MA 327 A - Álgebra Linear - 1^o semestre de 2010
Prova Substitutiva - 01/07/2010

RA..................... **Nome**...

Assinatura..

Instruções: Quem estiver fazendo prova substitutiva deve fazer todas as questões. Quem estiver substituindo o Teste 4 deve fazer apenas a questão 4.

Questão 1 (valor 2.5) Considere as bases α e β para $M_{2\times 2}$:

$$\alpha = \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \right\}$$

$$\beta = \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right\}$$

Qual é a matriz de mudança da base α para a base β, $[I]^{\alpha}_{\beta}$?

Questão 2 (valor 2.5) Seja P_2 o espaço dos polinômios de grau menor ou igual a dois. Seja uma transformação $T : P_2 \to P_2$ tal que $T(t^2+t+1) = t^2+2t+1$; $T(t^2+t) = t^2+t+1$ e $T(t^2) = t$.

a) Qual é a expressão da aplicação $T(at^2 + bt + c)$?

b) Essa aplicação é injetora? Por que?

Questão 3 (valor 2.5) Seja W o subespaço de $\mathbb{R}^3$ gerado pelos vetores $v_1 = (1, 0, 0)$ e $v_2 = (2, 1, 1)$. Encontre bases ortonomais para W e para o complemento ortogonal de W.

Questão 4 (valor 2.5)

a) Considere a matriz

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}.$$

Encontre os autovalores e autovetores associados de A.

b) É possível encontrar uma matriz 3×3 com os mesmos autovalores de A que não seja diagonalizável? Por que?
