① - Idem questão 1 do 1s 2003

② Primeira parte ⇒ idem questão 2 do 1s 2003

Segunda parte:

$$z^2 - 2z - 1 \Rightarrow \frac{(s+1)^2}{(s-1)^2} - \frac{2(s+1)}{(s-1)} - 1 = (s+1)^2 - 2(s+1)(s-1) - (s-1)^2 = 0 \Rightarrow$$

$$\cancel{s^2} + 2s + 1 - 2s^2 + 2 \cancel{s^2} + 2s + 1 = 0 \Rightarrow -2s^2 + 4s + 4 \Rightarrow s_1 = 2.73$$
$$s_2 = -0.73 \quad \Rightarrow \boxed{\text{instável}}$$

③ Idem questão 3 do 1s 2003

④ $P(s) = \dfrac{1}{s^2}$

$$\frac{P(s)}{s} = \frac{1}{s^3} \Rightarrow \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s^3}\right\} = \frac{1}{2}t^2 u(t) \Rightarrow \frac{1}{2}(KT)^2 \mu(kT)$$

$$T = 1 \Rightarrow \mathcal{Z}\left\{\frac{1}{2}k^2 1^k \mu(k)\right\} = \frac{0.5z(z+1)}{(z-1)^3}$$

$$P(z) = \frac{(z-1)}{z} \cdot \frac{0.5z(z+1)}{(z-1)^3} = \frac{0.5(z+1)}{(z-1)^2} \qquad C(z) = \frac{(z-0.8)K}{z}$$

$$K_a = \lim_{z \to 1} (z-1)^2 \frac{(z-0.8)K}{z} \cdot \frac{0.5(z+1)}{(z-1)^2} = 0.2K \cdot 0.5 \cdot 2 = 10 \Rightarrow 0.2K = 10 \Rightarrow \boxed{K = 50}$$

$$C(z) = \frac{50(z-0.8)}{z} = \frac{U(z)}{E(z)} \Rightarrow zU(z) = 50zE(z) - 40E(z) \Rightarrow \boxed{\mu(k+1) = 50e(k+1) - 40e(k)}$$

⑤

$$\mathbb{C} = [B \quad AB \quad A^2B]$$

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -30 & 5 & 25 \end{bmatrix} \Rightarrow \mathbb{C} = \begin{bmatrix} \alpha & 4\alpha & -4\alpha \\ 5\alpha & 0 & 0 \\ 0 & 5\alpha & -5\alpha \end{bmatrix} \Rightarrow \det(\mathbb{C}) = 0 \Rightarrow \text{não é controlável}.$$

b) Possibilidades $C = [1 \ 0 \ 0], \ [0 \ 1 \ 0], \ [0 \ 0 \ 1]$

Para $c = [0 \ 0 \ 1]$,

$$O = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 5 & 0 & -5 \\ -30 & 5 & 25 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{rank}(\cdot) = 3 \Rightarrow \text{observável, portanto é possível alocar os pólos do estimador arbitrariamente}$$