EA721 - Princípios de Controle e Servomecanismos
Primeiro Semestre de 2007 - Terceira Prova - Prof. Paulo Valente

RA: **Nome:** **Ass.:**

Q1. Considere o sistema de segunda ordem em malha aberta

$$\ddot{y} + 2\dot{y} + 2y = u.$$

Obtenha a respresentação do sistema na forma $\dot{x} = Ax + Bu$, $y = Cx$, definindo como variáveis de estado $x_1 = y$ (saída do sistema) e $x_2 = \dot{y}$.

(a) (1.0 pt) Projete um controlador por realimentação de estados $u = -Kx$, isto é, determine K, de tal forma que os pólos do sistema de malha fechada fiquem situados em $-1 \pm j$;

(b) (1.0 pt) Projete um estimador de estados (isto é, determine L) de tal forma que os pólos de malha fechada do estimador fiquem situados em $-5 \pm j$.

Q2. Considere o sistema de segunda ordem em malha aberta

$$P(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{10}{(s+1)^2}.$$

(a) (1.0 pt) Obtenha a representação do sistema na forma $\dot{x} = Ax + Bu$, $y = Cx$, definindo como variáveis de estado $x_1 = y$ (saída do sistema) e $x_2 = \dot{y}$;

(b) (2.0 pt) Projete um controlador por realimentação de estados de tal forma que o erro de regime do sistema em malha fechada para entradas r constantes seja nulo. Aloque os pólos de malha fechada em -10, $-2 \pm j2$.

Q3. Considere o sistema de controle por realimentação de estados apresentado na Figura 1 e as seguintes definições para as matrizes de estados, controle e saída:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

(a) (2.0 pt) Determine K e ρ de tal forma que os pólos do sistema em malha fechada fiquem situados em -5 e -5 e que o erro de regime do sistema para entradas r constantes seja nulo;

(b) (1.0 pt) Qual seria a desvantagem do esquema de controle ilustrado na Figura 1 em relação ao esquema de controle que emprega ação integral quando ocorrem variações em ρ e K_I, respectivamente? Justifique.

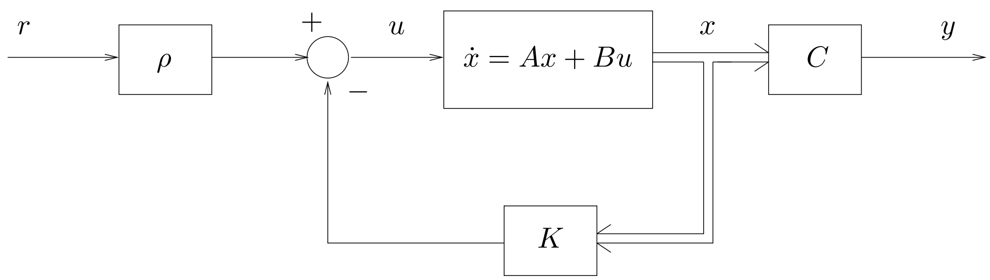

Figura 1

Q4. Considere o sistema de controle em malha aberta ilustrado na Figura 2.

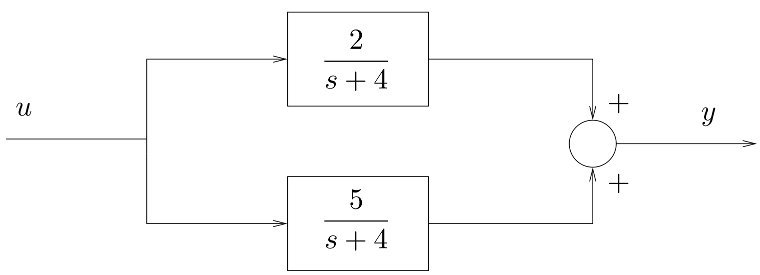

Figura 2

(a) (1.0 pt) Obtenha a representação do sistema na forma $\dot{x} = Ax + Bu$, $y = Cx$, definindo como variáveis de estado as saídas dos blocos;

(b) (1.0 pt) Determine, justificando detalhadamente suas respostas, se o sistema é (i) controlável, (ii) observável e (iii) assintoticamente estável.

1. **Determinante e inversa**

$$\det \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{32}a_{21}$$
$$- (a_{31}a_{22}a_{13} + a_{32}a_{23}a_{11} + a_{33}a_{12}a_{21})$$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}} \begin{bmatrix} a_{22} & -a_{12} \\ -a_{21} & a_{11} \end{bmatrix}$$

2. **Representação de estados**

$$\dot{x} = Ax + Bu,\ y = Cx + Du \ \Leftrightarrow\ G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D$$

3. **Matrizes de Controlabilidade e Observabilidade**

$$\mathcal{C} = \begin{bmatrix} B & AB & \cdots & A^{n-1}B \end{bmatrix}, \quad \mathcal{O} = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix}$$

4. **Forma Canônica Controlável**

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_n s^n + b_{n-1}s_{+}^{n-1} \cdots + b_1 s + b_0}{s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_0}$$

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & \cdots & -a_{n-1} \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u,$$

$$y = \begin{bmatrix} b_0 - a_0 b_n & b_1 - a_1 b_n & \cdots & b_{n-1} - a_{n-1}b_n \end{bmatrix} x + b_n u$$

5. **Estimador de Estados**

$$\dot{\hat{x}} = (A - LC)\hat{x} + Ly + Bu.$$

6. **Controle por Realimentação de Estados com Ação Proporcional**

$$u = -Kx + k_1 r = -\widetilde{K}x + k_1(r - x_1), \quad y = x_1.$$

7. **Controle por Realimentação de Estados com Ação Integral**

$$u = -Kx + K_I\xi, \quad \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\xi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - BK & BK_I \\ -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \xi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r.$$