MC448: Projeto e Análise de Algoritmos I

Profs. Cid C. de Souza e Ricardo Dahab – 3ª Prova – (26/06/2008)

Nome:

RA: **Turma:**

Observação: o peso das questões será decidido pelo docente da seguinte forma: as duas questões que você responder melhor terão peso 3 e as outras duas terão peso 2.

Questão	frac	Peso	Nota
1			
2			
3			
4			
Total		10,0	

Instruções: A duração da prova é de 105 minutos. Não é permitido usar qualquer material de consulta durante a prova. **Questões mal justificadas serão consideradas erradas !**

---

1. Esta questão tem três partes independentes e, nas três, G é um grafo orientado.

(a) Sejam u e v vértices de G tais que existe um caminho de u para v e suponha que uma busca em profundidade em G resultou em $d[u] < d[v]$. Dê um contra-exemplo para a afirmação de que, nestas circunstâncias, v é sempre um descendente de u na floresta resultante da busca.

(b) Sejam u e v vértices de G tais que existe um caminho de u para v. Dê um contra-exemplo para a afirmação de que, nestas circunstâncias, qualquer busca em profundidade em G sempre vai resultar em $d[v] \leq f[u]$.

(c) Explique em que circunstâncias, numa busca em profundidade em G, um vértice ficaria sozinho numa árvore da floresta resultante da busca.

2. A seguir você encontra um algoritmo que recebe como entrada um grafo não-orientado G com uma função peso w nas suas arestas, e retorna uma árvore T que, supostamente, deveria ser uma árvore geradora mínima de G. Analise esse algoritmo dando os principais argumentos que mostram que T é, de fato, uma AGM. Descreva uma implementação eficiente para a linha 4 e analise a complexidade resultante do algoritmo.

Algoritmo 1 AGM-alt

ENTRADA: $(G = (V, E), w)$

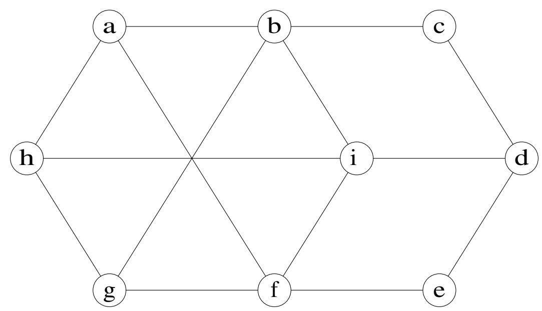
SAÍDA: T

1. Ordene as arestas de G em ordem não-crescente pelo seu peso w.
2. $T \leftarrow E$
3. Tome as arestas em ordem não-crescente e, para cada aresta e, **faça**
4.   **se** $T \setminus \{e\}$ é um grafo conexo
5.   **então** $T \leftarrow T \setminus \{e\}$
6. Retorne T

---

3. Sejam $G = (V, E)$ um grafo orientado e W um inteiro positivo. Suponha que os pesos das arestas de G sejam inteiros entre 0 e W. Projete um algoritmo com complexidade $O(W|V| + |E|)$ que compute os comprimentos dos caminhos mínimos a partir de um dado vértice s.

4. Considere o grafo G abaixo e responda ao que se pede a seguir:



(a) Faça uma busca em largura em G, com raiz em a. Desenhe a árvore de busca mostrando os rótulos `dist` resultantes em cada vértice.

(b) Dada uma busca em largura em G, dizemos que a aresta (u, v) é *de nível* se $\texttt{dist}(u) = \texttt{dist}(v)$, e *inclinada*, caso contrário. Use essa classificação das arestas para projetar um algoritmo que determine se um dado grafo G conexo tem um ciclo ímpar e, em caso afirmativo, retorne os seus vértices. O seu algoritmo deve ser dado em pseudo-código e ter complexidade linear no tamanho grafo.

Nota: Algoritmos vistos em aula podem ser usados como subrotinas.

(c) Dê os argumentos que provem a corretude do seu algoritmo.