

2ª Prova

MA-311 - Vespertino — Cálculo III

1º Semestre de 2008

Nome:

RA:

Assinatura:

Prof.:

Esta prova tem um total de 4 questões valendo 10 pontos. Para maximizar seu tempo procure não gastar em cada questão, em minutos, mais do que 10 vezes o seu valor em pontos. É essencial justificar detalhadamente todas as respostas.

Escreva suas respostas de forma clara e evite toda e qualquer rasura. Use o verso das páginas de questões para rascunho, se necessário.

NÃO DESTAQUE AS PÁGINAS DA PROVA!

1	2.5	
2	1.5	
3	3.0	
4	3.0	
Total	10.0	

Não é permitido o uso de calculadoras!

1. (2.5 pontos) Resolva por transformada de Laplace o seguinte PVI:

$$y'' + 4y = \delta(t - \pi) - \delta(t - 2\pi)$$

onde $y(0) = 1$ e $y'(0) = 0$. Calcule $y(\pi/2)$, $y(3\pi/2)$ e $y(3\pi)$.

2. (1.5 pontos) Calcule a inversa da transformada de Laplace de $F(s)$:

$$F(s) = e^{-4s} \frac{2s - 1}{s^2 + 4}$$

3. (3.0 pontos)

- (a) Encontre a solução do sistema linear homogêneo de e.d.o.'s usando o método de autovalores e autovetores:

$$\mathbf{x}'(t) = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \mathbf{x}(t)$$

- (b) Encontre a solução geral do sistema linear não-homogêneo (cujo sistema homogêneo associado está na parte (a)) utilizando o método de variação de parâmetros:

$$\mathbf{x}'(t) = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \mathbf{x}(t) + \begin{pmatrix} e^t \\ -e^t \end{pmatrix}$$

4. (3.0 pontos) Explique detalhadamente.

- (a) (1.0) Estude a convergência da série

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(2n)!}.$$

- (b) (1.0) Calcule a soma da série:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^{n-1} + 7(2^n)}{6^n}.$$

- (c) (1.0) Usando o teste da integral determine se a série

$$\sum_{k=2}^{\infty} \frac{1}{k (\ln k)^{2008}}$$

converge ou diverge.