



RA:

- 9.5

LACHOS

ME414-ESTATÍSTICA PARA EXPERIMENTALISTAS. PROVA I*
I-2013

1. Suponha três urnas com as seguintes configurações: a "urna 1" contém 5 bolas pretas, 3 brancas e 4 vermelhas; a "urna 2" contém 3 bolas pretas, 5 brancas e 2 vermelhas; a "urna 3" contém 4 bolas pretas, 2 brancas e 2 vermelhas. A probabilidade de escolher a "urna 1" é 3 vezes a probabilidade de escolher a "urna 2" que por sua vez é a metade da probabilidade de escolher a "urna 3". Escolheu-se uma urna ao acaso e dela extraiu-se uma bola ao acaso, verificou-se que a bola é vermelha.

- (a) Qual a probabilidade da bola ter vindo da "urna 2" ?
(b) Qual a probabilidade da bola não ter vindo da "urna 1"?

2. Três máquinas A, B e C produzem, respectivamente, 50%, 20% e 30% do total de peças de um determinado tipo. Para cada uma das máquinas A, B e C, o número de peças defeituosas representam respectivamente 4%, 5% e 3% das peças produzidas pela máquina. A produção global das máquinas é misturada e selecionada ao acaso uma peça.

- (a) Qual é a probabilidade da peça ser defeituosa.
(b) Se a peça selecionada é defeituosa, qual a probabilidade que venha da máquina B.
(c) O engenheiro responsável pelo controle de qualidade selecionou 5 peças (com reposição) com o intuito de avaliar o número de peças defeituosas produzidas pelas máquinas. Determine a probabilidade de encontrar pelo menos 1 peça defeituosa.

3. Seja a variável aleatória X com função de probabilidade

$$P(X = j) = p(1 - p)^j, \quad j = 0, 1, 2, \dots, \quad p \in (0, 1),$$

isto é, $X \sim \text{Geo}(p)$. Para m e n inteiros, prove que

- (a) $P(X \leq n) = 1 - (1 - p)^{n+1}$
(b) $P(X > m + n | X > n) = P(X \geq m)$. (Falta de memória da geométrica)

4. Uma urna contém N bolas ~~brancas~~ dos quais M ($M < N$) são brancas e o resto são pretas. São sorteados aleatoriamente $n < N$ bolas sem reposição.

- (a) Qual é a probabilidade de sortear exatamente k bolas brancas?
(b) Se o sorteio fosse com reposição qual é a probabilidade de sortear exatamente k bolas brancas?

5. A probabilidade de um rebite particular na superfície da asa de uma aeronave seja defeituosa é 0,001. Há 5000 rebites na asa. Qual é a probabilidade que sejam instalados não mais de três rebites defeituosos? (use a aproximação da Binomial pela Poisson)

Boa prova!

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B), \quad P(A|B) = P(A \cap B)/P(B), \quad P(A \cup B|C) = P(A|C) + P(B|C) - P(A \cap B|C)$$