



FÍSICA, MATEMÁTICA & MATEMÁTICA APLICADA  
MS 149 – COMPLEMENTOS DE MATEMÁTICA  
PROF. LÚCIO T. SANTOS  
PROVA FINAL — TURMA B

IMECC – SALA 131

21/JUNHO/2012



1 Sejam  $A$ ,  $B$  e  $C$  conjuntos. Prove que

$$(A - B) - C = A - (B \cup C).$$

2 Seja  $z \in \mathbb{Z}$ . Prove que o resto da divisão de  $z^3$  por 4 nunca é igual a 2.

3 Prove por indução que para todo natural  $n$ ,

$$\frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \cdots + \frac{1}{n^2} \leq 2 - \frac{1}{n}.$$

4 Seja  $f : \mathbb{R} - \{1\} \rightarrow \mathbb{R} - \{1\}$  definida por  $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ . Prove ou dê um contra-exemplo para as seguintes afirmações:

(a)  $f$  é injetora.

(b)  $f$  é sobrejetora.