1) ______

2) ______

3) ______

4) ______

Nota: ______

3ª Prova de F 428, Noturno, Turma:____

28/11/2007

Nome:____ RA :__________

1- Considere uma caixa cúbica de paredes impenetráveis onde desejamos colocar apenas 10 elétrons. Sabendo-se que os níveis de energia nesta caixa são dados por $E(n_x, n_y, n_z) = n^2\pi^2\hbar^2/2ma^2$, onde $n^2 = n_x^2 + n_y^2 + n_z^2$ com $n_x, n_y, n_z = 1,2,3,\ldots$, m é a massa do elétron, e a é a aresta da caixa e pede-se:

a) A energia do último estado populado a $T = 0$.

b) A energia total do estado fundamental do sistema.

c) O estado fundamental deste sistema de 10 elétrons é degenerado? Por quê?

2- Considere um átomo de hidrogênio no estado n=3.

(a) Qual o trabalho necessário para separar o elétron do próton?

(b) Qual é o número de estados quânticos possíveis (justifique)?

(c) Considere agora que o átomo de hidrogênio esteja no seu estado fundamental, que é descrito pela função de onda radial:

$$\psi(r) = K \exp\left(-\frac{r}{a}\right)$$

em que K é uma constante e o raio de Bohr é dado em termos de constantes fundamentais por $a = h^2\varepsilon_0 / \pi m e^2$. Usando a equação de Schrödinger em coordenadas esféricas dada abaixo, encontre a energia do estado fundamental em termos apenas de constantes fundamentais.

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2 \frac{d\psi}{dr}\right) + \frac{8\pi^2 m}{h^2}\left[E - U(r)\right]\psi(r) = 0 \qquad U(r) = -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

3- O número de elétrons de condução por unidade de volume de um material é dado por

$$n = \int_0^\infty N_0(E)dE$$

onde $N_0(E)=N(E)P(E)$ é a densidade de estados ocupados em função da densidade de estados possíveis N(E) e da probabilidade de ocupação de Fermi-Dirac, dadas por

$$N(E) = \frac{8\sqrt{2}\pi m^{3/2}}{h^3}E^{1/2} \qquad \text{e} \qquad P(E) = \frac{1}{e^{(E-E_F)/kT}+1} .$$

(a) Calcule, utilizando a equação da probabilidade de ocupação de Fermi-Dirac, quais as probabilidades de ocupação de estados com energia inferior e superior à energia de Fermi a T=0 K.

(b) Calcule a expressão da Energia da Fermi em função da densidade de elétrons de condução **n**.

(c) A 300 K, a probabilidade de ocupação de um estado cuja energia é 5% **maior** que a energia de Fermi é 0,1. Nesta mesma temperatura, qual é a probabilidade de ocupação de um estado cuja energia seja 5% **menor** que a energia de Fermi.

4- Em geral, os decaimentos radioativos ocorrem em mais de um único passo. Seja uma cadeia de dois passos dada por $X \rightarrow Y \rightarrow Z$ onde, inicialmente, existe um número N_{X0} de átomos do elemento X e ainda nenhum subproduto Y e Z. A quantidade do elemento Y para $t > 0$ é dada por

$$N_Y(t) = N_{X0} \frac{\lambda_X}{\lambda_X - \lambda_Y} \left[\exp(-\lambda_Y t) - \exp(-\lambda_X t) \right],$$

onde os fatores λ são as constantes de decaimento. Se os tempos de meia-vida dos elementos X e Y se relacionam por $T_Y = 2\,T_X$,

(a) Escreva a relação entre λ_X e λ_Y.

(b) Determine o tempo para o qual $N_Y(t)$ é máximo, expressando a resposta em função de λ_Y.

(c) Agora expresse a resposta do ítem anterior em função de λ_X.

(d) Qual é o número máximo de partículas Y produzidas nessa cadeia?