EA721 - Princípios de Controle e Servomecanismos

1o. Semestre de 2008 - 2a. Prova - Prof. Paulo Valente

RA: **Nome:** **Ass.:**

> **Importante**. Na resolução das questões a seguir, é absolutamente imprescindível que os procedimentos utilizados sejam descritos de forma clara. Use a calculadora apenas para executar operações numéricas finais mais complicadas. Não *resolva* questões na calculadora.

Q1. [2 pts] O ganho direto entre a entrada de referência e a saída controlada de um sistema de controle com realimentação unitária é dado por

$$G(s) = \frac{k}{s(s-1)}.$$

Use o Critério de Nyquist para verificar se existe algum valor de $k > 0$ para o qual o sistema de controle em malha fechada é estável.

Q2. [2 pts] Um sistema de controle com realimentação unitária tem como ganho direto entre a entrada de referência e a saída controlada a função de transferência

$$G(s) = \frac{k(s+2)}{s(s+1)(s+3)}.$$

Existe algum valor de $k > 0$ para o qual o(s) pólo(s) dominante(s) do sistema produz(em) resposta ao degrau unitário com tempo de acomodação $t_s = 4/\sigma$ menor ou igual a 2 s? Sabe-se que $\sigma = |p|$ para um pólo real p e $\sigma = \xi\omega_n$ para pólos complexos conjulgados $-\xi\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\xi^2}$. Considere pólo(s) dominante(s) como sendo o(s) pólo(s) mais proximo(s) do eixo imaginário do Plano s.

Justifique sua resposta com base num esboço do Lugar das Raízes do sistema em função de $0 \leq k < \infty$. O esboço deve incluir os pólos e zeros de malha aberta, os pontos e direções associadas a $k = 0$ e $k \to \infty$, assíntotas (ângulos e intersecção), localização e sentidos dos ramos e a indicação de possíveis pontos de cruzamento com o eixo imaginário e de entrada e/ou saída no eixo real.

Q3. [2 pts] Considere o sistema de controle em malha fechada cuja equação característica é dada por

$$1 + k\frac{(s+1)(s+2)}{s^3} = 0.$$

Construa o Lugar das Raízes do sistema em função de $0 \leq k < \infty$. Além do esboço como definido na questão **Q2**, calcule os ângulos de partida (de pólos) e chegada (em zeros) e possíveis pontos de cruzamento com o eixo imaginário.

Determine a faixa de variação de k na qual o sistema de controle em malha fechada é estável.

Q4. [1 pts] Considere o sistema de controle com realimentação unitária cujo ganho no caminho direto entre a entrada de referência e a saída controlada é

$$G(s) = \frac{k}{s(s+1)^2}, \quad k > 0.$$

Determine a faixa de variação de k na qual a margem de ganho do sistema é maior ou igual a 10 dB.

Q5. [2 pts] A função de transfrência de malha aberta entre a entrada de referência e a saída controlada de um sistema de controle com realimentação unitária é

$$G(s) = \frac{1}{s(s+1)}.$$

Projete uma compensador por avanço de fase de forma a que os pólos dominantes do sistema produzam máxima sobreelevação de 15% e faixa de passagem de 10 rad/s. Sugestão: adote $T = 1$ s.

Q6. [1 pto] À planta de um sistema de controle com realimentação unitária associa-se em série um compensador por avanço de fase. Assuma $k_c\alpha = 1$. Sabe-se que a faixa de passagem ω_{FP} do sistema em malha fechada aumenta (e o tempo de subida t_r diminui) quando o ganho de malha aberta do sistema aumenta. Compare as faixas de passagem dos sistemas original e compensado por avanço de fase (maior, menor, igual ?). Use as características de magnitude e fase do compensador para justificar a sua comparação.

Informações Gerais

Máxima Sobreelevação e Faixa de Passagem. Ao consultar as tabelas abaixo, use sempre os valores que mais se aproximem dos teoricamente procurados.

Tabela 1: $\omega_{\mathrm{FP}}/\omega_n \times \xi$

ξ	$\omega_{\mathrm{FP}}/\omega_n$	ξ	$\omega_{\mathrm{FP}}/\omega_n$
0.1	1.55	0.6	1.15
0.2	1.51	0.7	1.01
0.3	1.45	0.8	0.87
0.4	1.37	0.9	0.75
0.5	1.27	1.0	0.64

Tabela 2: $M_p \times \xi$

ξ	M_p	ξ	M_p
0.1	72.9	0.6	9.48
0.2	52.7	0.7	4.60
0.3	37.2	0.8	1.52
0.4	25.4	0.9	0.15
0.5	16.3	1.0	0.00

Critério de Nyquist. $N = Z - P$, onde P e Z são os números de pólos e zeros envolvidos pela curva $\mathcal{C}_s$ (Plano s), respectivamente; N é o número de envolvimentos do ponto $-1 + j0$ pela curva $\mathcal{C}_G$ (Plano $G(s)$). Assume-se positivo (respectivamente, negativo) cada envolvimento no sentido horário (respectivamente, anti-horário).

Lugar das Raízes. Considere

$$1 + kG(s) = 1 + k\frac{N(s)}{D(s)} = 1 + k\frac{\prod_{j=1}^{m}(s - z_j)}{\prod_{i=1}^{n}(s - p_i)} = 0, \quad k > 0.$$

1. Magnitude e fase: $|kG(s)| = 1, \quad \angle G(s) = 180^o \times r,\ r = \pm 1, \pm 3, \ldots$.
2. Assíntotas:
$$\theta = \frac{180^o \times r}{n - m},\ r = \pm 1, \pm 3, \ldots; \qquad \text{(ângulos)}$$
$$\sigma_a = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_i - \sum_{j=1}^{m} z_j}{n - m}. \qquad \text{(intersecção)}$$
3. Ângulos de partida e chegada: satisfazem
$$\sum_{j=1}^{m} \phi_{z_j} - \sum_{i=1}^{n} \phi_{p_i} = 180^o \times r,\ r = \pm 1, \pm 3, \ldots$$

   ϕ_{z_j} (ϕ_{p_i}) são os ângulos entre os zeros (pólos) de $G(s)$ e o ponto de interesse.

4. Pontos de entrada e saída: entre as raízes de

$$D'(s)N(s) - D(s)N'(s) = 0.$$

5. Pontos de cruzamento com o eixo imaginário devem ser determinados por meio do Critério de Routh-Hurwitz.

Compensação Avanço:

$$C(s) = k_c \frac{s + \frac{1}{T}}{s + \frac{1}{\alpha T}} = k_c \alpha \frac{Ts + 1}{\alpha T s + 1},\ T > 0,\ 0 < \alpha < 1.$$

No projeto por resposta em freqüência,

$$\operatorname{sen} \phi_m = \frac{1-\alpha}{1+\alpha}, \quad \omega_m = \frac{1}{T\sqrt{\alpha}}, \quad 20 \log \left| \frac{jT\omega + 1}{j\alpha T\omega + 1} \right|_{\omega = \omega_m} = 20 \log \frac{1}{\sqrt{\alpha}}.$$

Respostas

Q1. Não existe $k > 0$ que atenda a especificação;

Q2. O sistema em malha fechada é instável – possui dois pólos no semiplano direito ($Z = 2$) – independentemente de $k > 0$;

Q3. Assíntota: 180^o; Ângulos de partida (pólo triplo em 0): $+60^o$,-60^o,$+180^o$; Ângulos de chegada: 0^o em $z_1 = -1$, 180^o em $z_2 = -2$; Intersecção com Im s: $\pm j\sqrt{2}$. O sistema em malha fechada é estável para $k > 2/3$;

Q4. $0 < k \leq 0.6325$;

Q5. $C(s) = 61.82(s + 1)/(s + 7.86)$ (a resposta não é única);

Q6. A faixa de passagem do sistema compensado é maior ou igual à do sistema original.