

Nome:

Victor de O. Gama

RA:

073805

Questão 1	Questão 2	Questão 3	Questão 4	Total
0.0	0.5	0.5	0.5	1.5

1. (2,0 pontos) Dada a matriz  $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 2 \\ 10 & 7 & 3 \\ 5 & -10 & 7 \end{pmatrix}$ ,

(a) calcule sua fatoração  $LU$  sem pivoteamento.

(b) Utilize a fatoração  $LU$  de  $A$  para resolver  $A[x_1|x_2] = C$  de forma econômica, onde  $x_1$  e  $x_2$

são colunas de  $X : 3 \times 2$  e  $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 7 & 7 \\ -18 & -10 \end{pmatrix}$ .

$[x_1 | x_2]$

$$X_1 = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix} \quad X_2 = \begin{pmatrix} y_4 \\ y_5 \\ y_6 \end{pmatrix}$$

2. (2,0 pontos) O número de operações aritméticas realizadas ao se resolver um sistema linear com  $n$  equações e  $n$  incógnitas usando eliminação gaussiana é  $\frac{2}{3}n^3 + \frac{3}{2}n^2 - \frac{7}{6}n$ .

(a) Pretende-se resolver um sistema linear em que  $n = 100$  usando um método iterativo. Supondo que este método seja convergente, estabeleça o número de iterações necessárias para torná-lo competitivo com o método de eliminação gaussiana.

(b) Que critério de parada você usaria no programa deste método iterativo? Justifique.

3. (3,0 pontos) Resolva os itens a seguir, justificando tudo o que você fizer:

(a) Descreva o método das secantes geometricamente.

(b) Cite duas diferenças entre esse método e o método de Newton.

(c) Começando com  $x_0 = -1$  e  $x_1 = 1$ , encontre  $x_3$ , aproximação da solução de  $f(x) = x^3 - 5x^2 + 17x + 21 = 0$  pelo método das secantes.

4. (3,0 pontos) Considere a tabela

$x$	1.0	2.0	4.0	6.0	8.0
$y$	1.3	1.6	1.7	1.8	1.85

(a) Após plotar os valores  $(x_i, y_i)$ , escolha um dos modelos abaixo para ajustá-lo aos dados:

$$\varphi_1(x) = c_1x + c_2x^2; \quad \varphi_2(x) = c_1 + c_2\ln(x - 0.5); \quad \varphi_3(x) = c_1x + c_2\sin(x) + c_3\cos(x).$$

Justifique a sua escolha.

(b) Escolhido o modelo, encontre a melhor aproximação para os dados, no sentido de quadrados mínimos. Calcule os resíduos.

(c) Se usássemos o modelo  $\varphi_4(x) = \frac{c_1x}{c_2 + x}$  (crescimento populacional com saturação), o ajuste pela linearização para a tabela acima nos daria  $c_1 = 1.95$  e  $c_2 = 0.492$ . Como você poderia decidir se este ajuste é melhor do que o encontrado em (b)?