3 Prova

MA-311 — Cálculo III

1 Semestre de 2008

Nome:	RA:	Prof.:

Esta prova tem um total de 5 questões valendo 10 pontos. Para maximizar seu tempo procure não gastar em cada questão, em minutos, mais do que 10 vezes o seu valor em pontos. É essencial justificar detalhadamente todas as respostas.

Escreva suas respostas de forma clara e evite toda e qualquer rasura. Use o verso das páginas de questões para rascunho, se necessário.

NÃO DESTAQUE AS PÁGINAS DA PROVA!

1	2.0	
2	2.0	
3	2.0	
4	2.0	
5	2.0	
Total	10.0	

Não é permitido o uso de calculadoras!

1. (*2.0 pontos*)

   (a) Encontre o intervalo de convergência da série (teste os extremos): $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n 2^n x^n}{n^2}$

   (b) Encontre a série de Taylor em torno de $a = 1$ da função $f(x) = \ln x$.

2. (*2.0 pontos*)

   (a) (0.5) Mostre que $x = 0$ é um ponto ordinário para a equação

   $$(x^2 - 1)y'' - 6xy' + 12y = 0$$

   (b) (1.5) Dado que a fórmula de recorrência da equação em (a) é

   $$a_{n+2} = \frac{(n-4)(n-3)a_n}{(n+2)(n+1)}$$

   para $n \geq 0$, determine a solução com os dados iniciais $y(0) = 2$ e $y'(0) = 3$.

3. (*2.0 pontos*) Dada a equação

   $$4xy'' + 2y' + y = 0$$

   (a) (0.5) Mostre que $x = 0$ é um ponto singular regular para essa equação.

   (b) (1.5) Determine uma solução dessa equação correspondente à MAIOR raiz.

4. (*2.0 pontos*)

   (a) (0.3) Apresente a extensão par da função

   $$f(x) = \begin{cases} 0, & 0 \leq x < \pi \\ 1, & \pi \leq x < 2\pi \end{cases}$$

   (b) (1.7) Encontre a série de Fourier da função acima e esboce o gráfico da série de Fourier no intervalo $-2\pi < x < 2\pi$. (Sugestão: Use o Teorema de Convergência de Fourier)

5. (*2.0 pontos*)

   Usando o método de separação de variáveis encontrar a solução da seguinte equação do calor. **Explique detalhadamente como se resolve o problema**

   $$\begin{cases} u_t = 4u_{xx}, & 0 < x < \pi, \quad t > 0 \\ u(0,t) = 0, \quad u(\pi,t) = 0, & \\ u(x,0) = 2\text{sen } x - 4\text{sen } (3x) & \end{cases}$$