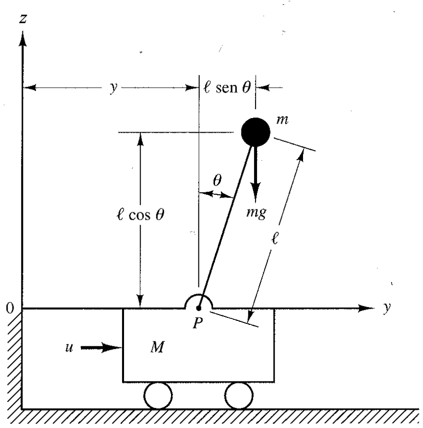
Exame de EM707 – Controle de Sistemas Mecânicos

Nome: ____RA: ___________

1) Você deseja controlar um pêndulo invertido conforme mostrado na figura através de um regulador por realimentação de estados.



$$(M+m)\ddot{y} + ml\ddot{\theta} = u$$
$$ml^2\ddot{\theta} + ml\ddot{y} = mgl\theta$$

$$m = 0.1kg$$
$$M = 2.0kg$$
$$l = 0.5m$$

1) a) (valor 1.0) Mostre que as equações acima são as equações de movimento

1) b) (valor 1.0)] Determine a equação matricial do modelo de estados da planta (vetor de estados $\{\theta \quad \dot{\theta} \quad y \quad \dot{y}\}$), entrada *u* e saída *y*.

$$\dot{x}_1 = x_2$$
$$\dot{x}_2 = \frac{M+m}{ML} g x_1 - \frac{1}{ML} u$$
$$\dot{x}_3 = x_4$$
$$\dot{x}_4 = -\frac{m}{M} g x_1 + \frac{1}{M} u$$

$$\begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{M+m}{ML} g & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{m}{M} g & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{ML} \\ 0 \\ \frac{1}{M} \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{Bmatrix}$$

1) c) (valor 1.5) Determine a constante de ganho proporcional K_p(colocada dentro da malha e antes da planta), a **controlabilidade**, o **vetor dos ganhos** de realimentação de estados estimados ***K***, a **observabilidade**, os **ganhos do observador *L*** que garanta um tempo de estabilização menor que 2s, fator de amortecimento de 0.5 e o módulo do ganho estático de 2. Utilize pólos não dominantes do controlador iguais a –10rad/s e os pólos do observador em –20rad/s

```
m = 0.1;
M = 2;
L = 0.5;
g = 9.81
kp = 326.2;
A = [0 1 0 0;(M + m)/(M * L) * g 0 0 0;0 0 0 1;-m/M * g 0 0 0];
B = kp * [0;-1/(M * L);0;1/M];
C = [0 0 1 0];
D = 0
[np dp] = ss2tf(A,B,C,D);
P = (tf(np,dp))
% break
TE = 2;
zeta = 0.5
wn = 4/(TE * zeta)
pcon = [-zeta * wn + j * wn * sqrt(1 - zeta^2),
        - zeta * wn - j * wn * sqrt(1 - zeta^2) ,
        -10 ,
        -10]
M = ctrb(A,B)
det(M)
K = acker(A,B,pcon)
O = obsv(A,C)
det(O)
pobs = [-20 - 20 - 20 - 20]
L = acker(A',C',pobs)'
At = [A - B * K; L * C A - B * K - L * C];
Bt = [B; B];
Ct = [C C * 0];
Dt = 0
T = ss(At,Bt,Ct,Dt)
dcg = dcgain(T)
kp = 2/dcg
figure(1)
step(T)
```

$\mathrm{kp} = 326.2$

$\det(\mathrm{M}) > 0 \quad (\textit{controlável})$

$\mathrm{K} = [-0.91401 \quad -0.18607 \quad -0.5 \quad -0.225]$

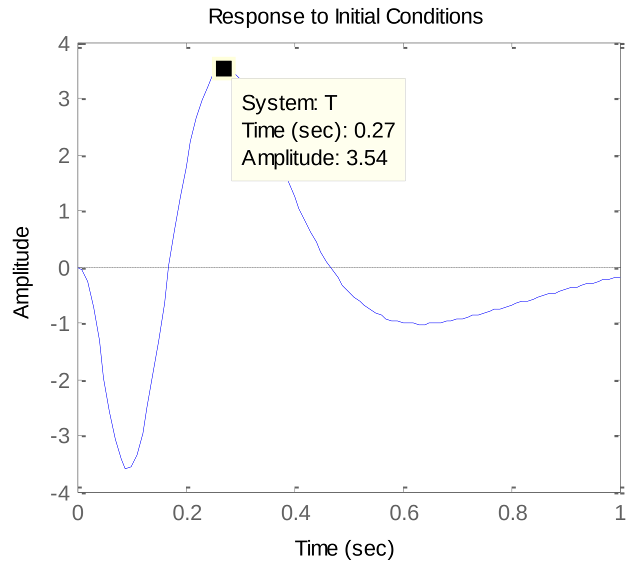
$\det(\mathrm{O}) > 0 \quad (\textit{observável})$

$$\mathrm{L} = \begin{bmatrix} -68600 \\ -4.2786e+005 \\ 80 \\ 2420.6 \end{bmatrix}$$

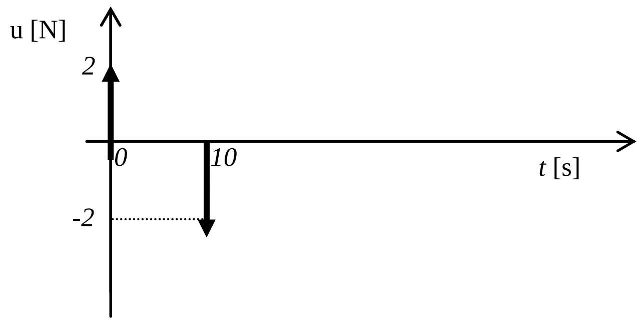
1) d) (valor 1.0) Seja a entrada nula, uma condição inicial no ângulo do pêndulo de 5 graus e as demais condições iniciais nulas. Determine o **valor máximo** (em módulo) **do esforço de controle** nesta condição.

$$At = [A - B*K; L*C \; A - B*K - L*C]$$
$$Bt = [B; B]$$
$$Ct = [K*0 - Kp*K]$$
$$Dt = 0$$
$$T = ss(At, Bt, Ct, Dt)$$
$$t = 0:.01:1$$
$$u = t*0;$$
$$[y\ t] = lsim(T, u, t, [5\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0])$$
$$plot(t, y)$$

$$u_{max} = 3.54$$



2) (valor 1.0) Considere uma planta de segunda ordem com ganho estático 5, freqüência natural 2rad/s e fator de amortecimento 0.2. Determine a equação da transformada da resposta deste sistema se ele for excitado por dois impulsos conforme mostrado na Figura abaixo. Nota: usar a transformada de Laplace.



$$P(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{20}{s^2 + 0.8s + 4}$$

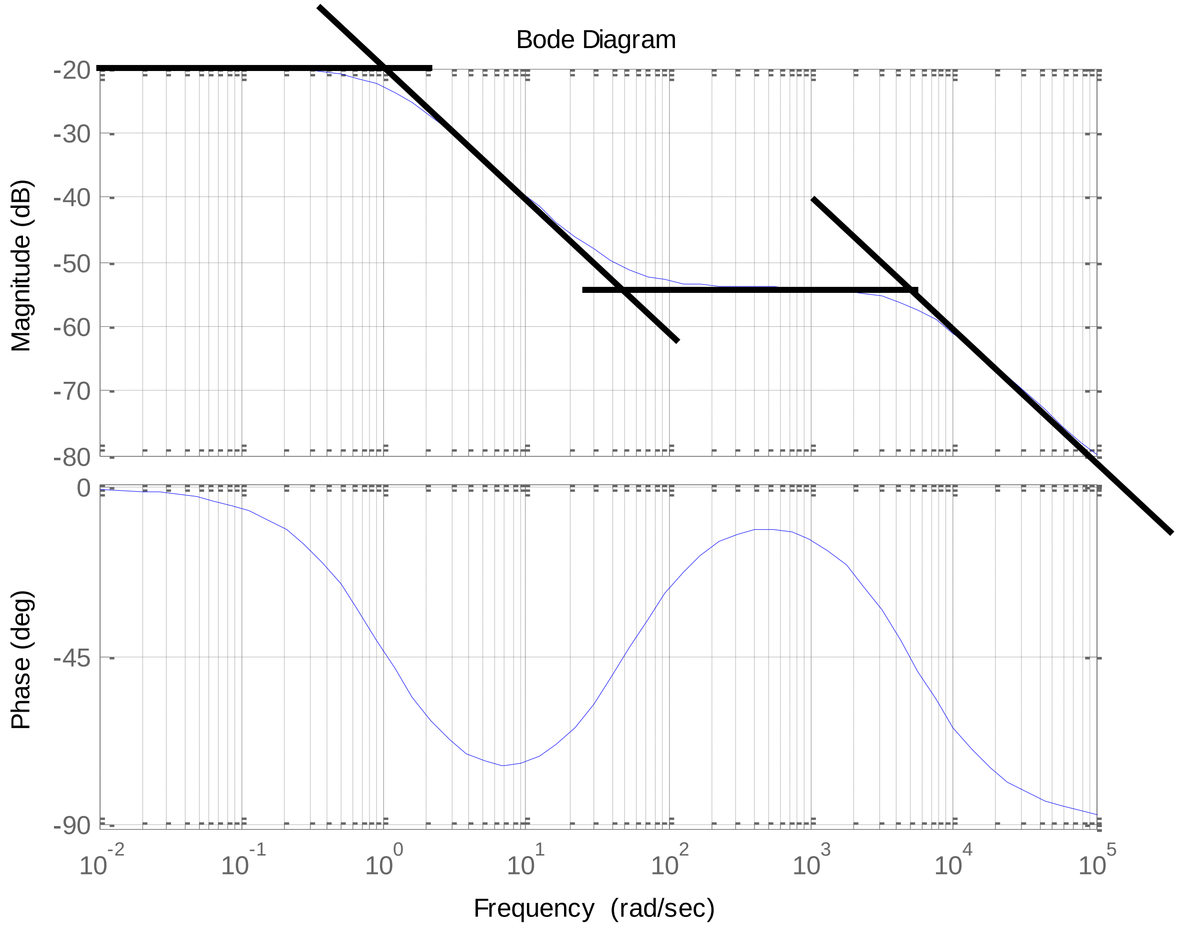
$$u(t) = 2 * \delta(t) - 2 * \delta(t - 10)$$

$$U(s) = 2 - 2e^{-10t}$$

$$Y(s) = \frac{20}{s^2 + 0.8s + 4} U(S)$$

$$Y(s) = \frac{20}{s^2 + 0.8s + 4} (2 - 2e^{-10t})$$

3) Um sistema possui diagrama de Bode conforme a Figura.



a) (valor 0.25) Determine o ganho estático do sistema.

$$20*\log(K) = -20$$

$$K = 10^{-1} = 0.1$$

b) (valor 0.25) Se este sistema for excitado por um sinal 50sen(100t), qual será a resposta de regime do sistema.

$$|P(j100)| = -52dB = 0.0025119$$

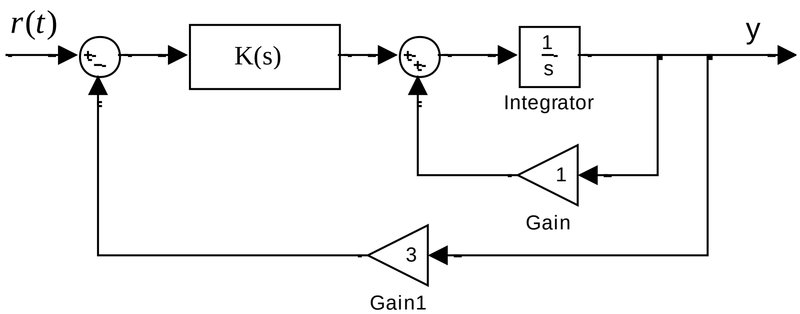
$$\angle P(j100) = -23^{0} = -0.4rad/s$$

$$y(t) = 0.0025119*50\sin(100\text{t-}0.4)$$

c) (valor 1.0) Através das assíntotas no diagrama de Bode, estime uma função de transferência correspondente.

$$\text{ps} = \frac{10(\text{s}+50)}{(\text{s}+1)(\text{s}+5000)}$$

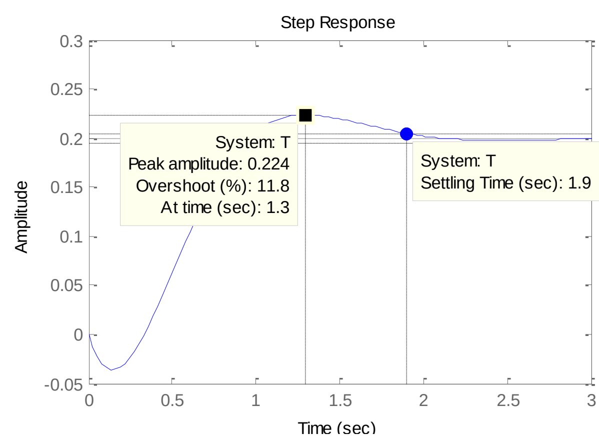
4) Seja o sistema da figura com o controlador K(s).



a) (valor 1.0) Determine o controlador avanço ou atraso pelo método analítico lugar das raízes para que o sistema de malha fechada possua erro estacionário de 0.8, tempo de estabilização menor que 2 segundos e sobressinal menor que 10%.

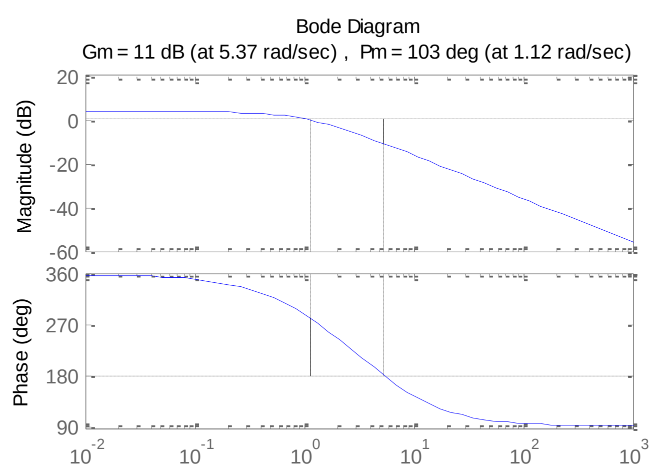
```
PSS = 10;Te = 2;kc = .5; np = [1]; dp = [1 1];P = tf(np,dp)
zeta = log(100/PSS)/sqrt(pi^2 + (log(100/PSS))^2); wn = 4/(zeta*Te)
sigmad = -zeta*wn; wd = wn*sqrt(1-zeta^2);sd = sigmad + j*wd
rp = freqresp(3*P,sd)
mp = abs(rp); tetap = angle(rp);
mk = 1/mp
tethak = -pi - tetap
T = -(sigmad*mk*sin(tethak) + ...
  kc*wd - wd*mk*cos(tethak))/mk/sin(tethak)/(sigmad^2 + wd^2)
alpha = mk*(wd*cos(tethak)*kc - wd*mk + ...
  sigmad*sin(tethak)*kc)/(sigmad*mk*sin(tethak))
nk = kc*[alpha*T 1];
dk = [T 1];
K = tf(nk,dk)
G = P*K;
T = feedback(G,3)
figure(1),step(T)
```

$$K(s) = \frac{-0.1149s + 0.5}{0.2184s + 1}$$

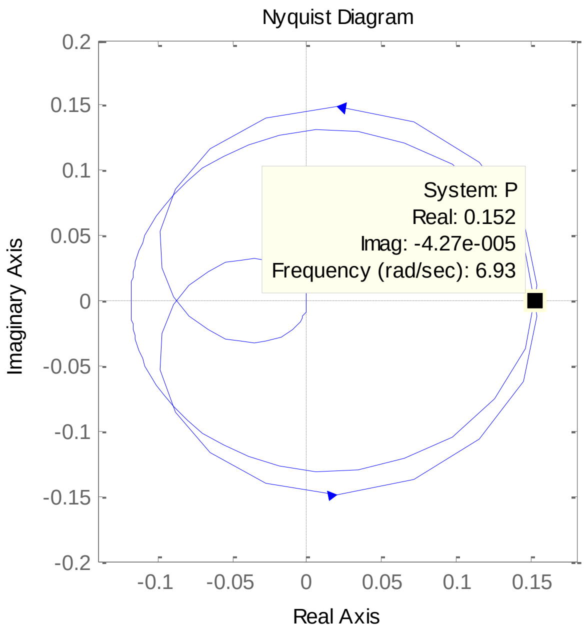


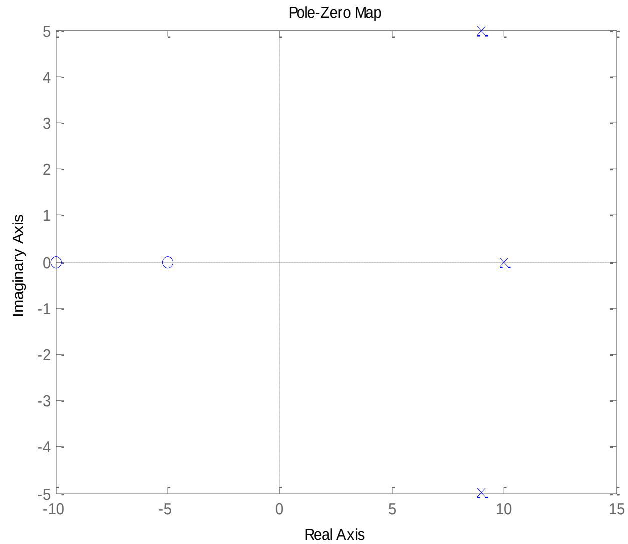
b) (valor 0.5) Determine a estabilidade relativa.

$$\text{margin}(3*P*K)$$



5) São conhecidos os pólos e zeros de uma planta e seu gráfico de Nyquist conforme figuras abaixo. . No diagrama de pólos e zeros: **x** = pólos, **o** = zeros





5) a) (valor 1.0)) Identifique a função de transferência de malha fechada para o sistema acima com realimentação negativa de ganho 10.

$$P(s) = \frac{(s+5)(s+10)}{(s-8+5j)(s-8-5j)(s-10)}$$

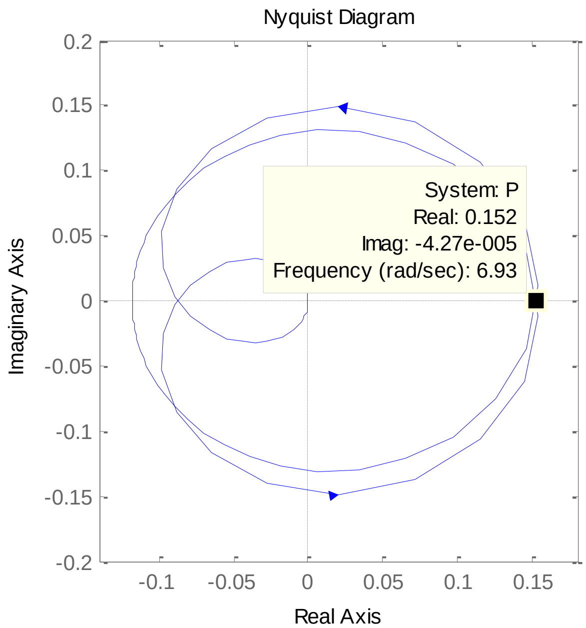
$$K = \frac{0.152}{abs(\,freqresp(P, 6.93j))} \cong 2.5$$

$$P(s) = \frac{2.5(s+5)(s+10)}{(s-8+5j)(s-8-5j)(s-10)}$$

np = poly([-5-10])
dp = poly([9-5j9+5j10])
P = tf(np,dp)
r = freqresp(P,6.93j)
K = 0.152/abs(r)
T = feedback(K*P,10)

$$T(s) = \frac{2.5s^2 + 37.5s + 125}{s^3 - 3s^2 + 661s + 190}$$

5) b) (valor 0.5))) Determinar a estabilidade do sistema de malha fechada com a realimentação negativa de ganho 10 através do critério de Nyquist



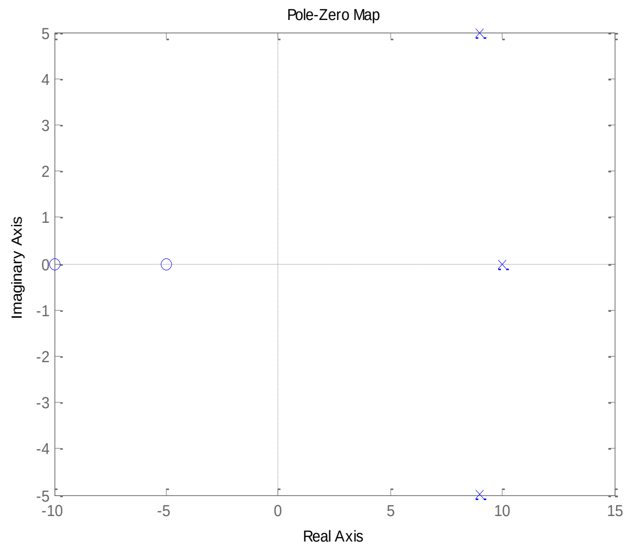


Grafico de Nyquist deve ser multiplicado por 10

$p = 3$ (numero de polos no semiplano direito)

$n = -1$ (numero de envolvimentos do ponto -1)

$Z = p + n = 2$

logo sistema instável