MA327 Turma Z - 2S 2011 - Prova 3

Nome: ______________________________ RA: __________ 30/11/2011

Existem 10 pontos extras. Respostas sem justificativas serão desconsideradas. Bom trabalho!

1. (05pts) Escreva a definição de matriz unitariamente diagonalizável.

2. (05pts) Enuncie o teorema espectral sobre o corpo dos complexos.

3. Considere o espaço vetorial $V = \mathbb{R}^3$, o subespaço W gerado por $\{(1,0,0),(0,1,-1)\}$ e a transformação linear $T : V \to V$ dada por $T(x,y,z) = (x-y, 2y-z, x)$.

   (a) (15pts) Verifique que $\langle (x_1,y_1,z_1),(x_2,y_2,z_2)\rangle = 3x_1x_2 + 2y_1y_2 + 2z_1z_2 + 2x_1z_2 + 2x_2z_1$ define um produto interno em V.

   Nos ítens que seguem, o produto interno considerado em V é o definido no ítem (a).

   (b) (10pts) Calcule o ângulo entre os vetores $(1,0,0)$ e $(0,0,1)$.

   (c) (15pts) Obtenha uma base ortonormal para V.

   (d) (10pts) Determine se T é uma transformação linear ortogonal.

   (e) (10pts) Seja P a projeção ortogonal em W. Calcule $P(x,y,z)$.

4. (40pts) Considere a matriz $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 0 & 2 \\ 4 & 2 & 3 \end{bmatrix}$. Encontre uma matriz diagonal B e uma matriz ortogonal P tais que $B = PAP^{-1}$.