

20/04/2013

1) _____

2) _____

3) _____

4) _____

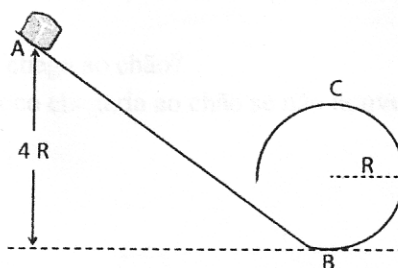
Nota: _____

Nome: _____ RA: _____ Turma: _____

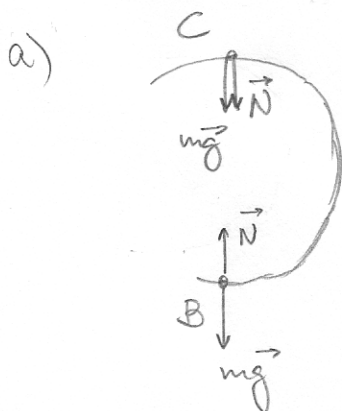
Esta prova contém 4 questões e 5 folhas.

Questão 01

Um pequeno cubo de gelo desliza, sem atrito, ao longo de um trilho em laço, como mostrado na figura. A partir do ponto mais baixo da trajetória, o trilho tem a forma de um arco de circunferência de raio R . O cubo de gelo parte de um ponto que se situa a uma altura igual a $4R$ acima da parte mais baixa do trilho.



- (0,5 ponto) Faça o diagrama das forças para o cubo de gelo quando este se encontra nos pontos B e C.
- (1,0 ponto) Qual é a velocidade (módulo, direção e sentido) do cubo de gelo quando este atinge a parte mais alta do arco de circunferência (ponto C)?
- (0,5 ponto) Qual é a força normal (módulo, direção e sentido) exercida sobre o cubo de gelo no ponto C?
- (0,5 ponto) Qual é o trabalho realizado pela força peso do ponto mais baixo da trajetória (ponto B) até a parte mais alta do arco de circunferência (ponto C)?



$$b) mgh_1 + \frac{1}{2}mv_1^2 = mgh_2 + \frac{1}{2}mv_2^2$$

$$g(h_1 - h_2) = \frac{v_2^2}{2}$$

$$v = v_2 = \sqrt{2g(h_1 - h_2)}$$

$$= \sqrt{2g(4R - 2R)} = \sqrt{4Rg}$$

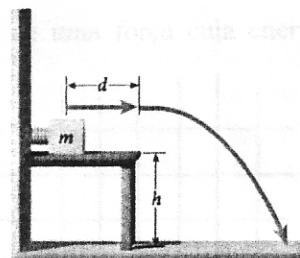
$$c) \text{ No ponto C, } N + mg = F_{cp} = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow N = m\left(\frac{v^2}{R} - g\right)$$

$$N = m\left(\frac{4Rg}{R} - g\right) = 3mg$$

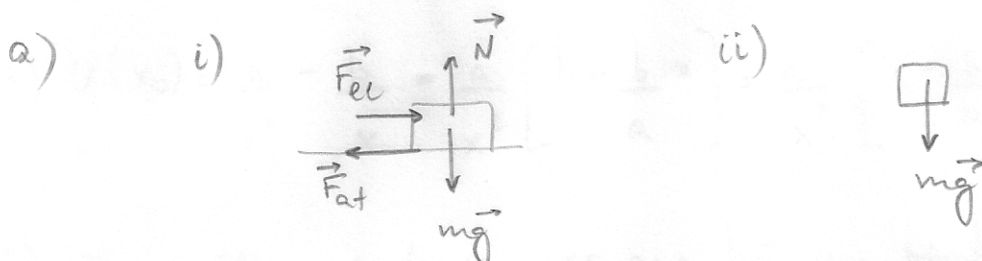
$$d) W_{\text{peso}}^{B \rightarrow C} = m\vec{g} \cdot \Delta\vec{r} = -mg(2R) = -2mgR$$

Questão 02

Um bloco de massa m repousa sobre uma mesa de altura h , e comprime uma mola de constante k contra a parede. No instante inicial o bloco está em repouso a uma distância d da extremidade da mesa, e a compressão da mola é igual a x (em relação à sua posição de equilíbrio). O bloco é então liberado, desliza até a extremidade da mesa e cai no chão (vide figura). O coeficiente de atrito cinético entre o bloco e a mesa é μ_c .



- (0,5 ponto) Faça o diagrama das forças para o bloco i) quando o mesmo desliza sobre a mesa, antes de perder o contato com a mola; e ii) durante a queda.
- (0,5 ponto) Qual é o trabalho realizado pela força de atrito?
- (1,0 ponto) Qual é o módulo da velocidade com que o bloco chega ao chão?
- (0,5 ponto) Qual seria o módulo da velocidade com que o bloco chegaria ao chão se não houvesse atrito entre o bloco e a mesa?



$$b) W_{\text{atrito}} = \vec{F}_{\text{at}} \cdot \Delta \vec{r} = -|\vec{F}_{\text{at}}| \cdot d = -\mu_c N d = -\mu_c mgd.$$

$$c) \Delta K = W_{\text{total}} = W_{\text{mola}} + W_{\text{peso}} + W_{\text{atrito}}$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}Kx^2 + mgh - \mu_c mgd$$

$$v^2 = \frac{Kx^2}{m} + 2g(h - \mu_c d) \Rightarrow v = \sqrt{\frac{Kx^2}{m} + 2g(h - \mu_c d)}$$

$$d) \mu_c = 0 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{Kx^2}{m} + 2gh}$$

Alternativamente, $\Delta E_{\text{mec}} = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = mgh + \frac{1}{2}Kx^2$

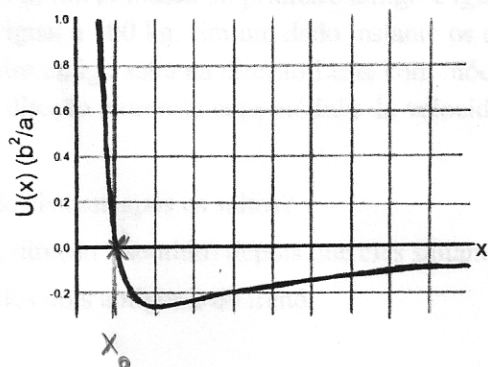
$$v = \sqrt{\frac{Kx^2}{m} + 2gh}$$

Questão 03

Um próton de massa m se move em uma dimensão na presença de uma força cuja energia potencial é dada por

$$U(x) = \frac{a}{x^2} - \frac{b}{x},$$

sendo a e b constantes positivas. O próton é liberado do repouso no ponto $x_0 = a/b$.



- (0,5 ponto) Calcule $U(x_0)$ e localize x_0 no gráfico de $U(x)$.
- (0,5 ponto) Escreva qual(is) é(são) o(s) ponto(s) de equilíbrio, e classifique-o(s) como estável, instável ou indiferente, fundamentando a classificação.
- (1,5 ponto) Calcule a velocidade do próton em função da posição x .

$$a) \quad U(x_0) = \frac{a}{x_0^2} - \frac{b}{x_0} = \frac{a}{x_0^2} \left[1 - \frac{b}{a} x_0 \right] = \frac{a}{x_0^2} \left[1 - \frac{b}{a} \left(\frac{a}{b} \right) \right] = 0$$

- Do gráfico, pode-se ver que há um ponto de equilíbrio estável em $x = 2x_0$ (ponto de mínimo).

Para $x \rightarrow \infty$ há um equilíbrio indiferente.

$$\text{Alternativamente, fazemos } F(x) = 0 = -\frac{dU}{dx} = -\left[-\frac{2a}{x^3} + \frac{b}{x^2} \right]$$

$$-2a + bx = 0 \Rightarrow x = \frac{2a}{b} = 2x_0.$$

Nota-se também que $F \rightarrow 0$ quando $x \rightarrow \infty$.

- $E = K + U$. Em x_0 , $K = 0$ ($v = 0$) e $U = 0 \Rightarrow E = 0$.

$$\text{Para } x > x_0, \quad E = 0 = K(x) + U(x) = \frac{1}{2} m v^2(x) + U(x)$$

$$v^2(x) = \frac{-2}{m} U(x) = \frac{2}{m} \frac{a}{x^2} \left[\frac{x}{x_0} - 1 \right]$$

$$\Rightarrow v(x) = \sqrt{\frac{2a}{m} \left(\frac{x}{x_0} - 1 \right)} \cdot \frac{1}{x}$$

Questão 4

Dois amigos estão sentados em um trenó que está voltado para o Norte. O trenó encontra-se inicialmente em repouso sobre uma superfície de gelo sem atrito. A massa do primeiro amigo é igual a 80 kg, a do segundo é igual a 60 kg e a massa do trenó é igual a 100 kg. Em um dado instante os dois amigos decidem pular simultaneamente do trenó. O primeiro amigo salta na direção Leste com módulo da velocidade igual a 5,0 m/s e o segundo amigo salta na direção Noroeste com módulo da velocidade de 7,0 m/s. Use $\sqrt{2} = 1,4$ caso seja necessário.

- (0,5 ponto) De quanto se deslocou o centro de massa do sistema após os saltos?
- (1,5 ponto) Determine a velocidade do trenó (módulo, direção e sentido) depois que eles saltam.
- (0,5 ponto) Faça um diagrama das velocidades finais dos dois amigos e do trenó.

a) Inicialmente, $\vec{V}_{cm} = \vec{0}$. Como $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \Rightarrow \vec{V}_{cm} = cte$.

Portanto, o CM permanece no mesmo lugar após o salto.

b) $\vec{v}_1 = 5 \text{ m/s } \hat{i}$; $\vec{v}_2 = 7 \text{ m/s } \left(\frac{-\hat{i} + \hat{j}}{\sqrt{2}} \right) = 5 \text{ m/s } (-\hat{i} + \hat{j})$

Após os pulos,

$$V_{x,cm} = \frac{m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x} + m_t v_{tx}}{m_1 + m_2 + m_t} = 0 \Rightarrow v_{tx} = -1 \text{ m/s}$$

$$V_{y,cm} = \frac{m_1 v_{1y} + m_2 v_{2y} + m_t v_{ty}}{m_1 + m_2 + m_t} = 0 \Rightarrow v_{ty} = -3 \text{ m/s}$$

$\Rightarrow \vec{v}_t = -1 \text{ m/s } \hat{i} - 3 \text{ m/s } \hat{j} \Rightarrow |\vec{v}_t| = \sqrt{10} \text{ m/s}$, formando um ângulo $\theta = \arctg\left(\frac{1}{3}\right)$ com a direção sul.

