1. (*2.0 pontos*) (P1) Dada a equação

$$y' = \frac{3y^2 - x^2}{2xy}$$

(a) (0.5) Mostre que a equação é homogênea e diga qual a substituição (i.e. mudança de variável) utilizada que torna a equação separável?

(b) (0.5) Mostre que a equação é de Bernoulli e indique qual a substituição (i.e. mudança de variável) que a torna linear?

(c) (1.0) Resolva-a por um desses dois métodos.

2. (*2.0 pontos*)(P2) Resolva por transformada de Laplace o seguinte PVI:

$$y'' + 2y' + 2y = e^t(1 - u_1(t))$$

onde $y(0) = 0$ e $y'(0) = 0$.

3. (*2.0 pontos*) (P2)

(a) Dê a solução geral real do sistema linear homogêneo, usando autovalores e autovetores

$$\mathbf{x}' = \begin{pmatrix} -1 & -4 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \mathbf{x}$$

(b) Encontre uma solução particular do sistema usando variação de parâmetros e apresente a solução geral.

$$\mathbf{x}' = \begin{pmatrix} -1 & -4 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \mathbf{x} + \begin{pmatrix} \cos t \\ \operatorname{sen} t \end{pmatrix}$$

4. (*2.0 pontos*) (P3)

(a) (0.3) Mostre que $x = 0$ é um ponto singular-regular para a equação

$$4xy'' + 8y' + xy = 0 \qquad (*)$$

(b) (1.4) Encontre uma solução por série da equação (*) na forma

$$y = x^r \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n, \qquad x > 0$$

com r sendo a **maior raiz** da equação indicial associada à equação (*).

(c) (0.3) Qual o raio mínimo desta solução?

5. (*2.0 pontos*) (P3)

(a) (0.3) Mostre que $x = 0$ é um ponto ordinário para a equação

$$5y'' - 2xy' + 10y = 0 \qquad (*)$$

(b) (0.7) Determine a fórmula de recorrência da solução em série da equação (*);

(c) (0.7) Determine a fórmula para o coeficiente geral da solução da equação (*);

(d) (0.3) Encontre a solução por série de potências da equação (*) dado que $y(0) = 2$ e $y'(0) = 3$.

6. (*2.0 pontos*) (P3)

(a) (0.4) Apresente a extensão ímpar da função $f(x) = x$ onde $0 < x < 1$ e esboce o gráfico no intervalo $-1 < x < 1$.

(b) (0.8) Encontre a série de Fourier da função acima.

(c) (0.8) Usando separação de variáveis encontrar a solução da seguinte equação da onda. **Explique detalhadamente como se resolve o problema**

$$\begin{cases} y_{tt} = 100 y_{xx}, & 0 < x < 1, \ \ t > 0 \\ y(0,t) = 0, \ \ y(1,t) = 0, & t \geq 0 \\ y(x,0) = 0, \ \ y_t(x,0) = x & 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

onde f é a função em (b).