Exame de MA311/A (11/07/2007)

Professor Sergio Antonio Tozoni

RA: _____________ **Nome:** ____

1. Encontre a solução geral de cada uma das seguintes equações diferenciais:

(a) (1 ponto) $y' + \frac{3}{x}y = \frac{sen\, x}{x^3},\ x > 0,$

(b) (1 ponto) $(2xy^2 + 2y)dx + (2x^2y + 2x)dy = 0.$

2. (2 pontos) Resolva o sistema de equações diferenciais homogêneo

   $t\frac{dX}{dt} = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} X$, pelo método de autovalores e autovetores.

3. (2 pontos) Use transformada de Laplace para resolver o problema de valor inicial $y'' + 4y = \begin{cases} sen\ t & t < 2\pi \\ 0 & t \geq 2\pi \end{cases},\ \ y(0) = y'(0) = 0.$

4. (2 pontos) Considere a equação diferencial $x^2y'' + \left(x^2 + \frac{1}{4}\right)y = 0.$

   (a) Mostre que $x = 0$ é um ponto singular regular desta equação.

   (b) Encontre a solução em série correspondente à maior raiz da equação indicial.

5. (2 pontos) Considere a função $f(x) = x^2$ para $x \in [-\pi, \pi],\ f(x + 2\pi) = f(x), \forall x \in \mathbb{R}.$

   (a) Determine a série de Fourier de $f(x)$.

(b) Use (a) para calcular a soma da série numérica $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{1}{n^2}$.