

Prof. Marco Gnani

ME 319/320 SEGUNDA PROVA 16/06/2011 TEMA 2

Escreva nome, Tema e RA na primeira folha em branco.

Não são permitidas consultas.

Interpretação de enunciados e uso de tabelas fazem parte da prova. Justifique suas afirmações. Deve citar os resultados utilizados.

Não é permitido o uso de calculadora. Celulares desligados.

Fique com a folha de enunciados.

Exercício 1 (4 pontos, 1 ponto cada item)

Seja  $X_1, X_2, X_3, X_4$  uma a. a. s. de uma distribuição  $X \sim \text{Normal}(\mu, 4^2)$ .

Teste:  $H_0 = \{\mu \leq 50\}$  versus  $H_1 = \{\mu > 50\}$  ao nível 0,0228 (2,28%).

a) Calcule  $\Omega_0$ ,  $\Omega_1$  e a função de poder (com desenho);

b) Calcule o p-valor se  $\bar{x} = 53,60$ ;

c) Dê argumentos que justifiquem que o nível do teste é mesmo 0,0228;

d) Seja  $X \sim \text{Normal}(\mu, 10^2)$ . Considere  $H_0 = \{\mu = 50\}$  versus  $H_1 = \{\mu \neq 50\}$  e uma amostra de tamanho 4. Calcule o p-valor se  $\bar{x} = 53,60$ .

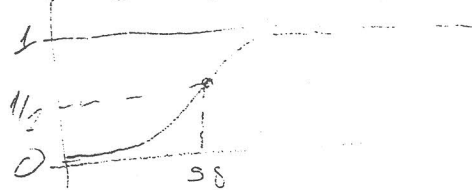
$$\text{Poder}(y) = P_4(\Omega_1) = P_4(\bar{X} \geq 55)$$

$$= P\left(\frac{\bar{X} - 4}{2} \geq \frac{55 - 4}{2}\right)$$

$$= P\left(Z \geq \frac{55 - 4}{2}\right)$$

$$= 1 - \Phi\left(\frac{55 - 4}{2}\right)$$

$$= \text{poder}(y)$$



o p-valor calc era)

Exercício 2 (2 pontos)

Um fenômeno é modelado por uma variável aleatória  $X$  que segue alguma das duas distribuições  $p_0$  ou  $p_1$ , onde  $p_0$  e  $p_1$  estão definidas abaixo:

$x$	-4	2	5	8
$p_0(x)$	0,40	0,10	0,30	0,20
$p_1(x)$	0,10	0,50	0,10	0,30

Pretende-se testar  $H_0: \{p = p_0\}$  contra  $H_1: \{p = p_1\}$  com base numa única observação da variável aleatória  $X$ .

a) (0,5 ponto) Construa o teste mais poderoso de tamanho 0,30 e calcule o poder;

b) (1,5 ponto) Construa o teste mais poderoso de tamanho 0,54 e calcule o poder.

Em a) e b) indique como escolheu a região de rejeição e explicita a regra de decisão.

Exercício 3 (1 ponto)

Pretende-se estimar uma proporção populacional  $p$ . Tem-se certeza de que a proporção  $p$  é superior ou igual a 0,90. Qual é o tamanho de amostra necessário se queremos ter 95 % de certeza de que o erro de estimação não exceda 0,03? Justifique.

Exercício 4 (3 pontos, 1,5 ponto cada item)

$X \sim \text{Bernoulli}(\theta)$ . Sejam  $X_1$  e  $X_2$  i.i.d.( $X$ ) e  $Y = X_1 + X_2$ .

Utiliza-se a estatística  $Y$  para testar a hipótese  $H_0 = \{\theta \leq 0,4\}$  contra  $H_1 = \{\theta > 0,4\}$ .

A região de rejeição do teste é definida por  $\Omega_1 = \{1, 2\}$ .

a) Defina e calcule o tamanho do teste;

b) Defina, calcule e faça o gráfico da função poder.