Nome: ______________________________ RA: ____________________

1ª Prova - MA 211 - Turma ______

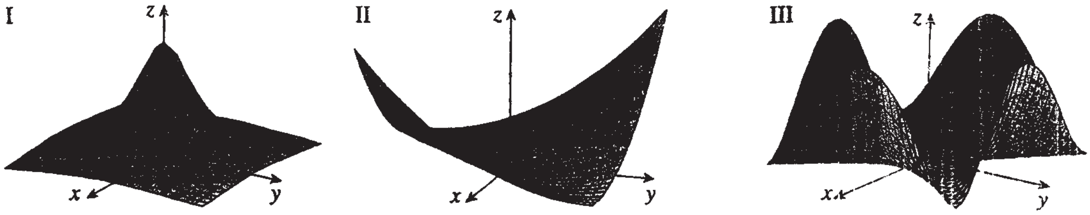
29 de agosto de 2008.

É proibido usar calculadora e desgrampear as folhas da prova. Respostas sem justificativas ou que não incluam os cálculos necessários não serão consideradas. BOA PROVA!

1. (2,5 pontos)

   (a) Identifique o gráfico com a função. Justifique a resposta.

   $$a)\ f(x,y) = (x^2 - y^2)^2, \quad b)\ f(x,y) = \frac{1}{x^2+y^2+1}, \quad c)\ f(x,y) = (x-y)^2$$



   (b) Verifique se a função

   $$f(x,y) = \begin{cases} \left(\dfrac{x^3 - 2xy^2}{x^2+y^2}\right), & \text{se } (x,y) \neq (0,0); \\ 0, & \text{se } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

   é contínua na origem.

2. (2,5 pontos)

   (a) Mostre que

   $$u(x,y) = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$$

   é solução da equação de Laplace $u_{xx} + u_{yy} = 0$.

   (b) Suponha que $z = f(x,y)$ é diferenciável e que $x = e^{(t^2-1)}$, $y = \log(2t-1)$. Sabendo que $\begin{cases} f_x(1,0) = 2 \\ f_y(1,0) = -1 \end{cases}$, calcule $\dfrac{dz}{dt}(1)$

3. (2,5 pontos)

   (a) Uma faixa de 6cm de largura é pintada ao redor de um retângulo de dimensões 3m por 5m. Utilize diferenciais para aproximar a área pintada.

   (b) Se $f(x,y) = xy$, escreva a equação do plano tangente à superfície $z = f(x,y)$ no ponto $(1,2,2)$.

4. (2,5 pontos) Seja

   $$f(x,y) = x^2 + \sin xy$$

   (a) Calcule a derivada direcional de f no ponto $(1/2, \pi)$ e na direção do vetor $2\vec{i} + \vec{j}$.

   (b) Em que direção a taxa de variação de f no ponto $(1/2, \pi)$ é máxima? Qual é o valor da taxa máxima nesse ponto?