MS614 PROVA I 1s12

1 Obter $\mathcal{P}[e]$, $\mathcal{P}[f]$ com $\mathcal{P}[e \cup f] = 3/4$, $\mathcal{P}[f|e] = 1/2$ nos casos abaixo:
a) $f \subset e$
b) e, f independentes

2 Seja $F_X(x) = \alpha \sqrt[3]{x}$, $x \in (0,1)$
a) Determinar α para que $F_X(x)$ seja uma função de distribuição acumulada e calcular a esperança $\mathcal{E}[X]$.
b) Obter a densidade $f_Z(z)$ de $Z = h(X) = \sqrt[3]{x}$ $\qquad f_X = |h'| f_Z$
c) Mostrar como gerar valores de X.

3 Classificar os estados da cadeia de Markov com matriz P. Obter as probabilidades de estado em equilíbrio π para as classes de comunicação aperiódicas. Calcular a diagonal P^k_{ii} da matriz de transição em $k>>1$ passos.

$$P = \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \end{array} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ .5 & .5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & .5 & .5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & .2 & 0 & .2 & 0 & .2 & 0{,}2 & .2 \\ .2 & 0 & .2 & 0 & .2 & 0 & .2 & 0{,}2 \end{bmatrix}$$

4 A demanda de um produto é constante com taxa μ. Produzir Q unidades com taxa λ custa $a + bQ - dQ \ln Q$. Estocar $\bar{Q}$ unidades durante um tempo T custa $c\bar{Q}T$. Obter o lote econômico Q^* e o tempo do ciclo T^* que minimizam o custo médio $h(Q) = H(Q)/Q$. Utilize a segunda derivada de $h(Q)$ para mostrar que é realmente um ponto de mínimo

$$H(Q) = a + bQ - dQ \ln Q + cQ^2/(2\mu)$$

---

produção: $Q = \mu T = \lambda s$, $\qquad$ lote máximo: $Q = (\lambda - \mu)s = \mu(T - s)$
s: tempo de produção no ciclo de tamanho T