

**ATENÇÃO:** Será corrigida a redação da resposta. Cada resposta deve ser redigida com todos os detalhes. Caso duas ou mais provas apresentem alguma resposta cujas redações coincidam em mais de 50%, essa questão será **zerada** em todas elas. Não é permitido **destacar** as folhas da prova.

NOME: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_ RA: \_\_\_\_\_

1. Dado o sistema:

$$\begin{cases} 3x + 3y - 2z - t = -2 \\ 5x + 2y + z - 2t = -3 \\ 2x - y + 3z - t = -1 \end{cases}$$

- (0,5 pontos) Escreva o sistema acima na forma matricial  $AX = B$  e determine a matriz  $A$ .
  - (2,0 pontos) Usando o **método de Gauss-Jordan de linha equivalência** encontre a forma escalonada reduzida (ou forma escada) da matriz aumentada do sistema.
  - (0,5 pontos) Determine as variáveis livres da solução geral do sistema.
  - (0,5 pontos) Escreva a solução geral desse sistema.
2. (2,5 pontos) Sabendo-se que  $A$  é o produto (de matrizes) abaixo calcular a inversa de  $A$ .

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

3. (2,5 pontos) Calcular o determinante da matriz abaixo.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 7 \\ 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 7 & 7 \\ 4 & 5 & 6 & 7 & 7 & 7 & 7 \\ 5 & 6 & 7 & 7 & 7 & 7 & 7 \\ 6 & 7 & 7 & 7 & 7 & 7 & 7 \\ 7 & 7 & 7 & 7 & 7 & 7 & 7 \end{pmatrix}$$

4. (0,25 pontos cada item) *Responda às perguntas abaixo com “CERTA” ou “ERRADA”; demonstrando ou dando contra-exemplo. Respostas sem justificativa não serão consideradas.* As letras maiúsculas  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $I$ , etc, representam matrizes.

- Toda matriz linha equivalente a matriz identidade tem determinante 1.
- Um sistema homogêneo com 4 equações e 5 variáveis sempre possui solução não nula.
- Se  $A$  é uma matriz  $n \times n$  tal que  $A^2 = I_n$ , então  $A = I_n$ .
- Dada uma matriz  $A$ ,  $n \times n$ , se existe uma matriz  $n \times 1$ ,  $B$ , para o qual o sistema  $AX = B$  tem solução única, então  $A$  é invertível.
- Se  $A$  e  $B$  são matrizes tais que  $\det(AB) = 0$ , então uma das duas,  $A$  ou  $B$ , não tem inversa.
- Se  $X_1$  e  $X_2$  são soluções de um sistema  $AX = B$ , então  $X_3 = 1/4X_1 + 3/4X_2$  também é uma solução desse sistema.

Incluir na prova, por favor, **todas** as “contas” feitas nas resoluções. Respostas não acompanhadas de argumentos que as justifiquem não serão consideradas.

**Boa Prova!**