EA721 - Princípios de Controle e Servomecanismos
1o. Semestre de 2007 - 2a. Prova - Prof. Paulo Valente

RA: **Nome:** **Ass.:**

Importante. Na resolução das questões a seguir, é absolutamente imprescindível que os métodos e procedimentos utilizados sejam descritos de forma clara. Use a calculadora apenas para executar operações numéricas mais complicadas. Não resolva questões *na calculadora*.

Q1. [2 pts] Construa o Lugar das Raízes associado à equação característica

$$1 + k\frac{s+2}{(s+1)(s^2+6s+10)} = 0$$

para $0 \leq k \leq \infty$. Especificamente, obtenha

a) [1 pt] As seguintes quantidades, quando aplicáveis: número e intersecção de assíntotas, pontos de entrada e saída no eixo real e pontos de cruzamento com o eixo imaginário;

b) [1 pt] Os ângulos de partida dos pólos e o esboço do Lugar das Raízes. Indique claramente os pontos de partida (quando $k = 0$), de chegada (quando $k \to \infty$), e os sentidos dos ramos do Lugar das Raízes.

Q2. [2 pts] Considere o sistema de controle com realimentação unitária da Figura 1 com

$$P(s) = \frac{3}{s(s+2)^2}.$$

a) [1 pt] Projete um compensador atraso de forma a obter erro de regime para entrada rampa unitária igual a 0.2;

b) [1 pt] Esboce o Lugar das Raízes do sistema compensado. (Ao indicar o zero e o pólo do compensador, não é necessário manter a escala no eixo real do plano s. Um esboço qualitativo é suficiente.)

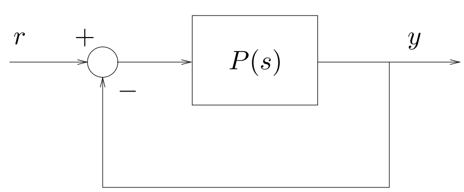


Figura 1

Q3. [2 pts] Considere o sistema de controle com realimentação unitária da Figura 1 com

$$P(s) = \frac{4}{s(s+2)}.$$

a) [1 pt] Projete um compensador avanço de forma a obter pólos complexos conjulgados dominantes em $-2 \pm j2\sqrt{3}$. Faça $T = 0.25$ s;

b) [1 pt] Esboce o Lugar das Raízes do sistema compensado.

As questões **Q4** e **Q5** a seguir dizem respeito ao sistema de controle com realimentação unitária da Figura 1. A resposta em freqüência da função de transferência $P(s)$ é apresentada na Tabela 1. Adote sempre os valores da tabela mais próximos (em valor absoluto) aos valores teóricos procurados.

Q4. [2 pts] Determine, deixando perfeitamente claros os procedimentos adotados,

a) [1 pt] O erro de regime do sistema para a entrada degrau unitário;

b) [1 pt] O ganho k_c de um compensador proporcional que associado em série com $P(s)$ fornece MF $= 40^o$.

Q5. [2 pts] Projete compensadores de tal forma que a margem de fase do sistema compensado seja de 40^o com margem adicional de 5^o, mantendo o ganho estático apresentado pelo sistema não-compensado. Os compensadores a serem projetados devem ser do tipo

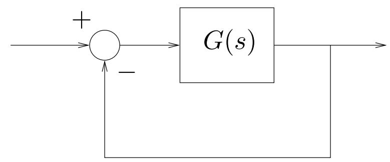
a) [1 pt] Avanço;

b) [1 pt] Atraso.

Tabela 1 – Resposta em Freqüência de $P(s)$.

ω (rad/s)	$\mid P(j\omega) \mid$ (dB)	$\angle P(j\omega)$ (graus)
0.0100	13.9788	-0.9740
0.0200	13.9772	-1.9479
0.0253	13.9758	-2.4658
0.0321	13.9736	-3.1214
0.0406	13.9702	-3.9510
0.0514	13.9646	-5.0008
0.0650	13.9557	-6.3286
0.0823	13.9415	-8.0073
0.1000	13.9236	-9.7188
0.1042	13.9188	-10.1279
0.1320	13.8825	-12.8031
0.1670	13.8248	-16.1713
0.2115	13.7333	-20.3984
0.2677	13.5892	-25.6769
0.3389	13.3643	-32.2187
0.4291	13.0182	-40.2357
0.5432	12.4965	-49.9049
0.6877	11.7311	-61.3198
0.8706	10.6463	-74.4403
1.0000	9.8297	-82.8750
1.1021	9.1688	-89.0674
1.3952	7.2384	-104.8605
1.7663	4.8159	-121.3887
2.2361	1.8842	-138.1897
2.8308	-1.5530	-154.8187
3.5837	-5.4768	-170.8741
4.5368	-9.8560	-185.9997
5.7435	-14.6477	-199.8829
7.2711	-19.7963	-212.2750
9.2050	-25.2360	-223.0313
10.0000	-27.2032	-226.4144
11.6532	-30.8991	-232.1340
14.7525	-36.7239	-239.6789
18.6763	-42.6606	-245.8350
23.6435	-48.6721	-250.8023
29.9320	-54.7324	-254.7804
37.8929	-60.8241	-257.9502
47.9712	-66.9358	-260.4680
60.7300	-73.0600	-262.4638
76.8823	-79.1922	-264.0437
97.3305	-85.3293	-265.2934
100.0000	-86.0336	-265.4189

Erros de Regime



N	$1/s$	$1/s^2$	$1/s^3$	Constante
0	$1/(1+k_p)$	∞	∞	$k_p = \lim_{s\to 0} G(s)$
1	0	$1/k_v$	∞	$k_v = \lim_{s\to 0} sG(s)$
2	0	0	$1/k_a$	$k_a = \lim_{s\to 0} s^2G(s)$

Lugar das Raízes. Considere

$$1 + kG(s) = 1 + k\frac{N(s)}{D(s)} = 0.$$

1. Magnitude e fase: $|kG(s)| = 1, \quad \angle G(s) = 180^o \times r,\ r = \pm 1, \pm 3, \ldots$.
2. Assíntotas: $\theta = \dfrac{180^o \times r}{n-m},\ r = \pm 1, \pm 3, \ldots$
3. Ângulos de partida e chegada: satisfazem
$$\sum_i \phi_{z_i} - \sum_j \phi_{p_j} = 180^o \times r,\ r = \pm 1, \pm 3, \ldots$$
4. Pontos de entrada e saída: entre as raízes de
$$D'(s)N(s) - D(s)N'(s) = 0$$
5. Pontos de cruzamento com o eixo imaginário: Critério de Routh-Hurwitz

Compensação Avanço: $C(s) = k_c\alpha\dfrac{Ts+1}{\alpha Ts+1},\ T > 0,\ 0 < \alpha < 1$

$$\operatorname{sen}\phi_m = \frac{1-\alpha}{1+\alpha}, \quad \omega_m = \frac{1}{T\sqrt{\alpha}}, \quad 20\log\left|\frac{jT\omega+1}{j\alpha T\omega+1}\right|_{\omega=\omega_m} = 20\log\frac{1}{\sqrt{\alpha}}.$$

Compensação Atraso: $C(s) = k_c\beta\dfrac{Ts+1}{\beta Ts+1},\ T > 0,\ \beta > 1$

$$20\log\left|\frac{jT\omega+1}{j\beta T\omega+1}\right| = -20\log\beta \qquad (\omega >> 1/T).$$

Respostas (Valores Numéricos)

Q1. a) $m = 1$, $n = 3$, $n - m = 2$ assíntotas, intersecção em $\sigma_a = -2.5$, ângulos $+90^o$ e -90^o, sem cruzamento com o eixo imaginário; sem pontos de entrada e/ou saída no eixo real; b) $\cdots$;

Q2. a) $C(s) = (s + 0.01)/(s + 0.0015)$ $(\beta = 20/3,\ k_c = 1)$, b) $\cdots$;

Q3. a) $C(s) = 6(s + 4)/(s + 8)$, b) $\cdots$;

Q4. a) $k_P = 5,\ e_d = 1/6$, b) $k_c = 0.8050$;

Q5. a) $C(s) = 2.0259(s+1.9888)/(s+4.0292)$, b) $C(s) = 0.8050(s+0.2236)/(s+0.1800)$.