

Métodos I - 1S11 - Lista 8

Encontre os autovalores e autofunções dos seguintes problemas de Sturm-Liouville:

$$(a) \begin{cases} y'' + \lambda y = 0, & 0 < x < 1, \\ y(0) + y'(0) = 0, & y(1) = 0, \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} x^2 y'' + xy' + \lambda y = 0, & 0 < x < 1, \\ y(1) = 0, & y(e) = 0, \end{cases}$$

$$(c) \begin{cases} y'' + y' + (1 + \lambda)y = 0, & 0 < x < 1, \\ y(0) = 0, & y(1) = 0, \end{cases}$$

$$(d) \begin{cases} y'' + \lambda y = 0, & -1 < x < 1, \\ y(-1) = y(1), & y'(-1) = y'(1), \end{cases}$$

$$(e) \begin{cases} y'' - 3y' + 3(1 + \lambda)y = 0, & 0 < x < \pi, \\ y(0) = 0, & y(\pi) = 0, \end{cases}$$

$$(f) \begin{cases} \frac{d}{dx} \left[(2+x)^2 \frac{dy}{dx} \right] = -\lambda y, & -1 < x < 1, \\ y(-1) = 0, & y(1) = 0, \end{cases}$$

$$(g) \begin{cases} x^2 y'' + xy' + \lambda y = 0, & 0 < x < 1, \\ y(1) = 0, & \lim_{x \rightarrow 0^+} |y(x)| < \infty, \end{cases}$$

$$(h) \begin{cases} y'' + \lambda y = 0, & 0 < x < \infty, \\ y(0) = 0, & \lim_{x \rightarrow \infty} |y(x)| < \infty, \end{cases}$$

$$(i) \begin{cases} xy'' + y' + \lambda xy = 0, & 0 < x < 1, \\ y(1) = 0, & \lim_{x \rightarrow 0^+} |y(x)| < \infty, \end{cases}$$

$$(j) \begin{cases} \frac{d}{dx} \left[(x-a)(b-x) \frac{dy}{dx} \right] + \lambda y = 0, & a < x < b, \\ \lim_{x \rightarrow a} |y(x)| < \infty, & \lim_{x \rightarrow b} |y(x)| < \infty, \end{cases}$$

$$(k) \begin{cases} y'' - y = 0, & 0 < x < 1, \\ y(0) = 0, & y(1) = 1, \end{cases}$$

$$(l) \begin{cases} y'' + 4y' + 7y = 0, & 0 < x < 1, \\ y(0) = 0, & y'(1) = 1, \end{cases}$$

$$(m) \begin{cases} y'' - 6y' + 25y = 0, & 0 < x < \pi/4, \\ y'(0) = 1, & y(\pi/4) = 0, \end{cases}$$

$$(n) \begin{cases} y'' + 2y' + y = x, & 0 < x < 2, \\ y(0) = 0, & y(2) = 3. \end{cases}$$