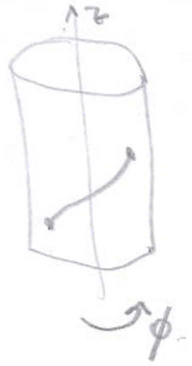
GABARITO

III Teste de F 315 (18-06-2009)

Nome: **RA:** **Turma:**

Utilizando coordenadas cilíndricas r, ϕ, z mostre que a menor distância entre dois pontos sobre a superfície de um cilindro de raio R corresponde a um segmento de hélice.
Qual será essa menor distância entre os pontos (R, 0, 0) e (R, $\pi/2$, R)?



$dl = d\phi \sqrt{R^2 + z'^2}$ onde $z' = \frac{dz}{d\phi}$

$$L = \int_{\phi_1}^{\phi_2} d\phi \sqrt{R^2+z'^2} \quad (2,5 \text{ pontos})$$

Eq. de Euler: $\underbrace{\cancel{\frac{\partial f}{\partial z}}}_{=0} - \frac{d}{d\phi}\frac{\partial f}{\partial z'} = 0 \to \frac{\partial f}{\partial z'} = \text{const.}$

$\frac{\partial f}{\partial z'} = \frac{\partial}{\partial z'}\sqrt{R^2+z'^2} = \frac{z'}{\sqrt{R^2+z'^2}} = C \to z'^2(1-C) = CR^2 \to z' = B$ constante pq. R é tb. const.

então $z = z_0 + B\phi$ descreverá uma helice de passo $2\pi B$ e raio R.

(3,0 pontos)

— Se $\Delta\phi = \frac{\pi}{2}$ e $\Delta z = R \to z' = B = \frac{2R}{\pi}$ (2,0 pontos)

Resultará então
$$L = \int_0^{\pi/2} d\phi \sqrt{R^2 + 4\frac{R^2}{\pi^2}} = R\sqrt{1+\frac{\pi^2}{4}} \quad (2,5 \text{ pontos})$$