T_3 ( ) F520 ( ) MS550 · Nome: ______________________ RA: __________

Mostre que a equação de Bessel

$$z^2y'' + zy' + (z^2 - \nu^2)y = 0$$

possui um ponto singular irregular em $z = \infty$.

$\boxed{t = \frac{1}{z}}$

$$\frac{dy}{dz} = \frac{dt}{dz}\frac{dy}{dt} = -t^2\frac{dy}{dt}$$

$$\frac{d^2y}{dz^2} = -t^2\frac{d}{dt}\left(-t^2\frac{dy}{dt}\right) = t^4\frac{d^2y}{dt^2} + 2t^3\frac{dy}{dt}$$

Bessel $\Rightarrow$ $$\frac{1}{t^2}\left[t^4\frac{d^2y}{dt^2} + 2t^3\frac{dy}{dt}\right] + \frac{1}{t}\left(-t^2\frac{dy}{dt}\right) + \left(\frac{1}{t^2} - \nu^2\right)y = 0$$

$$t^2\frac{d^2y}{dt^2} + (2t - t)\frac{dy}{dt} + \left(\frac{1}{t^2} - \nu^2\right)y = 0$$

$$\therefore \frac{d^2y}{dt^2} + \underbrace{\frac{1}{t}}_{p(t)}\frac{dy}{dt} + \underbrace{\left(\frac{1}{t^4} - \frac{\nu^2}{t^2}\right)}_{q(t)}y = 0$$

+1,0

$p(t) \Rightarrow$ tem pólo de ordem 1 em $t = 0$

$q(t) \Rightarrow$ tem pólo de ordem <u>4</u> em $t = 0$ $\Rightarrow$ ponto singular irregular

+1,0