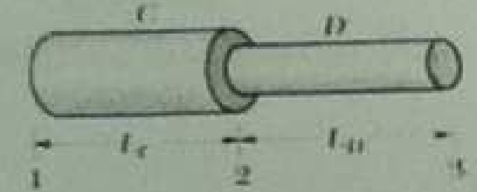
1) ____ 1,5
2) ____ 1,4 +0,5
3) ____ 6,5
4) ____ =70
Nota: ____

2ª Prova de F-328 - Noturno
24/10/2012

Nome: X X X **RA:** X X **Turma:** X

Questão 01

Os fios C e D são feitos de materiais diferentes e têm comprimentos $L_C = L_D = 1{,}0$ m. A resistividade e o diâmetro do fio C são $2{,}0\times10^{-6}\,\Omega$m e 1,0 mm, e a resistividade e o diâmetro do fio D são $1{,}0\times10^{-6}\,\Omega$m e 0,2 mm. Os fios são unidos da forma mostrada na figura abaixo, e são submetidos a uma corrente de 2A. Use $\pi = 3$.



a) Calcule as densidades de corrente nos fios C e D. (1,0 ponto)
b) Calcule o módulo do campo elétrico no interior do fio C e no interior do fio D. (0,5 ponto)
c) Determine a diferença de potencial entre os pontos 1 e 2, e entre os pontos 2 e 3. (0,5 ponto)
d) Determine a potência dissipada entre os pontos 1 e 2, e entre os pontos 2 e 3. (0,5 ponto)

a) $I = \int_S \vec{J}\cdot\vec{A}$ $\quad J_1 = I/A_1 = 2\,A/\pi\cdot(0{,}5\times10^{-3})^2 = \frac{8}{3}\times10^{6}\,A/m^2$

$J_2 = I/A_2 = 2\,A/\pi\cdot(0{,}1\times10^{-3})^2 = \frac{2}{3}\times10^{8}\,A/m^2$

$$\boxed{J_1 = 2{,}67\times10^{6}\,A/m^2 \quad e \quad J_2 = 66{,}7\times10^{6}\,A/m^2}$$

b) $E_1 = \rho_1 J_1 = 2\cdot\times10^{-6}\,\Omega\cdot m \times \frac{8}{3}\times10^{6}\,A/m^2 = \frac{16}{3}\,V/m$

$E_2 = \rho_2 J_2 = 1\cdot\times10^{-6}\,\Omega\cdot m \times \frac{200}{3}\times10^{6}\,A/m^2 = \frac{200}{3}\,V/m$

... de corrente nos fios C e D. (1,0 ponto)

b) Calcule o módulo do campo elétrico no interior do fio C e no interior do fio D. (0,5 ponto)

c) Determine a diferença de potencial entre os pontos 1 e 2, e entre os pontos 2 e 3. (0,5 ponto)

d) Determine a potência dissipada entre os pontos 1 e 2, e entre os pontos 2 e 3. (0,5 ponto)

a) $I = \int_S \vec{J}\cdot\vec{A}$

$J_1 = I/A_1 = 2\,A/\pi\cdot(0{,}5\times10^{-3})^2 = \frac{8}{3}\times10^{6}\,A/m^2$

$J_2 = I/A_2 = 2\,A/\pi\cdot(0{,}1\times10^{-3})^2 = \frac{2}{3}\times10^{8}\,A/m^2$

$\boxed{J_1 = 2{,}67\times10^{6}\,A/m^2 \quad e \quad J_2 = 66{,}7\times10^{6}\,A/m^2}$

b) $E_1 = \rho_1 J_1 = 2\times10^{-6}\,\Omega\cdot m \times \frac{8}{3}\times10^{6}\,A/m^2 = \frac{16}{3}\,V/m$

$E_2 = \rho_2 J_2 = 1\times10^{-6}\,\Omega\cdot m \times \frac{200}{3}\times10^{6}\,A/m^2 = \frac{200}{3}\,V/m$

$\boxed{E_1 = \frac{16}{3}\,V/m}$ e $\boxed{E_2 = \frac{200}{3}\,V/m}$

c) $V_1 = E_1\cdot\ell_1 = \frac{16}{3}\cdot 1\,V \rightarrow \boxed{V_1 = \frac{16}{3}\text{ volts}}$

$V_2 = E_2\,\ell_2 = \frac{200}{3}\cdot 1\,V \rightarrow \boxed{V_2 = \frac{200}{3}\text{ volts}}$

d) $P_1 = V_1 I = R_1 I^2 \rightarrow \boxed{P_1 = (32/3)\text{ watts}}$

$$E_1 = \rho_1 J_1 = 2 \cdot \times 10^{-6}\, \Omega \cdot m \times \frac{8}{3} \times 10^{6}\, A/m^2 = \frac{16}{3}\, V/m$$

$$E_2 = \rho_2 J_2 = 1 \cdot \times 10^{-6}\, \Omega \cdot m \times \frac{200}{3} \times 10^{6}\, A/m^2 = \frac{200}{3}\, V/m$$

(c)

$$\boxed{E_1 = \frac{16}{3}\, V/m} \quad e \quad \boxed{E_2 = \frac{200}{3}\, V/m}$$

$$V_1 = E_1 \cdot l_1 = \frac{16}{3} \cdot 1\, V \longrightarrow \boxed{V_1 = \frac{16}{3}\ \text{volts}}$$

$$V_2 = E_2 l_2 = \frac{200}{3} \cdot 1\, V \longrightarrow \boxed{V_2 = \frac{200}{3}\ \text{volts}}$$

(d)

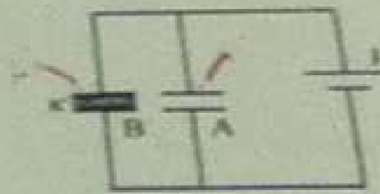
$$P_1 = V_1 I = R_1 I^2 \longrightarrow \boxed{P_1 = (32/3)\ \text{watts}}$$

$$P_2 = V_2 I = R_2 I^2 \longrightarrow \boxed{P_2 = (400/3)\ \text{watts}}$$

$\oint \vec{D}\,\hat{n}\,da = q_l$

Questão 02

Na figura ao lado, dois capacitores de placas planas e paralelas A e B são ligados em paralelo a uma bateria de 600 V. A área das placas dos capacitores é de 80 cm^2 e a distância entre as placas é de 3mm. O dielétrico do capacitor A é o ar, o do capacitor B é um material de constante dielétrica igual κ = 2,60. Determine o módulo do campo elétrico:



a) no espaço entre as placas do capacitor A; (0,5 ponto)

b) no espaço entre as placas do capacitor B; (0,5 ponto)

Determine a densidade de cargas livres σ;

c) na placa de maior potencial do capacitor A; (0,5 ponto)

d) na placa de maior potencial do capacitor B. (0,5 ponto)

$\varepsilon_0 = 8{,}85 \times 10^{-12}\ C^2/N m^2$

e) Determine a densidade de cargas induzida σ′ na superfície superior do dielétrico do capacitor B. (0,5 ponto)

a) $A = 80 cm^2 \longrightarrow A = 80 \times 10^{-4} m^2$

$d = 3 mm \longrightarrow d = 3 \times 10^{-3} m$

$2 \cdot 10^5$

a) $\boxed{E_0 = V_0/d \Longrightarrow E_{ar} = \frac{600}{3\times10^{-3}} V/m = 2000\ V/m}$

b) $\boxed{E_d = V_0/d \longrightarrow E_{diel} = \frac{600}{3\times10^{-3}} V/m = E_{ar}}$

c) $\sigma_{ar} = E_{ar}\,\varepsilon_0 = 2000 \frac{V}{m} \times 8{,}85 \times 10^{-12}\ C^2/N m^2$

$\boxed{\sigma_{ar} = 1{,}77 \times 10^{-8} C/m^2} \longleftrightarrow \boxed{\sigma_{ar} = 17{,}7\,n\,C/m^2}$

d) $\sigma \ldots = 2{,}6 \times 1{,}77 \times 10^{-8} C/m^2$

$d = 3\,mm \rightarrow d = 3\times10^{-3}\,m$ $\qquad 2\cdot10^{5}$

a) $\boxed{E_0 = V_0/d \Rightarrow E_{ar} = \frac{600}{3\times10^{-3}}\,V/m = 2000\,V/m}$

(b) $\boxed{E_d = V_0/d \Rightarrow E_{diel} = \frac{600}{3\times10^{-3}}\,V/m = E_{ar}}$

(c) $\sigma_{ar} = E_{ar}\,\varepsilon_0 = 2000\,\frac{V}{m} \times 8.85\times10^{-12}\,C^2/Nm^2$

$\boxed{\sigma_{ar} = 1,77\times10^{-8}\,C/m^2} \longleftrightarrow \boxed{\sigma_{ar} = 17,7\,nC/m^2}$

(d) $\sigma_{diel} = k\,\sigma_{ar} = 2.6\times1.77\times10^{-8}\,C/m^2$

(e) $\oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = (Q_0 + q')/\varepsilon_0 \rightarrow E\cdot A = \frac{Q_d}{\varepsilon_0} + \frac{q'}{\varepsilon_0}$

σ_d

$\frac{1}{k}\frac{Q_d}{A\varepsilon_0} = \frac{\sigma_{ar}}{\varepsilon_0} + \frac{\sigma'}{\varepsilon_0} \rightarrow \sigma' = \frac{\sigma_{ar}}{k} - \sigma_{ar} = -\frac{(k-1)}{k}\sigma_{ar}$

$\boxed{\sigma' = \frac{-1,6}{2,6}\cdot 1.77\times10^{-8}\,C/m^2} \Rightarrow \boxed{\sigma' = -10,9\,nC/m^2}$

(b) $\boxed{E_d = V_0/d \Rightarrow E_{diel} = \frac{600}{3\times10^{-3}}\,V/m = E_{ar}}$

(c) $\sigma_{ar} = E_{ar}\,\varepsilon_0 = 2000\,\frac{V}{m}\times 8.85\times10^{-12}\,C^2/Nm^2$

$\boxed{\sigma_{ar} = 1,77\times10^{-8}\,C/m^2} \longleftrightarrow \boxed{\sigma_{ar} = 17,7\,\mu C/m^2}$

(d) $\sigma_{diel} = k\,\sigma_{ar} = 2.6\times1.77\times10^{-8}\,C/m^2$

(e) $\oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = (Q_0+q')/\varepsilon_0 \rightarrow E\cdot A = \frac{Q_d}{\varepsilon_0}+\frac{q'}{\varepsilon_0}$

σ_d

$\frac{1}{k}\frac{Q_d}{A\cancel{\varepsilon_0}} = \frac{\sigma_{ar}}{\cancel{\varepsilon_0}}+\frac{\sigma'}{\cancel{\varepsilon_0}} \rightarrow \sigma' = \frac{\sigma_{ar}}{k}-\sigma_{ar} = -\frac{(k-1)}{k}\sigma_{ar}$

$\boxed{\sigma' = \frac{-1,6}{2,6}\cdot 1.77\times10^{-8}\,C/m^2} \Rightarrow \boxed{\sigma' = -10,9\,\mu C/m^2}$

$\vec{E} = \vec{D} + \vec{P}$

Questão 03

No circuito da figura, o capacitor está inicialmente descarregado.

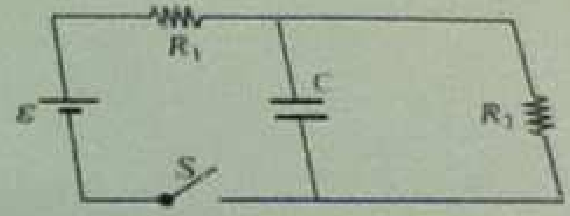
a) imediatamente após a chave S ser fechada, qual é a corrente no resistor R_1?;

b) qual é a potência dissipada no resistor R_1?;

c) transcorrido um tempo muito longo após o fechamento da chave S, qual é a energia acumulada no capacitor?;

d) abrindo-se a chave S, qual é a corrente no resistor R_2 em função do tempo?

e) qual é a energia total dissipada no processo de descarga do capacitor?



a) $t=0^+ \leftrightarrow C$ curto-circuitado $\rightarrow \varepsilon - R_1 i_0 = 0$

$$\boxed{i_{R_1} = \frac{\varepsilon}{R_1}}$$

(b) $$\boxed{P_{R_1} = R_1 \cdot i_b^2 = \frac{\varepsilon^2}{R_1}}$$

(c) $t \longrightarrow \infty \rightarrow i_c = 0 \Rightarrow q_c = C V_c$

$$V_c = V_{R_2} = R_2 \frac{\varepsilon}{R_1+R_2} \longrightarrow q_c = \frac{C\varepsilon}{R_1+R_2} R_2$$

$$q = \frac{R_2}{\;} C\varepsilon$$

a) $t = 0^+ \leftrightarrow C$ curto-circuitado $\rightarrow \varepsilon - R_1 i_b = 0$

$$\boxed{i_{R_1} = \frac{\varepsilon}{R_1}}$$

(b) $$\boxed{P_{R_1} = R_1 \cdot i_b^2 = \frac{\varepsilon^2}{R_1}}$$

(c) $t \longrightarrow \infty \rightarrow i_c = 0 \Rightarrow q_c = C V_c$

$$V_c = V_{R_2} = R_2 \frac{\varepsilon}{R_1 + R_2} \longrightarrow q_c = \frac{C\varepsilon}{R_1 + R_2} R_2$$

$$\boxed{q_\infty = \frac{R_2}{R_1 + R_2} C \varepsilon}$$

$$U_c = \frac{1}{2} \frac{q_\infty^2}{C} = \frac{1}{2} C V_c^2 = \frac{1}{2} \frac{R_2^2 \varepsilon^2}{(R_1 + R_2)^2} \cdot C$$

$$\boxed{U_c = \frac{R_2^2}{2(R_1 + R_2)^2} C \varepsilon^2}$$

(d) chave aberta

$\frac{t}{}$

$$\boxed{q_\infty = \frac{R_2}{R_1+R_2} C \mathcal{E}}$$

$$U_C = \frac{1}{2}\frac{q_\infty^2}{C} = \frac{1}{2} C V_C^2 = \frac{1}{2}\frac{R_2^2 \mathcal{E}^2}{(R_1+R_2)^2} \cdot C$$

$$\boxed{U_C = \frac{R_2^2}{2(R_1+R_2)^2} C \mathcal{E}^2}$$

(d) chave aberta

$$\frac{q}{C} + R_2 i_C = 0 \rightarrow \frac{dq}{dt} + \frac{q}{R_2 C} = 0 \rightarrow q(t) = q_\infty e^{-\frac{t}{R_2 C}}$$

$$i_2(t) = -\frac{\cancel{R_2}}{R_1+R_2} \cancel{C} \mathcal{E} \cdot \frac{1}{\cancel{R_2} \cancel{C}} e^{-\frac{t}{R_2 C}} = \frac{-\mathcal{E}}{(R_1+R_2)} e^{-\frac{t}{R_2 C}}$$

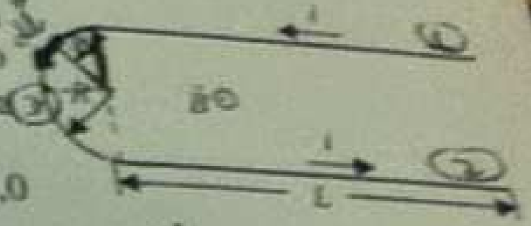
$$\boxed{i_2(t) = \frac{\mathcal{E}}{R_1+R_2} e^{-\frac{t}{R_2 C}}}$$ sentido horário

(e)

$$\boxed{U_{dissipada} = U_{armazenada\ em\ C} = \frac{R_2^2}{2(R_1+R_2)^2} C \mathcal{E}^2}$$

Questão 04

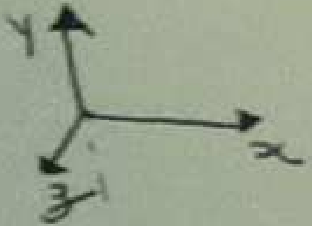
Um fio fino, transportando uma corrente i, é dobrado na forma de um grampo composto por dois segmentos retilíneos de comprimento L e um arco semicircular de raio R. O fio está numa região onde existe um campo magnético $\vec{B}$ uniforme, perpendicular ao plano do fio e orientado para fora da página, conforme figura ao lado.



a) calcule o vetor força magnética que age sobre cada fio retilíneo; (1,0 ponto)

b) calcule o vetor força magnética que age sobre a parte circular; (1,0 ponto)

c) calcule a força resultante que age sobre o fio todo. (0,5 ponto)



$$d\vec{F} = i\, d\vec{l} \times \vec{B}$$

$$\vec{B} = B\,\hat{z} \qquad d\vec{l} = -dx\,\hat{x}$$

a) $$\vec{F}_1 = \int_{fio} i\,(-dx\,\hat{x}) \times B\,\hat{z} = -iB \int_{fio} dx\,(-\hat{y})$$

$$\boxed{F_1 = i B_0 L\,\hat{y}}$$

$$\boxed{\vec{F}_2 = -\vec{F}_1 = -iBL\,\hat{y}}$$

$\vec{B} = B\,\hat{z} \qquad d\vec{l} = -dx\,\hat{x}$

a) $\vec{F}_1 = \int_{fio} i\,(-dx\,\hat{x}) \times B\,\hat{z} = -i\,B \int_{fio} dx\,(-\hat{y})$

$$\boxed{F_1 = i\,B_0 L\,\hat{y}}$$

$$\boxed{\vec{F}_2 = -\vec{F}_1 = -i\,B\,L\,\hat{y}}$$

(b) $\vec{F}_{arc} = \int_{fio} i\,d\vec{l} \times \vec{B} = i\,B \int_{fio} d\vec{l} \times \hat{z}$

$d\vec{l} = [-\cos\theta\,\hat{x} - \operatorname{sen}\theta\,\hat{y}]\,dl = -(\cos\theta\,\hat{x} + \operatorname{sen}\theta\,\hat{y})\,R\,d\theta$

$\vec{F}_{arc} = i\,B\,R\left[\int_0^\pi (-\cos\theta\,\hat{x}\,d\theta - \operatorname{sen}\theta\,\hat{y}\,d\theta)\right] \times \hat{z} = -i\,BR\int_0^\pi \operatorname{sen}\theta\,d\theta\,\hat{x}$

$= -i\,B\,R\,2\,\hat{x} \longrightarrow \boxed{\vec{F}_{arc} = -2\,i\,R\,B\,\hat{x}}$

$$\boxed{\vec{F}_2 = -\vec{F}_1 = -iBL\hat{y}}$$

(b) $\vec{F}_{arc} = \int_{fio} i\, d\vec{l} \times \vec{B} = iB \int_{fio} d\vec{l} \times \hat{z}$

$$d\vec{l} = [\cos\theta\,\hat{x} - \text{sen}\,\theta\,\hat{y}]dl = -(\cos\theta\,\hat{x} + \text{sen}\,\theta\,\hat{y})R\,d\theta$$

$$\vec{F}_{arc} = iBR\left[\int_0^{\pi} (-\cos\theta\,\hat{x}\,d\theta - \text{sen}\,\theta\,\hat{y}\,d\theta) \times \hat{z} = -iBR\int_0^{\pi} \text{sen}\,\theta\, d\theta\,\hat{x}\right.$$

$$= -iBR\,2\hat{x} \longrightarrow \boxed{\vec{F}_{arc} = -2iRB\hat{x}}$$

(c)

$$\vec{F} = \sum \vec{F}_i = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \boxed{\vec{F}_{arc} = -2iRB\hat{x}}$$

$$\boxed{\vec{F} = -2iRB\hat{x}}$$