

Notas – P2 – 1s2011

RA	P2	FALTAS
003311	7,75	3
027005	9,75	2
033491	6,25	2
035262	6,50	4
043039	9,75	0
043109	9,00	7
043387	4,50	3
043985	6,00	1
044584	5,50	0
044786	6,25	2
046799	9,00	6
047020	9,25	4
058668	9,50	4
059929	7,25	6
061685	8,50	0
061703	9,50	8
062797	9,75	2
063309	1,50	2
063715	9,75	3
063942	9,00	2
064687	6,25	1
064699	9,00	2
064750	10,00	0
069999	9,50	1
070166	6,50	3

RA	P2	FALTAS
071129	1,75	7
071251	9,50	0
071472	9,25	2
071580	9,25	0
071937	6,00	3
072194	9,50	2
072372	8,75	0
072515	9,50	3
072536	10,00	1
073331	2,25	6
073592	8,25	2
073693	9,25	1
073707	9,50	0
073731	8,75	2
074010	7,25	4
074096	6,00	4
074186	9,25	1
081133	7,50	2
081223	9,25	0
082332	10,00	4
082707	8,75	2
083249	7,50	1
083848	6,75	3
085836	8,25	5
086065	9,50	2

MÉDIA 7,9

Revisão: sexta-feira, 20/maio, das 14h às 21h com Tiago no LE47

Questão 1 – P2 – 1s2011

QUESTÃO 1 (10,0 pontos) Um motor de indução trifásico com rotor bobinado tem as seguintes características nominais: 208 V, 60 Hz, 1710 rpm, conexão do estator em Δ . Quando submetido em laboratório aos ensaios em vazio, de rotor bloqueado e de corrente contínua são obtidos os seguintes resultados:

- Teste em vazio: 208 V, 8 A, 450 W, 60 Hz
- Teste de rotor bloqueado: 20 V, 30 A, 900 W, 15 Hz
- Teste de corrente contínua: 12 V, 30 A

Com base nos resultados dos ensaios acima:

- (a) Indique o circuito elétrico equivalente desta máquina e calcule o valor de seus parâmetros. No cálculo da resistência do rotor deve-se empregar a metodologia recomendada pelo IEEE que não despreza a reatância de magnetização da máquina para tanto. (1,0 ponto).

Considerando que a máquina em questão opera em plena carga, calcule:

Relação percentual entre as reatâncias do rotor e do estator

Tipo do Motor	X1	X2
Rotor bobinado	50%	50%
Classe A	40%	60%
Classe B	40%	60%
Classe C	30%	70%
Classe D	50%	50%

- (b) O escorregamento nominal da máquina. (0,5 ponto).
(c) A corrente de linha nos terminais da máquina nas condições nominais. (0,5 ponto).
(d) O fator de potência de operação nas condições nominais. (0,5 ponto).
(e) As perdas ôhmicas no estator nas condições nominais. (0,5 ponto).
(f) A potência de entreferro nas condições nominais. (0,5 ponto).
(g) As perdas ôhmicas no rotor nas condições nominais. (0,5 ponto).
(h) A potência convertida da forma elétrica para a forma mecânica nas condições nominais. (0,5 ponto).
(i) O torque eletromagnético desenvolvido pela máquina nas condições nominais. (0,5 ponto).
(j) O torque mecânico disponível para acionamento de uma carga acoplada ao eixo nas condições nominais. (0,5 ponto).
(k) A eficiência da máquina nas condições nominais. (0,5 ponto).
(l) A corrente de partida direta em pu. (0,75 ponto).
(m) O torque de partida. (0,5 ponto).
(n) O torque máximo e o escorregamento de torque máximo da máquina. (0,75 ponto).
(o) Esboce a curva de torque x escorregamento da máquina e indique os valores calculados nos itens (b), (i), (m) (n). (0,5 ponto).
(p) Calcule o valor da resistência que deve ser conectada ao enrolamento do rotor da máquina para que o torque eletromagnético desenvolvido pela máquina seja máximo na partida. (0,75 ponto).
(q) Calcule a corrente de partida do motor quando a resistência calculada no item (p) é conectada no circuito do rotor da máquina. Essa corrente é menor ou maior que a corrente de partida direta? Calcule a redução/aumento percentual. (0,75 ponto).

Questão 1 – P2 – 1s2011

(a) Indique o circuito elétrico equivalente desta máquina e calcule o valor de seus parâmetros. No cálculo da resistência do rotor deve-se empregar a metodologia recomendada pelo IEEE, que não despreza a reatância de magnetização da máquina para tanto. (1,0 ponto).

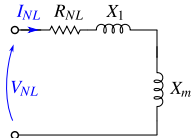
RESPOSTA:

Ensaio de corrente-contínua:

$$R_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{V_{DC}}{I_{DC}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{12V}{30A}$$

$$R_1 = 0,20 \Omega$$

Ensaio em vazio:



$$R_{NL} = \frac{P_{NL}}{3 \cdot I_{NL}^2} = \frac{450 \text{ W}}{3 \cdot (8 \text{ A})^2} = 2,34 \Omega$$

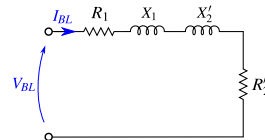
$$X_{NL} = \sqrt{Z_{NL}^2 - R_{NL}^2} = \sqrt{\left(\frac{V_{NL}}{I_{NL}}\right)^2 - R_{NL}^2} = \sqrt{\left(\frac{208 \text{ V}}{\sqrt{3} \cdot 8 \text{ A}}\right)^2 - (2,34 \Omega)^2} = 14,83 \Omega$$

$$X_1 + X_m = 14,83 \Omega$$

$$P_{NL} = P_{rot} + P_{cu,1} \Rightarrow P_{rot} = P_{NL} - 3R_1 I_{NL}^2 = 450 \text{ W} - 3 \cdot 0,20 \Omega \cdot (8 \text{ A})^2$$

$$P_{rot} = 411,60 \text{ W}$$

Ensaio de rotor bloqueado:



$$P_{BL} = 3R_{BL} I_{BL}^2 = 900 \text{ W} \Rightarrow R_{BL} = \frac{P_{BL}}{3 I_{BL}^2} = \frac{900 \text{ W}}{3 \cdot (30 \text{ A})^2} = 0,33 \Omega$$

$$R_{BL} = R_1 + R \Rightarrow R = R_{BL} - R_1 = 0,33 \Omega - 0,20 \Omega = 0,13 \Omega$$

$$X_{BL}^{60\text{Hz}} = 4 \cdot X_{BL}^{15\text{Hz}} = 4 \cdot \sqrt{(Z_{BL}^{15\text{Hz}})^2 - R_{BL}^2} = 4 \cdot \sqrt{\left(\frac{V_{BL}}{I_{BL}}\right)^2 - R_{BL}^2} = 4 \cdot \sqrt{\left(\frac{20 \text{ V}}{\sqrt{3} \cdot 30 \text{ A}}\right)^2 - (0,33 \Omega)^2} = 0,77 \Omega$$

$$X_1 + X'_2 = 0,77 \Omega$$

Questão 1 – P2 – 1s2011

Como a máquina é de rotor bobinado temos:

$$X_1 = X'_2 = 0,38 \Omega$$

E a reatância de magnetização X_m vale, portanto:

$$X_m = 14,83 \Omega - X_1 = 14,83 \Omega - 0,38 \Omega$$

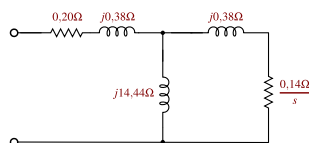
$$X_m = 14,44 \Omega$$

Com o valor da reatância de magnetização podemos refinar o cálculo de R'_2 conforme recomendação da metodologia do IEEE:

$$R'_2 = \left(\frac{X'_2 + X_m}{X_m} \right)^2 R = \left(\frac{0,38 \Omega + 14,44 \Omega}{14,44 \Omega} \right)^2 \times 0,13 \Omega$$

$$R'_2 = 0,14 \Omega$$

O circuito elétrico equivalente da máquina de indução em questão com os respectivos parâmetros é indicado na figura abaixo.



Questão 1 – P2 – 1s2011

Considerando que a máquina em questão opera em plena carga, calcule:

(b) O escorregamento. (0,5 ponto).

Em plena carga $\omega_m = 1710$ rpm (dado de placa). A velocidade síncrona será, portanto, $\omega_s = 1800$ rpm, ou seja, a máquina possui 4 pólos. O escorregamento de operação nominal deste motor será:

$$s = \frac{\omega_s - \omega_m}{\omega_s} = \frac{1800 \text{ rpm} - 1710 \text{ rpm}}{1800 \text{ rpm}} \quad s = 5\%$$

A máquina opera em plena carga com um escorregamento de 5%.

(c) A corrente de linha nos terminais da máquina. (0,5 ponto).

A impedância equivalente Z_{eq} da máquina vista dos terminais de entrada é dada pela seguinte associação de impedâncias:

$$Z_{eq} = R_1 + jX_1 + \left[(jX_m) // \left(\frac{R_2'}{s} + jX_2' \right) \right]$$

Para $s = 5\%$ e os parâmetros da máquina R_1 , X_1 , R_2' , X_2' e X_m calculados no item (a) temos:

$$Z_{eq} = (3,05 \angle 24,21^\circ) \Omega$$

Dado que a máquina é alimentada em 208 V de linha, a corrente de linha em seus terminais será:

$$\hat{I}_l = \frac{\hat{V}_l}{\sqrt{3} \cdot Z_{eq}} = \frac{(208 \angle 0^\circ)}{\sqrt{3} \cdot (3,05 \angle 24,21^\circ) \Omega} \quad \hat{I}_l = (39,43 \angle -24,21^\circ) \text{ A}$$

A corrente de linha em plena carga da máquina é de 39,43 A.

Questão 1 – P2 – 1s2011

(d) O fator de potência de operação. (0,5 ponto).

O fator de potência de operação da máquina é o cosseno do ângulo de defasagem entre tensão e corrente terminais da máquina. Logo:

$$fp = \cos(\arg(\hat{V}_l) - \arg(\hat{I}_l)) = \cos(0^\circ - 24,21^\circ) = \cos(24,21^\circ) \quad fp = 0,91$$

O fator de potência da máquina em plena carga é 0,91 indutivo.

(e) As perdas ôhmicas no estator. (0,5 ponto).

As perdas ôhmicas no estator em plena carga são dadas por:

$$P_{cu,1} = 3R_1 I_1^2 = 3 \cdot 0,20 \Omega \cdot (39,43 \text{ A})^2 \quad P_{cu,1} = 933,04 \text{ W}$$

As perdas ôhmicas no estator da máquina em plena carga são de 933,04 W.

(f) A potência de entreferro. (0,5 ponto).

A potência de entrada da máquina é:

$$P_m = 3 \cdot \text{Re}\{\hat{V}_l \cdot \hat{I}_l^*\} = 3 \cdot \text{Re}\left\{\frac{208}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ \cdot 39,43 \angle 24,21^\circ\right\} = 12.956,88 \text{ W}$$

A potência que atravessa o entreferro do estator para o rotor é a potência de entrada menos as perdas ôhmicas no estator da máquina:

$$P_{ag} = P_m - P_{cu,1} = 12.956,88 \text{ W} - 933,04 \text{ W} \quad P_{ag} = 12.023,85 \text{ W}$$

A potência de entreferro da máquina em carga plena é de 12,02 kW.

(g) As perdas ôhmicas no rotor. (0,5 ponto).

As perdas ôhmicas no rotor são dadas por:

$$P_{cu,2} = s P_{ag} = 0,05 \cdot 12.023,85 \text{ W} \quad P_{cu,2} = 601,19 \text{ W}$$

As perdas ôhmicas no rotor da máquina em plena carga são de 601,19 W.

Questão 1 – P2 – 1s2011

(h) A potência convertida da forma elétrica para a forma mecânica. (0,5 ponto).

A potência elétrica convertida em mecânica no rotor da máquina é a diferença entre a potência que atravessa o entreferro e as perdas ôhmicas no rotor da máquina:

$$P_{conv} = P_{ag} - P_{en,2} = 12.023,85 \text{ W} - 601,19 \text{ W} \quad P_{conv} = 11.422,65 \text{ W}$$

A máquina converte 11.422,65 W de energia elétrica em energia mecânica.

(i) O torque eletromagnético desenvolvido pela máquina. (0,5 ponto).

O torque eletromagnético desenvolvido pela máquina é:

$$T_{em} = \frac{P_{conv}}{\omega_m} = \frac{P_{ag}}{\omega_s} = \frac{12.023,85 \text{ W}}{188,50 \text{ rad/s}} \quad T_{em} = 63,79 \text{ N} \cdot \text{m}$$

O motor desenvolve torque eletromagnético de 63,79 N.m.

(j) O torque mecânico disponível para acionamento de uma carga acoplada ao eixo. (0,5 ponto).

O torque mecânico disponível para acionamento de carga é o torque eletromagnético desenvolvido pela máquina menos o torque das perdas rotacionais. No item (a) as perdas rotacionais foram estimadas em 411,60 W. Logo:

$$T_m = T_{em} - \frac{P_{rot}}{\omega_m} = 63,79 \text{ N.m} - \frac{411,60 \text{ W}}{179,07 \text{ rad/s}} \quad T_m = 61,49 \text{ N} \cdot \text{m}$$

O torque mecânico disponível para acionamento de carga é de 61,49 N.m.

(k) A eficiência da máquina. (0,5 ponto).

A eficiência da máquina é a razão entre a potência de saída $T_m \omega_m$ e a potência de entrada $3V_1 I_1 \cos(\phi)$:

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} = \frac{61,49 \text{ N.m} \cdot 179,07 \text{ rad/s}}{3 \cdot \left(\frac{208}{\sqrt{3}} \text{ V} \right) \cdot (39,43 \text{ A}) \cdot \cos(24,21^\circ)} \quad \eta = 84,98\%$$

O rendimento da máquina é de 84,98%.

Questão 1 – P2 – 1s2011

(l) Sua corrente de partida direta em pu. (0,75 ponto).

A impedância equivalente Z_{eq} da máquina vista dos terminais de entrada é dada pela seguinte associação de impedâncias:

$$Z_{eq} = R_1 + jX_1 + \left[(jX_m) // \left(\frac{R_2}{s} + jX_2' \right) \right]$$

Na partida $s = 1$. A impedância equivalente da máquina na partida vale:

$$Z_{eq} = (0,83 \angle 66,34^\circ) \Omega$$

Dado que na partida direta a máquina é alimentada em tensão plena de 208 V de linha, a corrente de linha em seus terminais durante a partida será:

$$\hat{I}_0 = \frac{\hat{V}_l}{\sqrt{3} \cdot Z_{eq,0}} = \frac{(208 \angle 0^\circ)}{\sqrt{3} \cdot (0,83 \angle 66,34^\circ) \Omega} \quad \hat{I}_0 = (144,52 \angle -66,34^\circ) \text{ A}$$

Comparando com o valor calculado no item (a) da QUESTÃO 1 temos:

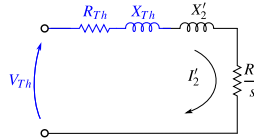
$$\hat{I}_0^{pu} = \frac{144,52 \text{ A}}{39,43 \text{ A}} \quad \hat{I}_0^{pu} = 3,66 \text{ pu}$$

A corrente de partida direta desta máquina é de 3,66 pu.

Questão 1 – P2 – 1s2011

(m) O torque e o escorregamento de partida. (0,5 ponto).

Podemos calcular o torque de partida pelo equivalente de Thévenin da máquina:



$$\hat{V}_{Th} = \left(\frac{jX_m}{R_1 + jX_1 + jX_m} \right) \hat{V}_1 = \left(\frac{j14,44 \Omega}{0,20 \Omega + j0,38 \Omega + j14,44 \Omega} \right) \cdot \left(\frac{208 \text{ V}}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ \right) = 116,96 \text{ V} \angle 0,77^\circ \text{ V}$$

$$Z_{Th} = (jX_m) // (R_1 + jX_1) = (0,19 + j0,38) \Omega$$

Na partida ($s = 1$) a corrente no rotor I'_2 é:

$$\hat{I}'_2 = \frac{\hat{V}_{Th}}{(R_{Th} + jX_{Th}) + \left(jX'_2 + \frac{R'_2}{s} \right)} = \frac{116,96 \angle 0,77^\circ \text{ V}}{(0,19 \Omega + j0,38 \Omega) + (j0,38 \Omega + 0,14 \Omega)} = 140,76 \angle -65,79^\circ \text{ A}$$

Logo, o torque de partida é:

$$T_0 = \frac{3}{\omega_s} R'_2 I'^2_2 = \frac{3}{180,85 \text{ rad/s}} \cdot 0,14 \Omega \cdot (140,76 \text{ A})^2$$

$$T_0 = 44,38 \text{ N} \cdot \text{m}$$

O torque eletromagnético desenvolvido pela máquina no instante de partida é de 44,38 N.m.

Questão 1 – P2 – 1s2011

(n) O torque máximo e o escorregamento de torque máximo da máquina. (0,75 ponto).

O torque máximo desenvolvido pela máquina ocorre na condição de máxima transferência de potência para o rotor:

$$\left\| \frac{R'_2}{s} \right\| = \left\| R_{Th} + j(X'_2 + X_{Th}) \right\| \Rightarrow \frac{R'_2}{s_{\max}} = \sqrt{R_{Th}^2 + (X_{Th} + X'_2)^2}$$

$$s_{\max} = \frac{R'_2}{\sqrt{R_{Th}^2 + (X_{Th} + X'_2)^2}} = \frac{0,14 \Omega}{\sqrt{(0,19 \Omega)^2 + (0,38 \Omega + 0,38 \Omega)^2}}$$

$$s_{\max} = 17,91\%$$

A corrente no rotor para este escorregamento é:

$$\begin{aligned} \hat{I}'_2 &= \frac{\hat{V}_{Th}}{(R_{Th} + jX_{Th}) + \left(jX'_2 + \frac{R'_2}{s} \right)} = \\ &= \frac{116,96 \angle 0,77^\circ \text{ V}}{(0,19 \Omega + j0,38 \Omega) + \left(j0,38 \Omega + \frac{0,14 \Omega}{0,1791} \right)} = 94,48 \angle -37,24^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

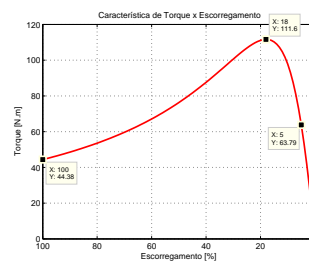
E o torque máximo é:

$$T_{\max} = \frac{3}{\omega_s s_{\max}} I'^2_2 = \frac{3}{180,85 \text{ rad/s}} \cdot \frac{0,14 \Omega}{0,1791} \cdot (94,48 \text{ A})^2$$

$$T_{\max} = 111,61 \text{ N} \cdot \text{m}$$

(o) Esboce a curva de torque x escorregamento da máquina e indique os valores calculados nos itens (b), (i), (m) e (n) (0,5 ponto).

A curva de torque x escorregamento do motor é apresentada na figura a seguir.



Questão 1 – P2 – 1s2011

(p) Calcule o valor do resistor que deve ser conectado ao enrolamento do rotor da máquina para que o torque eletromagnético desenvolvido pela máquina seja máximo na partida. (0,75 ponto).

Vimos que:

$$s_{\max} = \frac{R'_2}{\sqrt{R_{Tb}^2 + (X_{Tb} + X'_2)^2}}$$

Para o torque ser máximo na partida, devemos fazer $s_{\max} = 1$:

$$s_{\max} = \frac{R'_2}{\sqrt{R_{Tb}^2 + (X_{Tb} + X'_2)^2}}$$

$$s_{\max} = \frac{R'_{2_{\text{equivalente}}}}{\sqrt{R_{Tb}^2 + (X_{Tb} + X'_2)^2}} \Rightarrow R'_{2_{\text{equivalente}}} = \sqrt{R_{Tb}^2 + (X_{Tb} + X'_2)^2} = \sqrt{(0,19 \Omega)^2 + (0,38 \Omega + 0,38 \Omega)^2} = 0,79 \Omega$$

O valor do resistor a ser conectado ao circuito do rotor é:

$$R_{\text{ext}} = R'_{2_{\text{equivalente}}} - R'_2 = 0,79 \Omega - 0,14 \Omega$$

$$R_{\text{ext}} = 0,64 \Omega$$

Para que o torque eletromagnético desenvolvido pela máquina seja máximo na partida devemos conectar uma resistência de $0,64 \Omega$ ao circuito do rotor.

Questão 1 – P2 – 1s2011

(q) Calcule a corrente de partida do motor quando a resistência calculada no item (e) é conectado no circuito do rotor da máquina. Essa corrente é menor ou maior que a corrente de partida direta? Calcule a redução/aumento percentuais. (0,75 ponto).

A impedância equivalente Z_{eq} da máquina vista dos terminais de entrada é dada pela seguinte associação de impedâncias:

$$Z_{eq}^{\text{ext}} = R_1 + jX_1 + \left[(jX_m) // \left(\frac{R'_2 + R_{\text{ext}}}{s} + jX'_2 \right) \right]$$

Na partida $s = 1$. A impedância equivalente da máquina na partida vale:

$$Z_{eq}^{\text{ext}} = (1,24 \angle 40,27^\circ) \Omega$$

Dado que a máquina é alimentada em tensão plena de 208 V de linha, a corrente de linha em seus terminais durante a partida será:

$$\hat{I}_0^{\text{ext}} = \frac{\hat{V}_l}{\sqrt{3} \cdot Z_{eq}^{\text{ext}}} = \frac{(208 \angle 0^\circ)}{\sqrt{3} \cdot (1,24 \angle 40,27^\circ) \Omega} \quad \hat{I}_0^{\text{ext}} = (97,13 \angle -40,27^\circ) \text{ A}$$

Comparando com o valor calculado no item (a) da QUESTÃO 2 temos:

$$\frac{\hat{I}_0^{\text{ext}}}{\hat{I}_0} = \frac{97,13 \text{ A}}{144,52 \text{ A}} = 67,21\%$$

A corrente de partida é reduzida em 32,79% quando a máquina parte com o resistor externo no circuito do rotor calculado no item (p).