Christiani

EA513 — 1^0 Semestre de 2009 — Prof. Christiano Lyra Filho

Segunda Prova — 11 de maio de 2009

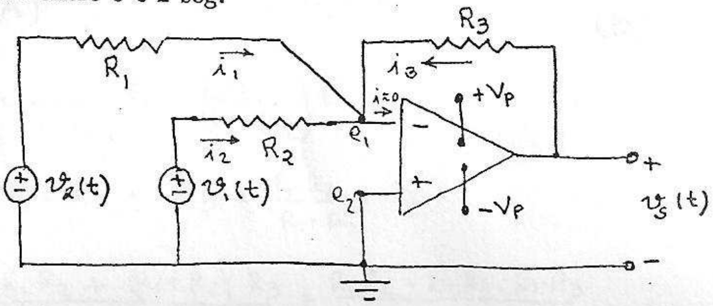
1. (2,5 ptos) No circuito com amplificador operacional representado a seguir, tem-se: $V_p = 10$ Volts, $R_1 = R_3 = 2\ k\Omega$ e $R_2 = 1\ k\Omega$.

   (a) 1,5 — 1,0 / 0,5 vp

   (b) 1,0

   (a) Encontre a tensão de saída $v_s(t)$ em termos das tensões de entrada, $v_1(t)$ e $v_2(t)$.

   (b) Conhecendo $v_1(t) = 5$ Volts $v_2(t) = \frac{5}{2}t$ Volts, encontre a tensão $v_s(t)$ para t entre 0 e 2 seg.



(a) $i_1 + i_2 + i_3 = 0$, $e_1 \simeq 0$

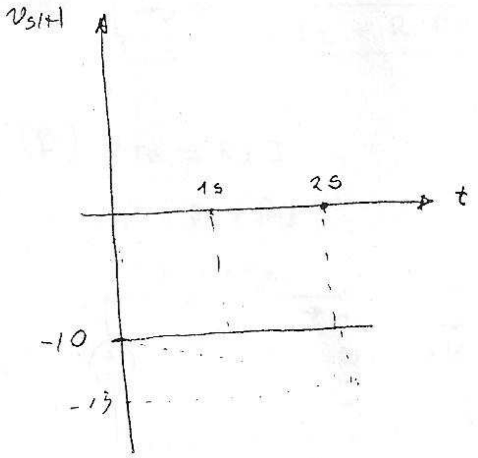
$$\frac{v_2(t)}{R_1} + \frac{v_1(t)}{R_2} + \frac{v_s(t)}{R_3} = 0 \quad \therefore \quad v_s(t) = -\frac{R_3}{R_1} v_2(t) - \frac{R_3}{R_2} v_1(t)$$

$$\boxed{v_s(t) = -v_2(t) - 2v_1(t)} \quad , \quad -V_p \leq v_s(t) \leq V_p$$

(b) $v_s(t) = -\frac{5}{2}t - 10$, $-V_p \leq v_s(t) \leq V_p$, $V_p = 10\ V$

p/ $t = 0$ $\quad v_s(t) = -10$

p/ $t = 2$ $\quad v_s(t) = \text{Max}\{-5-10, -10\} = -10$

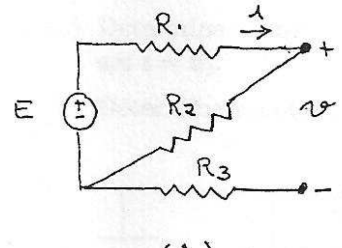


Obs. Incluir a característica de Thév. e Norton 0,5.

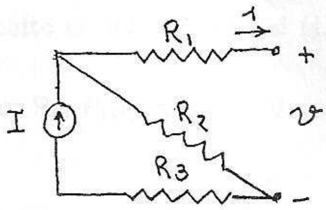
A) Thév. 0,5
Norton 0,5

B) Thév 0,5
Norton 0,5

2. (2,5 ptos) Para cada um dos circuitos representados abaixo, obtenha um circuito de Thévenin e um circuito de Norton com características "v, i" equivalentes ao circuito (ou seja, um circuito de Thévenin e um circuito de Norton equivalente a cada circuito apresentado).



(A)

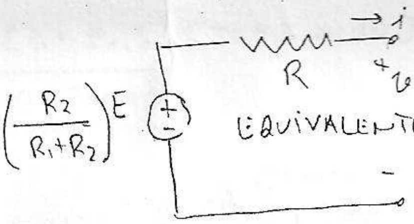


(B)

(A) $V_{TH} = \frac{E}{R_1+R_2} \cdot R_2 = \left(\frac{R_2}{R_1+R_2}\right) E$

$R = R_1 \parallel R_2 + R_3 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1+R_2} + R_3$

$R = \frac{R_1 \cdot R_2 + (R_1+R_2) R_3}{R_1+R_2} = \frac{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 \cdot R_2 \cdot R_3}{R_1+R_2}$

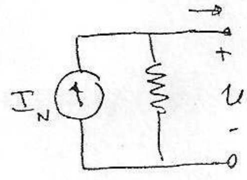


EQUIVALENTE THÈVENIN

ok

$I = \left(\frac{R_2}{R_1+R_2}\right) E \cdot \frac{1}{R} = \frac{R_2}{\cancel{(R_1+R_2)}} E \cdot \frac{\cancel{(R_1+R_2)}}{R_1 R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3}$

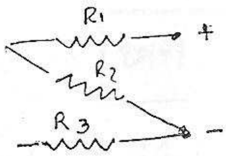
$\boxed{I_N = \frac{R_2 \cdot E}{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3}}$

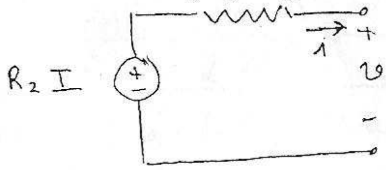


EQUIV. NORTON

(B) $V_{TH} = R_2 I$

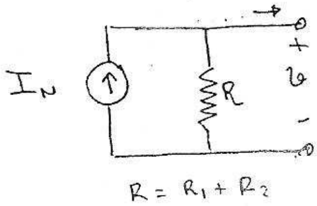
$R = R_1 + R_2$





THÉVENIN

ok



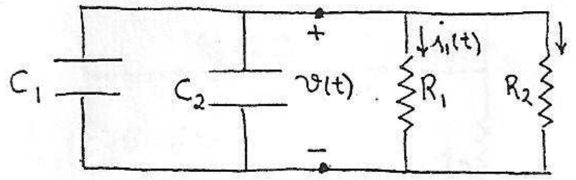
$R = R_1 + R_2$

$I_N = \frac{R_2 I}{R} = \frac{R_2 \cdot I}{R_1 + R_2}$

3. (2,5 ptos) Considere a associação de capacitores lineares e resistores representada na figura abaixo. O capacitor C_1 e o capacitor C_2 têm capacitância de 1000 μF. Os resistores R_1 e R_2 têm resistência de 2 $k\Omega$. Suponha que no instante inicial a tensão $v(t)$ tem o valor de 100 Volts (*i.e.*, $v(0) = 100$ Volts).

(a) Determine a energia armazenada no circuito no instante inicial (*i.e.*, em $t = 0$).

(b) Determine a potência dissipada no resistor R_1, $P_1(t)$, para $t \geq 0$.



(a) 1,0

(b) 1,5 — 1,0 ($v(t)$ ou $i_1(t)$); 0,5 ($P_1(t)$)

(a) $\mathcal{E} = \mathcal{E}_{C_1} + \mathcal{E}_{C_2}$

$$\mathcal{E}_{C_1} = \frac{1}{2} C_1 (v(0))^2 = \frac{1}{2} \cdot 10^{-3} F \, (10^2 V)^2 = 5 \text{ J}$$

$$\mathcal{E}_{C_2} = \frac{1}{2} C_2 (v(0))^2 = \frac{1}{2} 10^{-3} (10^2)^2 = 5 \text{ J}$$

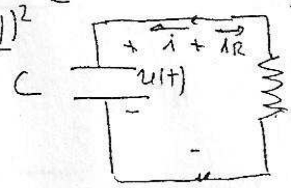
$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_{C_1} + \mathcal{E}_{C_2} = 5 J + 5 J = 10 J$$

$$\boxed{\mathcal{E} = 10 \text{ JOULES}}$$

$C = C_1 + C_2 = 2.000 \mu F$

(b) $P_1(t) = R_1 \cdot (i_1(t))^2 = \dfrac{(v(t))^2}{R_1}$

$i_1(t) = \dfrac{v(t)}{R_1}$



$R = \dfrac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \dfrac{4}{4} = 1 k\Omega$

$i(t) = C \dfrac{dv}{dt}$, $i_R = \dfrac{v}{R}$

$C \dfrac{dv}{dt} + \dfrac{v}{R} = 0 \quad \therefore \quad RC \dfrac{dv}{dt} + v = 0 \quad \therefore \quad v(t) = k \exp(-\frac{t}{\tau})$

$\tau = RC = (2 \times 10^3 \times 10^{-6})(1 \cdot 10^3) = 2$

$v(t) = k \exp(-\frac{t}{2})$, $v(0) = 100 \Rightarrow k = 100 \Rightarrow \boxed{v(t) = 100 \exp(-\frac{t}{2}) \text{ Volts}}$

$$P_1(t) = \frac{(v(t))^2}{R_1} = \frac{(100)^2 \exp(-t)}{2 \cdot 10^3} = 5 \exp(-t) \text{ Watts}$$

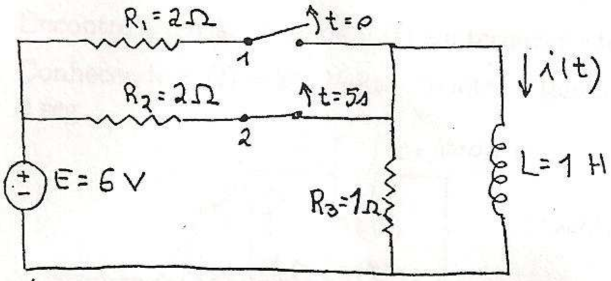
$$\boxed{P_1(t) = 5 \exp(-t) \text{ Watts}}$$

Obs: $i_1(t) = \dfrac{0,1}{2} \exp(-\frac{t}{2})$ A

4. (2,5 ptos) Considere o circuito linear de primeira ordem não autônomo representado abaixo, onde $R_1 = R_2 = 2\ \Omega$, $R_3 = 1\ \Omega$ e o indutor tem indutância $L = 1$ H. Suponha que a chave 1, depois de muito tempo fechada, é aberta em $t = 0$.

(a) Determine a corrente $i(t)$, através do indutor, para $t \geq 0$.

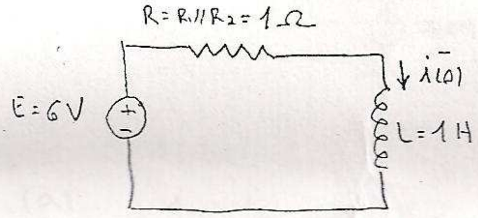
(b) Suponha que a chave 2 é também aberta em $t = 5$ segundos. Determine a corrente $i(t)$ para $t \geq 5$ seg.



(a) 1,5 — 0,2 $i(0)$; 0,2 $i(\infty)$; 0,2 τ; 0,9 Resp. comp

(b) 1,0 — 0,2 $i(5)$; 0,2 $i(\infty)$; 0,2 τ; 0,4 resp. co

(a) 1. antes da chave abrir

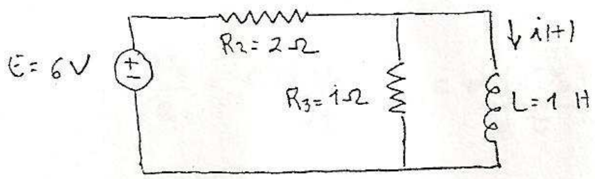


$i(0^-) = \frac{E}{R} = \frac{6V}{1\Omega} = 6$ A

$i(0) = i(0^-)$

$\boxed{i(0) = 6 \text{ A}}$

2. após a abertura da 1ª chave.



$i(0) = 6$ A

$i(t) = i(\infty) + (i(0) - i(\infty))\, \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$

$\tau = \frac{L}{R}$, $R = R_2 // R_3 = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} = \frac{2 \cdot 1}{3} = \frac{2}{3}$

$\boxed{\tau = \frac{L}{R} = \frac{1}{2/3} = \frac{3}{2}}$

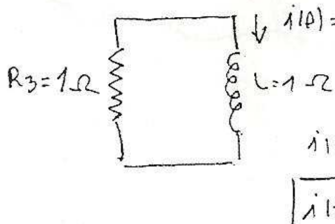
$i(0) = 6$ A

$i(\infty) = \frac{E}{R_2} = \frac{6}{2} = 3$ A

$i(t) = 3 + (6-3)\exp\left(-\frac{2}{3}t\right)$ ∴ $\boxed{i(t) = 3 + 3\exp\left(-\frac{2}{3}t\right) \text{ A}}$

$\tau = \frac{3}{2}$ seg. $= 1,5$ seg. $\Rightarrow$ 5 seg. $> 3\tau$ Pode-se dizer que a corrente estabilizou. $\Rightarrow i(5) \approx 3$ (+ 99% do valor desejado) ou $i(5) = 3,1$

3. após a abertura da 2ª chave

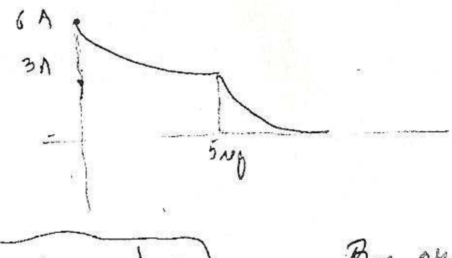


$i(0) = i(5) = 3$ A, $\tau = \frac{L}{R} = 1$

$i(\infty) = 0$

$i(t) = \underset{0}{i(\infty)} + (\underset{3}{i(0)} - \underset{0}{i(\infty)})\exp(-t)$

$\boxed{i(t) = 3\exp(-t)}$ A ou $i(t) = 3,0\exp(-1(t-5))$ A



Boa prova!