1^a Prova de F-128 – Turmas do Noturno

Segundo semestre de 2004 – 18/10/2004

1) Um carro se desloca em uma avenida segundo a equação **x(t) = 20t - 5t²**, onde **x** é dado em **m** e **t** em **s**.

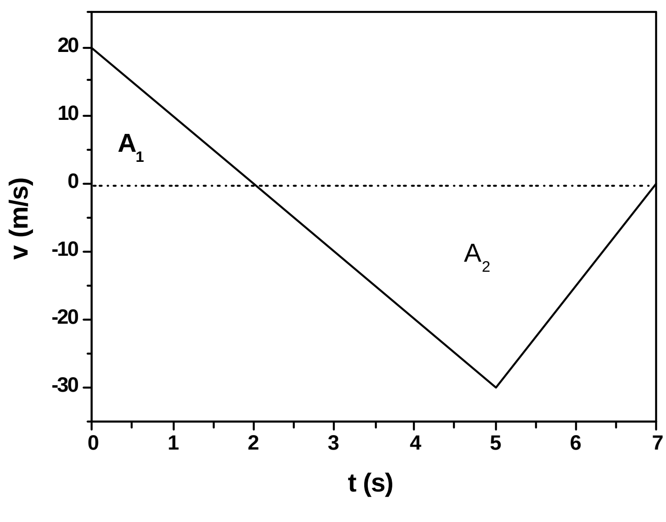
a) Calcule a velocidade instantânea do carro para os instantes $\mathbf{t_1 = 2{,}0\ s}$ e $\mathbf{t_2 = 5{,}0\ s}$.
b) No instante $\mathbf{t_2 = 5\ s}$, o motorista avista o farol com sinal vermelho a uma distância de **30 m**. Qual deve ser a aceleração (constante) do carro a partir deste instante para que o carro pare no sinal?
c) Construa o gráfico da velocidade em função do tempo desde **t = 0** até o instante em que o carro pára. Obtenha então o deslocamento total do carro **graficamente**.

a) $v = \dfrac{dx}{dt} = 20 - 10t$ logo $\boldsymbol{v_1}$ **= 0 m/s** e $\boldsymbol{v_2}$ **= - 30 m/s.**

b) $v_f = 0$ e $v_0 = -30$ m/s.

0 = 900 - 2a.Δs
0 = 900 - 2a.30
a = 15 m/s² sinal contrário de v_0.

c) Para montarmos o gráfico é necessário obtermos quando tempo depois e $t_2 = 5$ s o carro para no sinal. Após $t_2 = 5$ s a equação da velocidade do móvel é v = -30 + 15t´, logo v = 0 para t´ = 2 s, assim para o instante t = 5+2 = 7s.
Obtemos então o gráfico abaixo.



O deslocamento Δs pode então ser calculado pelas somas das áreas $A_1 + A_2$:

Logo $\Delta x = \frac{20.2}{2} + \frac{5.(-30)}{2} = 20 - 75 = -55m$

2) Um projétil é atirado com velocidade inicial horizontal $\mathbf{v_0}$ em direção a um fruto que se desprende de uma árvore exatamente no instante em que o projétil sai do cano da arma. Neste instante, a altura do fruto em relação ao solo é igual a **5 m** e a distância entre o projétil e o fruto é igual a **100 m.**

a) Determine a condição sobre o valor de $\mathbf{v_0}$ tal que o projétil atinja o fruto.
b) Caso o projétil atinja o fruto exatamente no instante em que ele tocar o solo, escreva o valor da velocidade do projétil naquele instante na sua forma vetorial (Por comodidade, desenhe os eixos ***x*** e ***y*** indicando claramente o sentido positivo dos mesmos).
c) Se a velocidade inicial $\mathbf{v_0}$ do projétil é igual **12 m/s**, qual terá sido o módulo de sua velocidade média no trajeto até tocar o solo? (g = 10 m/s^2)

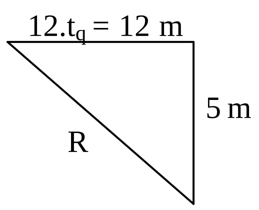
a) O tempo de queda do fruto é dado por $t_q = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 1\,\text{s}$

logo $\mathbf{v_0}$ deve ser maior que $100/t_q$ - $\mathbf{v_0} > 100$ m/s.

b) $v_y = gt_q = 10$ m/s e $v_x = 100$ m/s logo

$\vec{v} = 100\,\hat{i} + 10\,\hat{j}$ (m/s)

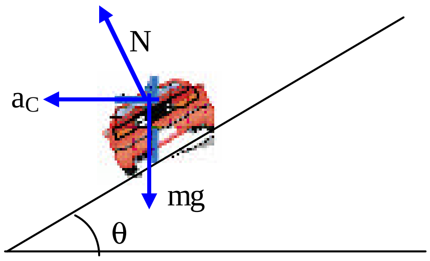
c) O deslocamento total do projétil neste caso será:



$R = \sqrt{(5^2 + 12^2} = 13\,\text{m}$

logo $v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{R}{t_q} = 13$ m/s.

3) Uma estrada foi projetada para veículos se moverem a **100 km/h**. Em uma curva com raio de curvatura **R = 500 m**, qual é o ângulo de declive que a pista de rolamento deve ter para que o carro possa percorrê-la sem que seja necessário atrito lateral entre os pneus e a pista de rolamento? Discuta como a presença do atrito entre os pneus e a pista modificaria sua resposta! (g = 10 m/s^2)



Para o movimento do carro, temos:

$$ma_x = -\frac{mv^2}{R} = -N sen\theta \qquad (1)$$

$$ma_y = 0 = N\cos\theta - mg \qquad (2)$$

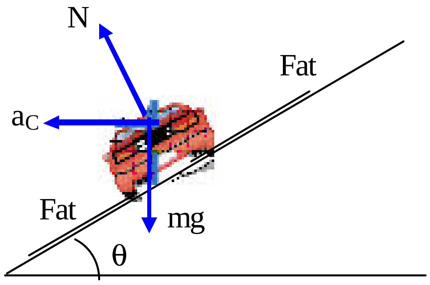
De 2, temos:

$$N\cos\theta = mg$$

Substituindo em 1, temos:

$$-\frac{mv^2}{R} = mg\frac{sen\theta}{\cos\theta} \quad => \quad \text{Portanto: } tg\theta = \frac{V^2}{Rg} = \frac{27{,}8^2}{10.500} = 0.154$$

$$\theta \approx 8.8^o$$

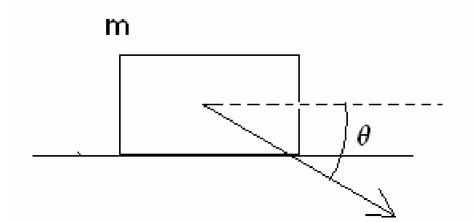


Com atrito o carro poderia fazer esta curva com velocidade um pouco maiores ou menores que 100 km/h, que o carro não deslizaria para baixo e nem sairia pela tangente.

$$ma_x = -\frac{mv^2}{R} = -Nsenq \pm \text{Fatcos}\theta$$
$$ma_y = 0 = N\cos q - mg \pm \text{Fat sen}\theta$$

Ou mantendo-se a velocidade de 100 Km/h o ângulo de declive poderia ser um pouco maior ou menor que obtido no item anterior.

4) Um bloco de massa m está em repouso sobre um assoalho horizontal, onde o coeficiente de atrito estático entre o bloco e o assoalho é m_e. Este bloco é empurrado na direção dada na figura abaixo, formando um ângulo q com a horizontal (e para baixo).



(a) Determine o valor mínimo do módulo da força aplicada para que o bloco saia do repouso.
(b) Considere que o ângulo q possa variar entre 0 e 90 graus. Para qual valor de q o resultado do item (a) tem o menor valor? Comente!
Observação: Expressar os resultados em função da massa m, do ângulo q, do coeficiente de atrito estático m_e e da aceleração da gravidade g.

Solução:

(a) Devemos decompor a força aplicada sobre o bloco em uma componente horizontal (F_H) e uma componente vertical (F_V):

$$F_H = F\cos q \quad ; \quad F_V = Fsenq$$

Em seguida, devemos observar a resultante das forças em cada direção e aplicar a segunda lei de Newton:

Direção Vertical: O bloco não se desloca nesta direção. Logo, a resultante das forças deve ser nula:

$$N - F_V - mg = 0 \Rightarrow N = Fsenq + mg \qquad (1)$$

Direção Horizontal: Enquanto estivermos no regime de atrito estático o bloco não irá se mover na horizontal. Logo:

$$F_H - f_e = 0 \Rightarrow F\cos q = f_e \qquad (2)$$

onde f_e é a força de atrito estático.

Sabemos que a força de atrito estático está restrita ao intervalo: $0 < f_e < m_e N$. Logo, força mínima $F_{\min}$ necessária para tirar o bloco do regime de atrito estático (ou seja, tirar o bloco do repouso) deve satisfazer a equação (2) na situação em que f_e assume seu maior valor possível.

Portanto, no caso em que $F = F_{\min}$, devemos ter:

Vertical: $N = F_{\min} senq + mg$ (3)

Horizontal: $F_{\min}\cos q = m_e N$ (4)

Substituindo (3) em (4), obtemos que:

$$F_{\min}\cos q = m_e\left(F_{\min} senq + mg\right)$$

Portanto, concluímos que a força mínima necessárias para tirar o bloco do repouso tem módulo:

$$F_{\min} = \left(\frac{m_e}{\cos q - m_e senq}\right)mg$$

(b) $F_{\min}$ tem o seu menor valor quando o quociente $\left(\cos q - m_e senq\right)$ tem o maior valor. Na faixa em que o ângulo q varia entre 0 e 90 graus, isto ocorre apenas no caso $q = 0$.

Este caso corresponde a situação em que a força está sendo aplicada horizontalmente ao bloco, onde não existe uma componente vertical da força empurrando o bloco para baixo (o que aumentaria o atrito entre o bloco e o assoalho). Como se trata do caso em que esperamos uma dificuldade menor para tirar o bloco do lugar, podemos dizer que o modelo está consistente com a realidade.