MA327 Turma Z - 2S 2011 - Prova 1

Nome: ____ RA: ____________ 14/09/2011

Existem 10 pontos extras. **Respostas sem justificativas serão desconsideradas.**
Bom trabalho!

1. Escreva as definições dos seguintes conceitos.
   (a) (05pts) Conjunto linearmente independente.
   (b) (05pts) Subespaço gerado por um conjunto de vetores.
   (c) (05pts) Transformação linear.

2. (10pts) Determine se a seguinte afirmação é verdadeira ou falsa. Se U e W são subespaços do espaço vetorial V, então sua união $U \cup W$ também é subespaço de V.

3. Considere o conjunto $S = \{p_1, p_2, p_3, p_4\} \subseteq P_3(\mathbb{R})$, onde $p_1(t) = 1 + 2t + t^3, p_2(t) = 1 + 4t^2 + 3t^3, p_3(t) = -t + 2t^2 + t^3, p_4(t) = -1 - 3t + 2t^2$.
   (a) (15pts) Encontre uma base para o espaço gerado por S e calcule sua dimensão.
   (b) (08pts) Complete a base encontrada acima a uma base para $P_3(\mathbb{R})$.
   (c) (12pts) Seja U o subespaço gerado por $\{p_1, p_2\}$ e W o subespaço gerado por $\{p_3, p_4\}$. Verifique que $\dim(U) = \dim(W) = 2$ e use isto em conjunto com o item (a) para calcular $\dim(U \cap W)$ **sem** calcular $U \cap W$.

4. Sejam $V = \mathbb{R}^4$, α a base canônica e $\beta = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ onde $v_1 = (1, 1, 1, 1), v_2 = (-1, 0, 1, 0), v_3 = (1, 0, 1, -1), v_4 = (0, 0, 0, 2)$.
   (a) (10pts) Verifique que β é uma base de V.
   (b) (15pts) Calcule as matrizes mudança de base de β para α e vice-versa.
   (c) (10pts) Encontre as coordenadas de $(2, -4, 3, 0)$ na base β.
   (d) (15pts) Considere a transformação linear $T : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^3$ determinada por $T(v_1) = (1, 1, 2), T(v_2) = (0, -1, -1), T(v_3) = (-1, 0, -1)$, e $T(v_4) = (-1, 1, 0)$ e seja γ a base canônica do $\mathbb{R}^3$. Calcule as matrizes $[T]^\beta_\gamma$ e $[T]^\alpha_\gamma$ e use uma delas para calcular $T(1, 2, -1, 1)$.