

2a Prova - Teoria da Informação

Jesús García

June 15, 2011

1(2.5 pts)	2(2.5 pts)	3(2.5 pts)	4(2.5 pts)	Total(pts)

Nome:

RA:

1ª Questão

(2.5 pontos)

Calcule a entropia diferencial da densidade

$$f(x) = \frac{1}{2}e^{|x-4|} \quad x \in \mathbb{R}.$$

2ª Questão

(2.5 pontos)

Seja X uma variável aleatória discreta tomando valores no conjunto $A = \{0, 1, 2\}$ e com $EX = 0.5$. Encontre a distribuição de máxima entropia para X .

3ª Questão

(2.5 pontos)

Sejam X_1, X_2, \dots variáveis aleatórias contínuas i.i.d. e seja $A_\epsilon^{(n)}$ o conjunto típico para n inteiro positivo e $\epsilon > 0$. Demonstre que

$$\text{Vol}(A_\epsilon^{(n)}) \leq 2^{n(h(X)+\epsilon)}.$$

4ª Questão

(2.5 pontos)

Seja X_1, X_2, \dots uma cadeia de Markov (ordem 1) tomando valores no conjunto $S = \{1, 2, \dots, l\}$. Com distribuição estacionária μ e matriz de transição de probabilidades P . Demonstre que se $X_1 \sim \mu$:

$$H(\{X_i\}) = - \sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^l \mu_i P_{ij} \log(P_{ij})$$