ENUNCIADOS

Prova ME203-ME414, 7/12/2009
Nome:
RA:
Assinatura:

Questão 1. Uma companhia de seguros vendeu apólices a pessoas da mesma idade e condições de saúde. De acordo com as tábuas atuariais, a probabilidade de que uma pessoa nas condições dos assegurados morra até os 20 anos posteriores à data dos contratos é de 0,1. Os assegurados não tem relação entre eles, de tal forma que se pode supor que qualquer evento relacionado à vida de qualquer um deles independe de qualquer evento relativo à vida de qualquer outro.

I) Qual é a probabilidade de que, após 20 anos, o número de mortos X de um grupo de 400 pessoas satisfaça a condição $32 < X < 45$? Indique o intervalo onde se encontra a resposta correta.
a) (0,6500; 0,6800)
b) (0,6000; 0,6400)
c) (0,6950; 0,7100)
d) (0,5500; 0,5900)
e) Nenhuma das anteriores.

II) A probabilidade de sobreviver aos 20 anos é 0,9. Seja <u>Y = número de sobreviventes</u>. Qual é a probabilidade de que, após 20 anos, o <u>número de sobreviventes Y</u> de um grupo de 40 pessoas satisfaça a condição $32 < Y < 39$? Indique o intervalo onde se encontra a resposta correta.
a) (0,700; 0,770)
b) (0,500; 0,520)
c) (0,810; 0,910)
d) (0,530; 0,590)
e) Nenhuma das anteriores.

Questão 2. Seja X uma variável aleatória cuja função de densidade é dada pór:
$F(t) = 0$ se $t<0$ e $F(t) = 1 - \exp(-12t)$.
Seja $Y = 3.X$. Então a densidade $g(t)$ de Y é :
a) $G(t) = 0$ se $t<0$ e $G(t) = 1 - \exp(-3t)$ se $t\geq 0$
b) $G(t) = 0$ se $t<0$ e $G(t) = 1 - \exp(-36t)$ se $t\geq 0$
c) $G(t) = 0$ se $t<0$ e $G(t) = 1 - \exp(-4t)$ se $t\geq 0$
d) $G(t) = 0$ se $t<0$ e $G(t) = 1 - 3.\exp(-4t)$ se $t\geq 0$
e) nenhuma das anteriores.

Prova - ME 203-ME414 7/12/2009
Nome/RA/Assinatura:

Questão 3. Suponha que a densidade da variável aleatória X é dada por $f(x) = \frac{1}{\lambda}e^{-\frac{1}{\lambda}x}$, $0 \leq x$ e $f(x) = 0$ em qualquer outro caso. Seja Y uma variável aleatória definida por $Y = n$ se $n < X \leq n+1$, onde n é inteiro não negativo.

I. A distribuição de Y é

a	b	c
contínua	discreta	mistura de ambas

II. Calcule **na Folha de Respostas**, a distribuição de Y.

Questão 4. No ano 1998 verificou-se que 82% das crianças de escolas públicas de Campos de Goitacazes (norte de Rio de Janeiro) tinham anticorpos contra o *Toxoplasma Gondii* (protozoário causador da Toxoplasmose). Note-se que quanto maior é essa porcentagem maior evidência de exposição da população a água contendo ao *Toxoplasma Gondii.* (revista: Pesquisa FAPESP-Fevereiro, 2003-pp29). Em 2008, um novo estudo foi realizado, constatou-se que num total de 200 crianças, 176 destas tinham anticorpos contra o *Toxoplasma Gondii.*

I. Segundo a pesquisa de 2008, o intervalo de confiança por estimativa pontual ($\gamma = 0.97$) para $p := P$(presença de anticorpos) é dado pela opção

a	b	c	d	e
$0.88(+-)2.17\sqrt{\frac{1}{800}}$	$0.88(+-)1.88\sqrt{\frac{1}{200}}$	$0.88(+-)2.17\sqrt{\frac{0.88\,0.12}{200}}$	$0.88(+-)2.17\sqrt{\frac{0.88}{200}}$	$0.88(+-)1.88\sqrt{\frac{0.88\,0.12}{800}}$

II. Assumindo que o verdadeiro valor de p é o registrado em 1998 (0.82) e tendo em vista que em 2008 observou-se um valor amostral igual a 0.88, suspeita-se que a proporção p tenha aumentado (pode justificar esta suspeita?). Para verificar se esta afirmação é suportada. Responda:

1. O p-valor do teste é calculado usando a distribuição

a	b	c	d	e
Normal	t-student	Qui-Quadrado	F	Binomial

2. Ao nível 0.05, a suposição de ter aumentado a proporção p é

a	b	c
Rejeitada	Não rejeitada	Não é possível decidir

3. Calcule o P-valor no espaço reservado **na Folha de Respostas**. Dica: $\sqrt{29.52} \sim 5.43$.

Questão 5. Um fabricante de sistemas contra incêndio afirma que a temperatura média de ativação do sistema é 130 graus Fahrenheit. Uma amostra de nove sistemas produz uma média amostral de temperatura de ativação igual a 131.1 graus Fahrenheit. Considere que distribuição das temperaturas de ativação é normal com desvio amostral $s = 1$ graus Fahrenheit. Suspeita-se da afirmação do fabricante. Responda

I. O p-valor do teste é calculado usando a distribuição

a	b	c	d	e
Normal	t-student	Qui-Quadrado	F	Binomial

II. Ao nível 0.05, a afirmaão do fabricante é

a	b	c
Rejeitada	Não rejeitada	Não é possível decidir

III. Calcule o P-valor no espaço reservado **na Folha de Respostas**.

Femmina

dia / mês / ano

Math

(1) X = # nº de mortos   discreta binomial (n, p)

n=400

$$p(X=x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$$

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{x - np}{\sqrt{np(1-p)}}$$

$$p(32 < x < 45) = p\left(\underbrace{\frac{32{,}5 - 400 \cdot 0{,}1}{\sqrt{400(0{,}1)(0{,}9)}}}_{z_1 \; -0{,}75} < Z < \underbrace{\frac{44{,}5 - 40}{\sqrt{400(0{,}1)(0{,}9)}}}_{z_2 \; 1{,}25}\right)$$

$$p(Z \leq z_2) - p(Z \leq z_1)$$

qdo é menor ou igual _ tiro meio (inclui o número)
se for menor
se for maior aumento

(2) $F(t) = 1 - e^{-12t}$ $y = aX + b$ $b = 0$

$f(t) = \frac{1}{12} e^{-12t}$ $\mu_x = \frac{1}{\lambda}$ $\mu_y = 3\mu_x$ $\mu_y = 4$

$g(t) = Y = 3X$

da ~~acum~~ acumulada integro pra achar a densidade

densidade derivo acha acumulada

$F(y) = 1 - e^{-4y}$ ~ p/ ver a densidade derivo

spiral

dia / mês / ano

Femmina

no lugar do 2

$X \sim N(\mu, \sigma^2)$ $y = ax + b$

$E(Y) = a\,E(x) + b)$

$\mu_y = a\mu_x + b$

$V(Y) = a^2\, v(x)$

$= a^2\sigma^2$

$E(X) = \mu$ $X = ax + b$

$\Rightarrow E(Y) = a(E(x)) + b$

$V(X) = \sigma^2$ $V(Y) = a^2\, V(x) = a^2\sigma^2$

(3) $X \sim \exp(\theta)$ $f(x)(X) = \theta - e^{\theta x}$ $F_x(x) = 1 - e^{-\theta x}$

$y = \begin{cases} n & \text{se } n < x \leq n+1 \\ 0 & \end{cases}$ $\theta = \lambda$ $\theta = \frac{1}{\lambda}$ ~~nota~~ nota

$P(X = n) - P(n < x \leq n+1) = P(X \leq n+1) - P(X \leq n)$

$= \cancel{e^{\theta n} \, e^{\theta(n+1)}}$

$= \left[1 - e^{-\theta(n+1)}\right] - \left[1 - e^{-\theta n}\right] = 1 - e^{-\theta(n+1)} - 1 + e^{-\theta n}$

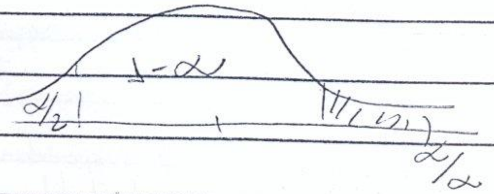
$= e^{-\theta n} - e^{-\theta(n+1)} = e^{-\theta n}(1 - e^{-\theta})$

spiral

contínua $P(X=x)=0$
discreta $P(X=x)$

(4) $\gamma = 0,97$ $\alpha = 0,03$ $\alpha/2 = 0,015$
confiança

variável discreta - proporção



$\hat{p}$ $np \wedge np(1-p) \geq 5$

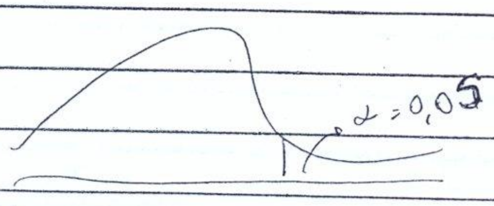
$\sim N\left(p, \frac{p(1-p)}{n}\right)$ $Z = \frac{X - np}{\sigma} = Z = \frac{X - np}{\sqrt{np(1-p)}}$

$IC = 0,88 \pm Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$ $\gamma = \frac{0,97+1}{2} =$

probabilidade q/ tem c/ prob total

V normal (n grande)

H_0 $p \leq 0,82$ $\cancel{\hat{p} = 0,88}$ $Z = \frac{0,88 - 0,82}{\sqrt{100 \cdot 0,88 \cdot 0,12}}$
H_1 $p > 0,82$



$P(Z > z_0) =$
se é menor rejeita
↳ probabilidade

H h

0,059 não rejeito 0,0135
não rejeito H_1

nas duas não rejeito

___/___/___
dia mês ano

Femmina

5) $X \to$ temp parâmetro μ

↳ estimo $\bar{X} \sim N$

t-student

~~normal~~ $t\left(\mu, \frac{s}{n \cdot r}\right)$ ↳ desvio padrão

σ desconhecido $\to$ n ~~grande~~ pequeno

normal $N\left(\mu, \sigma^2/n\right)$ σ conhecido $\begin{cases} \text{n grande} \\ \text{n pequeno} < 30 \end{cases}$

σ desconhecido - n grande