Nome: Gabriel [illegible] RA: [illegible] Turma: [illegible]

Obs.: O Teste 1 corresponde ao problema 1.

Problema 1: [3.5 pt] Uma partícula de massa m se movimenta em 1-D sob a ação de uma força $\vec{F} = F_0\hat{x}$ e de uma força dissipativa $\vec{F}_D$ linearmente proporcional à sua velocidade:

$$F_D = -mkv, \tag{1}$$

onde k é uma constante.

a) Escreva a equação de movimento para a partícula.

b) Se a partícula se encontra em repouso no instante inicial, calcule sua velocidade em função do tempo. Expresse sua resposta em termos da constante $A = F_0/m$.

c) Se a posição inicial da partícula é x_0, calcule seu deslocamento em função do tempo.

d) Determine a escala de tempo τ_0 característica do sistema. Descreva o movimento da partícula para $t \gg \tau_0$.

$m.\vec{a} \Rightarrow \boxed{F_0 - mkv = m.\frac{dv}{dt}} \Rightarrow dt = \frac{m.dv}{F_0 - mkv}$ 0.5

$\Rightarrow = -\ln(F_0 - mkv)/k + C$

$e^{-kt} \cdot C' = \frac{1}{\ldots}$ $\Rightarrow \ldots e^{-t} \ldots$

Problema 2: [5.0 pt] Uma partícula de massa m se movimenta em 1-D sob a ação de uma força cuja energia potencial associada é dada por

$$U(x) = U_0 \left(\frac{x^2}{a^2} - 1 \right) \exp(-x^2/a^2), \tag{2}$$

onde U_0 e a são constantes.

a) Determine a força associada à $U(x)$.

b) Determine os pontos de equilíbrio do potencial e classifique-os como estáveis e instáveis. Justifique sua resposta.

c) Faça o gráfico de $U(x)$ e discuta os possíveis movimentos da partícula.

d) Determine uma solução aproximada para o deslocamento da partícula $x(t)$. Indique sob quais condições a resposta obtida é válida.

1,5

$$-\nabla U \rightarrow F = -\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{-\partial\left(U_0\left(\frac{x^2}{a^2}-1\right)e^{-x^2/a^2}\right)}{\partial x} = -U_0\left(\frac{2x}{a^2}\cdot e^{-\frac{x^2}{a^2}} + \left(\frac{x^2}{a^2}-1\right)e^{-\frac{x^2}{a^2}}\cdot\left(-\frac{2x}{a^2}\right)\right)$$

$$= -U_0\, e^{-x^2/a^2}\left(\frac{2x}{a^2}\right)\left(1-\frac{x^2}{a^2}+1\right) = -\frac{U_0\, e^{-\frac{x^2}{a^2}}}{a^4}\left(4a^2x - 2x^3\right) = \frac{U_0\, e^{-\frac{x^2}{a^2}}}{a^4}(2x

Problema 3: [3.5 pt] Considere uma partícula de massa m que se movimenta em 2-D e cuja trajetória é dada por

$$
\begin{aligned}
x(t) &= A\cos(\omega_o t), \\
y(t) &= B\sin(\omega_o t), \qquad (3)
\end{aligned}
$$

onde A e B são constantes positivas.

a) Calcule a força $\vec{F}$ que atua sob a partícula e mostre através de um cálculo direto que essa força é conservativa.

b) Determine a energia total da partícula em termos dos parâmetros do sistema: A, B e ω_0.

c) Calcule o momento angular $\vec{L}$ da partícula em relação à origem.

d) Calcule o torque $\vec{N}$ em relação à origem associado à força $\vec{F}$ e mostre através de um cálculo direto que $d\vec{L}/dt = \vec{N}$.

$) = A.\cos(w_0 t)$ $\Rightarrow \begin{cases} x'(t) = -Aw_0 . \sin(w_0 t) \\ y'(t) = Bw_0 . \cos(w_0 t) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x''(t) = -Aw_0^2 . \cos(w_0 t) = \\ y''(t) = -Bw_0^2 . \sin(w_0 t) \end{cases}$

$= B.\sin(w_0 t)$

$\vec{F} = m.\vec{a} = (m.x''(t)\,\hat{i} + m.y(t)\,\hat{j})$

conservativa $\left| \frac{\partial F_x}{} \cdot \frac{\partial F_y}{} \right|$, mas, $\vec{F} = m ($