

0,2 20% Algebra  
0,1 10% Erro propagado

0,5  
0,4

3ª Prova de F-328 - Diurno  
30/11/2011

- 1) \_\_\_\_\_  
2) \_\_\_\_\_  
3) \_\_\_\_\_  
4) \_\_\_\_\_

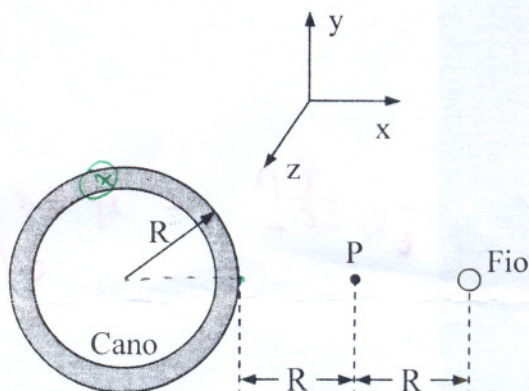
Nota: \_\_\_\_\_

Nome: EABARITO RA: XX Turma: X

### Questão 01

A figura abaixo mostra um cano circular longo de raio externo  $R$  que conduz uma corrente (uniformemente distribuída)  $i_c$  para dentro do plano do papel, e seu eixo está a uma distância  $3R$  de um fio paralelo ao cano que conduz uma corrente  $i_f$ . Determine:

- a) o campo magnético  $\vec{B}$  na superfície do cano (na posição mais próxima do fio); (1,5 ponto)  
b) o sentido e a intensidade relativa da corrente no fio,  $i_f$ , para que o campo magnético no ponto P seja de intensidade 3 vezes maior que o produzido por  $i_c$ . (1,0 ponto)



a) Usando a lei de

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 i_{enc}$$

1- Para o cano circular

$$\vec{B}_c = \frac{\mu_0 i_c}{2\pi R} (-\hat{y}) \quad (0,5) +$$

2- Para o fio

$$\vec{B}_f = \frac{\mu_0 i_f}{4\pi R} (-\hat{y}) \quad (0,5) +$$

$$\text{Assim } \vec{B} = \vec{B}_c + \vec{B}_f = \left( \frac{\mu_0 i_c}{2\pi R} + \frac{\mu_0 i_f}{4\pi R} \right) (-\hat{y}) \quad 0,5 +$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{2\pi R} [i_c + i_f/2] (-\hat{y}) \quad (1,5)$$

- b) Para que  $|\vec{B}|$  seja maior que  $|\vec{B}_c|$  devemos ter  $\vec{B}_f$  e  $\vec{B}_c$  na mesma direção. Logo a corrente  $i_f$  deve ter sentido oposto a de  $i_c$  e que da condição

$$|\vec{B}| = 3|\vec{B}_c| \Rightarrow |i_c + i_f/2| = 3|i_c/2| \Rightarrow i_f = -2i_c$$

já que  $i_f$  deve ter sentido oposto a de  $i_c$ .

(0,5) p/  $-2i_c$  e 0,5 pelo duplo

são

$3 - \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$

(1,0)

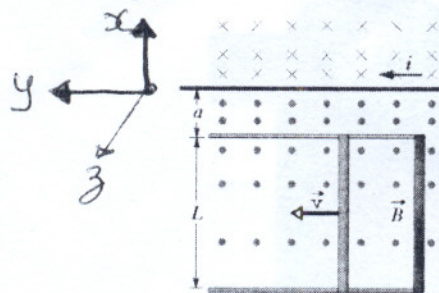


20% Álgebra  
10% Erro propagação

### Questão 02

A figura mostra uma barra de comprimento  $L$  que é forçada a se mover com velocidade constante  $v$  ao longo de trilhos horizontais. A barra, os trilhos e a fita metálica na extremidade direita dos trilhos formam uma espira condutora. A barra tem uma resistência  $R$  e a resistência do resto da espira é desprezível. A corrente  $i$  que percorre o fio longo situado a uma distância  $a$  da espira, produz um campo magnético (não-uniforme) que a atravessa. Determine:

- a) a fem e a corrente induzidas na espira; (1,0 ponto)
- b) a potência dissipada na espira; (0,5 ponto)
- c) o módulo da força que deve ser aplicada à espira para que se mova com velocidade constante; (0,5 ponto)
- d) a taxa com que essa força executa trabalho sobre a espira. (0,5 ponto)



a) Lei de Ampère  $\Rightarrow$   
 $B(x) = \frac{\mu_0 i}{2\pi x}$   
 Lei de Faraday  
 $\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$

$$\Phi_B = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{A} = \int_{x_0}^{x_0+L} \int_{y_0}^{y(t)} \frac{\mu_0 i}{2\pi x} dx dy$$

$$\Phi_B = \frac{\mu_0 i}{2\pi} (y(t) - y_0) \ln\left(\frac{a+L}{a}\right) \Rightarrow \Phi_B = \frac{\mu_0 i}{2\pi} \ln\left(\frac{a+L}{a}\right) (x_0 + vt)$$

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{\mu_0 i}{2\pi} \ln\left(\frac{a+L}{a}\right) v = \mathcal{E} \quad \text{módulo da fem}$$

b)  $i_{ind} = \mathcal{E}/R \Rightarrow i_{ind} = \frac{\mu_0 i v}{2\pi R} \ln\left(\frac{a+L}{a}\right)$

$$P = R i_{ind}^2 = \frac{\mu_0^2 i^2 v^2}{4\pi^2 R} \ln^2\left(\frac{a+L}{a}\right)$$

c)  $\vec{F} = 0$  para movimento com  $\vec{v}$  constante  $\Rightarrow$   
 $\vec{F}_{mag} + \vec{F}_{ex} = 0 \Rightarrow |\vec{F}_{ex}| = |\vec{F}_{mag}|$

$$\vec{F}_{mag} = \int d\vec{F} = \int_a^{a+L} i_{ind} d\vec{x} \times \vec{B} = i_{ind} \int_a^{a+L} \frac{\mu_0 i}{2\pi x} dx (-\hat{y})$$

$$\vec{F}_{mag} = \frac{\mu_0 i^2 v}{4\pi^2 R} \ln^2\left(\frac{a+L}{a}\right) (-\hat{y})$$

d)  $P_{direta} = \vec{F}_{mag} \cdot \vec{v} \Rightarrow \frac{\mu_0^2 i^2 v^2}{4\pi^2 R} \ln^2\left(\frac{a+L}{a}\right)$

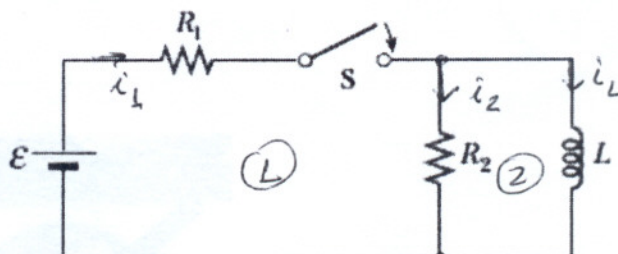
$(-x) + \hat{y}$



### Questão 03

No circuito da figura abaixo a fonte é ideal,  $\varepsilon = 12,0V$ ,  $L = 10,0mH$ ,  $R_1 = 10,0\Omega$  e  $R_2 = 20,0\Omega$ . A chave permaneceu aberta por muito tempo antes de ser fechada no instante  $t = 0$ .

- Qual é a taxa de variação da corrente imediatamente ao fechamento da chave? (0,5 ponto)
- Quais são as correntes nos resistores muito tempo depois do fechamento da chave? (0,5 ponto)
- Qual a energia armazenada no indutor para um tempo muito longo? (0,5 ponto)
- Qual a energia dissipada no resistor  $R_1$  durante o tempo necessário para atingir o estado estacionário? (1,0 ponto)



a)  $\varepsilon = 12V$ ,  $L = 10mH$ ,  $R_1 = 10\Omega$ ,  $R_2 = 20\Omega$ .

malha ①  $\varepsilon - R_1 i_1 - R_2 i_2 = 0$

$$i_1 = i_2 + i_L$$

$$t = 0^+ \quad i_L = 0$$

$$i_1 = i_2 = \frac{\varepsilon}{R_1 + R_2} \quad (0,5)$$

malha ②  $-L \frac{di_L}{dt} + R_2 i_2 = 0$

$$\frac{di_L}{dt} = -\frac{R_2}{L} i_2 = -\frac{R_2 \varepsilon}{(R_1 + R_2)L} \Rightarrow$$

$$\frac{di_L}{dt} = -\frac{R_2}{R_1 + R_2} \frac{\varepsilon}{L} \quad (1,0)$$

b)  $t \rightarrow \infty$

$$i_2 = 0$$

$$i_1 = i_L = \frac{\varepsilon}{R_1} \quad (0,5)$$

c)  $U_L = \frac{1}{2} L i_L^2 = \frac{1}{2} L \left( \frac{\varepsilon}{R_1} \right)^2 = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon^2}{L R_1^2} \quad (0,5)$

d)  $U_{dissip} = \int_0^\infty R_1 i_1^2 dt \quad (0,0)$

$$i_1 - i_2 - i_L = 0$$

$$-R_1 i_1 - R_2 i_2 + \varepsilon = 0$$

$$-L \frac{di_L}{dt} + R_2 i_2 = 0$$

$$L \frac{di_L}{dt} + R_1 i_1 = \varepsilon$$

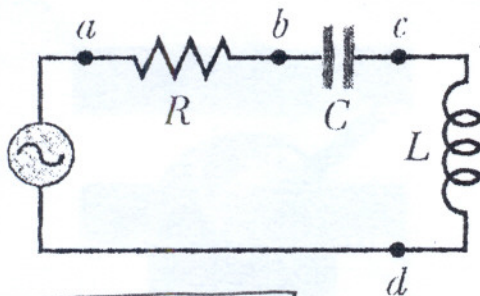
eq. dif. linear 1ª ordem acoplada.



#### Questão 04

Uma fonte de *fem* alternada, com uma amplitude de voltagem de 100 V e frequência angular de  $100 \text{ rad/s}$  é ligada em série com: uma resistência de  $100\Omega$ , uma indutância de  $0,8\text{H}$  e um capacitor de  $2 \times 10^{-3} \text{ F}$ . Determine:

- a) a impedância do circuito; (0,5 ponto)
- b) a amplitude e a fase da corrente; (0,5 ponto)
- c) a expressão da diferença de potencial através do indutor em função do tempo; (0,5 ponto)
- d) o fator de potência do circuito; (0,5 ponto)
- e) a frequência angular da fonte para que a amplitude de corrente do circuito seja máxima. (0,5 ponto)



$$\begin{aligned} R &= 100 \Omega \\ L &= 0,8 \text{ H} \\ C &= 2 \times 10^{-3} \text{ F} \\ \omega &= 100 \text{ rad/s} \end{aligned}$$

0,5  
a)

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

$$X_L = L\omega = 100 \times 0,8 \Omega = 80 \Omega$$

$$X_C = 1/C\omega = 1/(2 \times 10^{-3} \times 10^2) = 5 \Omega$$

$$Z = \sqrt{100 \times 100 + 75 \times 75} = \sqrt{10000 + 5625} \Omega$$

$$Z = \sqrt{15.625} \Omega = 125 \Omega$$

0,5  
b)

$$Z = 125 \Omega$$

$$Z = \frac{\mathcal{E}_m}{I} \rightarrow I = \mathcal{E}_m / Z = \frac{100}{125} \text{ A}; \quad \varphi = \arctan(0,75)$$

0,5  
c)

$$I = 0,8 \text{ A}$$

$$V_L(t) = V_L \sin(\omega t - \varphi + \pi/2) = X_L I \sin(\omega t - \varphi + \pi/2)$$

0,5  
d)

$$V_L(t) = 64 \text{ V} \sin(\omega t - \varphi + \pi/2)$$

0,5  
e)

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{100}{125} = 0,8$$

$$\omega_+ = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{0,8 \times 2 \times 10^{-3}}} = 25 \text{ rad/s}$$