Turma: ______

Nota:

MA 327 Álgebra Linear

Segundo Semestre de 2008

Segunda Chamada

Nome: **RA:**

Questões	*Pontos*
Questão 1	
Questão 2	
Questão 3	
T o t a l	

Boa Prova !

Questão 1. **(4.0 Pontos)**

Considere o espaço vetorial real $\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ e o subconjunto U definido por:

$$U = \left\{ p(x) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \ / \ \int_{-1}^{1} p(x)dx \ + \ 2\,p'(0) = 0_{\mathbb{R}} \right\}.$$

(a) Mostre que o subconjunto U é um subespaço vetorial de $\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$.

(b) Determine uma base para o subespaço U.

(c) Determine um subespaço W de $\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ de modo que $\mathcal{P}_2(\mathbb{R}) = U \oplus W$.

(d) Dado o polinômio $p(x) = 2 - x$, determine um polinômio $q(x) \in U$ e um polinômio $r(x) \in W$ de modo que $p(x) = q(x) + r(x)$.

Questão 2. **(3.0 Pontos)**

Seja $T : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ a transformação linear tal que

$$T(1,2) = (1,0,1) \qquad \text{e} \qquad T(2,1) = (1,1,0)\,.$$

(a) Mostre que T é uma transformação linear injetora.

(b) Determine a matriz $[T]_{\gamma}^{\beta}$, onde $\beta = \{\,(1,2)\,,\,(2,1)\,\}$ é a base ordenada de $\mathbb{R}^2$ e γ é a base canônica de $\mathbb{R}^3$.

(c) Exiba uma transformação linear $P : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ tal que $Ker(P) = Im(T)$.

Questão 3. **(3.0 Pontos)**

(a) Mostre que a aplicação $\langle\,\cdot\,,\,\cdot\,\rangle : \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \times \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \longrightarrow \mathbb{R}$ dada por:

$$\langle\, p\,,\,q\,\rangle = p(-1)q(-1) + p(0)q(0) + p(1)q(1)$$

define um produto interno no espaço vetorial real $\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$.

(b) Determine uma base para o complemento ortogonal do subespaço $U = [1 + x]$ em $\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno $\langle\,\cdot\,,\,\cdot\,\rangle$ definido acima.

(c) Utilizando o **Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt**, determine uma base ortogonal para o espaço vetorial real $\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ com relação ao produto interno $\langle\,\cdot\,,\,\cdot\,\rangle$ definido acima.