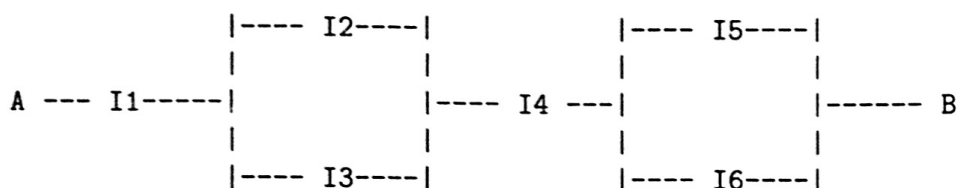


1a. Prova ME210/213/223

Data: 28/04/2005



1. Sejam E , F e G eventos aleatórios no mesmo espaço de probabilidade. Demonstre as seguintes afirmações:
 - (a) Se $P(E) = 1$, então E e F são independentes;
 - (b) Os eventos G e G^c são independentes se e somente se $P(G) = 0$ ou $P(G) = 1$;
 - (c) Ache uma condição **necessária e suficiente** para que o evento F seja independente dele mesmo.
2. Considere o seguinte circuito elétrico



onde o interruptor i é fechado com probabilidade p (e aberto com probabilidade $1 - p$) independentemente dos outros, $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$.

- (a) Calcule a probabilidade de que a corrente passe de A a B.
 - (b) Qual a probabilidade de que pelo menos um interruptor esteja aberto.
 - (c) Dado que passa corrente, qual a probabilidade do interruptor 5 estar fechado?
3. Seja $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbf{P})$ um espaço de probabilidade e $Y : \Omega \rightarrow \mathbf{R}$ uma variável aleatória tal que $\mathbf{P}(Y = -1) = 0.2$, $\mathbf{P}(Y = 0) = 0.1$, $\mathbf{P}(Y = 1) = 0.3$ e $\mathbf{P}(Y = 6) = 0.4$.
 - (a) Ache as funções de probabilidade das variáveis aleatórias

$$Z = Y^2 \quad \text{e} \quad W = -2Y + 1.$$
 - (b) Calcule $\mathbf{E}(W)$, $\mathbf{E}(Z)$, $\mathbf{Var}(W)$, $\mathbf{Var}(Z)$.
 - (c) Calcule $\mathbf{P}(Y = 0 | Y \geq 0)$.

Prof: Marina Vachorskaya P1.

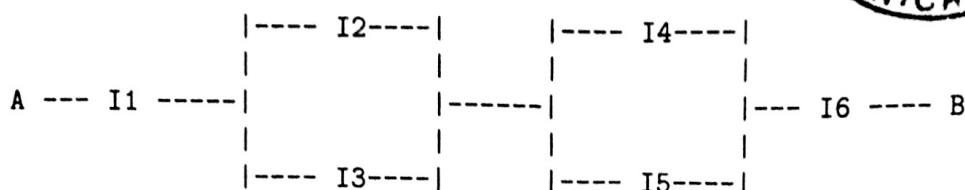
1º semestre 2005

1a. Prova ME210/213/223

Data: 28/04/2005



1. Considere o seguinte circuito elétrico



onde o interruptor i é fechado com probabilidade p (e aberto com probabilidade $1 - p$) independentemente dos outros, $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$.

- (a) Calcule a probabilidade de que a corrente passe de A a B.
(b) Qual a probabilidade de que pelo menos um interruptor esteja aberto.
(c) Dado que passa corrente, qual a probabilidade do interruptor 5 estar fechado?
2. Quando realizando uma pesquisa sobre um assunto delicado como descobrir a proporção p de alunos da Unicamp que fumam maconha, uma amostra aleatória simples onde a pergunta é feita diretamente aos alunos selecionados tende a subestimar p . Um esquema de amostragem alternativo é proposto nestes casos. Você prepara duas caixas idênticas A e B, sendo que a caixa A contém a pergunta "Você fuma maconha?" e a caixa B contém a pergunta "O último dígito de seu RA é 1, 2, 3, 4 ou 5?". Um aluno selecionado ao acaso primeiramente lança uma moeda honesta, sem mostrar o resultado ao entrevistador, e se sair *cara* ele responde a pergunta da caixa A, se sair *coroa* ele responde a pergunta da caixa B.
- (a) Calcule a probabilidade dele responder **Sim** (em função de p).
(b) Se ele respondeu **Sim**, qual a probabilidade dele ter respondido a pergunta da caixa B.