

# EA721 – Princípios de Controle e Servomecanismos

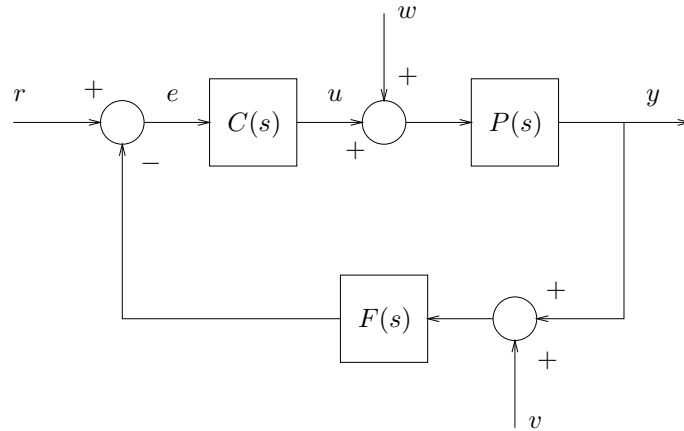
1<sup>a</sup> Semestre de 2005 – 1<sup>a</sup> Prova – Prof. Paulo Valente

RA:

Nome:

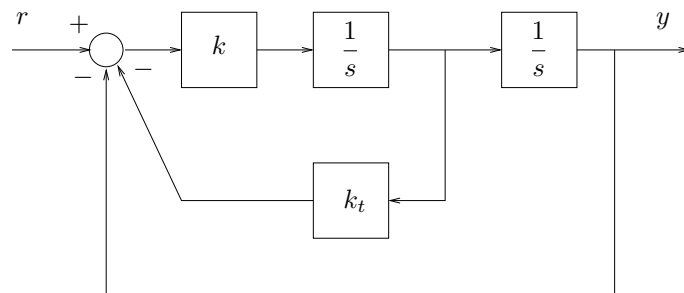
Ass.:

**Q1.** (1.0 pto) Considere o sistema de controle ilustrado na **Figura 1**. Determine **a)** (0.5 pto) a função de transferência de malha fechada entre  $w$  e  $u$ ; **b)** (0.5 pto) idem, entre  $v$  e  $u$ .



**Figura 1.**

**Q2.** (2.0 pto) Considere o sistema de controle ilustrado na **Figura 2**. Determine **a)** (1.0 pto) o valor final da saída  $y$  para uma referência de entrada  $r$  igual ao degrau unitário; **b)** (1.0 pto) valores de  $k$  e  $k_t$  para que a faixa de passagem do sistema seja igual a  $\omega_{FP} = 100$  rad/s.



**Figura 2.**

**Q3.** (1.0 pto) Considere o sistema de controle da **Figura 1** com as seguintes definições

para as funções de transferência:

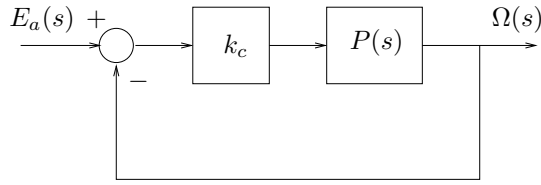
$$C(s) = \frac{ks^2}{(s+2)^2}, \quad P(s) = \frac{s^2 + 3s + 2}{s^4 + 5s^3 + 6s^2}, \quad F(s) = 1,$$

onde  $k$  é um ganho constante. Determine os erros de regime do sistema em malha fechada supondo que  $r$  é **a)** (0.5 pto) o degrau unitário; **b)** (0.5 pto) a rampa unitária.

**Q4.** (2.0 ptos) A função de transferência de um motor DC é dada por

$$P(s) = \frac{\Omega(s)}{E_a(s)} = \frac{k}{\tau s + 1},$$

onde  $\Omega$  é a velocidade angular do eixo do motor e  $E_a$  é a tensão de entrada aplicada;  $k$  e  $\tau$  são o ganho e a constante de tempo do motor, respectivamente. Determine **a)** (0.5 pto) a sensibilidade de  $P(s)$  a variações no ganho do motor (malha aberta); **b)** (1.5 pto) a sensibilidade do sistema em malha fechada ilustrado na **Figura 3** em relação ao ganho do motor;  $k_c$  é o ganho de um controlador proporcional.



**Figura 3.**

**Q5.** (1.0 pto) Considere o sistema de controle da **Figura 1** com as seguintes definições para as funções de transferência:

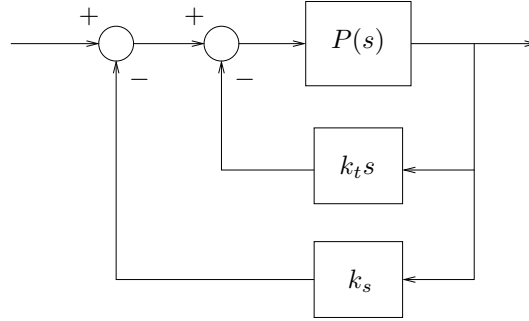
$$C(s) = k_c, \quad P(s) = \frac{1}{s(s+2)}, \quad F(s) = 1.$$

Determine **a)** (0.5 pto) o valor de  $k_c$  para que o erro de regime para uma entrada rampa unitária seja de 0.1; **b)** (0.5 pto) a forma que um controlador  $C(s)$  deve assumir para que entradas de distúrbio  $w$  do tipo degrau unitário sejam rejeitadas. Forneça uma justificativa matemática para sua resposta.

**Q6.** (2 ptos) No sistema de controle ilustrado na **Figura 4**, a função de transferência da planta é

$$P(s) = \frac{k}{s^2 - \alpha}$$

onde  $k$  e  $\alpha$  são parâmetros positivos. O sistema possui dois sensores:  $k_s$  mede a posição e  $k_t s$  mede a velocidade da saída do sistema. **a)** (0.5 pto) Supondo apenas realimentação de posição ( $k_t = 0$ ), determine a relação entre  $k$ ,  $\alpha$  e  $k_s$  para que o sistema seja instável. **b)** (1.5 pto) Supondo ambas as realimentações, determine as relações entre  $k$ ,  $\alpha$ ,  $k_s$  e  $k_t$  para que o sistema seja instável.



**Figura 4.**

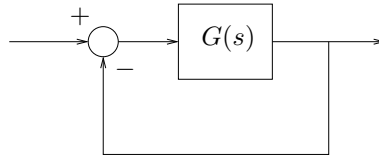
**Q7.** (1 pts) Um sistema de controle possui a seguinte equação característica:

$$s^3 + 3ks^2 + (k + 2)s + 9 = 0.$$

Determine os valores do parâmetro  $k$  para que o sistema seja **a)** (0.5 pts) estável; **b)** (0.5 pts) marginalmente estável. Neste caso, calcule a frequência de oscilação do sistema.

## Algumas Fórmulas

### Erros de Regime



N	$1/s$	$1/s^2$	$1/s^3$	Constante
0	$1/(1 + k_p)$	$\infty$	$\infty$	$k_p = \lim_{s \rightarrow 0} G(s)$
1	0	$1/k_v$	$\infty$	$k_v = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s)$
2	0	0	$1/k_a$	$k_a = \lim_{s \rightarrow 0} s^2 G(s)$

### Função de Sensibilidade

Sensibilidade de uma função de transferência  $G(s)$  a um parâmetro  $p$ :

$$S_p^G = \frac{\partial G}{\partial p} \frac{p}{G}.$$

(O parâmetro  $p$  pode ser outra função de transferência de interesse).

### Teorema do Valor Final

Se  $y(t) \Leftrightarrow Y(s)$  possui valor final, então

$$y(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sY(s).$$

**Respostas**

**Q1.** a)  $T_{uw}(s) = \frac{-C(s)P(s)F(s)}{1 + C(s)P(s)F(s)}$ ,    b)  $T_{uv}(s) = \frac{-C(s)F(s)}{1 + C(s)P(s)F(s)}$ ;

**Q2.** a)  $y(\infty) = 1$ ,    b)  $k = 10000$ ,  $k_t = 0.014$ ;

**Q3.** a)  $e_d = 12/(12 + k)$ ,    b)  $e_r = \infty$ ;

**Q4.** a)  $S_k^P = 1$ ,    b)  $S_k^T = (\tau s + 1)/(\tau s + 1 + k_c k)$ ;

**Q5.** a)  $k_c = 20$ ,    b)  $C(s)$  deve incluir ao menos um pólo em  $s = 0$ ;

**Q6.** a)  $\alpha > k k_s$ ,    b)  $k k_t < 0$  (isto é,  $k_t < 0$ ) e/ou  $\alpha > k k_s$ ;

**Q7.** a)  $k > 1$ ,    b)  $k = 1$ ,  $s_{1,2} = \pm j\sqrt{3}$ ,  $\omega = \sqrt{3}$  rad/s.