

1) Considere a função analítica $f(z) = u + iv$, onde:

$$u(x, y) = -\arctan(y/x).$$

Determine uma possível expressão para $v(x, y)$ e escreva $f(z)$ explicitamente em função de z .

2) Considere a função $w = f(z) = \frac{1}{z}$. Obtenha a imagem da região $x \geq 1$ e $y \geq 1$ no plano w . Esboce a região obtida no plano w .

3) Mostre que todas as soluções da equação abaixo estão sobre o círculo unitário.

$$e^{2\pi \frac{1+z}{1-z}} = 1.$$

4) Obtenha uma transformação bilinear $w = f(z)$ que mapeie o semi-plano direito no círculo unitário e que mapeie o círculo $\left|z - \frac{5}{2}\right| = \frac{3}{2}$ no círculo $|w| = r_0$ para algum valor real $r_0 < 1$.

5) Considere o potencial elétrico entre dois cilindros coaxiais no plano w dado por:

$$\Phi(u, v) = \operatorname{Re} \left[\frac{V_0}{\operatorname{Log}(r_0)} \operatorname{Log}(w) \right] = \frac{V_0}{2\operatorname{Log}(r_0)} \operatorname{Log}(u^2 + v^2)$$

onde o círculo de raio unitário tem potencial nulo e o círculo de raio r_0 tem potencial V_0 . A partir deste resultado e da transformação da questão anterior, obtenha o potencial elétrico nos pontos entre um plano infinito com potencial nulo e um cabo cilíndrico, definido por $\left|z - \frac{5}{2}\right| = \frac{3}{2}$, com potencial 100 Volts, conforme a figura a seguir.

