VIDIELLA BARRANCO

10

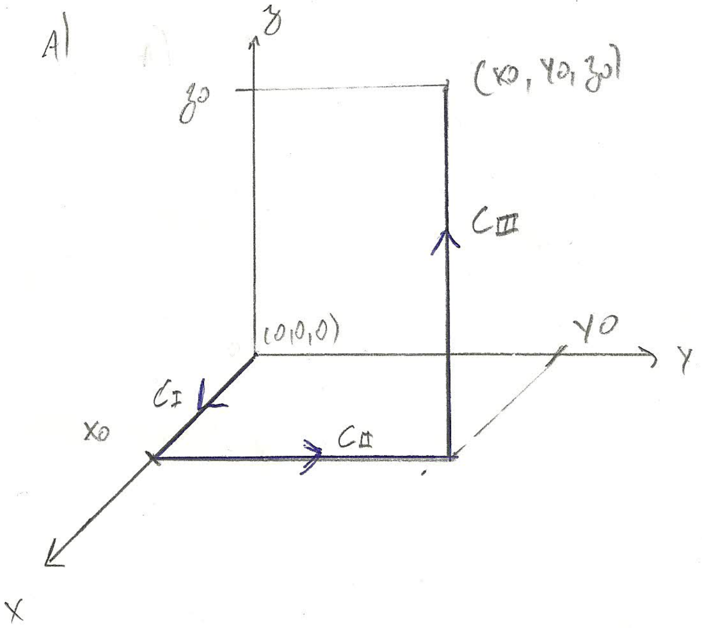
2º Teste de F313 – Mecânica Geral – Turma A – 02/05/2013

RA: [redacted] Nome: [redacted] RG: [redacted]

Considere a força conservativa $\vec{F}$ expressa em termos de coordenadas cartesianas: $F_x = 3Az^3y - 18Bx^3y^2$, $F_y = 3Axz^3 - 9Bx^4y$, $F_z = 9Axz^2y$, sendo A e B constantes; a) calcular o trabalho realizado pela força desde a origem do sistema de coordenadas $(0,0,0)$ até um ponto (x_0,y_0,z_0) seguindo um caminho composto de três partes: i) paralelo ao eixo x; ii) paralelo ao eixo y; iii) paralelo ao eixo z; b) calcular a função energia potencial $V(x,y,z)$ com $V(0,0,0) = 0$.

→ ñ sabemos o sinal!!

A)



$\vec{F}$ sendo conservativa, o cálculo do trabalho independe do caminho. Iremos usar as curvas mostradas ao lado; C_I, C_{II} e C_{III}.

* W_I: C_I $(0,0,0) \to (x_0,0,0)$, com $x = x_0$, $y = z = 0$.

$W_I = \int \vec{F}\, d\vec{r} = \int (F_x\hat{x} + F_y\hat{y} + F_z\hat{z})(dx\,\hat{x})$

→ só há deslocamento no eixo x.

$= \int F_x\, dx$

$= \int_0^{x_0} (3Az^3y - 18Bx^3y^2)\,dx$, com $y = z = 0$ ⇒ $W_I = 0$

* W_{II}: C_{II} $(x_0,0,0) \to (x_0,y_0,0)$: $\vec{F} = (F_x\hat{x} + F_y\hat{y} + F_z\hat{z})$; $\vec{r} = y\hat{y}$

só há deslocamento no eixo y.

$W_{II} = \int \vec{F}\, d\vec{r} = \int F_y\, dy = \int_0^{y_0} (3Axz^3 - 9Bx^4y)\,dy$, como $z = 0$, $W_{II} = \int_0^{y_0} -9Bx^4y\, dy$

$= -\frac{9}{2}Bx^4y^2 \Big|_0^{y_0} = -\frac{9}{2}Bx^4y_0^2$, com $x = x_0$ ⇒ $W_{II} = -\frac{9}{2}Bx_0^4y_0^2$

* W_{III}: C_{III}: $(x_0,y_0,0) \to (x_0,y_0,z_0)$ $\vec{F} = (F_x\hat{x} + F_y\hat{y} + F_z\hat{z})$, $\vec{r} = z\hat{z}$

só há deslocamento no eixo z

continua →

$W_{III} = \int \vec{F} d\vec{r} = \int F_z dz = \int 9Axz^2y \, dz = 3Axz^3y$, com $x = x_0$,

$y = y_0$ e $z = z_0$ $\therefore$ $W_{III} = \underline{3Ax_0 z_0^3 y_0}$.

$* \; W_{TOTAL} = W_I + W_{II} + W_{III} = 0 + \left(-\frac{9}{2}Bx_0^4 y_0^2\right) + 3Ax_0 y_0 z_0^3$

$$= 3x_0 y_0 \left(Az_0^3 - \frac{3}{2}Bx_0^3 y_0\right)$$

B) Sabemos que $\vec{F} = -\vec{\nabla}V \Rightarrow \Delta V = -\int \vec{F} d\vec{r}$,

como $W = \int \vec{F} d\vec{r} \Rightarrow \Delta V = -W$.

$$V(x,y,z) - V(0,0,0) = -\int_{(0,0,0)}^{(x,y,z)} \vec{F} d\vec{r} = -W$$, como

$V(0,0,0) = 0$ e $W = 3xy\left(Az^3 - \frac{3}{2}Bx^3y\right)$, temos que:

$$\therefore \; V(x,y,z) = 3xy\left(\frac{3}{2}Bx^3y - Az^3\right)$$