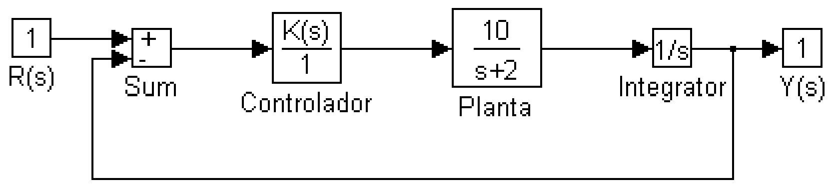
1ª prova de EM707 – Controle de Sistemas Mecânicos

1) a) (valor 1.0) Para o sistema da figura abaixo considerando K(s) um controlador tipo PI, com $K_I = 0.5$ e $K_p = 4$, determine o erro estacionário para uma resposta à parábola unitária, a percentagem de sobressinal, o tempo de pico, o tempo de subida e o tempo de estabilização a 2%.



$$G(s) = \frac{40s+5}{s^2(s+2)}$$

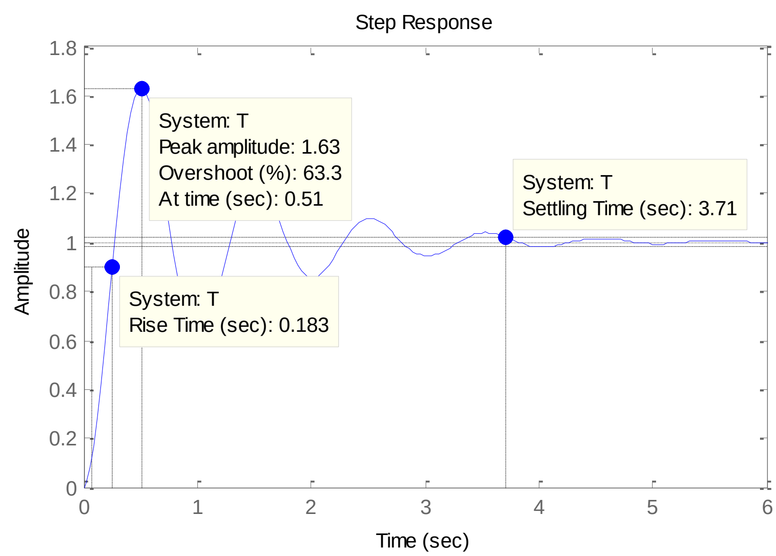
$$e_{est} = \frac{1}{k_a}$$

$$k_a = \lim_{s\to 0} s^2 \frac{40s+5}{s^2(s+2)} = \frac{5}{2} = 2.5$$

$$e_{est} = \frac{1}{2.5} = 0.4$$

$$T(s) = \frac{40s+5}{s^2(s+2)+40s+5}$$

$$step(T)$$



1) b) (valor 1.0) Obtenha a função de transferência da planta através do diagrama de bode abaixo.

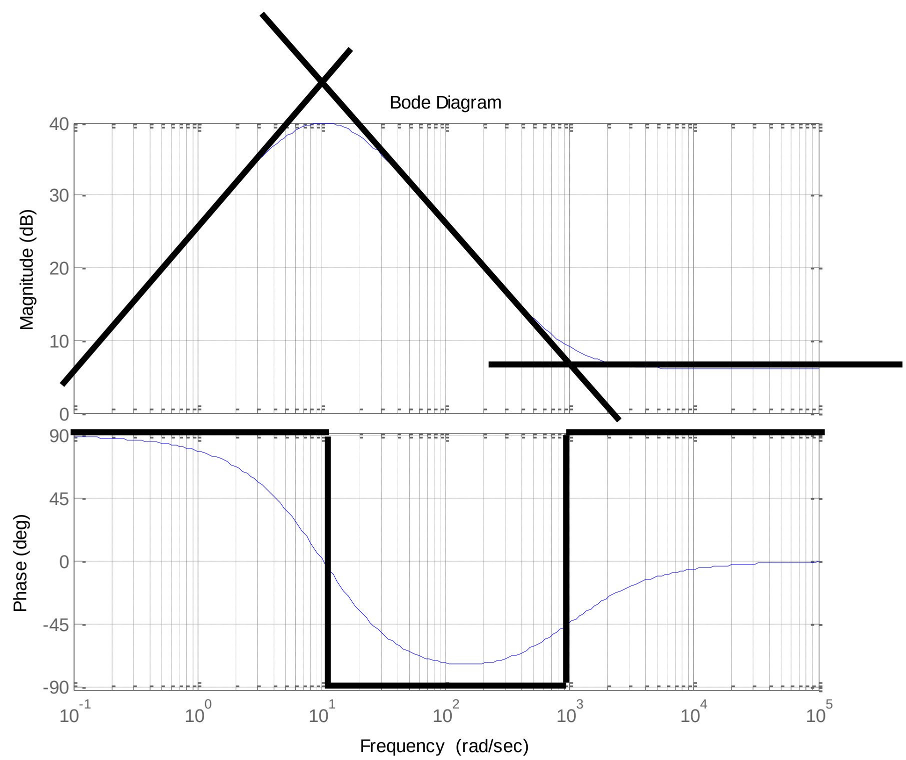
$$G(s) = \frac{Ks(s+1000)}{(s+10)^2}$$

$$s = 10j \Rightarrow G(10j) \cong 40dB = 100$$

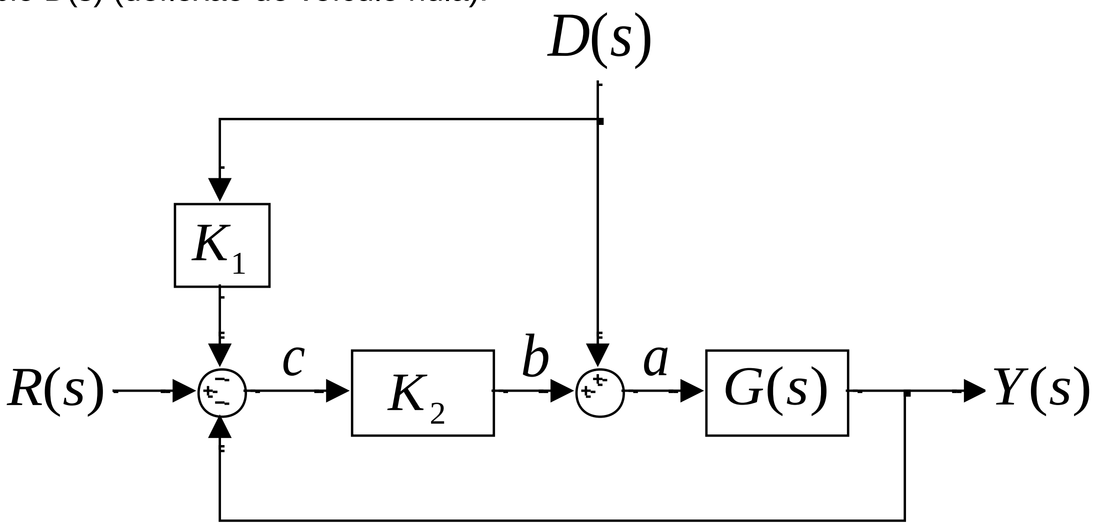
$$|G(10j)| = \left|\frac{K10j(10j+1000)}{(10j+10)^2}\right| = 100$$

$$K \cong 2$$

$$P(s) = \frac{2s(s+1000)}{(s+10)^2}$$

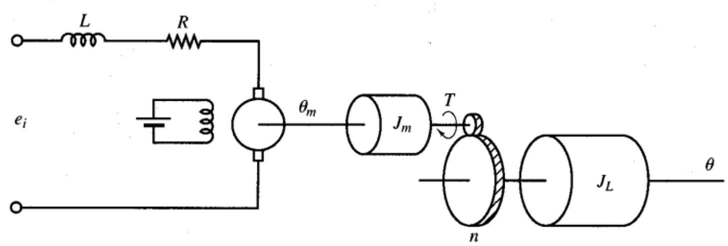


2) a) (valor 1.0) Um sistema de suspensão ativa é controlado por um sensor que enxerga as condições da estrada antecipadamente conforme o diagrama abaixo. Determinar a relação entre os ganhos K1 e K2 de modo que o deslocamento Y(s) do veículo seja insensível ao distúrbio D(s) (deflexão do veículo nula).



$$Y = Ga$$
$$a = D + b$$
$$b = K_2 c$$
$$c = R - K_1 D - Y$$
$$\therefore$$
$$b = K_2 R - K_2 K_1 D - K_2 Y$$
$$a = D + K_2 R - K_2 K_1 D - K_2 Y$$
$$Y = G\left[(1 - K_2 K_1)D + K_2 R - K_2 Y\right]$$
para que a resposta Y seja insensível ao disturbio
$$1 - K_2 K_1 = 0$$
$$\Rightarrow K_2 K_1 = 1$$

2) b) (valor 1.0) Considere o servomecanismo de controle de posição com realimentação potenciométrica unitária negativa, com o motor CC controlado por armadura, cujos parâmetros estão abaixo. O torque T é submetido a um torque de distúrbio D(s). Desenhe o diagrama de blocos, encontre a função de transferência de malha fechada para cada entrada.

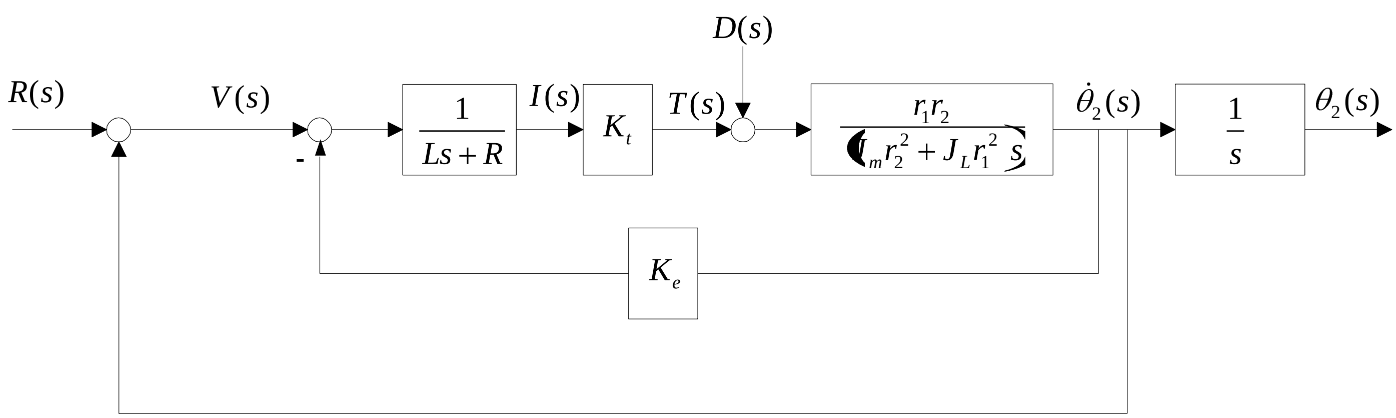


$$V_e = V_L + V_R$$
$$V_e = LsI + RI$$
$$\frac{I}{V_e} = \frac{1}{Ls + R}$$

$$T = K_t I$$

$$T - Fr_1 = J_m \ddot{\theta}_1$$
$$Fr_2 = J_L \ddot{\theta}_2$$
$$r_1\theta_1 = r_2\theta_2$$

$$T - J_L \ddot{\theta}_2 \frac{r_1}{r_2} = J_m \frac{r_2}{r_1} \ddot{\theta}_2$$
$$\left(J_m \frac{r_2}{r_1} + J_L \frac{r_1}{r_2}\right) s^2 \theta_2 = T$$
$$\frac{\theta_2}{T} = \frac{1}{\left(J_m \frac{r_2}{r_1} + J_L \frac{r_1}{r_2}\right) s^2}$$
$$\frac{\theta_2}{T} = \frac{r_1 r_2}{\left(J_m r_2^2 + J_L r_1^2\right) s^2}$$

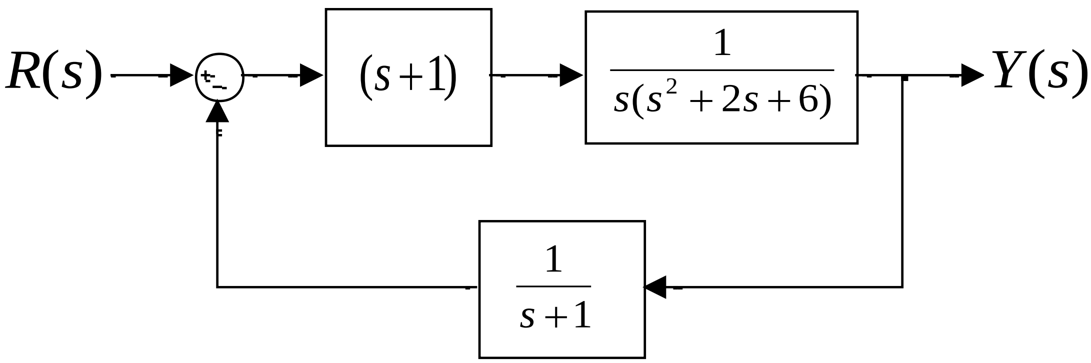


$$\frac{\dot{\theta}_2}{V} = \frac{K_t r_1 r_2}{(Ls + R)(J_m r_2^2 + J_L r_1^2)s + K_t r_1 r_2 K_e}$$
$$\frac{\dot{\theta}_2}{R} = \frac{K_t r_1 r_2}{(Ls + R)(J_m r_2^2 + J_L r_1^2)s + K_t r_1 r_2 K_e + K_t r_1 r_2}$$
$$\frac{\theta_2}{R} = \frac{K_t r_1 r_2}{(Ls + R)(J_m r_2^2 + J_L r_1^2)s + K_t r_1 r_2 (K_e + 1)} \frac{1}{s}$$

$$\frac{\dot{\theta}_2}{T + D} = \frac{r_1 r_2}{(J_m r_2^2 + J_L r_1^2)s}$$
$$T = K_t I = \frac{K_t}{(Ls + R)}\left(-K_e \dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_2\right)$$
$$\frac{\theta_2}{D} = \frac{1}{\frac{(J_m r_2^2 + J_L r_1^2)s^2}{r_1 r_2} + \frac{K_t (K_e + 1)}{(Ls + R)}} \frac{1}{s}$$

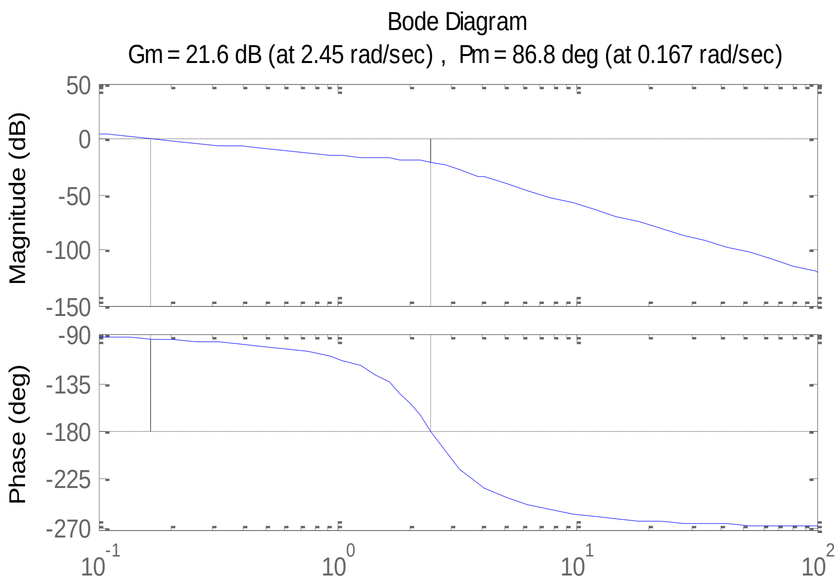
3) a) (valor 1.0) Determine a margem de ganho e margem de fase (apresente a função de transferência usada) para o diagrama de blocos da figura abaixo.

b) (valor 1.0) Determinar a saída de regime através do respectivo diagrama de bode se a entrada do sistema for r(t)=50sen(20t) (apresente a função de transferência usada).



$$L(s) = \frac{(s+1)}{s(s^2+2s+6)(s+1)}$$

margin(L);



$$G(s) = \frac{(s+1)}{s(s^2+2s+6)}$$

$$H(s) = \frac{1}{(s+1)}$$

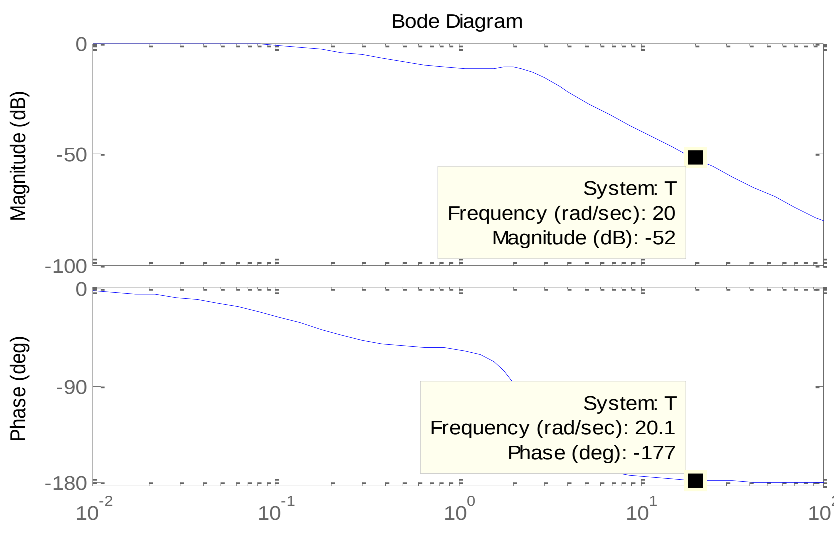
$$T = \frac{Ng}{Dg + NgH} = \frac{(s+1)}{s(s^2+2s+6)+1}$$

bode(T);

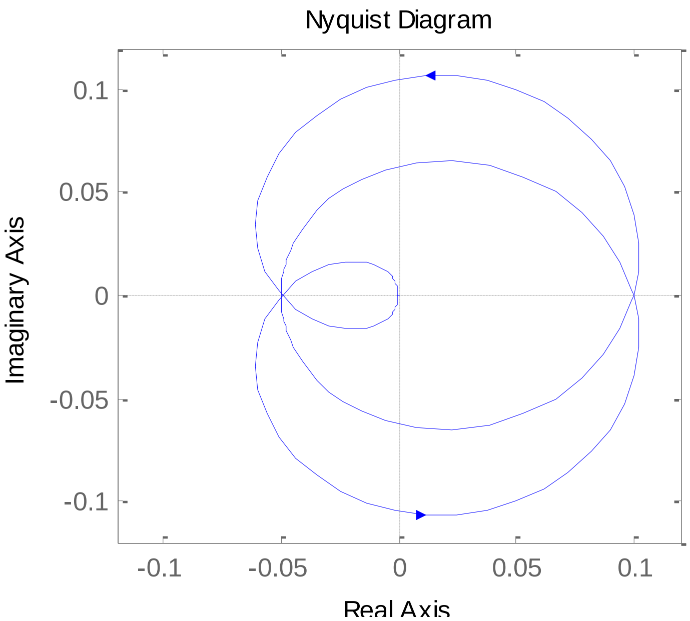
$$\text{modulo} = 10^{\frac{-52}{20}} = 0.0025119$$

$$\text{fase} = \frac{-177 * \text{pi}}{180} = -3.0892$$

$$\text{y(t)} = 50 * 0.0025119\,\text{sen}(20\text{t} - 3.0892)$$



4) a) (valor 1.0) Dados os pólos e zeros de uma planta e seu gráfico de Nyquist, determinar a estabilidade do sistema de malha fechada com uma realimentação de ganho 100 através do critério de Nyquist. No diagrama de pólos e zeros: **x** = pólos, **o** = zeros



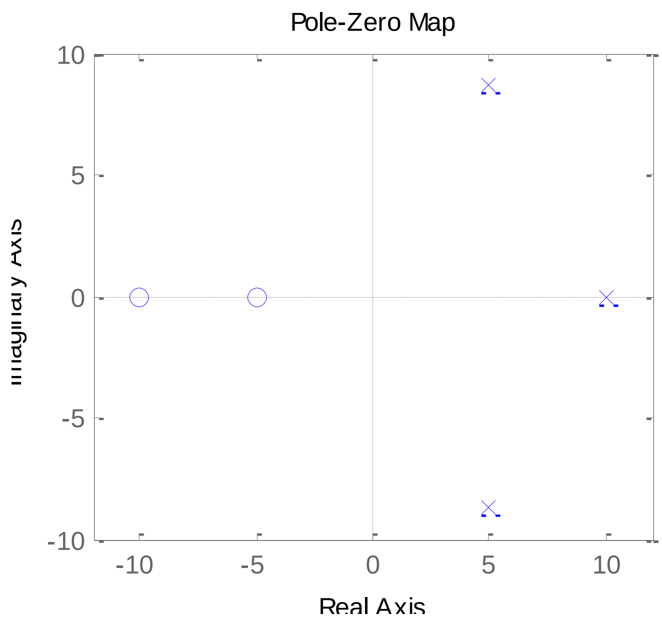


Grafico de Nyquist deve ser multiplicado por 100

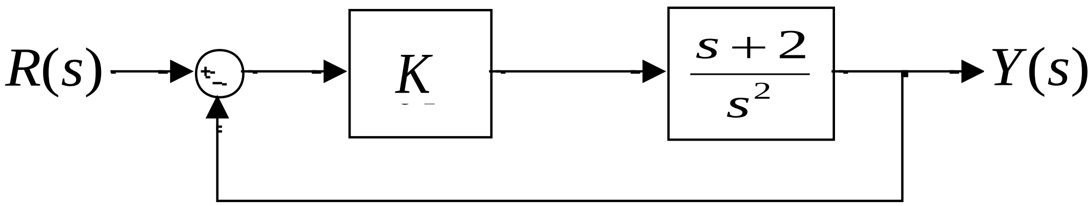
$p = 3$ (numero de polos no semiplano direito)

$n = -3$ (numero de envolvimentos do ponto -1)

$Z = p + n = 0$

logo sistema estável

b) (valor 1.0) O diagrama abaixo mostra um controle de um veículo espacial. Determinar analiticamente o ganho K do controlador proporcional tal que a margem de fase seja de 50 graus. Para este controlador calculado determine a respectiva margem de ganho.



$$|G(j\omega_{cg})| = 1$$

$$MF + \angle G(j\omega_{cg}) = -180$$

$$\angle G(j\omega_{cg}) = -130$$

$$G(s) = K\frac{(s+2)}{s^2}$$

$$G(j\omega_{cg}) = \frac{K(j\omega_{cg}+2)}{-\omega_{cg}^2}$$

$$\angle G(j\omega_{cg}) = tg^{-1}(\frac{K\omega_{cg}}{2K}) - tg^{-1}(\frac{0}{-\omega_{cg}^2})$$

$$\angle G(j\omega_{cg}) = tg^{-1}(\frac{\omega_{cg}}{2}) - (180) = -130$$

$$tg^{-1}(\frac{\omega_{cg}}{2}) = 50$$

$$\omega_{cg} = 2.3835$$

$$|G(j\omega_{cg})| = \left|\frac{K(j\omega_{cg}+2)}{-\omega_{cg}^2}\right| = 1$$

$$K = \left|\frac{-2.3835^2}{j2.3835+2}\right| = \frac{2.3835^2}{\sqrt{2.3835^2+2^2}} = 1.8259$$

$$MG = \infty$$

5) (valor 2.0)) Considere o motor CC cujo modelo está abaixo. Determine um controlador de velocidade PID pelo método analítico lugar das raízes, para o qual deseja-se um percentual máximo de sobressinal de 20% e um tempo de estabilização máximo de 1 segundo e erro estacionário a parábola de 0,5.

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 5\frac{dy}{dt} = 200u$$

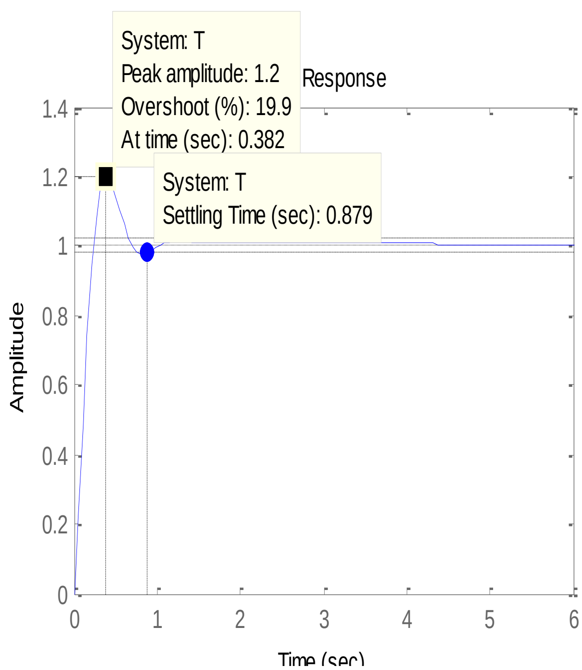
$$\mathrm{P}(s) = \frac{200}{s(s+5)}$$

$$G(s) = \frac{K_d s^2 + K_p s + K_i}{s} \frac{200}{s(s+5)}$$

$$e_{est} = \frac{1}{\lim_{s \to 0} s^2 G(s)} = 0.5$$

$$e_{est} = \frac{1}{40K_i} = 0.5$$

$$K_i = 0.05$$




```
PSS = 15;
TE = 1;
np = 200;
dp = [1 5 0];
P = tf(np,dp);
figure(1),bode(P)
ksi = log(100/PSS)/sqrt(pi^2 + (log(100/PSS))^2)
wn = 4/(ksi*TE)
wcgf = wn; MF = 100*ksi/180*pi;
ki = 0.05
rp = freqresp(P, j*wcgf);
mp = abs(rp);
tetap = angle(rp)
tetak = (-pi + MF - tetap);
mk = 1/mp
kp = mk*cos(tetak);
kd = (mk*sin(tetak) + ki/wcgf)/wcgf;
nk = [kd kp ki];
K = tf(nk,[1 0]);
L = P*K;
figure(2),margin(L)
```

$$K_d = 0.0157$$

$$K_p = 0.3374$$

$$K_i = 0.05$$