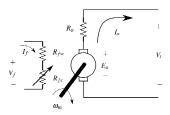
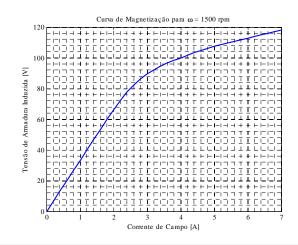
# Questão 1 - P1 - 1s2011

QUESTÃO 1 (4,0 pontos) Uma máquina de corrente contínua apresenta os seguintes dados de placa: potência: 6 kW; tensão do enrolamento de armadura: 120 V; tensão do enrolamento de campo paralelo (shunt): 120 V; resistência do enrolamento de armadura: 0,18  $\Omega$ ; resistência do enrolamento de campo paralelo (shunt): 24  $\Omega$ ; reostato de controle de excitação: 0 – 30  $\Omega$ ; número de espiras do enrolamento de campo paralelo (shunt): 1000 espiras por pólo; conexão independente. Quando submetida em laboratório ao ensaio em vazio, tendo sido acionada em 1500 rpm, a curva de magnetização abaixo é obtida. Deseja-se que esta máquina opere como gerador independente, acionada por uma pequena turbina a gás em 1800 rpm.

### Conexão INDEPENDENTE



A máquina opera em 1800 rpm, porém a curva de magnetização foi levantada em 1500 rpm.



# Questão 1 – P1 – 1s2011

 $(a) \ Calcule \ a \ faixa \ de \ valores \ de \ tens\~ao \ terminal \ em \ vazio \ na \ qual \ o \ gerador \ \'e \ capaz \ de \ operar. \ (0,5 \ ponto)$ 

#### RESPOSTA:

A corrente de campo é dada por:

$$I_f = \frac{V_f}{R_{fc} + R_{fw}} = \frac{120 \text{V}}{R_{fc} + 24 \Omega}$$

Para  $R_{fc}$  variando entre 0 e 30  $\Omega$  temos:

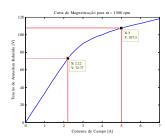
$$I_f^a = \frac{120\text{V}}{(R_{fc} + 24)\Omega} = \frac{120\text{V}}{(0 + 24)\Omega} = 5\text{A}$$

$$I_f^b = \frac{120\text{V}}{(R_{fc} + 24)\Omega} = \frac{120\text{V}}{(30 + 24)\Omega} = 2,22\text{A}$$

Da curva de magnetização em 1500 rpm temos:

$$I_f = 2{,}22\mathrm{A} \Longrightarrow E_a^{1500} = 72\mathrm{V}$$

$$I_f = 5 \mathrm{A} \Longrightarrow E_a^{1500} = 108 \mathrm{V}$$



Visto que a máquina foi acionada em 1800 rpm, temos:

$$E_a^{1800} = E_a^{1500} \cdot \left(\frac{1800}{1500}\right) = 72 \cdot \left(\frac{1800}{1500}\right) = 86,4 \text{V}$$

$$E_a^{1800} = E_a^{1500} \cdot \left(\frac{1800}{1500}\right) = 108 \cdot \left(\frac{1800}{1500}\right) = 129,6V$$

O gerador é capaz de operar em vazio com tensão terminal na faixa 86,4 - 129,6 V.

# Questão 1 – P1 – 1s2011

(b)Em qual valor o reostato de controle de corrente de campo deve ser posicionado para que a tensão terminal do gerador em vazio seja de 120 V? (0.75 ponto)

#### RESPOSTA:

 $Em\ vazio\ a\ tensão\ terminal\ de\ 120\ V\ equivale\ à\ tensão\ induzida\ interna\ de\ 120\ V.\ Para\ que\ tenhamos\ uma\ tensão\ interna\ de\ 120\ V\ em\ 1800\ rpm,\ devemos\ ter:$ 

$$E_a^{1500} = E_a^{1800} \cdot \left(\frac{1500}{1800}\right) = 120 \cdot \left(\frac{1500}{1800}\right) = 100 \text{V}$$

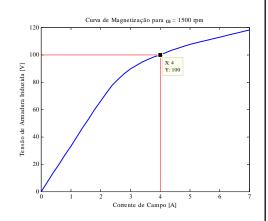
O fluxo capaz de induzir 100 V em 1500 rpm é o mesmo capaz de induzir 120 V em 1800 rpm. Pela curva de magnetização, a corrente de campo que produz tal fluxo é:

$$E_a^{1800} = 120 \mathrm{V} \Longrightarrow I_f = 4 \mathrm{A} \Longrightarrow E_a^{1500} = 100 \mathrm{V}$$

O reostato de controle de campo da máquina deve ser ajustado então para:

$$R_{fc} = \frac{V_f}{I_f} - R_{fw} = \frac{120 \text{V}}{4 \text{A}} - 24 \Omega = 6 \Omega$$

O reostato deve ser ajustado em 6  $\Omega$ .



# Questão 1 - P1 - 1s2011

(c) O reostato é ajustado no valor do item anterior. Considere que em plena carga a reação de armadura da máquina é equivalente a uma desmagnetização  $I_{f(RA)}=400\,$  mA. Qual a regulação de tensão do gerador em plena carga? (0,75 ponto)

#### RESPOSTA:

Em plena carga e com o reostato ajustado em 6 ohms, o efeito líquido da corrente de campo é:

$$I_f^{eff} = I_f - I_{f(RA)} = 4A - 0.4A = 3.6A$$

Da curva de magnetização, para  $I_f \! = \! 3,\! 6$  A e  $\omega_m \! = \! 1500$  rpm temos:

$$I_f = 3.6A \implies E_a^{1500} = 97V$$

Como a máquina opera em 1800 rpm temos:

$$E_a^{1800} = E_a^{1500} \cdot \left(\frac{1800}{1500}\right) = 97 \cdot \left(\frac{1800}{1500}\right) = 116,4 \text{ V}$$

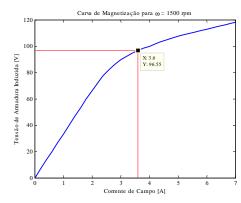
A tensão terminal em plena carga vale, portanto:

$$V_T = E_a - R_a I_a = 116,4 - 0,18 \cdot 50 = 116,4 - 9 = 107,4 \text{V}$$

Logo, a regulação de tensão do gerador é:

$$r = \frac{V_T^0 - V_T^{FL}}{V_T^{FL}} = \frac{120 - 107,4}{107,4} = \frac{12,6}{107,4} = 11,73\%$$

O gerador tem regulação de tensão terminal de 11,73%.



### Questão 1 - P1 - 1s2011

Deseja-se agora que esta máquina opere com regulação de tensão nula em plena carga. Para esta configuração, uma vez ajustado o valor do reostato não se altera mais sua posição. Para isso será necessário projetar um enrolamento série. Com base nisso obtenha:

(d) O número de espiras necessário para que a regulação de tensão do gerador a plena carga seja nula. (1,0 ponto)

#### RESPOSTA:

Para que a regulação de tensão em plena carga seja nula a tensão terminal em vazio e em plena carga devem ser iguais a 120 V:

$$E_a^{FL} = V_T^{FL} + R_a I_a^{FL} = 120 + 0.18 \cdot 50 = 129 \text{V}$$

$$E_a^0 = V_T^0 = 120V$$

Do item (b), para que a tensão terminal em vazio seja 120 V, o reostato deve ser posicionado em 6  $\Omega$  e a corrente no enrolamento de campo shunt será de 4 A. Para a tensão terminal em plena carga valer 120 V, a corrente de campo efetiva deve ser tal que induziria na armadura, em vazio, uma tensão de 129 V. Do item (a) esse valor é de aproximadamente 5 A. Temos, portanto:

$$I_f^{\textit{off}} = I_f + \frac{N_{sr}}{N_{sh}} I_a - I_f^{RA} \Rightarrow 5 = 4 + \frac{N_{sr}}{1000} 50 - 0, 4 \Rightarrow N_{sr} = 28 \text{ espiras}$$

O enrolamento série deve ter 28 espiras.

### Ouestão 1 - P1 - 1s2011

(e) A eficiência da máquina nessas condições. Considere que as perdas rotacionais são de 270 W e a resistência do enrolamento série projetado é desprezível. (1,0 ponto)

### RESPOSTA:

Para calcular a eficiência temos:

Potência de saída em plena carga com  $V_T = 120 \text{ V}$  e  $I_a = 50 \text{ A} \rightarrow P_{out} = 6 \text{ kW}$ 

Perdas elétricas (ôhmicas) no circuito de armadura  $\rightarrow R_a I_a^2 = 0.18 \cdot 50^2 = 450 \text{W}$ 

Perdas mecânicas (rotacionais)  $\rightarrow$  270 W

Potência no enrolamento shunt  $\rightarrow V_F = 120 \text{ V}$  e  $I_f = 4 \text{ A} \rightarrow P_f = 480 \text{ W}$ 

Deve ser fornecido ao gerador, portanto: 6000 + 450 + 270 + 480 = 7.2 kW. Logo,  $P_{in} = 7.2$  kW.

A eficiência é a relação entre a potência de saída e a potência de entrada.

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} = \frac{6000}{7200} = 83,33\%$$

O rendimento da máquina é de 83,33%.

### Questão 2 - P1 - 1s2011

QUESTÃO 2 (3,0 pontos) Um motor de corrente contínua com conexão série possui os seguintes dados de placa: potência: 7,5 hp; tensão: 120 V; resistência do enrolamento de armadura: 0,20 Ω; resistência do enrolamento de campo

0,16 Ω. Em plena carga a velocidade de operação do motor é de 1050 rpm. As perdas no núcleo são de 200 W e as perdas mecânicas em plena carga são de 240 W. Assuma linearidade do circuito magnético da máquina. Dado: 1 hp = 746 W

- (a) Em plena carga, qual o torque eletromagnético desenvolvido pela máquina e qual o torque mecânico disponível para acionamento da carga? (1,0 ponto)
- (b) Qual o valor da corrente de armadura e da tensão induzida de armadura em plena carga? (1,0 ponto)
- (c) Qual o torque de partida que a máquina é capaz de desenvolver? (1,0 ponto)

ATENÇÃO: 7,5 hp é a potência de SAÍDA, aquela que está disponível no eixo da máquina para acionar a carga mecânica após todas as perdas. Não é a potência de entrada!

# Questão 2 - P1 - 1s2011

#### **RESPOSTA:**

(a) Em plena carga temos:

$$P_{load} = 7.5 \text{ hp}$$
  $\omega_m = 1050 \text{ rpm}$ 

Logo, o torque exigido pela carga é de:

$$T_{load} = \frac{P_{load}}{\omega_m} = \frac{7.5 \cdot 746 \text{W}}{1050 \cdot \left(\frac{2\pi}{60}\right) \text{rad/s}} = \frac{5595 \text{W}}{109,96 \text{ rad/s}} = 50,88 \text{ N.m}$$

A potência eletromagnética convertida em mecânica pela máquina é a potência de saída mais as perdas mecânicas e as perdas no núcleo:

$$P_{em} = 5595 + 200 + 240 = 6035 \text{ W}$$

Logo, o torque eletromagnético desenvolvido pela máquina é de:

$$T_{em} = \frac{P_{em}}{\omega_m} = \frac{6035 \text{W}}{109,96 \text{ rad/s}} = 54,89 \text{ N.m}$$

A máquina desenvolve um torque de 54,89 N.m dos quais 50,88 N.m estão disponíveis para acionamento da carga mecânica. Os 4 N.m restantes são gastos para suprir as perdas rotacionais.

# Questão 2 - P1 - 1s2011

(b) Do circuito elétrico equivalente da máquina temos:

$$V_T = E_a + (R_a + R_{sr}) \cdot I_a$$

Multiplicando ambos os lados da equação por  $I_a$ :

$$V_T \cdot I_a = E_a \cdot I_a + (R_a + R_{sr}) \cdot I_a^2$$

Arranjando novamente a equação temos:

$$I_a^2 - \frac{V_T}{(R_a + R_{sr})} I_a + \frac{E_a I_a}{(R_a + R_{sr})} = 0$$

O valor  $E_a I_a$  é a potência eletromagnética convertida em mecânica calculada no item (a). Substituindo os valores  $V_T = 120$  V,  $R_a + R_{sr} = 0.36$   $\Omega$  e  $E_a I_a = 6035$  W temos:

$$I_a^2 - 333,33I_a + 16763,89 = 0$$

Resolvendo a equação de 2º grau acima temos:

$$I_a = 61,72 \text{ A ou } I_a = 271,61 \text{ A}$$

A primeira solução é a que corresponde ao ponto de operação da máquina em plena carga. Para esse valor de  $I_a$  a tensão induzida de armadura vale:

$$E_a = V_T - (R_a + R_{sr}) \cdot I_a = 120 - (0.20 + 0.16) \cdot 61.72 = 97.78V$$

A corrente de armadura é de 61,72 A e a tensão induzida de armadura é de 97,78 V.

# Questão 2 - P1 - 1s2011

(c) Para o motor série temos:

$$T = KI^2$$

Dos itens (a) e (b) temos:

Quando T = 54,89 N.m então I = 61,72 A. Logo, a constante K vale:

$$K = \frac{T}{I^2} = \frac{54,89}{61,72^2} = 0,0144 \frac{\text{N.m}}{\text{A}^2}$$

A corrente de partida da máquina vale:

$$I_p = \frac{V_T}{(R_a + R_{sr})} = \frac{120}{0.36} = 333,33A$$

Portanto, na partida a máquina é capaz de desenvolver torque eletromagnético de:

$$T = KI^2 = 0.0144 .333,33^2 = 1600,92 \text{ N.m}$$

A máquina é capaz de desenvolver 1600,92 N.m na partida.

ATENÇÃO: No motor DC o fluxo  $\varphi$  é criado pela corrente de armadura e, portanto, depende da carga que a máquina aciona. Não podemos considerar  $K_a$   $\varphi$  constante para qualquer valor de corrente de armadura!

# Questão 3 - P1 - 1s2011

QUESTÃO 3 (3,0 pontos) Um motor de corrente contínua tem o seguintes dados: 50 hp, 200 V, 1800 rpm, conexão paralela, resistência do circuito de armadura =  $0.15 \Omega$ . Dado: 1 hp = 746 W.

- (a) Estime a corrente de partida direta dessa máquina em pu. (0,5 ponto)
- (b) Deseja-se que a corrente de armadura durante a partida seja limitada na faixa de valores de 200 a 400 A. Determine a quantidade e o valor de cada um dos resistores que deve ser projetado na caixa de partida da máquina. (1,5 ponto)
- (c) Determine os valores da velocidade da máquina nos instantes de chaveamento dos resistores da caixa de partida. (1,0 ponto)

#### RESPOSTA:

(a) A corrente de partida direta em pu pode ser estimada por:

Valor da corrente de partida direta em Ampères:

$$I_a^p = \frac{V_T}{R_a} = \frac{200}{0.15} = 1333,33A$$

A corrente nominal da máquina em Ampères é de aproximadamente:

$$I_a^{rated} = \frac{P}{V_T} \approx \frac{50.746}{200} = 186,50A$$

Portanto, a corrente de partida direta é da ordem de:

$$I_a^p$$
 (pu) =  $\frac{1333,33}{186,50}$  = 7,15pu

A corrente de partida direta é da ordem de 7,15 pu.

### **Ouestão 3 - P1 - 1s2011**

(b) Visto que a corrente máxima admissível na armadura é de  $I_a$  = 400 A e na partida  $\omega_m$  = 0 e, portanto,  $E_a$  = 0, o valor da resistência externa de armadura inicialmente necessária é dado por:

$$R_{ae1} = \frac{(V_T - E_a)}{I_{a(max)}} - R_a = \frac{(200 - 0)V}{400A} - 0.15\Omega = 0.35\Omega$$

Conforme a máquina acelera e ganha velocidade, a tensão induzida na armadura aumenta e a corrente de armadura é reduzida. Ao chegar a  $I_a=200\,$  A, uma parte da resistência  $R_{ael}$  externa é "bypassada" e a corrente subirá novamente para, no máximo,  $I_a=400\,$  A. Neste instante a tensão induzida na armadura vale:

$$E_{a} = V_{T} - \left(R_{ae1} + R_{a}\right) \cdot I_{a} = 200 \,\text{V} - \left(0.35 + 0.15\right) \Omega \cdot 200 \,\text{A} = 100 \,\text{V}$$

O novo valor da resistência externa de armadura necessária  $R_{ae2}$  será:

$$R_{ae2} = \frac{(V_T - E_a)}{I_{a(max)}} - R_a = \frac{(200 - 100)V}{400A} - 0,15\Omega = 0,10\Omega$$

A máquina continua então acelerando e ganhando velocidade até que a corrente de armadura seja novamente reduzida a 200 A. Nesse instante, a tensão induzida terá atingido o valor:

$$E_a = V_T - \left(R_{ae1} + R_a\right) \cdot I_a = 200\,\text{V} - \left(0,\!10 + 0,\!15\right)\!\Omega \cdot 200\,\text{A} = 150\,\text{V}$$

Se "bypassarmos" completamente a resistência externa nesse instante (de  $R_{ae2} = 0.10 \Omega$  para  $R_{ae3} = 0$ ) a corrente de armadura saltará para:

$$I_a = \frac{V_T - E_a}{R_{ac3} + R_a} = \frac{200 - 150}{0.15} = \frac{50 \text{V}}{0.15 \Omega} = 333.33 \text{A}$$

Abaixo, portanto, do limite admissível de 400 A. Neste ponto a máquina continuará acelerando até que, em regime, a corrente de armadura atinja o seu valor proporcional à carga que o motor aciona.

Para o acionamento desta máquina são necessárias 2 resistências na caixa de partida, cada uma valendo  $0,25~\Omega$  e  $0,10\Omega$ .

# Questão 3 - P1 - 1s2011

A velocidade da máquina é dada por:

$$\omega_m = \frac{E_a}{K_a \phi}$$

Sabendo-se que quando  $E_a=200~{\rm V}$  a velocidade é  $\omega_m=1800~{\rm rpm}$ , a constante  $K_a\varphi$  pode ser determinada por:

$$K_a \phi = \frac{E_a}{\omega_m} = \frac{200}{1800} = 0,11 \text{ V/rpm}$$

Portanto, a velocidade nos instantes de chaveamento das resistências externas é:

$$\omega_m^a = \frac{E_a}{K_a \phi} = \frac{100}{0.11} = 900 \text{ rpm}$$

$$\omega_m^b = \frac{E_a}{K_a \phi} = \frac{150}{0.11} = 1350 \text{ rpm}$$

A velocidade nos instantes de chaveamento das resistências é 900 e 1350 rpm.