Exercício 1

Considerar um sistema cujos dados em pu são dados nas tabelas a seguir.

Barra	Tipo	V	θ	P_G	Q_G	P_C	Q_C
1	$V\theta$	1,00	0	-	-	-	-
2	PV	1,00	-	0,3	-	0,0	-
3	PQ	-	-	-	-	0,3	0,1

Linha	Resistência (pu)	Reatância (pu)
1-2	0,05	0,10
1-3	0,10	0,20
2-3	0,025	0,05

a) Obter as tensões (módulos e ângulos) em todas as barras do sistema resolvendo o problema de fluxo de carga pelo método de desacoplado rápido. (3 pontos)

Exercício 1

$$Y = \begin{bmatrix} y_{12} + y_{13} & -y_{12} & -y_{13} \\ -y_{12} & y_{12} + y_{23} & -y_{23} \\ -y_{13} & -y_{23} & y_{13} + y_{23} \end{bmatrix}$$

$$\mathrm{y}_{12} = 4 - \mathrm{j}8\,\mathrm{pu}$$
$$\mathrm{y}_{13} = 2 - \mathrm{j}4\,\mathrm{pu}$$
$$\mathrm{y}_{23} = 8 - \mathrm{j}16\,\mathrm{pu}$$

$$Y = \begin{bmatrix} 6 - j12 & -4 + j8 & -2 + j4 \\ -4 + j8 & 12 - j24 & -8 + j16 \\ -2 + j4 & -8 + j16 & 10 - j20 \end{bmatrix}$$

Exercício 1

Processo Iterativo (Tolerância (ε) = 0.1):

1) Escolher os valores iniciais das tensões (magnitudes para as barras PQ e ângulos de fase para as barras PQ e PV)
V = 1.0 pu e θ = 0 rad

Passo 1

$$KP = KQ = 1$$

$$p = q = 0$$

$$\theta_2^0 = 0\ rad;\quad \theta_3^0 = 0\ rad;\quad V_3^0 = 1{,}0\ pu$$

Passo 2

$$P_2 = V_2^2 G_{22} + V_2 V_1 \left(G_{21}\cos\theta_{21} + B_{21} sen\theta_{21}\right) + V_2 V_3 \left(G_{23}\cos\theta_{23} + B_{23} sen\theta_{23}\right) = 0$$

$$P_3 = V_3^2 G_{33} + V_3 V_1 \left(G_{31}\cos\theta_{31} + B_{31} sen\theta_{31}\right) + V_3 V_2 \left(G_{32}\cos\theta_{32} + B_{32} sen\theta_{32}\right) = 0$$

$$\Delta P_2 = 0.3 - 0 = 0.3$$

$$\Delta P_3 = -0.3 - 0 = -0.3$$

$$\left|\Delta P_2\right| = 0.3 > 0{,}1$$

$$\left|\Delta P_3\right| = 0.3 > 0{,}1$$

Exercício 1

Passo 3

$$\Delta P / V = B' \Delta\theta$$

$$B'_{kk} = \sum_{m=1}^{NB} x_{km}^{-1}$$

$$B'_{km} = B'_{mk} = -x_{km}^{-1}$$

$$B''_{kk} = -B_{kk}$$

$$B''_{km} = B''_{mk} = -B_{km}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2 / V_2 \\ \Delta P_3 / V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B'_{22} & B'_{23} \\ B'_{32} & B'_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\theta_2 \\ \Delta\theta_3 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 0.3 \\ -0.3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{0.10} + \frac{1}{0.05} & -\frac{1}{0.05} \\ -\frac{1}{0.05} & \frac{1}{0.20} + \frac{1}{0.05} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\theta_2 \\ \Delta\theta_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta\theta_2 \\ \Delta\theta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0043 \\ -0.0086 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0043 \\ -0.0086 \end{bmatrix} \; rad$$

$$p = 1$$

KQ =1

$$Q_3 = -V_3^2 B_{33} + V_3 V_1 \left(G_{31} \sin\theta_{31} - B_{31} \cos\theta_{31} \right) + V_3 V_2 \left(G_{32} \sin\theta_{32} - B_{32} \cos\theta_{32} \right) = 0.1215$$

$$\Delta Q_3 = -0.1 - 0.1215 = -0.2215$$

$$\left| \Delta Q_3 \right| = 0{,}2215 > 0{,}1$$

$$\Delta Q / V = B'' \Delta V \quad \rightarrow \quad \Delta Q_3 / V_3 = B''_{33} \Delta V_3$$

$$(B''_{33} = 20)$$

$$\Delta V_3 = -0{,}0111 \quad pu$$

$$V_3 = 0.9889 \quad pu$$

Exercício 1

q =1

KP =1

$P_2 = 0,3270$

$\Delta P_2 = 0.3 - 0.3270 = -0,0270$

$P_3 = -0,3461$

$\Delta P_3 = -0.3 + 0,3461 = 0,0461$

$|\Delta P_2| = 0.0270 < 0,1$

$|\Delta P_3| = 0.0461 < 0,1$

KP =0

$KQ \neq 0$

$Q_3 = -0,0989$

$\Delta Q_3 = -0.1 + 0,0989 = -0,0011$

$|\Delta Q_3| = 0,0011 < 0,1$

KQ =0

→ Convergiu para

$V_3 = 0.9889\,pu$

$\theta_2 = 0,0043 rad$

$\theta_3 = -0,0086 rad$

ou

$V_3 = 0.9874\,pu$

$\theta_2 = 0,0054 rad$

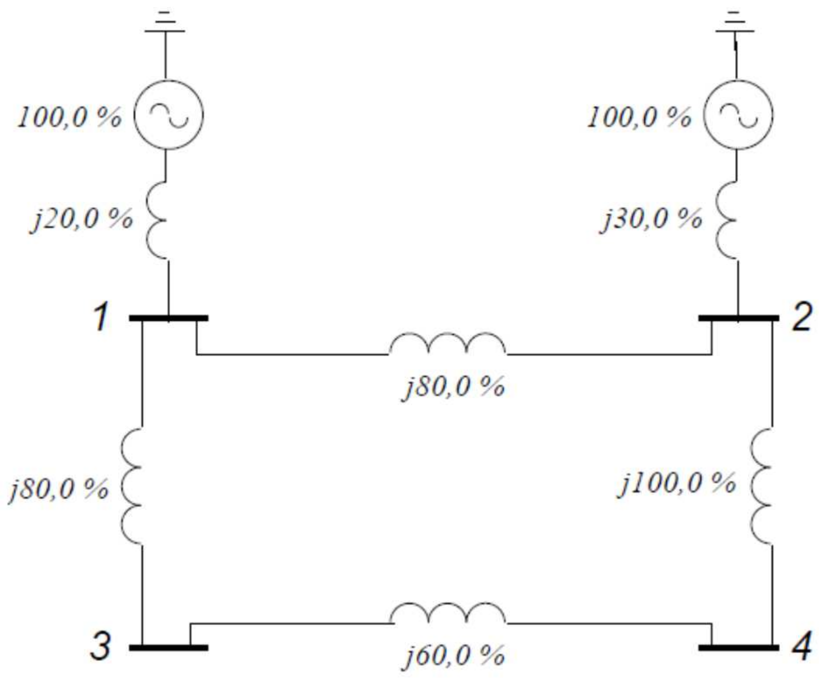
$\theta_3 = -0,0107 rad$

Exercício 2

2) No sistema de quatro barras abaixo, determinar:

(a) Para um curto-circuito trifásico na barra 3, determinar:
i. A corrente de curto-circuito na barra 3. (1,5 ponto)
ii. A tensão na barra 4. (0,5 ponto)
iii. O fluxo de corrente entre a linha 1 e linha 2. (0,5 ponto)

(b) Determinar os valores em Ampere da corrente de curto-circuito calculada no item (a.i). Assuma potência de base trifásica igual a 100 MVA e tensão de linha igual a 10 kV (0,5 ponto).



Exercício 2

Solução matricial:

$$Ybus = \begin{bmatrix} (1/j0.2)+(1/j0.8)+(1/j0.8) & -1/j0.8 & -1/j0.8 & 0 \\ -1/j0.8 & (1/j0.3)+(1/j0.8)+(1/j1.0) & 0 & -1/j1.0 \\ -1/j0.8 & 0 & (1/j0.8)+(1/j0.6) & -1/j0.6 \\ 0 & -1/j1.0 & -1/j0.6 & (1/j0.6)+(1/j1.0) \end{bmatrix}$$

$$Zbus = Ybus^{\wedge -1}$$

$Zbus =$

Zbus <4x4 double>

	1	2	3	4
1	0.0000 + 0.1636i	0.0000 + 0.0545i	0.0000 + 0.1273i	0.0000 + 0.1000i
2	0.0000 + 0.0545i	0.0000 + 0.2182i	0.0000 + 0.1091i	0.0000 + 0.1500i
3	0.0000 + 0.1273i	0.0000 + 0.1091i	0.0000 + 0.6545i	0.0000 + 0.4500i
4	0.0000 + 0.1000i	0.0000 + 0.1500i	0.0000 + 0.4500i	0.0000 + 0.7125i

$$Icc = \begin{bmatrix} -1/Zbus(1,1) \\ -1/Zbus(2,2) \\ -1/Zbus(3,3) \\ -1/Zbus(4,4) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6.1111 \\ 4.5833 \\ 1.5278 \\ 1.4035 \end{bmatrix} \text{(pu)}$$

$$Ibase =$$

$$Icc = \begin{bmatrix} \\ 8821 \\ \\ \end{bmatrix} \text{(A)}$$

Exercício 2

Generalização para o curto-circuito trifásico

a. Correntes de curto-circuito nas barras

$$i_{cc_k} = \frac{-1,0}{Z_{k,k}}$$

b. Tensões nas barras vizinhas

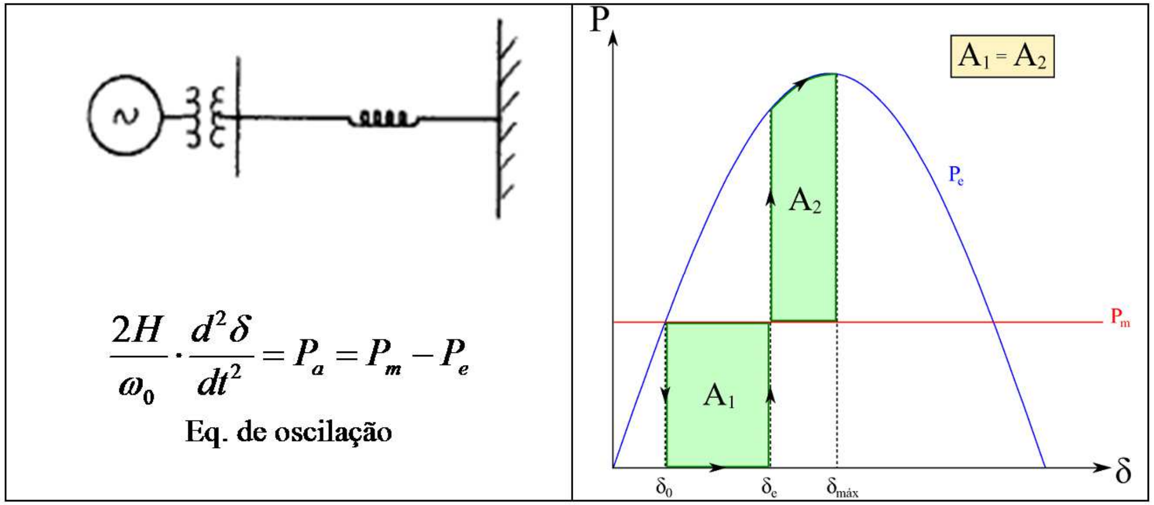
$$v_i^r = 1,0 - \frac{Z_{i,k}}{Z_{k,k}} \qquad v_4 = 1 - \frac{Z_{4,3}}{Z_{3,3}} = 1 - \frac{j0.4500}{j0.6545} = 0.3125\,\text{pu}$$

c. Fluxos de correntes nas linhas vizinhas

$$i_{p-q} = \left(\frac{Z_{q,k} - Z_{p,k}}{Z_{k,k}}\right)\left(\frac{1,0}{z_{p-q}}\right) \quad i_{1-2} = \left(\frac{Z_{2,3} - Z_{1,3}}{Z_{3,3}}\right) \times \left(\frac{1}{z_{1-2}}\right) = 0 + 0.0347\text{i}$$

Exercício 3

3) (a) Considere um gerador conectado a uma barra infinita através de uma linha e um transformador, prove matematicamente a partir da equação de oscilação da máquina que para o sistema ser estável as áreas A1 e A2 mostradas abaixo precisam ser iguais (2 pontos).



(b) Determine o valor do ângulo crítico de eliminação da falta considerando que a magnitude da tensão interna do gerador é 1,02 pu, a magnitude da tensão da barra infinita é 1,00 pu, a impedância total entre o gerador e a barra infinita é j0,3 pu e a potência mecânica do gerador é 1.05 pu. (1 ponto)

Estabilidade transitória (GS): critério das áreas iguais

Para este sistema, temos:

$$\frac{d\delta}{dt} = \Delta\omega = \omega - \omega_0 \qquad \frac{d\omega}{dt} = \frac{\omega_0 P_a}{2H}$$

$$\frac{2H}{\omega_0} \cdot \frac{d^2\delta}{dt^2} = P_a \longrightarrow$$ Equação de *swing* (oscilação eletromecânica)

δ	Ângulo entre a tensão interna da máquina e a tensão da barra infinita (em rad)
ω	Velocidade do campo girante do rotor (em rad/s)
$\omega_0 = 2\pi f_0$	Velocidade do campo girante do estator, constante e imposta pelo barramento infinito (em rad/s)
H	Constante de inércia do conjunto turbina + gerador, em s.
$P_a = P_m - P_e$	Potência acelerante da máquina (em pu)

Por hipótese vamos assumir que a resposta do sistema de controle da turbina (abertura de válvulas de injeção de vapor/água) é lenta o suficiente para que a potência mecânica transferida da turbina para o gerador através do eixo mecânico possa ser considerada constante no tempo.

A potência elétrica por sua vez é dada por:

$$P_e = \left(\frac{E' \cdot E_\infty}{x_{eq}} \right) \cdot sen(\delta)$$

x_{eq} é a reatância equivalente entre a barra interna do gerador síncrono e a barra infinita. No nosso caso é dada por:

$$x_{eq} = x_d' + x_t + x_{LT}$$

Estabilidade transitória (GS): critério das áreas iguais

Multiplicando a equação de *swing* por $\left(\frac{\omega_0}{H}\cdot\frac{d\delta}{dt}\right)$ temos:

$$\frac{2H}{\omega_0}\cdot\frac{d^2\delta}{dt^2}\cdot\left(\frac{\omega_0}{H}\cdot\frac{d\delta}{dt}\right)=P_a\cdot\left(\frac{\omega_0}{H}\cdot\frac{d\delta}{dt}\right)$$

$$2\cdot\frac{d^2\delta}{dt^2}\cdot\frac{d\delta}{dt}=\frac{\omega_0 P_a}{H}\cdot\frac{d\delta}{dt}$$

Observe que o termo $2\cdot\frac{d^2\delta}{dt^2}\cdot\frac{d\delta}{dt}$ pode ser reescrito como (regra da cadeia):

$$2\cdot\frac{d^2\delta}{dt^2}\cdot\frac{d\delta}{dt}=\frac{d}{dt}\left[\left(\frac{d\delta}{dt}\right)^2\right]$$

Portanto, a equação de *swing* pode ser expressa por:

$$\boxed{\frac{d}{dt}\left[\left(\frac{d\delta}{dt}\right)^2\right]=\frac{\omega_0 P_a}{H}\cdot\frac{d\delta}{dt}}$$

Estabilidade transitória (GS): critério das áreas iguais

Vamos integrar a equação de *swing* no tempo utilizando a variável auxiliar u:

$$u = \left(\frac{d\delta}{dt}\right)^2 \quad \Rightarrow \quad \frac{du}{dt} = \frac{\omega_0 P_a}{H} \cdot \frac{d\delta}{dt} \quad \Rightarrow \quad du = \frac{\omega_0 P_a}{H} \cdot d\delta$$

$$\int du = \int \frac{\omega_0 P_a}{H} \cdot d\delta \quad \Rightarrow \quad u = \frac{\omega_0}{H} \int P_a \cdot d\delta \quad \Rightarrow \quad \left(\frac{d\delta}{dt}\right)^2 = \frac{\omega_0}{H} \int P_a \cdot d\delta$$

Finalmente temos:

$$\boxed{\frac{d\delta}{dt} = \Delta\omega = \sqrt{\frac{\omega_0}{H} \int_{\delta_0}^{\delta} P_a \cdot d\delta}}$$

$\Delta\omega \longrightarrow$ rad/s

Estabilidade transitória (GS): critério das áreas iguais

Para estabilidade, a máquina deve atingir o repouso com respeito à barra infinita, ou seja:

$$\Delta\omega = 0$$

O que implica:

$$\boxed{\int_{\delta_0}^{\delta} P_a \cdot d\delta = 0 \Rightarrow \int_{\delta_0}^{\delta} \left(P_m - P_e\right) \cdot d\delta = 0}$$

Exercício 3

b)

$$\text{Antes do curto} - \text{circuito}:$$

$$P_e = \left(\frac{E^{'} \cdot E_{\infty}}{x_{eq}} \right) \cdot sen(\delta_0) = P_m$$

$$\boxed{\delta_{crit} = \cos^{-1}\left[(\pi - 2\delta_0) \cdot sen(\delta_0) - \cos(\delta_0) \right]}$$

$$\delta_0 = sen^{-1}\left(\frac{P_m \cdot x_{eq}}{E^{'} \cdot E_{\infty}} \right) = 18 \text{ graus} = 0{,}314 \text{ rad}$$

$$\delta_{crit} = 100 \text{ graus} = 1{,}745 \text{ rad}$$

```
clc
clear all
Pm = 1.05;
X = 0.3;
Eg = 1.02;
Ef = 1.00;
delta0 = asin(Pm*X/(Eg*Ef));

deltacrit = acos((pi-2*delta0)*sin(delta0) - cos(delta0))*180/pi
delta0_graus = delta0*180/pi
```