

*Handwritten signature*

2ª Prova de F-328 - Noturno  
26/10/2011

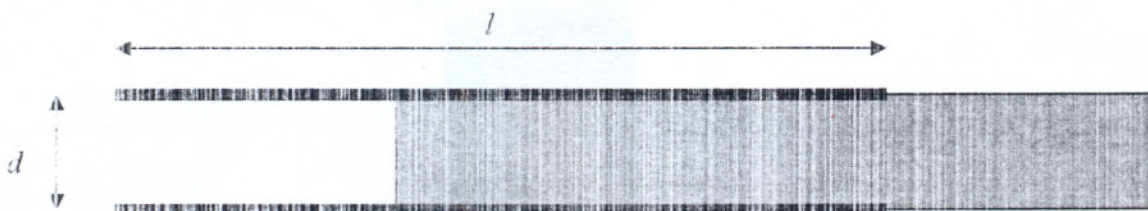
- 1) \_\_\_\_\_  
2) \_\_\_\_\_  
3) \_\_\_\_\_  
4) \_\_\_\_\_

Nota: \_\_\_\_\_

Nome: X X X RA: X X Turma: X

Questão 01

Um capacitor é composto de placas paralelas quadradas de lado  $l$  e separadas por uma distância  $d$ . Um bloco de material dielétrico também de lado  $l$  e espessura  $d$  e de constante de permissividade  $k$  é introduzido no capacitor, preenchendo completamente o espaço entre as placas.



- a) Escreva as expressões para as capacitâncias para a situação de vácuo entre as placas (sem o dielétrico) e quando tem-se o dielétrico de constante de permissividade  $\kappa$ ; (0,5 ponto)  
b) Calcule a variação (devido à colocação do dielétrico) de energia armazenada no caso das placas, quando a carga, nas placas da armadura é mantida constante; (0,5 ponto)  
c) Calcule a mudança de energia armazenada (devido à colocação do dielétrico) quando a diferença de potencial  $V$  entre as placas for mantida constante; (0,5 ponto)  
d) Por fim a placa é parcialmente deslocada, deixando um comprimento  $x$  ( $x < l$ ) do espaço livre. Qual será a nova capacitância? (1,0 ponto)

$A = l^2$

a)  $C_0 = \epsilon_0 A/d$  0,5

b)  $C_d = \kappa \epsilon_0 A/d \rightarrow U_0 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C_0}$

$V_d = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{\kappa \epsilon_0}$

$\Delta U = \frac{Q^2 d}{2 \epsilon_0 A} \left[ \frac{1}{\kappa} - 1 \right] \rightarrow U_d = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C_d} = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C_0 \kappa}$  0,5

$\Delta U = U_d - U_0 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{\epsilon_0} \left[ \frac{1}{\kappa} - 1 \right] \rightarrow \Delta U = - \frac{\kappa - 1}{\kappa} U_0$  0,5

c)  $\frac{1}{2} (C_d - C_0) V^2$

$U_0 = \frac{1}{2} C_0 V^2, U_d = \frac{1}{2} C_d V^2 \rightarrow \Delta U = (\kappa - 1) U_0$  0,5

d)  $\frac{1}{2} \frac{C_0 \kappa}{d} (\kappa - 1) V^2$

Dois capacitores  $C(x)$  e  $C_d(l-x)$  em paralelo 1,0

$C_{ef} = C(x) + C_d(l-x) = \frac{\epsilon_0 l}{d} x + \frac{\kappa \epsilon_0 l}{d} (l-x)$

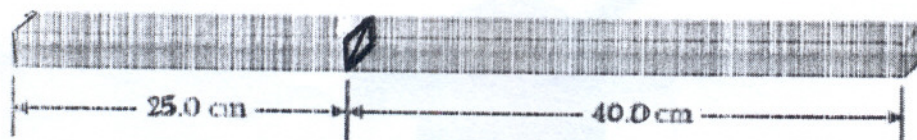
$C_{ef} = \frac{\epsilon_0 l}{d} [x + \kappa(l-x)] \rightarrow C_{ef} = \frac{\epsilon_0 l}{d} [\kappa l - (\kappa - 1)x]$



### Questão 02

A barra da figura abaixo (fora de escala) é constituída de dois materiais. Ambos tem a mesma seção transversal quadrada de lado igual a  $2,0\text{ mm}$ . O primeiro material tem uma resistividade de  $4,0 \times 10^{-3} \Omega \cdot \text{m}$  e  $25\text{ cm}$  de comprimento, enquanto o segundo material tem uma resistividade de  $6,0 \times 10^{-3} \Omega \cdot \text{m}$  e  $40\text{ cm}$  de comprimento. Uma diferença de potencial de  $85\text{ V}$  é aplicada entre as extremidades do conjunto (da barra). Calcule:

- Qual a resistência entre as extremidades da barra? (0,5 ponto)
- A corrente resultante no circuito; (0,5 ponto)
- A densidade de corrente em cada material; (0,5 ponto)
- A diferença de potencial entre as extremidades de cada material; (0,5 ponto)
- campo elétrico em cada material. (0,5 ponto)



$$a) R = R_1 + R_2, \quad R_1 = \rho_1 \frac{L_1}{A_1}, \quad R_2 = \rho_2 \frac{L_2}{A_2}$$

$$A_1 = A_2 = 4 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$R_1 = 4,0 \times 10^{-3} \Omega \cdot \text{m} \cdot \frac{0,25 \text{ m}}{4 \times 10^{-6} \text{ m}^2} = 250 \Omega$$

$$R_2 = 6,0 \times 10^{-3} \Omega \cdot \text{m} \cdot \frac{0,40 \text{ m}}{4 \times 10^{-6} \text{ m}^2} = 600 \Omega$$

$$R = 850 \Omega$$

$$b) V = Ri \rightarrow i = \frac{85}{850} \text{ A} \rightarrow i = 0,1 \text{ A}$$

$$c) J_1 = J_2 = \frac{i}{A} = \frac{0,1 \text{ A}}{4 \times 10^{-6} \text{ m}^2} \Rightarrow J_1 = J_2 = 2,5 \times 10^4 \text{ A/m}^2$$

$$d) V = V_1 + V_2 \quad V_1 = R_1 i, \quad V_2 = R_2 i$$

$$V_1 = 250 \times 0,1 \text{ V} = 25 \text{ V}$$

$$V_2 = 600 \times 0,1 \text{ V} = 60 \text{ V}$$

$$e) \vec{E}_1 = \rho_1 \vec{J}_1 \rightarrow E_1 = 4 \times 10^{-3} \Omega \cdot \text{m} \cdot 2,5 \times 10^4 \text{ A/m}^2$$

$$E_1 = 100 \text{ V/m}$$

$$\vec{E}_2 = \rho_2 \vec{J}_2 \rightarrow$$

$$E_2 = 6 \times 10^{-3} \Omega \cdot \text{m} \cdot 2,5 \times 10^4 \text{ A/m}^2$$

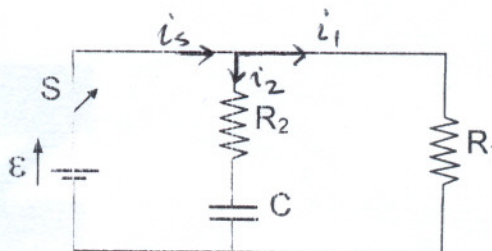
$$E_2 = 150 \text{ V/m}$$

### Questão 03

Considere o circuito abaixo levando em consideração que a bateria é ideal, de força eletromotriz  $\mathcal{E}$ , e que o capacitor  $C$  encontra-se descarregado inicialmente. Após ligar a chave  $S$ , no tempo  $t = 0$  s, calcule:

- a corrente que passa pelo resistor  $R_1$ , em função do tempo; (0,5 ponto)
- a corrente que passa pela chave  $S$ , imediatamente após ser ligada ( $t = 0^+$  s); (1,0 ponto)
- a carga do capacitor  $C$  e a corrente que passa pelo resistor  $R_2$ , em função do tempo. (1,0 ponto)

a) 
$$i_{R_1} = \frac{\mathcal{E}}{R_1}$$



b)  $t = 0^+ \Rightarrow C \text{ e'}$

o equivalente a um curto  $\rightarrow$

$$R_{\text{eq}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

$$i_s = \mathcal{E} (R_1 + R_2) / R_1 R_2$$

c) 
$$\begin{cases} i_s = i_1 + i_2 \\ \mathcal{E} - R_2 i_2 - \frac{q}{C} = 0 \\ -R_1 i_1 + \frac{q}{C} + R_2 i_2 = 0 \end{cases} \rightarrow \mathcal{E} - R_2 \frac{dq}{dt} - \frac{q}{C} = 0$$

$$q(t) = \mathcal{E} C (1 - e^{-\frac{t}{R_2 C}})$$

$$q(\infty) = \mathcal{E} C$$

$$i_2(t) = \frac{\mathcal{E}}{R_2} e^{-\frac{t}{R_2 C}}$$

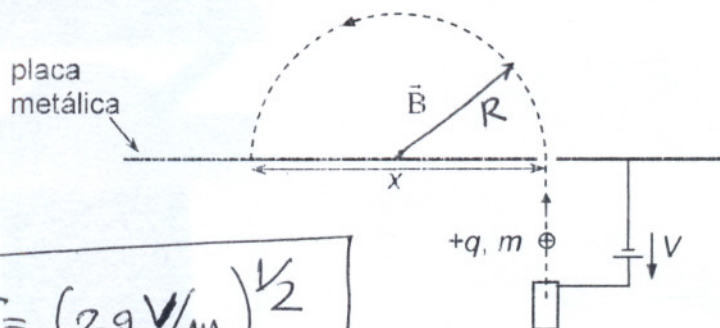


### Questão 04

A figura abaixo mostra um íon de massa  $m$  e carga  $+q$  que é acelerado, a partir do repouso, pela aplicação de uma diferença de potencial  $V$  entre sua posição inicial e o orifício que existe na placa metálica superior. Na região acima desta placa é aplicado um campo magnético de intensidade  $B$ , uniforme e perpendicular à folha. Este campo faz a trajetória do íon descrever um semicírculo, indo atingir a placa a uma distância  $x$ .

Em termos de  $m$ ,  $+q$ ,  $V$  e  $B$ , calcule:

- a) a velocidade do íon ao atravessar o orifício da placa; (1,0 ponto)
- b) a distância  $x$  entre o ponto em que o íon passa no orifício e o ponto em que ele colide com a placa; (1,0 ponto)
- c) Qual o sentido do vetor  $\vec{B}$ ? Justifique, fazendo representação vetorial na figura. (0,5 ponto)



1,0 (a)  $qV = \frac{1}{2}mv^2$

$$v = \sqrt{\frac{2qV}{m}}$$

$$qV = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow v = \left( \frac{2qV}{m} \right)^{1/2}$$

Sc' que  $B$  não altera o módulo de  $\vec{v}$ .

1,0 (b)  $m \frac{v^2}{R} = qvB \rightarrow R = \frac{mv}{qB} \Rightarrow R = \frac{m}{qB} \sqrt{\frac{2qV}{m}}$

$$x = 2R = \frac{2m}{qB} \sqrt{\frac{2qV}{m}}$$

$$x = \left( \frac{8mV}{qB^2} \right)^{1/2}$$

0,5

- (c) Como  $q$  é positivo e o desvio é para a esquerda temos que o sentido de  $\vec{B}$ , dado por  $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$ , é entrando no plano da página. Sc' que  $\vec{B}$  é perpendicular a  $\vec{F}$  e a  $\vec{v}$  e  $q$  é positiva.