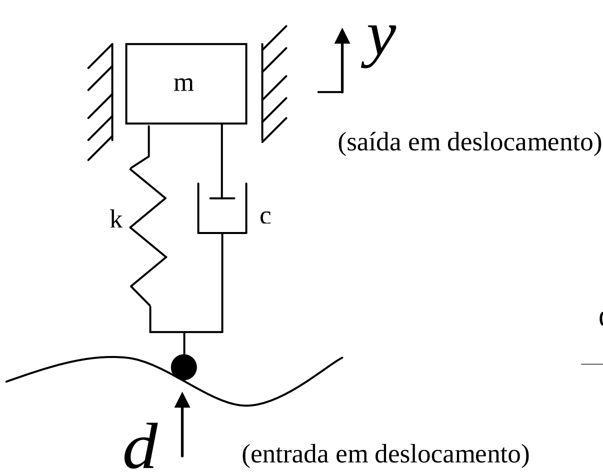
1^{a} prova de EM707 – Controle de Sistemas Mecânicos

Nome: ____RA: __________

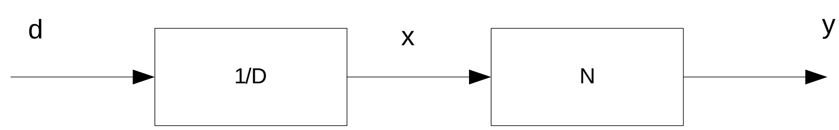
1) (valor 1.0) Determine a resposta de regime do sistema $Y(s)=\dfrac{s+5}{s^2+2s+2}U(s)$ para uma entrada em degrau de amplitude 4, usando o teorema do valor final .

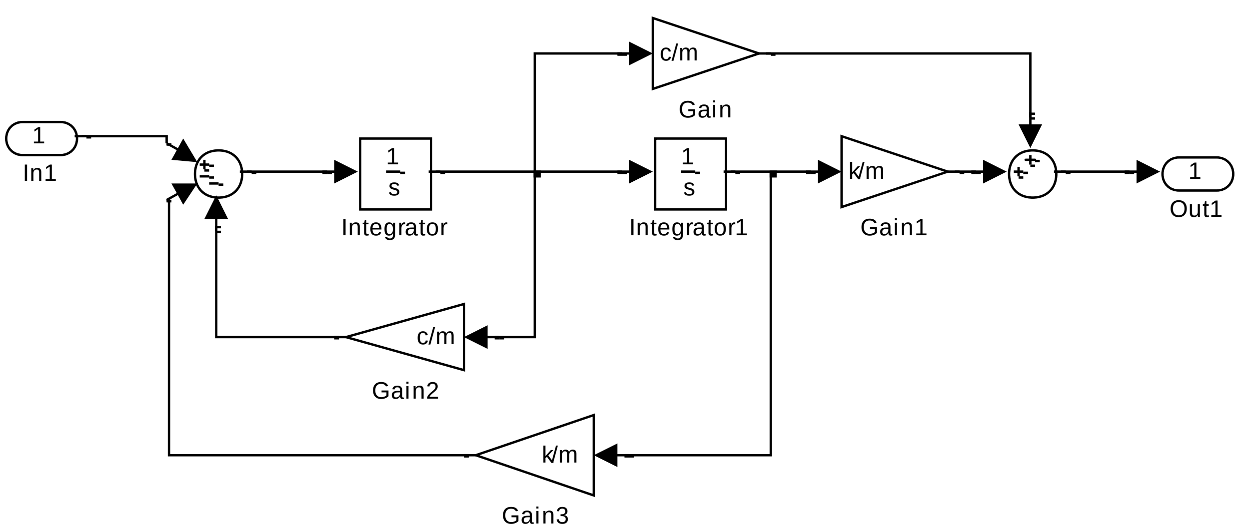
$$Y(s)=\frac{s+5}{3s^2+2s+2}\frac{4}{s}$$
$$y=\lim_{s\to 0} s\frac{10s+5}{3s^2+2s+2}\frac{4}{s}$$
$$y=10$$

2) (valor 1.0) Determine o diagrama de blocos (em termos de integrador, somador e ganho proporcional) para o sistema da figura abaixo.

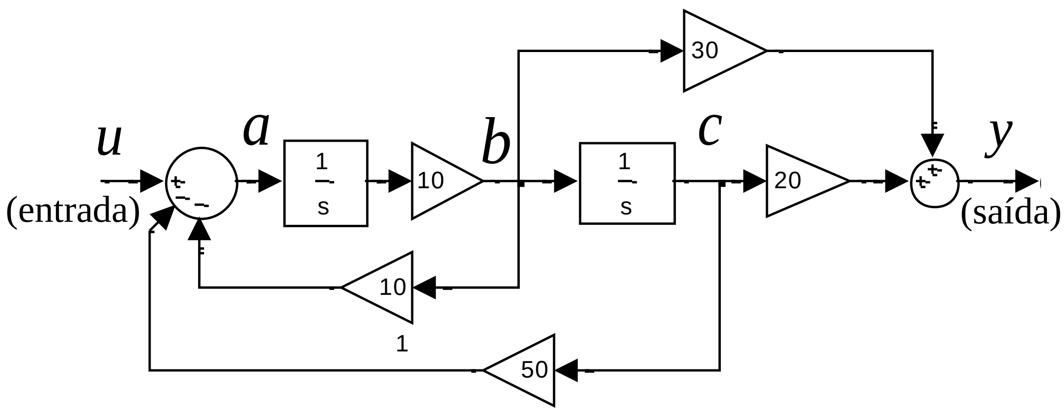


$$m\ddot{y}=k(d-y)+c(\dot{d}-\dot{y})$$
$$m\ddot{y}+c\dot{y}+ky=c\dot{d}+kd$$
$$(ms^2+cs+k)y=(cs+k)d$$
$$\frac{Y}{D}=\frac{cs+k}{ms^2+cs+k}$$





3) (valor 1.0) Determine a função de transferência do sistema representado no diagrama de blocos abaixo.



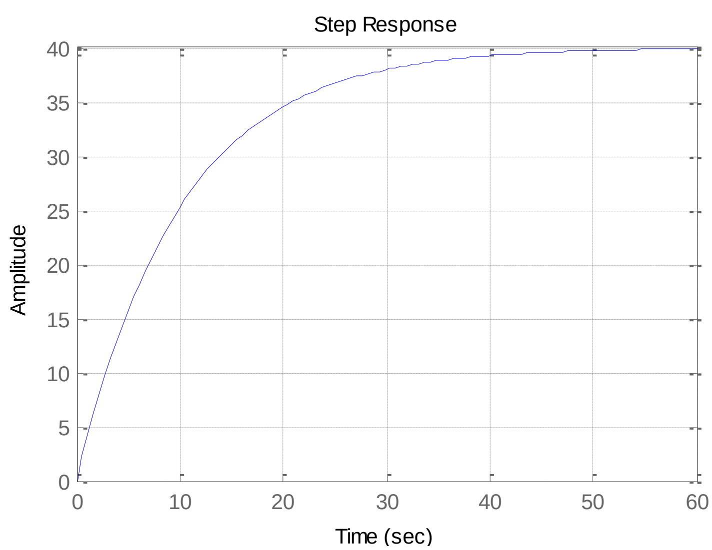
$$\left.\begin{aligned} a &= U - 10b - 50c \\ b &= \frac{10}{s}a \\ c &= \frac{1}{s}b \\ Y &= 20c + 30b \end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned} Y &= \frac{20}{s}b + 30b \\ Y &= (\frac{20}{s} + 30)b \\ \frac{bs}{10} &= U - 10b - 50\frac{b}{s} \\ (10 + \frac{50}{s} + \frac{s}{10})b &= U \end{aligned}\right\}$$

$$\left(10 + \frac{50}{s} + \frac{s}{10}\right)\left(\frac{Y}{\frac{20}{s} + 30}\right) = U$$

$$\frac{Y}{U} = \frac{300s + 200}{s^2 + 100s + 500}$$

4) a) (valor 1.0)) Determine a equação diferencial do sistema de primeira ordem cuja resposta a um degrau de amplitude 5 é dada na figura abaixo.



$$\text{Para t} = \tau \text{ temos}$$

$$\text{y} = 40(1 - e^{-1}) = 25.285$$

$$\text{para y} = 25.285 \text{ tiramos } \tau = 10s$$

$$K_0 \gamma_0 = 40$$

$$K_0 = 8$$

$$\text{Portanto FT será:}$$

$$FT = \frac{8}{10s + 1}$$

5) (valor 1.0) Determine o ganho K do controlador proporcional para que o erro estacionário ao degrau unitário da malha fechada de uma planta descrita por $\ddot{y}+10\dot{y}+25y=8u$ com realimentação unitária negativa seja de 0.15.

$$G(s)=\frac{8k}{s^2+10s+25}$$

$$e_{est}=\frac{1}{1+k_p}$$

$$k_p=\lim_{s\to 0}\frac{8k}{s^2+10s+25}=\frac{8k}{25}$$

$$e_{est}=\frac{1}{1+\frac{8k}{25}}=0.1$$

$$k=17.7$$

6) (valor 1.0) Seja a planta $G(s)=\frac{12}{s(s+1)}$ pede-se o erro estacionário da resposta ao degrau de amplitude $\gamma_0=5$ desta planta com uma realimentação negativa com ganho de 2 (malha fechada).

$$T(s)=\frac{12}{s^2+s+24}$$

$$Y(s)=T(s)\frac{5}{s}$$

$$Y(s)=\frac{60}{s(s^2+s+24)}$$

$$e_{est}=5-\lim_{s\to 0}s\frac{60}{s(s^2+s+24)}$$

$$e_{est}=5-2.5$$

$$e_{est}=2.5$$

7) (valor 1.0) Determine a resposta em regime permanente à excitação u(t) =50 sen(10t), sabendo que a resposta ao impulso de um sistema é $h(t)=e^{-2t}+10e^{-5t}$.

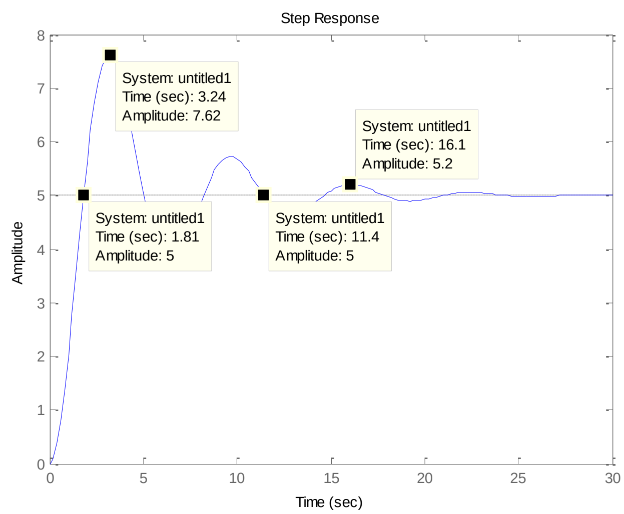
$$H(s)=\frac{1}{s+2}+\frac{10}{s+5}=\frac{(s+5)+10(s+2)}{(s+2)(s+5)}=\frac{11s+25}{s^2+7s+10}$$

$$|H(10j)|=0.98937$$

$$\angle H(10j)=-1.1332$$

$$y(t)=50*0.98937 sin(10t-1.1332)$$

8) (valor 1.0))) Determine os valores de m, k e c do sistema massa-mola-amortecedor cuja a entrada é uma força externa constante de amplitude de 2.5 de amplitude e cuja resposta em deslocamento é dada na figura abaixo.



$$\boxed{\delta=\frac{1}{n}\ln\left(\frac{y(t)}{y(t+nT)}\right)}$$

$$\boxed{\zeta=\frac{\delta}{\sqrt{4\pi^2+\delta^2}}}$$

Do grafico tiramos

$$\delta=\frac{1}{2}\log\left(\frac{7.62-5}{5.2-5}\right)=1.2863$$

$$\zeta=\frac{\delta}{\sqrt{4\pi^2+\delta^2}}=0.2$$

O periodo do sinal será:

$$T=\frac{11.4-1.81}{1.5}=6.39$$

$$\omega_d=2\pi\frac{1}{T}=0.98$$

$$\omega_d=\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$$

$$\omega_n=\frac{\omega_d}{\sqrt{1-\zeta^2}}=\frac{0.98}{\sqrt{1-0.2^2}}=1.0$$

$$K_0\gamma_0=5$$

$$K_0=2$$

$$FT=\frac{2\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}$$

$$FT=\frac{2}{s^2+0.4s+1}$$

$$m\ddot{x}+c\dot{x}+kx=f$$

$$\ddot{x}+0.4\dot{x}+x=2f$$

Divido por 2 e comparo

$$0.5\ddot{x}+0.2\dot{x}+0.5x=f$$

$$m=0.5$$

$$c-0.2$$

$$k=0.5$$

9) (valor 1.0) Um reservatório de água possui área de seção transversal de $10m^2$. O nível do reservatório deverá ser controlado através de um mecanismo liga-desliga de uma bomba. Ao atingir o nível de 1m de água, a bomba que abastece o reservatório é ligada, enchendo-o até o nível de 10m, quando então é desligada. A bomba assegura uma vazão de $10m^3/h$. A vazão de saída do reservatório é proporcional ao nível de líquido através da constante de 0,5 m^2/h. Determine o percentual do tempo que a bomba permanece ligada no ciclo enchimento-esvaziamento.

Equação Diferencial

$$A\dot{h} = q_e - q_s$$
$$A\dot{h} = q_e - 0.5h$$
$$20\dot{h} + h = 2q_e$$

Solução quando liga bomba

$$y = y_0 e^{-\frac{t}{\tau}} + k_0\gamma_0(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$$

onde:

$$y_0 = 1$$
$$k_0 = 2$$
$$\gamma_0 = 10$$

Solução quando liga bomba

$$10 = e^{-\frac{t}{20}} + 20(1-e^{-\frac{t}{20}})$$

resolvendo t

$$t = 12.832$$

Solução quando desliga bomba

$$1 = 10e^{-\frac{t}{20}}$$

resolvendo t

$$t = 46.052$$

Tempo Total

$$Tt = 12.832 + 46.052 = 58.889$$

percentual ligado

$$pl = \frac{12.832}{58.889} * 100 = 21.79\%$$

10) (valor 1.0) Considere que o nível do tanque é determinado por um medidor de pressão de primeira ordem com constante de tempo de 0,5s e ganho estático de 0.95. Determine o valor do nível do tanque quando a leitura do medidor de altura é 10 metros de coluna d'água sendo que o nível está subindo a uma velocidade constante de 1m/h. O tanque estava inicialmente vazio.

Sistema de 1a. ordem

$$(\tau s + 1)h_s = 0{,}95 h_r$$

$$(2s + 1)h_s = 0{,}95 h_r$$

$$h_r = \frac{1}{3600}t$$

$$(2s + 1)h_s = 0{,}95\frac{1}{3600}t = 2{,}639\times 10^{-4}t = \bar{\gamma}t$$

$$h(t) = \bar{\gamma}\left[\tau e^{-\frac{t}{\tau}} + t - \tau\right] = 2{,}639\times 10^{-4}\left(e^{-0{,}5t} + t - 2\right)$$

$$t = 10\times 3600 = 36000\text{s}$$

$$h(3600) = 2{,}639\times 10^{-4}\left(e^{-0{,}5\times 36000} + 36000 - 2\right) = 9{,}4998\text{m}$$

Solução sistema 1a. ordem a rampa

$$\tau\dot{y} + y = \gamma t$$
$$y_t = y_h + y_p$$
$$y_h = Ce^{-\frac{t}{\tau}}$$
$$y_p = At + B$$
$$\dot{y}_p = A$$
$$\tau A + At + B = \gamma t$$
$$A = \gamma$$
$$\tau A + B = 0 \Rightarrow B = -\tau A$$
$$y_t(t) = Ce^{-\frac{t}{\tau}} + \gamma t - \tau\gamma$$

$C.I.$

$$y(0) = 0$$
$$0 = C - \tau\gamma \Rightarrow C = \tau\gamma$$
$$y_t(t) = \tau\gamma\, e^{-\frac{t}{\tau}} + \gamma t - \tau\gamma$$
$$y_t(t) = \gamma(\tau\, e^{-\frac{t}{\tau}} + t - \tau)$$