EM461 MECÂNICA DOS FLUIDOS – PROVA 1 – 01/10/2008 - GABARITO

NOME____RA.__________________TURMA____

1) *(2,5 pontos)* Considere o escoamento de óleo à temperatura de 20^oC num duto de seção circular. Para regiões longe da entrada e em regime laminar o perfil de velocidades é representado pela expressão:

$$U = U_{max}\left(1 - r^2 / R^2\right)$$

onde R é o raio do tubo, r é a coordenada radial a partir do centro do tubo $(0 \leq r \leq R)$ e U_{max} é velocidade no centro do tubo (r = 0). Obtenha a força de arrasto exercida sobre a parede interna pelo fluido devido à tensão viscosa numa seção de comprimento L do duto. Considere: R = 1 cm, L = 100m, U_{max} = 1 cm/s, densidade ρ = 800 kg/m^3 e viscosidade μ = 0,1 N.s/m^2.

Solução:

A tensão de cisalhamento sobre o fluido na parede (r = R) será:

$$\tau_w = \mu \left.\frac{dU}{dr}\right|_{r=R} = -2\mu \frac{U_{max}}{R} = -2 \times 0{,}1 \times \frac{0{,}01}{0{,}01} = -0{,}2 \text{ Pa}$$

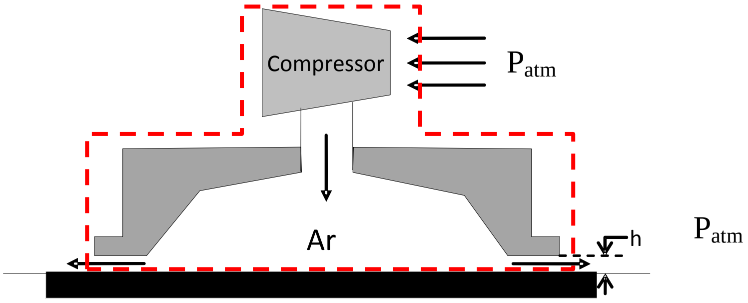
Assim, força de arrasto sobre a parede em um comprimento L será:

$$F_D = \tau_w (2\pi R L) = 0{,}2 \times 2 \times \pi \times 0{,}01 \times 100 = 1{,}26 \text{ N}$$

EM461 MECÂNICA DOS FLUIDOS – PROVA 1 – 01/10/2008

NOME______________________________________RA._________________TURMA____

2) *(2,5 pontos)* A figura ilustra um veículo de sustentação pneumática (*hovercraft*). Ar padrão é admitido no compressor que o emprega para sustentar o peso do veículo. O veículo tem uma câmara interna com área plana de 10m x 20 m, de modo que o ar utilizado na sustentação sai junto ao solo através das bordas laterais de comprimento total de 60 m com uma altura h = 2,5 cm. As dimensões da câmara são muito maiores que a tubulação de descarga do compressor de forma que podemos considerar a velocidade do ar no interior da câmara nula para efeitos de projeto. Se o peso do veículo for 1000 kN determine a vazão de ar em m^3/s necessária para sustentá-lo parado e a correspondente potência do compressor em kW. Considere o ar atmosférico com $T_{atm} = 20^oC$ & $P_{atm} = 101$ kPa e a constante do ar R = 287 J/kgK. Indique na figura a Superfície de Controle adotada.



Solução:

Para um VC envolvendo todo o *hovercraft*, a equação da quantidade de movimento na direção vertical fornece (usando pressões manométricas):

$$p_{\text{interna,man}} A - Mg = 0 \quad \Rightarrow \quad p_{\text{interna,man}} = \frac{1000000}{200} = 5000 \text{ Pa (man.)}$$

Note que $p_{\text{interna,man}}$ age sobre o VC junto ao solo. Como a variação de pressão do ar é pequena (de 101 para 106 kPa), sua massa específica será, aproximadamente:

$$\rho = \frac{p_{abs}}{R_{ar} T_{abs}} \cong \frac{101000}{287 \times (20 + 273{,}15)} = 1{,}2 \text{ kg/m}^3$$

Considerando que o ar só possui velocidade apreciável na borda de saída onde a pressão é atmosférica, a equação de Bernoulli entre um ponto no interior da câmara de ar e o jato de saída fornece:

$$p_{\text{interna,man}} = \frac{\rho V_s^2}{2} \quad \Rightarrow \quad V_s = \sqrt{\frac{2 \times 5000}{1{,}2}} = 91{,}3 \text{ m/s}$$

Como o fluido sai pela borda lateral de comprimento 60 m, a vazão será:

$$Q = V_s L_s h = 91{,}3 \times 60 \times 0{,}025 = 136{,}9 \text{ m}^3\text{/s}$$

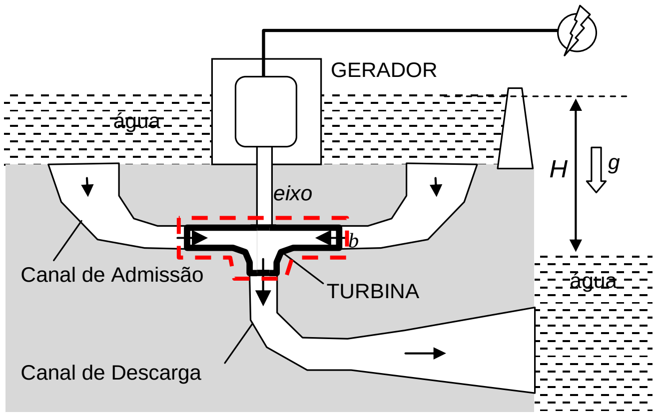
Aplicando a equação da energia obtém-se:

$$\dot{W} = (\rho Q)\left(\frac{V_e^2 - V_s^2}{2}\right) \cong -\rho Q \frac{V_s^2}{2} = -p_{\text{interna,man}} Q = -5000 \times 136{,}9 = -684{,}5 \text{ kW}$$

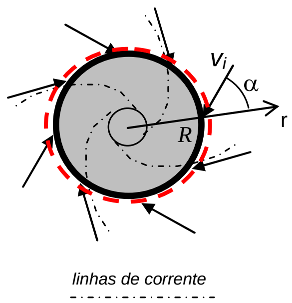
EM461 MECÂNICA DOS FLUIDOS – PROVA 1 – 01/10/2008

NOME____**RA.**____________________**TURMA**____

3) *(2,5 pontos)* O rotor da turbina de uma pequena central hidrelétrica possui raio R = 0,8 m e espessura b = 0,1 m. Água (ρ = 1000 kg/m^3) com vazão Q = 0,25 m^3/s entra pela periferia do disco do rotor conforme indicado na vista horizontal da figura, e sai axialmente para baixo sem componente tangencial. No referencial inercial estático do solo, observa-se que os vetores velocidade na entrada, v_i , fazem um ângulo $\alpha = 60^o$ com as direções radiais em toda a volta do disco. Para operação em regime permanente, determine as componentes tangencial e radial de v_i e o torque T no eixo de acionamento do gerador. Indique na figura a Superfície de Controle adotada.



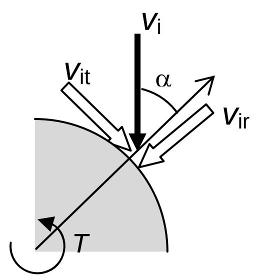
Vista em corte vertical



Vista horizontal superior

Solução: Tomando um VC **fixo** ao redor do rotor, a equação da quantidade de movimento angular na direção do eixo da turbina (z), em regime permanente, considerando apenas um “contra-torque” de eixo devido ao gerador e que o fluido só possui componente-z de quantidade de movimento angular na entrada, fornece:

$$T_{\text{eixo}} = \rho Q R v_{it}$$



onde v_{it} é a componente tangencial da velocidade absoluta na entrada, isto é:

$$v_{it} = v_i \, sen \, \alpha$$

A componente radial de v_i é obtida da vazão volumétrica Q, a partir da conservação da massa na entrada:

$$v_i \cos \alpha = v_{ir} = \frac{Q}{2\pi R b} \quad \Rightarrow \quad v_{ir} = \frac{0{,}25}{2\pi \times 0{,}8 \times 0{,}1} = 0{,}5 \text{ m/s}$$

Logo: $$v_i = \frac{0{,}5}{\cos 60^o} = 1 \text{ m/s} \quad e \quad v_{it} = 1 \times sen\,60^o = 0{,}86 \text{ m/s}$$

Portanto:

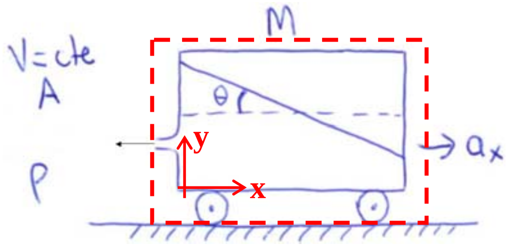
$$T_{\text{eixo}} = 1000 \times 0{,}25 \times 0{,}8 \times 0{,}86 = 173{,}2 \text{ N}$$

Observação:
O cálculo da potência gerada requereria o conhecimento da velocidade angular do eixo. Por exemplo, se o gerador deve girar a 600 rpm (10 rps) teríamos (desprezando perdas): $\dot{W}_{\text{ideal}} = T_{\text{eixo}}\omega = 173{,}2 \times \left(\frac{2\pi \times 600}{60}\right) = 10{,}9 \text{ kW} = 14{,}6 \text{ HP}$, o que corresponderia a um desnível $\text{H} \cong 4{,}4$ m entre os reservatórios.

EM461 MECÂNICA DOS FLUIDOS – PROVA 1 – 01/10/2008

NOME____RA.__________________TURMA____

4) *(2,5 pontos)* Um carrinho é acelerado horizontalmente e sem atrito por meio de um jato de líquido que sai de um tanque conforme indicado na figura. O tanque é pressurizado de modo que a velocidade do jato pode ser considerada constante e igual a V_j medida em um ***referencial que se move com o carro***. A massa total do sistema (carro, tanque, e líquido) no instante inicial é igual a M. Para fins de simplificação do problema considere que M permaneça constante. Obtenha uma expressão para a aceleração do carrinho a_x e para o ângulo da superfície livre do líquido θ. Indique na figura a Superfície de Controle adotada.



Solução

Tomando um VC ao redor do carrinho (portanto com referencial xyz movendo-se com o carrinho), a componente-x da equação da quantidade movimento linear sem atrito resulta em:

$$-Ma_x = \left(-V_j\right)\left(\rho V_j A\right) \quad \Rightarrow \quad a_x = \frac{\rho V_j^2 A}{M}$$

Assim, se a massa M for constante o fluido em seu interior terá uma movimento de corpo rígido e sua superfície formará um ângulo θ = constante. Com **g** na direção y, a lei da estática $\vec{\nabla} p = \rho\left(\vec{g} - \vec{a}\right)$ fornecerá:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\rho a_x \quad ; \quad \frac{\partial p}{\partial y} = -\rho g \quad ; \quad \frac{\partial p}{\partial z} = 0$$

Portanto, $p = p(x, y)$ e seu diferencial total será:

$$dp = \frac{\partial p}{\partial x} dx + \frac{\partial p}{\partial y} dy$$

Sendo p = constante na superfície livre, então $dp = 0$ e obtém-se:

$$0 = \frac{\partial p}{\partial x} dx + \frac{\partial p}{\partial y} dy \quad \Rightarrow \quad -\frac{\rho^2 V_j^2 A}{M} dx - \rho g dy = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{dy}{dx} = -\frac{\rho V_j^2 A}{gM}$$

Dado que $\frac{dy}{dx} = tg\theta$, conclui-se que:

$$\theta = arctg\left(-\frac{\rho V_j^2 A}{gM}\right)$$