MC548 - Projeto e Análise de Algoritmos II
Professor: Flávio Keidi Miyazawa

IC-UNICAMP
Sala IC-30

Prova 1 - 3/Setembro/2012
(Esta folha deve ser devolvida com a resolução)

Obs.: Caso não consiga fazer alguma redução na complexidade de tempo pedida, faça no melhor tempo que puder. Dependendo da resolução, a critério do Professor, este poderá considerar pontos parciais para complexidades de tempo maiores que a pedida. Caso você use algum resultado teórico visto em aula, descreva o resultado claramente. Qualquer fraude implicará em nota 0.0 para os envolvidos.

1. (2.0 pts) Um problema Π tem como entrada os seguintes dados: Um inteiro n, um conjunto $S = \{1, \ldots, n\}$, um número positivo inteiro p_i para cada $i \in S$ e um inteiro K. O objetivo do problema Π é decidir se existe subconjunto $R \subseteq S$ cuja soma $p(R) = \sum_{i \in R} p_i$ é igual a K. Joãozinho fez a disciplina de MC448 e apresentou um algoritmo por programação dinâmica que tem complexidade de tempo $O(nK)$ para Π, usando o modelo computacional e codificação compacta/usual. Este algoritmo é de tempo polinomial ? Justifique bem sua resposta (não serão aceitas respostas apenas com SIM ou NÃO).

2. (2.5 pts) Considere os seguintes problemas:

   MAX Diz-se que um ponto $p = (x_p, y_p)$ do plano **domina** um outro ponto distinto $q = (x_q, y_q)$ do plano se $x_p \geq x_q$ e $y_p \geq y_q$. Um ponto p é **maximal** em relação a um conjunto de pontos S se $p \in S$ e nenhum ponto de S domina p. Dado conjunto de n pontos distintos P, o problema consiste em encontrar todos os pontos maximais de P.

   INTERVAL O problema `INTERVAL` consiste em: Dados n intervalos na reta real, definidos pelos seus pontos de início e de fim, listar todos os intervalos que estão contidos dentro de pelo menos um dos outros intervalos passados na entrada.

   Nesta questão, apresente uma redução de complexidade de tempo linear de `MAX` para `INTERVAL`. Prove que sua redução está correta e demonstre a complexidade de tempo da redução.

3. (2.5 pontos) Considere a seguinte variação do problema do Fluxo de valor Máximo, que é definido igual ao problema do Fluxo de valor Máximo, mas com a restrição adicional que cada nó interno i possuiu um limitante c_i (um valor numérico positivo) para o valor do fluxo total entrando em c_i. Vamos denotar o problema do Fluxo de valor Máximo por FM e a variação do problema do Fluxo de valor Máximo com Limitação nos nós internos por FML. Primeiro enuncie o problema do Fluxo de valor Máximo. Depois, faça uma redução de tempo linear do problema FML para FM. Justifique a corretude da sua redução.

4. (3 pontos) Considere o seguinte problema, que chamaremos de VAGAS:

   Problema VAGAS: Um certo país, chamado Manelândia, tem n cursos de Computação em universidades públicas, cada curso i (onde i é um inteiro em $\{1, \ldots, n\}$) tem v_i vagas. Há m pessoas que são candidatas a estas vagas, cada candidato j (onde j é um inteiro em $\{1, \ldots, m\}$) fez várias provas dentro do exame do ENEM (Exame Nacional do Ensino em Manelândia). Como cada curso usa uma ponderação diferente do ENEM, cada candidato pode ter pesos diferentes para cursos diferentes. Vamos denotar a nota do candidato j para o curso i pelo peso p_{ij} (quanto maior o peso melhor).

   O governo do país deseja encontrar uma atribuição de candidatos a vagas, de maneira que: *(i)* Cada pessoa j é atribuida a no máximo 1 curso. *(ii)* Cada curso i recebe a atribuição de no máximo v_i candidatos. *(iii)* A soma total dos pesos das pessoas atribuidas aos correspondentes cursos é máxima.

Faça uma redução de tempo linear do problema VAGAS para o problema de Programação Linear e prove porque esta redução está correta, justificando claramente porque é possível usar um resolvedor de programação linear (sem restrições de integralidade) para resolver corretamente o problema VAGAS.