1a	1b	1c	1d	2a	2b	2c	2d	2e	3a	3b	$\sum$

ATENÇÃO: **Não é permitido destacar as folhas**

2ª Prova de MA327 — 22/10/2013, **08:00–10:00 hs**

NOME:____ **Turma:**______ **RA:**______________

1. a) (1 pt) Definir *transformação linear* entre dois espaços vetoriais. Definir *isomorfismo* entre dois espaços vetoriais. Definir *núcleo* e *imagem* de uma transformação linear.

Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}^4$ a função dada por $T(p) = (p(-1), p(0), p(1), p(2))$.

b) (0,5) Mostrar que T é uma transformação linear.

c) (1,0) Encontrar a matriz de $[T]_\alpha^\beta$ onde $\alpha = \{1, x, x^2, x^3\}$ e β é a base canônica do $\mathbb{R}^4$.

d) Responder (com **justificativa**) se T é um isomorfismo.

2. (1,5 pt) Verificar se as afirmações abaixo são verdadeiras ou falsas. (Respostas sem justificativa não serão consideradas.) Considerar $T: V \to V$ uma transformação linear e $\dim V < \infty$.

a) Se $N(T)$ e $Im(T)$ são o núcleo e a imagem de T então $V = N(T) \oplus Im(T)$.

b) Se α e β são duas bases de V e A e B são as matrizes de T nas bases α e β, respectivamente, então $\det(A) = \det(B)$.

c) Seja $A \in M_{m\times n}$ uma matriz $m \times n$ e seja $B \in M_n$ uma matriz invertível $n \times n$. Então A e AB têm o mesmo posto, $p(A) = p(AB)$.

3. Considere as seguintes matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & -4 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

a) (0,5 pt cada matriz) Encontrar os autovalores de A e B.

b) (1 pt cada matriz) Encontrar os autoespaços de cada autovalor (i.é., os espaços $\mathcal{N}(T - \lambda I)$ onde $T = A, B$ e λ é um autovalor) e uma base para cada autoespaço.

c) (1 pt cada matriz) Decidir qual matriz é diagonalizável. Apresentar uma base de autovetores quando possível e a matriz nessa base ou justificar por que isso não é possível.

Incluir na prova, por favor, **todas** as "contas" feitas nas resoluções. Respostas não acompanhadas de argumentos que as justifiquem não serão consideradas.

Boa Prova!