MA 327 A - Álgebra Linear - 1^o semestre de 2010
Primeira Prova - 13/04/2010

RA..................... **Nome...**

Assinatura..

Questão 1 (valor 2.5) Seja P_2 o espaço dos polinômios de grau menor ou igual a dois e $M_{3\times 3}$ o espaço das matrizes reais 3×3. Para cada subconjunto abaixo, prove que é um subespaço vetorial ou justifique que não é através de um contra-exemplo e, caso seja um subespaço, encontre uma base.

a) $U = \{p(t) \in P_2$ tal que $t = 1$ é raiz de p(t)$\}$ é subespaço de P_2.

b) $W = \{A \in M_{3\times 3}$ tal que A é singular$\} = \{A \in M_{3\times 3}$ tal que $det(A) = 0\}$ é subespaço de $M_{3\times 3}$

Questão 2 (valor 3.0) Encontre bases para os subespaços de $I\!R^3$ definidos abaixo:

a) $U = \{(x, y, z) \in I\!R^3$ tal que $x + y + z = 0;\ 2x + y = 0\}$.

b) $W = \{(x, y, z) \in I\!R^3$ tal que $-x + y + 3z = 0\}$.

c) $U + W$.

d) Responda: $U + W = U \oplus W$? Justifique.

Questão 3 (valor 2.5) Considere o espaço P_2 dos polinômios de grau menor ou igual a dois. Sejam duas bases para P_2 :

$$\alpha = \{t^2 + 1;\ \ t;\ \ -1\} = \{p_1(t), p_2(t), p_3(t)\};$$

$$\beta = \{2t^2;\ \ 2t;\ \ -t^2 + t + 1\} = \{p_4(t), p_5(t), p_6(t)\}.$$

Suponha que as coordenadas do polinômio $p_0(t)$ em relação à base α são $[p_0(t)]_\alpha = (1, 1, 1)^T$.

a) Qual é a expressão de $p_0(t)$?

b) Qual é a matriz de mudança da base α para a base β, $[I]^\alpha_\beta$?

c) Através da matriz mudança de base do item anterior, encontre as coordenadas de $p_0(t)$ em relação à base β, $[p_0(t)]_\beta$.

Questão 4 (valor 2.0) Prove ou dê um contra-exemplo: se três vetores v_1, v_2, v_3 são LI dois a dois, então o conjunto $\{v_1, v_2, v_3\}$ é LI.