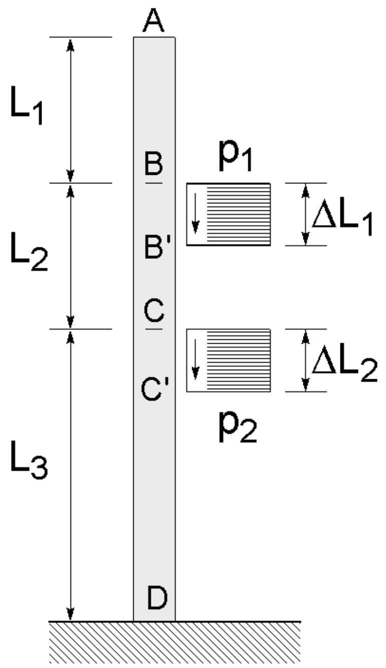
Questão 1 (2,5). A figura 1, abaixo, mostra um esquema de carga em um poste vertical. O poste está submetido a duas forças distribuídas de intensidade constante, p_1 e p_2, respectivamente. Para este sistema determine, utilizando o método das seções, as equações e os diagramas de forças resultantes atuando nas seções transversais. Assume-se que a resultante do carregamento axial atua no centróide da seção transversal.



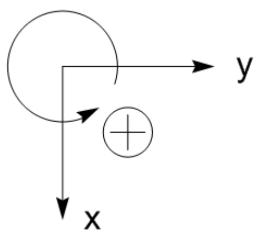
Dados:

$$F_1 = p_1 \Delta L_1 = F_2 = p_2 \Delta L_2$$
$$F_1 = 5000\,\text{N}$$
$$\Delta L_1 = \Delta L_2 = 0{,}15\,\text{m}$$
$$L_1 = L_2 = 1{,}0\,\text{m}$$
$$L_3 = 4\,\text{m}$$

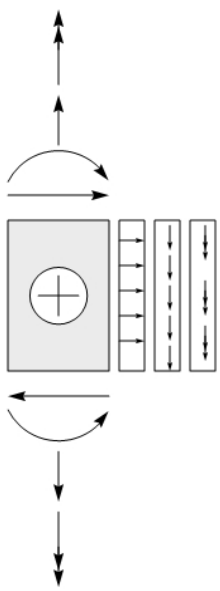
Figura 1: Esquema de carregamento de um poste vertical.

Solução

1a) Sistema de coordenadas da Estática



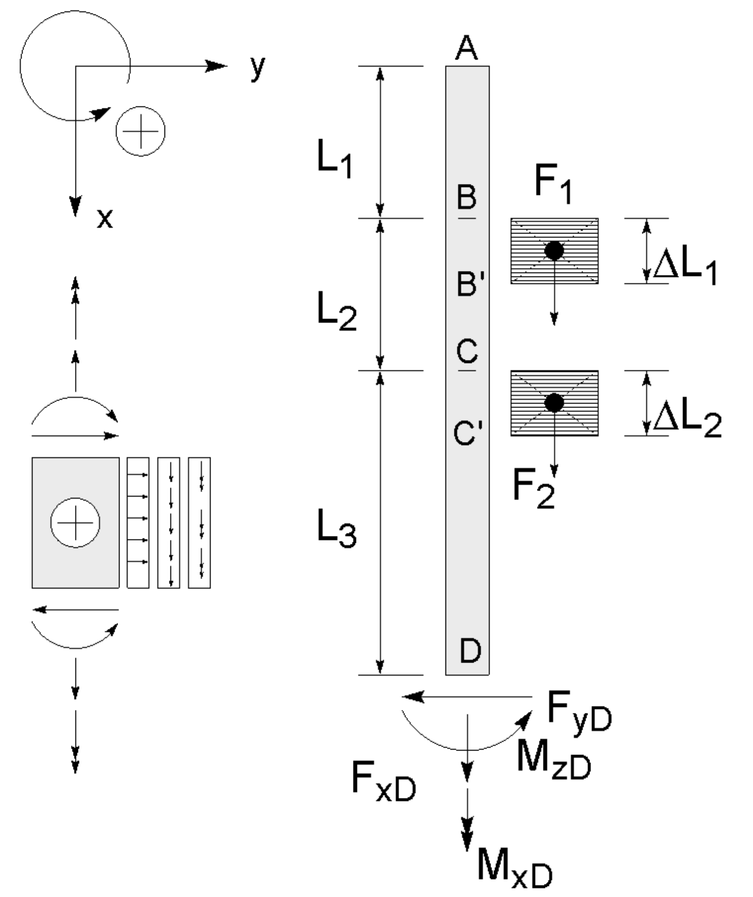
1b) Convenção de Resistência dos Materiais



2) Número de seções

São cinco seções:
Seção AB: $0 < x < L_1$
Seção BB’: $L_1 < x < L_1 + \Delta L_1$
Seção B’C: $L_1 + \Delta L_1 < x < L_1 + L_2$
Seção CC’: $L_1 + L_2 < x < L_1 + L_2 + \Delta L_2$
Seção C’D: $L_1 + L_2 + \Delta L_2 < x < L_1 + L_2 + L_3$

3) Reações de apoio – Diagrama de corpo livre (DCL)



Carregamentos distribuídos:

$F_1 = p_1 \Delta L_1 = 5000$ N

$F_2 = p_2 \Delta L_2 = 5000$ N

Equilíbrio e Reações de Apoio

$\Sigma F_X=0$

$F_1+F_2+F_{XD}=0$ (1)

$F_{XD} = -F_1-F_2 = -10000$ N (2)

$\Sigma F_Y=0$

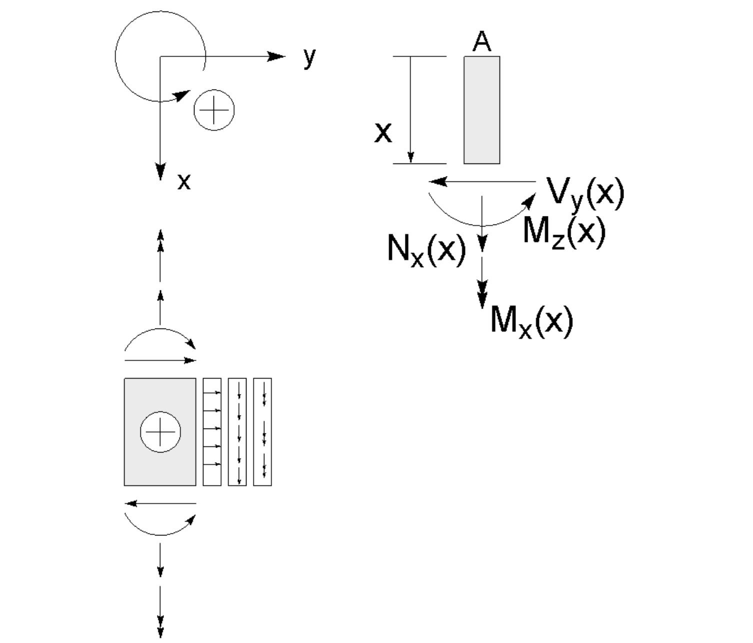
$-F_{YD}=0 \therefore F_{YD}=0$ (3)

$\Sigma M_Z=0 \therefore +M_Z=0$ (4)

$\Sigma M_X=0 \therefore +M_X=0$ (5)

4) Esforços internos – equilíbrio das seções

4a) seção AB ($0 < x < L_1$)



$\Sigma F_X = 0$

$N_X(x) = 0$ (6)

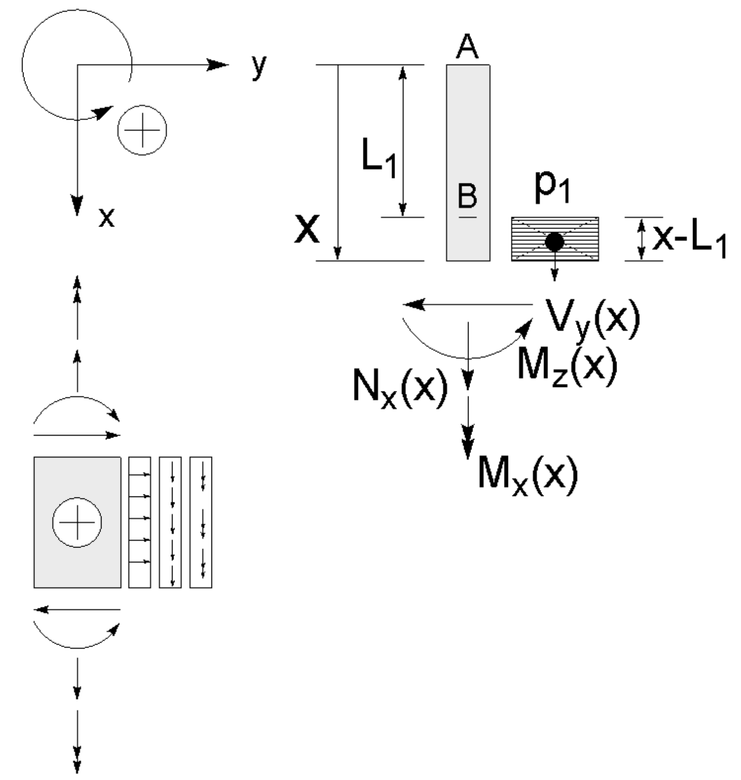
$\Sigma F_Y=0$

$-F_{YD}=0 \therefore F_{YD}=0$ (7)

$\Sigma M_Z=0 \therefore +M_Z=0$ (8)

$\Sigma M_X=0 \therefore +M_X=0$ (9)

4b) seção BB' ($L_1 < x < L_1 + \Delta L_1$)



$\Sigma F_X = 0$

$+p_1(x-L_1)+N_X(x) = 0$

$$N_X(x) = -\,p_1(x-L_1) \qquad (10)$$

$$N_X(x = L_1) = 0 \qquad (11a)$$

$N_X(x = L_1 + \Delta L_1) = -\,p_1\Delta L_1$

$$N_X(x = L_1 + \Delta L_1) = -\,5000\ \text{N} \qquad (11b)$$

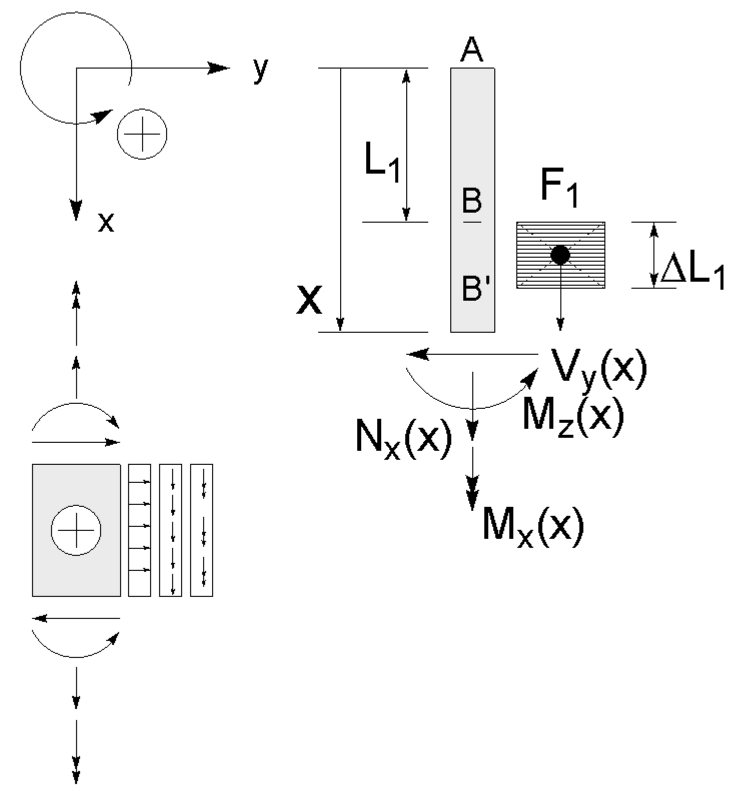
$\Sigma F_Y=0$

$$-\ F_{YD}=0 \ \therefore\ F_{YD}=0 \qquad (12)$$

$$\Sigma M_Z=0 \ \therefore\ +M_Z=0 \qquad (13)$$

$$\Sigma M_X=0 \ \therefore\ +M_X=0 \qquad (14)$$

4c) seção B'C ($L_1 + \Delta L_1 < x < L_1 + L_2$)



$\Sigma F_X = 0$

$F_1+N_X(x) = 0$

$$N_X(x) = -F_1 = -5000\ \text{N} \qquad (15)$$

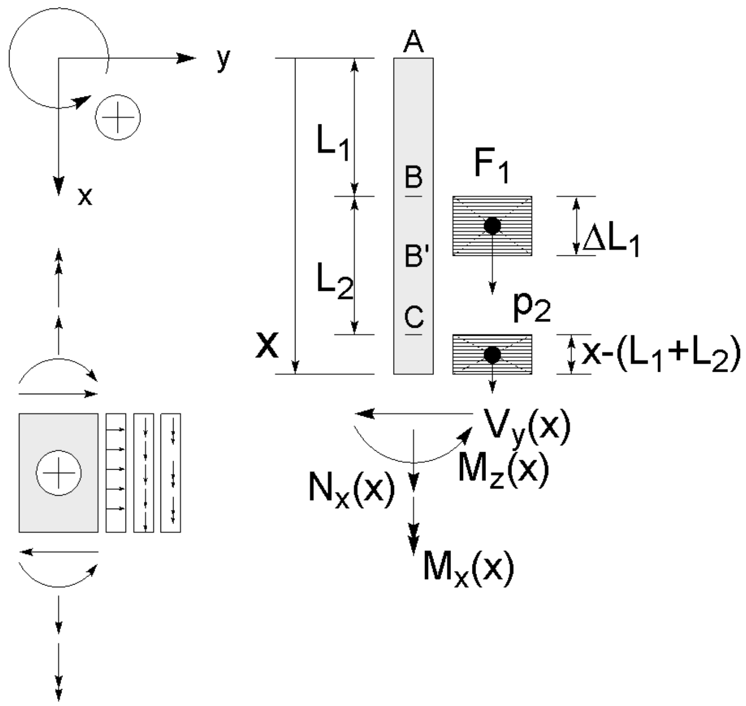
$\Sigma F_Y=0$

$$-F_{YD}=0 \ \therefore\ F_{YD}=0 \qquad (16)$$

$$\Sigma M_Z=0 \ \therefore\ +M_Z=0 \qquad (17)$$

$$\Sigma M_X=0 \ \therefore\ +M_X=0 \qquad (18)$$

4d) seção CC' ($L_1 + L_2 < x < L_1 + L_2 + \Delta L_2$)



$\Sigma F_X = 0$

$F_1+p_2[x-(L_1+L_2)]+N_X(x)=0$

$N_X(x) = -F_1-p_2[x-(L_1+L_2)]$ (19)

$N_X(x=L_1+L_2)= -F_1 =$

$= -5$ kN (20a)

$N_X(x=L_1+L_2+\Delta L_2)= -F_1-F_2 =$

$= -10$ kN (20b)

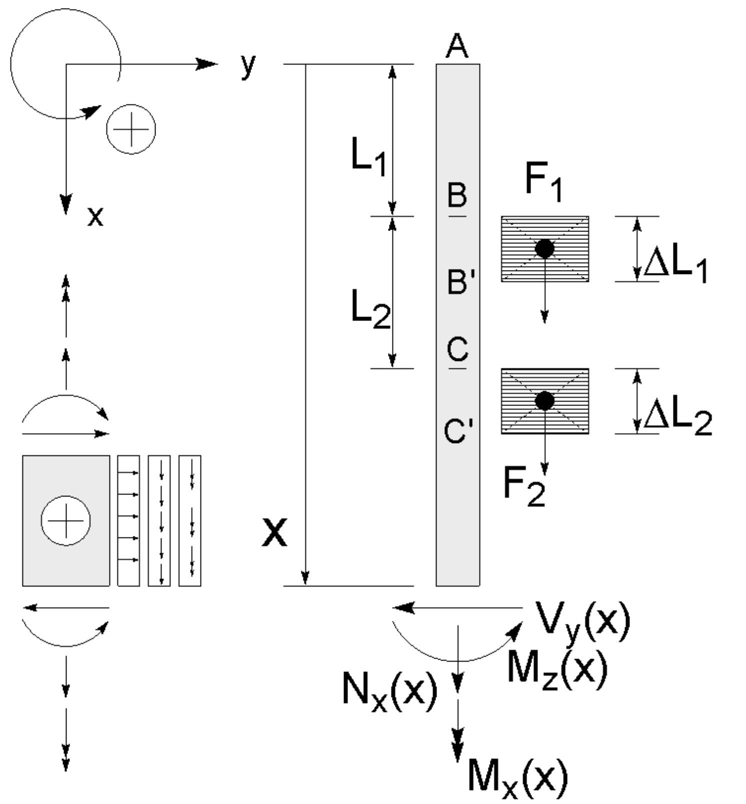
$\Sigma F_Y=0$

$-F_{YD}=0 \therefore F_{YD}=0$ (21)

$\Sigma M_Z=0 \therefore +M_Z=0$ (22)

$\Sigma M_X=0 \therefore +M_X=0$ (23)

4e) seção C'D ($L_1 + L_2 + \Delta L_2 < x < L_1 + L_2 + L_3$)



$\Sigma F_X=0$

$F_1 + F_2 + N_x(x) = 0$

$N_X(x) = -F_1 - F_2 = -10000$ N (24)

$\Sigma F_Y=0$

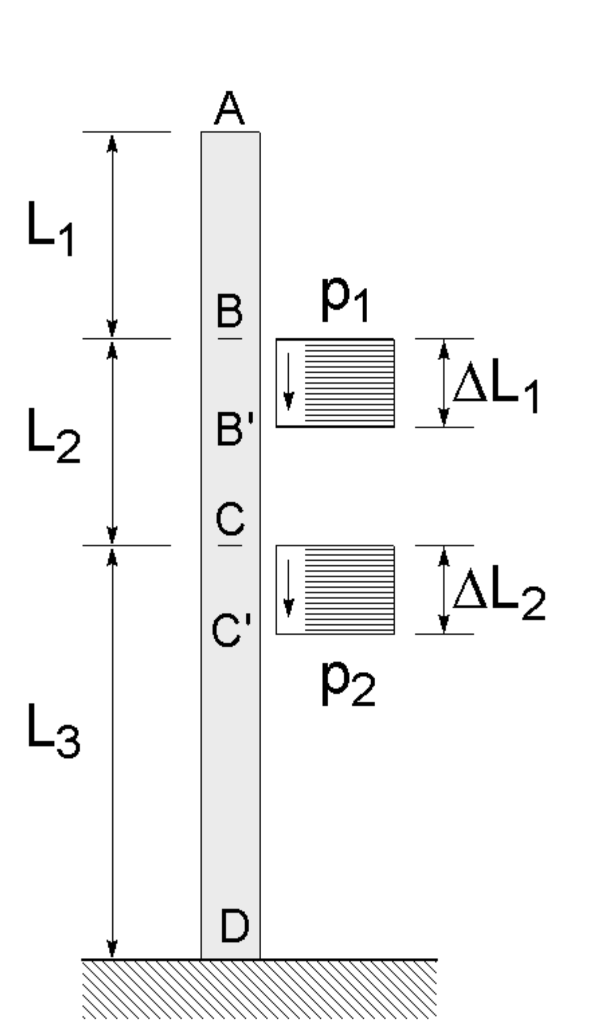
$-F_{YD}=0 \therefore F_{YD}=0$ (25)

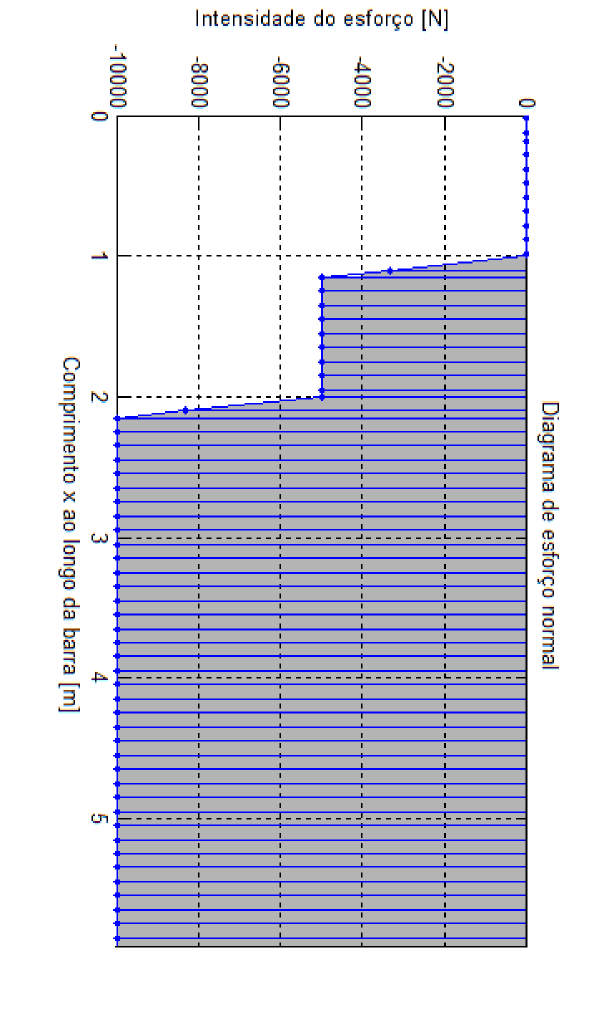
$\Sigma M_Z=0 \therefore +M_Z=0$ (26)

$\Sigma M_X=0 \therefore +M_X=0$ (27)

EM 406 – Resistência dos Materiais I – Gabarito da Primeira Prova

5) Diagrama de força normal resultante $N_X(x)$

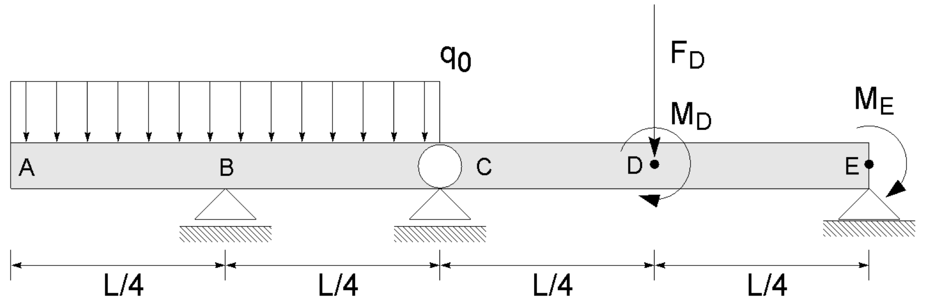




a) Esquema original	b) Diagrama de força normal $N_X(x)$ [N]

Questão 2 (4,5). A figura 2, abaixo, mostra uma viga sujeita a um carregamento uniformemente distribuído, q_0, atuando sobre parte de seu comprimento ($0<x<L/2$), bem como a uma força concentrada F_D e um momento fletor concentrado M_D aplicados no ponto $x=3L/4$, ponto D. A viga possui apoios nos pontos B, C e E. No ponto C existe uma rótula e na extremidade direita (E) existe um momento concentrado aplicado. Para esta viga, utilizando as equações diferenciais de equilíbrio, determine:

1) A equação do carregamento;
2) As condições de contorno e restrição do problema;
3) As equações de esforços resultantes atuando nas seções;
4) Os diagramas de esforços resultantes existentes nas seções;
5) As reações de apoio, obtidas dos diagramas ou da solução das equações diferenciais de equilíbrio.



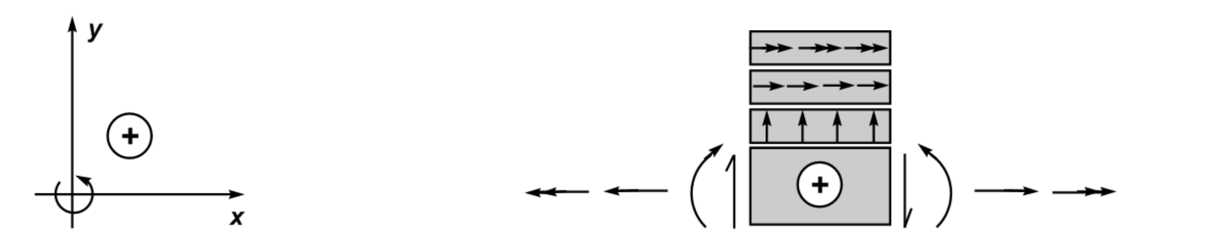
Dados:

$L = 4$ m;
$q_0 = 3000$ N/m;
$M_D = 1500$ N·m;
$M_E = 1800$ N·m;
$F_D = 3300$ N.

Figura 2: Viga com três apoios, uma rótula e diversos esforços externos aplicados.

Solução

1) Eixos e convenções



2) Equação Diferencial

$$\frac{d^2}{dx^2} M_Z(x) = q(x) \tag{1}$$

3) Equação de carregamento

$$q(x) = -q_0 + q_0 \left\langle x - L/2 \right\rangle^0 + R_{YB} \left\langle x - L/4 \right\rangle^{-1} + R_{YC} \left\langle x - L/2 \right\rangle^{-1} - F_D \left\langle x - 3L/4 \right\rangle^{-1} + M_D \left\langle x - 3L/4 \right\rangle^{-2} \tag{2}$$

4) Condições de Contorno e restrição

Condições de contorno

$$M_Z(x=0)=0 \tag{3}$$

$$V_Y(x=0)=0 \tag{4}$$

$$M_Z(x=L)=-M_E \tag{5}$$

Equação de Restrição

$$M_Z(x={}^{L}\!/_{2})=0 \quad \text{(rótula)} \tag{6}$$

5) Integração da equação diferencial

Substitui-se (2) em (1) para se obter

$$\frac{d^2}{dx^2}M_Z(x)=-q_0+q_0\left\langle x-{}^{L}\!/_{2}\right\rangle^0+R_{YB}\left\langle x-{}^{L}\!/_{4}\right\rangle^{-1}+R_{YC}\left\langle x-{}^{L}\!/_{2}\right\rangle^{-1}-F_D\left\langle x-{}^{3L}\!/_{4}\right\rangle^{-1}+M_D\left\langle x-{}^{3L}\!/_{4}\right\rangle^{-2}$$

Integrando uma vez:

$$\begin{aligned}\frac{d}{dx}M_Z(x)=V_Y(x)=-q_0x+q_0\left\langle x-{}^{L}\!/_{2}\right\rangle^1+R_{YB}\left\langle x-{}^{L}\!/_{4}\right\rangle^0+R_{YC}\left\langle x-{}^{L}\!/_{2}\right\rangle^0+\\ -F_D\left\langle x-{}^{3L}\!/_{4}\right\rangle^0+M_D\left\langle x-{}^{3L}\!/_{4}\right\rangle^{-1}+C_1\end{aligned} \tag{7}$$

Integrando novamente:

$$\begin{aligned}M_Z(x)=-\frac{q_0}{2}x^2+\frac{q_0}{2}\left\langle x-{}^{L}\!/_{2}\right\rangle^2+R_{YB}\left\langle x-{}^{L}\!/_{4}\right\rangle^1+R_{YC}\left\langle x-{}^{L}\!/_{2}\right\rangle^1+\\ -F_D\left\langle x-{}^{3L}\!/_{4}\right\rangle^1+M_D\left\langle x-{}^{3L}\!/_{4}\right\rangle^0+C_1x+C_2\end{aligned} \tag{8}$$

6) Determinação das incógnitas e constantes de integração

Aplicando (4) em (7), tem-se:

$$\begin{aligned}V_Y(x=0)=-q_0 0+\underbrace{q_0\left\langle x-{}^{L}\!/_{2}\right\rangle^1}_{x<{}^{L}\!/_{2}\Rightarrow\therefore 0}+\underbrace{R_{YB}\left\langle x-{}^{L}\!/_{4}\right\rangle^0}_{x<{}^{L}\!/_{4}\Rightarrow\therefore 0}+\underbrace{R_{YC}\left\langle x-{}^{L}\!/_{2}\right\rangle^0}_{x<{}^{L}\!/_{2}\Rightarrow\therefore 0}+\\ -\underbrace{F_D\left\langle x-{}^{3L}\!/_{4}\right\rangle^0}_{x<{}^{3L}\!/_{4}\Rightarrow\therefore 0}+\underbrace{M_D\left\langle x-{}^{3L}\!/_{4}\right\rangle^{-1}}_{x<{}^{3L}\!/_{4}\Rightarrow\therefore 0}+C_1=0\end{aligned}$$

$$C_1=0 \tag{9}$$

Aplicando (3) e (9) em (8), tem-se:

$$\begin{aligned}M_Z(x=0)=-\frac{q_0}{2}0^2+\underbrace{\frac{q_0}{2}\left\langle x-{}^{L}\!/_{2}\right\rangle^2}_{x<{}^{L}\!/_{2}\Rightarrow\therefore 0}+\underbrace{R_{YB}\left\langle x-{}^{L}\!/_{4}\right\rangle^1}_{x<{}^{L}\!/_{4}\Rightarrow\therefore 0}+\underbrace{R_{YC}\left\langle x-{}^{L}\!/_{2}\right\rangle^1}_{x<{}^{L}\!/_{2}\Rightarrow\therefore 0}+\\ -\underbrace{F_D\left\langle x-{}^{3L}\!/_{4}\right\rangle^1}_{x<{}^{3L}\!/_{4}\Rightarrow\therefore 0}+\underbrace{M_D\left\langle x-{}^{3L}\!/_{4}\right\rangle^0}_{x<{}^{3L}\!/_{4}\Rightarrow\therefore 0}+\underbrace{C_1}_{=0}x+C_2=0\end{aligned}$$

$$C_2=0 \tag{10}$$

Aplicando (6), (9) e (10) em (8), tem-se:

$$M_Z\left(x=\frac{L}{2}\right)=-\frac{q_0}{2}\left(\frac{L}{2}\right)^2+\underbrace{\frac{q_0}{2}\left\langle L/2-L/2\right\rangle^2}_{0}+\underbrace{R_{YB}\left\langle L/2-L/4\right\rangle^1}_{=R_{YB}\frac{L}{4}}+\underbrace{R_{YC}\left\langle L/2-L/2\right\rangle^1}_{x<L/2\Rightarrow\therefore 0}+$$

$$-\underbrace{F_D\left\langle x-3L/4\right\rangle^1}_{x<3L/4\Rightarrow\therefore 0}+\underbrace{M_D\left\langle x-3L/4\right\rangle^0}_{x<3L/4\Rightarrow\therefore 0}+\underbrace{C_1}_{=0}x+\underbrace{C_2}_{=0}=0$$

$$R_{YB}=\frac{q_0L}{2} \tag{11}$$

Aplicando (5), (9), (10) e (11) em (8), tem-se:

$$M_Z\left(x=L\right)=-\frac{q_0}{2}L^2+\frac{q_0}{2}\underbrace{\left(L-L/2\right)^2}_{\left(\frac{L}{2}\right)^2}+R_{YB}\underbrace{\left(L-L/4\right)^1}_{\frac{3L}{4}}+R_{YC}\underbrace{\left(L-L/2\right)^1}_{\frac{L}{2}}+$$

$$-F_D\underbrace{\left(L-3L/4\right)^1}_{\frac{L}{4}}+M_D\underbrace{\left(L-3L/4\right)^0}_{=1}=-M_E$$

$$-\frac{q_0}{2}L^2+\frac{q_0}{8}L^2+\underbrace{R_{YB}}_{\frac{q_0L}{2}}\frac{3L}{4}+R_{YC}\frac{L}{2}-F_D\frac{L}{4}+M_D=-M_E$$

$$R_{YC}=+\frac{F_D}{2}-\frac{2}{L}\left(M_D+M_E\right) \tag{12}$$

7) Equações finais

Substitui-se (9), (10), (11) e (12) em (7) e (8) para se obter as expressões finais de força cortante e momento fletor:

$$\begin{aligned}V_Y(x)=&-q_0x+q_0\left\langle x-L/2\right\rangle^1+\frac{q_0L}{2}\left\langle x-L/4\right\rangle^0+\left[\frac{F_D}{2}-\frac{2}{L}\left(M_D+M_E\right)\right]\left\langle x-L/2\right\rangle^0+\\&-F_D\left\langle x-3L/4\right\rangle^0+M_D\left\langle x-3L/4\right\rangle^{-1}\end{aligned} \tag{13}$$

$$\begin{aligned}M_Z(x)=&-\frac{q_0}{2}x^2+\frac{q_0}{2}\left\langle x-L/2\right\rangle^2+\frac{q_0L}{2}\left\langle x-L/4\right\rangle^1+\left[\frac{F_D}{2}-\frac{2}{L}\left(M_D+M_E\right)\right]\left\langle x-L/2\right\rangle^1+\\&-F_D\left\langle x-3L/4\right\rangle^1+M_D\left\langle x-3L/4\right\rangle^0\end{aligned} \tag{14}$$

8a) Gráficos: esforço cortante

$$V_Y(x) = -q_0 x + q_0 \left\langle x - \tfrac{L}{2} \right\rangle^1 + \frac{q_0 L}{2}\left\langle x - \tfrac{L}{4}\right\rangle^0 + \left[\frac{F_D}{2} - \frac{2}{L}\left(M_D + M_E\right)\right]\left\langle x - \tfrac{L}{2}\right\rangle^0 +$$
$$- F_D \left\langle x - \tfrac{3L}{4}\right\rangle^0 + M_D \left\langle x - \tfrac{3L}{4}\right\rangle^{-1}$$

$$V_Y\left(0 < x < \frac{L}{4}\right) = -q_0 x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} V_Y\left(x = 0\right)^+ = 0 \quad \text{(condição de contorno!)} \\ V_Y\left(x = \tfrac{L}{4}\right)^- = -q_0 \dfrac{L}{4} = -3000N \end{cases}$$

$$V_Y\left(\frac{L}{4} < x < \frac{L}{2}\right) = -q_0 x + \frac{q_0 L}{2}\underbrace{\left(x - \tfrac{L}{4}\right)^0}_{=1} = -q_0\left(x - \frac{L}{2}\right)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} V_Y\left(x = \tfrac{L}{4}\right)^+ = -q_0\left(\dfrac{L}{4} - \dfrac{L}{2}\right) = q_0 \dfrac{L}{4} = 3000N \\ V_Y\left(x = \tfrac{L}{2}\right)^- = -q_0\left(\dfrac{L}{2} - \dfrac{L}{2}\right) = 0 \end{cases}$$

$$V_Y\left(\frac{L}{2} < x < \frac{3L}{4}\right) = -q_0 x + q_0\left(x - \tfrac{L}{2}\right) + \frac{q_0 L}{2}\underbrace{\left(x - \tfrac{L}{4}\right)^0}_{=1} + \left[\frac{F_D}{2} - \frac{2}{L}\left(M_D + M_E\right)\right]\underbrace{\left(x - \tfrac{L}{2}\right)^0}_{=1} =$$
$$= -q_0 x + q_0 x - q_0\frac{L}{2} + q_0 \frac{L}{2} + \left[\frac{F_D}{2} - \frac{2}{L}\left(M_D + M_E\right)\right] =$$
$$= \frac{F_D}{2} - \frac{2}{L}\left(M_D + M_E\right)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} V_Y\left(x = \tfrac{L}{2}\right)^+ = \dfrac{F_D}{2} - \dfrac{2}{L}\left(M_D + M_E\right) = 0 \\ V_Y\left(x = \tfrac{3L}{4}\right)^- = \dfrac{F_D}{2} - \dfrac{2}{L}\left(M_D + M_E\right) = 0 \end{cases}$$

$$V_Y\left(\frac{3L}{4} < x < L\right) = -q_0 x + q_0\left(x - \tfrac{L}{2}\right)^1 + \frac{q_0 L}{2}\underbrace{\left(x - \tfrac{L}{4}\right)^0}_{=1} + \left[\frac{F_D}{2} - \frac{2}{L}\left(M_D + M_E\right)\right]\underbrace{\left(x - \tfrac{L}{2}\right)^0}_{=1} +$$
$$- F_D \underbrace{\left(x - \tfrac{3L}{4}\right)^0}_{=1} + M_D \underbrace{\left\langle x - \tfrac{3L}{4}\right\rangle^{-1}}_{desprezar} =$$
$$= -\frac{F_D}{2} - \frac{2}{L}\left(M_D + M_E\right)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} V_Y\left(x = \tfrac{3L}{4}\right)^+ = -\dfrac{F_D}{2} - \dfrac{2}{L}\left(M_D + M_E\right) = -3300\ N \\ V_Y\left(x = L\right)^- = -\dfrac{F_D}{2} - \dfrac{2}{L}\left(M_D + M_E\right) = -3300\ N \quad (R_{YE}) \end{cases}$$

8b) Gráficos: momento fletor

$$M_Z(x) = -\frac{q_0}{2}x^2 + \frac{q_0}{2}\left\langle x - L/2 \right\rangle^2 + \frac{q_0 L}{2}\left\langle x - L/4 \right\rangle^1 + \left[\frac{F_D}{2} - \frac{2}{L}\left(M_D + M_E\right)\right]\left\langle x - L/2 \right\rangle^1 +$$
$$- F_D \left\langle x - 3L/4 \right\rangle^1 + M_D \left\langle x - 3L/4 \right\rangle^0$$

$$M_Z\left(0 < x < \frac{L}{4}\right) = -\frac{q_0}{2}x^2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} M_Z\left(x = 0\right)^+ = 0 \quad \text{(condição de contorno!)} \\ M_Z\left(x = L/4\right)^- = -q_0\dfrac{L^2}{32} = -1500 N \cdot m \end{cases}$$

$$M_Z\left(\frac{L}{4} < x < \frac{L}{2}\right) = -\frac{q_0}{2}x^2 + \frac{q_0 L}{2}\left(x - L/4\right) = -\frac{q_0}{2}x^2 + \frac{q_0 L}{2}x - \frac{q_0 L^2}{8}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} M_Z\left(x = L/4\right)^+ = -\dfrac{q_0}{2}\dfrac{L^2}{16} + \dfrac{q_0 L}{2}\dfrac{L}{4} - \dfrac{q_0 L^2}{8} = -1500\, N \cdot m \\ M_Z\left(x = L/2\right)^- = -\dfrac{q_0}{2}\dfrac{L^2}{4} + \dfrac{q_0 L}{2}\dfrac{L}{2} - \dfrac{q_0 L^2}{8} = 0 \,\text{(rótula!)} \end{cases}$$

$$M_Z\left(\frac{L}{2} < x < \frac{3L}{4}\right) = -\frac{q_0}{2}x^2 + \frac{q_0}{2}\left(x - L/2\right)^2 + \frac{q_0 L}{2}\left(x - L/4\right)^1 + \left[\frac{F_D}{2} - \frac{2}{L}\left(M_D + M_E\right)\right]\left(x - L/2\right)^1 =$$
$$= \left[\frac{F_D}{2} - \frac{2}{L}\left(M_D + M_E\right)\right]x - \frac{L}{2}\left[\frac{F_D}{2} - \frac{2}{L}\left(M_D + M_E\right)\right]$$

$$\Rightarrow \begin{cases} M_Z\left(x = L/2\right)^+ = \left[\dfrac{F_D}{2} - \dfrac{2}{L}\left(M_D + M_E\right)\right]\dfrac{L}{2} - \dfrac{L}{2}\left[\dfrac{F_D}{2} - \dfrac{2}{L}\left(M_D + M_E\right)\right] = 0 \,\text{(rótula!)} \\ M_Z\left(x = 3L/4\right)^- = \left[\dfrac{F_D}{2} - \dfrac{2}{L}\left(M_D + M_E\right)\right]\dfrac{3L}{4} - \dfrac{L}{2}\left[\dfrac{F_D}{2} - \dfrac{2}{L}\left(M_D + M_E\right)\right] = 0 \end{cases}$$

$$M_Z\left(\frac{3L}{4} < x < L\right) = -\frac{q_0}{2}x^2 + \frac{q_0}{2}\left(x - L/2\right)^2 + \frac{q_0 L}{2}\left(x - L/4\right)^1 + \left[\frac{F_D}{2} - \frac{2}{L}\left(M_D + M_E\right)\right]\left(x - L/2\right)^1 +$$
$$- F_D\left(x - 3L/4\right) + M_D\left(x - 3L/4\right)^0 =$$
$$= \left[\frac{F_D}{2} - \frac{2}{L}\left(M_D + M_E\right)\right]\left(x - L/2\right) - F_D\left(x - 3L/4\right) + M_D$$

$$\Rightarrow \begin{cases} M_Z\left(x = 3L/4\right)^+ = \left[\dfrac{F_D}{2} - \dfrac{2}{L}\left(M_D + M_E\right)\right]\dfrac{L}{4} + M_D = +1500\, N \cdot m \\ M_Z\left(x = L\right)^- = \left[\dfrac{F_D}{2} - \dfrac{2}{L}\left(M_D + M_E\right)\right]\dfrac{L}{2} - F_D\dfrac{L}{4} + M_D = -1800\, N \cdot m \text{ (condição de contorno!)} \end{cases}$$

9) Diagramas de esforço cortante e momento fletor

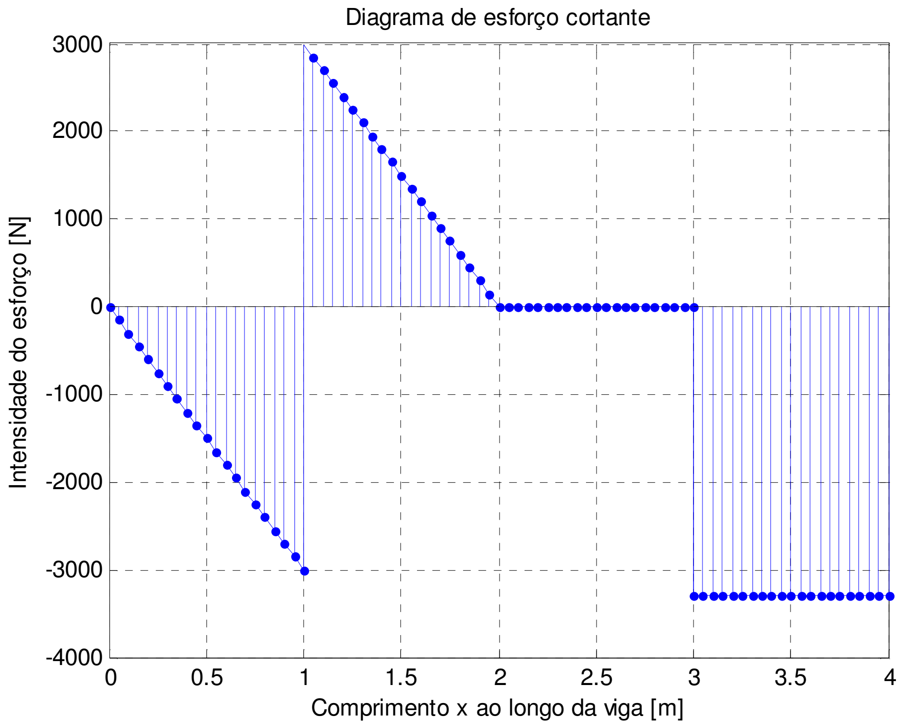


Figura 2.1: Diagrama de esforço cortante.

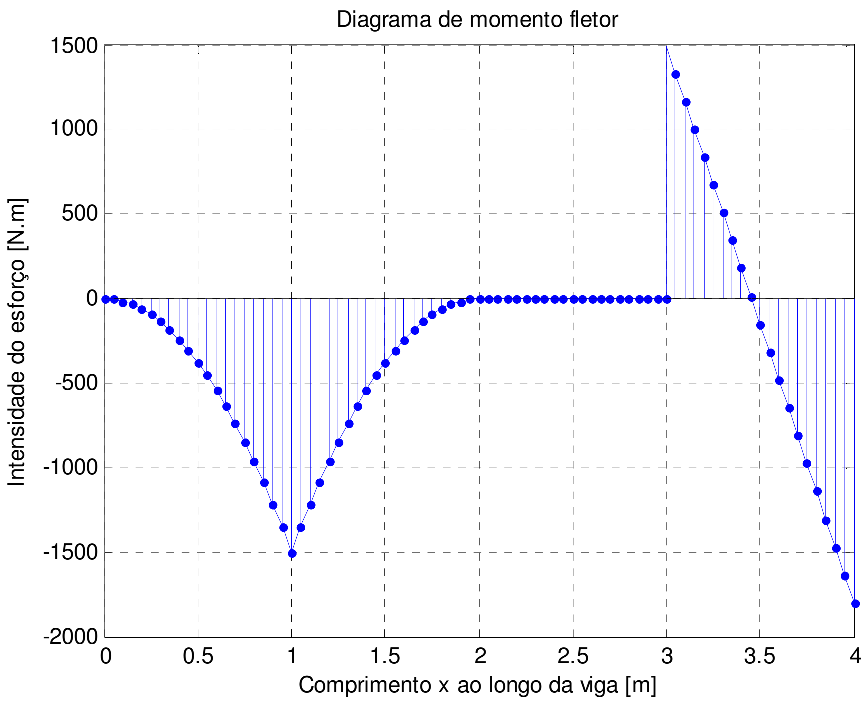


Figura 2.2: Diagrama de momento fletor.

Questão 3 (3,0). Durante o projeto de uma peça mecânica foi determinado, através de simulação, o campo de tensões σ_{ij} ao qual a peça estará submetida. Do ponto de vista construtivo a peça deverá ser fabricada em duas partes. As pares serão ligadas entre si por planos cuja normal é dada por $\{n_b\} = \{1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2}, 0\}^T$. O plano de união das peças pode ser fabricado em três distâncias distintas da origem, x = L/4, x = L/2 e x = 3L/4, tal como mostrado no conjunto de figuras 3, abaixo. A união deverá ser feita por uma cola a ser distribuída uniformemente sobre a superfície dos planos. A cola a ser usada não resiste bem à tensão normal, σ_n. Desta forma, deve-se utilizar a opção construtiva que apresentar menor tensão normal. Pergunta-se qual será a solução construtiva a ser utilizada (x=?) bem como o vetor força de superfície que atua neste plano {t}, e suas componentes normal $\{t_n\}$ e tangencial $\{t_t\}$.

Dados: L = 0,8m, $\sigma_{XX} = 10,0x$, $\sigma_{YY} = -15,0x$, $\sigma_{XY} = \sigma_{YX} = -25,0x$, $\sigma_{ZZ} = +7500$, $\sigma_{XZ} = \sigma_{ZX} = +3500$, $\sigma_{YZ} = \sigma_{ZY} = -5500$. As unidades do campo de tensões são expressas em N/mm^2 e as distâncias (x) em mm.

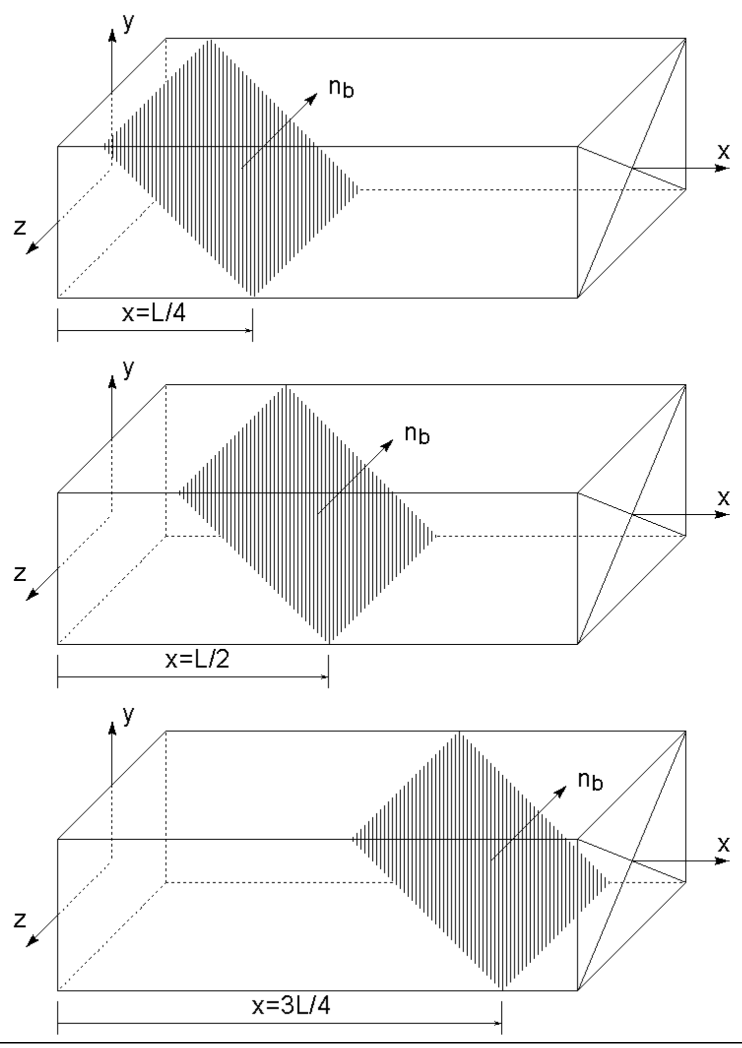


Figura 3: Opções construtivas de uma peça mecânica.

Solução:

Segundo o enunciado, o estado de tensão atuante na peça é dado por:

$$[\sigma]=\begin{bmatrix}10x & -25x & 3500\\ -25x & -15x & -5500\\ 3500 & -5500 & 7500\end{bmatrix} \tag{1}$$

Assim, o vetor força de superfície em qualquer dos três planos é dado por:

$$\{t\}=[\sigma]\{n_b\}=\begin{bmatrix}10x & -25x & 3500\\ -25x & -15x & -5500\\ 3500 & -5500 & 7500\end{bmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{Bmatrix}1\\1\\0\end{Bmatrix}=\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{Bmatrix}-15x\\-40x\\-2000\end{Bmatrix} \tag{2}$$

O módulo da força normal ao plano $\{n_b\}$ é dado então por:

$$\left|t_n(x)\right|=\{t\}\bullet\{n_b\}=\frac{1}{\sqrt{2}}\{-35x \quad -40x \quad -2000\}\bullet\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{Bmatrix}1\\1\\0\end{Bmatrix}=-\frac{55}{2}x \tag{3}$$

Da Equação (3), é fácil perceber que quanto maior o valor de x, maior a tensão normal (de compressão) atuante no plano $\{n_b\}$. Assim, a solução a ser escolhida é x = L/4, para a qual:

$$\left|t_n\left(x=\frac{L}{4}\right)\right|=-\frac{55}{2}\frac{L}{4}=-\frac{55}{2}\frac{800\,m}{4}=-5500\frac{N}{mm^2}$$

$$t_n\left(x=\frac{L}{4}\right)=\left|t_n\left(x=\frac{L}{4}\right)\right|\{n_b\}=-5500\frac{N}{mm^2}\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{Bmatrix}1\\1\\0\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}-3889\\-3889\\0\end{Bmatrix}\frac{N}{mm^2}$$

$$t_n\left(x=\frac{L}{4}\right)=\begin{Bmatrix}-3889\\-3889\\0\end{Bmatrix}\frac{N}{mm^2} \tag{4}$$

$$t_t\left(x=\frac{L}{4}\right)=t\left(x=\frac{L}{4}\right)-t_n\left(x=\frac{L}{4}\right)=\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{Bmatrix}-35\left(L/4\right)\\-40\left(L/4\right)\\-2000\end{Bmatrix}-\begin{Bmatrix}-3889\\-3889\\0\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}1768\\-1768\\-1414\end{Bmatrix}\frac{N}{mm^2}$$

$$t_t\left(x=\frac{L}{4}\right)=\begin{Bmatrix}1768\\-1768\\-1414\end{Bmatrix}\frac{N}{mm^2} \tag{5}$$