

2ª Prova

MA-311 - Matutino — Cálculo III

1º Semestre de 2008

Nome:

RA:

Assinatura:

Prof.:

Esta prova tem um total de 4 questões valendo 10 pontos. Para maximizar seu tempo procure não gastar em cada questão, em minutos, mais do que 10 vezes o seu valor em pontos. É essencial justificar detalhadamente todas as respostas.

Escreva suas respostas de forma clara e evite toda e qualquer rasura. Use o verso das páginas de questões para rascunho, se necessário.

NÃO DESTAQUE AS PÁGINAS DA PROVA!

1	2.0	
2	2.0	
3	3.0	
4	3.0	
Total	10.0	

Não é permitido o uso de calculadoras!

1. (2.0 pontos) Resolva por transformada de Laplace o seguinte PVI:

$$y'' + 2y' + y = \sin t + 2\delta(t - 3)$$

onde $y(0) = 0$ e $y'(0) = 0$.

2. (2.0 pontos)

- (a) Expresse $f(t)$ utilizando funções escada $u(t - a) = u_a(t)$:

$$f(t) = \begin{cases} 0, & 0 \leq t < 1 \\ t^2 - 2t, & 1 \leq t < 3 \\ 0 & t \geq 3 \end{cases}$$

- (b) Utilizando a expressão da função $f(t)$ encontrada em (a) calcule a transformada de Laplace $\mathcal{L}\{f(t)\}$.

3. (3.0 pontos)

- (a) Encontre a solução do sistema linear homogêneo de e.d.o.'s usando o método de autovalores e autovetores:

$$\mathbf{x}'(t) = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 9 & -3 \end{pmatrix} \mathbf{x}(t)$$

- (b) Encontre a solução geral do sistema linear não-homogêneo (cujo sistema homogêneo associado está na parte (a)) utilizando o método de variação de parâmetros:

$$\mathbf{x}'(t) = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 9 & -3 \end{pmatrix} \mathbf{x}(t) + \begin{pmatrix} \frac{1}{t^2} \\ \frac{1}{t^3} \end{pmatrix}$$

4. (3.0 pontos) Explique detalhadamente.

- (a) (1.0) Calcule a soma da série:

$$\sum_{n=2}^{\infty} 5^{-(n+1)} \ln \left(\frac{n^5}{n+1} \right).$$

Sugestão: $\ln \left(\frac{a}{b} \right) = \ln a - \ln b$ e $\ln a^b = b \ln a$.

- (b) (1.0) Estude a convergência da série: converge absolutamente ou condicionalmente ou diverge?

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n^{\frac{1}{2}} + 1)}{(3n^{\frac{3}{2}} + 7n + 6)}.$$

- (c) (1.0) Estude a convergência da série:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n!}{1.3.5 \dots (2n+1)}$$