ALUNO	RA

Q1	
Q2	
Q3	
Q4	
Q5	
$\sum$	

ME-323A – 1o. Sem. 2012 – Prova 2

INSTRUÇÕES

Resolva cada questão na folha apropriada.

Não é necessário entregar a folha de consulta.

Boa Prova!

Questão 1. (2 pontos) A densidade conjunta das v.a. X e Y é dada por $f(x,y) = 2e^{-2y}/y$, se $0 < y < \infty$, $0 < x < y$.

Calcule:

(a) $\text{Cov}(X,Y)$;

(b) densidade marginal de Y;

(c) densidade condicional de X dado $Y = y$, $0 < y < \infty$.

Questão 2. (2 pontos) A distribuição conjunta de X e Y é dada por $p(x, y)$, onde

$$\begin{array}{lll} p(0,1) = 1/9, & p(1,1) = 0, & p(2,1) = 1/9 \\ p(0,2) = 2/9, & p(1,2) = 2/9, & p(2,2) = 2/9 \\ p(0,3) = 1/18, & p(1,3) = 1/18, & p(2,3) = 0. \end{array}$$

(a) Calcule as distribuições marginais de X e Y.
(b) As v.a. X e Y são independentes?
(c) Calcule $\mathbf{P}(X + Y = 3)$.

Questão 3. (2 pontos) Sejam X e Y duas v.a. independentes, Exponenciais com $\lambda = 4$. Ache a densidade de $Z = X/(X+Y)$.

Questão 4. (1 ponto) Ache o limite (quase certo) da sequência $Y_1, Y_2, \ldots$ onde

$$Y_n = \frac{1}{n}\Big(X_1^3 + \ldots + X_n^3\Big),$$

$X_1, X_2, \ldots$ são i.i.d. Uniformes $(0, 2)$.

Questão 5. (3 pontos) Cada um dos 300 números é arredondado para inteiro mais próximo, e depois os números arredondados são somados. Suponha que os erros de arredondamento são v.a. independentes, Uniformas $(-0.5, 0.5)$. Estime a probabilidade de que a soma obtida esteja distante da soma de números originais por mais de 2.

(a) Usando a desigualdade de Chebyshev.

(b) Usando o Teorema Central do Limite.