1) ______

2) ______

3) ______

4) ______

Nota: ______

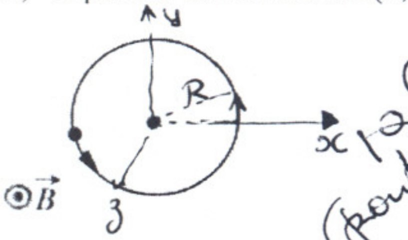
F 328: Segunda Prova
Noturno/ 2S - 01/12/2010

RA: X X **Nome:** GABARITO **Turma:** X

Questão 01

Na figura abaixo, uma partícula descreve uma trajetória circular em uma região onde existe um campo magnético de módulo $B = 4,0\,mT$, cujo sentido é mostrado na figura. A partícula pode ser um próton ou elétron (a identidade da partícula faz parte do problema) e está sujeita a uma força magnética de módulo igual a $3,2\times10^{-15}\,N$. Determine:

a) A velocidade escalar da partícula; (1,0 ponto)
b) Explicar qual partícula está girando em B; (0,5 ponto)
c) O raio da trajetória; (0,5 ponto)
d) O período do movimento. (0,5 ponto)



1,0 ponto

(a) $\vec F_M = q\vec v\times\vec B \rightarrow F = qvB$] 0,5 ponto

$v = \frac{F}{qB} = \frac{3,2\times10^{-15}N}{1,6\times10^{-19}C\cdot4\times10^{-3}T}$

$= 0,5\times10^{7}\,m/s = 5\times10^{6}\,m/s$ 0,5 ponto

$\boxed{v = 5,0\times10^{6}\,m/s}$

0,5 ponto (b) $\vec F\perp\vec v$ e $\vec F\perp\vec B$

$\vec B = B_0\hat z$, $\vec v = v_0(\cos\varphi\,\hat y + \sin\varphi\,\hat x)$ $\varphi = 0$ $\vec v = v_0\hat y$, $\vec F = -F_0\hat x$ 0,5 ponto

Como $\vec B = B_0\hat z \Rightarrow q<0 \Rightarrow$ $\boxed{q = e \text{ é um elétron}}$

0,5 ponto (c) $R = \frac{mv}{qB} = \frac{9\times10^{-31}\times5,0\times10^{6}}{1,6\times10^{-19}\times4\times10^{-3}}\,m = \frac{45\times10^{-25}}{6,4\times10^{-22}}\,m$

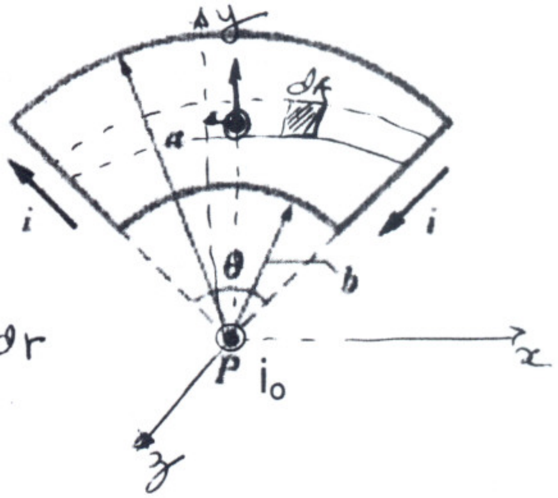
$R\cong7,0\times10^{-3}\,m \Rightarrow \boxed{R = 7\,mm}$

0,5 ponto (d) $T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi R m}{qBR} = \frac{2\pi m}{qB} = \frac{6,3\times9\times10^{-31}}{1,6\times10^{-19}\times4\times10^{-3}}\,s$

$T\cong9,0\times10^{-9}\,s \Rightarrow \boxed{T = 9,0\,ns}$

Questão 02

A figura abaixo é composta por um fio, perpendicular ao plano da página, por onde passa uma corrente io e por uma espira, no plano da página, com dois arcos de circunferência de raio a = 15,0 cm e b = 10,0 cm compreendido entre um ângulo de 60 °. Pela espira passa uma corrente de 0.411 A e o centro da mesma coincide com o fio no ponto P.



Determine:

a) O vetor momento de dipolo magnético da espira. (1,0 pon

b) O vetor campo magnético no ponto P. (1,0 ponto)

c) O torque que o campo do fio produz sobre a espira. (0,5 ponto)

a) 1,0 ponto

$$d\vec{A} = r\,dr\,d\varphi \rightarrow A = \int dA = \int_0^{\pi/3} d\varphi \int_{a_1}^{a_2} r\,dr$$

0,5 ponto

$$A = \frac{\pi}{3}\cdot\frac{r^2}{2}\Big|_a^b = \frac{\pi}{6}(b^2 - a^2)$$

$$\mu = NiA = 1\,iA = 0.411 \times \frac{\pi}{6}(15^2 \times 10^{-4} + 10^2 \times 10^{-4})\cdot A\cdot m^2$$

$$= \frac{0{,}411 \times 3.14}{6}(225 - 100) \times 10^{-4}\cdot A\cdot m^2$$

0,5 ponto

$$\boxed{\mu = 0{,}25 \times 10^{-2}\,A\,m^2}$$

direção e sentido

1,0 ponto

$$\boxed{\vec{\mu} = -\mu\hat{z}}$$

0,411
3,14
1644
411
1233
129054
1125
645
258
129
151,25 | 6
25,
31
12

b) 1,0 ponto

0,5 ponto

$$\vec{B} = \vec{B}_i(P) + \vec{B}_{i_0}(P) = \vec{B}_i(P)$$

$$\vec{B}_i(P) = \int d\vec{B}_i \qquad dB_i = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\frac{d\vec{\ell}\times\vec{s}}{s^3}$$

nas partes retas $d\vec{\ell} \parallel \vec{s} \Rightarrow d\vec{\ell}\times\vec{s} = 0$

" " curvas $d\vec{\ell} \perp \vec{s} \Rightarrow |d\vec{\ell}\times\vec{s}| = d\ell\, s$

$$\vec{B}_i(P) = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\left[\int_{c(b)} \frac{d\varphi}{b}\hat{z} + \int_{c(a)} \frac{d\varphi}{a}(-\hat{z})\right] = \frac{\mu_0 i}{12}\left[\frac{1}{b} - \frac{1}{a}\right]\hat{z}$$

0,5 ponto

$$\vec{B}(P) = \frac{4\times\pi\times10^{-7}\times0{,}411}{12}\left[\frac{10^2}{10} - \frac{10^2}{15}\right]\hat{z} \Rightarrow \boxed{\vec{B} \cong 0{,}143\,\mu T\,\hat{z}}$$

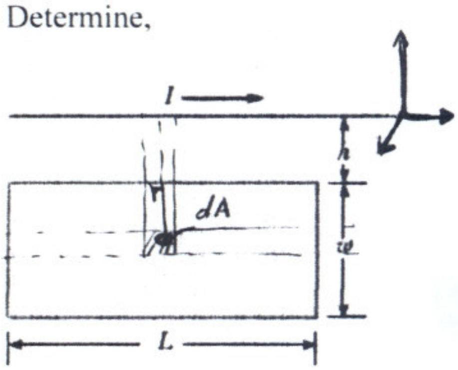
c) 0,5 ponto

$$\vec{\tau} = \vec{\mu}\times\vec{B} = (0{,}25\times10^{-2}\times0{,}143\times10^{-6}\,.N.m)\,\hat{y} \rightarrow -\hat{z}\times\hat{\varphi}$$
$$\hat{\varphi} = \cos\varphi\,\hat{x} + \sin\varphi\,\hat{y}$$

$$|\vec{\tau}| = 0{,}35\times10^{-9}\,N.m$$

Questão 03

A figura abaixo mostra uma espira retangular, de largura ω e comprimento *L*, e um fio longo que transporta uma corrente *I* de acordo com a disposição na figura. A distância do fio ao lado maior da espira é h. Determine,



a) O fluxo magnético através da espira; (1,0 ponto)

Suponha agora que a corrente varie com o tempo de acordo com a expressão $I = a + bt$, onde a e b são constantes. Determine,

b) A fem induzida na espira, se b = 10,0 A/s, h = 1,00 cm e L = 100 cm; (1,0 ponto)

c) O sentido da corrente induzida (explicar). (0,5 ponto)

(a) $\phi_B = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{A}$

Para obter $B(r)$, lei de Ampère $\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}(-\hat{z})$$

$$\phi_B = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{A} = -\int_0^L\int_h^{w+h} \frac{\mu_0 I}{2\pi y}\, dx\, dy = -\frac{\mu_0 I L}{2\pi}\int_h^{w+h}\frac{dy}{y}$$

$$\boxed{\phi_B = -\frac{\mu_0 I L}{2\pi} \ln\left(\frac{w+h}{h}\right)}$$ ← fluxo de $\vec{B}$ no sentido $-\hat{z}$. (1,0 ponto)

(b) $I = I(t) = a + bt$ $\boxed{b = 10,0\ A/s}$

$$\mathcal{E}_{ind} = -\frac{d\phi_B}{dt} = \frac{\mu_0 L}{2\pi} \ln\left(\frac{w+h}{h}\right)\frac{dI}{dt}$$ 1.0 ponto

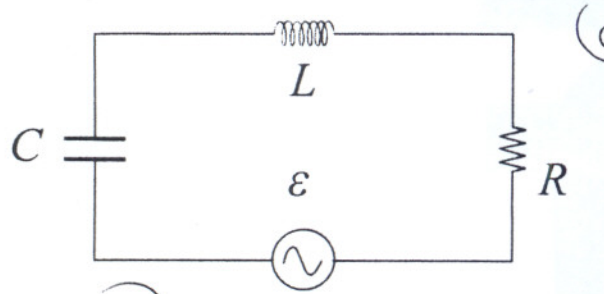
$$\boxed{\mathcal{E}_{ind} = \frac{\mu_0 L b}{2\pi} \ln\left(\frac{w+h}{h}\right)} \rightarrow \boxed{\mathcal{E}_{ind} = 2{,}0\times10^{-6} \ln\left(\frac{w+0{,}01}{0{,}01}\right) V}$$

(c) Como $I(t)$ está aumentando, o fluxo de B em A (área da espira está aumentando na direção $-\hat{z}$) logo, de acordo com a lei de Lenz o sentido de I_{ind} será ANTI-HORÁRIO. (0,5 ponto)

Questão 04

Um circuito de corrente alternada é constituído de uma indutância de 10,0mH em série com uma resistência de 3,77Ω e alimentados por uma fonte de 141V-60Hz.

a) Qual o fator de potência do circuito; (0,5 ponto)
b) Qual deve ser a capacidade de um capacitor que colocado em série com o circuito tornaria este fator de potência unitário? (0,5 ponto)
c) De quanto aumenta percentualmente a corrente no circuito com a introdução deste capacitor? (0,5 ponto)
d) Qual a tensão no capacitor em função do tempo? (0,5 ponto)
e) Qual a tensão medida por um voltímetro C.A ligado no capacitor? E no indutor? (0,5 ponto)



0,5 ponto

a) fator de potencia $\cos\phi$

$$\cos\phi = \frac{R}{Z} = \frac{3{,}77\,\Omega}{\sqrt{(3{,}77\,\Omega)^2 + (10\times 60\times 2\pi\times 10^{-3})^2}}$$

$$\cos\phi = \frac{3{,}77\,\Omega}{\sqrt{2}\ 3{,}77\,\Omega} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\boxed{\cos\phi = \frac{\sqrt{2}}{2}}$$

0,5 ponto

b) $X_L = L\omega = 3{,}77\,\Omega \Rightarrow \cos\phi = 1 \Rightarrow X_L = X_C = \frac{1}{C\omega}$

$$C = \frac{1}{3{,}77\,\Omega \times 377} = \frac{10^{-2}}{(3{,}77)^2}\,F \simeq 7\times 10^{-4}\,F$$

$$\begin{array}{r} 3{,}77 \\ 3{,}77 \\ \hline 2639 \\ 2639 \\ 1131 \\ \hline 14{,}2129 \end{array}$$

$$\boxed{C = 0{,}7\,mF}$$

0,5 ponto

c) $I(C=0) = \frac{\mathcal{E}_m}{Z(C=0)} = \frac{\mathcal{E}_m}{\sqrt{2}\,R}$ $\Rightarrow$ $\boxed{I(X_L = X_C) = \sqrt{2}\ I(X_C = 0)}$

$I(X_L = X_C) = \frac{\mathcal{E}_m}{R} = \frac{\mathcal{E}_m}{R}$

Como $\sqrt{2} = 1{,}41 \Rightarrow$ Há um aumento de 41%

0,5 ponto

d) Com C no circuito (ressonância) $\Rightarrow I(t) = I\,\text{sen}(\omega t)$, $I = \frac{\mathcal{E}_m}{R}$

$$V_C = \frac{q(t)}{C} \Rightarrow V_C = \frac{\mathcal{E}_m}{RC}\int \text{sen}\,\omega t\,dt = -\frac{\mathcal{E}_m}{RC\omega}\cos\omega t$$

0,5 ponto

$$\boxed{V_C(t) = \left(\frac{\mathcal{E}_m}{RC\omega}\right)\text{sen}(\omega t - \pi/2)} \Rightarrow V_{med} = \frac{\mathcal{E}_m/\sqrt{2}}{RC\omega} = \frac{141/\sqrt{2}}{3{,}77/3{,}77}$$

e) voltagem medida é $\boxed{V_{med} = 100\,V}$