FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA
E DE COMPUTAÇÃO/ UNICAMP
EA611 - Circuitos II, turma A
Prova nº 3 - 25 de junho de 2007

Nome: Lucas Vaz Porto de Andrade RA 062441

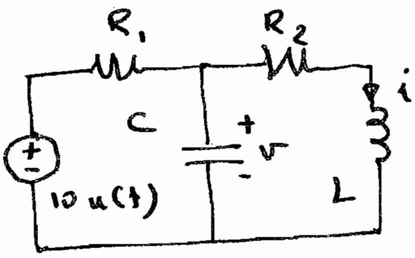
Resultados em forma de expressões (quando couber resultado numérico) não serão considerados.

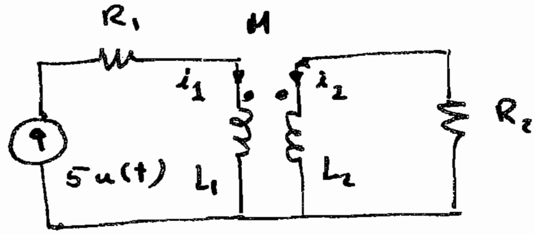
O nmero de significativos deve ser razoável (não copie todos os significativos da calculadora) e potências de 10, se utilizadas, devem ter expoente divisível por 3 (notação de engenharia).

1. Escreva as equações de nós modificadas em transformadas de Laplace para os circuitos representados a seguir.

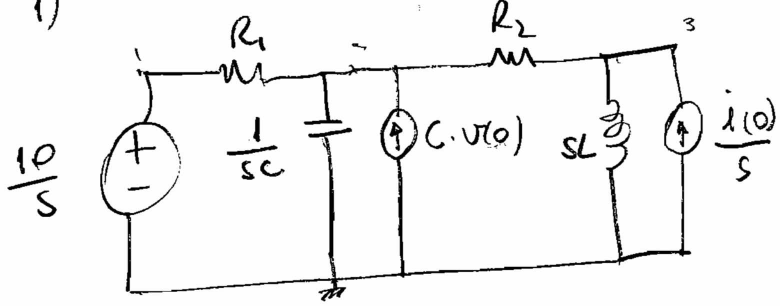
No primeiro circuito a tensão inicial no capacitor vale $v(0)$ e a corrente inicial no indutor vale $i(0)$.

No segundo circuito as correntes através dos indutores devem ser mantidas entre as incógnitas e seu valor inicial é nulo.





1)



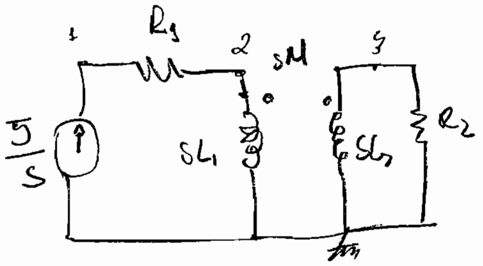
Eq. Na forma Matricial

Resp:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} \frac{1}{R_1}+sC+\frac{1}{R_2} & -1/R_1 & 0 & 1 \\ -1/R_1 & 1/R_1+1/R_2+sC & -\frac{1}{R_2} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{R_2} & \frac{1}{R_2}+\frac{1}{sL} & 0 \\ \hline 1 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right] \times \left[\begin{array}{c} E_1(s) \\ E_2(s) \\ E_3(s) \\ \hline J \end{array}\right] = \left[\begin{array}{c} 0 \\ C\cdot v(0) \\ i(0)/s \\ \hline 10/s \end{array}\right]$$

✓

1. a)



$\mathcal{L}\{i_1\} = I_1$

$\mathcal{L}\{i_2\} = I_2$

Resposta:

$$\left[\begin{array}{ccc|cc} \frac{1}{R_1} & -\frac{1}{R_1} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{R_1} & \frac{1}{R_1} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{R_2} & 0 & 1 \\ \hline 0 & 1 & 0 & -sL_1 & -sM \\ 0 & 0 & 1 & -sM & -sL_2 \end{array}\right] \cdot \begin{bmatrix} E_1(s) \\ E_2(s) \\ E_3(s) \\ \hline I_1(s) \\ I_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5/s \\ 0 \\ 0 \\ \hline 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$V_1 = sL_1 I_1 + sM I_2$

Rascunho 1.1.2

$V_3 = sM I_2 + sL_2 I_2$

✓

$E_3 = sL_2 I_2$

No 1 $\frac{e_1 - e_2}{R_1} = \frac{5}{s}$

$-E_2 = -sL_1 I_1 - sM I_2$

No 2 $\frac{e_2 - e_1}{R_1} + i_1 = 0$

$E_3 = sM I_1 + sL_2 I_2$

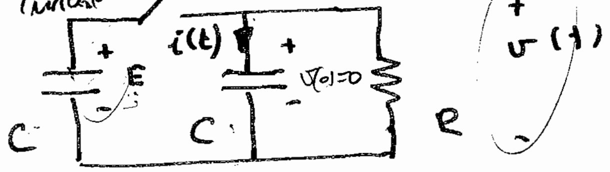
$\frac{E_3}{R_2} + I_2 = 0$

2. Considere o circuito representado na figura. A chave fecha no instante $t = 0$. Antes do fechamento da chave o primeiro capacitor está carregado com uma tensão E e o segundo está descarregado.

2.1 Obtenha a tensão nos dois capacitores a partir do fechamento da chave em transformadas de Laplace $V(s)$. Obtenha esta tensão no domínio do tempo $v(t)$.

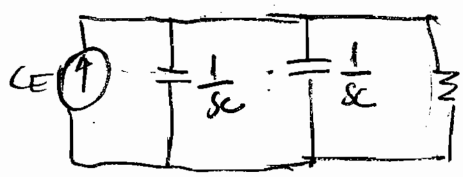
2.2 Obtenha a corrente que atravessa o segundo capacitor, também em transformadas de Laplace, $I(s)$, e no domínio do tempo $i(t)$.

Cap. não variam tensão instantaneamente

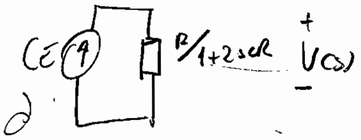


$V(s) = V(0) + \frac{v(0)}{s}$

Circuito em impedância transformados:



$$Z_{eq} = \left(\frac{1}{R} + sC + sC\right)^{-1} = \left(\frac{1}{R} + 2sC\right)^{-1} = \left(\frac{1+2sCR}{R}\right)^{-1} = \frac{R}{1+2sCR}$$



$$V(s) = Z.CE = \frac{CE.R}{1+2sCR}$$

2.1)

$$V_1(s) = \frac{CER}{1+2sCR} \qquad V_1(t) = \frac{E}{2} e^{\left(-\frac{1}{2RC}\right)t}$$

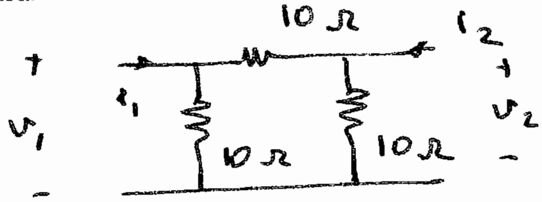
$$V_2(s) = \frac{CER}{1+2sCR} \qquad V_2(t) = \frac{E}{2} e^{\left(-\frac{1}{2RC}\right)t}$$

2.2)

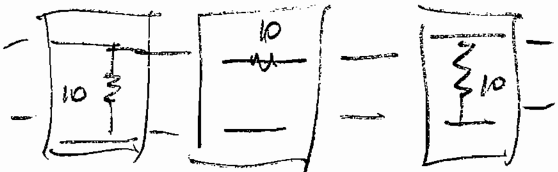
$$I(s) = \frac{1}{sC} V(s) - C.\cancel{v(0)}^{0} \Rightarrow I(s) = \frac{E.R}{s(1+2sRC)}$$

$$i(t) = R.E - RE e^{-\frac{1}{2RC}t}$$

3. Escreva as matrizes **Z**, **Y**, **H** e **T** em transformadas de Laplace para o quadripolo representado na figura.



Vê-se uma associação em cascata de 3 quadripolos



cujas Matrizes de transmissão são:

$$\downarrow T \qquad \downarrow T \qquad \downarrow T$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0{,}1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 10 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0{,}1 & 1 \end{bmatrix}$$

a Matriz T do quadripolo em questão é produto destas.

$$T = \begin{bmatrix} 2 & 10 \\ 0{,}3 & 2 \end{bmatrix} \checkmark$$

utilizando a tabela de conversão de Matriz p/ Quadripolos:

$$Y = \begin{bmatrix} \frac{1}{5} & -\frac{1}{10} \\ -\frac{1}{10} & \frac{1}{5} \end{bmatrix} \checkmark \qquad Z = \begin{bmatrix} 2/0{,}3 & 1/0{,}3 \\ 1/0{,}3 & 2/0{,}3 \end{bmatrix} \checkmark$$

$$H = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 10 & 1 \\ -1 & 0{,}3 \end{bmatrix} \checkmark$$

4. A matriz admitância complexa de um quadripolo é

$$\mathbf{Y}(\mathbf{j}\omega) = \begin{bmatrix} 2+2j\omega & -1-j\omega \\ -1-j\omega & 3+4j\omega \end{bmatrix}$$

A entrada deste quadripolo é ligada a uma fonte de corrente senoidal em freqência $\omega = 1$ e representada pelo fasor $\hat{I} = 1$. A saída é fechada por um resistor de resistência 1Ω.

Determine o fasor que representa a tensão de saída do quadripolo.

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = Y \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

$$I_2 = -\frac{V_2}{R} = \frac{-V_2}{1}$$

$$I_1 = (2+2j\omega)V_1 - (1+j\omega)V_2$$

$$-V_2 = (3+4j\omega)V_2 - (1+j\omega)V_1$$

$$(1+j\omega)V_1 = (4+4j\omega)V_2$$

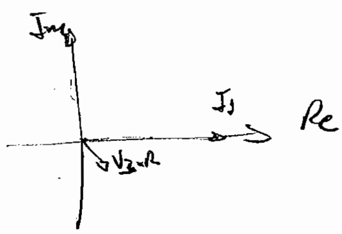
$$\boxed{V_1 = 4V_2}$$

$$1 = 8(1+j\omega)V_2 - 1(1+j\omega)V_2$$

$$1 = 7(1+j\omega)V_2$$

$$\boxed{V_2 = \frac{1\angle 0}{7+7j\omega}} = \frac{1}{7+7j} = \frac{1\angle 0}{7\sqrt{2}\angle 45^\circ}$$

$$\boxed{V_2 = 101{,}02\angle -45^\circ \text{ mV}}$$



Forma Alternativa $k = (1+j\omega)$

$$1 = 2kV_1 - kV_2$$

$$0 = 4kV_2 - kV_1$$

$$V_1 = 4V_2$$

$$1 = 2k\cdot 4V_2 - kV_2$$

$$1 = k(8-1)V_2$$

$$1 = 7kV_2$$

$$V_2 = \frac{1}{7k}$$

mesma resposta