

RA: XX Nome: GABARITO Turma: X

Questão 01

Dois capacitores de placas planas e paralelas possuem a mesma distância entre as placas e mesma área das placas. Inicialmente, a capacitância de ambos é de $10 \mu F$. Quando um dielétrico é inserido, de modo que preencha totalmente o espaço entre as placas de um dos capacitores, a capacitância desse capacitor aumenta para $35 \mu F$. Os capacitores, agora de capacidades de $35 \mu F$ e $10 \mu F$, são conectados em paralelos e carregados através de uma diferença de potencial igual $100V$. A fonte de tensão é então retirada. Encontre:

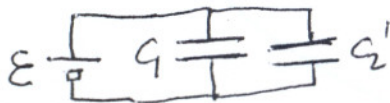
- A diferença de potencial entre as placas de cada capacitor; (0,5 ponto)
- A energia armazenada nesse sistema; (0,5 ponto)
- A carga acumulada nas placas de cada capacitor; (0,5 ponto)

O dielétrico é então removido. Encontre:

- A nova carga acumulada nas placas de cada capacitor; (0,5 ponto)
- A energia final armazenada no sistema. (0,5 ponto)

$C_1 = C_2 = 10 \mu F$ sem dielétrico

$C_1 = 10 \mu F$ e $C_2 = 35 \mu F$ com dielétrico.



(a) $V_{C_1} = 100V$ e $V_{C_2} = 100V$ — ligação paralela.

(b) $U_1 = \frac{1}{2} C_1 V^2 = \frac{1}{2} 10 \mu F (10^2)^2 V^2 = \frac{10^{-1}}{2} J = \frac{0,1}{2} J$

$U_1 = 0,050 J$

$U_2 = \frac{1}{2} C_2 V^2 = \frac{1}{2} 35 \times 10^{-6} \times 10^4 V^2 = \frac{0,35}{2} J$

$U_2 = 0,175 J$

$U_{total} = 0,225 J$



a tensão permanece a mesma logo

$q_{C_1} = C_1 V = 10 \times 10^{-6} \times 100V = 1mC$

$q_{C_2} = C_2 V = 35 \times 10^{-6} \times 100V = 3,5mC$

$q_{C_1} + q_{C_2} = 1,0mC + 3,5mC = 4,5$

0,5 ponto

0,5 ponto

0,5 ponto

d) dielétrico é removido

$$C_1 = C_2 = 10 \mu F.$$

Cargas migram.

$$q_1' = q_2' \quad (C \text{ são iguais})$$

$$q_1' + q_2' = q_{\text{total}} = 4,5 \text{ mC}$$

$$q_1' = q_2' = 2,25 \text{ mC}$$

0,5 ponto

e)

$$U_{\text{tot}} = \frac{1}{2} \frac{q_1'^2}{C_1} + \frac{1}{2} \frac{q_2'^2}{C_2} \Rightarrow U_{\text{tot}} = \frac{q_1'^2}{C_1}$$

$$q_1' = q_2' \text{ e } C_1 = C_2$$

$$U_{\text{tot}} = \frac{(2,25)^2 \times 10^{-6} \text{ C}^2}{10 \times 10^{-6} \text{ F}} = \frac{31}{160} \text{ J}$$

$$U_{\text{tot}} = 0,506 \text{ J}$$

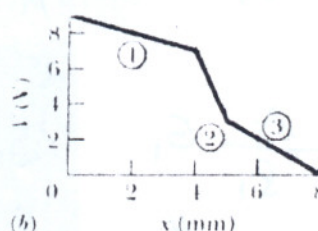
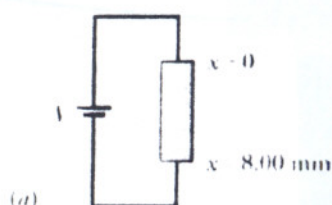
0,5 ponto

Questão 02

Na figura (a) abaixo uma bateria de $9,00V$ é ligada a uma placa resistiva formada por três trechos com a mesma seção reta e resistividades diferentes. A figura (b), também abaixo, mostra o gráfico do potencial $V(x)$ em função da posição x ao longo da placa. A escala horizontal é definida por $x_1 = 8,00mm$. A resistividade do trecho 2 é

$3,00 \times 10^{-7} \Omega \cdot m$. Encontre:

- O campo elétrico nos três trechos; (0,5 ponto)
- A resistividade nos trechos 1 e 3; (1,0 ponto)
- A corrente elétrica através da placa, quando esta tem uma área $A = 40cm^2$. (1,0 ponto)



a) $E_e = -\frac{\partial V}{\partial x}$

$$E_1 = -\frac{(7-9)V}{4 \times 10^{-3}m} = \frac{2V}{4 \times 10^{-3}m} = 0,5 \times 10^3 \frac{V}{m}$$

$$E_1 = 500 \frac{V}{m}$$

$$E_2 = -\frac{(3-7)V}{1 \times 10^{-3}m} = \frac{4V}{1 \times 10^{-3}m} = 4 \times 10^3 \frac{V}{m}$$

$$E_2 = 4000 \frac{V}{m}$$

$$E_3 = -\frac{(0-3)V}{3 \times 10^{-3}m} = \frac{3V}{3 \times 10^{-3}m} = 1 \times 10^3 \frac{V}{m}$$

$$E_3 = 1000 \frac{V}{m}$$

b)

$$E_e = \rho_i J_i = \rho_i \frac{I}{A}$$

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2} \rightarrow \rho_1 = \rho_2 \frac{E_1}{E_2}$$

0,5 ponto

$$\rho_1 = 3,0 \times 10^{-7} \Omega \cdot m \cdot \frac{500}{4000} \Rightarrow \boxed{\rho_1 = 3,75 \times 10^{-8} \Omega \cdot m}$$

$$\rho_3 = 3,0 \times 10^{-7} \Omega \cdot m \cdot \frac{E_3}{E_2}$$

$$= 3,0 \times 10^{-7} \Omega \cdot m \cdot \frac{1.000}{4.000} \Rightarrow \boxed{\rho_3 = 7,5 \times 10^{-8} \Omega \cdot m}$$

0,5 ponto

(C) $V = RI \rightarrow I$ é a mesma no segmento de 8 mm.

logo

$$E_i = \rho_i J_i = \rho_i \frac{I}{A} \rightarrow \boxed{I = \frac{A}{\rho_i} E_i} \quad (0,5 \text{ ponto})$$

$$I = \frac{A}{\rho_1} E_1$$

$$= \left(\frac{40 \times 10^{-4}}{3,75 \times 10^{-8}} \cdot 500 \right) A$$

$$= \frac{200 \times 10^{-2}}{3,75 \times 10^{-8}} A$$

$$\boxed{I = \frac{2}{3,75} \times 10^8 A}$$

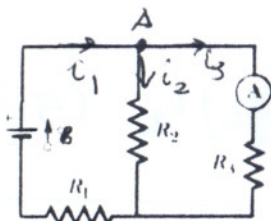
$$\boxed{I = \frac{8}{15} \times 10^8 A}$$

0,5 ponto

Questão 03

Na figura abaixo, determine:

- a) A leitura do amperímetro para $\varepsilon = 5,0\text{V}$ (fonte ideal), $R_1 = 4,0\Omega$, $R_2 = 6,0\Omega$ e $R_3 = 6,0\Omega$ (1,5 ponto)
- b) A fonte é então trocada de posição com o amperímetro. Qual a nova leitura do amperímetro? (1,0 ponto)



$R_A \ll R_2, R_1, R_3$ (0,1 ponto)

a)
$$\begin{cases} i_1 = i_2 + i_3 & (1) \\ R_2 \parallel R_3 \Rightarrow R_2 i_2 = R_3 i_3 \rightarrow i_3 = \frac{R_2}{R_3} i_2 & (2) \\ \varepsilon - R_2 i_2 - R_1 i_1 = 0 & (3) \end{cases} \quad (0,5 \text{ ponto})$$

Subst (2) em (1) temos $i_1 = \left(\frac{R_2}{R_3} + 1\right) i_2$

Como $R_3 = R_2 \Rightarrow i_3 = i_2$ e

$i_1 = 2i_2 \rightarrow$

logo

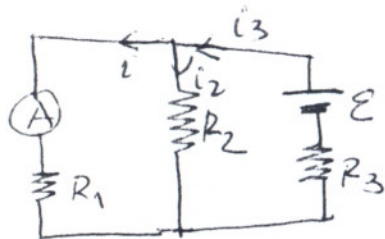
$\varepsilon - R_2 \frac{1}{2} i_1 - R_1 i_1 = 0$ ou $\varepsilon - R_2 i_2 - R_2 2i_2 = 0$

$\varepsilon - (R_2 + 2R_1) i_2 = 0 \Rightarrow i_2 = \frac{\varepsilon}{R_2 + 2R_1}$ (0,5 ponto)

$i_2 = \frac{5,0\text{V}}{(6,0 + 8,0)\Omega} = \frac{5}{14} \text{ A}$

como $i_3 = i_2 \Rightarrow i_A = \frac{5}{14} \text{ A}$ (0,3 ponto)

b) Trocar amperímetro com bateria.



$$i_3 = i_1 + i_2 \quad (1)$$

$$R_1 i_1 = R_2 i_2 \quad (2)$$

$$E - R_2 i_2 - R_3 i_3 = 0 \quad (3)$$

$$R_2 i_2 = R_1 i_1 \Rightarrow \boxed{i_1 = \frac{R_2}{R_1} i_2} \text{ ou } i_1 = \frac{R_2}{R_1} i_2 \quad (4)$$

subst (4) em (1)

$$i_3 = \frac{R_2}{R_1} i_2 + i_2 \Rightarrow i_3 = \left(\frac{R_2}{R_1} + 1 \right) i_2 \quad (5)$$

0,5 ponto

subst. em (5) em (3)

$$E - R_2 i_2 - R_3 \left(\frac{R_2}{R_1} + 1 \right) i_2 = 0$$

$$E - (R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3) / R_1 i_2 = 0 \Rightarrow$$

$$\boxed{i_2 = \frac{R_1 E}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}} \Rightarrow i_2 = \frac{4,0 \times 50}{4 \times 6 + 4 \times 6 + 6 \times 6} \text{ A}$$

$$i_2 = \frac{20}{84} \text{ A} \rightarrow \boxed{i_2 = \frac{10}{42} \text{ A}}$$

$$i_1 = \frac{10}{42} \cdot \frac{6}{4} \text{ A} = \frac{60}{168} = \frac{30}{84} \text{ A} = \frac{15}{42} \text{ A}$$

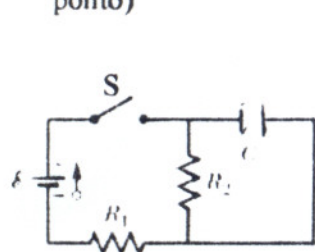
$$\boxed{i_1 = \frac{5}{14} \text{ A} = i_A}$$

mesma leitura (0,5 ponto)
de i_A em (a).

Questão 04

Na figura abaixo temos um circuito formado por uma bateria, dois resistores e um capacitor. Inicialmente o circuito está aberto e o capacitor descarregado. Determinar:

- As correntes nos resistores R_1 e R_2 imediatamente após o fechamento da chave S; (0,5 ponto)
- As correntes nos resistores R_1 e R_2 muito tempo depois do fechamento da chave S; (0,5 ponto)
- A carga no capacitor C depois de muito tempo do fechamento da chave S; (0,5 ponto)
- Abre-se então a chave S. Para $R_1 = 10,0 k\Omega$, $R_2 = 15,0 k\Omega$, $C = 4,0 \mu F$ e $\mathcal{E} = 20,0 V$, qual será a corrente no resistor R_2 depois de $t = 60,0 ms$ da abertura da chave? (1,0 ponto)



(0,5 ponto) a)

$$\begin{aligned} i_{R_2} &= 0 \\ i_{R_1} &= \frac{\mathcal{E}}{R_1} = i_C \end{aligned}$$

0,5 ponto

(0,5 ponto) b)

$$i_C = 0 \text{ e } i_{R_1} = i_{R_2} = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + R_2} \quad (0,5 \text{ ponto})$$

(0,5 ponto) c)

$$q = CV \Rightarrow q_c = CV_c = C \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} \mathcal{E}$$

$$q_c = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \mathcal{E} C$$

(0,5 ponto)

(1,0 ponto) d)

$$q = \frac{15 \times 10^3 \Omega \times 20,0 V \times 4,0 \times 10^{-6} F}{(15 + 10) \times 10^3 \Omega} = \frac{60 \times 20 \times 10^{-6}}{25} C$$

$$q_c = 48 \mu C$$

$$\text{chave aberta} \Rightarrow q(t) = q_0 e^{-\frac{t}{R_2 C}}$$

(0,5 ponto)

$$t = 60 ms$$

$$R_2 C = 15 \times 10^3 \Omega \times 4,0 \times 10^{-6} F = 60 ms$$

logo

$$q(60 ms) = q_0 e^{-1} \Rightarrow$$

$$q(60 ms) = \frac{48 \mu C}{e}$$

$$q(60 ms) \approx 17,5 \mu C$$

(0,5 ponto)