

LUCAS PEINADO BRUSCATO - 103170

DMA - IMECC - UNICAMP

18/09/2013

MS 629: Métodos Computacionais de Otimização

PROVA UM

Prof. Roberto Andreani

Questão 1: 2pts Encontre e classifique os pontos estacionários da função

$$f(x_1, x_2) = x^4 + 2x^2y^2 + y^4 + 2x^2 - 2y^2 + 1.$$

Questão 2: 3pts Sejam $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, $f \in C^2$,

(a) Desenhe as curvas de nível de uma função diferenciável definida em \mathbb{R}^2 , ilustrando a seguinte situação: d é uma direção de descida a partir do ponto x e y é o minimizador da função f na semi-reta gerada por d a partir de x . Desenhe os gradientes de f em x e y supondo que eles são diferentes de zero.

(b) Na condição de Armijo para direções de descida d

$$f(x + \lambda d) \leq f(x) + \alpha \lambda \nabla f(x)^T d$$

Explique porque não é razoável tomar α da condição de Armijo igual a 1.

Questão 3: 1.5pts Seja $f(x) = \frac{1}{2}x^T Ax - b^T x$ onde $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ Simétrica definida positiva e $x \in \mathbb{R}^n$, e sejam L_1 e L_2 duas retas cujo vetor diretor das duas d , sejam x_1 e x_2 os minimizadores de f em L_1 e L_2 respectivamente. Prove que $Ax_1 - Ax_2$ é ortogonal a d

Questão 4: 3.5pts Seja $f(x) = x_1^2 + (x_1 - x_2)^2$, $x^0 = (1, 2)^T$ e $x^1 = x^0 + \lambda d$ com $\lambda \geq 0$. A direção d tem que satisfazer

1. $\|d\| \geq \|\nabla f(x^0)\|$,

2. $\nabla f(x^0)^T d \leq -0.1\|d\|\|\nabla f(x^0)\|$,

e o passo λ tem que satisfazer $f(x^1) \leq f(x^0) + 0.25\lambda \nabla f(x^0)^T d$

(a) Verifique que $d = -\nabla f(x^0)$ e $\lambda = 0.5$ podem ser utilizados para calcular x^1 .

(b) Para $d = -\nabla f(x^0)$ qual é o valor máximo de λ que pode ser utilizado.

(c) Verifique que a direção de Newton é aceitável e ache o intervalo no qual λ satisfaz o critério de acima.

As respostas não justificadas não serão consideradas

Nome: LUCAS PEINADO BRUSCATORA: 103170

Segunda Prova

1. Dado o seguinte problema

$$\text{Min } \frac{1}{2}((x-4)^2 + (y-6)^2)$$

$$\text{s.a. } \begin{cases} x + y \leq 6 \\ 0 \leq x \leq 4 \\ 0 \leq y \leq 4 \end{cases}$$

- (a) Achar a solução gráfica
- (b) Verificar as condições de otimalidade de primeiro ordem no ótimo.
- (c) Reaolver aplicando o método das restrições ativas, a partir de $(x_0, y_0) = (2, 0)$.

2. Dado o seguinte problema

$$\text{Min } x^2 + 4y^2 \quad \text{s.a. } 2x + y = 2$$

- (a) Achar a solução do problema aplicando as condições de otimalidade.
 - (b) penalizar o problema é achar $x(\rho)$ ótimo do problema penalizado
 - (c) mostrar que $x(\rho)$ converge ao ótimo quando ρ tende a ∞
3. Dadas duas restrições lineares de desigualdade em \mathbb{R}^2 , representar com gráficos, usando curvas de nível e vetores gradientes, as seguintes situações:
- (a) As duas restrições são ativas no ponto x , o qual é um minimizador local regular.
 - (b) As duas restrições são ativas em x , x é um ponto regular, mas não se cumprem as condições de otimalidade de primeira ordem, neste caso mostrar no desenho todas as direções fatíveis de descida
 - (c) x é ótimo, mas não é regular.
-