

05/04/2010

RA.....Nome.....

1. Expresse o conjunto

$$A = \{x \in \mathbb{R} : x + 1 < |2x - 3|\}$$

em notação de intervalos.

2. Seja
- $(x_n)_{n=1}^{\infty}$
- definida por

$$x_1 = \sqrt{2}, \quad x_n = \sqrt{2x_{n-1}} \text{ se } n \geq 2.$$

- (a) Prove que $x_n \leq 2$ para cada $n \in \mathbb{N}$.
(b) Prove que $x_n \leq x_{n+1}$ para cada $n \in \mathbb{N}$.
(c) Determine o supremo do conjunto $\{x_n : n \in \mathbb{N}\}$. Justifique sua resposta.

3. Determine o limite superior e o limite inferior da sequência

$$\left(\sin \frac{n\pi}{4}\right)_{n=1}^{\infty}.$$

Justifique sua resposta.

4. Prove que a série

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k(k+2)}$$

é convergente e calcule sua soma.

5. (a) Prove que a sequência

$$(\sqrt{n+3} - \sqrt{n})_{n=1}^{\infty}$$

é convergente e calcule seu limite.

- (b) Determine se a série

$$\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} (\sqrt{k+3} - \sqrt{k})$$

é convergente ou divergente.