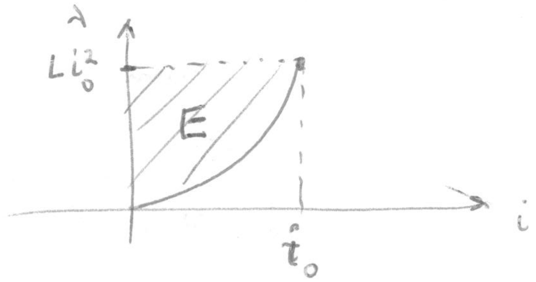
EA 513 A - Circuitos Elétricos

2ª prova - 15/05/2012 - Prof. Rafael

1) O fluxo magnético é dado por:

$\lambda = L i^2$, portanto a energia acumulada é dada por: $E = \left(L i_0^2 \cdot i_0\right) - \int_0^{i_0} L i^2 \, di$



$$= L i_0^3 - L \frac{i^3}{3} \Big|_0^{i_0} = \boxed{\frac{2}{3} L i_0^3}$$

A energia dissipada no resistor é igual à energia total acumulada no campo magnético:

$$E = \frac{2}{3} L i_0^3$$

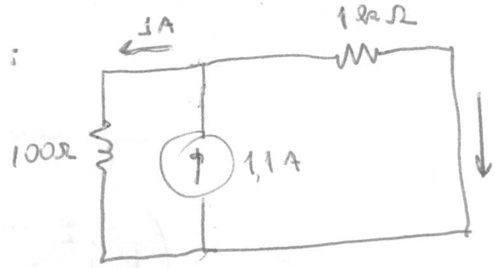
2) Tem-se:
$$\begin{cases} \lambda_1 = L_1 i_1 + M \cos\theta \, i_2 \\ \lambda_2 = M \cos\theta \, i_1 + L_2 i_2 \end{cases}$$

Portanto:
$$\begin{cases} v_1 = \dfrac{d\lambda_1}{dt} = -M \operatorname{sen}\theta \cdot \dfrac{d\theta}{dt} \cdot I_2 \\ v_2 = \dfrac{d\lambda_2}{dt} = -M \operatorname{sen}\theta \, \dfrac{d\theta}{dt} \, I_1 \end{cases}$$

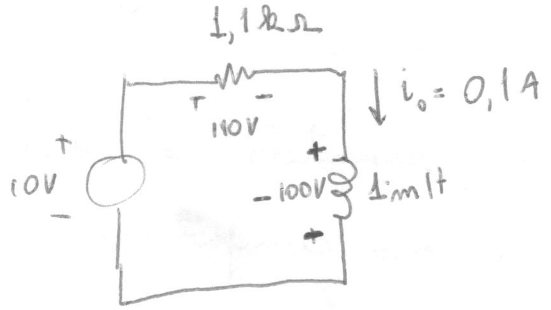
mas $\theta = \omega t$, logo:

$$\boxed{\begin{aligned} v_1(t) &= -\omega M I_2 \operatorname{sen}(\omega t) \\ v_2(t) &= -\omega M I_1 \operatorname{sen}(\omega t) \end{aligned}}$$

3) Considerando a chave na posição A, e que um tempo suficientemente grande transcorreu, a tensão no indutor é nula, portanto o circuito fica:



A corrente no indutor é $i = 0{,}1\ A$ e esta é a condição inicial qdo a chave é comutada para B:



Da figura, conclui-se que a tensão inicial no indutor é:

$$v(0) = -100\ V$$

A tensão final no indutor é $v(\infty) = 0$, portanto, finalmente:

$$v(t) = v_\infty + (v_0 - v_\infty)\, e^{-\frac{t}{\tau}} = \boxed{-100 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

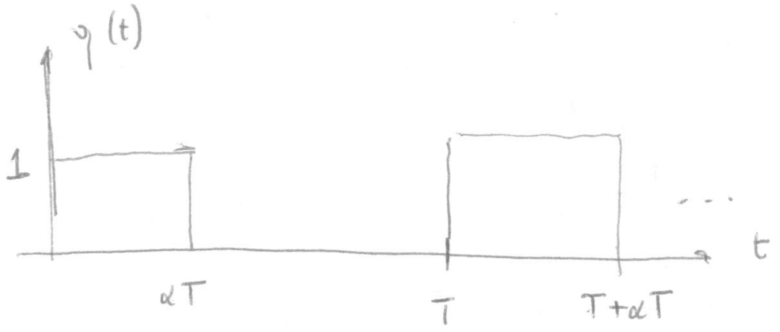
Para o circ. R-L, $\tau = \frac{L}{R} = \frac{10^{-3}}{1{,}1 \times 10^{3}} = \frac{10}{11} 10^{-6}\ s \sim \boxed{0{,}91\ \mu s}$

Para que $|v(t)| < 1V$ devemos ter $e^{-\frac{t}{\tau}} < 0{,}01$

$$\Rightarrow \frac{t}{\tau} \sim 5 \Rightarrow t = 5\tau \Rightarrow t = \frac{50}{11} \times 10^{-6}\ s$$

$\boxed{t = 4{,}54\ \mu s}$ tempo necessário para que $|v(t)| < 1V$

4) Temos:



Valor RMS de $v(t)$:

$$v(t) = V \cdot q(t) \Rightarrow V_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T v^2(\tau)\, d\tau} =$$

$$= \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^{\alpha T} V^2\, d\tau} = V\sqrt{\frac{\alpha \cancel{T}}{\cancel{T}}} = \boxed{V\sqrt{\alpha}}$$

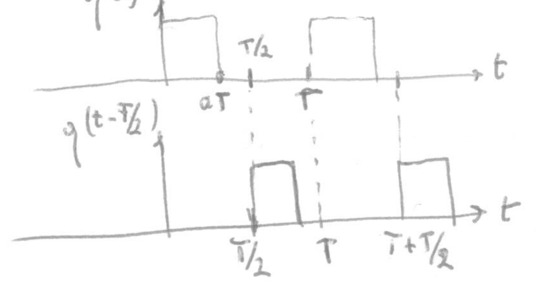
Analogamente, se $i(t) = I\, q(t - T/2)$ então:

$$I_{ef} = I\sqrt{\alpha}$$

Portanto a potência aparente no bipolo da questão é $\boxed{P_{ap} = I V \alpha}$

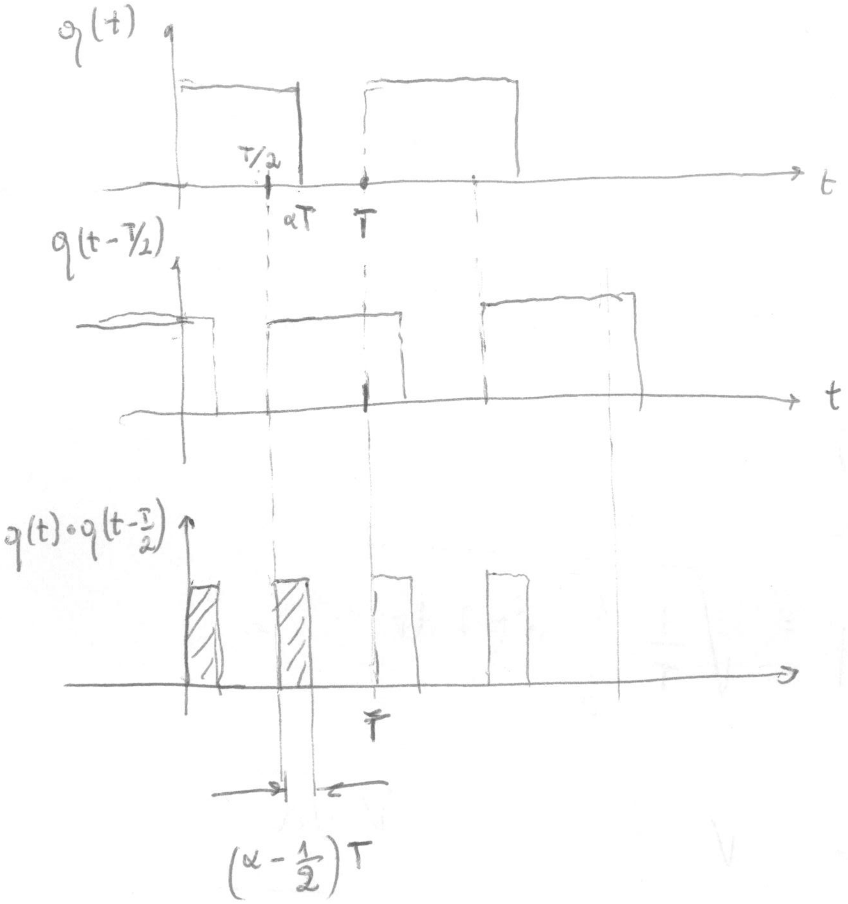
Mas a potência média é dada por:

$$P_m = \frac{1}{T}\int_0^T v(\tau)\, i(\tau)\, d\tau = \frac{VI}{T}\int_0^T q(\tau)\cdot q(\tau - T/2)\, d\tau$$



se $\alpha < \frac{1}{2}$: $\int_0^T q(\tau)\, q(\tau - T/2)\, d\tau = 0$

$$\Rightarrow P_m = 0$$



se $\alpha > 1/2$:

$$\int_0^T q(t) \cdot q(t - T/2) = 2\left(\alpha - \frac{1}{2}\right)T$$

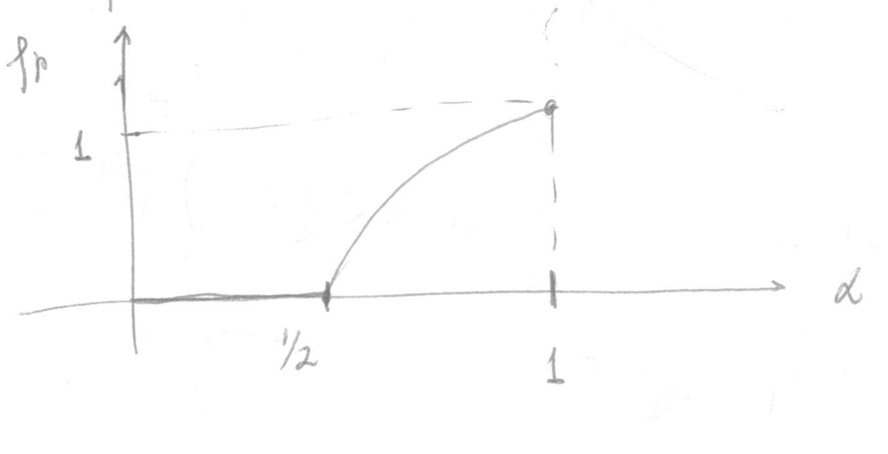
$$= (2\alpha - 1)\,T$$

Portanto: $\quad P_m = \frac{VI}{\cancel{T}} \cdot (2\alpha - 1) \cdot \cancel{T} = VI \cdot (2\alpha - 1)$

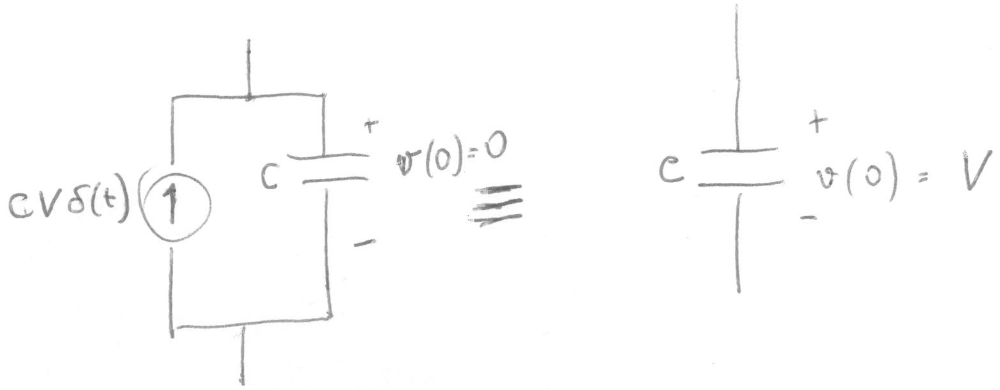
O fator de potência, dado por $f_p = \frac{P_m}{P_{ap}}$

é portanto:

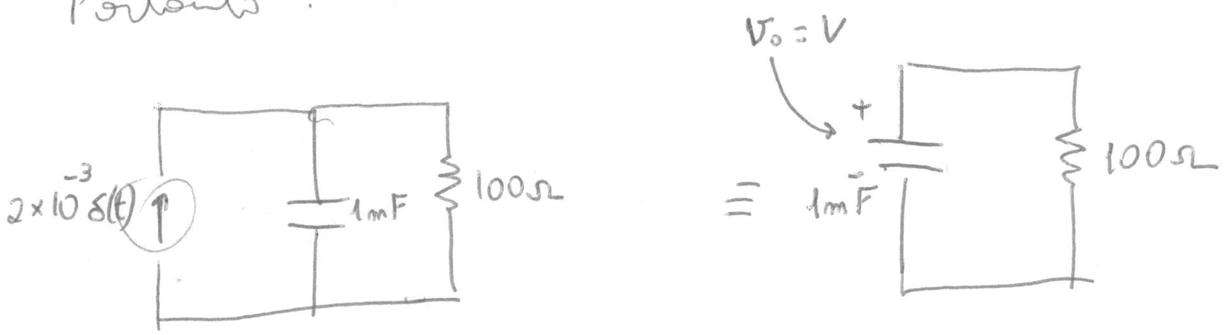
$$f_p = \begin{cases} 0 \,, & \text{se } \alpha < 1/2 \\ \frac{2\alpha - 1}{\alpha} = 2 - \frac{1}{\alpha} \,, & \text{se } \alpha > 1/2 \end{cases}$$



5) Mostrou-se a seguinte equivalência:



Portanto:



onde $CV = 2\times10^{-3} \Longrightarrow V = v_0 = \dfrac{2\times10^{-3}}{1\times10^{-3}} = 2$ Volts

Portanto $v(t) = 2e^{-t/\tau}$ sendo $\tau = RC = 0{,}1\,s$

$$\boxed{v(t) = 2e^{-10t}}$$ [Volts]

$(t \geq 0)$

$$i(t) = C\frac{dv}{dt} = -10^{-3}\times 2\times 10\, e^{-10t} \Longrightarrow$$

$$\boxed{i(t) = -0{,}02\, e^{-10t}}$$ $t \geq 0$

[Ampères]