1) a) Por polares: $x = r\cos\theta$, $y = r\,\text{sen}\,\theta$ (0,2)

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}} = \lim_{r\to 0} \frac{r\cos\theta \cdot r\,\text{sen}\,\theta}{\sqrt{r^2\cos^2\theta + r^2\text{sen}^2\theta}} =$$ (0,2)

$$= \lim_{r\to 0} \frac{r^2\cos\theta\cdot\text{sen}\,\theta}{|r|\cdot\sqrt{1}}$$ (0,4) $$= \lim_{r\to 0} \underbrace{|r|}_{\downarrow\, 0} \cdot \underbrace{\cos\theta\,\text{sen}\,\theta}_{\text{ltda}} = 0$$ (0,45)

$\therefore \exists \lim = 0$

b) Tomando os caminhos:

$$x = 0 \Rightarrow \lim_{y\to 0} \frac{0\cdot y\cdot\text{sen}\,y}{y\cdot(0^2+y^2)} = 0$$ (0,1)

$$y = x \Rightarrow \lim_{x\to 0} \frac{x^2\,\text{sen}\,x}{x\cdot 2x^2} = \frac{1}{2}\lim_{x\to 0} \frac{\text{sen}\,x}{x}$$ (0,2) $$= \frac{1}{2}$$ (0,3)

Para caminhos $\neq$s, limites $\neq$s (0,3)

$\therefore \nexists \lim$ (0,35)

# Questão 2

$$F(x,y,z) = x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 4xyz = 0$$

(a) $\dfrac{\partial z}{\partial x} = -\dfrac{F_x}{F_z} = \dfrac{-(2x+4yz)}{4z+4xy} = \dfrac{-(x+2yz)}{2(z+xy)}$

— 0.5

$\dfrac{\partial z}{\partial y} = \dfrac{-F_y}{F_z} = \dfrac{-(4y+4xz)}{4z+4xy} = \dfrac{-(y+xz)}{z+xy}$

— 0.5

(b) É onde o denominador se anula, isto é,

$F_z = 0$.

$\Rightarrow 4z + 4xy = 0 \Rightarrow z + xy = 0 \Rightarrow z = -xy$.

Logo, os pontos onde as derivadas parciais não estão definidas são:

$$\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : z = -xy\}$$

— 0.5

QUESTÃO 2:

(c) A Equação é dada por

$$\frac{\partial F}{\partial x}(2,1,-1)(x-2) + \frac{\partial F}{\partial y}(2,+1,-1)(y-1) + \frac{\partial F}{\partial z}(2,1,-1)(z+1) = 0$$

onde $F(x,y,z) = x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 4xyz = 0.$

Logo,

$$\pi : \quad -4(y-1) + 4(z+1) = 0$$

$$\pi : \boxed{z = y - 2}$$

Equação do plano : 0,3

Resposta correta : 0,7

Questão 3 — Prova de Sexta-feira.

$f_x = 2x + y\cos(xy)$

$f_y = x\cos(xy) \longrightarrow 0{,}5$

$f_x(1.0) = 2$ e $f_y(1.0) = 1 \longrightarrow 0{,}5$

$D_v f(1.0) = (2, 1) \cdot v = 1$, onde $\|v\| = 1 \rightarrow 0{,}5$

<u>Cálculo do $v$</u>

$D_v f(1,0) = 1 \iff \begin{cases} 2a + b = 1 \\ a^2 + b^2 = 1 \end{cases}$

$b = 1 - 2a \Rightarrow$

$a^2 + (1-2a)^2 = 1 \iff a^2 + 1 - 4a + 4a^2 = 1$

$\iff a(5a-4) = 0 \iff$

$a = 0$ ou $a = \frac{4}{5}$

p/ $a = 0 \Rightarrow b = 1$

p/ $a = \frac{4}{5} \Rightarrow b = 1 - \frac{8}{5} = -\frac{3}{5}$

As direções são:

$v = (0, 1)$ ou $v = \left(\frac{4}{5}, \frac{-3}{5}\right) \longrightarrow (1{,}0)$

4 Sexta-feira Ex 4.

0,5 (a) $D = \{ (x,y) : x^2+y^2 \leq 4 \}$

(b)

0,25
$$\begin{cases} f_x = \dfrac{-x\, e^{\sqrt{4-x^2-y^2}}}{\sqrt{4-x^2-y^2}} \\ f_y = \dfrac{-y\, e^{\sqrt{4-x^2-y^2}}}{\sqrt{4-x^2-y^2}} \end{cases}$$

0,25
$$\begin{cases} f_x(1,1) = \dfrac{-e^{\sqrt{2}}}{\sqrt{2}} \\ f_y(1,1) = \dfrac{-e^{\sqrt{2}}}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

0,5 (c) $v = (-1, 2)$

$$u = \frac{v}{|v|} = \left( \frac{-1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}} \right).$$

$$D_u f(1,1) = \left( \frac{-e^{\sqrt{2}}}{\sqrt{2}} \right)\left( \frac{-1}{\sqrt{5}} \right) + \left( \frac{-e^{\sqrt{2}}}{\sqrt{2}} \right)\left( \frac{2}{\sqrt{5}} \right) = \frac{-e^{\sqrt{2}}}{\sqrt{10}}.$$

(d) direção de $\nabla f(1,1)$

0,5

$|\nabla f(1,1)| = e^{\sqrt{2}}$

0,5