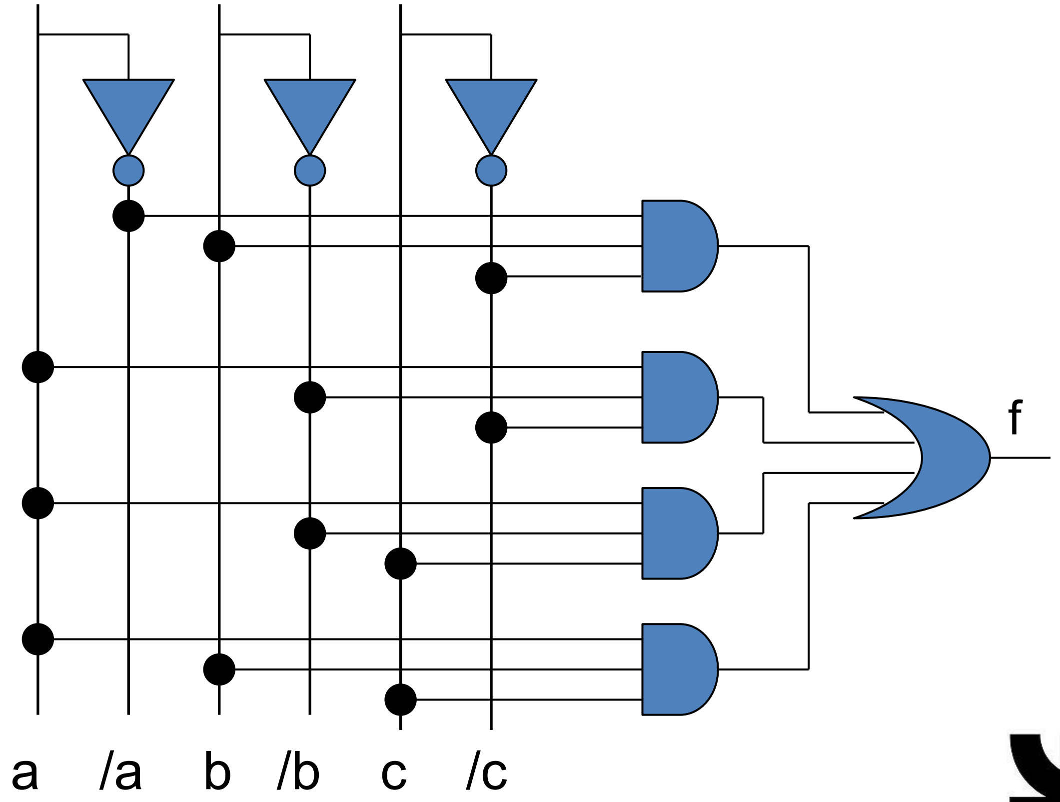
Luis Eduardo Toledo

REPRESENTACIONES DE UNA FUNCIÓN DEL ÁLGEBRA DE BOOLE

f(a,b,c)= /a.b./c + a./b./c + a./b.c + a.b.c

a	b	c	f
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

$$f(a,b,c) = \sum_{3} (2,4,5,7)$$



SIMPLIFICACIÓN

¿ Por qué simplificar?

- Produce un diagrama de circuitos lógicos con un número mínimo de compuertas y el número mínimo de entradas a las compuertas.

- La expresión más simple no es necesariamente única. La función del álgebra de Boole puede tener más de un mínimo.

- Las funciones en la forma de suma de productos canónicos se pueden simplificar mediante manipulaciones algebraicas; sin embargo es complicado. El método del mapa de Karnaugh nos da una forma sistemática para hacerlo.

SIMPLIFICACIÓN

ADYACENCIA LÓGICA

Dos términos son adyacentes lógicamente cuando difieren solamente en el estado de una variable. Ej: a./b.c + a.b.c

Difieren en la variable b. En ese caso se puede simplificar porque los dos términos se pueden agrupar como: a.c.(b+/b) y queda solamente a.c porque (b+/b) es igual a 1.

MAPA DE KARNAUGH

Se basa en que cada casilla del mapa es ADYACENTE físicamente y lógicamente con la que tiene al lado.

ab \ cd	00	01	11	10
00	0	1	3	2
01	4	5	7	6
11	12	13	15	14
10	8	9	11	10

MAPA DE KARNAUGH: EJEMPLO

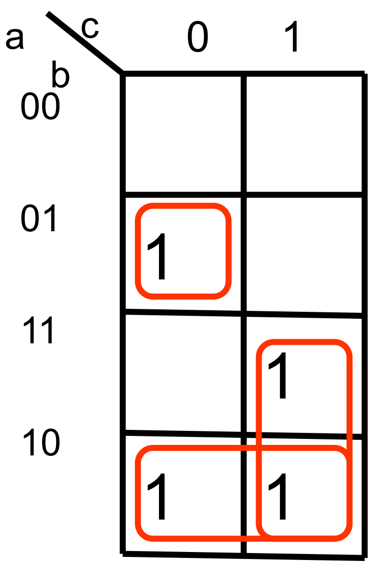
f(a,b,c)= /a.b./c + a./b./c + a./b.c + a.b.c

a	b	c	f
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

$$f(a,b,c)= \sum_{3}(2,4,5,7)$$

a b \ c	0	1
00		
01	1	
11		1
10	1	1

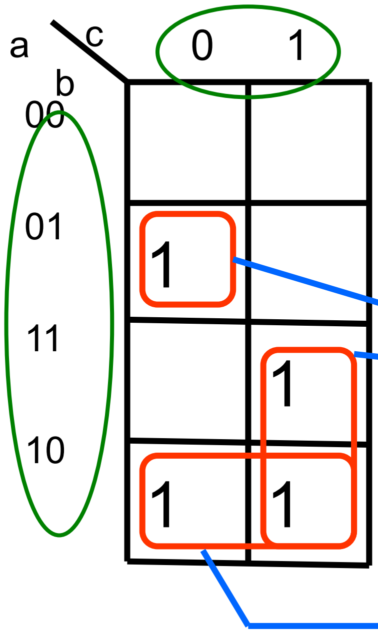
MAPA DE KARNAUGH: REGLAS



1) Se deben agrupar todos los unos del mapa con la menor cantidad de agrupamientos posibles y con la mayor cantidad posibles de unos por agrupamiento.

2) Los agrupamientos de los unos pueden ser hechos de a uno, dos, cuatro, ocho, etc.

MAPA DE KARNAUGH



¿Cómo se extrae la función?

Habrá tantos términos en la función como agrupamientos haya en el mapa.

$$f(a,b,c)= \underbrace{\qquad\qquad} + \underbrace{\qquad\qquad} + \underbrace{\qquad\qquad}$$

La variables adoptarán la forma directa o negada de acuerdo a si en el mapa valen uno o cero.

$$f(a,b,c)= /a.b./c + a./b + a.c$$

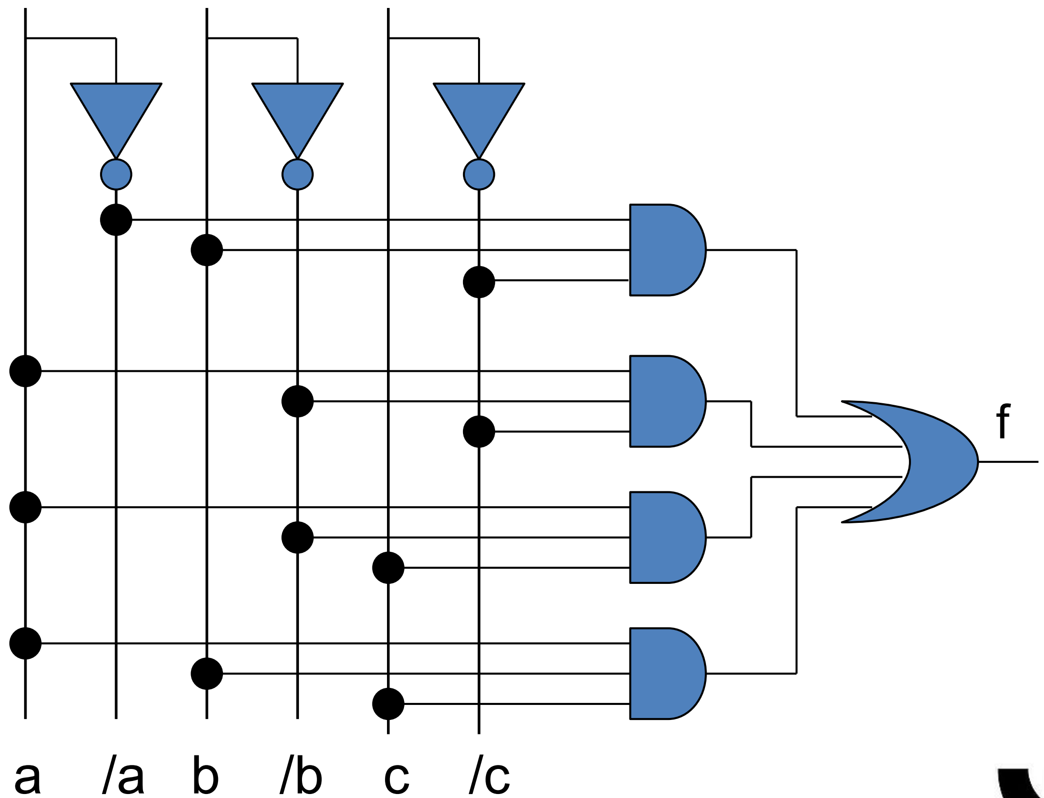
Las variables que cambian dentro del agrupamiento desaparecen

IMPLEMENTACIÓN DE LA FUNCIÓN

ab \ c	0	1
00		
01	1	
11		1
10	1	1

f(a,b,c)=/a.b./c + a./b + a.c

f(a,b,c)= /a.b./c + a./b./c + a./b.c + a.b.c

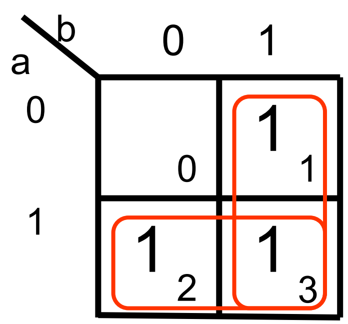


EJEMPLOS

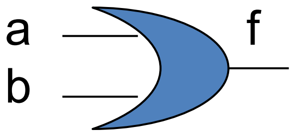
a	b	f
0	0	0
0	1	$\boxed{1}$
1	0	$\boxed{1}$
1	1	$\boxed{1}$

f(a,b)=/a.b + a./b +a.b

$$f(a,b)= \sum_{2}(1,2,3)$$



$$f(a,b)=\underbrace{a}_{}+\underbrace{b}_{}$$



ES LA SUMA LÓGICA !!

EJEMPLOS

Obtener la función simplificada

ab \ cd	00	01	11	10
00	1 0	1	3	2
01	1 4	1 5	7	1 6
11	1 12	13	15	1 14
10	1 8	9	11	10

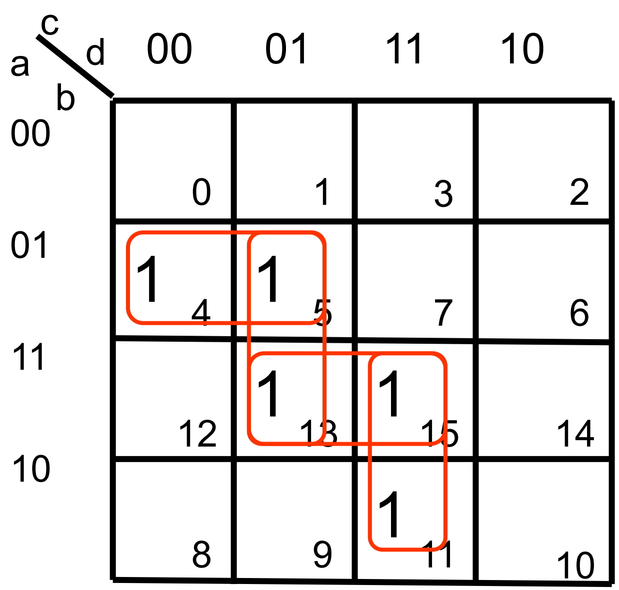
f(a,b,c,d)=/c./d + /a.b./c + b./d

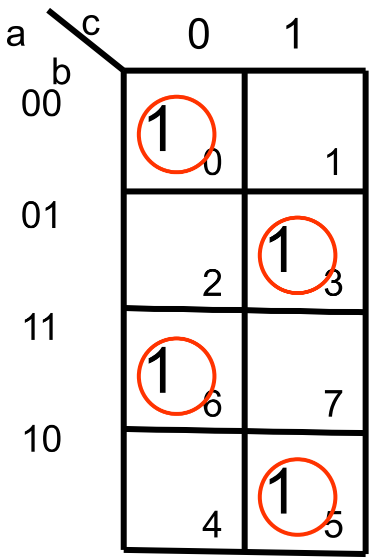
ab \ cd	00	01	11	10
00	1 0	1	3	1 2
01	4	1 5	1 7	6
11	12	1 13	1 15	14
10	1 8	9	11	1 10

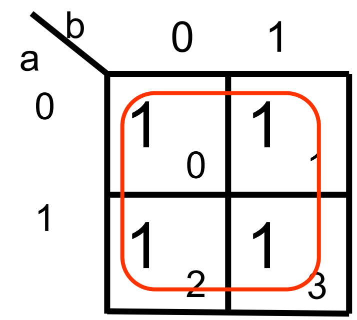
f(a,b,c,d)= b.d + /b./d

EJEMPLOS

Obtener la función simplificada







f (a,b) = 1

f(a,b,c,d)= /a.b./c + a.b.d + a.c.d

f(a,b,c)= /a./b./c + /a.b.c + a.b./c + a./b.c

f(a,b,c,d)= /a.b./c + b./c.d + a.c.d

CONDICIONES “SIN CUIDADO” (don´t care)

En algunas aplicaciones la función no está especificada para ciertas combinaciones de las variables

Como ejemplo, el código binario de cuatro bits para los dígitos decimales tiene seis combinaciones que no se usan y, en consecuencia, se consideran no especificadas.

Por esta razón, es costumbre llamar a los minitérminos no especificados de una función, condiciones “no importa” o “sin cuidado”.

Estas condiciones “sin cuidado” se pueden usar en un mapa para proporcionar simplificación adicional de la expresión booleana.

CONDICIONES “SIN CUIDADO”: EJEMPLO

Obtener la función simplificada

$$f(a,b,c,d)=\sum_4 (1,3,7,11,15)$$

Con las siguientes condiciones “sin cuidado”

$$g(a,b,c,d)= \sum_4 (0,2,5)$$

ab \ cd	00	01	11	10
00	X_{0}	1_{1}	1_{3}	X_{2}
01	0_{4}	X_{5}	1_{7}	0_{6}
11	0_{12}	0_{13}	1_{15}	0_{14}
10	0_{8}	0_{9}	1_{11}	0_{10}

$$f(a,b,c,d)= c.d + /a.d$$

$$f(a,b,c,d)= c.d + /a./b$$