

**Lista 8**

MC358— Fundamentos Matemáticos para Computação

Prof. Pedro J. de Rezende

2º Semestre de 2013

1. Prove por indução que  $1 + nh \leq (1 + h)^n$ , para  $n \in \mathbb{N}$  e  $h \in \mathbb{R}, h > -1$ .
2. Prove por indução que  $H_1 + \dots + H_n = (n + 1)H_n - n$ , para  $n \in \mathbb{N}$  e  $H_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k}$ .
3. Prove por indução que  $n$  retas dividem o plano em  $(n^2 + n + 2)/2$  regiões, se as retas não forem paralelas duas a duas e nenhum conjunto de três retas passar por um mesmo ponto.
4. Prove por indução que  $\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \frac{1}{2n} > \frac{13}{24}$ , para  $n \in \mathbb{N}^*$ .
5. Prove por indução que dado um conjunto de  $n + 1$  números escolhidos aleatoriamente dentre os primeiros  $2n$  números naturais, existem dois números nesse conjunto tais que um divide o outro. Dica: procure analisar casos complementares, mas aglutine-os no menor número possível de casos.
6. Prove por indução que todo número natural pode ser escrito como uma soma de termos distintos da seguinte série: 1, 2, 3, 4, 5, 10, 20, ... (a partir do número 5, a série se torna uma progressão geométrica de razão 2). Dica: use indução forte.