Exercícios

1. Suponha que a resposta de um sistema dinâmico seja dado por:

$$x(t) = -10e^{-t} + cos(5t)$$

- Achar a resposta transitória e a resposta permanente.
- Plotar a resposta transitória, a resposta permanente e a resposta do sistema em uma mesma figura usando Matlab.

```
syms t;
x_t = -10*exp(-t) + cos(5*t);

x_transitoria = -10*exp(-t);

x_permanente = cos(5*t);

fplot(x_t, [0, 10], 'LineWidth', 2); hold on;
fplot(x_transitoria, [0, 10], '--r', 'LineWidth', 2);
fplot(x_permanente, [0, 10], '--g', 'LineWidth', 2);
grid on;

legend('Resposta Total', 'Resposta Transitória', 'Resposta Permanente');
xlabel('Tempo (t)');
ylabel('x(t)');
title('Resposta Transitória e Permanente');
```

2. O modelo matemático de sistemas mecânicos com 1GDL com apenas uma massa m, uma mola k e um amortecedor c é dado pela EDOL

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = f(t)$$

sendo $x(t)$ a resposta no tempo e $f(t)$ a excitação.

- Calcular a função de transferência do sistema.
- Mostrá-la de forma simbólica usando Matlab. Nota: usar o comando `pretty`.
- Aplicar uma excitação do tipo degrau unitário e apresentar a resposta $x(t)$ de forma gráfica. Assumir os seguintes parâmetros do sistema: $m = 1kg$, $c = 2N.s/m$ e $k = 4N/m$. Nota: Simular usando o comando `step` do Matlab.

```
syms s;
```

```
G_s = 1 / (1*m*s^2 + 2*s + 4);

pretty(G_s);
```

```
      1
------------
 2
s  + 2 s + 4
```

```
[num, den] = numden(G_s);
num = sym2poly(num);
den = sym2poly(den);
G_tf = tf(num, den);

figure;
step(G_tf);
grid on;
title('Resposta ao Degrau Unitário');
ylabel('x(t)');
```

3. O modelo matemático do sistema mecânico da Figura 18 é dado por

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = c\dot{y} + ky$$

sendo $x(t)$ o deslocamento da massa ao longo do tempo e $y(t)$ é a excitação do tipo

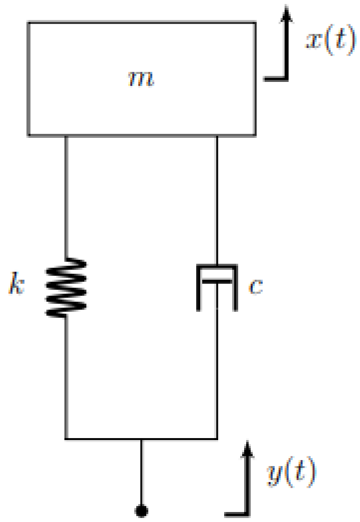


Figura 18: Sistema mecânico Massa-Mola-Amortecedor.

deslocamento da base.

- Calcular a função de transferência do sistema.
- Mostrá-la de forma simbólica usando Matlab.
- Aplicar ao sistema uma excitação senoidal com amplitude 2 e frequência $1rad/s$. Apresentar a resposta $x(t)$ de forma gráfica. Assumir os seguintes parâmetros do sistema: $m = 1kg$, $c = 2N.s/m$ e $k = 4N/m$.
- Calcular a resposta temporal $x(t)$ para a entrada do item anterior.

```
t = 0:0.05:20;
y_t = 2*sin(t);

x_t = lsim(G_tf, y_t, t);

figure;
plot(t, y_t, '--r', 'LineWidth', 1.5); hold on;
plot(t, x_t, 'b', 'LineWidth', 2);
grid on;
legend('Entrada: Senoidal (y(t))', 'Saída: x(t)');
xlabel('Tempo (s)');
ylabel('Deslocamento x(t)');
title('Resposta do Sistema à Entrada Senoidal');
```

$$f(t) = \begin{cases} \frac{2}{1}t = 2t, & 0 \le t \le 0.5 \\ 0, & t > 0.5 \end{cases}$$

4. Calcular a Transformada de Laplace do sinal mostrado na Figura 19.

   Sugestão: Usar a definição de Transformada de Laplace e usar integração por partes.

```
syms t s;
f_t = 2*t * (heaviside(t) - heaviside(t - 0.5)); % Definição do sinal
F_s = laplace(f_t, t, s); % Transformada de Laplace

disp('Transformada de Laplace de f(t):');
```

```
Transformada de Laplace de f(t):
```

```
disp(F_s);
```

$$\frac{2}{s^2} - \frac{2\,e^{-\frac{s}{2}}}{s^2} - \frac{e^{-\frac{s}{2}}}{s}$$

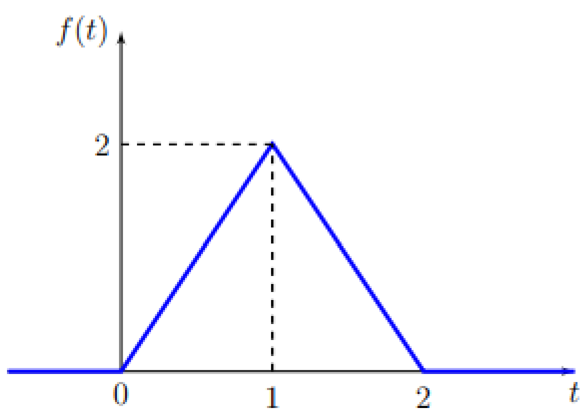


Figura 20

```
syms t s;
f = piecewise(0 <= t <= 1, 2*t, 1 < t <= 2, -2*t + 4, t > 2, 0);
F = laplace(f, t, s);
simplify(F)
```

```
ans =
```

$$\mathrm{laplace}\left(\begin{cases} 2\,t & \text{if } t \in [0,1] \\ 4 - 2\,t & \text{if } t \in (1,2] \\ 0 & \text{if } 2 < t \end{cases}, t, s\right)$$

6. Dada a Figura 21, encontrar a Transformada de Laplace da função e reproduzi-la em MatLab.

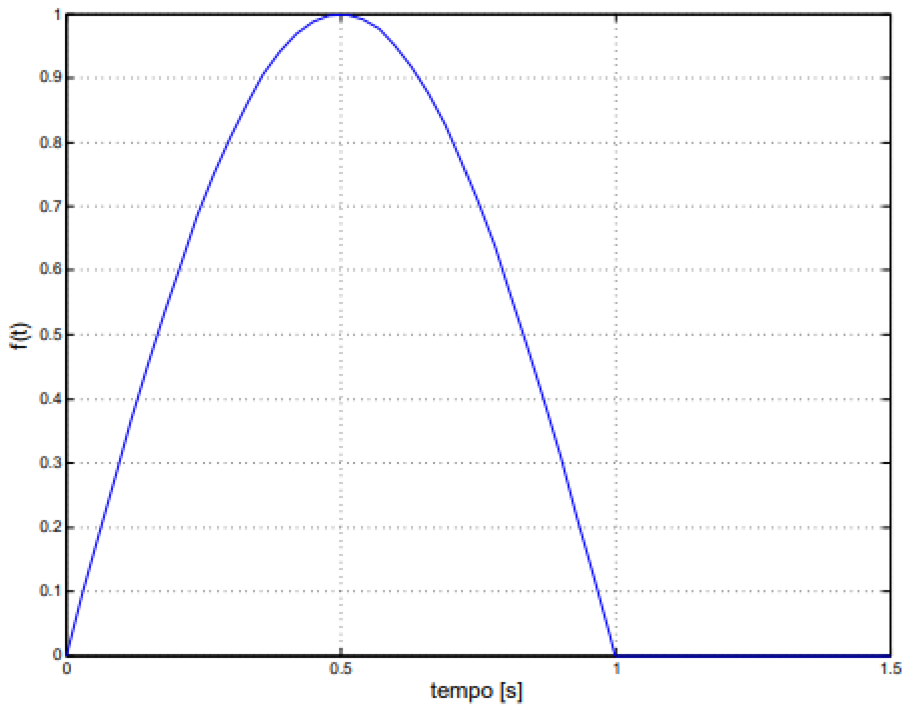


Figura 21

```
syms t s;
f_t = 4*t*(1 - t) * (heaviside(t) - heaviside(t - 1));
F_s = laplace(f_t, t, s);
pretty(F_s)
```

```
4 exp(-s)   8 exp(-s)    4    8
--------- + --------- + -- - --
     2           3        2    3
    s           s        s    s
```

```
disp('Transformada de Laplace de f(t):');
```

```
Transformada de Laplace de f(t):
```

```
disp(F_s);
```

$$\frac{4\,e^{-s}}{s^2} + \frac{8\,e^{-s}}{s^3} + \frac{4}{s^2} - \frac{8}{s^3}$$

```
fplot(f_t, [0, 1.5]);
grid on;
xlabel('tempo [s]');
ylabel('f(t)');
```

```
title('Função f(t)');
```

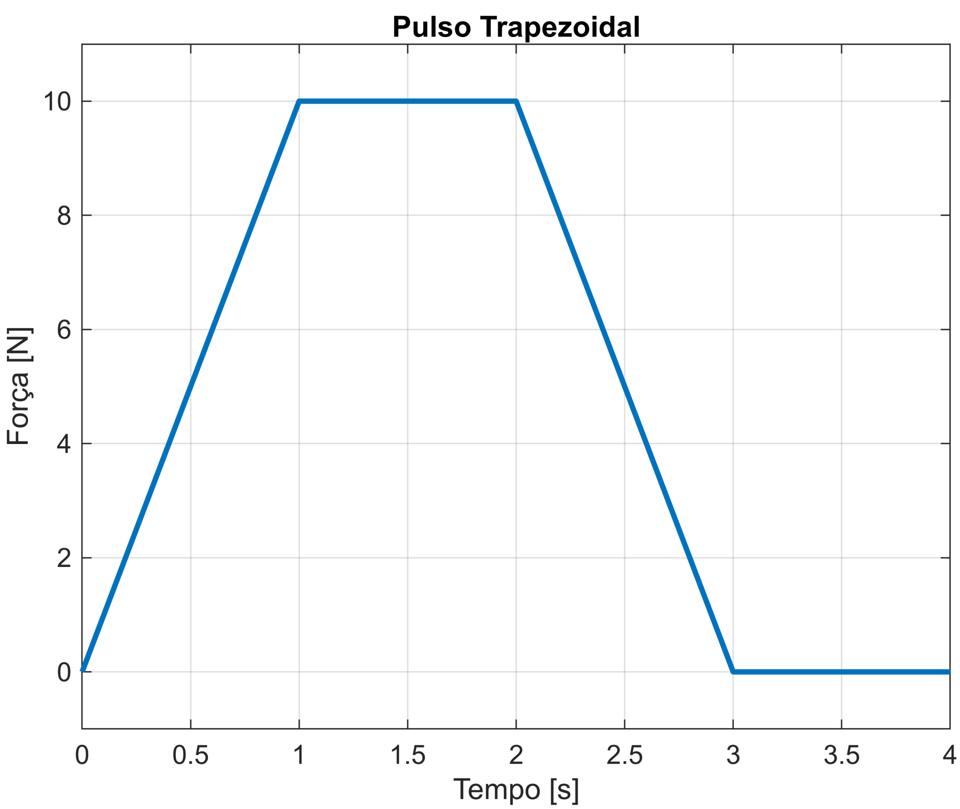
7. Na Figura 22 são apresentados alguns for¸camentos que podem ser obtidos a partir de combina¸c˜oes de outros for¸camentos. Com base na Figura 22, gerar o pulso trapezoidal conforme ilustrado na Figura 23 usando o prompt do MatLab, onde F0 = 10N, t1 = 1s, t2 = 2s, t3 = 2s.

```
clc; clear; close all;
syms t

F0 = 10;
t1 = 1;
t2 = 2;
t3 = 3;

f_t = (F0/t1)*t * (heaviside(t) - heaviside(t - t1)) + ... % Subida
      F0 * (heaviside(t - t1) - heaviside(t - t2)) + ...   % Nível constante
      (F0/(t3 - t2)) * (t3 - t) * (heaviside(t - t2) - heaviside(t - t3)); % Descida

fplot(f_t, [0 4], 'LineWidth', 2);
grid on;
xlabel('Tempo [s]');
ylabel('Força [N]');
title('Pulso Trapezoidal');
ylim([-1 11]);
```




```
```