EA721 – 1º semestre de 2006 – Prova I

Sem consulta – Duração: 100 minutos

Aluno: Pedro H. S. Mardell RA: 027086

(1,5) Questão 1) Dada a resposta ao degrau unitário a seguir, encontre K, ξ e ω_n para que a função de transferência $G(s) = K\dfrac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$ seja capaz de reproduzi-la.

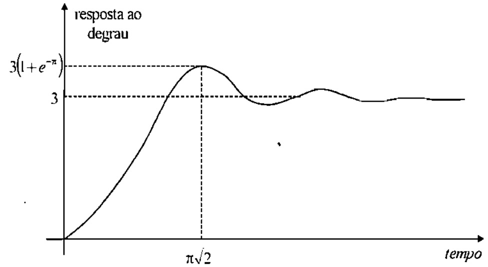


Figura 1

(3,0) Questão 2) Tomando o sistema de controle da Figura 2, faça:

(a) Obtenha $G_R(s)$, $G_W(s)$ e $G_V(s)$ tal que: $Y(s) = G_R(s)R(s) + G_W(s)W(s) + G_V(s)V(s)$ Lb ?

(b) Tome $W(s) = 0$, $V(s) = 0$, $F(s) = 1$, $C(s) = K$ e $P(s) = \dfrac{1}{\tau s + 1}$ e calcule a faixa de passagem em malha fechada;

(c) Para as mesmas condições do item (b), obtenha a sensibilidade $S_\tau^{G_{MF}}$ da função de transferência em malha fechada $G_{MF}(s)$ em relação à constante de tempo τ e faça um esboço do gráfico $\left|S_\tau^{G_{MF}}\right| \times \omega$.

K $\dfrac{1}{\tau s+1}$

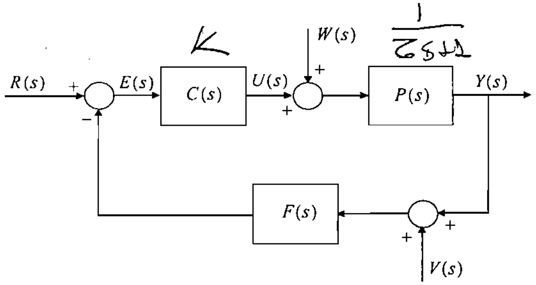


Figura 2

(2,0) Questão 3) Tomando o sistema de controle da Figura 2, faça $W(s) = 0$, $V(s) = 0$, $F(s) = 1$ e $P(s) = \dfrac{1}{s(s+2)}$. Existem as seguintes alternativas para o controlador:

(A1) $C_1(s) = K$; (A2) $C_2(s) = K(s+a)$; (A3) $C_3(s) = \dfrac{K}{s+a}$; (A4) $C_4(s) = K\dfrac{s+a}{s+b}$.

(a) Com base nos lugares das raízes abaixo, para $K \in [0,+\infty]$, quais seriam as alternativas viáveis de controlador (não necessariamente com os valores de a e b utilizados) para atender a seguinte região de alocação para os pólos dominantes. Repare que as assíntotas se interceptam no eixo real no ponto $\boxed{\dfrac{\text{somatória dos pólos} - \text{somatória dos zeros}}{\text{número de pólos} - \text{número de zeros}}}$.

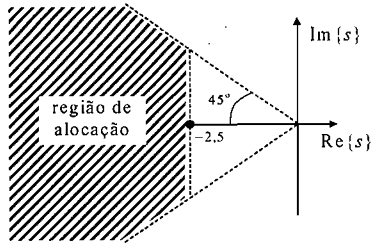
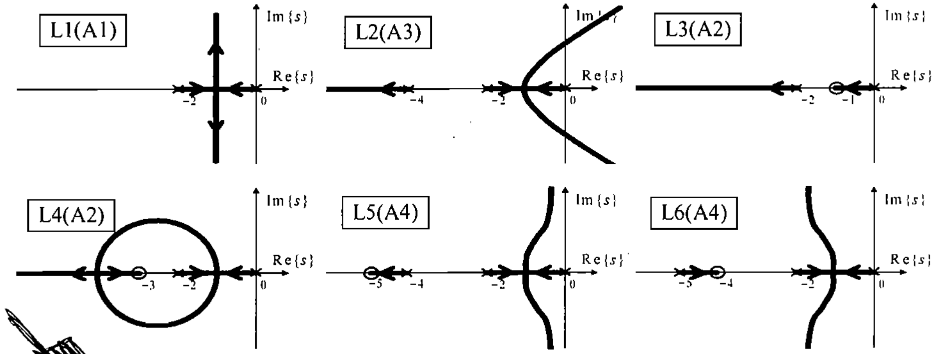
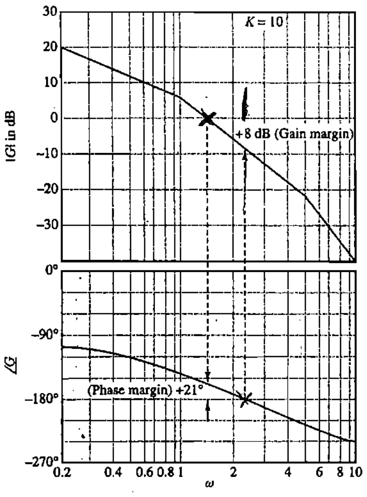


Figura 3



(b) Com base na Figura 3, quais são os critérios de desempenho que estão sendo considerados? Forneça valores quantitativos.

(4,0) Questão 4) Tomando o sistema de controle da Figura 2, faça $W(s) = 0$, $V(s) = 0$, $F(s) = 1$, $C(s) = 10$ e $P(s) = \dfrac{1}{s(s+1)(s+5)}$. O diagrama de Bode e as margens de ganho e fase estão apresentadas na figura a seguir. 20 = 20 log



(a) Com base no diagrama de Bode e/ou na função de transferência do sistema, esboce o diagrama de Nyquist correspondente e indique nele as margens de ganho e fase.

(b) Com base no diagrama de Nyquist esboçado, obtenha os valores exatos de freqüência e módulo no momento em que o diagrama de Nyquist cruza o eixo real, envolvendo ou não o ponto $-1+j0$. Trabalhe com $C(s)P(s) = \dfrac{10}{s(s+1)(s+5)}$.

(c) Tome agora $C(s) = K$ e obtenha o erro de regime para entrada degrau unitário. Trabalhe com a função de transferência de malha fechada.

(d) Indique a faixa de valores de K que garante estabilidade assintótica.

(1,0) Questão 5)

(a) Dado que o modelo matemático do pêndulo invertido com carro, após a linearização em torno de $\theta = 0$, $\dot{\theta} = 0$, assume a forma:

$$\begin{cases} (M+m)\dfrac{d^2x}{dt^2} + ml\dfrac{d^2\theta}{dt^2} = u \\ l\dfrac{d^2\theta}{dt^2} + \dfrac{d^2x}{dt^2} = g\theta \end{cases}$$

obtenha $G(s)$ tal que:

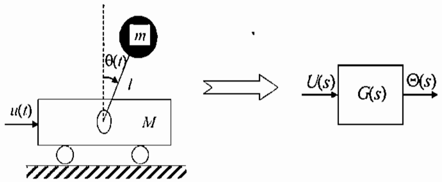


Figura 4

(b) Em situações práticas de controle, frente à disponibilidade de sensores precisos que medem posição angular e velocidade angular do pêndulo, pode ser necessário aumentar o fator de amortecimento do sistema. Partindo da função de transferência da Figura 4, proponha um diagrama de blocos que leve a um aumento no fator de amortecimento do sistema.

(0,5) Questão 6) Na obtenção do modelo matemático do pêndulo normal ou do pêndulo invertido (sejam eles acoplados a um carro em movimento translacional ou a um motor que traciona a haste), há a linearização em torno de um ponto de operação, após a conclusão do equacionamento matemático. Concluídas as etapas de equacionamento matemático e linearização, procede-se ao projeto de controle. Seja a tarefa de controle: (*i*) partir com o pêndulo na posição da Figura 5(a); (*ii*) conduzi-lo até a posição da Figura 5(b); (*iii*) mantê-lo nesta posição. Logo, há um ponto de operação, mas a condição inicial está muito distante dele. Como você faria para projetar o seu sistema de controle nessas condições? Observação: não é para projetar, equacionar ou linearizar, mas para dizer em que se constituiria o projeto de controle.

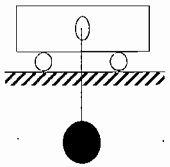


Figura 5(a)

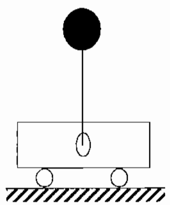
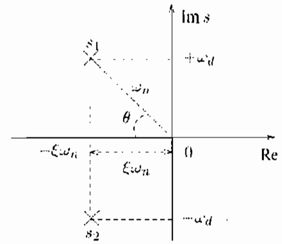


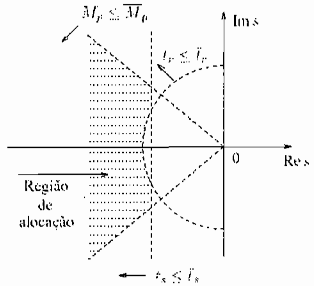
Figura 5(b)

Formulário e Informações Gerais

- o sistema de 1a. ordem $G(s) = \dfrac{K}{\tau s + 1}$ tem constante de tempo $\dfrac{1}{\tau}$.
- o sistema de 2a. ordem $G(s) = K\dfrac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$ tem constante de tempo $\dfrac{1}{\xi\omega_n}$.



- $G(s) = K\dfrac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$
- ξ: fator de amortecimento
- ω_n: freqüência natural ou não-amortecida
- ω_n: freqüência de oscilação forçada ou amortecida
- $\xi = \cos\theta$ e $\omega_d = \omega_n \operatorname{sen}\theta = \omega_n\sqrt{1-\cos^2\theta} = \omega_n\sqrt{1-\xi^2}$
- $\xi = 0$: resposta não-amortecida
- $0 < \xi < 1$: resposta sub-amortecida
- $\xi = 1$: resposta criticamente amortecida
- $\xi > 1$: resposta sobre-amortecida



Critérios de Desempenho:

- $t_r \le \bar{t}_r$ e/ou $t_s \le \bar{t}_s$ e/ou $M_p \le \overline{M}_p$
- Tempo de subida (10% a 90%): $t_r \cong 1{,}8/\omega_n$
- Tempo de acomodação (2%): $t_s \cong 4/\xi\omega_n$
- Máxima sobre-elevação: $M_p = \dfrac{y(t_p) - y(\infty)}{y(\infty)} = e^{-\left(\frac{\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}\right)}$
- Tempo de pico: $t_p = \dfrac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\xi^2}} = \dfrac{\pi}{\omega_d}$
- Teorema do Valor Final: $\lim\limits_{t\to\infty} y(t) = \lim\limits_{s\to 0} sY(s)$
- Ressonância em respostas sub-amortecidas de sistemas de 2a. order:

$\omega_r = \omega_n\sqrt{1-2\xi^2}$; $M_r = |G(j\omega_r)| = \dfrac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}}$; $0 \le \xi \le \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

- Expansão em Série de Taylor até 1a. ordem: função de 2 variáveis, em torno do ponto (x_0, y_0)

$$f(x,y) \cong f(x_0,y_0) + \left.\frac{\partial f(x,y)}{\partial x}\right|_{(x,y)=(x_0,y_0)}(x - x_0) + \left.\frac{\partial f(x,y)}{\partial y}\right|_{(x,y)=(x_0,y_0)}(y - y_0)$$

- Faixa de passagem para filtros passa-baixa: $\omega \in [0, \omega_{FP}]$ tal que $|G(j\omega_{FP})| = \dfrac{|G(j0)|}{\sqrt{2}} \Rightarrow |G(j\omega_{FP})|_{dB} \cong |G(j0)|_{dB} - 3$
- Função de sensibilidade de $G(s)$ em relação a um parâmetro p: $S_p^G(s) = \dfrac{\partial G(s)}{\partial p}\dfrac{p}{G(s)}$

Lugar das Raízes. Considere

$$1 + kG(s) = 1 + k\frac{N(s)}{D(s)} = 0.$$

1. Magnitude e fase: $|kG(s)| = 1$, $\angle G(s) = 180^o \times r$, $r = \pm 1, \pm 3, \ldots$
2. Assíntotas: $\theta = \dfrac{180^o \times r}{n - m}$, $r = \pm 1, \pm 3, \ldots$
3. Ponto de interseção:
$$\sigma_a = \frac{\sum_i p_i - \sum_j z_j}{n - m}$$
4. Ângulos de partida e chegada: satisfazem
$$\sum_i \phi_{z_i} - \sum_j \phi_{p_j} = 180^o \times r,\ r = \pm 1, \pm 3, \ldots$$
5. Pontos de entrada e saída: entre as raízes de
$$D'(s)N(s) - D(s)N'(s) = 0$$