1. Considere o sistema de equações lineares $AX = B$

$$\begin{cases} 3x - 9y - 6w = 12 \\ x - 3y - 2w = 4 \\ \quad + 2z - 4w = 6 \\ 2x - 6y + z - 6w = 11 \end{cases}$$

(a) Obter a matriz ampliada na forma escalona reduzida usando o Método de Gauss-Jordan.
(b) Escrever a solução geral do sistema.

2. Considere o plano $\mathcal{S}$, a reta $\mathcal{L}$ e o ponto P

$$\mathcal{S}(x,y,z) \equiv 2x+y+2z-4 = 0, \qquad \mathcal{L}(x,y,z) \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-2}{1}, \qquad P(x,y,z) \equiv (2,2,2)$$

(a) Escreva equações paramétricas da reta $\mathcal{L}(t)$ e do plano $\mathcal{S}(s,t)$.
(b) Determine o ponto O na intercessão da reta com o plano.
(c) Determine o ponto Q do segmento $\overline{PQ}$ que define a distância de P ao plano.
(d) Determine o ponto R do segmento $\overline{PR}$ que define a distância de P à reta.

3. Sejam

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}, \; A - \lambda I = \begin{bmatrix} -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & -\lambda & -1 \\ 0 & -1 & -\lambda \end{bmatrix}, \; U_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \; U_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ \sqrt{2}/2 \\ \sqrt{2}/2 \end{bmatrix} \; U_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ -\sqrt{2}/2 \\ \sqrt{2}/2 \end{bmatrix}$$

a) Mostre que $\lambda = 0, +1, -1$ são raízes do polinômio característico $p(\lambda) = \det(A - \lambda I)$ de A
b) Mostre que U_1, U_2, U_3 são autovetores ortonormais de A
c) Use a transformação $X = UX'$ e identifique a superfície $\psi(x,y,z)$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{2}/2 & -\sqrt{2}/2 \\ 0 & \sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix}, \qquad \psi(x,y,z) \equiv x - 2yz = 0$$