**1ª Prova de F 502 – Turma A** **1._____**
**Primeiro Semestre de 2008** **2._____**
**10/04/2008** **3._____**
**4._____**
**Nota: _____**

**Nome:______________________________________________ RA:__________**

**Questão 1:** Uma certa quantidade de carga está distribuída numa camada esférica de raio interno $a$ e raio externo $b$, cuja densidade volumétrica de carga é dada por $\rho(r) = C\, r$, onde $C$ é constante e $r$ é a distância ao centro da esfera.

a) Calcule o potencial eletrostático em todo o espaço, por integração direta da carga (o teorema das cascas esféricas pode ser usado).
b) A partir do resultado do item anterior, obtenha o campo elétrico em todo o espaço.

**Questão 2:** Uma carga pontual $q$ no interior de um semicondutor tem o seu potencial blindado, que é dado por:

$$\varphi(r) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\exp\left(-r/\lambda\right)}{r}$$

onde $\lambda$ é uma constante positiva.

a) Determine o vetor campo elétrico em todo o espaço.
b) Determine a densidade de carga em todo o espaço.

**Questão 3:** Um condutor cilíndrico muito longo, de raio *R*, que não possui carga líquida, situa-se em um campo elétrico inicialmente uniforme, $\vec{E}_0$. A direção de $\vec{E}_0$ é perpendicular ao eixo do cilindro.

a) Encontre o potencial em pontos exteriores ao cilindro. Considere que o cilindro se encontra aterrado: $\varphi(R,\theta)=0$ .
b) Calcule as componentes normal e tangencial do campo elétrico na superfície externa no cilindro.
c) Encontre a densidade de carga na superfície cilíndrica.

**Questão 4:** Um cabo coaxial de seção reta circular tem um dielétrico composto. O condutor interno tem raio externo $a$, e o condutor externo tem raio interno $c$. O condutor interno é circundado por um revestimento de constante dielétrica $K_1$ e raio externo $b$. Segue-se outro revestimento de constante dielétrica $K_2$, e raio externo $c$. Estabelece-se uma diferença de pontencial $\varphi_0$ entre os condutores. Calcule o deslocamento elétrico, o campo elétrico e a polarização em cada ponto dos dois dielétricos.

**Formulário**

Coordenadas esféricas:

$$\nabla\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial r}\vec{a}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial\varphi}{\partial\theta}\vec{a}_\theta + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial\varphi}{\partial\phi}\vec{a}_\phi$$

$$\nabla\cdot\vec{F} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial\left(r^2F_r\right)}{\partial r} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial\left(F_\theta\sin\theta\right)}{\partial\theta} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial F_\phi}{\partial\phi}$$

$$\nabla\times\vec{F} = \frac{1}{r\sin\theta}\left[\frac{\partial\left(F_\phi\sin\theta\right)}{\partial\theta} - \frac{\partial F_\theta}{\partial\phi}\right]\vec{a}_r + \frac{1}{r}\left[\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial F_r}{\partial\phi} - \frac{\partial\left(rF_\phi\right)}{\partial r}\right]\vec{a}_\theta + \frac{1}{r}\left[\frac{\partial\left(rF_\theta\right)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial\theta}\right]\vec{a}_\phi$$

$$\nabla^2\varphi = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial\varphi}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial\varphi}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2\varphi}{\partial\phi^2}$$

Coordenadas cilíndricas:

$$\nabla\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial r}\vec{a}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial\varphi}{\partial\theta}\vec{a}_\theta + \frac{\partial\varphi}{\partial z}\vec{k}$$

$$\nabla\cdot\vec{F} = \frac{1}{r}\frac{\partial\left(rF_r\right)}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial F_\theta}{\partial\theta} + \frac{\partial F_z}{\partial z}$$

$$\nabla\times\vec{F} = \left[\frac{1}{r}\frac{\partial F_z}{\partial\theta} - \frac{\partial F_\theta}{\partial z}\right]\vec{a}_r + \left[\frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r}\right]\vec{a}_\theta + \frac{1}{r}\left[\frac{\partial\left(rF_\theta\right)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial\theta}\right]\vec{k}$$

$$\nabla^2\varphi = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial\varphi}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial\theta^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2}$$

Harmônicos zonais:

$$\varphi(r,\theta) = \sum_{l=0}^{\infty}\left(A_l r^l + \frac{B_l}{r^{l+1}}\right)P_l(\cos\theta)$$

Harmônicos cilíndricos:

$$\varphi(r,\theta) = A_0 + B_0\ln r + \sum_{n=1}^{\infty}\left(A_n r^n\cos n\theta + A'_n r^n\sin n\theta + \frac{B_n}{r^n}\cos n\theta + \frac{B'_n}{r^n}\sin n\theta\right)$$

Dipolo elétrico:

$$\varphi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{p}\cdot\hat{r}}{r^2} \qquad \vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\left[3(\vec{p}.\hat{r})\hat{r} - \vec{p}\right]$$