

Prof. Mario Gneri

ME ~~100~~ PRIMEIRA PROVA 28/04/2011 TEMA 2

319/320

Escreva nome, tema e RA na primeira folha em branco.

Não são permitidas consultas. A interpretação de enunciados e o uso de tabelas fazem parte da prova. Justifique suas afirmações. Deve citar os resultados utilizados.

Não é permitido o uso de calculadora. Celulares desligados.

Fique com a folha de enunciados.

* Exercício 1 (2 pontos, 1 ponto cada item)

Seja X_1, X_2, X_3, X_4 uma a. a. s. da distribuição $N(\theta, 2^2)$, $-3 \leq \theta \leq 0$.

a) Calcule, faça o gráfico e compare os EQM dos estimadores:

$$\hat{\theta}_1 = -2 \quad \text{e} \quad \hat{\theta}_2 = \bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + X_4}{4}$$

b) Idem com os estimadores $\hat{\theta}_3 = \frac{X_1 - 2X_2}{2}$ e $\hat{\theta}_4 = \frac{X_1}{2} + \frac{X_2}{2}$.

* Exercício 2 (2 pontos, 1 ponto cada item)

X é uma v.a., sendo $E(X) = 110$ e $Var(X) = 4^2$. Ache cotas apropriadas de:

a) probabilidade $\{X \leq 90\}$ se X for simétrica;

b) probabilidade $\{90 < X < 134\}$.

* Exercício 3 (2 pontos: item a) 1,4 ponto ; item b) 0,6 ponto)

Sejam X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 v. a. i. i. d. $\sim Normal(3, 5^2)$.

Sejam $Y = X_3 + 2X_5$ e $W = \frac{Y - 9}{\sqrt{(X_1 - 3)^2 + (X_2 - 3)^2 + (X_4 - 3)^2}}$.

a) Calcule média e variância de $(-2)W - 4.102$ e a média de $(-2) \cdot W^2 + 7$;

b) São $(3 + X_1 + 2X_2 + \log[2 + |X_4|])^3$ e $(2X_1 - X_2 + \coseno[X_5])^2$ independentes?

* Exercício 4 (3 pontos: item a) 1 ponto, item b) 2 pontos)

a) X_1, X_2, \dots, X_n a. a. s. de uma $Poisson(\theta)$, onde $\theta > 0$.

Calcule o EMV de $2\theta^3 + \coseno(\theta)$;

b) X_1, X_2, \dots, X_n a. a. s. de uma distribuição $Exponencial(\theta)$, $1 < \theta < 5$;

Ache o EMV de θ^{-1} e calcule seu EQM. Faça o gráfico para $n=2$.

* Exercício 5 (1 ponto)

Seja X_1, X_2, X_3 a. a. s. de tamanho 3 de uma distribuição $Normal(184, \theta)$, onde θ denota a variância. Utilizaremos $\hat{\theta}$ abaixo para estimar θ .

Calcule esperança, variância e EQM de $\hat{\theta} = \frac{\sum_{j=1}^3 (X_j - \bar{X})^2}{3}$.

$$Var(\hat{\theta}) = E(\hat{\theta}^2) - E^2(\hat{\theta})$$

$$E(\hat{\theta}) = \frac{(n-1)}{n} \theta^2$$