

PROVA 2 - 8/OUTUBRO/2012  
Questões

Para esta prova, você pode considerar que os seguintes problemas são NP-Completo: Circuit-Sat, SAT, 3SAT, Vertex Cover, Conjunto Independente, Clique, Circuito Hamiltoniano, Subset-Sum.

**Importante:** Caso você use algum dos problemas acima, você deve enunciá-lo primeiro. Qualquer fraude implicará em nota 0.0 para os envolvidos.

1. (2.5 pts) Dado um grafo  $G$  e um inteiro  $t$ , suponha que foi desenvolvido uma rotina  $R(G, t)$  de tempo polinomial no tamanho da entrada e que devolve 1 ou 0. Suponha que a rotina  $R(G, t)$  devolve 1 se e somente se  $G$  tem um conjunto independente de cardinalidade  $t$ . Supondo a existência desta rotina, apresente a descrição em pseudo-código de uma rotina  $H(G)$  que devolve um conjunto independente de cardinalidade máxima em tempo polinomial. Justifique a polinomialidade da rotina.

Obs.: Um conjunto independente em um grafo é um conjunto de seus vértices que não são ligados por arestas do grafo.

2. (2.5 pts) O problema do DMax-4-SAT consiste no seguinte: São dados uma fórmula booleana  $\phi$  em forma normal conjuntiva e um inteiro  $k$ . Cada cláusula de  $\phi$  possui exatamente 4 literais com variáveis distintas. O problema consiste em decidir se há alguma atribuição para as variáveis de maneira a tornar pelo menos  $k$  cláusulas de  $\phi$  satisfatíveis. Mostre que o problema DMax-4-SAT é um problema NP-completo.
3. (2.5 pts) Prove que decidir se um grafo possui uma árvore geradora com no máximo 10 vértices folhas em um grafo não orientado é NP-completo.
4. (2.5 pts) Um certo problema de escalonamento consiste no seguinte: É dado um conjunto  $S$  com  $n$  tarefas,  $S = \{1, \dots, n\}$ , onde cada tarefa  $i \in S$  tem um tempo inteiro  $t_i$  não negativo, e também é dado um inteiro  $T$ . O problema consiste em decidir se é possível dividir o conjunto de tarefas  $S$  em duas partes  $A$  e  $B$  para serem executadas em dois computadores idênticos (cada parte em um computador), tal que o tempo total de processamento das tarefas em  $A$  não passa de  $T$  e o tempo total de processamento das tarefas em  $B$  também não passa de  $T$ . Prove que este problema de decisão é NP-completo.