Nome: ______________________________ RA: ____________

1ª Prova - MA 211 - Turma ________
24 de agosto de 2007.

É proibido usar calculadora e desgrampear as folhas da prova. Respostas sem justificativas ou que não incluam os cálculos necessários não serão consideradas. BOA PROVA!

1. (2,5 pontos)

   (a) Verifique se a função definida abaixo é contínua na origem.

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^3 - xy - y^3}{x^2 + y^2}, & \text{se } (x,y) \neq (0,0); \\ 0, & \text{se } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

   (b) Calcule o limite abaixo, se existir. Justifique a resposta

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^3 - 2xy^2}{x^2 + y^2}.$$

2. (2,5 pontos) Determine os pontos do elipsóide $x^2 + 3y^2 + z^2 = 1$ onde o plano tangente é paralelo ao plano $2x + 3y - 3z = 1$.

3. (2,5 pontos) Determine as direções em que a derivada direcional de

$$f(x,y) = x^2 + \sin(xy)$$

   no ponto $(1,0)$ tem valor 1. A taxa 1 é a taxa de crescimento máxima de f nesse ponto? Justifique.

4. (2,5 pontos) Sejam f e g funções que possuem derivadas contínuas até segunda ordem. Mostre que a função z de (x,t) dada por

$$z = f(x + at) + g(x - at), \quad a \text{ constante},$$

   satisfaz a equação

$$\frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}.$$