

1) _____

2) _____

3) _____

4) _____

2ª Prova de F-228, Noturno, Turma: _____

18/10/2006

Nota: _____

Nome: _____ RA: _____

1- Uma corda de comprimento L está distendida com uma extremidade presa e outra livre.
A velocidade das ondas nesta corda é v .

- (a) Ache as frequências f_n dos modos normais de vibração da corda.
(b) Desenhe a forma associada aos três modos mais baixos em frequência.

Gabarito

Na ponta presa temos nó, na ponta solta temos ventre

A menor onda tem comprimento de onda $\lambda = 4L$ Como $f = v / \lambda$

$$f_1 = v / 4L$$

A próxima onda tem comprimento de onda $\lambda = 4L / 3$

$$f_2 = 3v / 4L$$

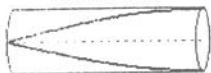
A próxima onda tem comprimento de onda $\lambda = 4L / 5$

$$f_3 = 5v / 4L$$

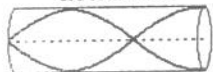
generalizando

$$f_n = (2n + 1)v / 4L \text{ com } n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

1st Harmonic



3rd Harmonic



5th Harmonic



2- A expressão da velocidade de uma onda em uma corda é $v = (T/\mu)^{1/2}$.

(a) Qual é a relação entre a variação percentual da velocidade da onda $\Delta v/v$ e a variação percentual da tensão na corda $\Delta T/T$ (sugestão: diferenciar a expressão da velocidade)?

Uma afinador soa o diapasão na nota lá ($f = 440 \text{ Hz}$) da escala média do piano. Quando ele soa a nota correspondente do piano ele ouve um batimento em intervalos de $0,5 \text{ s}$.

(b) Que ajuste percentual ele deve fazer na tensão para afinar a nota?

Gabarito

$$v = (T/\mu)^{1/2}$$

$$\Delta v = \mu^{-1/2} \Delta(T^{1/2}) = \mu^{-1/2} (1/2) T^{-1/2} \Delta T$$

se dividimos este resultado por v

$$\Delta v/v = \mu^{-1/2} (1/2) T^{-1/2} \Delta T \times (T/\mu)^{-1/2}$$

$$\boxed{\Delta v/v = (1/2) \Delta T/T}$$

$$\frac{dv}{dT} = \frac{1}{2} \left(\frac{T}{\mu} \right)^{-1/2} \cdot \frac{1}{\mu}$$

$$\Rightarrow \frac{dv}{v} = \frac{1}{2} \frac{dT}{T}$$

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{1}{2} \frac{\Delta T}{T}$$

(b) como $v = \lambda f$ variação na frequência é proporcional a variação na velocidade

e o batimento de $0,5 \text{ s}$ corresponde a $\Delta f = 2 \text{ Hz}$

$$\boxed{\Delta f/f = \Delta v/v = (1/2) \Delta T/T}$$

portanto

$$\Delta T/T = 2 \times \Delta f/f = 2 \times 2 / 440 = 1/110 = 0,009$$

$$\Delta T/T = 0,9 \%$$

0,9 % na tensão afina a nota!!!

$$f_{\text{bat}} = \frac{1}{T_{\text{bat}}} \Rightarrow 2 \text{ Hz}$$

$$\frac{\Delta T}{T} = 2 \frac{\Delta v}{v} = \frac{2 \cdot 2 \text{ Hz}}{440} = \frac{4}{440} = \frac{1}{110}$$

3- Um policial em uma moto, ultrapassa uma ambulância que está com sua sirene ligada, enquanto se aproxima de outra mais a frente e que viaja com a mesma velocidade da primeira e com a sirene ligada. A frequência das sirenes é f_0 e a velocidade do policial v_p que é o dobro da velocidade v_A das ambulâncias. Escreva a expressão da frequência de batimento que seria detectada por um equipamento apropriado na moto do guarda. A velocidade do som é v .

Gabarito

A moto se afasta da ambulância

$$f_{A1} = f_0 \frac{v - v_G}{v + v_A} = f_0 \frac{v - 2v_A}{v + v_A} \quad 0,8$$

A moto se aproxima da ambulância

$$f_{A2} = f_0 \frac{v + v_G}{v - v_A} = f_0 \frac{v + 2v_A}{v - v_A} \quad 0,8$$

o batimento

50 $f_{A2} - f_{A1} = f_0 \left(\frac{v + 2v_A}{v - v_A} - \frac{v - 2v_A}{v + v_A} \right)$ ~~0,8~~

trabalhando a expressão chegamos ao resultado

$$f_{A2} - f_{A1} = f_0 \left(\frac{6vv_A}{(v - v_A)(v + v_A)} \right) \quad 0,5$$

$$v^2 + v v_A - v v_A - v_A^2$$

$$f' = f \left(\frac{v + v_A}{v - v_A} \right)$$

$$f' = f \left(\frac{v + v_p}{v - v_A} \right)$$

$$v - v_p$$

$$f_{A1} = f_0 \frac{v - v_p}{v - v_A} = f_0 \frac{v - 2v_A}{v - v_A}$$

$$f_{A2} = \frac{+}{+}$$

$$f_{A2} - f_{A1}$$

$$f_0 \left(\frac{v + v_p}{v - v_A} \right) - \left(\frac{v - v_p}{v - v_A} \right)$$

$$0,5$$



4- Um frasco de vidro que possui volume igual a $1000,00 \text{ cm}^3$ a 0°C está completamente cheio de mercúrio a esta mesma temperatura. Quando este sistema é aquecido a 55°C , um volume de $9,0 \text{ cm}^3$ de mercúrio transborda. Sabendo que o coeficiente de dilatação linear do mercúrio é de $6,0 \times 10^{-5} \text{ K}^{-1}$, calcule o coeficiente de dilatação linear do vidro.

Gabarito

$$\Delta V' = V_0 \beta \Delta T \quad e \quad \beta = 3\alpha \quad 0,5$$

$$\Delta V'' = V_0 \beta' \Delta T \quad e \quad \beta' = 3\alpha' \quad 0,5$$

Volume que transborda

$$\Delta V' - \Delta V = V_0 (\beta' - \beta) \Delta T \quad 0,5$$

$$9 = 1000 (3 \times 6 \times 10^{-5} - 3\alpha) 55$$

$$3\alpha = 1,64 \times 10^{-5} \text{ K}^{-1} \quad 0,5$$

ou

$$\alpha = 5,4 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1} \quad 0,5$$