EA721A - Princípios de Controle e Servomecanismos
Primeiro Semestre de 2009 - Prova 2 - Prof. Paulo Valente

RA: **Assinatura** (como no RG):
Nome Legível:

Antes de começar a resolver a prova, atente para o seguinte:

- *Resoluções*. Na resolução das questões a seguir é absolutamente imprescindível, para fins de correção, que todos os resultados e afirmações estejam devidamente justificadas;

- *Esboço do Lugar das Raízes*. O esboço do LR deve incluir os pólos e zeros de malha aberta, os pontos e direções associadas a $k = 0$ e $k \to \infty$, assíntotas (valores dos ângulos e ponto de intersecção), localização e sentidos dos ramos e a indicação – não se exigem cálculos – de ângulos de partida e chegada, pontos de cruzamento com o eixo imaginário e de entrada e/ou saída no eixo real. Forneça essas quantidades apenas se solicitadas.

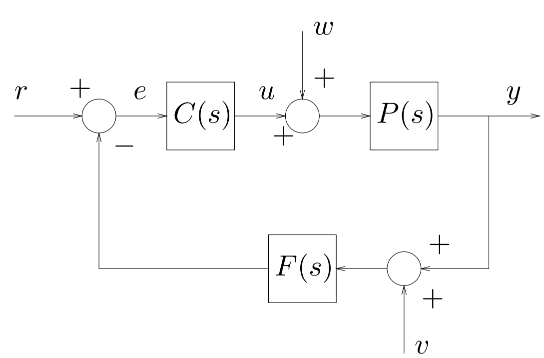

Figura 1: Sistema de controle em malha fechada.

Questão 1 [1,0]. Considere o sistema de controle em malha fechada da Figura 1 com $F(s) = 1$ e $C(s) = k_c$. Responda **Verdadeiro** ou **Falso** à cada uma das afirmações a seguir, e então justifique a sua resposta. Se a resposta for **Falso**, forneça um contra-exemplo.

a) O sistema de controle em malha fechada sempre será instável para valores de k_c positivos suficientemente grandes, caso a planta $P(s)$ possua um ou mais zeros com partes reais positivas;

b) O sistema de controle em malha fechada sempre será instável para valores de k_c

positivos suficientemente grandes, caso a ordem da planta $P(s)$ seja maior ou igual a tres.

Questão 2 [1,5]. A equação característica de um sistema de controle em malha fechada é descrita genericamente por

$$s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_0 = 0,$$

onde $a_0, a_1, \ldots, a_{n-1}$ são constantes. Considere a seguinte mudança de variável: $\tilde{s} = s - \sigma$, onde $\sigma > 0$ é outra constante dada. Após a mudança de variável, a nova equação característica é

$$\tilde{s}^n + \tilde{a}_{n-1}\tilde{s}^{n-1} + \cdots + \tilde{a}_1 \tilde{s} + \tilde{a}_0 = 0.$$

O sistema de controle em malha fechada será estável caso as raízes da última equação tenham, todas, partes reais negativas? Justifique.

Questão 3 [1,0] A equação característica de um sistema de controle em malha fechada é dada por

$$s^3 + 3ks^2 + (k+2)s + 3 = 0.$$

Determine a faixa de valores de k na qual o sistema em malha fechada é estável. (Observação: "$<$" é diferente de "$\leq$", assim como "$>$" é diferente de "$\geq$". O uso incorreto de uma destas relações torna a resposta incorreta.)

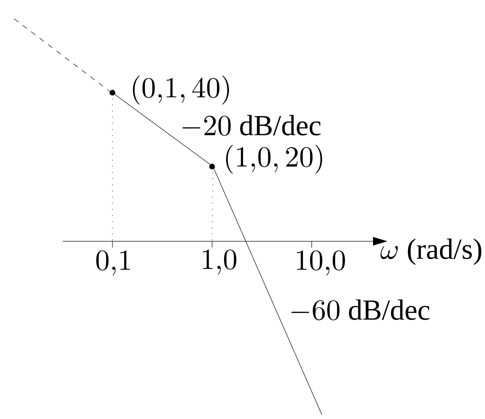

Figura 2: Questões 4 e 5.

Questão 4 [1,5] Uma função de transferência é de *fase mínima* se, à exceção de pólos em $s = 0$, todos os zeros e pólos da função têm partes reais negativas.

Considere o sistema de controle em malha fechada da Figura 1 com $F(s) = 1$ e uma planta $P(s)$ de fase mínima cujo diagrama de magnitude ($|P(j\omega)|_{\text{dB}} \times \omega$) é apresentado na Figura 2. Determine a margem de ganho do sistema em malha fechada. O sistema em malha fechada é estável? Justifique.

Questão 5 [1,0]. Considere novamente o enunciado da Questão 4. Seja $\mathcal{C}_s$ uma curva apropriada a $P(s)$ envolvendo o lado direito do Plano s. Quantos vezes e em que sentido a curva $\mathcal{C}_G$ (no caso, $G(s) = P(s)$) no Plano $G(s)$ envolverá o ponto $-1 + j0$? Justifique.

Questão 6 [1,0]. Uma das regras para a construção do Lugar das Raízes da equação característica $1 + kG(s) = 0$, $k \in [0, \infty)$, estabelece que "o Lugar das Raízes sobre o eixo real do Plano s compreende todos os pontos situados à esquerda de uma soma ímpar de pólos e zeros reais de $G(s)$". Explique porquê.

Questão 7 [1,5]. Esboce o Lugar das Raízes da equação característica

$$s[s + (1 + \sqrt{3})](s^2 + 2s + 2) + k = 0, \quad k \in [0, \infty).$$

Calcule os ângulos de partida de pólos complexos conjugados. (Observação: $1 + \sqrt{3} \simeq 2{,}7$.)

Questão 8 [1,5]. Uma máquina de controle numérico possui como função de transferência

$$P(s) = \frac{1}{s(s+1)}.$$

Considere o sistema de controle em malha fechada da Figura 1 com $F(s) = 1$ e $C(s) = k_c(s + 1/T)/[s + 1/(\alpha T)]$, $T > 0$, $\alpha \in (0, 1)$ (compensador avanço). As especificações para o desempenho da máquina em malha fechada requerem a alocação de pólos dominantes em $-1 \pm j\sqrt{3}$. Projete $C(s)$ que realize essa alocação através do Método do Lugar das Raízes. Posicione o zero do compensador em -2.

Dados

1. **Tabela de Tangentes**

θ em Graus	tg θ
0^o	0
15^o	$2-\sqrt{3}$
30^o	$\sqrt{3}/3$
45^o	1
60^o	$\sqrt{3}$
75^o	$2+\sqrt{3}$
90^o	$\pm\infty$

2. **Lugar das Raízes**. Considere

$$1+kG(s)=1+k\frac{N(s)}{D(s)}=1+k\frac{\prod_{j=1}^{m}(s-z_j)}{\prod_{i=1}^{n}(s-p_i)}=0, \quad k>0.$$

   (a) Magnitude e fase: $|kG(s)|=1, \quad \angle G(s)=180^o \times r, r=\pm 1, \pm 3, \ldots$.

   (b) Assíntotas:

$$\theta=\frac{180^o \times r}{n-m}, r=\pm 1, \pm 3, \ldots; \qquad \text{(ângulos)}$$

$$\sigma_a=\frac{\sum_{i=1}^{n} p_i-\sum_{j=1}^{m} z_j}{n-m}. \qquad \text{(intersecção)}$$

   (c) Ângulos de partida e chegada: satisfazem

$$\sum_{j=1}^{m}\phi_{z_j}-\sum_{i=1}^{n}\phi_{p_i}=180^o \times r, r=\pm 1, \pm 3, \ldots$$

   ϕ_{z_j} (ϕ_{p_i}) são os ângulos entre os zeros (pólos) de $G(s)$ e o ponto de interesse.

   (d) Pontos de entrada e saída: entre as raízes de

$$D'(s)N(s)-D(s)N'(s)=0.$$

   (e) Pontos de cruzamento com o eixo imaginário devem ser determinados por meio do Critério de Routh-Hurwitz.