

17/05/2010

RA.....Nome.....

1. Determine para que valores de  $x$  em  $\mathbb{R}$  a seguinte série é convergente ou divergente:

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{x^{2k-1}}{2k-1}.$$

2. Seja  $I$  um intervalo, e seja  $f : I \rightarrow \mathbb{R}$  uma função contínua tal que  $f(x) = 2$  para cada  $x \in I \cap \mathbb{Q}$ . Prove que  $f(x) = 2$  para cada  $x \in I$ .

3. Prove que o polinômio

$$P(x) = x^3 - 4x + 2$$

tem três raízes reais distintas.

4. Calcule os seguintes limites:

$$(a) \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+1}{x-1} \right)^{3x}, \quad (b) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{x^2}}{x}.$$

5. Seja  $A \subset \mathbb{R}$ . Lembremos que  $\overline{A}$  é o conjunto dos  $x \in \mathbb{R}$  tais que existe uma sequência  $(x_n)_{n=1}^{\infty} \subset A$  que converge a  $x$ .

- (a) Prove que  $A \subset \overline{A}$ .  
 (b) Prove que  $\overline{A}$  é fechado em  $\mathbb{R}$ .  
 (c) Se  $A \subset B \subset \mathbb{R}$ , e  $B$  é fechado em  $\mathbb{R}$ , prove que  $\overline{A} \subset B$ .