

1. (2.5 pts) Um amigo seu diz que é capaz de ordenar qualquer conjunto de 6 números com no máximo 8 comparações. O seu amigo está falando a verdade ou mentindo? Justifique. (Suponha apenas ordenação por comparações)
2. (2.5 pts) Dado um vetor  $V$  com  $n$  inteiros não-ordenados, proponha um algoritmo para verificar se  $V$  possui um elemento em *maioria*, isto é, um elemento que se repete mais de  $n/2$  vezes. O tempo do seu algoritmo deve ser  $O(n)$ .
3. (2.5 pts) Dado um conjunto de  $n$  objetos em que cada objeto  $o_i$  tem peso  $p_i$  e custo  $c_i$ , construa um algoritmo com tempo  $O(n \lg n)$  para encontrar o maior subconjunto de objetos que pode ser colocado em ordem crescente de peso e ao mesmo tempo decrescente de custo.
4. (2.5 pts) São dados  $n$  livros,  $1, 2, \dots, n$  com pesos  $p_1, p_2, \dots, p_n$ , respectivamente. Os pesos satisfazem a condição  $0 < p_i < 1$ , para  $i = 1, \dots, n$ .

Deseja-se acondicionar os livros em um número mínimo de envelopes satisfazendo as condições abaixo:

- (a) Cada envelope contém no máximo dois livros.
- (b) Em nenhum envelope o peso dos livros ultrapassa 1.

Descreva um algoritmo com número de comparações  $O(n \lg n)$  que acha um acondicionamento ótimo de  $n$  livros dados. Demonstre que o acondicionamento encontrado por seu algoritmo é ótimo, i.e., ele usa o menor número possível de envelopes.