Teoria da Informação. 1a Prova. (Duração: 1:30)

TI

1(3.5 pts)	2(1.5 pts)	3(2 pts)	4(3 pts)	Total(pts)

Nome: Fernanda gracia de Lima
RA: 081369

1ª Questão (3.5 pontos, 0.7 por item)
Considere a variavel aleatoria X com função de probabilidade:

X	0	1	2
P	0.5	0.25	0.25

a) calcule o tamanho de código esperado para uma codificação ótima,

b) encontre um código de Huffman (binario) e calcule o tamanho de código esperado,

c) encontre um código de Huffman por blocos de tamanho 2 e calcule o tamanho de código esperado (por simbolo),

d) Use a codificação aritmética para codificar a sequencia "**002**",

e) Encontre a sequência, de tamanho 3, correspondente ao código aritmético "**0.51**".

2ª Questão (1.5 pontos, 0.5 por item)
Considere "**000102001011201200202100102**2" uma amostra da sequência de v.a. iid $X_1, X_2, ..., X_n$.

a) encontre um código de Shannon (binario),

b) encontre um código de Huffman (binario),

c) codifique as sequências "0010" e "1221" para cada um dos códigos obtidos nos items a) e b).

3ª Questão (2 pontos)
Sejam $p(x)$ e $q(x)$, $x \in \mathcal{X}$ duas funções de probabilidade, demonstre que

$$D(p||q) \geq 0,$$

com igualdade se e somente se $p(x) = q(x) \ \ \forall x \in \mathcal{X}$.

4ª Questão (3 pontos)
Seja X uma v.a. com finção de probabilidade $p(x)$ e $A_\epsilon^{(n)}$ o conjunto tipico com respeito à função de probabilidade $p(x)$, $x \in \mathcal{X}$. Demonstre que,

a) para $(x_1, x_2, ..., x_n) \in A_\epsilon^{(n)}$, $H(X) - \epsilon \leq -\frac{1}{n}\log_2(p(x_1, x_2, ..., x_n)) \leq H(X) + \epsilon$,

b) $P(A_\epsilon^{(n)}) > 1 - \epsilon$, para n suficientemente grande,

c) $|A_\epsilon^{(n)}| \leq 2^{n(H(X)+\epsilon)}$.