Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação - FEEC
Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP
EE400 - Métodos da Engenharia Elétrica
Exame - 10/12/2008 - prof. Rafael

1) Calcule a integral de linha:

$$\oint_C (2y + 2z + ln(x))dx + (x + 3z - \sin^2 y)dy + (x + y + 1)dz$$

sendo C a circunferência com centro em $(1, 1, 1)$, raio $r = 2$ e contida no plano ortogonal ao vetor unitário:

$$\vec{n} = \frac{1}{3}\vec{i} + \frac{2}{3}\vec{j} + \frac{2}{3}\vec{k}$$

2) Encontre todos os possíveis valores para e^i.

3) Obtenha a transformação bilinear $w = f(z)$ que transforme o círculo $|z| = 1/2$ no círculo unitário $|w| = 1$ e que transforme o círculo $|z - 2| = 1/2$ em algum círculo $|w| = r_0 < 1$

4) Obtenha a série de Laurent para a função $f(z) = \frac{1}{(z-2)(z-3)}$ em torno de $z_0 = 1$, que convirja na região $1 < |z - 1| < 2$.

5) Calcule, pelo método dos resíduos:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(4 + x^2)^2}.$$

Fórmulas:

Em coordenadas cilíndricas:

$$\vec{dl} = dr\ \vec{a_r} + r\ d\phi\ \vec{a_\phi} + dz\ \vec{a_z}$$
$$grad(f) = \frac{\partial f}{\partial r}\vec{a_r} + \frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial \phi}\vec{a_\phi} + \frac{\partial f}{\partial z}\vec{a_z}$$
$$div(\vec{v}) = (\frac{v_r}{r} + \frac{\partial v_r}{\partial r}) + \frac{1}{r}\frac{\partial v_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial v_z}{\partial z}$$
$$rot(\vec{v}) = (\frac{1}{r}\frac{\partial v_z}{\partial \phi} - \frac{\partial v_\phi}{\partial z})\vec{a_r} + (\frac{\partial v_r}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial r})\vec{a_\phi} + \frac{1}{r}(\frac{\partial (r v_\phi)}{\partial r} - \frac{\partial v_r}{\partial \phi})\vec{a_z}$$

Em coordenadas esféricas:

$$\vec{dl} = dr\vec{a_r} + r\ sen\theta\ d\phi\ \vec{a_\phi} + r\ d\theta\vec{a_\theta}$$
$$grad(f) = \frac{\partial f}{\partial r}\vec{a_r} + \frac{1}{rsen\theta}\frac{\partial f}{\partial \phi}\vec{a_\phi} + \frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial \theta}\vec{a_\theta}$$
$$div(\vec{v}) = \frac{1}{r^2}\frac{\partial (r^2 v_r)}{\partial r} + \frac{1}{rsen\theta}\frac{\partial (sen\theta v_\theta)}{\partial \theta} + \frac{1}{rsen\theta}\frac{\partial v_\phi}{\partial \phi}$$
$$rot(\vec{v}) = \frac{1}{rsen\phi}(\frac{\partial (v_\phi sen\theta)}{\partial \theta} - \frac{\partial v_\theta}{\partial \phi})\vec{a_r} + \frac{1}{r}(\frac{\partial (r v_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial v_r}{\partial \theta})\vec{a_\phi} + \frac{1}{r}(\frac{1}{sen\theta}\frac{\partial v_r}{\partial \phi} - \frac{\partial (r v_\phi)}{\partial r})\vec{a_\theta}$$

Teorema de Gauss: $\oint_S \vec{F} \cdot \vec{n}\ dA = \int_T div\vec{F}\ dV$
Teorema de Stokes: $\oint_C \vec{F} d\vec{r} = \int_S rot\vec{F} \cdot \vec{n}\ dA$