1) _______

2) _______

3) _______

Nota: _______

**Segunda Prova - F 502 A – 12/05/2011**

**Nome:** ___________________________________________ **RA:**_________

**Questão 1 (4 pts):** Seja dada uma região do espaço, próxima à origem, onde o campo elétrico é originalmente uniforme e igual a $\vec{E}_0 = E_0\,\hat{z}$. Considere agora que uma esfera condutora descarregada (e isolada), de raio R, seja colocada nesta região do espaço (faça o centro da esfera coincidir com a origem do sistema de coordenadas). Para encontrar o novo campo elétrico fora da esfera, use o método das imagens. Considere para tal, que o campo uniforme original $\vec{E}_0$ é gerado por duas cargas pontuais, +Q e -Q, eqüidistantes da origem, colocadas respectivamente em z = -L e z = +L.

a) Qual a condição necessária para que as cargas pontuais gerem um campo uniforme próximo da origem? Qual a relação entre $E_0$, Q e L?
b) Quais os valores e posições das cargas-imagem?
c) Qual é o campo gerado pelas cargas-imagem, e qual o campo resultante fora da esfera?
d) Qual a densidade superficial de carga na esfera?

**<u>Questão 2 (3 pts):</u>** Um condutor cilíndrico muito longo, de raio R, que não possui carga líquida se situa em um campo elétrico inicialmente uniforme $\vec{E}_0$. A direção de $\vec{E}_0$ é perpendicular ao eixo do cilindro.

a) Encontre o potencial em pontos exteriores ao cilindro. Considere que o cilindro se encontra aterrado: $V(R, \theta) = 0$.

b) Encontre a densidade de carga na superfície cilíndrica.

**<u>Questão 3 (3 pts):</u>** Um cabo coaxial de seção reta circular tem um dielétrico composto. O condutor interno tem raio externo *a*, e o condutor externo tem raio interno *c*. O condutor interno é circundado por um revestimento de constante dielétrica $\varepsilon_{r1}$ e raio externo *b*. Segue-se outro revestimento de constante dielétrica $\varepsilon_{r2}$, e raio externo *c*. Estabelece-se uma diferença de potencial $V_0$ entre os condutores. Calcule o deslocamento elétrico $\vec{D}$, o campo elétrico $\vec{E}$ e a polarização $\vec{P}$ em cada ponto dos dois dielétricos.

# FORMULÁRIO

Coordenadas esféricas:

$$\nabla\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial r}\vec{a}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial\varphi}{\partial\theta}\vec{a}_\theta + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial\varphi}{\partial\phi}\vec{a}_\phi$$

$$\nabla\cdot\vec{F} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial\left(r^2F_r\right)}{\partial r} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial\left(F_\theta\sin\theta\right)}{\partial\theta} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial F_\phi}{\partial\phi}$$

$$\nabla\times\vec{F} = \frac{1}{r\sin\theta}\left[\frac{\partial\left(F_\phi\sin\theta\right)}{\partial\theta} - \frac{\partial F_\theta}{\partial\phi}\right]\vec{a}_r + \frac{1}{r}\left[\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial F_r}{\partial\phi} - \frac{\partial\left(rF_\phi\right)}{\partial r}\right]\vec{a}_\theta + \frac{1}{r}\left[\frac{\partial\left(rF_\theta\right)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial\theta}\right]\vec{a}_\phi$$

$$\nabla^2\varphi = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial\varphi}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial\varphi}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2\varphi}{\partial\phi^2}$$

Coordenadas cilíndricas:

$$\nabla\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial r}\vec{a}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial\varphi}{\partial\theta}\vec{a}_\theta + \frac{\partial\varphi}{\partial z}\vec{k}$$

$$\nabla\cdot\vec{F} = \frac{1}{r}\frac{\partial\left(rF_r\right)}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial F_\theta}{\partial\theta} + \frac{\partial F_z}{\partial z}$$

$$\nabla\times\vec{F} = \left[\frac{1}{r}\frac{\partial F_z}{\partial\theta} - \frac{\partial F_\theta}{\partial z}\right]\vec{a}_r + \left[\frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r}\right]\vec{a}_\theta + \frac{1}{r}\left[\frac{\partial\left(rF_\theta\right)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial\theta}\right]\vec{k}$$

$$\nabla^2\varphi = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial\varphi}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial\theta^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2}$$

Harmônicos zonais: $V\left(r,\theta\right) = \sum_{l=0}^{\infty}\left(A_l r^l + \frac{B_l}{r^{l+1}}\right)P_l\left(\cos\theta\right)$

Harmônicos cilíndricos:

$$V\left(r,\theta\right) = A_0 + B_0\ln r + \sum_{n=1}^{\infty}\left(A_n r^n\cos n\theta + A'_n r^n\sin n\theta + \frac{B_n}{r^n}\cos n\theta + \frac{B'_n}{r^n}\sin n\theta\right)$$

Dipolo elétrico:

$V\left(\vec{r}\right) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{p}\cdot\vec{r}}{r^3}$, $\mathrm{E}\left(\mathrm{r}\right) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\left[3\left(\mathrm{p}.\hat{\mathrm{r}}\right)\hat{\mathrm{r}} - \mathrm{p}\right]$

Dielétricos:

$\varepsilon_r = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = (1+\chi_e)$, $\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P} = \varepsilon_0\left(1+\chi_e\right)\vec{E} = \varepsilon\,\vec{E}$, $\rho_P = -\nabla\cdot\vec{P}$, $\sigma_P = \vec{P}\cdot\vec{n}$