UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
Instituto de Física Gleb Wataghin
F 128 - 1^o semestre 2008 - Fernando Sato
Prova 3 (Gabarito) - Noturno - 25/06/2008

Problema 1: Uma bolinha de bilhar, deslizando sem rodar sobre uma superfície, colide elasticamente com outra bola de bilhar de massa idêntica à primeira que se encontra inicialmente em repouso. A colisão não é colinear e ambas são livres para dirigirem-se apra qualquer direção da mesa de bilhar. Calcule, usando as leis de conservação envolvidas no processo, o ângulo entre as velocidades finais das bolas considerando que não há atrito entre as bolas e a mesa.

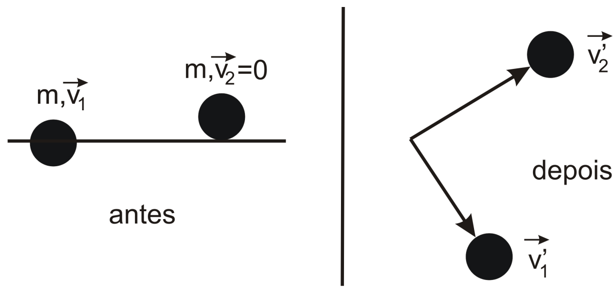

Figura 1: Esquema de colisão elástica entre duas bolas de bilhar de mesma massa. Situação antes da colisão e depois da colisão

Pela colisão elástica temos a conservação da energia cinética:

$$\frac{mv_1^2}{2} = \frac{mv'^2_1}{2} + \frac{mv'^2_2}{2} \Rightarrow v_1^2 = v'^2_1 + v'^2_2$$

Pela conservação do momento linear temos:

$$m\vec{v}_1 = m\vec{v}'_1 + m\vec{v}'_2 \Rightarrow \vec{v}_1 = \vec{v}'_1 + \vec{v}'_2$$
$$(\vec{v}_1)^2 = (\vec{v}'_1 + \vec{v}'_2)^2 \Rightarrow \vec{v}_1^2 = \vec{v}'^2_1 + \vec{v}'^2_2 + 2.\vec{v}'_1.\vec{v}'_2$$

Da conservação de energia e do momento linear vemos que o termo (produto escalar) $\vec{v}'_1.\vec{v}'_2$ tem que ser igual a zero, então o ângulo entre as bolas será de 90^o.

Problema 2: Um astronauta está sendo testado em uma centrífuga, que consiste de uma cabine, sustentada por uma haste rígida, girante, de comprimento 10 m e massa desprezível. O conjunto cabine-homem tem massa igual a 120 kg e gira de acordo com $\theta = 0,10t^2$, onde t é dado em segundos e θ em radianos. (a) Qual o momento de inércia associado ao sistema? (b) Qual a velocidade angular em $t = 5,0s$? (c) Qual o momento angular em $t = 5,0s$? (d) Qual o trabalho realizado pelo motor da centrífuga nos primeiros 10 s, sabendo que, no instante inicial ela parte do repouso?

Item (a) o momento de inércia, nesse caso, será:

$$I = mR^2 = (120)\,(10)^2 = 1,2.10^2 kg.m^2$$

Item (b),

$$\begin{array}{l} \omega_{inst} = \frac{d\theta}{dt} = \frac{d}{dt}\left[0,10t^2\right] = 0,20t \\ \omega\,(t = 5,0s) = 1,0^{rad}/_{s} \end{array}$$

Item (c)

$$\begin{array}{l} L\,(t) = I\omega\,(t) = \left(1,2.10^4\right)(0,2t) \\ L\,(t = 5,0s) = 1,2.10^4 {kg.m^2}/_{s} \end{array}$$

Item (d)

$$\begin{array}{l} W\,(t = 0 \rightarrow 10s) = K_{rot}\,(t = 0) - K_{rot}\,(10s) \\ W\,(t = 0 \rightarrow 10s) = \frac{1}{2}I\left[\omega\,(t = 10s)\right]^2 - \frac{1}{2}I\left[\omega\,(t = 0s)\right]^2 \end{array}$$

Com:

$$\begin{array}{l} \omega\,(t = 10s) = (0,2)\,(10) = 2,0^{rad}/_{s} \\ \omega\,(t = 10s) = (0,2)\,(0) = 0^{rad}/_{s} \end{array}$$

Assim temos:

$$W\,(t = 0 \rightarrow 10s) = \frac{1}{2}\left(1,2.10^4\right)(2,0)^2 = 2,4.10^4 J$$

Problema 3: Duas patinadoras, cada uma com 50 kg, se aproximam uma da outra ao longo de trajetórias paralelas separadas por 3 m, de acordo com a figura. Elas têm velocidades opostas de 1,5 m/s cada uma. Uma das patinadoras carrega uma barra longa, de massa desprezível, segurando-a em uma extremidade e a outra patinadora se agarra nesta barra quando a primeira passa por ela. As patinadoras então passam a girar em torno do centro da baliza. Suponha que o atrito entre as patinadoras e o gelo é desprezível. Calcule: (a) o raio do círculo e a velocidade angular das patinadoras: (b) o momento angular total do sistema. Em seguida, as patinadoras se puxam ao longo da barra até ficarem separadas por 1,0 m. Qual será (c) a nova velocidade angular do sistema e (d) a razão entre a energia cinética final e inicial?

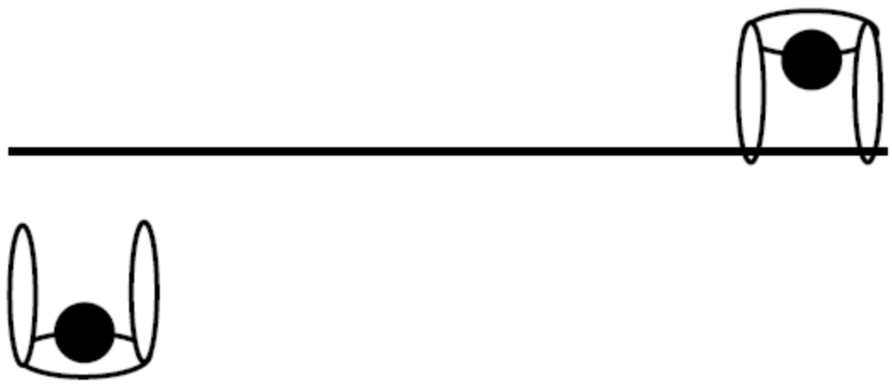

Figura 2: Duas patinadoras, onde uma segura uma barra, deslocam-se uma em direção à outra.

Item (a) o raio do círculo é de 1,5 m e a velocidade angular $\omega_i = \frac{v}{r} = \frac{1,5}{1,5} = 1$ rad/s

Item (b) O momento angular total do sistema, com relação ao centro de giro, será a soma dos momentos angulares de cada patinadora:

$$L_i = 2rmv = 2.1,5.50.1,5 = 225 ^{kg.m^2}/_{s}$$

Item (c) Os torques externos são nulos e assim, o momento angular se conserva:

$$L_i = L_f \Rightarrow 2.m.r_f^2\omega_f = 225$$
$$\omega_f = \frac{225}{2.50.(0,5)^2} = 9 ^{rad}/_{s}$$

Item (d)

$$\frac{E_i}{E_f} = \frac{m.r_f^2\omega_f}{m.r_i^2\omega_i} = \frac{(0,5)^2.9^2}{(1,5)^2.1^2} = 9$$

Problema 4: 1) Uma casca esférica uniforme de massa M = 2,0 kg e raio R = 0,3 m desce rolando (sem deslizar) um plano inclinado que faz um ângulo $\theta = 30^o$ com a horizontal. (a) Qual é a aceleração linear do corpo durante o rolamento? (b) Qual é a força de atrito? (c) Qual é a velocidade do corpo quando ele chega à base da rampa sabendo-se que esta tem comprimento L = 6,0 m? (Dados o momento de inércia da casca esférica $I_{cm} = (2/3)MR^2$ e g = 10 m/s^2).

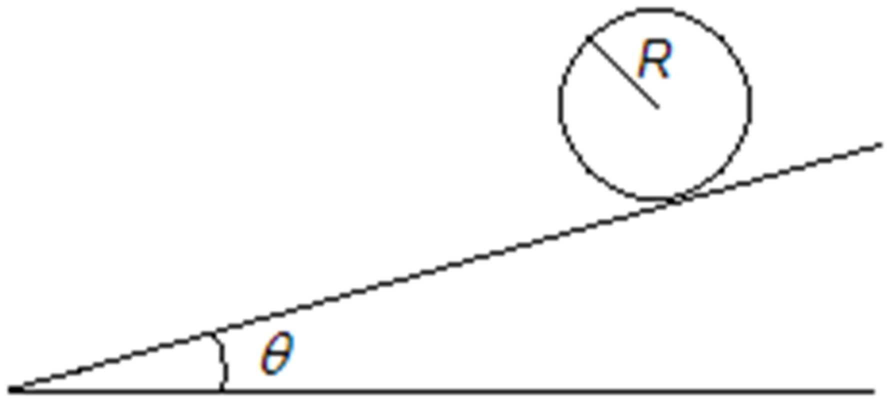

Figura 3: Casca esférica em um plano inclinado.

Item (a), adotando o sentido da subida como sendo o positivo, pela 2^a lei de Newton, temos:

$$\sum F = f_e - Mgsen\theta = Ma$$

Por outro lado, a forma angular é dada por:

$$\sum \tau = f_e R = I_{cm}\alpha$$

Mas, sabemos que $\alpha = -a/R$, onde o sinal negativo surge pois a e α tem sinais opostos. Assim:

$$f_e = -\frac{I_{cm}a}{R^2}$$

Substituindo a expressão acima na equação da segunda lei de Newtom, temos:

$$\begin{aligned}
&-\tfrac{I_{cm}a}{R^2} - Mgsen\theta = Ma \\
&-\left(\tfrac{2}{3}MR^2\right)\tfrac{a}{R^2} - Mgsen\theta = Ma \\
&-\tfrac{2}{3}a - gsen\theta = a \\
&\tfrac{5}{3}a = -gsen\theta \\
&a = -\tfrac{3}{5}(10)sen30 \\
&a = -3,0m/s^2
\end{aligned}$$

Item (b)

$$\begin{aligned}
&f_e = -\tfrac{I_{cm}a}{R^2} = -\left(\tfrac{2}{3}MR^2\right)\tfrac{a}{R^2} \\
&f_e = -\tfrac{2}{3}(2)(-3) \\
&f_e = 4,0N
\end{aligned}$$

Item (c), como a aceleração é constante, podemos usar a relação:

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$$

onde $\Delta x = -L$ e $v_0 = 0$. Dessa forma, temos:

$$\begin{aligned}
&v^2 = 2(-3)(-6) \\
&v = 6m/s
\end{aligned}$$