Universidade Estadual de Campinas
Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica
Departamento de Estatística

ME 607 SÉRIES TEMPORAIS
Prova 3

Professor: Mauricio Zevallos

Segundo Semestre 2009

Para as contas: considere nos cálculos intermediários 3 casas decimais.

1. No modelo AR(1),

$$(1-\phi B)(Y_t-\mu)=\varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim RB(0,\sigma^2)$$

   (a) (*0,6 pts.*) Encontre um estimador para μ, indicando o método de estimação utilizado.

   (b) (*1,2 pts.*) Seja $\sigma^2=1$ e $\phi=0,5$. Calcule a variância do estimador encontrado em (a) para uma amostra de tamanho 4.

2. (*1 pto.*) Considere o processo,

$$Y_t=\varepsilon_t+\theta\varepsilon_{t-1}, \quad \varepsilon_t \sim RB(0,\sigma^2)$$

Foram calculados os seguintes estimadores: a variância da série e a primeira autocorrelação amostral, $\hat{\gamma}(0)=100$, $\hat{\rho}(1)=0,25$. Encontre estimadores para ϕ e σ^2. Caso obtenha mais de um, fique com a solução inversível.

3. (*1,6 pts.*) Suponha que $\{Y_t\}$ segue um processo ARIMA(2,1,0) com $\phi_1=0,3$, e $\phi_2=0,4$. Seja a amostra $Y_1,\ldots,Y_T$ onde $Y_T=2$, $Y_{T-1}=1$, $Y_{T-2}=1,5$ e $Y_{T-3}=2$. Baseado na informação até o instante T, calcule a previsão 1 e 2 passos à frente para Y.

4. Seja o modelo ARMA(1,1) com $\phi=0,5$, $\theta=0,2$ e $\sigma^2=2$.

   (a) (*1 pto.*) Calcule as duas primeiras autocorrelações.

   (b) (*1 pto.*) Calcule $Cov(e_T(1),e_T(2))$, onde $e_T(k)$ é o erro de previsão k passos à frente.

5. Interessa fazer a modelagem de uma série temporal de 200 observações. O gráfico desta série e as FAC e FACP são mostrados na Figura 1. A informação correspondente aos ajustes por máxima verossimilhança dos modelos AR(1) e ARMA(1,1) é mostrada na Tabela 1. Nas Figuras 2 e 3 são apresentados os gráficos de diagnóstico.

(a) *(0,8 pts.)* **Com base na Figura 1, quais modelos são candidatos para estimar? Justifique.**

(b) *(0,4 pts.)* Vale a pena considerar um modelo ARIMA com $d = 1$? Justifique.

(c) *(0,8 pts.)* Discuta *detalhadamente* a qualidade dos ajustes AR(1) e ARMA(1,1).

(d) *(0,4 pts.)* Fundamente qual dos ajustes em (c) escolheria.

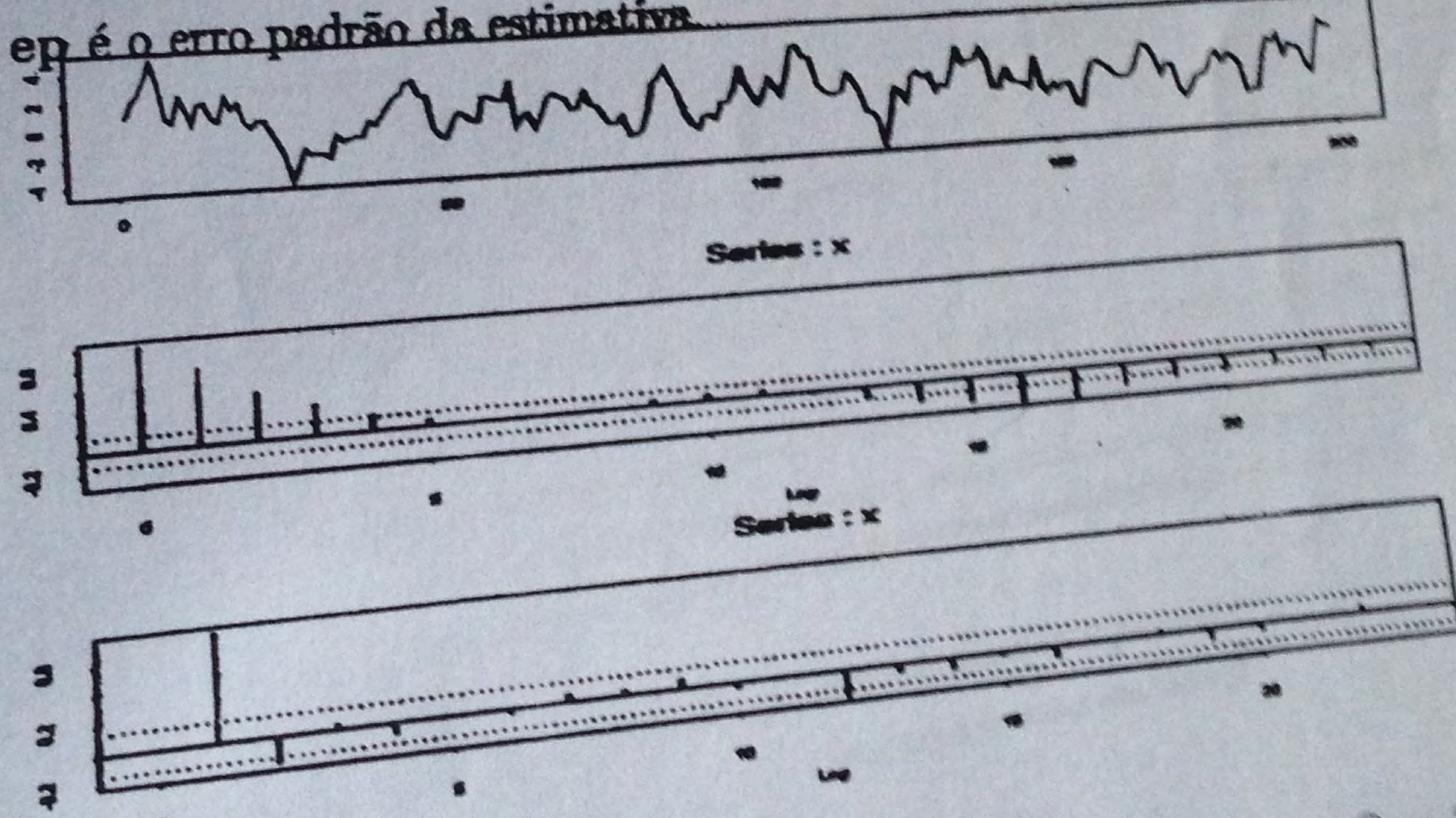
(e) *(0,8 pts.)* Com respeito ao gráfico *p values for Ljung-Box statistic* da Figura 2. Considere o primeiro ponto. Que significa exatamente esse ponto? Qual é a hipótese que está sendo testada?

(f) *(0,4 pts.)* Para o ajuste AR(1), estime a primeira autocorrelação parcial.

Tabela 1

Modelo	Estimativa	e.p	$\hat{\sigma}^2$	AIC	BIC
AR(1)	$\hat{\phi} = 0.762$	0.04587	1.067	0.075	0.091
ARMA(1,1)	$\hat{\phi} = 0.654$	0.06865	1.031	0.051	0.084
	$\hat{\theta} = 0.259$	0.08767			

ep é o erro padrão da estimativa.



$\phi_{11} = \rho(1)$

Figura 1: *Série, FAC e FACP*

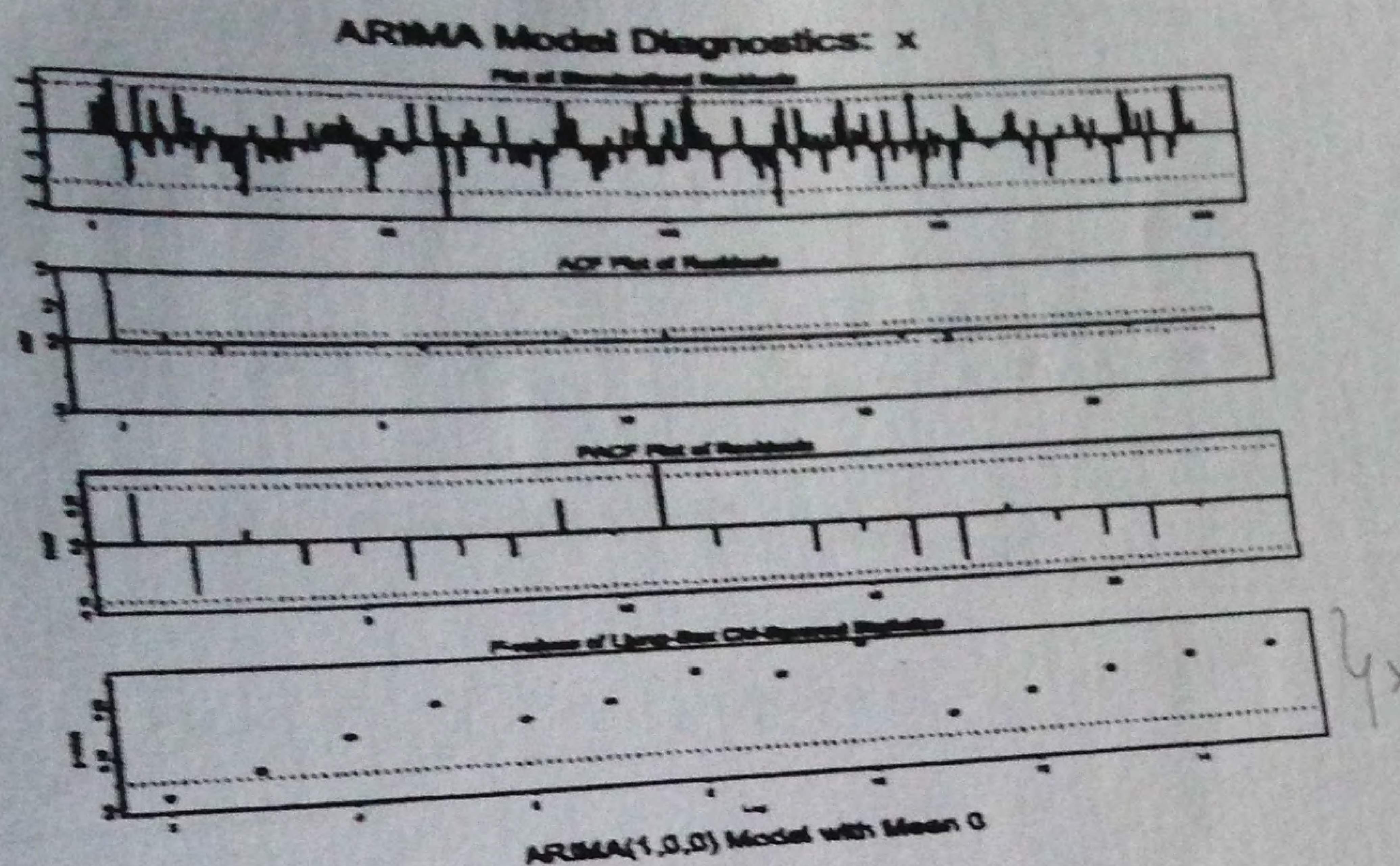


Figura 2: *Diagnóstico do ajuste AR(1)*

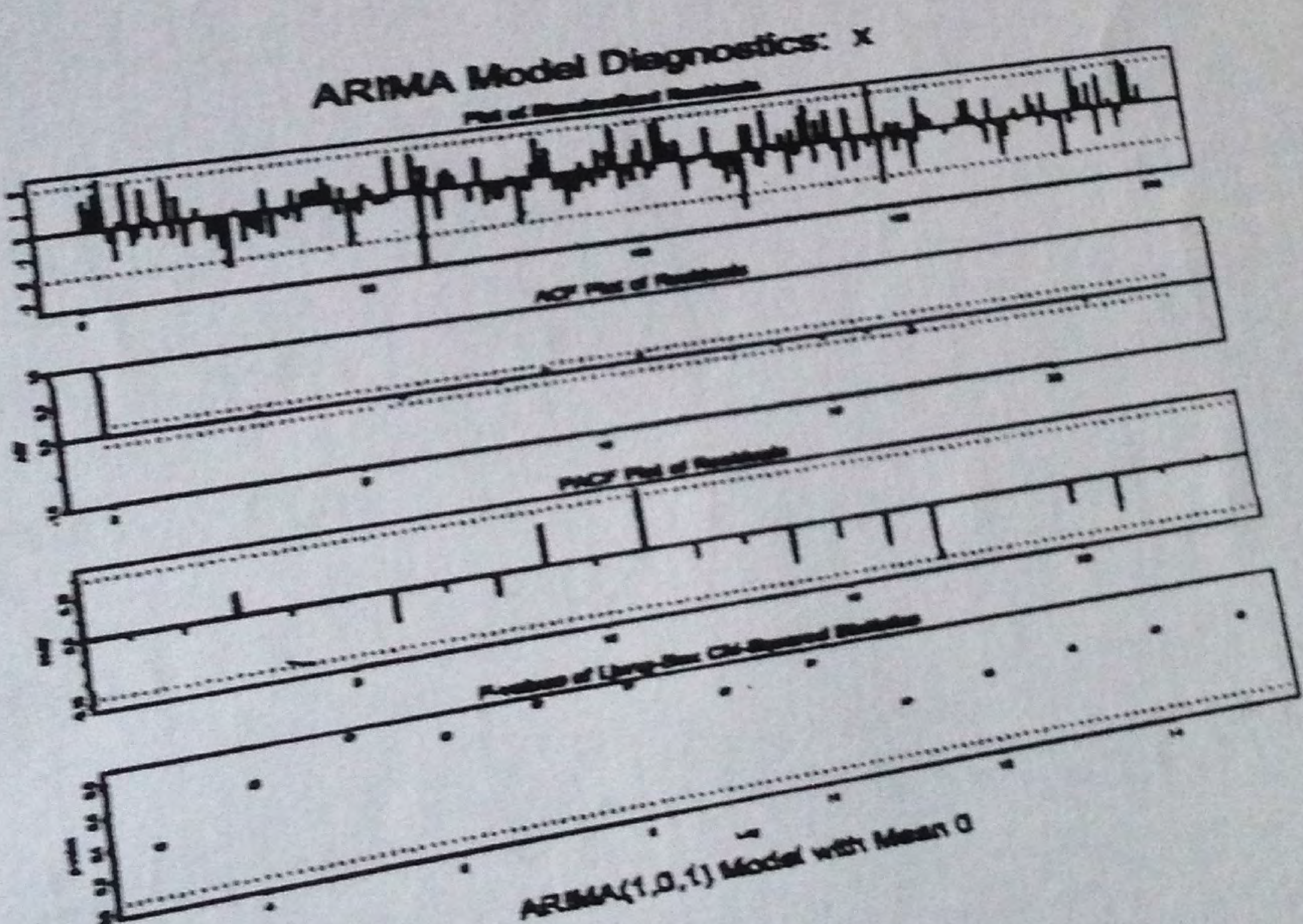


Figura 3: *Diagnóstico do ajuste ARMA(1,1)*

Testamos
hipótese
de que não
há
correlação