Algorithmenentwurf HA 6

Lukas Brandt: 7011823, Clemens Damke: 7011488, Lukas Giesel: 7011495
26. Mai 2016

Aufgabe 9

a. Rekursive Definition

$$\tau(i,j) := \mathbb{N}_0 \cap \begin{cases} [i,j] & \textbf{if } i \leq j \\ [0,n-1] \setminus]j,i[& \textbf{if } i > j \end{cases}$$

$$t[i,j] := \begin{cases} 0 & \textbf{if } \min\{\, q \mid j \equiv i + q \bmod n \,\} \leq 1 \\ \min\{\, t[i,k] + \Delta(i,k,j) + t[k,j] \mid k \in \tau((i+1 \bmod n), (j-1 \bmod n)) \,\} & \textbf{else} \end{cases}$$

b. Algorithmus

Algorithm 1 Minimales Gewicht Triangulierung

function MinimalesGewichtTriangulierung($\langle v_0, \ldots, v_{n-1} \rangle$)
    if $n \leq 2$ **then return** 0 ▷ $\mathcal{O}(1)$

    for $i \leftarrow 0$ **to** $n-1$ **do** ▷ $\mathcal{O}(n)$
        $t[i, (i+1 \bmod n)] \leftarrow 0$

    for $l \leftarrow 2$ **to** $n-1$ **do** ▷ $\mathcal{O}(n)$
        for $i \leftarrow 0$ **to** $\begin{cases} \textbf{if } l \neq n-1\text{:} & n-1 \\ \textbf{else:} & 0 \end{cases}$ **do** ▷ $\mathcal{O}(n) \cdot \mathcal{O}(n) = \mathcal{O}(n^2)$
            $m \leftarrow \infty$
            $j \leftarrow i + l \mod n$
            for $d \leftarrow 1$ **to** $l-1$ **do** ▷ $\mathcal{O}(n^2) \cdot \mathcal{O}(n) = \mathcal{O}(n^3)$
                $k \leftarrow i + d \mod n$
                $m_0 \leftarrow t[i,k] + |v_i v_k| + |v_k v_j| + |v_j v_i| + t[k,j]$
                if $m_0 < m$ **then** $m \leftarrow m_0$
            $t[i,j] \leftarrow m$

    return $t[0, n-1]$

c. Laufzeit

Der Algorithmus besteht im Wesentlichen aus drei verschachtelten Schleifen, die alle bis zu n mal ausgeführt werden. Die Operationen in den Schleifen benötigen alle nur konstante Zeit. Insgesamt ergibt sich also eine Laufzeit von $\mathcal{O}(n^3)$.

Aufgabe 10