Nome: RA:

1

Seja $f(x) = x^3 - 2x + 2$.

- (a) O que acontece quando se usa $x_0 = 0$ como chute inicial na aplicação do método de Newton-Raphson? Execute pelo menos dois passos do método de Newton-Raphson. Justifique as suas respostas verbalmente e gráficamente! [1 pt]
- (b) Utilize o método de Newton-Raphson (de preferência em forma tabelar) com chute inicial $x_0 = -2$ para encontrar um zero da função f com precisão $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 10^{-2}$. Confira que pelo menos um dos critérios de parada é atingindo em somente 2 iterações . [1 pt]

2

Considere

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ -4 & -1 & 0 \\ 0 & -3 & -2 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} -4 \\ 8 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

- (a) Quantas soluções de Ax = b existem? Justifique a sua resposta [0.5 pts]
- (b) Encontre a fatoração LU com pivoteamento parcial da matriz A. [1.5 pts]
- (c) Utilize o resultado do item (b) para resolver o sistema linear Ax = b. [1 pt]

3

Considere

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 4 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

- (a) Qual é o grupo de métodos mais indicado para encontrar uma boa aproximação para a solução de Ax = b? Justifique a sua resposta! [0.5 pts]
- (b) Verifique se os métodos de Gauss-Jacobi e de Gauss-Seidel convergem para qualquer chute inicial $[0.5~\mathrm{pts}]$
- (c) Aplique o método de Gauss-Seidel com chute inicial $x^{(0)} = (0.5, 0, -0.5, -0.5)^t$ e $\varepsilon = 0.1$. Escolhe a tabela apropriada e verifique que o critério de parada será atingido em duas iterações [2 pts].

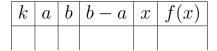
Considere o sistema não-linear

$$\begin{cases} x + \sin(x+y) = 1\\ y^2 - \cos(x-y) = 0 \end{cases}$$

Execute o método de Newton utilizando as precisões $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 10^{-2}$. Escolha como aproximação inicial $x^{(0)} = (0.75, -0.5)^t$. Verifique - de preferência através de uma tabela - todos os critérios de parada. (Dica: um dos critérios de parada será satisfeito na primeira iteração .) [2 pts]

Boa sorte! Justifique as suas respostas explicitando todos os passos. Trabalhe com 4 digitos decimais! Utilize radianos!!!

ALGUMAS TABELAS ÚTEIS



onde

$$d_r(x^{(k)}, x^{(k-1)}) = \frac{||x^{(k)} - x^{(k-1)}||_{\infty}}{||x^{(k)}||_{\infty}} = \frac{\max_{1 \le i \le n} |x_i^{(k)} - x_i^{(k-1)}|}{\max_{1 \le i \le n} |x_i^{(k)}|}$$

k	$x^{(k)}$	$F(x^{(k)})$	$ F(x^{(k)}) _{\infty}$	$ s^{(k-1)} _{\infty}$	$s^{(k)}$