EE833B -2ºS/2008 - Prova1 - Soluções

1. Considere uma ponte retificadora (não controlada) com filtro capacitivo. A tensão de entrada é da forma $v_e = V_p \cos\omega t$, com $V_p = 220\sqrt{2/3} \cong 179.6$ V e frequência $f = \omega/2\pi = 60$ Hz. O valor da capacitância é 1000 μF. Observa-se que, na entrada, os pulsos de corrente, tem a forma aproximada de um triângulo retângulo cuja base tem duração igual a $\Delta t = 604$ μs e cuja altura corresponde a 15.27 A.

a) assumindo que a carga possa ser representada por uma resistência R, determine R. Dica: Tome as equações:

$$\omega\Delta t = \theta_1 + \theta_2;$$

$$\cos\theta_1 \exp\left(\frac{\pi - \theta_1}{\omega RC}\right) = \cos(\theta_2)\exp\left(\frac{\theta_2}{\omega RC}\right);$$

$$\theta_2 = \tan^{-1}\left(\frac{1}{\omega RC}\right).$$

Inicie com $\theta_2 = 0$ e calcule θ_1, R e θ_2 usando as eq. acima, pela ordem. Faça mais uma iteração. Nesse estágio a aproximação já é suficientemente boa.

b) Calcule a ondulação da tensão de saída.

c) Calcule a corrente média na saída, aproximada, baseando-se apenas na corrente da entrada. Assuma que os pulsos são perfeitamente triangulares.

Solução

a)

As duas primeiras equações acima podem ser postas em forma mais conveniente:

$$\theta_1 = \omega\Delta t - \theta_2$$

$$\exp\left(\frac{\pi - (\theta_1 + \theta_2)}{\omega RC}\right) = \frac{\cos(\theta_2)}{\cos\theta_1} \Rightarrow \frac{\pi - \omega\Delta t}{\omega RC} = \ln\left(\frac{\cos\theta_2}{\cos\theta_1}\right)$$

$$\Rightarrow R = \frac{\pi - \omega\Delta t}{\omega C \ln\left(\frac{\cos\theta_2}{\cos\theta_1}\right)}$$

Portanto, com $\omega = 2\pi(60)$ Hz e $\Delta t = 604 \times 10^{-6}$ s e $C = 10^{-3}$ F,

$$\theta_1 = 0.2277 - \theta_2$$

$$R = \frac{7.729}{\ln\left(\frac{\cos\theta_2}{\cos\theta_1}\right)}$$

$$\theta_2 = \tan^{-1}\left(\frac{2.653}{R}\right)$$

Na primeira iteração obtemos (fazendo $\theta_2 = 0$)

$$\theta_1 = 0.2277\,; \quad R = 295.5; \quad \theta_2 = 8.976 \times 10^{-3}$$

Na segunda iteração,

$$\theta_1 = 0.2187; \quad R = 321.1\ \Omega; \quad \theta_2 = 8.263 \times 10^{-3}$$

Portanto,

$$R \cong 321\ \Omega.$$

A solução converge para cerca de ($\theta_1 = 0.2194\,; R = 319.0\,; \theta_2 = 8.315 \times 10^{-3}$), de modo que os valores após a segunda iteração são bastante razoáveis. A resistência do circuito, simulado, para o qual a corrente foi medida vale 320 Ω.

b)

$$\frac{\Delta v_0}{V_p} = 1 - \cos\theta_1 \cong 1 - \cos(0.2187) \cong 2.382 \times 10^{-2}$$

$$\Delta v_0 \cong \left(220\sqrt{2/3}\right)(2.382 \times 10^{-2}) \cong 4.28\ \text{V}$$

Na simulação foi obtido o valor $\Delta v_0 \cong 4.293$ V.

c)

$$< i_0 >= \frac{Q_{pulso}}{T/2} = 2fQ_{pulso} \cong 2(60)\frac{1}{2}(15.27)604 \times 10^{-6}\ \text{A} \cong 0.553\ \text{A}$$

Como verificação, vamos estimar a corrente média por

$$\begin{aligned}\frac{< v_0 >}{R} &\cong \frac{V_p - \Delta v_0/2}{R} = \frac{V_p - \frac{V_p}{2}(1 - \cos\theta_1)}{R} \\ &= \frac{V_p(1 + \cos\theta_1)}{2R} \cong \frac{220\sqrt{2/3}\,(1 + \cos(0.2187))}{2(321)}\ \text{A} \cong 0.553\ \text{A}\end{aligned}$$

2) Uma ponte retificadora totalmente controlada é alimentada por tensão senoidal $v_e = V_p \sin\omega t = 220\sqrt{2}\sin\omega t$. Como a carga RL é altamente indutiva assuma que a corrente de

saida, em regime, é $i_d \cong I_0 = const.$ A parte resistiva da carga é $R = 250\ \Omega$. Considere um ângulo de disparo de 50^0.

a) Determine a tensão média $<v_d>$
b) As tensões $v_{d\min}$ e $v_{d\max}$ na saída;
b) A corrente média na saida, I_0 (seja cuidadoso, o item seguinte depende dessa corrente);
c) A potência média na entrada;
d) O fator de potência na entrada;
e) a DHT na corrente de entrada;

Solução

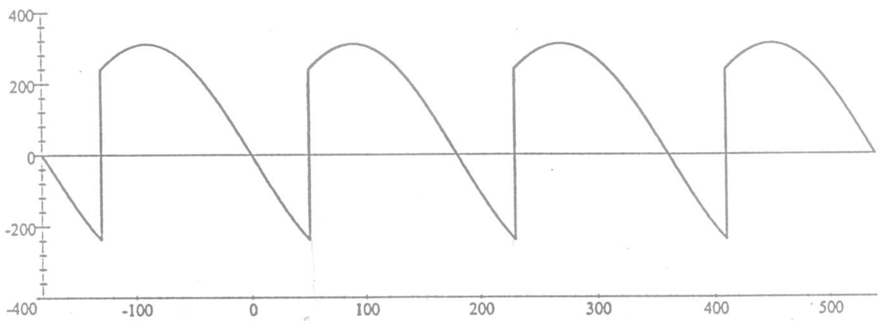


Figura 1: Tensão de saída (volts) em função do ângulo $\omega t \times \dfrac{180}{\pi}$ (graus)

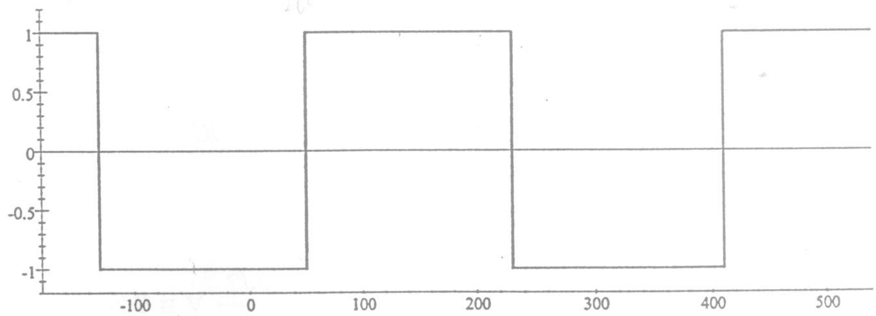


Figura 2: Corrente de entrada normalizada, i_e/I_0, em função do ângulo $\omega t \times \dfrac{180}{\pi}$ (graus)

a)

A figura 1 mostra a forma de onda da tensão de saída, v_d, que é periódica com freqüência fundamental igual ao dobro da freqüência, $f = \omega/(2\pi)$, da tensão v_e. No intervalo $0 + \alpha \le \omega t \le \pi + \alpha$, onde $\alpha = 50 \times (\pi/180)$ representa o ângulo de disparo em radianos temo

A média de v_d é, portanto,

$$< v_d >= \frac{1}{(T/2)} \int_{T/2} v_d dt = \frac{\omega}{\pi} \int_{\alpha/\omega}^{(\pi+\alpha)/\omega} V_p \sin\omega t dt = \frac{1}{\pi} \int_{\alpha}^{\pi+\alpha} V_p \sin\theta d\theta.$$

$$< v_d >= \frac{2\cos\alpha}{\pi} V_p \doteq \frac{2\cos(50 \times (\pi/180))}{\pi} 220\sqrt{2}\ \text{V} \cong 127.3\ \text{V}$$

b)

$$v_{d\,\min} = V_p \sin\left(\pi + \alpha \times \frac{\pi}{180}\right) = 220\sqrt{2}\sin\left(\pi + 50 \times \frac{\pi}{180}\right)\ \text{V} \cong -238.3\ \text{V}$$

$$v_{d\,\max} = V_p = 220\sqrt{2} \cong 311.1\ \text{V}$$

$-\cos(\theta)\Big|_{\alpha}^{\pi+\alpha}$

$\cos\alpha - \cos(\pi+\alpha)$

$2\cos\alpha$

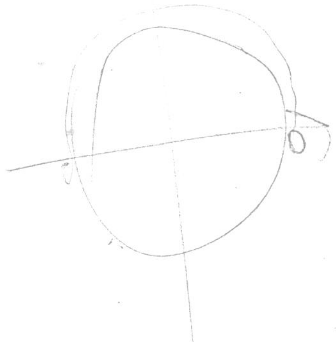
c)

É dito que a carga pode ser modelada por uma associação série resistor-indutor. Com v_{dR} e v_{dL} representando as tensões no resistor e indutor equivalentes, respectivamente,

$$v_d = v_{dR} + v_{dL} \Rightarrow < v_d >=< v_{dR} > + < v_{dL} >=< v_{dR} >,$$

onde se usou

$$< v_{dL} >= 0.$$



Portanto,

$$< v_{dR} >=< Ri_d >= R < i_d >= RI_0 =< v_d >,$$

ou

$$I_0 = \frac{< v_d >}{R} = \frac{\frac{2\cos(50 \times (\pi/180))}{\pi} 220\sqrt{2}}{250}\ \text{V} \cong 0.50926\ \text{A} \cong 0.509\ \text{A}$$

d)

$$\text{potência média de entrada} = P =< v_e i_e >=< v_d i_d >=< v_d I_0 >= I_0 < v_d >$$

onde se usou o fato de estarmos assumindo um conversor sem perdas. Usou-se ainda o fato de a corrente de saída ser assumida constante: $i_d = I_0 = cte$.

$$P = I_0 < v_d >= I_0^2 R = \frac{(< v_d >)^2}{R} \cong (0.50926)(127.3)\ \text{W} \cong 64.8\ \text{W}$$

e)

$$FP = \frac{< v_e i_e >}{V_e I_e} = \frac{< v_d i_d >}{V_e I_e}$$

em que V_e e I_e representam, respectivamente a tensão e corrente de entrada eficazes.

$$V_e = \frac{V_p}{\sqrt{2}} = \frac{220\sqrt{2}}{\sqrt{2}}\ \mathrm{V} = 220\ \mathrm{V}$$

Da figura 2, obtém-se I_e:

$$I_e = \sqrt{< i_e^2 >} = \sqrt{< I_0^2 >} = \sqrt{I_0^2} = I_0$$

Portanto,

$$FP \cong \frac{64.83}{(220)(0.50926)} \cong 0.579$$

Alternativamente,

$$FP = \frac{< v_d i_d >}{V_e I_e} = \frac{I_0 < v_d >}{V_e I_0} = \frac{< v_d >}{V_e} = \frac{\frac{2\cos\alpha}{\pi} V_p}{V_p/\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi}\cos\alpha$$

ou

$$FP = \frac{2\sqrt{2}}{\pi}\cos\left(50 \times \frac{\pi}{180}\right) \cong 0.579$$

f)

$$DHT = \sqrt{\left(\frac{\cos\phi_1}{FP}\right)^2 - 1}$$

onde ϕ_1 representa a defasagem da componente fundamental de i_e com relação a v_e. Da figura 1 conclui-se,

$$\phi_1 = \alpha = 50 \times \frac{\pi}{180}\ \mathrm{rad}$$

$$DHT \cong \sqrt{\left(\frac{\cos\left(50 \times \frac{\pi}{180}\right)}{0.579}\right)^2 - 1} \cong 0.482$$

Alternativamente,

$$DHT = \sqrt{\left(\frac{\cos\alpha}{\frac{2\sqrt{2}}{\pi}\cos\alpha}\right)^2 - 1} = \sqrt{\frac{\pi^2}{8} - 1} \cong 0.483$$

Esta última expressão deixa claro que a distorção harmônica da corrente de entrada é uma constante, ou seja, independente de α e demais parâmetros, o que é de esperar, uma vez que a forma de onda da corrente de entrada não é afetada por eles.