EA721 - Princípios de Controle e Servomecanismos

1o. Semestre de 2007 - 2a. Prova - Prof. Paulo Valente

RA: 035349 **Nome:** Rafael Attili Chiea **Ass.:**

Importante. Na resolução das questões a seguir, é absolutamente imprescindível que os métodos e procedimentos utilizados sejam descritos de forma clara. Use a calculadora apenas para executar operações numéricas mais complicadas. Não resolva questões *na calculadora.*

Q1. [2 pts] Construa o Lugar das Raízes associado à equação característica

$$1 + k\frac{s+2}{(s+1)(s^2+6s+10)} = 0$$

para $0 \leq k \leq \infty$. Especificamente, obtenha

a) [1 pt] As seguintes quantidades, quando aplicáveis: número e intersecção de assíntotas, pontos de entrada e saída no eixo real e pontos de cruzamento com o eixo imaginário;

b) [1 pt] Os ângulos de partida dos pólos e o esboço do Lugar das Raízes. Indique claramente os pontos de partida (quando $k = 0$), de chegada (quando $k \to \infty$), e os sentidos dos ramos do Lugar das Raízes.

Q2. [2 pts] Considere o sistema de controle com realimentação unitária da Figura 1 com

$$P(s) = \frac{3}{s(s+2)^2}.$$

a) [1 pt] Projete um compensador atraso de forma a obter erro de regime para entrada rampa unitária igual a 0.2;

b) [1 pt] Esboce o Lugar das Raízes do sistema compensado. (Ao indicar o zero e o pólo do compensador, não é necessário manter a escala no eixo real do plano s. Um esboço qualitativo é suficiente.)

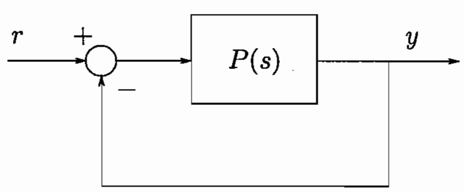


Figura 1

Q3. [2 pts] Considere o sistema de controle com realimentação unitária da Figura 1 com

$$P(s) = \frac{4}{s(s+2)}.$$

a) [1 pt] Projete um compensador avanço de forma a obter pólos complexos conjulgados dominantes em $-2 \pm j2\sqrt{3}$. Faça $T = 0.25$ s;

b) [1 pt] Esboce o Lugar das Raízes do sistema compensado.

As questões **Q4** e **Q5** a seguir dizem respeito ao sistema de controle com realimentação unitária da Figura 1. A resposta em freqüência da função de transferência $P(s)$ é apresentada na Tabela 1. Adote sempre os valores da tabela mais próximos (~~em valor absoluto~~) aos valores teóricos procurados.

Q4. [2 pts] Determine, deixando perfeitamente claros os procedimentos adotados,

a) [1 pt] O erro de regime do sistema para a entrada degrau unitário;

b) [1 pt] O ganho k_c de um compensador proporcional que associado em série com $P(s)$ fornece MF $= 40^o$.

Q5. [2 pts.] Projete compensadores de tal forma que a margem de fase do sistema compensado seja de 40^o com margem adicional de 5^o, mantendo o ganho estático apresentado pelo sistema não-compensado. Os compensadores a serem projetados devem ser do tipo

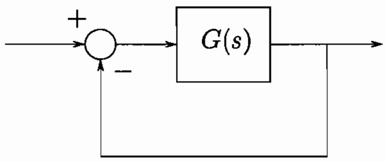
a) [1 pt] Avanço;

b) [1 pt] Atraso.

Tabela 1 – Resposta em Freqüência de $P(s)$.

ω (rad/s)	$\mid G(j\omega) \mid$ (dB)	$\angle G(j\omega)$ (graus)
0.0100	13.9788	−0.9740
0.0200	13.9772	−1.9479
0.0253	13.9758	−2.4658
0.0321	13.9736	−3.1214
0.0406	13.9702	−3.9510
0.0514	13.9646	−5.0008
0.0650	13.9557	−6.3286
0.0823	13.9415	−8.0073
0.1000	13.9236	−9.7188
0.1042	13.9188	−10.1279
0.1320	13.8825	−12.8031
0.1670	13.8248	−16.1713
0.2115	13.7333	−20.3984
0.2677	13.5892	−25.6769
0.3389	13.3643	−32.2187
0.4291	13.0182	−40.2357
0.5432	12.4965	−49.9049
0.6877	11.7311	−61.3198
0.8706	10.6463	−74.4403
1.0000	9.8297	−82.8750
1.1021	9.1688	−89.0674
1.3952	7.2384	−104.8605
1.7663	4.8159	−121.3887
2.2361	1.8842	−138.1897
2.8308	−1.5530	−154.8187
3.5837	−5.4768	−170.8741
4.5368	−9.8560	−185.9997
5.7435	−14.6477	−199.8829
7.2711	−19.7963	−212.2750
9.2050	−25.2360	−223.0313
10.0000	−27.2032	−226.4144
11.6532	−30.8991	−232.1340
14.7525	−36.7239	−239.6789
18.6763	−42.6606	−245.8350
23.6435	−48.6721	−250.8023
29.9320	−54.7324	−254.7804
37.8929	−60.8241	−257.9502
47.9712	−66.9358	−260.4680
60.7300	−73.0600	−262.4638
76.8823	−79.1922	−264.0437
97.3305	−85.3293	−265.2934
100.0000	−86.0336	−265.4189

Erros de Regime



N	$1/s$	$1/s^2$	$1/s^3$	Constante
0	$1/(1+k_p)$	∞	∞	$k_p = \lim_{s\to 0} G(s)$
1	0	$1/k_v$	∞	$k_v = \lim_{s\to 0} sG(s)$
2	0	0	$1/k_a$	$k_a = \lim_{s\to 0} s^2G(s)$

Lugar das Raízes. Considere

$$1 + kG(s) = 1 + k\frac{N(s)}{D(s)} = 0.$$

1. Magnitude e fase: $|kG(s)| = 1, \quad \angle G(s) = 180^o \times r,\ r = \pm 1, \pm 3, \ldots$.
2. Assíntotas: $\theta = \dfrac{180^o \times r}{n-m},\ r = \pm 1, \pm 3, \ldots$
3. Ângulos de partida e chegada: satisfazem
$$\sum_i \phi_{z_i} - \sum_j \phi_{p_j} = 180^o \times r,\ r = \pm 1, \pm 3, \ldots$$
4. Pontos de entrada e saída: entre as raízes de
$$D'(s)N(s) - D(s)N'(s) = 0$$
5. Pontos de cruzamento com o eixo imaginário: Critério de Routh-Hurwitz

Compensação Avanço: $C(s) = k_c\alpha\dfrac{Ts+1}{\alpha Ts+1},\ T > 0,\ 0 < \alpha < 1$

$$\operatorname{sen}\phi_m = \frac{1-\alpha}{1+\alpha}, \quad \omega_m = \frac{1}{T\sqrt{\alpha}}, \quad 20\log\left|\frac{jT\omega+1}{j\alpha T\omega+1}\right|_{\omega=\omega_m} = 20\log\frac{1}{\sqrt{\alpha}}.$$

Compensação Atraso: $C(s) = k_c\beta\dfrac{Ts+1}{\beta Ts+1},\ T > 0,\ \beta > 1$

$$20\log\left|\frac{jT\omega+1}{j\beta T\omega+1}\right| = -20\log\beta \qquad (\omega >> 1/T).$$

7,0

Rafael Attili Unna RA: 035349

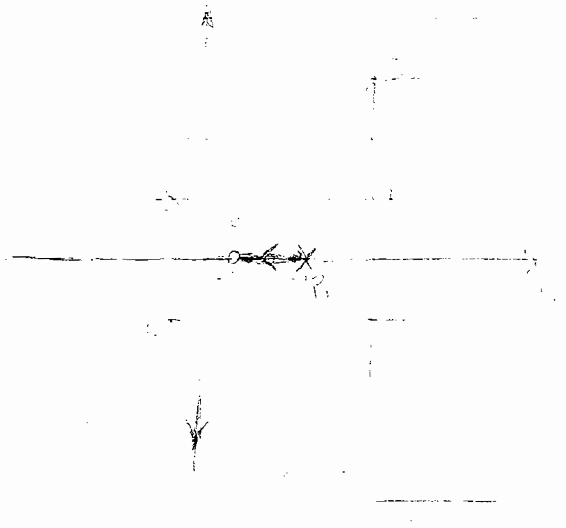
1) 2.0
2) 0.5
3) [illegible].5
4) 2.0
5) 1.0

7,0

EA721 - 2ª prova

1.

a)



1) $-\phi_{p_2} - \phi_{z_2} - \phi_{p_1} + \phi_{z_1} = -180°$

$-\phi_{p_2} - 90° - (180° - tg^{-1} [illegible]) + (180° - tg^{-1} [illegible]) = -180°$

$-\phi_{p_2} + tg^{-1} [illegible] - tg^{-1} [illegible] = -90°$

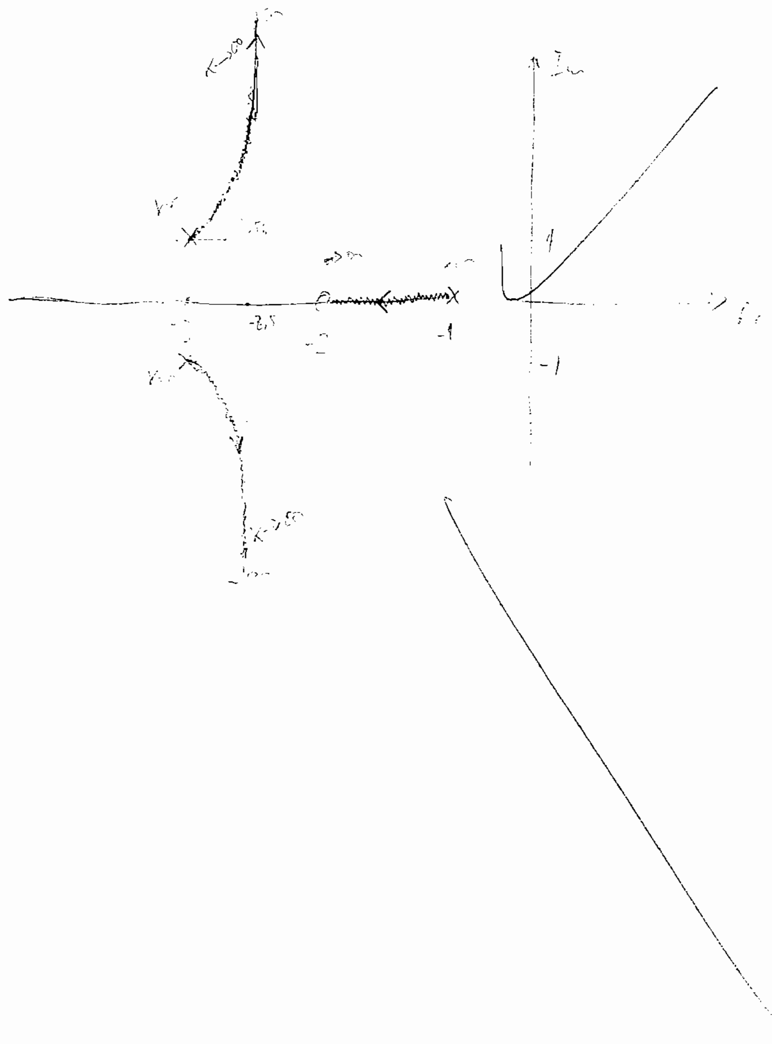
$\phi_{p_2} = 90° + tg^{-1} [illegible] - [illegible]$

Ângulo de saída de p_2 → $\boxed{\phi_{p_2} = 71,56°}$

Ângulo [illegible] de [illegible] $p_3 = -71,56°$ [illegible]

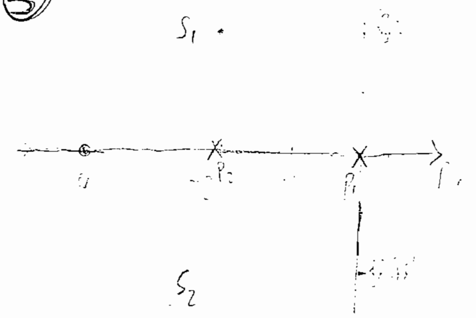
Ângulo [illegible] de $p_1 = 180°$

[illegible]



2.

③



$T = 0.5$

$C(s) = K_c \frac{(s+z)}{(s+p)}$

$$\angle = -(180 - tg^{-1}\sqrt{3}) - 90^\circ = -210^\circ$$

$$-210 + \phi_c = -180$$
$$\phi_c = 30^\circ$$

$$\phi_c = -\phi_{pc} + \phi_{zc} = 30$$
$$\phi_{pc} = tg^{-1}\sqrt{3} - 30^\circ = \underline{30^\circ}$$

$$tg^{-1}\left(\frac{2\sqrt{3}}{p-2}\right) = 30^\circ$$

$$p = \frac{2\sqrt{3}}{tg\,30} + 2$$

$$\alpha = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \qquad p = 8$$

$$1 + K_c \frac{4}{s(s+2)} \cdot \frac{(s+4)}{(s+8)} = 0$$

$$s(s+2)(s+8) + K_c\,4(s+4) = 0$$

$s = -2 + j2\sqrt{3}$ $\quad K_c = -\frac{s(s+2)(s+8)}{4(s+4)} = \frac{-(-2+j2\sqrt{3})(j2\sqrt{3})(6+j2\sqrt{3})}{4(2+j2\sqrt{3})}$

$$\frac{(j\sqrt{3} - 3)(3 + j\sqrt{3})}{2(2 + j\sqrt{3})} = 6$$

5) [illegible]

4. a) $20 \log k = 15,[illegible]$

$k_p = 5$

$\boxed{e = \frac{1}{1+k} = \frac{1}{6} \rightarrow e = 0,[illegible]}$

b) $M_F = 45^\circ \Rightarrow [illegible] \; 3[illegible] \quad |G(\omega_0)| \; [illegible]$

$20 \log K_c + 20 \log [illegible] = 0$

$[illegible] \; K_c = -1,6[illegible]$

$\boxed{K_c = 0,[illegible]}$

5. a) $MF = 45^\circ$

$\phi_m = 45^\circ - [illegible] = \underline{13,[illegible]}$

$K_c \alpha = 1$

$K_c = \frac{1}{[illegible]}$

$\alpha = \frac{1 - [illegible]}{1 + [illegible]} = \frac{1 - 0,[illegible]}{1 + [illegible]} = \underline{0,4[illegible]}$

$[illegible] = \frac{[illegible]}{[illegible]} = 3,[illegible]$

$\omega_m = [illegible]8 = \frac{1}{T\sqrt{\alpha}}$

$\frac{1}{T} = [illegible]38$

$C(s) = K_c \frac{(s + \frac{1}{T})}{s + \frac{1}{\alpha T}}$

$\boxed{C(s) = [illegible],0[illegible] \frac{(s + [illegible])}{(s + 4,[illegible])}}$