



Questão 1 (2,5 pontos). Uma empresa fabrica dois tipos de cerveja C1 e C2 a partir de milho, lúpulo e malte. A tabela abaixo mostra a quantidade em Kg destes componentes para produzir um barril de cerveja, a disponibilidade em Kg dos componentes e o preço de venda de cada barril de cerveja.

| | Milho | Lúpulo | Malte | Preço de Venda |
|-----------------|-------|--------|-------|----------------|
| C1 | 1 | 1 | 2 | \$ 40 |
| C2 | 2 | 1 | 1 | \$ 50 |
| Disponibilidade | 40 | 30 | 40 | |

O modelo de programação linear de maximização correspondente e seu tableau ótimo são dados:

max

$$z = 40x_1 + 50x_2$$

s.a

$$x_1 + 2x_2 \leq 40$$

$$x_1 + x_2 \leq 30$$

$$2x_1 + x_2 \leq 40$$

| x_1 | x_2 | s_1 | s_2 | s_3 | LD | VB |
|-------|-------|--------|-------|--------|--------|-------|
| 0 | 0 | 20 | 0 | 10 | 1200 | z |
| 0 | 1 | $2/3$ | 0 | $-1/3$ | $40/3$ | x_2 |
| 0 | 0 | $-1/3$ | 1 | $-1/3$ | $10/3$ | s_2 |
| 1 | 0 | $-1/3$ | 0 | $2/3$ | $40/3$ | x_1 |

a) (0,5 ponto). Encontre o intervalo de valores da quantidade disponível de milho para que a base corrente permaneça ótima.

b) (0,5 ponto). Encontre o intervalo de valores do preço de venda da cerveja C1 para que a base corrente permaneça ótima.

c) (0,5 ponto). A empresa considera a produção de um novo tipo de cerveja C3. Um barril de C3 requer 0,5 kg de milho, 3 kg de lúpulo, 3 kg de malte e é vendido por \$ 50. A empresa deve fabricar a cerveja C3? Qual é nova solução ótima?

d) (0,5 ponto). Qual o preço máximo que a empresa deve pagar para adquirir uma unidade adicional de disponibilidade de milho, lúpulo e cerveja?

e) (0,5 ponto). A empresa deseja que o número x_1 de barris da cerveja C1 seja inteiro. Qual a nova solução ao se impor $x_1 \leq 13$?

Questão 2. (2,5 pontos)

Considere o seguinte problema primal de programação linear:

$$\max z = 5x_1 + 3x_2 + 4x_3$$

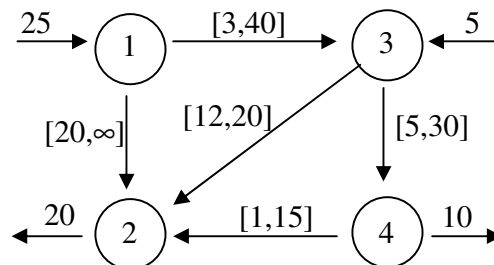
$$\text{s.a} \quad 2x_1 + x_2 + x_3 \leq 18$$

$$3x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 30$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

- a) **(0,5 ponto)** Formule o problema dual..
- b) **(0,5 ponto)** Calcule a solução ótima do problema dual graficamente.
- c) **(1,5 ponto)** Use folgas complementares para resolver o problema primal.

Questão 3. (2,5 pontos) Na rede abaixo, sobre os arcos, entre colchetes, tem-se: [Custo, Limite Superior]. O limite inferior é 0 para todos os arcos.



Aplique o método simplex para fluxo em redes para minimizar o custo total. Parta da seguinte base inicial: (1,2), (1,3) e (3,4), com todas as variáveis não-básicas no limite inferior. Justifique as passagens.

Questão 4. (2,5 pontos) A empresa Shoemaker tem a seguinte demanda para os próximos três meses: mês 1, 1000 pares; mês 2, 1500 pares; mês 3, 1800 pares. É necessário duas horas de trabalho para produzir um par de sapatos. A disponibilidade de horas de trabalho nos próximos três meses é: mês 1, 3000 horas; mês 2, 3200 horas; mês 3, 3400 horas. O custo unitário de produção de um sapato é \$4. A demanda em cada mês pode ser atendida por estoque ou por déficit, isto é, pode-se produzir em um mês t para atender a demanda de meses posteriores ou anteriores a t . A demanda total dos três meses tem que ser atendida no fim do mês 3. O custo unitário de estoque de sapato por mês é \$2 e o custo unitário de déficit de sapato por mês é \$15.

a) **(1,5 ponto)** Desenhe a rede do problema de fluxo em redes.

b) **(1 ponto)** Formule o modelo matemático de minimização do custo total na rede.

Dados

| Relações entre os Problemas Primal e Dual | | | |
|---|------------|------------|------------|
| | minimizar | maximizar | |
| restrições | $\geq b_i$ | ≥ 0 | variáveis |
| | $\leq b_i$ | ≤ 0 | |
| | $= b_i$ | livre | |
| variáveis | ≥ 0 | $\leq c_j$ | restrições |
| | ≤ 0 | $\geq c_j$ | |
| | livre | $= c_j$ | |

Custo reduzido: $\bar{c} = c - c_B B^{-1} A$

Variável que entra na base no dual simplex

problema de minimização $\frac{y_{0k}}{y_{rk}} = \min_{j \in NB} \left\{ \frac{y_{0j}}{y_{rj}}, y_{rj} < 0 \right\}$

problema de maximização $\frac{y_{0k}}{y_{rk}} = \max_{j \in NB} \left\{ \frac{y_{0j}}{y_{rj}}, y_{rj} < 0 \right\}$