

F 315 C - I Teste (19/03/2012)

Nome:

GABARITO

RA:

A velocidade de uma partícula de massa m varia com a distância x como $v(x) = ax^{-b}$, onde a e b são constantes positivas. Assuma que $v(t=0) = 0$ e $x(t=0) = 0$.

(a) Encontre a força $F(x)$ responsável por este movimento. (4.0)

(b) Determine $x(t)$. (4.0)

(c) Determine $F(t)$. (2.0)

$$(a) \quad v(x) = ax^{-b}$$

$$F = m \frac{dv}{dt} = m \frac{dv}{dx} \frac{dx}{dt} = m v \frac{dv}{dx}$$

$$\frac{dv}{dx} = -abx^{-b-1}$$

$$F(x) = m \cdot (ax^{-b}) (-abx^{-b-1}) = -a^2 b m x^{-2b-1} //$$

$$(b) \quad v = \frac{dx}{dt} = ax^{-b} \Rightarrow x^b \frac{dx}{dt} = a \Rightarrow \int x^b \frac{dx}{dt} dt = \int a dt + C$$

$$\Rightarrow \int x^b dx = at + C \Rightarrow \frac{1}{b+1} x^{b+1} = at + C \Rightarrow x^{b+1} = (b+1)(at + C)$$

$$\Rightarrow x(t) = [(b+1)(at + C)]^{1/(b+1)}$$

Cond. Inicial: $x(t=0) = 0 \Rightarrow C = 0$

$$\Rightarrow x(t) = [(b+1)at]^{1/(b+1)} \quad x(t) = [(b+1) \cdot at]^{1/(b+1)}$$

$$\textcircled{c} \quad F(x) = a^2 b m x^{-2b-1} \quad (\text{item a})$$

$$x(t) = [(b+1)at]^{\frac{1}{b+1}} \quad (\text{item b})$$

$$\Rightarrow F(t) = -a^2 b m [(b+1)at]^{-\frac{(2b+1)}{b+1}}$$