

CÓDIGO DE HAMMING

Técnicas Digitales I

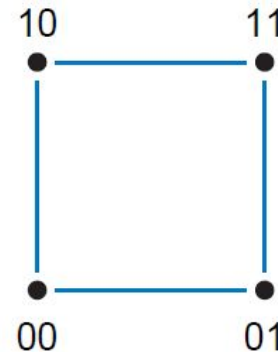
Luis Eduardo Toledo

CUBO n Y DISTANCIA

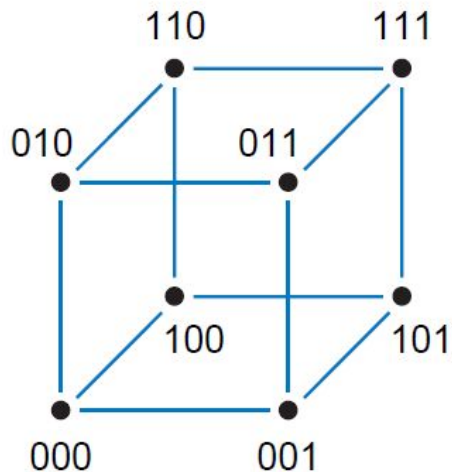
Una cadena de n bits puede visualizarse geométicamente, como un vértice de un objeto llamado **cubo n**



1-cube

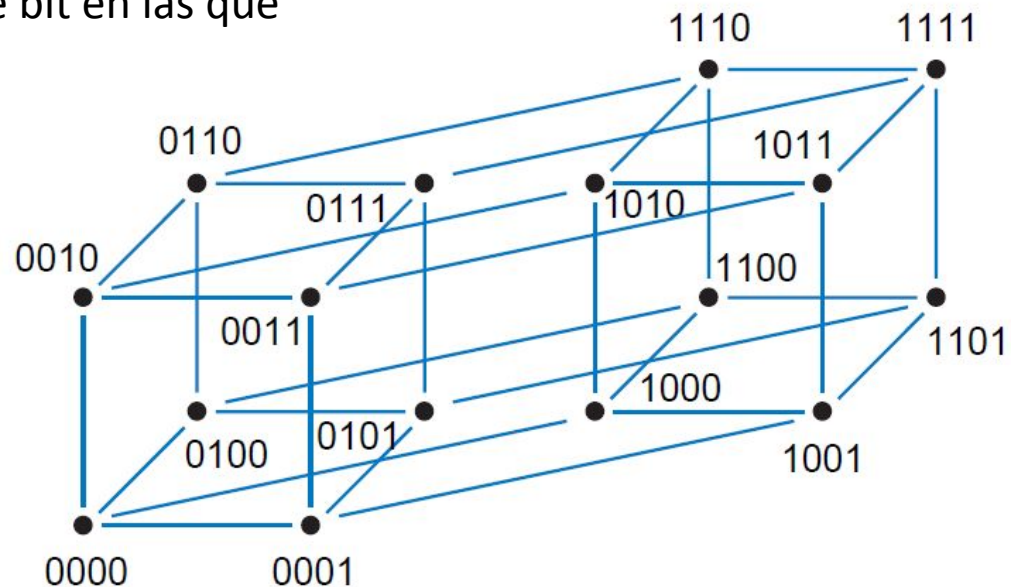


2-cube



3-cube

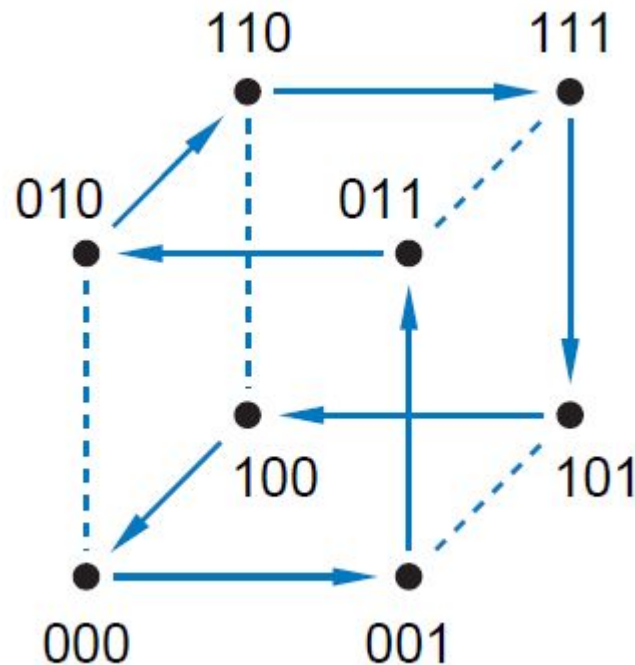
La **distancia** entre dos cadenas de n bits es el número de posiciones de bit en las que difieren.



4-cube

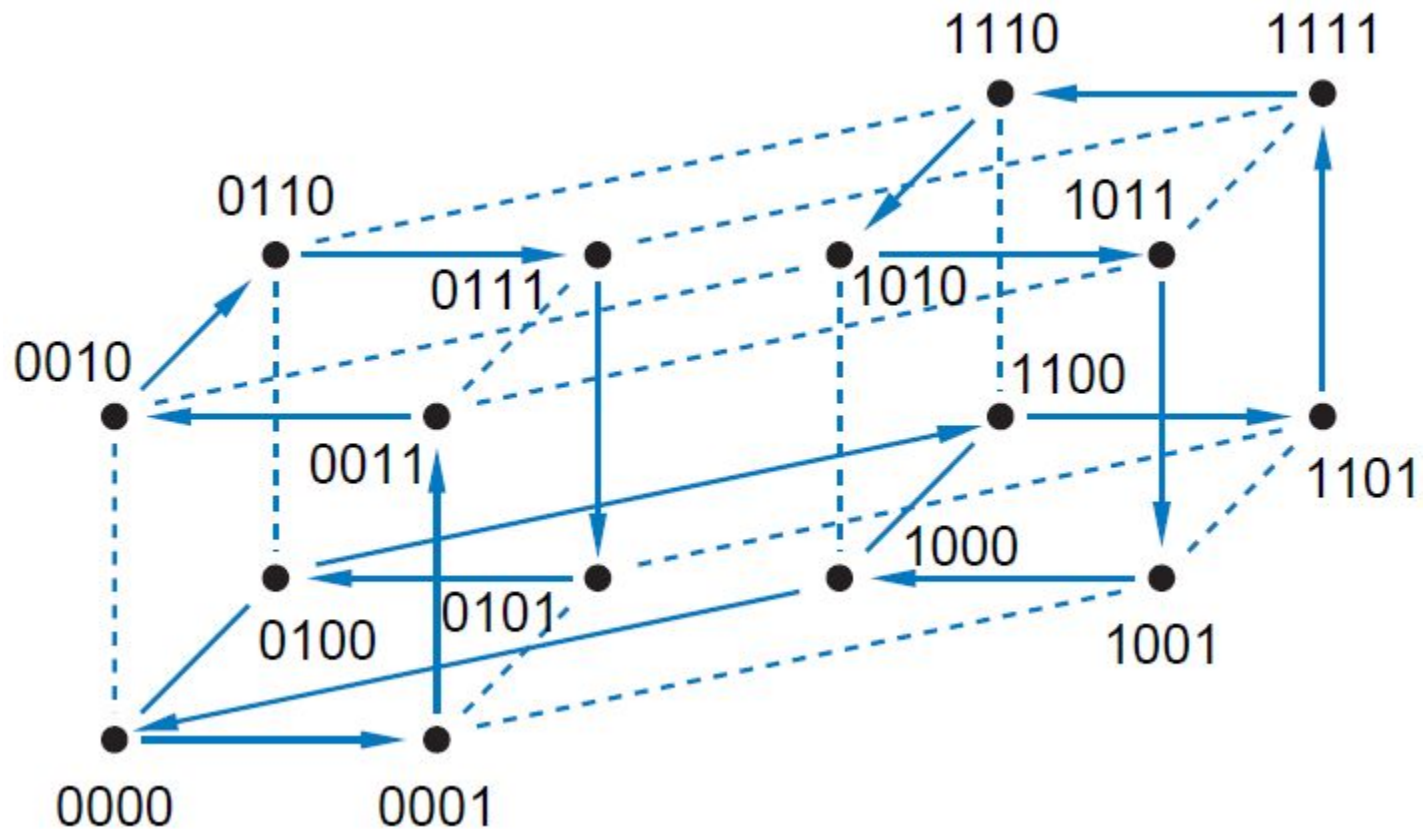
VISUALIZACIÓN DE CÓDIGOS

El diseño de un código de Grey de **n** bits es equivalente a encontrar un camino que recorra todos los vértices de un cubo **n** solo una vez con distancia 1.



Camino para el Código de Grey de **3** bits.

VISUALIZACIÓN DE CÓDIGOS

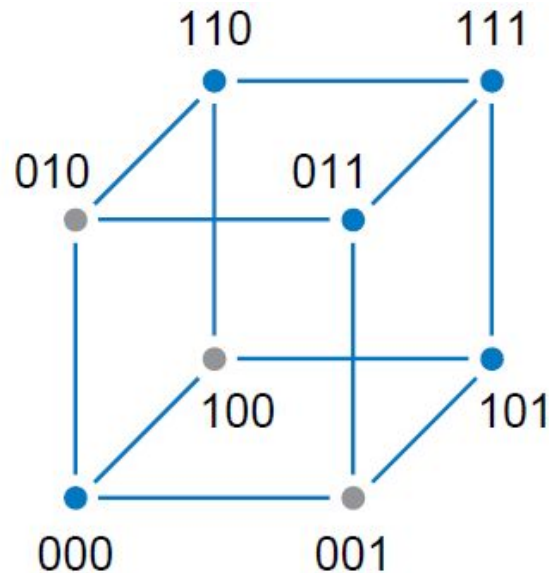


Camino para el Código de Grey de **4** bits.

DETECCIÓN DE ERRORES EN CÓDIGOS DE N BITS

Un código es simplemente un subconjunto de los vértices de un **cuadro n**.

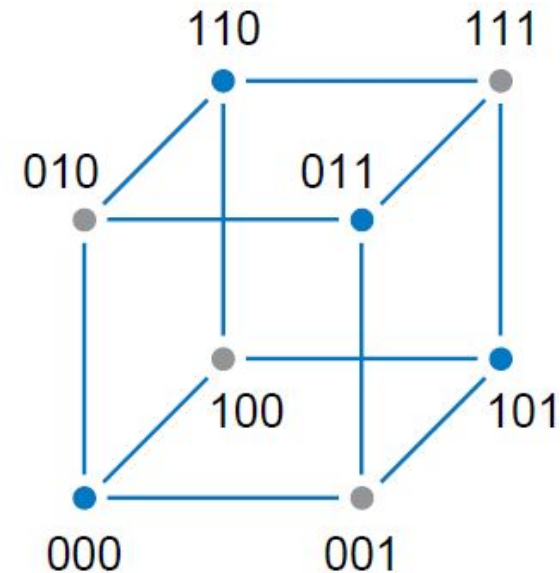
A fin de que el código detecte los errores de un bit, ninguna palabra del código (presente en un vértice) debe ser adyacente a otra palabra presente en otro vértice.



(a)

a) Un código que no puede detectar error.

Distancia = 1



(b)

b) Un código que si detecta error.

Distancia mínima = 2

CONSTRUCCIÓN DE UN CÓDIGO DETECTOR DE UN ÚNICO ERROR (1 BIT)

Necesitamos $n+1$ bits para construir un código detector de un único error con 2^n palabras de código.

Los primeros n bits de una palabra de código, llamados *bits de información*, pueden ser cualquiera de las 2^n palabras de n bits.

Para obtener un código con distancia mínima de 2, agregamos un bit extra llamado *bit de paridad*.

Código con distancia 2 y 3 bits de información		
Bits de Información	Código paridad par	Código paridad impar
0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 1
0 0 1	0 0 1 1	0 0 1 0
0 1 0	0 1 0 1	0 1 0 0
0 1 1	0 1 1 0	0 1 1 1
1 0 0	1 0 0 1	1 0 0 0
1 0 1	1 0 1 0	1 0 1 1
1 1 0	1 1 0 0	1 1 0 1
1 1 1	1 1 1 1	1 1 1 0

CONSTRUCCIÓN DE UN CÓDIGO DETECTOR Y CORRECTOR DE UN ÚNICO ERROR (1 BIT)

Usando mas de un *bit de paridad o bits de comprobación* y de acuerdo a reglas bien seleccionadas se puede construir un código cuya distancia mínima sea mayor a dos.

En 1950 W. R. Hamming describió un método general para construir códigos con distancia mínima de 3, ahora llamado código de Hamming.

Para cualquier valor de i , su método conduce a:

$2^i - 1$ bits de código con i bits de comprobación, y con $2^i - 1 - i$ bits de información.

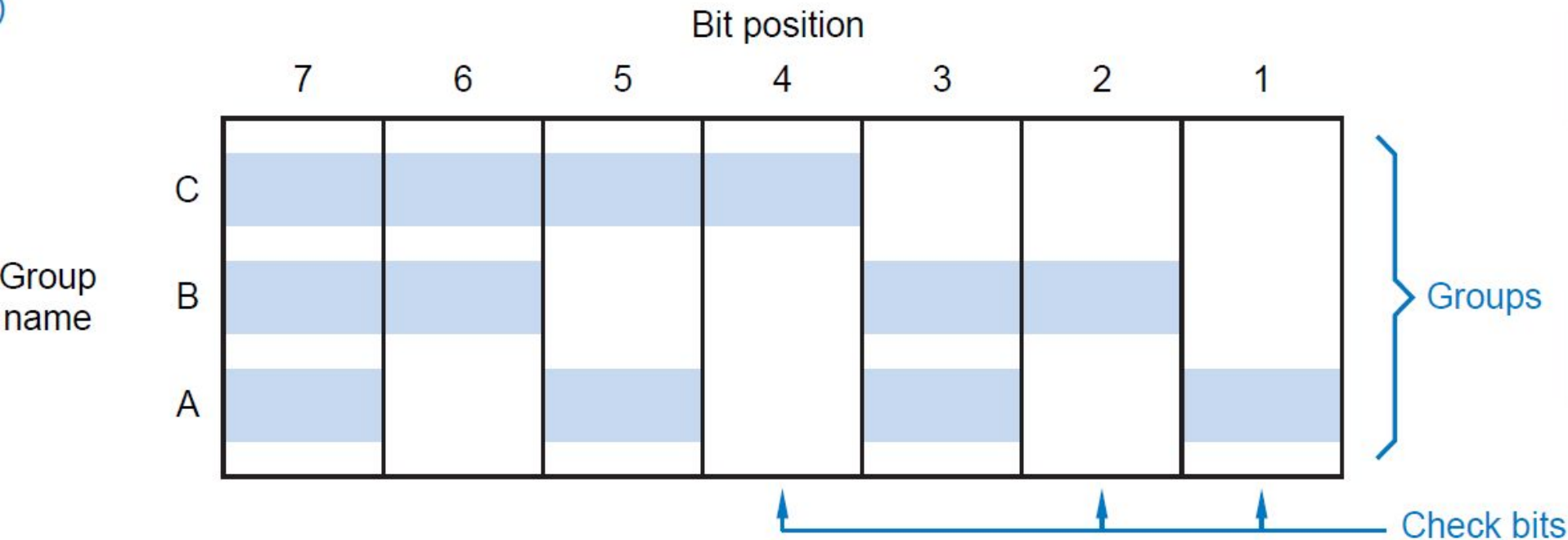
Las posiciones de los bits en una palabra del código de Hamming puede enumerarse del **1** al $2^i - 1$. Cualquier posición cuyo número es una potencia de 2 corresponde a un bit de paridad o comprobación y las restantes posiciones son *bits de información*.

MATRIZ DE COMPROBACIÓN DE PARIDAD

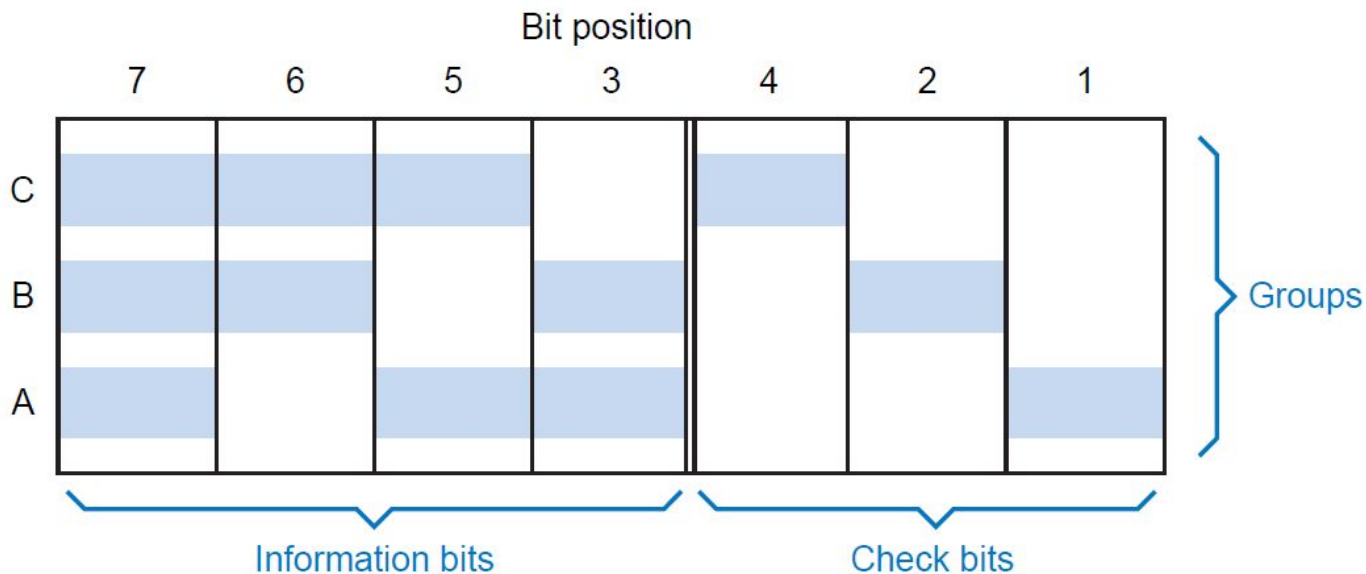
Cada uno de los **bit de paridad o comprobación** se agrupa con un subconjunto de los bits de información de acuerdo a la matriz de comprobación de paridad.

Cada **bit de paridad o comprobación** se agrupa con las posiciones de información cuyos números tengan un 1 en el mismo bit cuando se lo expresa en binario.

Para una combinación dada de valores de **bits de información**, cada **bit de paridad o comprobación** se escoge para que produzca paridad par, de manera que el número total de unos en su grupo sea par.



CÓDIGO CON DISTANCIA MÍNIMA DE 3



Código con distancia mínima de 3

bits de información	bits de paridad
0000	000
0001	011
0010	101
0011	110
0100	110
0101	101
0110	011
0111	000
1000	111
1001	100
1010	010
1011	001
1100	001
1101	010
1110	100
1111	111

CÁLCULO DE LOS BITS DE REDUNDANCIA EN EL CÓDIGO DE HAMMING PARA DATO: 7b

CÁLCULO DE LOS BITS DE REDUNDANCIA EN EL CÓDIGO DE HAMMING PARA DATO: 7b

Data : 1001101

11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
1	0	0		1	1	0		1		

r1

11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
1	0	0		1	1	0		1		1

r2

11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
1	0	0		1	1	0		1	0	1

r4

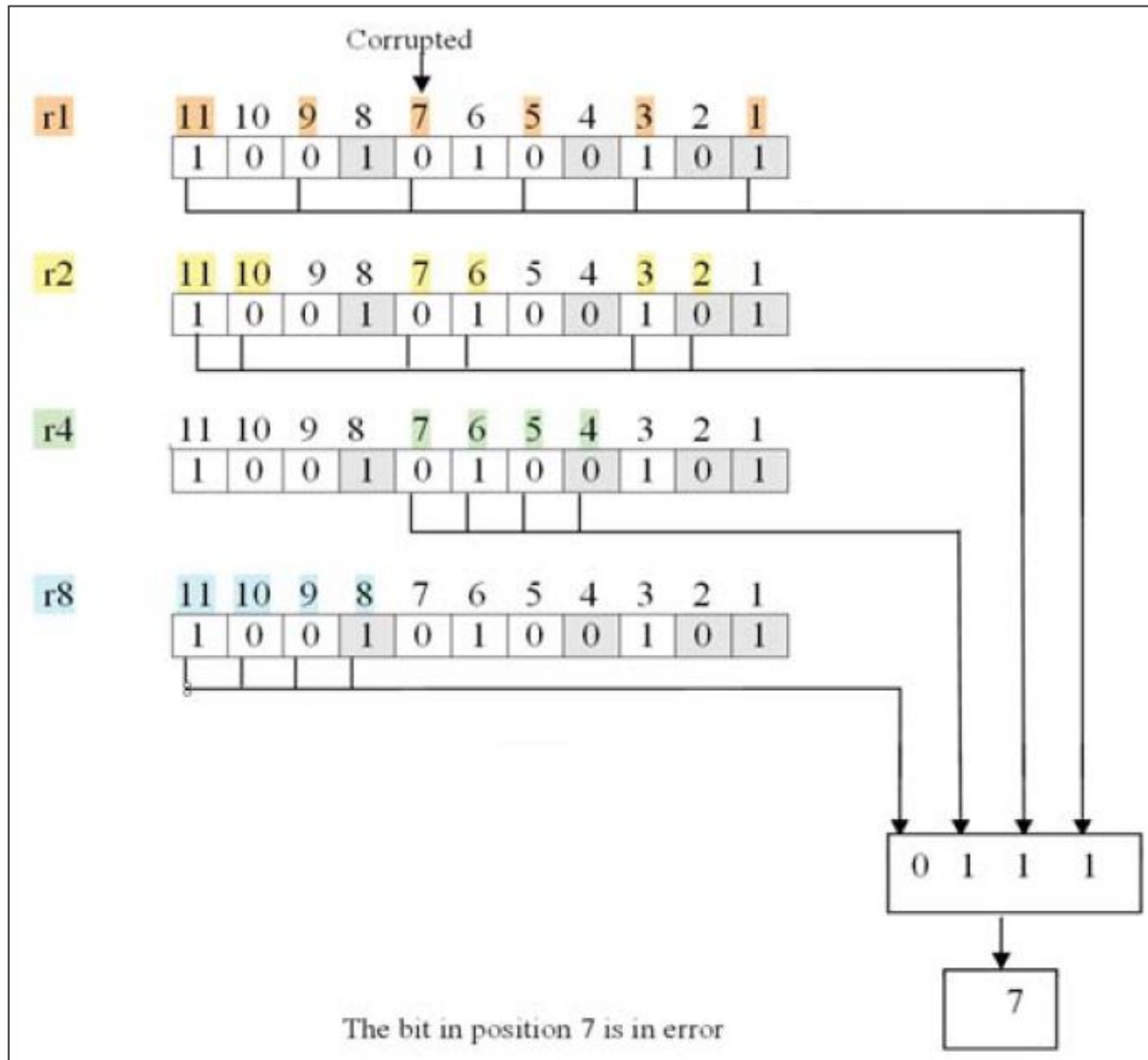
11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
1	0	0		1	1	0	0	1	0	1

r8

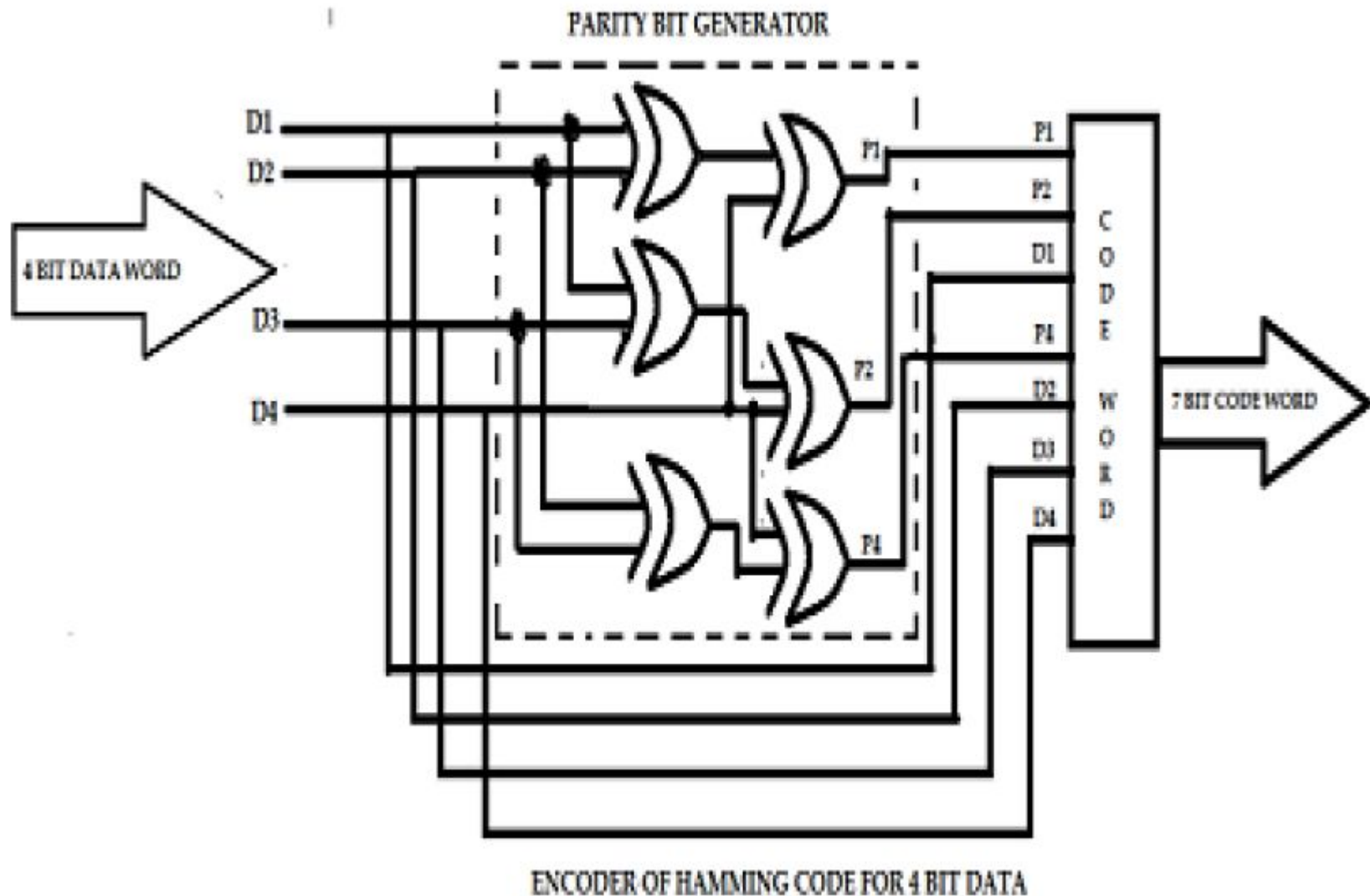
11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
1	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1

Encoded Data : 10011100101

DETECCIÓN Y CORRECCIÓN DE ERROR USANDO EL CÓDIGO DE HAMMING



CIRCUITO CODIFICADOR DEL CÓDIGO DE HAMMING PARA 4 BITS DE DATOS



CIRCUITO GENERADOR DEL BIT DE COMPROBACIÓN EN EL CÓDIGO DE HAMMING DE 4 BITS DE DATOS

