$2^{\underline{a}}$ Prova de MA141 — 19/05/2009

ATENÇÃO: Será corrigida a redação da resposta. Cada resposta deve ser redigida com todos os detalhes. Caso duas ou mais provas apresentem alguma resposta cujas redações coincidam em mais de 50%, essa questão será **zerada** em todas elas. Não é permitido **destacar** as folhas da prova.

NOME:____ Turma:_____ RA:________________________

1. *(1,5 pontos)* A área do triângulo ABC é $\sqrt{6}$. Sabendo-se que $A = (2, 1, 0)$, $B = (-1, 2, 1)$, e que o vértice C está no eixo Y, encontre as coordenadas de C (usando vetores).

2. *(1,5 pontos)* Considere os pontos $A = (3, -2, 8)$, $B = (0, 0, 2)$ e $C = (2, 3, 2)$. Determine o ponto H na reta que passa por A e C de forma que os segmentos AC e BH sejam ortogonais (= perpendiculares).

3. *(2 pontos)* Responda às perguntas abaixo com "CERTA" ou "ERRADA" (vetores, pontos, retas e planos estão no espaço). Respostas **sem** justificativa **não** serão consideradas.

(a) Para três planos no espaço que são dois a dois ortogonais entre si pode ocorrer que não haja nenhum ponto comum entre eles?

(b) Se $\vec{u}$, $\vec{v}$, e $\vec{w}$ são três vetores, então $(\vec{u} \wedge \vec{v}) \wedge \vec{w} = \vec{u} \wedge (\vec{v} \wedge \vec{w})$?

(c) Se $\vec{u}$ e $\vec{v}$ são vetores tais que $\|\vec{u} + t\vec{v}\| \geq \|\vec{u}\|$, para todo escalar $t \in \mathbb{R}$, então $\vec{u}$ e $\vec{v}$ são ortogonais.

(d) A reta determinada pelos pontos $A = (1, 0, 1)$ e $B = (-2, -2, 2)$ é ortogonal a reta r dada pelas equações: $x = -2 - 3t$, $y = 11 - 2t$, $z = -1 + t$?

4. *(3 pontos)* Dadas as equações das retas

$$r : \begin{cases} x = & 2 - \lambda \\ y = & 1 + 3\lambda \\ z = & 5 + \lambda \end{cases} \quad \text{e} \quad s : (x, y, z) = (0, 0, 2) + t(1, 4, 3) \quad \text{determine:}$$

(a) que as retas são reversas;

(b) a equação do plano que contém a reta r e é paralelo a reta s;

(c) a distância do ponto $P_o : (-1, -4, -1)$ a reta r e também a distância entre as retas r e s.

(c) Encontre um ponto P em r e um ponto Q em s de forma que a distância de P a Q seja igual a distância de r a s.

5. *(2 pontos)* Seja A uma matriz 3×3, não nula, tal que todos os pontos do plano $2x - y + 3z = 0$ são soluções do sistema homogêneo $AX = 0$. Demonstre que a forma escada de A tem duas linhas nulas. Poderia ter três linhas nulas? Justifique **de forma detalhada** as respostas.

INFORMAÇÕES: $\wedge$ significa produto vetorial. Para quem usa o símbolo $\times$, deve ler $\vec{u} \wedge \vec{v} = \vec{u} \times \vec{v}$.

Incluir na prova, por favor, **todas** as "contas" feitas nas resoluções. Respostas não acompanhadas de argumentos que as justifiquem não serão consideradas.

Boa Prova!