F 502 A – Eletromagnetismo I – Segunda prova – 26/05/09

Nome: ____ RA: ________

(3 pts) **Questão 1**: Um capacitor de placas paralelas é preenchido com um material de constante dielétrica K e condutividade g. Ele está carregado com uma carga inicial Q.

a) Encontre a expressão para a carga do capacitor em função do tempo.

b) Qual é a energia total dissipada por efeito Joule? Compare-a com a energia potencial eletrostática armazenada inicialmente.

(4 pts) **Questão 2**: Considere uma espira de raio a que conduz uma corrente elétrica I.

a) Encontre o vetor indução magnética $\vec{B}$ ao longo do eixo da espira, em função da distância z ao centro da mesma.

b) Tendo em vista que $\vec{\nabla}.\vec{B} = 0$, obtenha uma expressão aproximada para a componente radial de $\vec{B}$, B_r, que seja válida para pontos muito próximos ao eixo. Expresse B_r em termos da distância radial ao eixo, r, e da distância axial ao centro da espira, z.

c) Qual o valor de B_r no centro da espira? Comente o resultado.

(3 pts) **Questão 3**: Um condutor cilíndrico, de raio b, contém uma cavidade cilíndrica de raio a; o eixo da cavidade é paralelo ao eixo do condutor e está a uma distância s deste ($a < s < (b - a)$). O condutor conduz uma densidade de corrente uniforme $\vec{J}$. Encontre a indução magnética $\vec{B}$ em qualquer ponto no interior da cavidade. Comente o resultado.

Formulário

Coordenadas esféricas:

$$\nabla\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial r}\vec{a}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial\varphi}{\partial\theta}\vec{a}_\theta + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial\varphi}{\partial\phi}\vec{a}_\phi$$

$$\nabla\cdot\vec{F} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial\left(r^2F_r\right)}{\partial r} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial\left(F_\theta\sin\theta\right)}{\partial\theta} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial F_\phi}{\partial\phi}$$

$$\nabla\times\vec{F} = \frac{1}{r\sin\theta}\left[\frac{\partial\left(F_\phi\sin\theta\right)}{\partial\theta} - \frac{\partial F_\theta}{\partial\phi}\right]\vec{a}_r + \frac{1}{r}\left[\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial F_r}{\partial\phi} - \frac{\partial\left(rF_\phi\right)}{\partial r}\right]\vec{a}_\theta + \frac{1}{r}\left[\frac{\partial\left(rF_\theta\right)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial\theta}\right]\vec{a}_\phi$$

$$\nabla^2\varphi = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial\varphi}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial\varphi}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2\varphi}{\partial\phi^2}$$

Coordenadas cilíndricas:

$$\nabla\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial r}\vec{a}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial\varphi}{\partial\theta}\vec{a}_\theta + \frac{\partial\varphi}{\partial z}\vec{k}$$

$$\nabla\cdot\vec{F} = \frac{1}{r}\frac{\partial\left(rF_r\right)}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial F_\theta}{\partial\theta} + \frac{\partial F_z}{\partial z}$$

$$\nabla\times\vec{F} = \left[\frac{1}{r}\frac{\partial F_z}{\partial\theta} - \frac{\partial F_\theta}{\partial z}\right]\vec{a}_r + \left[\frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r}\right]\vec{a}_\theta + \frac{1}{r}\left[\frac{\partial\left(rF_\theta\right)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial\theta}\right]\vec{k}$$

$$\nabla^2\varphi = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial\varphi}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial\theta^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2}$$

Rascunho