EA044A – Planejamento e Análise de Sistemas de Produção
2o. Semestre de 2010 - Prova 2 - Prof. Vinícius A.Armentano

Questão 1

a)

Para que o lucro de x_3 seja competitivo, $\bar{c}_3^{'} = \bar{c}_3 - \delta \leq 0$, e portanto, $\delta \geq 2$.

Daí, $c_3^{'} = c_3 + \delta \geq c_3 + 2 = 15$.

b)

$$\mathbf{a}_1^{'} = \mathbf{B}^{-1}\mathbf{a}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -4 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix}$$

$$\bar{c}_1^{'} = c_1^{'} - \mathbf{c_B}\mathbf{B}^{-1}\mathbf{a}_1 = 24 - \quad [5 \quad 0] \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -4 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix} = 14$$

z	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	LD	VB
1	-14		2	5		100	z
	2	1	3	1		20	x_2
	-3		-2	-4	1	10	s_2

x_1 entra na base e $\min\{20/2\} = 10 \rightarrow x_2$ sai da base.

z	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	LD	VB
1		7	24	12		240	z
	1	$1/2$	$3/2$	$1/2$		10	x_1
		$3/2$	$-5/2$	$-5/2$	1	40	s_2

c)

$$\bar{c}_4' = c_4' - \mathbf{c_B}\mathbf{B}^{-1}\mathbf{a}_4 = 20 - \begin{bmatrix} 5 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 5 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix} = -5$$

$$\mathbf{a}_4' = \mathbf{B}^{-1}\mathbf{a}_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -4 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ -15 \end{bmatrix}$$

z	x_1	x_2	x_3	x_4	s_1	s_2	LD	VB
1	10		2	5	5		100	z
	1	1	3	5	1		20	x_2
	8		-2	-15	-4	1	10	s_2

d)

$$\mathbf{c_B}\mathbf{B}^{-1} = \begin{bmatrix} 5+\delta & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -4 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5+\delta & 0 \end{bmatrix}$$

$$\bar{c}_1 = c_1 - \mathbf{c_B}\mathbf{B}^{-1}\mathbf{a}_1 = -5 - \begin{bmatrix} 5+\delta & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 12 \end{bmatrix} = -10 - \delta$$

$$\bar{c}_3 = 13 - \begin{bmatrix} 5+\delta & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 10 \end{bmatrix} = -2 - 3\delta$$

$$\bar{c}_{s_1} = 0 - \begin{bmatrix} 5+\delta & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = -5 - \delta$$

$$-10 - \delta \leq 0 \quad -2 - 3\delta \leq 0 \quad -5 - \delta \leq 0$$

$$\delta \geq -\frac{2}{3}$$

e)

$2x_1 + 2x_2 + 5x_3 + s_3 = 30$

z	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3	LD	VB
1	10	0	2	5	0	0	100	z
	1	1	3	1	0	0	20	x_2
	8	0	-2	-4	1	0	10	s_2
	2	2	5	0	0	1	30	s_3

z	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3	LD	VB
1	10	0	2	5	0	0	100	z
	1	1	3	1	0	0	20	x_2
	8	0	-2	-4	1	0	10	s_2
	0	0	$\boxed{-1}$	-2	0	1	-10	s_3

s_3 sai da base. $\max\{-2/1, -5/2\} = -2 \rightarrow x_3$ entra na base.

z	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3	LD	VB
1	10			1		2	80	z
	1	1		$\boxed{-5}$		3	-10	x_2
	8			0	1	-2	30	s_2
	0		1	2		-1	10	x_3

x_2 sai da base. $\max\{-1/5\} = -1/5 \rightarrow s_1$ entra na base.

z	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3	LD	VB
1	$51/5$	$1/5$				$13/5$	78	z
	$-1/5$	$-1/5$		1		$-3/5$	2	s_1
	8	0			1	-2	30	s_2
	0	$2/5$	1			$1/5$	6	x_3

Questão 2

a)

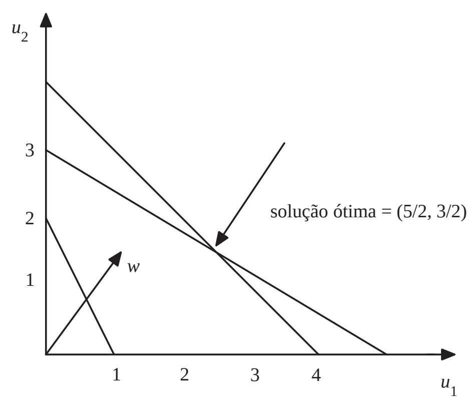
Problema primal

$$\begin{array}{rrrrl} \max z = & 4x_1 & +15x_2 & +2x_3 & \\ & x_1 & +3x_2 & +2x_3 & \leq 15 \\ & x_1 & +5x_2 & +x_3 & \leq 20 \\ & x_1 \geq 0 & x_2 \geq 0 & x_3 \geq 0 & \end{array}$$

Problema dual

$$\begin{array}{rrrl} \min w = & 15u_1 & +20u_2 & \\ & u_1 & +u_2 & \geq 4 \\ & 3u_1 & +5u_2 & \geq 15 \\ & 2u_1 & +u_2 & \geq 2 \\ & u_1 \geq 0 & u_2 \geq 0 & \end{array}$$

b)



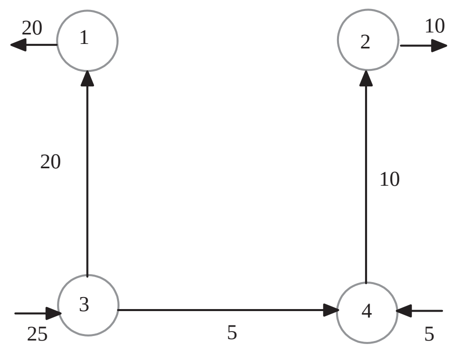
c) Solução do dual: $w = 67,5,\ u_1 = \frac{5}{2},\ u_2 = \frac{3}{3}$. Isto implica que as restrições do problema primal estão ativas. Como a terceira restrição do dual não está ativa, tem-se $x_3 = 0$. Portanto, a solução ótima do primal é dada pela solução do sistema

$$\begin{array}{rrl} x_1 & +3x_2 & = 15 \\ x_1 & +5x_2 & = 20 \end{array}$$

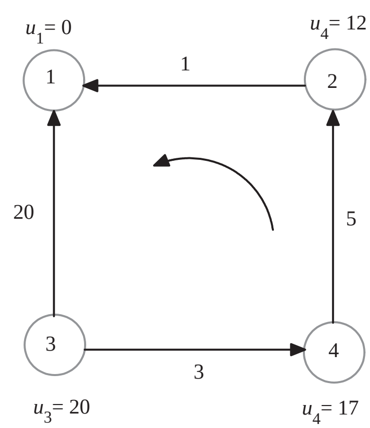
que fornece $x_1 = \frac{15}{2},\ x_2 = \frac{5}{2},\ z = 67,5$.

Questão 3

Solução inicial



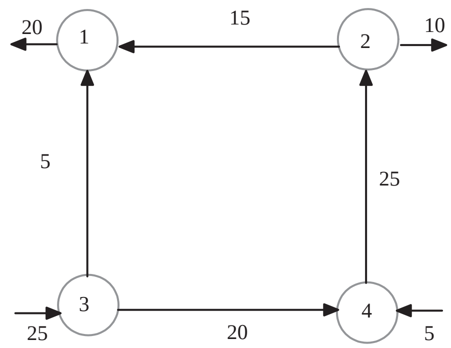
Cálculo das variáveis duais e dos custos reduzidos

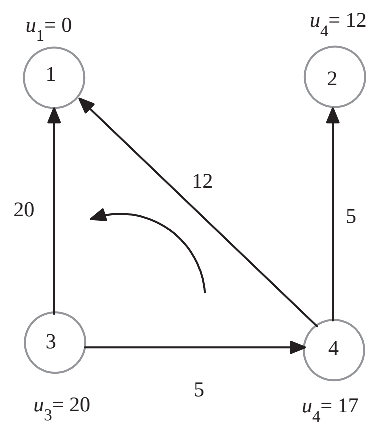


$$\bar{c}_{21} = c_{21} - (u_2 - u_1) = 1 - (12 - 0) = -11$$
$$\bar{c}_{41} = c_{41} - (u_4 - u_1) = 12 - (17 - 0) = -5$$

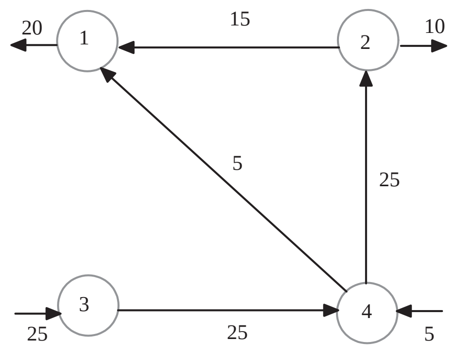
Nova solução

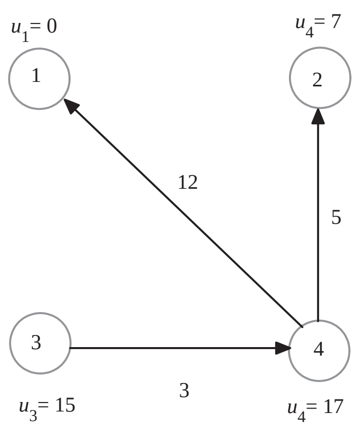
A base permanece igual e o fluxo no arco $(2, 1)$ vai para seu limite superior.





Nova solução





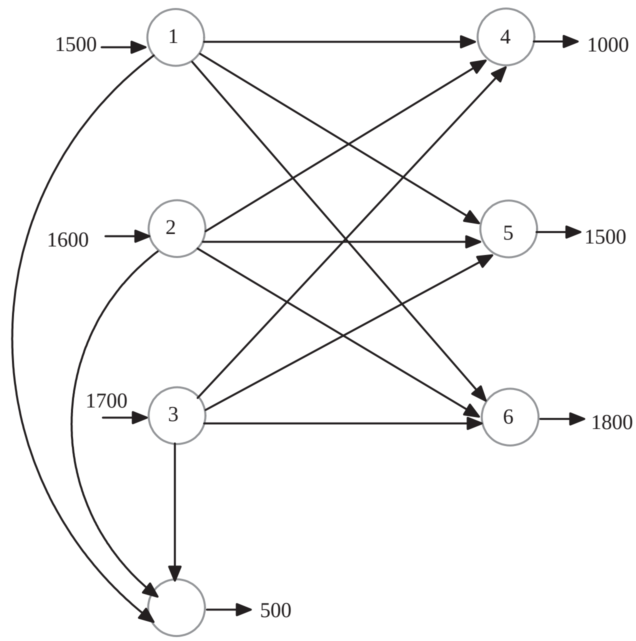
Cálculo das variáveis duais e dos custos reduzidos

$$\bar{c}_{21} = c_{21} - (u_2 - u_1) = 1 - (7 - 0) = -6$$
$$\bar{c}_{31} = c_{42} - (u_3 - u_1) = 20 - (15 - 0) = 5$$

Solução corrente é ótima.

Questão 4. Admite duas soluções equivalentes

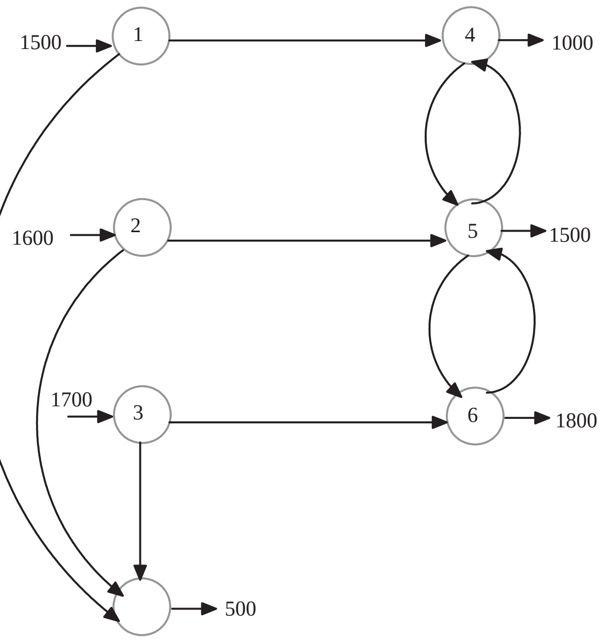
Solução 1



Custo unitário nos arcos

$$c_{14} = 4, \quad c_{15} = 4 + 2 = 6, \quad c_{16} = 4 + 2 + 2 = 8$$
$$c_{24} = 4 + 15 = 19, \quad c_{25} = 4, \quad c_{26} = 4 + 2 = 6$$
$$c_{34} = 4 + 15 + 15 = 34, \quad c_{35} = 4 + 15 = 19, \quad c_{36} = 4$$

Solução 2



Custo unitário nos arcos

$$c_{14} = 4, \quad c_{25} = 4, \quad c_{36} = 4$$
$$c_{45} = 2, \quad c_{54} = 15, \quad c_{56} = 2, \quad c_{65} = 15$$