

## 2º Semestre de 2013

- 

- a)
- 
- b)
- 

-

5. Mostre que em todo grafo simples conexo existe um caminho de qualquer vértice de grau ímpar para qualquer outro vértice de grau ímpar.
6. Mostre que um grafo simples é bipartido se e somente se ele não tem circuitos com um número ímpar de arestas.
7. Seja  $G = (V, E)$  um grafo bipartido com partição  $V = A \cup B$ . Denotamos por  $d_v$  o grau do vértice  $v \in V$ .

(a) Prove por indução em  $m = |E|$  que

$$\sum_{v \in A} d_v = \sum_{u \in B} d_u.$$

(b) Prove que se  $G$  é um grafo  $113$ -regular bipartido com bipartição  $V = A \cup B$ , então  $|A| = |B|$ .