1. Considere o sistema de equações lineares $AX = B$

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -6 & & -9 \\ 2 & -4 & 1 & -8 \\ 1 & -2 & & -3 \\ & & 1 & -2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{bmatrix} = X \quad \begin{bmatrix} 12 \\ 11 \\ 4 \\ 3 \end{bmatrix} = B$$

(a) Obter a matriz ampliada na forma escalona reduzida usando o Método de Gauss-Jordan.
(b) Escrever a solução geral do sistema.

2. Considere o plano $\mathcal{S}$, a reta $\mathcal{L}$ e o ponto P

$$\mathcal{S}(x,y,z) \equiv x+y+2z-4 = 0, \qquad \mathcal{L}(x,y,z) \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{1}, \qquad P(x,y,z) \equiv (3,3,3)$$

(a) Escreva equações paramétricas da reta $\mathcal{L}(t)$ e do plano $\mathcal{S}(s,t)$.
(b) Determine o ponto O na intercessão da reta com o plano.
(c) Determine o ponto Q do segmento $\overline{PQ}$ que define a distância de P ao plano.
(d) Determine o ponto R do segmento $\overline{PR}$ que define a distância de P à reta.

3. Sejam

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \ A-\lambda I = \begin{bmatrix} -\lambda & 1 & 0 \\ 1 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda \end{bmatrix}, \ U_1 = \begin{bmatrix} \sqrt{2}/2 \\ \sqrt{2}/2 \\ 0 \end{bmatrix} \ U_2 = \begin{bmatrix} -\sqrt{2}/2 \\ \sqrt{2}/2 \\ 0 \end{bmatrix} \ U_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

a) Mostre que $\lambda = 0, +1, -1$ são raízes do polinômio característico $p(\lambda) = \det(A - \lambda I)$ de A
b) Mostre que U_1, U_2, U_3 são autovetores ortonormais de A
c) Use a transformação $X = UX'$ e identifique a superfície $\psi(x,y,z)$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{2}/2 & -\sqrt{2}/2 & 0 \\ \sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix}, \qquad \psi(x,y,z) \equiv 2xy - 4 = 0$$