1) 1,5
2) 3,0
3) 1,0
4) 2,5
M 8,0

2ª PROVA DE F-228

17/10/2001

Nome: Márcia Regina M. Junior RA: 009289 Turma: M

1ª Questão (2,5 pontos):

Um grande tonel, de altura H e seção transversal A_1, contém água. O topo está aberto para a atmosfera. No fundo do tonel há uma torneira de área de abertura A_2, com $A_2 \ll A_1$.

a) utilizando a equação de Bernoulli, determine a velocidade de escoamento da água pela torneira quando a altura da água no tonel é h;

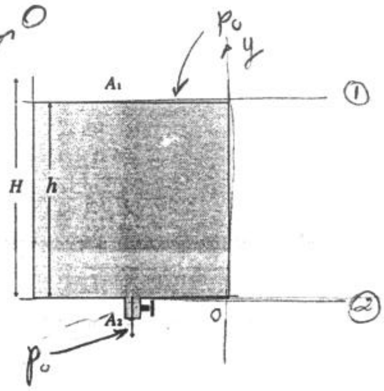
b) com a aproximação adotada ($A_2 \ll A_1$), calcular $\frac{dh}{dt}$, isto é, a taxa de variação de h com o tempo;

c) calcular h em função do tempo, tomando $h = H$ em t=0;

d) calcular o tempo necessário para esvaziar o tonel, tomando $H = 3,2$ m, $A_1 = 0,8$ m^2 e $A_2 = 10^{-4}\,A_1$.

Obs: tomar $g = 10$ m/s^2.

Bernoulli cap 16.



ⓐ

$\cancel{p_0} + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h = \cancel{p_0} + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g y$

$v_2^2 = 2gh \Rightarrow v = \sqrt{2gh}$

ⓑ $\frac{dh}{dt} = v_1$

$R = \frac{V}{\Delta t} = A_2 v$

$\frac{A_1 \Delta h}{\Delta t} = A_2 v$

$\frac{\Delta h}{\Delta t} = \frac{A_2 v}{A_1}$

$\Delta t \to 0$

$\frac{dh}{dt} = -\frac{A_2}{A_1}\sqrt{2gh}$

ⓒ

$\frac{dh}{\sqrt{gh}} = \frac{A_2}{A_1}dt$

$\int_H^h (gh)^{-1/2} dh = \frac{A_2}{A_1}\int dt$

$\frac{1}{g}(2gh)^{1/2} = \frac{A_2}{A_1}t + k$

$2gh = g^2\left(\frac{A_2}{A_1}t + k\right)^2$

$h = \frac{g}{2}\left(\frac{A_2}{A_1}t + k\right)^2$

$t = 0,\ h = H$

$\Rightarrow H = \frac{g k^2}{2} \Rightarrow k = \sqrt{\frac{2H}{g}}$?

$\therefore h = \frac{g}{2}\left(\frac{A_2}{A_1}t + \sqrt{\frac{2H}{g}}\right)^2$

ⓓ $0 = \frac{10}{2}\left(\frac{10^{-4}}{8 \cdot 10^{-1}}t + \sqrt{\frac{2 \cdot 3,2}{10}}\right)^2$

$|t| = \sqrt{0,64} \cdot 8 \cdot 10^3 = 0,8 \cdot 8 \cdot 10^3 = 6,4 \cdot 10^3\,s = 6400\,s$?

2ª Questão (3,0 pontos):

Uma onda progressiva é dada pela expressão:

$$y = 0,6\, sen(2x - 10t + \tfrac{\pi}{3})$$

sendo x e y dados em metros e t, em segundos.

a) quais são a velocidade, o sentido de propagação e o comprimento de onda desta onda?

b) qual é a expressão de uma outra onda que deve ser superposta à dada para que se obtenha uma onda resultante estacionária?

c) escreva a equação desta onda estacionária e determine sua amplitude;

d) se esta onda estacionária está numa corda, determine os valores de x para os quais ocorrem os nós e os anti-nós na corda.

Dado: sen A + sen B = 2 sen($\frac{A+B}{2}$) cos ($\frac{A-B}{2}$).

Cap. 17

$$y_1 = 0,6 \text{ sen } (2x - 10t + \tfrac{\pi}{3})$$

$y_M = 0,6$ m

$k = 2$ rad/m

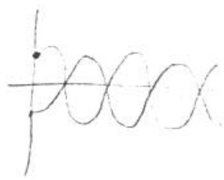
$\omega = 10$ rad/s

$\varphi = \pi/3$

ⓐ $v = \dfrac{\omega}{k} = \dfrac{10}{2} = 5$ m/s

sentido de propagação: ao longo do eixo x no sentido de x crescente.

$\lambda = \dfrac{2\pi}{k} = \dfrac{2\pi}{2} = \pi$ m



ⓑ $y_2 = 0,6 \text{ sen } (2x + 10t - \tfrac{\pi}{3})$

ⓒ $y = y_1 + y_2 = 0,6 \text{ sen } \underbrace{(2x - 10t + \tfrac{\pi}{3})}_{\theta} + 0,6 \text{ sen } \underbrace{(2x + 10t - \tfrac{\pi}{3})}_{\varphi}$

$y = 0,6 (\text{sen}\,\theta + \text{sen}\,\varphi) = 1,2 \text{ sen } \dfrac{\theta + \varphi}{2} \cos\left(\dfrac{\theta - \varphi}{2}\right)$

$y = 1,2 \text{ sen } (2x) \cos(-10t + \tfrac{\pi}{3})$ $\quad (y = 2y_m \text{ sen}(kx) \cos(\omega t + \varphi))$?

ⓓ nós: sen $kx = 0$

$kx = n\pi$

$2x = n\pi$

$x = \dfrac{n\pi}{2}$

$n = 0, 1, 2, 3, \ldots$

anti-nós: sen $kx = \pm 1$

$kx = (n + \tfrac{1}{2})\pi$

$x = (n + \tfrac{1}{2})\dfrac{\pi}{2}$

$n = 0, 1, 2 \ldots$

3ª Questão (2,0 pontos):

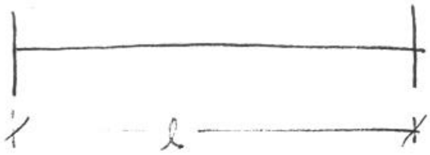
Uma corda, fixa nas duas extremidades, tem ressonâncias sucessivas com os comprimentos de onda $\lambda_n = 0{,}54$ m para o n-ésimo harmônico e $\lambda_{n+1} = 0{,}48$ m para o (n+1)-ésimo harmônico.

onda estac corda

a) quais são estes harmônicos?

b) qual é o comprimento ~~de onda?~~ da corda ?

c) qual é o comprimento de onda fundamental (1º harmônico) ?



$\lambda_n = 0{,}54\ m$ $\qquad \lambda_f = \lambda$ fundamental

$\lambda_{n+1} = 0{,}48 m$

(a)

$$\lambda_f = \frac{\lambda_n - \lambda_{n+1}}{\Delta n} = 0{,}06\ m$$

$$n = \frac{\lambda_n}{\lambda_f} = \frac{0{,}54}{0{,}06} = 9^{o}$$ harmônico ?

$$n+1 = \frac{\lambda_{n+1}}{\lambda_f} = \frac{0{,}48}{0{,}06} = 8^{o}$$ harmônico.

(b) $\lambda_f = \frac{2l}{1} \Rightarrow l = \frac{\lambda_f}{2} = 0{,}03\ m$ X

(c) $\lambda_f = 0{,}06\ m$ X

4ª Questão (2,5 pontos):

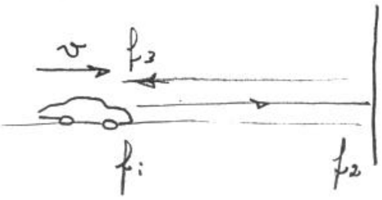
Um carro aproxima-se, perpendicularmente, de uma parede fixa, a uma velocidade de 17 m/s. A buzina do veículo emite ondas sonoras a uma freqüência de 200 Hz, com velocidade de 340 m/s.

a) calcule a freqüência com que as ondas atingem a parede e o comprimento de onda do som;

b) admitindo-se que as ondas são refletidas na parede com a mesma freqüência do item anterior, calcule a freqüência com que o motorista do carro ouve o som refletido pela parede;

c) o motorista ouve o som da sua própria buzina e o som refletido na parede, ocorrendo batimento. Calcule a freqüência de batimento destes dois sons.

Doppler



$f_i = 200\,Hz$

$v = 17\ m/s$

$v_s = 340\ m/s$

680 | 323
0340 | 2,1052
01700
0250

(a) fonte se aproxima com veloc. v
detector (parede) fixa

$$f_2 = \left(\frac{v_s}{v_s - v}\right) f_i = \left(\frac{340}{340-17}\right) . 200 = \frac{340 . 200}{323} = \frac{68 . 10^3}{323} \sim 2,105 . 10^2 \sim 210,5\,Hz$$

$$\lambda = \frac{v}{f_2} = \frac{\cancel{340} . 323}{\cancel{340} . 200} = \frac{323}{200} = 161,5 . 10^{-2} = 1,615\ m$$

(b) fonte (parede) fixa, detector (carro) aproximando com veloc. v

$$f_3 = \left(\frac{v_s + v}{v_s}\right) f_2 \Rightarrow f_3 = \left(\frac{340+17}{340}\right) . 210,5 = \left(\frac{357}{340} . 210,5\right) Hz$$

$$f_3 = 221,025 \sim 221\ Hz$$

357 | 340
1700 | 1,05
000

210,5
× 1,05
10525
2105 + +
221,025

(c) $f_{bat} = f_3 - f_i = 221 - 200 = 21\,Hz$