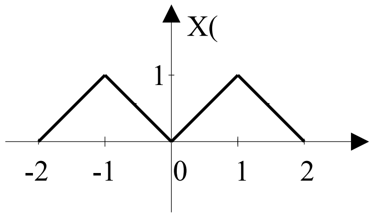
EA 614 - 3ª Prova: 26/05/2004 - Duração: 110 min. - Sem consulta

1- Considere a transformada de Fourier $X(\omega)$, mostrada abaixo, referente a um sinal $x(t)$.



a) Demonstre, sem calcular a transformada inversa, se:

a1) (0,5) $x(t)$ é real ou complexo;

a2) (0,5) $x(t)$ tem simetria par ou ímpar, ou não tem simetria.

b) (0,5) Calcule a energia de $x(t)$.

2- Considere o sinal

$$x(t) = \begin{cases} \dfrac{t}{5T}\ cos(2\pi t/T); & 0 \leq t \leq 5T \\ (2 - \dfrac{t}{5T})\ cos(2\pi t/T); & 5T < t \leq 10T \\ 0; & c.c. \end{cases}$$

a) (0,5) Esboce $x(t)$.

b) (2,0) Calcule a transformada de Fourier de $x(t)$.

3- Considere um sistema linear e invariante com o tempo com função de transferência $H(\omega)$ dada por

$$H(\omega) = \begin{cases} 10; & |\omega| < \omega_0 \\ 0; & c.c. \end{cases}$$

Considere que o sinal $x(t) = (2\omega_0/\pi)Sa(2\omega_0 t)$ é colocado na entrada do sistema, produzindo o sinal $y(t)$ na saída.

a) (1,0) Calcule a transformada de Fourier de $y(t)$.

b) (1,0) Calcule $y(t)$.

4- Seja $X(\omega) = \pi A \sum_{k=-\infty}^{\infty} Sa^2(k\pi/2)\delta(\omega - k\pi)$ a transformada de Fourier de $x(t)$.

a) (0,5) Esboce $X(\omega)$.

b) (1,5) Calcule $x(t)$.

5- Considere $x(t) = e^{-2(t-10)}u(t-10) + e^{2(t+10)}u(-t-10)$.

a) (0,5) Esboce $x(t)$.

b) (1,5) Calcule a transformada de $x(t)$.

Propriedades da transformada de Fourier

Se $x(t) \longleftrightarrow X(\omega)$, então

- $x(t-t_0) \longleftrightarrow X(\omega)e^{-j\omega t_0}$
- $x(t)e^{j\omega_0 t} \longleftrightarrow X(\omega-\omega_0)$
- $\dfrac{dx(t)}{dt} \longleftrightarrow j\omega X(\omega)$
- $\displaystyle\int_{-\infty}^{t} x(\tau)d\tau \longleftrightarrow \frac{X(\omega)}{j\omega} + \pi X(0)\delta(\omega)$
- $x_1(t) * x_2(t) \longleftrightarrow X_1(\omega).X_2(\omega)$
- $x_1(t).x_2(t) \longleftrightarrow X_1(\omega) * X_2(\omega)/2\pi$
- $X(t) \longleftrightarrow 2\pi x(-\omega)$
- se $x(t) = x(t+T),\ \forall\ t$, então $X(\omega) = \dfrac{2\pi}{T}\displaystyle\sum_{k=-\infty}^{\infty} X_T(2\pi k/T)\delta(\omega - 2\pi k/T)$,
  onde $X_T(\omega) = \Im\{$um período de $x(t)\}$

Sinais e suas transformadas

- $\delta(t) \longleftrightarrow 1$
- $1 \longleftrightarrow 2\pi\delta(\omega)$
- $p_{2T_1}(t) \longleftrightarrow 2T_1\ Sa(\omega T_1)$
- $Tri_{4T_1}(t) \longleftrightarrow 2T_1\ Sa^2(\omega T_1)$
- $cos(\omega_0 t) \longleftrightarrow \pi\{\delta(\omega+\omega_0) + \delta(\omega-\omega_0)\}$
- $sen(\omega_0 t) \longleftrightarrow j\pi\{\delta(\omega+\omega_0) - \delta(\omega-\omega_0)\}$
- $e^{-at}u(t),\quad (|a|>0) \longleftrightarrow \dfrac{1}{a+j\omega}$
- $e^{-a|t|},\quad (|a|>0) \longleftrightarrow \dfrac{2a}{a^2+\omega^2}$