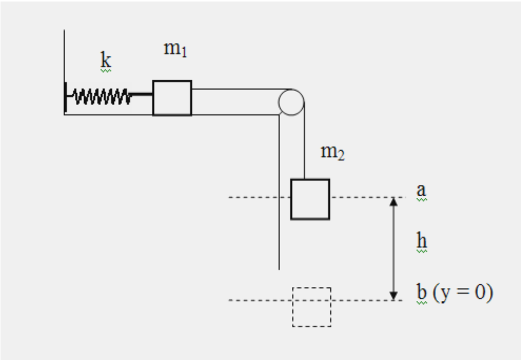
Prova 2 – F-128 – Turmas do Diurno
Segundo Semestre de 2004

1) Dois blocos estão ligados por um fio leve que passa por uma roldana que não tem atrito. O bloco de massa m_1 está sobre uma superfície áspera, preso a uma mola de constante elástica k. O sistema é solto, a partir do repouso, com a mola sem qualquer deformação. Calcular o coeficiente de atrito cinético entre m_1 e a superfície, sabendo que o bloco m_2 cai uma distância vertical h até ficar em repouso.



Solução:

Superfície áspera - Força de atrito $\Longrightarrow$ $E_i \neq E_f$

$E_i = E_a = K_a + U_g + U_{ela}$ $\Longrightarrow$ $E_a = 0 + m_2 gh + 0$ (0.5 ponto)

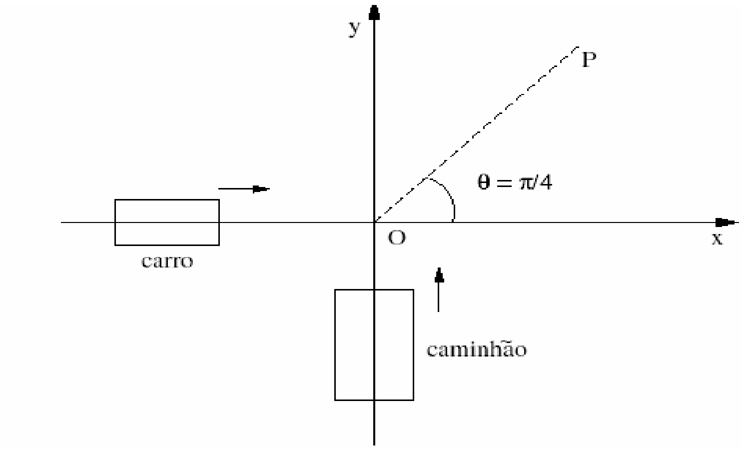
$E_f = E_b = K_b + U_g + U_{ela}$ $\Longrightarrow$ $E_b = 0 + 0 + ½\, kh^2$ (0.5 ponto)

$W_{atrito} = \Delta K + \Delta U_g + \Delta U_{ela}$

$- F_{atr} h = 0 + (-m_2 gh) + ½\, kh^2$

$- m_1 g\mu h$ (0.5 ponto) $= - m_2 gh + ½\, kh^2$ $\Longrightarrow$ $\boxed{\mu = \dfrac{m_2 g - \frac{1}{2}kh}{m_1 g}}$ (1.0 ponto)

2) Em um acidente de trânsito, um caminhão se choca com um carro no ponto O, e pelas marcas de derrapagem dos pneus verifica-se que ambos saíram juntos em direção ao ponto P que forma um ângulo q = 45^0 com a direção inicial do carro conforme ilustra a figura abaixo. Verifica-se pelo tacógrafo do caminhão que a velocidade deste momento imediatamente anterior ao acidente era de 36 Km/h. O motorista de carro afirma que a velocidade dele era menor que a velocidade permitida (80 km/h). Sabendo que a massa do caminhão é 3 vezes a massa do carro. a) Calcule a velocidade do carro no momento imediatamente anterior ao acidente e verifique se o motorista disse a verdade. b) Calcule o vetor velocidade do Centro de Massa imediatamente antes e c) depois do acidente.



RESPOSTA:

a)

Momento linear antes da colisão:

$$\vec{P}_A = Mv_1\hat{\imath} + 3Mv_2\hat{\jmath},$$

onde $v_1\hat{\imath}$ e $v_2\hat{\jmath}$ são as velocidades do carro e do caminhão antes da colisão, respectivamente, e M e $3M$ são as massas do carro e do caminhão respectivamente.

Após o choque (inelático), o momento linear é

$$\vec{P}_D = (M + 3M)\, v_f \left(\cos\theta\hat{\imath} + \text{sen}\theta\hat{\jmath}\right),$$

onde $v_f\left(\cos\theta\hat{\imath} + \text{sen}\theta\hat{\jmath}\right)$ é a velocidade do carro e do caminhão após a colisão.

Como o momento é conservado, $\vec{P}_A = \vec{P}_D$. Encontramos que

$$\begin{aligned} Mv_1 &= 4Mv_f\cos\theta, && (1)\\ 3Mv_2 &= 4Mv_f\text{sen}\theta. && (2) \end{aligned}$$

Substituindo v_f da Eq. (1) na Eq. (2), encontramos que

$$v_1 = 3v_2 \cot\theta = 3v_1 = 3 \times 36 \text{ km/h} = 108 \text{ km/h}.$$

Então o motorista do carro estava a 108 km/h antes do acidente.

b)

Como o momento do centro de massa antes da colisão é $\vec{P}_A$, e a massa do mesmo é igual a $4M$, a velocidade do mesmo será de

$$\vec{v}_A = \frac{1}{4M}\vec{P}_A = \frac{v_1}{4}\hat{\imath} + \frac{3v_2}{4}\hat{\jmath} = 27\left(\hat{\imath} + \hat{\jmath}\right) \text{km/h}.$$

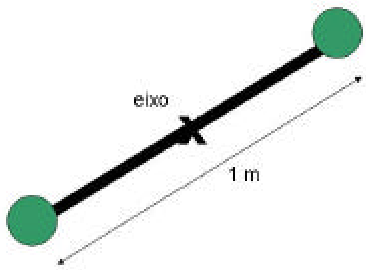
c)

Como $\vec{P}_A = \vec{P}_D$, após a colisão a velocidade do centro de massa permanece a mesma. Logo,

$$\vec{v}_D = \vec{v}_A = 27\left(\hat{\imath} + \hat{\jmath}\right) \text{km/h}.$$

Equações 1 e 2 intem a) 0.4 pontos cada. V = 108km/h (0.7 pontos)
b) 0.5 ponto c) 0.5 ponto.

3) Uma barra uniforme de comprimento 1 m, tem fixado em cada extremidade uma pequena esfera. O sistema barra-esferas possui um momento de inércia $I = 1$ Kg.m^2.
A barra gira num plano horizontal, em torno de um eixo vertical que passa por seu ponto médio. Em um dado instante, observa-se que a barra gira com velocidade angular de 20 rad/s. Em virtude do atrito com o eixo a barra chega ao repouso 10 s mais tarde. Supondo constante o torque do atrito com o eixo calcule:
a) O módulo da velocidade linear inicial das esferas.
b) a Aceleração Angular (supondo constante).
c) O torque retardador devido ao atrito no eixo.
d) O numero de rotações efetuadas durante os 10 s.



a) velocidade v_0= ? $_0$R=20rad/s.0,5m=10m/s

(0,5 ponto)

b) ? $_0$= 20 rad/s , ? $_f$=0

a=? $_f$-? $_0$/?t=-20/10 rad/s^2 =-2 rad/s^2

(0,7 ponto)

c) O torque do atrito é dado pela eq. t=I.a=-1Kg.m^2 .2 rad/s2=-2 Nm

(0,7 ponto)

d) ? ?=? $_0$? t+ (a /2)? t^2=200rad-100rad=100rad

n= ??/2p=15,9

(0,6 ponto)

4) Um disco de massa M e raio R gira com velocidade angular w_0 sobre um eixo cujo momento de inércia é desprezível. Uma esfera sólida com a mesma massa M e raio R é acoplada no mesmo eixo. Inicialmente, a esfera estava girando em sentido contrário ao do disco, mas com a mesma velocidade angular w_0.

(a) Qual é a velocidade angular do sistema resultante constituído pelo eixo juntamente com os dois objetos? Em qual sentido ele está girando?
(b) Qual é a fração da energia cinética inicial perdida neste processo?

Dados: $I_D = \frac{1}{2}MR^2$ (Disco) ; $I_E = \frac{2}{5}MR^2$ (Esfera)

Solução:

Obs: Nesta solução, adotaremos que o eixo z é positivo no sentido do vetor velocidade angular da esfera.

(a) Inicialmente, temos o disco girando com velocidade angular $-w_0$ e a esfera com velocidade angular w_0. Logo, o momento angular total inicial é dado por:

$$L_i = I_D(-w_0) + I_E w_0 = (I_E - I_D)w_0 \quad \text{(0.5 ponto)}$$

Onde I_D e I_E são, respectivamente, os momentos de inércia do disco e da esfera:

$$I_D = \frac{1}{2}MR^2 \quad \text{(Disco)} \quad ; \quad I_E = \frac{2}{5}MR^2 \quad \text{(Esfera)}$$

Após o acoplamento, os dois corpos estarão girando no mesmo sentido com uma mesma velocidade angular w_f. Neste caso, o momento linear total após o acoplamento é dado por:

$$L_f = I_D w_f + I_E w_f = (I_E + I_D)w_0 \ \ (0.5)$$

Como não há ação de torques externos durante o acoplamento, o momento angular total do sistema é conservado. Portanto:

$$L_i = L_f \ \Rightarrow \ (I_E - I_D)w_0 = (I_E + I_D)w_f \ \Rightarrow \ w_f = \frac{(I_E - I_D)}{(I_E + I_D)}w_0 \ \ \text{(0.25 pontos)}$$

Mas: $(I_E - I_D) = -\frac{1}{10}MR^2$ e $(I_E + I_D) = \frac{9}{10}MR^2$, logo:

$$w_f = \frac{\left(-\frac{1}{10}MR^2\right)}{\left(\frac{9}{10}MR^2\right)}w_0 = -\frac{1}{9}w_0 \quad \text{(0.25 pontos)}$$

Logo, concluímos que o sistema acoplado está girando com velocidade angular igual à 1/9 (aproximadamente 11%) de w_0, no mesmo sentido em que o disco estava girando inicialmente, pois w_f tem o mesmo sinal da velocidade angular inicial do disco (ambos são negativos).

(b) A energia cinética total inicial é dada por:

$$K_i = \frac{1}{2}I_D(-w_0)^2 + \frac{1}{2}I_E(w_0)^2 = \frac{1}{2}(I_D + I_E)w_0{}^2 \ \ \text{(0.3 pontos)}$$

Após o acoplamento, tanto o disco quanto a esfera giram com velocidade angular w_f. Assim , a energia cinética total final (após o acoplamento), é dada por:

$$K_f = \frac{1}{2}I_D w_f{}^2 + \frac{1}{2}I_E w_f{}^2 = \frac{1}{2}(I_D + I_E)w_f{}^2 \ \ \text{(0.3 pontos)}$$

A fração da energia cinética inicial perdida no processo é dada por:

$$f = \frac{K_i - K_f}{K_i} = \frac{w_0{}^2 - w_f{}^2}{w_0{}^2} = \frac{w_0{}^2 - \left(-\frac{1}{9}w_0\right)^2}{w_0{}^2} = 1 - \frac{1}{81} \approx 0{,}99 \ \ \text{(0.4 pontos)}$$

Concluímos então que 99% da energia cinética inicial foi perdida no processo, ou seja, quase toda a energia cinética inicial do sistema foi dissipada.