MA 327 A - Álgebra Linear - 1^o semestre de 2010
Segunda Prova - 20/05/2010

RA...................... Nome..

Assinatura...

Questão 1 (valor 2.0) Considere o conjunto $M_{2\times 2}$ das matrizes reais 2×2 e o seguinte produto interno: se

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix},$$

então $<A, B>= ae + bf + cg + dh$. Considere também o subespaço W de $M_{2\times 2}$ das matrizes antissimétricas, ou seja, matrizes tais que $A = -A^T$. Encontre uma base para $W^\perp$, o complemento ortogonal de W.

Questão 2 (valor 2.0) Seja a transformação linear $T : I\!R^3 \to I\!R^3$ tal que $T(4, 0, 2) = (0, 1, 0)$, $T(1, 3, -1) = (1, 0, 1)$ e $T(3, 0, 0) = (1, 1, 0)$. Encontre a expressão da aplicação **inversa** $T^{-1}(x, y, z)$.

Questão 3 (valor 2.0)

a) A transformação linear $T(x, y, z)$ tal que $T(1, 0, 0) = (1, 1, 1)$, $T(0, 1, 0) = (-1, 1, 2)$ e $T(0, 0, 1) = (0, 0, 0)$ não é injetora. Justifique esse fato sem explicitar a expressão de T.

b) Prove que se $dim\, V < dim\, W$ então uma transformação $T : V \to W$ não pode ser sobrejetora.

Questão 4 (valor 2.0) Prove que se os vetores não nulos $v_1, v_2, \ldots, v_n$ são ortogonais dois a dois então o conjunto $\{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ é linearmente independente.

Questão 5 (valor 2.0) Encontre uma base ortonormal para o subespaço de $I\!R^4$ gerado pelos vetores $v_1 = (1, 0, 1, 0)$, $v_2 = (0, -1, 0, -1)$ e $v_3 = (1, 3, 3, 1)$.
