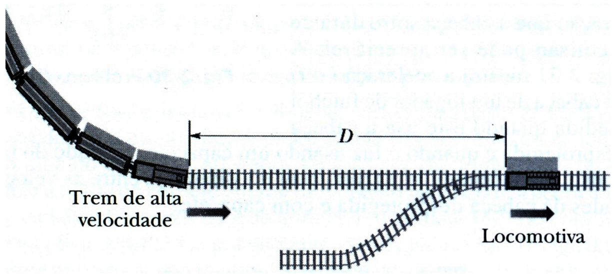
UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
Instituto de Física Gleb Wataghin
F 128 - 1^o semestre 2008 - Fernando Sato
Prova 1 (Gabarito) - Diurno - 07/04/2008

Problema 1: Um trem de passageiros de grande velocidade, viajando a 40 m/s, faz uma curva e o maquinista vê que uma locomotiva entrou nos trilhos através de uma junção, encontrando-se a uma distância D = 512 m à sua frente. A locomotiva está se movendo a 8 m/s (conforme mostrado na Figura). O maquinista do trem de alta velocidade imediatamente aciona os freios. (a) Qual deve ser o módulo da desaceleração constante mínima para se evitar a colisão? (b) Suponha que t = 0 e a posição do maquinista é x = 0, quando ele avista a locomotiva. Esboce as curvas x(t) para a locomotiva e para o trem de alta velocidade para os casos em que por pouco se evita a colisão e quando não se consegue evitá-la.



Item (a)
Para o trem temos o seguinte dados do movimento:

$$v_{0T} = 40ms^{-1}$$
$$x_{0T} = 0m$$

Para a locomotiva temos:

$$v_{0L} = 8ms^{-1}$$
$$x_{0L} = 512m$$

Sabemos que no caso limite corresponde ao instante em que tanto o trem têm a mesma velocidade e estão praticamente "colados"(sem que tenha havido colisão), assim esse instante será:

$$v_T = v_{0T} - at$$
$$\Rightarrow at = v_{0T} - v_T = 40 - 8 = 32$$
$$\Rightarrow t = \frac{32}{a}$$

Sejam as seguinte equações de movimento para o trem e locomotiva (considerando que esta permanece com velocidade constante, pois quem se assusta é o maquinista do trem):

$$v_T^2 = v_{0T}^2 - 2a\Delta x = v_{0T}^2 - 2a\left(x_T - x_{0T}\right)$$
$$x_L = x_{0L} + v_{0L}t$$

A situação descrita como "colados"acima indica que a frente do trem deve estar muito próxima à traseira da locomotiva e portanto desprezando questões relativas à dimensões deles, teremos que $x_L = x_T$. Portanto:

$$
\begin{aligned}
& v_T^2 = v_{0T}^2 - 2a\left(x_T - x_{0T}\right) = v_{0T}^2 - 2a\left(x_L\right) \\
& \Rightarrow v_T^2 = v_{0T}^2 - 2a\left(x_{0L} + v_{0T}t\right) \\
& \Rightarrow v_T^2 = v_{0T}^2 - 2a\left(x_{0L} + v_{0L}\frac{32}{a}\right) \\
& \Rightarrow 2ax_{0L} = v_{0T}^2 - v_T^2 - 64v_{0L} \\
& \Rightarrow a = \frac{v_{0T}^2 - v_T^2 - 64v_{0L}}{2ax_{0L}} \\
& \Rightarrow a = \frac{40^2 - 8^2 - 64 \cdot 8}{2 \cdot 512} = \frac{1024}{1024} = 1ms^{-1}
\end{aligned}
$$

Portanto a aceleração mínima deve ser de $1m/s^2$.
Item (b) (*será colocado depois*)

Problema 2: A velocidade v de uma partícula se movendo no plano xy é dada por $v = 2t^2 i + 6j$, onde v é dado em m/s e t em s.

a) Qual a aceleração vetorial em $t = 3s$?

b) Qual a equação de movimento da partícula, se em $t = 0$ ela está na posição $x = 1m$ e $y = 1m$?

c) Quando sua velocidade escalar é igual a $10m/s$?

Item (a)

$$\vec{a} = \tfrac{dv(t)}{dt} = \tfrac{d}{dt}\left(2t^2\,\hat{i} + 6\,\hat{j}\right) = 4\,t\;\hat{i}\;\left(m/s^2\right)$$

$$\vec{a}(t = 3s) = (4).(3)\,\hat{i}\; = 12\,\hat{i}\;\left(m/s^2\right)$$

Item (b)

$$\vec{P}(t) = \int v(t)\,dt = \int \left(2t^2\,\hat{i} + 6\,\hat{j}\right) dt = \frac{2}{3}t^3\;\hat{i} + 6\,t\;\hat{j} + \vec{c}$$

$$\vec{P}(t=0) = \frac{2}{3}(0)^3\;\hat{i} + 6\,(0)\;\hat{j} + \vec{c} = 1\;\hat{i} + 1\;\hat{j} \Rightarrow \vec{c} = \;\hat{i} + \;\hat{j}$$

$$\vec{P}(t) = \left(\frac{2}{3}t^3 + 1\right)\;\hat{i} + (6\,t + 1)\;\hat{j}$$

Item (c)

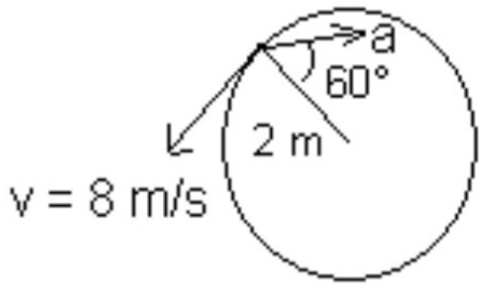
$$\vec{v}(t) = 2t^2\,\hat{i} + 6\,\hat{j} = v_x\,\hat{i} + v_y\,\hat{j}$$

$$\|\vec{v}(t)\| = \sqrt{(v_x)^2 + (v_y)^2} = 10 \quad\Rightarrow\quad \sqrt{(2t^2)^2 + (6)^2} = 10$$

$$4t^4 + 36 = 100 \quad\Rightarrow\quad 4t^4 = 64 \quad\Rightarrow\quad t^4 = 16 \quad\Rightarrow\quad t = 2s$$

Problema 3: Uma partícula movendo-se no sentido anti-horário num círculo de raio $2m$ tem, num certo instante, uma velocidade de $8m/s$ e sua aceleração total está na direção mostrada na figura abaixo. Apresentando sua resposta em termos dos vetores unitários radial $\widehat{r}$ e velocidade tangencial $\widehat{v}$, determine, neste instante:

a) a aceleração centrípeta da partícula,
b) a aceleração tangencial e
c) o módulo da aceleração total.



Item (a)

$$\vec{a}_c = -\frac{v^2}{R}\hat{r} = -\frac{8^2}{2}\hat{r} \Rightarrow \vec{a}_c = \left(32ms^2\right)\hat{r}$$

Item (b)

$$\vec{a}_t = -a_t\hat{v}\text{e}tg\theta = \tfrac{a_t}{a_c} = tg60^o = \sqrt{3}$$
$$a_t = 32\sqrt{3}$$
$$\vec{a}_t = -32\sqrt{3}\left(ms^{-2}\right)\hat{v}$$

Item (c)

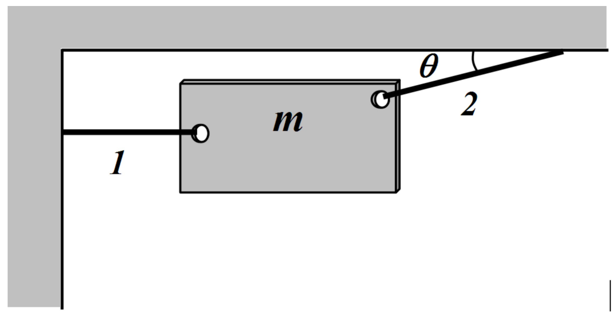
$$\tfrac{a_c}{a} = \cos 60^o = \tfrac{1}{2} \Rightarrow a = 64ms^{-2}$$
$$\text{ou}a = \sqrt{a_t^2 + a_c^2} = 32\sqrt{3+1} = 64ms^{-2}$$

Problema 4: Duas cordas ideais (corda 1 e corda 2) estão amarradas sustentando uma placa de massa m, conforme mostra a figura. Sabendo que a tensão na corda 1 é $\sqrt{3}mg$, determine:

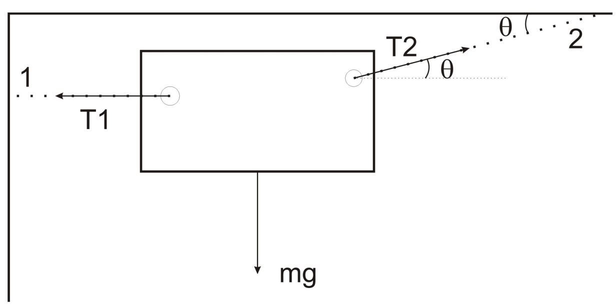
a) o ângulo θ? que a corda 2 faz com a direção horizontal (veja a figura);

b) a tensão na corda 2.

c) Suponha que num dado instante a corda 1 se rompa. Calcule o *vetor aceleração* da placa neste instante.



Item (a)



inicialmente para o equilíbrio temos:

$$\begin{cases} T_2 sin\theta = mg \\ T_2 \cos\theta = T_1 \end{cases}$$
$$T_1 = \sqrt{3}mg$$

$$\frac{T_2 sin\theta}{T_2 \cos\theta} = \frac{mg}{T_1} \Rightarrow tg\theta = \frac{mg}{\sqrt{3}mg} \Rightarrow tg\theta = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \theta = 30^o$$

Item (b)

$$T_2 = \frac{mg}{\sin\theta} = \frac{mg}{1/2} = 2mg$$

Item (c)

Quando a corda 1 arrebenta, só sobra a T_2 e mg, com isso as resultante das forças ficam:

$$\begin{cases} F_{RX} = 2mg\cos 30^o = \sqrt{3}mg \\ F_{RY} = 2mg\sin 30^o - mg = 0 \end{cases}$$
$$\vec{F}_R = \sqrt{3}mg\hat{i}$$
$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_R}{m} = \sqrt{3}g\hat{i}$$