UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
Instituto de Física Gleb Wataghin
F 128 - 1^o semestre 2008 - Fernando Sato
Prova 1 (Gabarito) - Noturno - 09/04/2008

Problema 1: A posição de uma partícula movendo-se ao longo do eixo x é dada por $x(t) = 12t^2 - 2t^3$, onde x está em metros e t em segundos.

a) Determine a aceleração da partícula em t=3 s.

b) Qual é a coordenada x positiva máxima alcançada pela partícula?

c) Qual é a velocidade positiva máxima da partícula?

d) Qual é a aceleração da partícula no instante em que ela não está se movendo (outra diferente daquela em que t = 0)?

e) Determine a velocidade média da partícula entre t = 0 e t = 3 s.

Item (a)

$$\begin{aligned}
&x(t) = 12t^2 - 2t^3 \\
&\Rightarrow v(t) = \tfrac{dx(t)}{dt} = 24t - 6t^2 \\
&\Rightarrow a(t) = \tfrac{dv(t)}{dt} = 24 - 12t \\
&\Rightarrow a(3) = 24 - 12(3) = -12\tfrac{m}{s^2}
\end{aligned}$$

Item (b)

$$\begin{aligned}
&x_{\max} \Leftrightarrow v(t_{\max}) = 0 \\
&\Rightarrow v(t_{\max}) = 24t - 6t^2 = 0 \Rightarrow t = 4s \\
&\Rightarrow x(t = 4s) = 12 \cdot 16 - 2 \cdot 64 = 64m
\end{aligned}$$

Item (c)

$$\begin{aligned}
&v_{\max} \Leftrightarrow a(t_{\max}) = 0 \\
&\Rightarrow a(t_{\max}) = 24 - 12t = 0 \Rightarrow t = 12s \\
&\Rightarrow v(t = 2s) = 23 \cdot 2 - 6 \cdot 4 = 24\tfrac{m}{s}
\end{aligned}$$

Item (d)

$$v_{media} = \frac{x(t = 3s) - x(t = 0s)}{3} = \frac{54}{3} = 18\frac{m}{s}$$

Item (e)

$$\begin{aligned}
&v(t_{\max}) = 0 \Rightarrow t = 4s \\
&a(t = 4s) = 24 - 12 \cdot 4 = -24\tfrac{m}{s^2}
\end{aligned}$$

Problema 2: Na tentativa de atingir um alvo que se encontra no solo, o piloto de um avião lança uma bomba a uma velocidade de 400 m/s em relação ao solo, fazendo um ângulo de 30^o em relação à trajetória de vôo. Sabendo que o avião se encontra a uma altura de 1125 m (ignore efeitos de resistência do ar, considere a bomba como sendo uma partícula pontual e $g = 10m/s^2$), determine:

a) o tempo gasto para a bomba atingir o solo;

b) a distância D necessária para a bomba atingir o alvo;

c) o vetor velocidade da bomba ao atingir o alvo.

Para o problema em questão, consideremos que no instante $t = 0$ o conjunto (avião + bomba) se encontra na origem. Além disso, tomemos y positivo para baixo e x positivo na direção do vôo:

Item (a):

A equação horária da bomba na direção vertical será:

$$y(t) = y_0 + v_{y0}\, t + \frac{1}{2}gt^2$$

Dessa forma, teremos:

$$+h = 0 + V_0\, sen\,(30^\circ)\, t + \frac{1}{2}gt^2 \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2}gt^2 + \frac{1}{2}V_0\; t - h = 0$$

ou

$$g\, t^2 + V_0\, t - 2h = 0$$

Resolvendo em t, encontramos:

$$t = \frac{-V_0 \pm \sqrt{(V_0)^2 + 8gh}}{2g}$$

Como tempos negativos não têm sentido físico, ficamos com:

$$t = \frac{\sqrt{(400)^2 + 9.000g} - 400}{2g} = \frac{100}{20} = 5s$$

Item (b)

A velocidade na direção horizontal mantém-se constante. Assim, a equação horária da bomba nessa direção será:

$$x(t) = x_0 + V_{x0}\, t$$

Assim,

$$D = 0 + V_0\; \cos\,(30^o)\, t = \frac{\sqrt{3}}{2}V_o \left(\frac{\sqrt{(V_0)^2 + 9.000g} - V_0}{2g} \right)$$

ou seja:

$$D = \tfrac{\sqrt{3}\cdot 400}{4\cdot g}\left(\sqrt{400^2 + 9.000\cdot g} - 400\right)$$
$$D = 1000\sqrt{3}m \cong 1700m$$

Item (c),

A velocidade da bomba na direção vertical (ao atingir o solo) será:

$$V_y(t) = V_{y0} + gt \quad \Rightarrow \quad V_y = \frac{1}{2}V_0 + g\left(\frac{\sqrt{(V_0)^2 + 9.000g} - V_0}{2g} \right) = \frac{1}{2}\left(\sqrt{(V_0)^2 + 9.000g}\right)$$

Enquanto que na direção horizontal será:

$$V_x(t) = V_{x0} = \frac{\sqrt{3}\,V_0}{2}$$

E o vetor velocidade ao atingir o alvo será (para Vo = 400 m/s):

$$\vec{V} = \tfrac{1}{2}\left[\left(\sqrt{3}\cdot V_0\right)\hat{i} + \left(\sqrt{V_0^2 + 9.000\cdot g}\right)\hat{j}\right]$$
$$\vec{V} = \left(200\sqrt{3}\hat{i} + 250\hat{j}\right)\tfrac{m}{s}$$

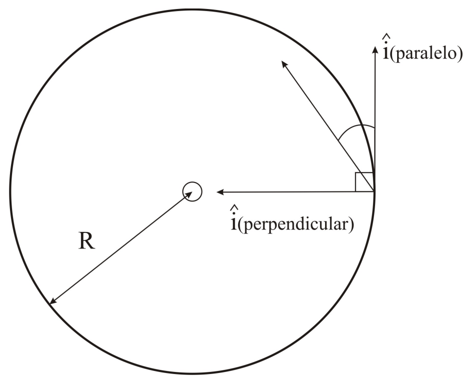
Problema 3: Um carro de montanha-russa descreve uma trajetória circular de raio 10 m. Num dado momento, sua aceleração total é de $1,5m/s^2$, formando um ângulo de 37^o em relação à direção do movimento. Considere $\cos 37^o = 4/5$ e $\sin 37^o = 3/5$.

(a) Calcule o módulo da aceleração centrípeta do carro neste instante.

(b) Determine o vetor velocidade do carro neste instante.

(c) Se a aceleração tangencial é constante, calcule a velocidade do carro 2 s após este instante.

Item (a):



$$a_c = |\vec{a}| \cdot sen37^o = 1,5 \cdot \frac{3}{5} \Rightarrow a_c = 0,9m \cdot s^{-2}$$

Item (b):

$$a_c = \frac{v^2}{R} \Rightarrow v^2 = a_c \cdot R \Rightarrow v = \sqrt{0,9 \cdot 10} \Rightarrow \vec{v} = \left(3m \cdot s^{-1}\right)\hat{i}$$
$$v = 3m \cdot s^{-1}, \text{tangenteaomovimento}.$$

Item (b):

$$a_t = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \Delta v = 2a_t$$
$$\text{mas}, a_t = |\vec{a}| \cdot \cos 37^o = 1,5 \cdot \frac{4}{5} = 1,2m \cdot s^{-2}$$
$$\text{logo}, v - v_0 = 2,4 \Rightarrow v = 5,4m \cdot s^{-1}, \text{tangenteaomovimento}$$

Problema 4: Um caixote de $100kg$ é empurrado para cima com velocidade constante, sobre uma rampa com inclinação de 30^o e de atrito desprezível, conforme mostra a figura abaixo. ($g = 10,0m/s^2$).

(a) Desenhe o diagrama de forças para o caixote.

(b) Qual a força horizontal F necessária?

(c) Qual a força exercida pela rampa sobre o caixote?

Item (a):

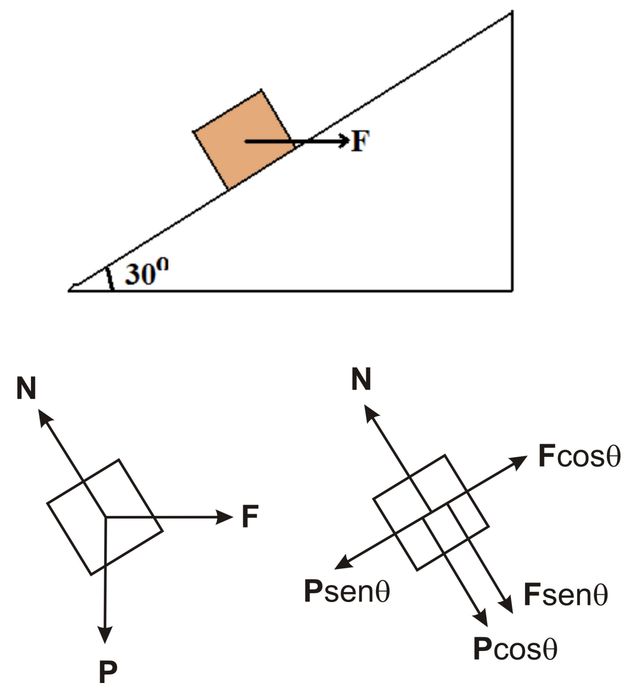


Figura 1: Diagrama Forças.

Item (b):

$$\begin{aligned}
&v = cte \Rightarrow a = 0 \\
&F \cdot \cos\theta - m \cdot g \cdot sen\theta = m \cdot a = 0 \Rightarrow F = m \cdot g \cdot tg30^o \\
&F = \tfrac{1500\sqrt{3}}{3} \Rightarrow F = 500\sqrt{3}N
\end{aligned}$$

Item (c):

$$\begin{aligned}
&N - Fsen\theta - mg\cos\theta = 0 \\
&N = Fsen\theta + mg\cos\theta = 500\sqrt{3}\tfrac{1}{2} + 1500\tfrac{\sqrt{3}}{2} \\
&N = 250\sqrt{3} + 750\sqrt{3} \Rightarrow N = 1000\sqrt{3}
\end{aligned}$$