

Nome: _____ RA: _____ Turma: _____

Trabalhe com 4 *dígitos decimais*! Justifique as suas respostas e explicitie todas as contas. Boa sorte e bom divertimento!

1. Considere a equação não-linear seguinte, onde $x > 0$.

$$x - x \ln(x) = 0.$$

- (a) Determine uma aproximação para a raiz desta equação utilizando o Método de Newton-Raphson com $x_0 = 2.5$ e precisões $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 10^{-3}$. Apresente os resultados em forma tabular. [1.5 pts]

k	x_k	$f(x_k)$	$x_k - x_{k-1}$
0	2.5		

- (b) Quais são as raízes reais positivas desta equação? Compare a aproximação obtida no item anterior com a solução exata. [0.5 pts]
- (c) Se tomarmos $x_0 = 1.01$ como será o comportamento da sequência gerada pelo Método de Newton(-Raphson)? Justifique a sua resposta graficamente. [0.5 pts]
2. Considere o sistema de equações não lineares

$$\begin{cases} 4x_1 - x_1^3 + x_2 = 0 \\ -\frac{x_1^2}{9} + \frac{4x_2 - x_2^2}{4} = -1 \end{cases}$$

Considere a tabela seguinte:

k	$x^{(k)}$	$F(x^{(k)})$	$\ F(x^{(k)})\ _\infty$	$\ s^{(k-1)}\ _\infty$	$s^{(k)}$
0	$\begin{pmatrix} 2 \\ -0.5 \end{pmatrix}$				

- (a) Complete esta tabela usando o método de Newton com precisões $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0.1$ e explicitando todos os passos; [1 pt]
- (b) Complete esta tabela usando o método de Newton modificado com precisões $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0.01$ e explicitando todos os passos; [1 pt]
- (c) Em geral, quais são as vantagens e desvantagens comparando os dois métodos? [0.5 pts]

3. Considere a matriz A em baixo.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -4 & 1 & -1 \\ 0 & 4 & 6 \end{pmatrix}$$

- (a) Obtenha matrizes L , U e P através da fatoração LU com pivoteamento parcial de A tal que $PA = LU$. [2 pts]
- (b) Indique como utilizar L , U e P para resolver um sistema linear $Ax = b$. [0.5 pts]

4. Considere o sistema linear $Ax = b$ onde A e b são dados por

$$A = \begin{pmatrix} 14 & 7 & -1 \\ 7 & 6 & -2 \\ -1 & -2 & 2 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 5.3 \\ 4.5 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

- (a) Verifique se o critério das linhas está satisfeito. O que pode ser concluído sobre a convergência dos métodos de Gauss-Jacobi e Gauss-Seidel? [1 pt]
- (b) Escolhe um chute inicial $x^{(0)} \in \mathbb{Z}^3$ (que dizer com entradas inteiras) tal que $\|Ax^{(0)} - b\|_\infty < 1$. Execute duas iterações do método de Gauss-Jacobi com este chute inicial e uma iteração do método de Gauss-Seidel com este chute inicial. [1.5 pts]