

3ª Prova de F-328 - Noturno
30/11/2011

1) _____

2) _____

3) _____

4) _____

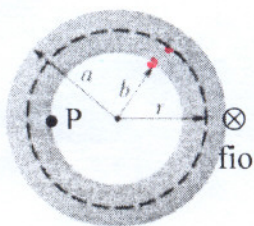
Nota: _____

Nome: GABARITO RA: XX Turma: X

Questão 01

A figura abaixo mostra uma seção reta de um condutor cilíndrico oco de raios a e b que conduz uma corrente i , cujo vetor densidade de corrente \vec{J} é uniforme.

- a) Obtenha o módulo do campo magnético $B(r)$ para $r > a$, $b < r < a$ e para $r < b$; (1,5 ponto)
b) Qual será o módulo de \vec{B} , no ponto P, situado em $r = b$, quando um fio com uma corrente $2i$ for colocado tangencialmente ao longo do condutor cilíndrico, a uma distância a do centro deste? (1,0 ponto)



a) Lei de Ampère \rightarrow

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 i_{enc}$$

$$r > a \rightarrow B \cdot 2\pi r = \mu_0 i \rightarrow \boxed{B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}} \quad (0,5)$$

$$b < r < a \rightarrow \oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 i_{enc} = \mu_0 \frac{J_0 A(r) i}{J_0 A_{total}} = \frac{\mu_0 (r^2 - b^2) i}{(a^2 - b^2)}$$

$$\boxed{B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r} \frac{(r^2 - b^2)}{(a^2 - b^2)}} \quad (0,5)$$

$$r < b \quad \oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = 0 \Rightarrow \boxed{B = 0} \quad (0,5)$$

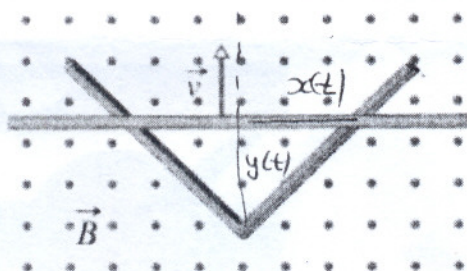
- b) Como $B_{condutor} = 0$ em P, temos apenas o \vec{B}_f em P que é dado por

$$\boxed{B = \frac{\mu_0 i}{2\pi(a+b)} = \frac{\mu_0 i}{\pi(a+b)}} \quad (1,0)$$

Questão 02

Na figura abaixo dois trilhos condutores retilíneos formam um ângulo reto. Uma barra condutora em contato com os trilhos parte do vértice no instante $t = 0$, com uma velocidade constante \vec{v} . Há um campo magnético \vec{B} dirigido para fora da página, em toda a região. Determine:

- O fluxo magnético em função do tempo t ; (1,0 ponto)
- A *fem* induzida aplicada ao triângulo em função do tempo; (0,5 ponto)
- Se a $\varepsilon = at^n$, onde a e n são constantes, e sabendo o valor de ε para $t = 3,0\text{ s}$, determine o valor de n . (1,0 ponto)



$$B = 0,35$$

$$v = 5,2 \text{ m/s}$$

a) ângulo reto $\rightarrow x(t) = y(t) = vt$.

$$\phi_B = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{A} = \int_S B dA = B \int dx \int dy$$

$$= B y(t) x(t) = B v^2 t^2$$

$$\boxed{\phi_B = B v^2 t^2} \quad (1,0)$$

b) $\varepsilon = -\frac{d\phi_B}{dt} \rightarrow \boxed{\varepsilon(t) = 2Bv^2 t} \quad (0,5)$ *módulo*

c) $\varepsilon = at^n \Rightarrow \boxed{\varepsilon(t) = 2Bv^2 t}$

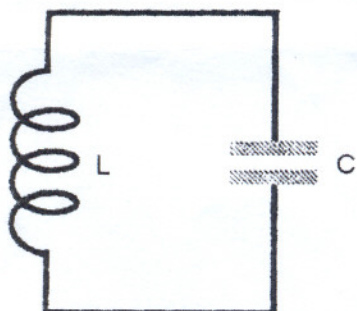
$$at^n = 2Bv^2 t \rightarrow \boxed{n = 1} \quad (0,5)$$

$$\boxed{a = 2Bv^2} \quad (0,5)$$

Questão 03

Num circuito LC, $L = 2,0 \text{ mH}$ e $C = 8,0 \mu\text{F}$. No instante $t = 0$ a corrente é de $8,0 \text{ mA}$, a carga do capacitor é de $2,0 \mu\text{C}$ e o capacitor está sendo carregado.

- qual é a energia total do circuito? (0,5 ponto)
- qual é a carga máxima do capacitor? (0,5 ponto)
- qual é a corrente máxima? (0,5 ponto)
- qual é o período de oscilação da corrente no circuito? (0,5 ponto)
- sabendo-se que a carga do capacitor é dada por $q(t) = Q \cos(\omega t + \phi)$, qual o valor de ϕ ? (0,5 ponto)



0,5
a

$$U = U_L + U_C$$

$$U_L = \frac{1}{2} L i^2$$

$$U_C = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$$

$$U_L = \frac{1}{2} \cdot 2 \times 10^{-3} \times (8 \times 10^{-3})^2 = 64 \times 10^{-9} \text{ J}$$

$$U_L = 64 \text{ nJ}$$

$$U_C = \frac{1}{2} \cdot (2 \times 10^{-6})^2 / 8 \times 10^{-6} = \frac{10^{-12}}{4 \times 10^{-6}} \text{ J}$$

$$U_C = \frac{10^{-6}}{4} = 250 \times 10^{-9} \text{ J}$$

$$U_C = 250 \text{ nJ}$$

$$U_T = 314 \text{ nJ}$$

0,5
b

$$U_T = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \Rightarrow Q^2 = 2 C U_T \Rightarrow Q = \sqrt{2 \times 8 \times 10^{-6} \times 314 \times 10^{-9}} \text{ C}$$

0,5
c

$$Q = \sqrt{5,024 \times 10^{-12}} \text{ C} \Rightarrow Q = 2,24 \mu\text{C}$$

0,5
d

$$U_T = \frac{1}{2} L I^2 \rightarrow I^2 = 2 U_T / L \rightarrow I = \sqrt{\frac{2 \times 314 \times 10^{-9}}{2 \times 10^{-3}}} \text{ A}$$

0,5
e

$$I = \sqrt{314 \times 10^{-6}} \text{ A} \Rightarrow I = 17,7 \text{ mA}$$

0,5
f

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{2 \times 10^{-3} \times 8 \times 10^{-6}}} \approx 7906 \text{ rad/s}$$

0,5
g

$$\omega_0 = 2\pi f = 2\pi / T \Rightarrow T = 2\pi / \omega_0 \Rightarrow T = 0,8 \text{ ms}$$

$$q(t) = Q \cos(\omega t + \phi) \Rightarrow q(0) = Q \cos \phi \Rightarrow \phi = \arccos(q(0)/Q)$$

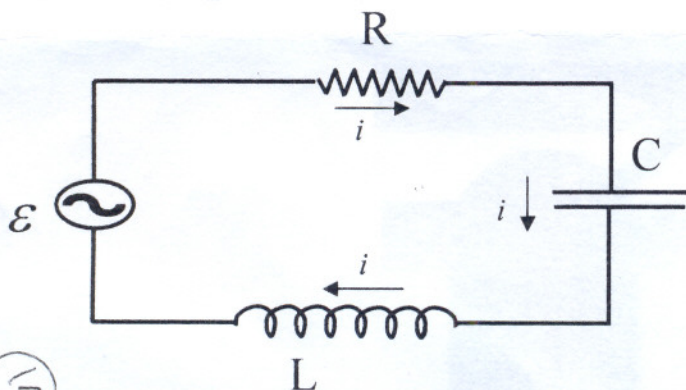
$$\phi = \arccos(2,0/2,24)$$

Questão 04

No circuito RLC mostrado na figura abaixo, a corrente é dada por $i(t) = I \sin(\omega t - \phi)$ e a fonte de fem é $\varepsilon(t) = \varepsilon_m \sin(\omega t)$. A reatância capacitiva ($1/\omega C$) deste circuito é $X_C = 40 \Omega$.

- (a) Qual é a impedância do circuito? (0,5 ponto)
 (b) Qual o valor da indutância? (0,5 ponto)
 (c) Qual é a constante de fase ϕ ? (0,5 ponto)
 (d) Qual a potência média dissipada no resistor? (0,5 ponto)
 (e) Para qual frequência da fonte a potência média dissipada em R será máxima? Especificar (0,5 ponto)

Dados: $I = 2,0 A$, $\varepsilon_m = 200 V$, $R = 80 \Omega$ e $\omega = 200 \text{ rad/s}$.



(0,5)
(a) $Z \equiv \frac{\varepsilon_m}{I}$
 $Z = 200V / 2,0A$
 $Z = 100 \Omega$

(0,5)
(b) $Z^2 = R^2 + (X_L - X_C)^2 \Rightarrow (X_L - X_C)^2 = 100^2 - 80^2$
 $(L\omega - 40)^2 = 3600 \Rightarrow L\omega = 100 \Omega$

(0,5)
(c) $L = (100 / 200) H \Rightarrow L = 0,5 H$

$\tan \phi = \frac{X_L - X_C}{R} = \frac{100 - 40}{80} = 0,75$

$\phi = \arctan(0,75)$ ou $\cos \phi = \frac{80}{100}$

$\phi = \arccos(0,8)$

(0,5)
(d) $P_{\text{diss}} = R I_{\text{rms}}^2 = 80 \cdot \left(\frac{2}{\sqrt{2}}\right)^2 W = 200 W$

$P_{\text{diss}} = 200 \text{ Watts}$

(0,5)
(e) $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \omega \Rightarrow \omega = \frac{1}{\sqrt{0,5 / 40 \times 200}}$

$\omega = \sqrt{80 \times 200} \text{ rad/s} = \sqrt{1,6 \times 10^4} \approx 126 \text{ rad/s}$