IFGW – Universidade Estadual de Campinas

Prova II – F 315 23/05/2013

Nome:______________________________ RA:__________ Turma: __

Obs.: O Teste 2 corresponde ao problema 1.

Problema 1: [4.0 pt] Considere uma haste homogênea de comprimento $2l$ e massa M. Determine o potencial gravitacional em um ponto P localizado a uma distância D da haste e na direção perpendicular que passa pelo centro da haste. Considere um caso particular a fim de verificar se o resultado obtido para o potencial gravitacional é adequado. Determine a força gravitacional exercidade pela haste em um partícula pontual de mass m localizada no ponto P.

Problema 2: [4.0 pt] Um pêndulo simples é formado por uma haste (inextensível, massa desprezível) de comprimento l e uma massa m.

a) Escreva a equação de movimento do sistema. Considere o limite de pequenas oscilações em torno da vertical e determine a frequência natural do movimento.

b) Considere que o pêndulo se move sob a ação de uma força dissipativa $\vec{F}_D = -m\sqrt{gl}\dot{\theta}\hat{\theta}$. Escreva a equação de movimento do sistema. No limite de pequenas oscilações, determine a posição e a velocidade da massa m em função do tempo se no instante inicial a massa m estava em repouso e a haste l formava um ângulo θ_0 com a vertical. Esboce o diagrama de fase do sistema.

Problema 3: [4.0 pt] Considere um oscilador harmônico criticamente amortecido, inicialmente em repouso na sua posição de equilíbrio. Se o sistema for submetido à força externa

$$\frac{F(t)}{m} = \begin{cases} 0, & t < 0, \\ \frac{at}{\tau}, & 0 < t < \tau, \\ 0, & t > \tau, \end{cases}$$

onde $a > 0$ é uma constante, determine a resposta do sistema (deslocamento em função do tempo) para um instante de tempo $t > \tau$.

Dados:

$$x(t) = A\exp(-\beta t)\cos(\omega_1 t - \delta), \qquad \omega_1^2 = \omega_0^2 - \beta^2$$

$$x(t) = (A + Bt)\exp(-\beta t)$$

$$x(t) = A\exp[-(\beta - \omega_2)t] + A\exp[-(\beta + \omega_2)t], \qquad \omega_2^2 = \beta^2 - \omega_0^2$$

$$\beta = b/2m \qquad a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 \qquad a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \ln\left(x + \sqrt{x^2 + a^2}\right), \qquad \int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a}\arctan(x/a)$$