

Escreva nome, Tema e RA na primeira folha em branco.

Fique com a folha de enunciados. Não são permitidas consultas.

Interpretação de enunciados e uso de tabelas fazem parte da prova. Justifique suas afirmações. Deve citar os resultados utilizados.

Não é permitido o uso de calculadora. Celulares desligados.

As provas corrigidas serão disponibilizadas para consulta na aula de 3ª feira 19/05

Exercício 1 (1 ponto)

Sejam X_1, X_2, \dots, X_n i.i.d. Poisson (θ), onde $\theta > 0$.

Calcule o EMV de $(4\theta + 2)^{-3} \sin^2(1 + \theta^{-22})$. Justifique.

$$R: (4 \cdot \bar{X} + 2)^{-3} \sin^2(1 + \bar{X}^{-22})$$

Exercício 2 (3 pontos) Um fenômeno é modelado por uma variável aleatória X que segue alguma das duas distribuições p_0 ou p_1 , onde p_0 e p_1 estão definidas abaixo:

x	1	4	6	11	
$p_0(x)$	0,25	0,40	0,10	0,25	sob H_0
$p_1(x)$	0,10	0,10	0,30	0,50	sob H_1

Pretende-se testar $H_0: \{p = p_0\}$ contra $H_1: \{p = p_1\}$ com base numa única observação da variável aleatória X .

- a) (1 ponto) Construa o teste mais poderoso de nível 0,35 e calcule seu poder; $R: p_{\text{poder}} = 0,8 \rightarrow a)$
 b) (2 pontos) Construa o teste mais poderoso de nível 0,40 e calcule seu poder. $p_{\text{poder}} = 0,8125 \rightarrow b)$

Exercício 3 (2 pontos, 1 ponto cada item).

Sejam X_1 e X_2 i.i.d. Poisson(θ). Por experiência anterior sabe-se que $1 \leq \theta \leq 3$.

a) Calcule o EQM dos seguintes 3 estimadores de θ :

$$\hat{\theta}_1 = 4^{-1}(X_1 + 3X_2), \quad \hat{\theta}_2 = 2^{-1}(X_1 + X_2) \quad \text{e} \quad \hat{\theta}_3 \text{ a constante } 1;$$

b) Faça os gráficos e compare os estimadores.

Exercício 4 (2 pontos)

Temos 2 moedas cujas probabilidades de cara são 0,1 e 0,5. Uma moeda é escolhida ao acaso e é jogada 2 vezes (lances independentes) e computado o número de caras obtido. Construa o estimador de máxima verossimilhança (EMV) da probabilidade de cara.

Exercício 5 (2 pontos)

Deseja-se estimar a média μ de uma distribuição X com variância finita, conhecida ou não. Para tal, dispõe-se de uma amostra X_1, X_2 e X_3 (ou seja, X_1, X_2, X_3 i.i.d. X).

Compare os seguintes 5 estimadores de μ através do seu EQM:

$$3X_1 + 3X_2 - 5X_3; \quad 5X_1 + 6X_2 - 10X_3; \quad 8X_2 - 7X_3;$$

$$3^{-1}(X_1 + X_2 + X_3) \quad \text{e} \quad 2^{-1}(X_1 + X_2).$$

Qual é o melhor?

$R: \text{Pois possui o menor EQM.}$

Caso utilize algum resultado para evitar fazer comparações desnecessárias, deve mencioná-lo com enunciado completo.