# MA327 Turma Z - 2S 2011 - Prova 2

Nome: ______________________________ RA: __________ 19/10/2011

Existem 10 pontos extras. Respostas sem justificativas serão desconsideradas. Bom trabalho!

1. (10pts) Escreva as definições de autovalor, autovetor e de matriz diagonalizável.

2. Seja $V = \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ o espaço vetorial real dos polinômios de grau menor ou igual a 3 e considere as bases $\alpha = \{1, t, t^2, t^3\}$ e $\beta = \{t, t^2 - 1, t^3, 2t^2\}$d de $V$.

   (a) (10pts) Calcule as matrizes mudança de base de $\beta$ para $\alpha$ e vice-versa.

   (b) (05pts) Use uma das matrizes encontradas para calcular as coordenadas de $p(t) = t^2 - 2t^3$ na base $\beta$.

   (c) (15pts) Encontre uma fórmula para $T(a + bt + ct^2 + dt^3)$ onde $T$ é a transformação linear $T : \mathcal{P}_3(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}^3$ determinada por $T(t) = (1, 1, 2), T(t^2 - 1) = (0, -1, -1), T(t^3) = (-1, 0, -1)$, e $T(2t^2) = (-1, 1, 0)$.

   (d) (15pts) Encontre bases para o núcleo e para a imagem de $T$.

   (e) (10pts) Seja $S : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ a transformação linear dada por $S(x, y, z) = (x + y, x - z)$. Calcule a matriz $[S \circ T]_\gamma^\beta$ onde $\gamma$ é a base canônica do $\mathbb{R}^2$ (não é neecssário ter respondido nenhum dos ítens anteriores para conseguir responder este).

3. (15pts) Encontre uma base $\beta$ do $\mathbb{R}^3$ na qual a matriz $[T]_\beta^\beta$ seja diagonal e calcule $[T]_\beta^\beta$, onde $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ é a transformação linear dada por $T(x, y, z) = (-3x - 4y, 2x + 3y, -z)$.

4. Seja $V$ um espaço vetorial de dimensão finita e $T : V \to V$ uma transformação linear. Escreva uma demonstração ou dê um contra exemplo para mostrar se as afirmações abaixo são verdadeiras ou falsas.

   (a) (10pts) Se a imagem de $T$ for igual ao núcleo de $T$ a dimensão de $V$ é par.

   (b) (10pts) $T$ possui pelo menos um autovetor.

   (c) (10pts) Zero é autovalor de $T$ se, e só se, $T$ **não** é sobrejetora.