EA721 - Princípios de Controle e Servomecanismos
1o. Semestre de 2003 - 3a. Prova - Prof. Paulo Valente

RA: **Nome:** **Ass.:**

01. Considere o sistema de segunda ordem representado por variáveis de estado

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -25 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u, \quad y = \begin{bmatrix} 2500 & 0 \end{bmatrix} x.$$

Supondo realimentação de estados na forma $u = -k_1 x_1 - k_2 x_2 + r$, onde r é uma entrada degrau, determine as condições a serem impostas sobre k_1 e k_2 para que o sistema em malha fechada seja assintoticamente estável e sua saída apresente erro de regime nulo para entrada degrau.

2. O critério de Routh-Hurwitz é utilizado para se investigar a estabilidade de sistemas contínuos no tempo. Com a transformação

$$s = \frac{z+1}{z-1}, \text{ e sua inversa } z = \frac{s+1}{s-1},$$

onde $s = \mathrm{Re}\, s + j\mathrm{Im}\, s$ e $z = \mathrm{Re}\, z + j\mathrm{Im}\, z$, o critério pode ser adaptado para se investigar a estabilidade de sistemas discretos no tempo. Mostre que, dada a transformação acima,

$$\text{Se} \begin{cases} \mathrm{Re}\, s < 0, \text{ então } \mid z \mid < 1, \\ \mathrm{Re}\, s = 0, \text{ então } \mid z \mid = 1, \\ \mathrm{Re}\, s > 0, \text{ então } \mid z \mid > 1. \end{cases}$$

Use a transformação acima para determinar se o sistema cuja equação característica é $z^2 - 2z - z$ é estável.

3. Considere o sistema

$$\ddot{y} + 3\dot{y} + 2y = u.$$

Obtenha a representação do sistema na forma $\dot{x} = Ax + Bu$, $y = Cx$, definindo como variáveis de estado $x_1 = y$ (saída do sistema) e $x_2 = \dot{y}$. Projete um controlador por realimentação de estados ($u = -Kx$) de tal forma que os pólos de malha fechada apresentem fator de amortecimento $\xi = 0.5$ e freqüência natural $\omega_n = 2$ rad/s.

Forma Canônica Controlável

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_n s^n + b_{n-1} s_+^{n-1} \cdots + b_1 s + b_0}{s^n + a_{n-1} s_+^{n-1} \cdots + a_1 s + a_0}$$

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & \cdots & -a_{n-1} \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u,$$

$$y = \begin{bmatrix} b_0 - a_0 b_n & b_1 - a_1 b_n & \cdots & b_{n-1} - a_{n-1} b_n \end{bmatrix} x + b_n u.$$

Observador de Ordem Completa

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + L(y - C\hat{x}) + Bu$$

Fórmula de Ackermann

$$K = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \mathcal{C}^{-1} p(A), \quad \mathcal{C} = \begin{bmatrix} B & AB & \cdots & A^{n-1}B \end{bmatrix}$$

$$L = p(A)\mathcal{O}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathcal{O} = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \cdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix}$$

$$p(A) = A^n + q_{n-1} A^{n-1} + \cdots + q_1 A + q_0 I$$