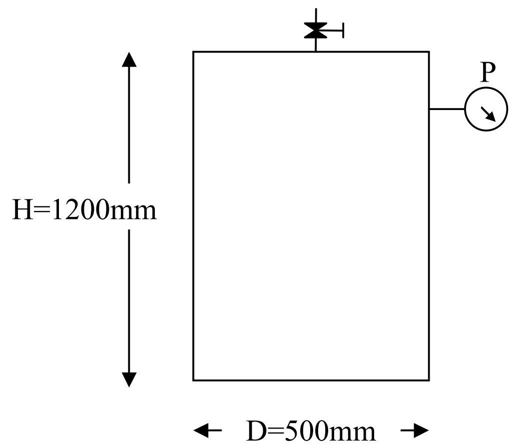
EM461 MECÂNICA DOS FLUIDOS – EXAME –12/12/2007

NOME_____________________________________RA._____________TURMA____

1.(2,5 pontos) Um tanque cilíndrico com altura e diâmetro de 1200mm e 500mm está inicialmente com ar comprimido a 700 KPa absoluto a temperatura de 23°C. O tanque possui uma válvula localizada no centro da tampa circular que deixa o ar escapar para a atmosfera a 100KPa. Considere o ar o gás ideal, R = 287 J/Kkg e que a vazão mássica em kg/s que passa pela válvula é dada em função da diferença de pressão entre a pressão do tanque e a atmosfera: $\dot{m} = C\sqrt{\left(P_T - P_{atm}\right)}$ onde C = $9{,}037.10^{-6}$ $(kg.m)^{0,5}$. Determine como a pressão varia com o tempo a partir do instante inicial que a válvula é aberta e calcule o tempo necessário para que a pressão no tanque fique igual a Patm. Considere que a vazão que deixa o tanque é pequena o suficiente para que o processo de expansão do gás seja considerado isotérmico.



Solução:

Fazendo um volume de controle que envolve o gás no tanque:

$$\frac{d}{dt}\int_V \rho dV = -\dot{m} \equiv C\sqrt{\Delta P} \qquad (1)$$

Na Eq. (1) V é o volume do tanque. A densidade na Eq. (1) está relacionada com a pressão e temperatura por meio da equação dos gases perfeitos:

$$\left(\frac{V}{R \cdot T}\right) \cdot \frac{dP_T}{dt} = -C\sqrt{\Delta P} \,. \qquad (2)$$

Fazendo a transformação de variáveis: P* = PT – Patm, chega-se a Eq. (3):

$$\left(\frac{V}{R \cdot T}\right) \cdot \frac{dP^*}{dt} = -C\sqrt{P^*} \quad \text{onde para } t = 0 \; P^* = 600 \text{ KPa.} \qquad (3)$$

Separando as variáveis:

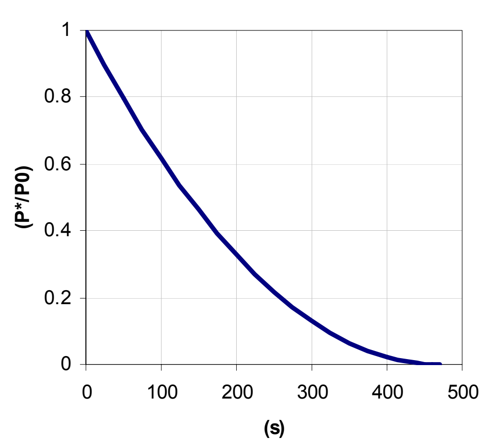
$$\frac{dP^*}{\sqrt{P^*}} = -C\left(\frac{R \cdot T}{V}\right)dt \quad \text{onde para } t = 0 \; P^* = P_0 = 600 \text{ KPa.} \qquad (4)$$

Integrando a Eq. (4):

$$\sqrt{P^*} = -C\left(\frac{R \cdot T}{2 \cdot V}\right)t + \sqrt{P_0} \qquad \text{ou}$$

$$\sqrt{\frac{P^*}{P_0}} = -\frac{C}{\sqrt{P_0}}\left(\frac{R \cdot T}{2 \cdot V}\right)t + 1 \,. \qquad (5)$$

Substituindo os valores na Eq. (5) encontra-se:

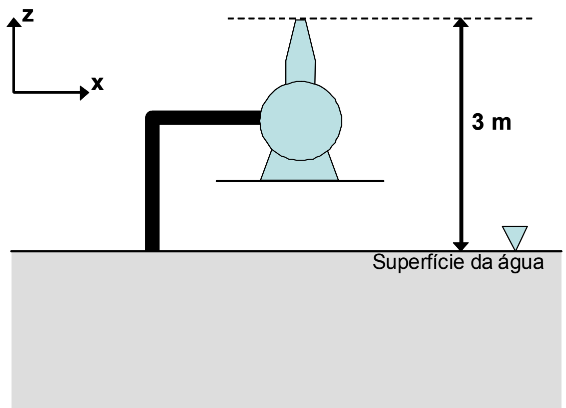


$$\frac{P^*}{P_0} = \left(1 - \frac{C}{\sqrt{P_0}}\left(\frac{R \cdot T}{2 \cdot V}\right)t\right)^2 = \left(1 - 0.002132 \cdot t\right)^2$$

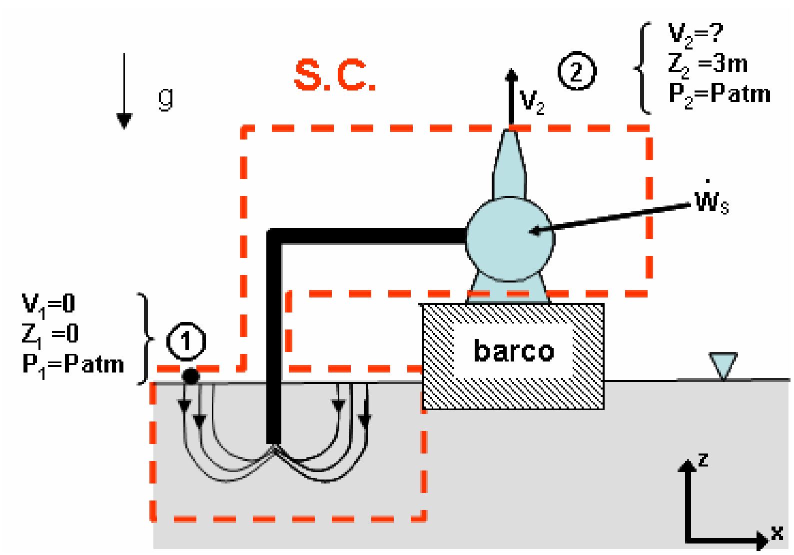
O tempo necessário para atingir Patm:

$$t = \frac{2\sqrt{P_0} \cdot V}{C \cdot R \cdot T} = 469 \text{ seg}$$

2.**(2,5 pontos)** Todos os grandes portos estão equipados com barcos de combate a incêndio para socorrer navios. Uma mangueira com 75mm de diâmetro está conectada a descarga de uma bomba que transfere 10kW á água. O bocal conectado à extremidade da mangueira tem um diâmetro de 25mm. Se a descarga do bocal for mantida 3m acima da superfície da água, determine: i) a vazão em volume através do bocal e ii) a componente da força vertical sobre o barco, conforme a figura ao lado. Considere que não há perdas por atrito na instalação.



Solução:



Considerações:
Escoamento permanente e incompressível;
Despreze as perdas,

Aplicando:

$$Q - \dot{W}_S - \dot{W}_{cisalhamento} - \dot{W}_{outros} = \frac{\partial}{\partial t}\int_{VC} e\rho dV + \int_{sc} (e + pv)\rho\vec{V} \cdot d\vec{A}$$

$$e = u + \frac{V^2}{2} + gz$$

Então:

$$-\dot{W}_S = \left(\frac{V_2^2}{2} + gz_2\right)\dot{m} \quad \text{onde} \quad \dot{m} = \rho V_2 A_2$$

Neste caso teremos um polinômio de terceiro grau. Pode-se buscar uma solução aproximada comparando os termos de energia cinética e potencial:

$$-\dot{W}_S = \frac{V_2^2}{2}\left(1+\frac{2}{Fr^2}\right)\dot{m} \quad \text{onde} \quad Fr = \frac{V_2}{\sqrt{gz}} \quad .$$

Considera-se que 2/Fr2 é muito menor que um de forma que a expressão pode ser simplificada para:

$$-\dot{W}_S \cong \frac{V_2^2}{2}\rho V_2 A_2 \rightarrow V_2 = \left[\frac{-2\,\dot{W}_S}{\rho A_2}\right]^{1/3} = 34,4\,m/s$$

Calculando Fr com V_2 = 34,4 m/s encontra-se que: Fr =6,3 de forma que $2/Fr^2$ = 0.05 que comparado com 1 considera-se um número pequeno de forma que a hipótese utilizada é válida.

Logo a vazão:

$$Q = V_2 A_2 = 34,4\frac{m}{s}\times 4,91\times 10^{-4}\,m^2 = 0,0169 m^3/s$$

Para calcular a força vertical:

$$F_{S,z} + F_{Bz} = \frac{\partial}{\partial t}\int_{VC} u\rho dV + \int_{SC} u\rho\vec{V}\cdot d\vec{A}$$

$$R_z = u_1\left\{-\dot{m}\right\} + u_2\left\{-\dot{m}\right\} = \dot{m}V_2 \;;\;\; u_1 = 0$$

$$\dot{m} = \rho Q = 999\frac{kg}{m^3}\times 0,0169\frac{m^3}{s} = 16,9\frac{kg}{s}$$

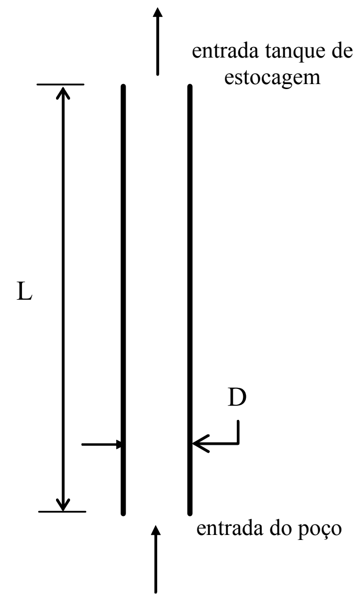
Logo, substituindo valores:

$$R_z = 16,9\frac{kg}{s}\times 34,4\frac{m}{s}\times\frac{N.s^2}{kg.m} = 581,4N$$

Solução é -581,4N, onde o sinal menos indica a reação sobre o barco.

Obs. Quem indicou corretamente a S.C. e chegou a equação cúbica de velocidade teve 100% da questão.

3.(2,5 pontos) Recentemente, foi anunciada a descoberta do campo de Tupi na bacia de Santos, situado a uma profundidade total de cerca de 7000 m e contendo óleo de viscosidade relativamente baixa. Uma vazão típica de um poço de petróleo sob o mar é de 20000 bpd (barris por dia). O duto vertical que transporta o óleo desde a entrada do poço até o tanque de estocagem na plataforma tem diâmetro interno 15 cm e é feito em aço comercial com isolamento térmico externo. O petróleo enquanto líquido tem viscosidade 0,01 Pa.s, densidade relativa 0,8 e pressão de saturação líquido-vapor de 200 bar na temperatura interna do duto. Nessas condições, se o petróleo entra no poço a uma pressão de 400 bar, qual o máximo comprimento do duto vertical a fim de que chegue totalmente líquido ao tanque de estocagem? Despreze perdas localizadas.
Dado: 1 barril = 0,159 m^3; $\rho_{água}$ = 1000 kg/m^3.



Solução:

Desprezando as perdas localizadas, e sendo iguais as energias cinéticas na entrada do poço (“1”) e na saída do poço (“2”) a equação da energia se torna:

$$\left(\frac{p_1}{\rho} + g\,z_1\right) - \left(\frac{p_2}{\rho} + g\,z_2\right) = f\,\frac{L}{D}\frac{V^2}{2}$$

onde:
$z_1 = 0$, $z_2 = L$
$\rho = 0{,}8 \times 1000 = 800$ kg/m^3
L = incógnita , D = 0,15 m
$p_1 = 400 \times 10^5$ Pa , $p_2 = 200 \times 10^5$ Pa

Para o cálculo da perda de carga temos:

$$Q = \frac{20000 \times 0{,}159}{24 \times 3600} = 0{,}0368\,\mathrm{m^3/s} \quad \Rightarrow \quad V = \frac{4 \times 0{,}0368}{\pi \times 0{,}15^2} = 2{,}08\,\mathrm{m/s^2}$$

Logo:

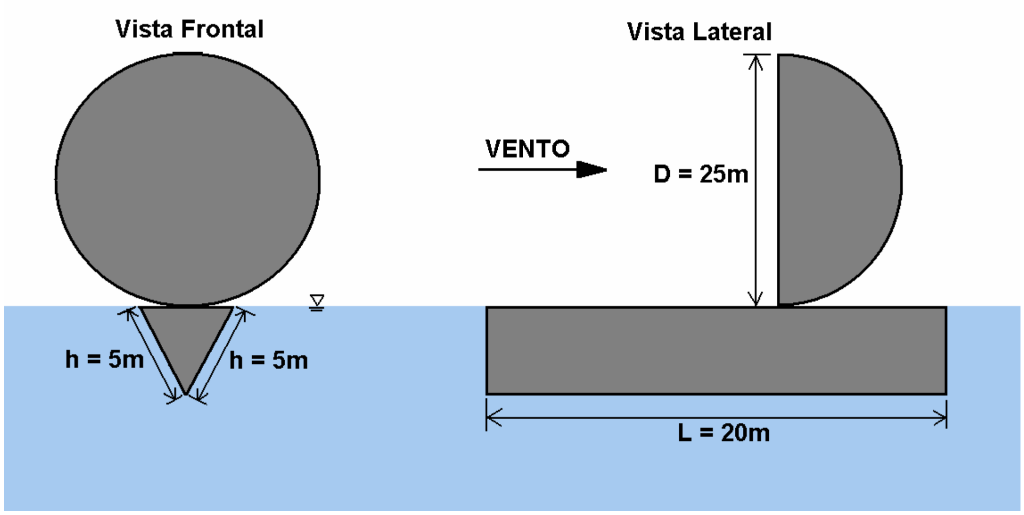
$$Re = \frac{800 \times 2{,}08 \times 0{,}15}{0{,}01} = 24960 \quad \Rightarrow \quad f = \left\{-1{,}8\log\left[\frac{6{,}9}{24960} + \left(\frac{0{,}046/150}{3{,}7}\right)^{1{,}11}\right]\right\}^{-2} = 0{,}025$$

Portanto, o comprimento L será:

$$L = \frac{(400 - 200) \times 10^5}{800 \times \left(9{,}81 + \dfrac{0{,}025}{0{,}15} \times \dfrac{2{,}08^2}{2}\right)} = 2460\ \mathrm{m}$$

4.(2,5 pontos) Um barco a vela utilizado para regatas em mar aberto pode ser modelado conforme a figura abaixo. O vento que move o barco escoa da popa para a proa (da traseira para a dianteira) paralelamente ao casco e inside perpendicularmente à seção transversal circular da face côncava da concha. O casco submerso é modelado pelo prisma triangular com comprimento **L = 20 m** e **h = 5 m** e a vela pela concha semi esférica de diâmetro **D = 25 m** onde a concavidade está voltada contra o sentido do vento e para esta situação o coeficiente de arrasto da concha é C_D **= 1,4**. Desprezando a resistência do ar na face convexa da concha e considerando apenas o arrasto de atrito para o casco, A) qual deve ser a velocidade do vento a favor do barco para que este se desloque com velocidade constante de **10 m/s** durante a regata? B) Se fosse retirada a vela e acoplado um motor ao casco, qual seria a potência necessária para manter a mesma velocidade do barco?

Dados: $\rho_{ág.mar}$ **= 1025 kg/m³**; $\mu_{ág.mar}$**=1,07x10⁻³ Pa.s**; ρ_{Ar} **= 1,23 kg/m³**; μ_{Ar}**=1,79x10⁻⁵ Pa.s .**



Solução:

A) Como o barco se desloca com velocidade constante:

$$\sum F_x = 0$$

$$F_{D_{vela}} - F_{D_{casco}} = 0$$

$$C_{D_{vela}} \frac{1}{2} \rho_{Ar} \left(V_{vento} - V_{barco}\right)^2 A_{vela} = C_{D_{casco}} \frac{1}{2} \rho_{ág.mar} V_{barco}^2 A_{casco}$$

$$C_{D_{vela}} \frac{1}{2} \rho_{Ar} \left(V_{vento} - V_{barco}\right)^2 \left(\frac{\pi D^2}{4}\right) = C_{D_{casco}} \frac{1}{2} \rho_{ág.mar} V_{barco}^2 \left(2hL\right)$$

$$V_{vento} = V_{barco} \left(1 + \sqrt{\frac{8hL}{\pi D^2} \frac{C_{D_{casco}}}{C_{D_{vela}}} \frac{\rho_{ág.mar}}{\rho_{Ar}}}\right)$$

Para o casco:

$$\mathrm{Re}_L = \frac{1025 \times 10 \times 20}{1,07 \times 10^{-3}} = 1,92 \times 10^8$$

Como $x_{trans} = 5 \times 10^5 \dfrac{\mu}{\rho V} = 0,05m$ << L e $10^7 < \mathrm{Re}_L < 10^9$, portanto, uso a equação dada por Schlichting:

$$C_{D_{casco}} = \frac{0,455}{\left(\log \mathrm{Re}_L\right)^{2,58}} = 0,00195$$

Portanto,

$$V_{vento} = 10\left(1 + \sqrt{\frac{8\times 5\times 20}{\pi\left(25\right)^2}\times\frac{0,00195}{1,4}\times\frac{1025}{1,23}}\right)$$

$$\boxed{V_{vento} = 16,9\, m/s}$$

B) Potência:

$$Pot = F_{D_{casco}} V_{barco}$$

$$Pot = C_{D_{casco}}\frac{1}{2}\rho_{ág.mar} V_{barco}^3\left(2hL\right) = 0,00195\frac{1}{2}1025\left(10\right)^3\left(2\times 5\times 20\right)$$

$$\boxed{Pot = 199875\, W \approx 200\, kW}$$