T3 NOTURNO

1. A separação entre o mínimo da banda de condução e o máximo da banda de valência para o semicondutor GaAs é 1,42 eV a 300 K e 1,52 eV a ~0 K. Quando o material semicondutor é puro, o nível de Fermi fica aproximadamente no ponto intermediário entre estas duas bandas. Quando os semicondutores são dopados com impurezas doadoras o nível de Fermi se aproxima da banda de condução. Considere que a posição do nível de Fermi não varia com a temperatura da amostra. Calcule a probabilidade de que o estado de menor energia da banda de condução esteja ocupado por um elétron numa amostra de GaAs para T ~0 K e T = 300 K, nos seguintes casos:

a) se a amostra de GaAs é pura;

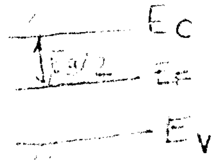
b) se a amostra de GaAs é dopada com impurezas de Si que introduzem um nível de energia 5 meV abaixo do mínimo da banda de condução com uma concentração tal que:

i) o nível de Fermi fica 10 meV abaixo do mínimo da banda de condução,

ii) o nível de Fermi fica 10 meV acima do mínimo da banda de condução.

$$P(E) = \frac{1}{e^{(E-E_F)/kT}+1} \qquad E_{g_{0K}} = 1{,}52\,eV \quad E_{g_{300K}} = 1{,}42\,eV \qquad K = 8{,}62\times10^{-5}\,eV/K$$

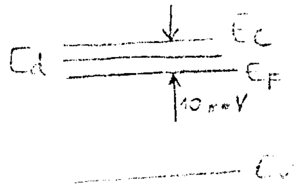
a) GaAs PURO:



0,4 $\quad T \cong 0\,K \quad P(E_c) = \lim_{T\to0} \dfrac{1}{e^{E_{g0K}/2kT}+1} = 0$

0,4 $\quad T = 300\,K \quad P(E_c) = \dfrac{1}{e^{\frac{1,42}{2\times8,62\times10^{-5}\times300}}+1} = 1{,}2\times10^{-12}$

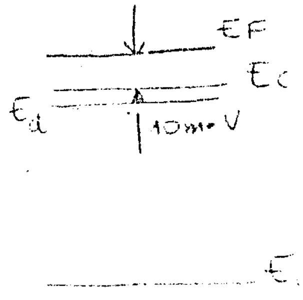
b) GaAs DOPADO:



i) $E_F = E_C - 10\,meV$

0,4 $\quad T \cong 0\,K \quad P(E_c) = \lim_{T\to0} \dfrac{1}{e^{\frac{0,01\,eV}{kT}}+1} = 0$

0,4 $\quad T = 300\,K \quad P(E_c) = \dfrac{1}{e^{\frac{0,01}{8,62\times10^{-5}\times300}}+1} = 0{,}40$



ii) $E_F = E_C + 10\,meV$

0,4 $\quad T \cong 0\,K \quad P(E_c) = \lim_{T\to0} \dfrac{1}{e^{-\frac{0,01}{kT}}+1} = 1$

0,5 $\quad T = 300\,K \quad P(E_c) = \dfrac{1}{e^{-\frac{0,01}{8,62\times10^{-5}\times300}}+1} = 0{,}60$

(− 0,1)

2. O isótopo $^{137}_{55}Cs$ sofre um decaimento beta para $^{137}_{56}Ba$ emitindo um elétron e um neutrino. O decaimento acontece com uma meia vida de 30,2 anos. Massas atômicas: $^{137}_{55}Cs$ ....136,9071 u e $^{137}_{56}Ba$....136,9059 u.

a) Determine a variação da energia liberada no decaimento de um átomo de $^{137}_{55}Cs$.

Quando um dos reatores de Chernobyl explodiu na Ucrânia em 1986, a região ficou contaminada com $^{137}_{55}Cs$. Em 1996, a atividade total dessa contaminação numa área de $2{,}6x10^5$ km^2 foi estimada em $1{,}0x10^{16}$ Bq. Suponha que o $^{137}_{55}Cs$ se espalhou uniformemente em toda a área e que metade dos elétrons resultantes dos decaimentos são emitidos para cima. Considere que a seção reta de uma pessoa deitada é $\sim 1\ m^2$.

b) Quantos elétrons atingiriam uma pessoa deitada no chão na região contaminada durante 1 hora em 1996? E em 2010?

c) Em que ano o número de elétrons que atingiriam uma pessoa deitada no chão na região contaminada durante 1 hora se tornaria ~1000?

$$^{137}_{55}Cs \longrightarrow {}^{137}_{56}Ba + e^- + \bar{\nu}_e \qquad T_{1/2} = 30{,}2\ a \qquad \lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = 2{,}30\times10^{-2}\ a^{-1}$$

1,0 a) $Q = -\Delta m c^2 = -[m^{nucleo}_{Ba} + m_e - m^{nucleo}_{Cs} (+55 m_e - 55 m_e)]c^2$

$Q = -[m^{at}_{Ba} - m^{at}_{Cs}]c^2 = -[136{,}9059 - 136{,}9071] \times 931{,}494013\ MeV$

$Q = +0{,}0012 \times 931{,}494013\ MeV = 1{,}12\ MeV$

$-0{,}3$ massa do e^-

1,0 b) $\frac{R^{1996}_{cima}}{A} = \frac{R_T^{1996}}{2\ A_T} = CTE = \frac{R^{1996}_{cima\ H}}{A_H}$

$-0{,}1$ (?)

$R^{1996}_{cima\ H} = \frac{R_T^{1996} \times A_H}{2\ A_T} = \frac{10^{16} \times 1}{2 \times 2{,}6\times10^5 \times 10^6} = 1{,}92 \times 10^4\ \frac{dec}{s}$

0,5 $R^{1996}_{cima\ H} = \frac{\Delta N^{1996}_{eH}}{\Delta t_{1h}}$ $\therefore$ $\Delta N^{1996}_{eH} = 1{,}92\times10^4 \times 3600$ elétrons

$\Delta N^{1996}_{eH} = \underline{6{,}92\times10^7}$ elétrons

0,5 $\Delta N^{2010}_{eH} = R^{1996}_{cima\ H} \times e^{-\lambda \Delta t_{14a}} \times \Delta t_{1h} = \Delta N^{1996}_{eH} \times e^{-\lambda \Delta t_{14a}}$

$\Delta N^{2010}_{eH} = 6{,}92\times10^7 \times e^{-2{,}30\times10^{-2}\times 14} = \underline{5{,}02\times10^7}$ elétrons

0,5 c) $\Delta N^{A}_{e} = 6{,}92\times10^7 \times e^{-2{,}30\times10^{-2}\Delta t_A} = 1000$

$\Delta t_A \cdot 2{,}30\times10^{-2} = \ln(6{,}92\times10^4)$

$\Delta t_A = \underline{485\ a}$

Ano = $1996 + 485 = 2481$

No verso

3. Uma estrela converte todo H em He, a partir de ponto começa a converter He em C através do processo triplo alfa:

$$^{4}He + {}^{4}He + {}^{4}He \rightarrow {}^{12}C + 7{,}27\ MeV$$

Considere que a massa da estrela de He é igual a $4{,}60x10^{32}\ kg$ e que ela gera energia a uma taxa aproximadamente constante de $5{,}30x10^{30}\ W$. Massas atômicas: ^{12}C....$12\ u$. ^{4}He....$4{,}002603\ u$.

a) Determine a taxa de queima de massa (dm/dt) dessa estrela.

b) Quanto anos leva para a estrela transformar todo o He em C?

$\Delta M_T = 4{,}60\times10^{32}$ kg $\qquad P = 5{,}30\times10^{30}$ W $\qquad \Delta E_1 = 7{,}27$ MeV

$\Delta E_1 = 7{,}27\times10^{6}\times1{,}6\times10^{-19}$ J

$\Delta E_1 = 1{,}16\times10^{-12}$ J

$$P = \frac{dE}{dt} = \left(\frac{\Delta E}{\Delta m}\right)_1 \frac{dm}{dt} \approx cte$$

$\Delta m_1 = 3\times4{,}002603\times1{,}66053886\times10^{-27}$ kg

$\Delta m_1 = 1{,}99\times10^{-26}$ kg

1,5 a) $\dfrac{dm}{dt} = \dfrac{P}{\Delta E_1}\Delta m_1$

(0,+)

se usa $\frac{dE}{dt} = \frac{dm}{dt}c^2$

$$\frac{dm}{dt} = \frac{5{,}30\times10^{30}}{1{,}16\times10^{-12}}\times1{,}99\times10^{-26}\ \text{kg/seg}$$

$$\frac{dm}{dt} = 9{,}11\times10^{16}\ \text{kg/s}$$

1,0 b) $\dfrac{dm}{dt} = \dfrac{\Delta M_T}{\Delta t_T}$ $\therefore$ $\Delta t_T = \dfrac{\Delta M_T}{(dm/dt)} = \dfrac{4{,}60\times10^{32}}{9{,}11\times10^{16}}$ s

$$\Delta t_T = 5{,}05\times10^{15}\ s = 1{,}61\times10^{8}\ \text{anos}$$

Noturno

4. Uma partícula desconhecida X em repouso decai através da reação $X \to \mu^+ \nu_\mu$.

Massas das partículas: $m_X = 139{,}6\ MeV/c^2$, $m_\mu = 105{,}7\ MeV/c^2$, $m_\nu \sim 0$.

a) Qual é a carga da partícula X?

b) A partícula X é um hádron ou um lépton?

c) A partícula X é um bóson ou um férmion?

d) Determine a energia de desintegração dessa reação.

e) Determine a energia cinética da partícula μ^+ resultante.

0,3 a) $Q_X = Q_{\mu^+} + Q_{\nu_\mu} = +1 + 0 = +1$ (0,1)

Carga = +1e

0,4 b) $L_{\mu_X} = L_{\mu_{\mu^+}} + L_{\mu_{\nu_\mu}} = -1 + 1 = 0$ — Não é Lépton

-(0,2) sem just.

$L_{e_X} = 0 + 0 = 0$ — $\to$ É Hádron

$L_{\tau_X} = 0 + 0 = 0$

0,4 c) $S_X = S_{\mu^+} + S_{\nu_\mu} = (\pm 1/2) + (\pm 1/2) = 0$ ou (± 1)

(0,2) sem just. — inteiro : Bóson

0,5 d) $\Delta Q = -\Delta m c^2 = -(m_\mu + m_\nu - m_X)c^2$

$\Delta Q = (m_X - m_\mu - m_\nu)c^2 = (139{,}6 - 105{,}7)\ MeV$

$\Delta Q = 33{,}9\ MeV$

1,0 e) $\Delta Q = K_\mu + K_\nu = 33{,}9\ MeV \quad \therefore K_\nu = \Delta Q - K_\mu$

$(pc)^2 = K^2 + 2Kmc^2$

$p_\mu = p_\nu$

$K_\mu^2 + 2K_\mu m_{0\mu}c^2 = K_\nu^2 + 2K_\nu m_{0\nu}c^2$

$K_\mu^2 + 2K_\mu m_{0\mu}c^2 = (\Delta Q - K_\mu)^2 = \Delta Q^2 + K_\mu^2 - 2K_\mu \Delta Q$

$K_\mu(m_{0\mu}c^2 + \Delta Q) \times 2 = \Delta Q^2$

$K_\mu = \dfrac{33{,}9^2}{2(105{,}7 + 33{,}9)} = 4{,}12\ MeV$