1) 0,0
2) 1,0
3) 2,5
4) 2,0

5,5

1ª PROVA DE F-228

05/09/2001

Nome: Márcia Regina M. Junior RA: 009289 Turma: M

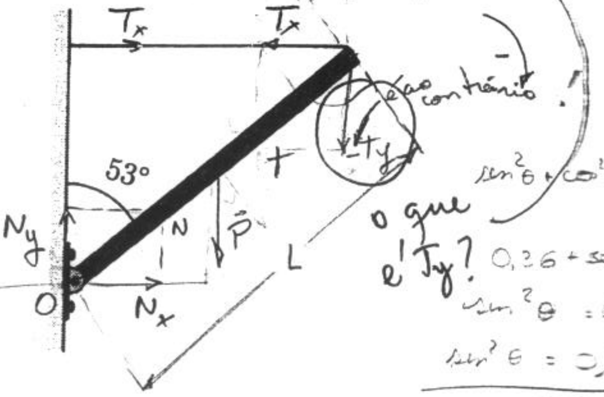
1ª Questão:

Uma trave homogênea de comprimento L é sustentada por um cabo horizontal e um pino na parede, conforme a figura. A tração no cabo é de 400 N.

a) Qual é o peso da trave?; (1,5 pontos) → F_x

b) Quais são as componentes horizontal e vertical da força exercida pelo pino sobre a trave? (1,0 ponto)

Dado: cos 53°= 0,6.



o que é T_y?

$sen^2\theta + cos^2\theta = 1$

$0,36 + sen^2\theta = 1$

$sen^2\theta = 0,64$

$sen\theta = 0,8$

Equilíbrio :

$\rightarrow \sum F_x = 0$

$N_x = T_x = T \cdot sen\theta = 320\,N$

$\rightarrow \sum F_y = 0$

$N_y - P - T_y = 0$

$\rightarrow \sum \tau = 0$

$-P\frac{L}{2} - T_y \cdot L = 0$

$P = \frac{-T \cdot cos\theta \cdot \cancel{L} \cdot 2}{\cancel{L}} = -2T_y$

L

$N_y = N cos\theta$?

$N_x = N\,sen\theta$

$T_x = T \cdot sen\theta = 320\,N$

$T_y = T\,cos\theta = 240\,N$

$T = 400\,N$

a) $\boxed{P = 480\,N}$

$\vec{N}$ não tem a direção da trave!

b) $N_x = T_y = \boxed{320\,N}$

$N_y = P + T_y = 480 + 240 = \boxed{720\,N}$

2ª Questão:

Uma roda gira livremente em torno de seu eixo fixo. Ligamos uma mola de constante elástica k a um de seus raios, a uma distância r do eixo, com se vê na figura abaixo.

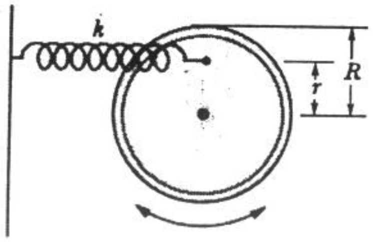
a) Considerando que a roda é um aro de massa m e raio R, calcule o período de pequenas oscilações deste sistema em função de r, R, m e k; (1,5 pontos)

? b) a que valor de r corresponde o menor período ? (0,5 ponto)

? c) Qual é o menor valor possível para este período ? (0,5 ponto)

Dado: momento de inércia da roda em relação a um eixo pelo seu centro $= mR^2$.

$\theta = \dfrac{x}{r} \Rightarrow \boxed{x = \theta r}$



$I = I_{cm} + mr^2$?

$\cancel{I = mR^2 + mr^2}$

$I = m(R^2 + r^2)$

$I = I_{CM}$!

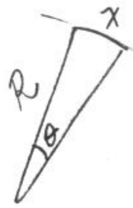
$\tau = \vec{F}.\vec{r} = -K\theta$

$\tau = -kxr = -K\theta$ ✓

$= -k\theta r r = -K\theta$

$\boxed{K = kr^2}$

$T = 2\pi\sqrt{\dfrac{I}{K}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m(R^2+r^2)}{kr^2}}$



(a) $\boxed{T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m(R^2+r^2)}{kr^2}}}$ X

para T minimo $\dfrac{m(R^2+r^2)}{kr^2}$ tem de ser minimo

então r tem de ser máximo

(b) $\Rightarrow r = R$

(c) $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{2m}{k}}$ X

$$\frac{mR^2}{kr^2} + \frac{m\cancel{r^2}}{k\cancel{r^2}} = \frac{mR^2}{kr^2} + \frac{m}{k}$$

$r = R = \dfrac{2m}{k}$

$f'(r) = -\dfrac{mR^2}{kr} = 0$ pto de máximo

$r \to 0 = \dfrac{mR^2}{kr^2} + \dfrac{m}{k}$ $\to \infty$

$r \to \infty \Rightarrow R = r$

$f'(r) \to 0$

(c) $F_e = -kx$ força restauradora

$$F_G = -GMm \frac{x}{(x^2+R^2)^{3/2}} \quad , \; x << R$$

$\Rightarrow x^2$ despresível.

$$\Rightarrow F_G = -\frac{GMm}{R^3} \cdot x$$

$$-k = -\frac{GMm}{R^3} \Rightarrow k = \frac{GMm}{R^3}$$

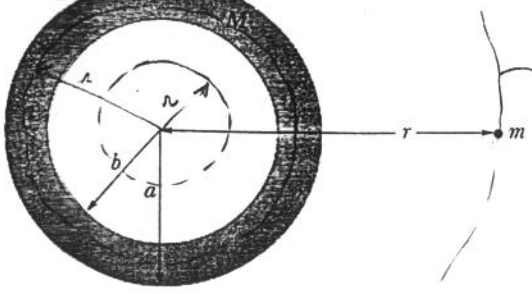
$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{R^3}{GM}}}$$

~~3~~ª **Questão:**

Uma camada esférica de massa M tem raio interno b e raio externo a.

~~a)~~ Determine as expressões da força gravitacional $F(r)$ exercida pela camada sobre uma partícula de massa m, localizada a uma distância r do centro da camada, para r$\leq b$, $b < r < a$, e $r > a$; (1,5 pontos)

~~b)~~ Calcule a energia potencial gravitacional $U(r)$ deste sistema, para $r > a$. (1,0 ponto)



superfície gaussiana.

ⓐ

$$F = G\frac{Mm}{r^2}$$

$r > a$ $\quad \boxed{F = G\frac{Mm}{r^2}}$ ~~C~~asca esférica "funciona" como se toda massa estivesse concentrada em um único ponto.

$b < r < a$

$$\rho = \frac{M}{V} \Rightarrow \rho = \frac{3M}{4\pi(a^3-b^3)}$$

$$M' = \rho . V' = \rho \frac{4}{3}\pi (r^3 - b^3)$$

$$\boxed{F = Gm\rho\frac{4\pi(r^3-b^3)}{3r^2}} \Rightarrow F = Gm\frac{3M(r^3-b^3)\cancel{4\pi}}{\cancel{4\pi}(a^3-b^3)\cancel{3}r^2} = \frac{GmM(r^3-b^3)}{r^2(a^3-b^3)}$$

$r < b$ $\quad \boxed{F = 0}$

ⓑ $U(r)$, $r > a$ = ? $\qquad U(r) = -G\frac{Mm}{r}$

pois a camada esférica de massa, para $r > a$, se comporta, como se toda sua massa estivesse concentrada em um único ponto.

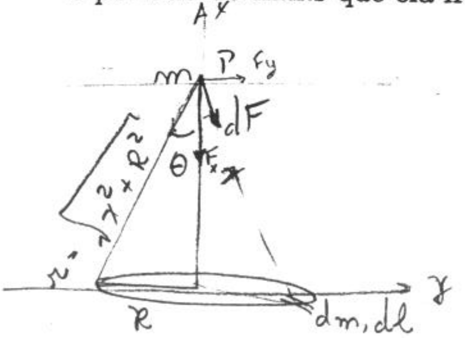
4^a Questão:

Considere um anel homogêneo de massa M e raio R.

~~a)~~ Calcule a intensidade da força gravitacional que ele exerce sobre uma partícula de massa m localizada a uma distância x do seu centro, medida ao longo de seu eixo; (1,5 pontos)

? b) Calcule a energia potencial gravitacional do sistema anel-partícula; (0,5 ponto)

~~c)~~ Se a partícula for abandonada a uma distância $x \ll R$ do centro do anel, determine o período do m.h.s que ela irá descrever. (0,5 ponto)



$$dM = \lambda . dl$$

$$M = \lambda . 2\pi R \Rightarrow \lambda = \frac{M}{2\pi R}$$

$$\vec{F}_R = \vec{F}_x + \cancel{\vec{F}_y} \rightarrow 0$$

$$dF_x = \frac{G m dM}{r^2} = \frac{G m \lambda dl}{x^2+R^2} . \cos\theta$$

$$\cos\theta = \frac{x}{\sqrt{x^2+R^2}} \Rightarrow dF_x = G m \lambda . \frac{x}{(x^2+R^2)^{3/2}} dl$$

$$\Rightarrow F_x = G m \lambda \frac{x}{(x^2+R^2)^{3/2}} 2\pi R = G m \frac{M}{\cancel{2\pi R}} \frac{x . \cancel{2\pi R}}{(x^2+R^2)^{3/2}}$$

$$F_R = G M m . \frac{x}{\underbrace{(x^2+R^2)}_{r^2}{}^{3/2}} \quad ✓$$

?. b

$$\frac{\Delta U}{\Delta r} = -F \Rightarrow U = -\int \vec{F} . d\vec{r} = + G M m \frac{x R}{4(x^2+R^2)^{5/2}}$$

$$-\int \vec{F} . d\vec{r} = -\int F dr \operatorname{sen}\theta = \int F dr . \frac{R}{\sqrt{x^2+R^2}} \, ? = -\int G M m \frac{R x}{(x^2+R^2)^2} dr = -\int \frac{G M m \, x R \, dr}{r^4} =$$

$$= + G M m \frac{x R}{4 r^5} = + G M m \frac{x R}{4(x^2+R^2)^{5/2}}$$

$$\int (r^{-4}) = (-)\frac{1}{4}$$