Nome: .... **RA:** ....

Obs.: Resolva as questões nas folhas de papel almaço e copie o resultado no espaço apropriado. Use três algarismos significativos. Números complexos devem ser representados na forma polar, com ângulo em radianos.

1) (1.0)	
2) (1.0)	
3) (1.0)	
4) (1.0)	
5) (1.0)	
6) (1.0)	
7) (1.0)	
8) (1.0)	
9) (1.0)	
10) (1.0)	

1ª Questão: Determine o valor das integrais

a) $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} (6 - t^2)\delta(t+2)dt \quad = 2$

b) $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} (6 - t^2)\delta(2t+4)dt \quad = 1$

2ª Questão: a) Determine a resposta ao impulso do sistema

$$y(t) = \exp(t) \int_{t-2}^{t+2} x(\beta - 1)\exp(\beta - 1)d\beta$$

$$h(t) = \exp(t)G_4(t-1) = \exp(t)(u(t+1) - u(t-3))$$

b) Classifique quanto à: linearidade, invariância no tempo, causalidade e BIBO estabilidade.

Linear, variante, não causal e BIBO estável.

3ª Questão: a) Determine a função de transferência $H(s)$ do sistema causal $y(t) = \mathcal{G}\{x(t)\}$ dado por

$$(p^2 + 5p + 1)y(t) = (p+2)x(t) \quad , \quad p = \frac{d}{dt}$$

$$H(s) = \frac{s+2}{s^2 + 5s + 1}$$

b) Determine a saída forçada do sistema para a entrada $x(t) = 100\cos(3t)\text{sen}(5t)$

$$x(t) = 50(\text{sen}(2t) + \text{sen}(8t))$$

$H(j8) = 0.111\exp(-j1.25)$, $H(j2) = 0.271\exp(-j1.08)$ $y_f(t) = 5.53\text{sen}(8t - 1.25) + 13.5\text{sen}(2t - 1.08)$

4ª Questão: Esboce $x(t) = tG_2(t-1)+G_1(t-2.5)$ e $x(-t+2)$. Obs.: $G_T(t) = u(t+T/2)-u(t-T/2)$

$$x(-t+2) = G_1(t+0.5) + (2-t)G_2(t-1)$$

5ª Questão: Esboce a convolução $x(t) * y(t)$ para

$$x(t) = G_2(t+1) - G_1(t-0.5) \quad , \quad y(t) = G_2(t)$$

$$x(t) * y(t) = (3+t)G_2(t+2) + (-2t)G_1(t+0.5) + (-t)G_1(t-0.5) + (-2+t)G_1(t-1.5)$$

6ª Questão: Determine (e esboce) usando o procedimento de Gram-Schmidt $g_1(t)$ e $g_2(t)$ ortogonais que gerem o mesmo espaço que as funções $\{f_1(t), f_2(t)\}$ dadas por

$$f_1(t) = G_2(t-1) \quad , \quad f_2(t) = G_2(t-2)$$

$$g_1(t) = f_1(t) \ , \quad g_2(t) = f_2(t) - \frac{1}{2}g_1(t)$$

7ª Questão: Determine α e β que minimizam o erro médio quadrático da representação da função $x(t) = (t-1)^2 G_2(t-1)$ na base formada pelas funções $f_1(t)$ e $f_2(t)$, com

$$x(t) = \alpha f_1(t) + \beta f_2(t) + \epsilon(t) \quad , \quad f_1(t) = (1-t)G_2(t-1) \quad , \quad f_2(t) = G_2(t-1)$$

$$\alpha = 0 \ , \ \beta = 1/3$$

8ª Questão: Determine o período fundamental T e os coeficientes c_k da série exponencial do sinal $x(t) = \text{sen}^2(\pi t/4) + \cos^2(\pi t/6)$

$$x(t) = 1 - \frac{1}{4}\exp(j\pi t/2) - \frac{1}{4}\exp(-j\pi t/2) + \frac{1}{4}\exp(j\pi t/3) + \frac{1}{4}\exp(-j\pi t/3) \quad , \quad T = 12 \ , \ \omega_0 = \pi/6$$

$$c_0 = 1 \ , \ c_3 = c_{-3} = -\frac{1}{4} \ , c_2 = c_{-2} = \frac{1}{4}$$

9ª Questão: Determine a potência média do sinal $x(t) = 1 + \text{sen}^2(3\pi t)$

$$\text{pot. média} = 19/8 = 2.375$$

10ª Questão: Determine os coeficientes c_0 e c_1 da série exponencial de Fourier de

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} p(t - k5\pi) \quad , \quad p(t) = f(t) + f(-t) \quad , \quad f(t) = (1-t)G_1(t-0.5)$$

$$c_0 = \frac{1}{5\pi} \cong 0.0637 \quad , \quad c_k = \frac{5}{4\pi k^2}(2 - \exp(j2k/5) - \exp(-j2k/5)) \quad , \quad c_1 = 0.0628$$

Consulta

$$G_T(t) = u(t + T/2) - u(t - T/2)$$

$$\delta(t) = \frac{d}{dt}u(t) \ , \quad u(t) = \int_{-\infty}^{t} \delta(\beta)d\beta \ , \quad \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\delta(t)dt = f(0)$$

$$x_1(t) * x_2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x_1(\beta)x_2(t-\beta)d\beta \ , \quad x(t) * \delta(t) = x(t) \ , \quad x(t) * u(t) = \mathcal{I}_x(t) = \int_{-\infty}^{t} x(\beta)d\beta$$

$$\mathcal{I}_{x*y}(t) = x(t) * \mathcal{I}_y(t) = \mathcal{I}_x(t) * y(t) = u(t) * x(t) * y(t) \ , \quad \frac{d}{dt}(x(t) * y(t)) = \dot{x}(t) * y(t) = x(t) * \dot{y}(t)$$

$$\mathcal{L}\{\exp(-at)u(t)\} = \frac{1}{s+a} \quad , \quad \mathrm{Re}(s+a) > 0$$

Sinais ortogonais: $\langle x(t)y^*(t)\rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)y^*(t)dt = 0$, Projeção ortogonal: $\langle \epsilon(t)g_k^*(t)\rangle = 0$, $\forall k$

Gram-Schmidt

$$g_1(t) = f_1(t) \quad ; \quad g_k(t) = f_k(t) - \sum_{\ell=1}^{k-1} \frac{\langle f_k(t)g_\ell(t)\rangle}{\langle g_\ell^2(t)\rangle}\, g_\ell(t) \quad , \ k = 2, \ldots, n$$

Série de Fourier

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} c_k \exp(jk\omega_0 t) \quad \Leftrightarrow \quad c_k = \frac{1}{T}\int_T x(t)\exp(-jk\omega_0 t)dt \ , \quad \frac{1}{T}\int_T |x(t)|^2 dt = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} |c_k|^2$$

$$\mathcal{F}_S\{x(t)\}_T = \{c_k\}_{\omega_0} \quad \Rightarrow \quad c_0 = \frac{1}{T}\int_T x(t)dt \ \ \text{(valor médio)} \ , \ x(0) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} c_k$$

$$\mathcal{F}_S\Big\{\frac{d}{dt}x(t)\Big\}_T = \{jk\omega_0 c_k\}_{\omega_0} \ , \quad \mathcal{F}_S\Big\{\int_{-\infty}^{t} x(\beta)d\beta\Big\}_T = \Big\{\frac{1}{jk\omega_0}c_k\Big\}_{\omega_0} (x(t) \text{ com valor médio } 0)$$

$$x(t) \text{ real:} \qquad x(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{+\infty} (a_k \cos(k\omega_0 t) + b_k \mathrm{sen}(k\omega_0 t))$$

$$a_0 = c_0 = \frac{1}{T}\int_T x(t)dt \ , \ a_k = (c_k + c_{-k}) = \frac{2}{T}\int_T x(t)\cos(k\omega_0 t)dt \ , \ b_k = j(c_k - c_{-k}) = \frac{2}{T}\int_T x(t)\mathrm{sen}(k\omega_0 t)dt$$