+1

UNICAMP/IFGW

F328Noturno 2Sem.2007/19/09/2007

Primeira Prova.

RA. 062456 Nome Luciana Levantezi Polo Turma E

Questão1

Cinco cargas iguais a Q são igualmente espaçadas em uma semicircunferência de raio R, conforme figura.

a) Determine a força (módulo, direção e sentido) que atua sobre uma carga q localizada no centro da semicircunferência; (1,5pto.)

b) A partir do item (a), determine o vetor campo elétrico no centro da semicircunferência, considerando agora a carga q como sendo uma carga de prova. (1,0pto.)

$\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 + \vec{F}_5$

$\vec{F}_1 = -\vec{F}_5$

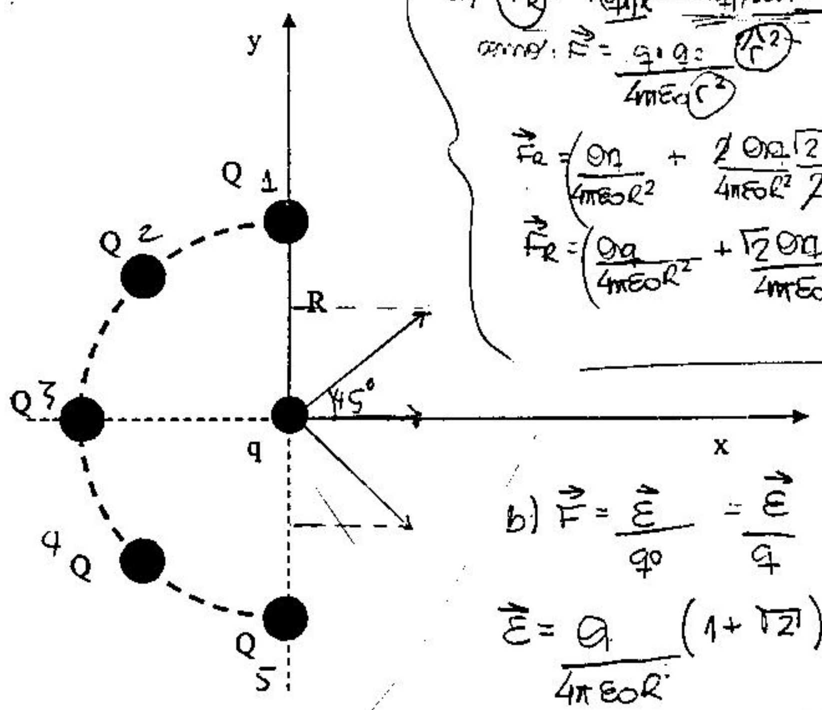
$\vec{F}_R = (F_{2x} + F_{3x} + F_{4x})\hat{i} + (F_{2y} + F_{3y} + F_{4y})$

a) $\vec{F}_R = F_{Q1}\hat{x} + 2F_{Q1}\,\text{sen}\,45\,\hat{x}$

como: $\vec{F} = \dfrac{q \cdot q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

$\vec{F}_R = \left(\dfrac{Qq}{4\pi\varepsilon_0 R^2} + \dfrac{2\,Qq}{4\pi\varepsilon_0 R^2}\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)\hat{x}$

$\vec{F}_R = \left(\dfrac{Qq}{4\pi\varepsilon_0 R^2} + \dfrac{\sqrt{2}\,Qq}{4\pi\varepsilon_0 R^2}\right)\hat{x} \rightarrow \vec{F}_R = \dfrac{Qq}{4\pi\varepsilon_0 R^2}(1+\sqrt{2})\hat{x}$



b) $\vec{F} = \dfrac{\vec{E}}{q_0} = \dfrac{\vec{E}}{q}$ já que q = carga de prova

$\vec{E} = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R^2}(1+\sqrt{2})\hat{x}$

E

Obs: É expressamente proibido o uso de calculadora e justifique todas as suas respostas.

+ 2

Questão2
Uma barra isolada, de comprimento L, tem uma carga $+Q$ distribuída uniformemente ao longo de sua extensão, conforme figura.

a) Determine o vetor campo elétrico no ponto P, situado a uma distancia a da extremidade direita da barra; (1,0pto.)

b) Suponha que uma outra carga isolada puntiforme $+Q$ seja colocada num outro ponto distante $3a$ da extremidade direita da barra. Determine o vetor campo elétrico no ponto P devido apenas à carga isolada; (0,5pto.)

c) Determine, agora, o vetor campo elétrico total no ponto P. (1,0pto.)

a) $\vec{E} = \int \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\,\hat{r}$ $\qquad dq = \lambda\, dl$, $\quad r = l + a$

$$\vec{E} = \int_0^L \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 (l+a)^2}$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^L \frac{\lambda\, dl}{(l+a)^2} \qquad l + a = u, \quad dl = du$$

$$\vec{E} = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{du}{u^2}$$

$$\vec{E} = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{-1}{u} \Rightarrow \left.\frac{-\lambda}{4\pi\varepsilon_0 (l+a)}\right|_0^L$$

$$\vec{E} = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\left(-\frac{1}{L+a} + \frac{1}{a}\right)$$

como $\lambda = Q/L$: $\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 L}\left(-\frac{1}{L+a} + \frac{1}{a}\right)\hat{x}$

b) $\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 (2a)^2}\,(-\hat{x})$

à esquerda devido a carga é positiva

$$\vec{E} = \frac{-Q}{16\pi\varepsilon_0 a^2}\,\hat{x}$$

c) $\vec{E} = \vec{E}_a + \vec{E}_b$

$$\vec{E} = \left(\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 L}\left(-\frac{1}{L+a} + \frac{1}{a}\right) - \frac{Q}{16\pi\varepsilon_0 a^2}\right)\hat{x}$$

$$\frac{L}{a(L+a)}$$

7 3

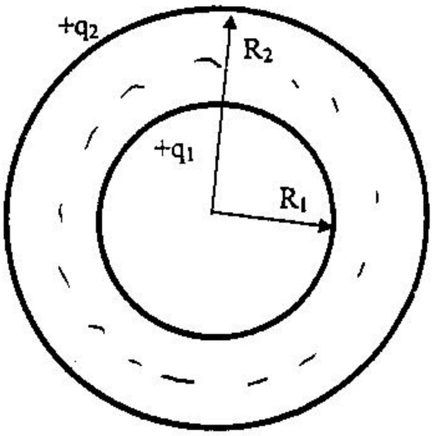
Questão3

Uma casca esférica de raio R_1 tem uma carga total q_1 uniformemente distribuída em sua superfície. Uma segunda casca esférica de raio R_2, concêntrica com a primeira, tem carga q_2 também uniformemente distribuída em sua superfície.

a) Utilize a Lei de Gauss para determinar o vetor campo elétrico nas regiões onde: $r < R_1$, $R_1 < r < R_2$ e $r > R_2$. (1,5pto.)

b) Qual seria a relação entre as cargas $\boxed{q_1/q_2}$ e seus sinais relativos para que o campo elétrico fosse nulo para $r > R_2$?; (0,5pto.)

c) Esquematize as linhas de forças de campo elétrico para a situação do item (b) quando a carga q_1 é positiva. (0,5pto.)



a) $r < R_1$

$\vec{E} = 0$ pois a carga envolvida, dentro do condutor é 0:

$\cancel{q_{env}} = \varepsilon_0 \oint \vec{E}\cdot\hat{n}\, dA$
0

$\vec{E} = 0$

$R_1 < r < R_2$

$\frac{q_{env}}{\varepsilon_0} = \oint \vec{E}\,\hat{n}\, dA$ | $\vec{E} = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{r}$

$\frac{q_1}{\varepsilon_0} = \vec{E}\cdot\oint dA$

$r > R_2$

$\frac{q_{env}}{\varepsilon_0} = \oint \vec{E}\,\hat{n}\, dA$ | $\vec{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{r}$

$\frac{q_1 + q_2}{\varepsilon_0} = \vec{E}\oint dA$

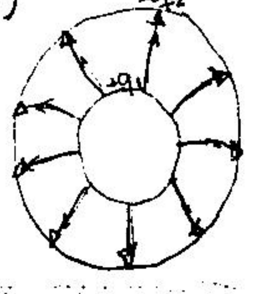
b) Para $\vec{E} = 0$

quando $\vec{E} = \frac{q_1 + q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{r}$

$\frac{q_1}{q_2} = -1$

$q_1 + q_2 = 0$ | portanto $q_1 = -q_2$ ou $q_2 = -q_1$.

c)



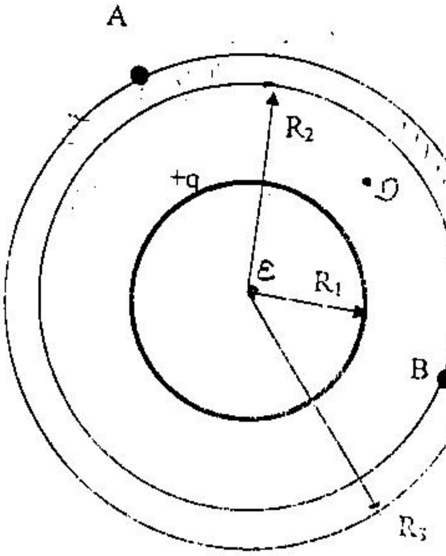
Questão 4

Uma camada esférica condutora, de raio interno R_2 e raio externo R_3, é concêntrica a uma casca esférica condutora fina de raio R_1. A casca esférica fina tem uma carga total $+q$ e a carga total da casca externa é zero, sendo que ambas estão isoladas.

a) Determine a densidade de carga em cada superfície da camada; (0,5pto.)

b) Encontre as expressões para o potencial elétrico, V(r), em todo espaço: $r < R_1$, $R_1 < r < R_2$, $R_2 < r < R_3$ e $r > R_3$; Suponha que $V(r) = 0$ no infinito (1,5pto.)

c) Calcule a diferença de potencial entre os pontos A e B na cam esférica externa. (0,5pto.)



a) σ_1 = densidade de carga na parte interna da camada.

$$\sigma_1 = \frac{-q}{4\pi R_2^2}$$

σ_2 = densidade de carga na parte externa da camada.

$$\sigma_2 = \frac{q}{4\pi R_3^2}$$

b) $r > R_3$

$V_A - V_\infty = -\int \vec{E}\, dr \qquad \vec{E} = \frac{kq}{r^2}$

$V_A - 0 = -\int_\infty^{R_3} \frac{kq}{r^2}\, dr$

$V_A = \frac{kq}{R_3}$

$R_2 < r < R_3$

$V_C - V_A = -\int_{R_3}^{r} 0\, dr$

$V_C = V_A = \frac{kq}{R_3}$

O campo elétrico dentro do condutor é zero

$R_1 < r < R_2$

$V_D - V_C = -\int_{R_2}^{r} \frac{kq}{r^2}\, dr$

$V_D - \frac{kq}{R_3} = \frac{kq}{r} - \frac{kq}{R_2}$

$V_D = \frac{kq}{r} + \frac{kq}{R_3} - \frac{kq}{R_2}$

$r < R_1$

$V_E = V$ na casca, pois $\vec{E} = 0$ dentro do condutor.

$V_{casca} = V_D$ onde $r = R_1$

$V_{casca} = kq\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} - \frac{1}{R_2}\right)$

$\therefore$

$V_E = kq\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} - \frac{1}{R_2}\right)$

c) $V_A - V_B = ?$

$V_A = \frac{kq}{R_3}$, pois V fora da superfície externa é o mesmo.

$V_B = V_C$ pois a camada pertence ao mesmo potencial.

$V_B = \frac{kq}{R_3}$

$V_A - V_B = 0$