

F 315 turmas A, B, e D - I Teste (25/03/2010)

Nome: Gabrielito

RA: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

Um barco de massa  $M$  navega com velocidade constante, sobre a superfície de um lago, quando os motores são desligados e o barco começa a desacelerar. Supondo que nesse instante a velocidade do barco é  $v_0 > 0$  e que a força de resistência da água possa ser representada por  $F = -F_0 \exp(-v(t)/v_0)$  com  $F_0$  constante positiva, encontre:

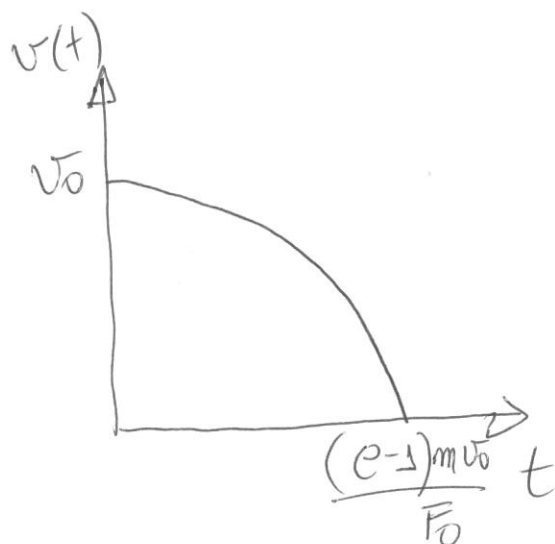
- A velocidade do barco como função do tempo a partir do instante em que os motores são desligados. Esboce um gráfico de  $v(t)$ . (4 pontos)
- O intervalo de tempo necessário para o barco parar. (2 pontos)
- A distância percorrida durante o intervalo de tempo acima. (4 pontos)

$$a) \quad m \dot{x} = -F_0 e^{-\frac{x}{v_0}} \Rightarrow m \frac{dv}{dt} = -F_0 e^{-\frac{v(t)}{v_0}}$$

Separando as variáveis e integrando duela!

$$\int_{v_0}^v e^{\frac{v'}{v_0}} dv' = \int_0^t \frac{-F_0}{m} dt' \Rightarrow v_0 \left( e^{\frac{v}{v_0}} - e^1 \right) = \frac{-F_0}{m} t$$

$$e^{\frac{v}{v_0}} = -\frac{F_0 t}{m v_0} + e \Rightarrow \boxed{v(t) = v_0 \ln \left( e - \frac{F_0 t}{m v_0} \right)}$$



$$b) \quad \text{B/ } v(t) = 0 \Rightarrow v_0 \ln \left( -\frac{F_0 t}{m v_0} + e \right) = 0$$

$$\therefore -\frac{F_0 t}{m v_0} + e = 1$$

$$\boxed{t = (e-1) \frac{m v_0}{F_0}}$$

$$c) \quad m \frac{dv}{dt} = m \frac{dv}{dx} \frac{dx}{dt} = m v \frac{dv}{dx} = -F_0 e^{-\frac{v}{v_0}}$$

$$\int e^{\frac{v'}{v_0}} v' dv' = -\frac{F_0}{m} \int_{x_0}^x dx = -\frac{F_0}{m} \Delta x$$

Integrando o primeiro termo por partes temos:

$$\int_{v_0}^v v' e^{\frac{v'}{v_0}} dv' = v_0 e^{\frac{v'}{v_0}} v' \Big|_{v_0}^v - \int_{v_0}^v v_0 e^{\frac{v'}{v_0}} dv'$$

$$= \left[ v_0 e^{\frac{v'}{v_0}} v' - v_0^2 e^{\frac{v'}{v_0}} \right]_{v_0}^v$$

$$= v_0 e^{\frac{v}{v_0}} v - v_0^2 e^{\frac{v}{v_0}} - \cancel{v_0^2 e} + \cancel{v_0^2 e}$$

$$= v_0 e^{\frac{v}{v_0}} (v - v_0)$$

$$\therefore \boxed{\Delta x = -\frac{m}{F_0} v_0 e^{\frac{v(t)}{v_0}} (v(t) - v_0)}$$

Note que  $v(t_{\text{final}}) = 0 \therefore$

$$\boxed{\Delta x = \frac{m v_0^2}{F_0}}$$