F 602 - prova 3

Unicamp, 28 de junho de 2011

nome assinatura RA

1ª questão: Calcule o campo elétrico de uma carga em movimento constante, através da transformação de Lorentz do campo elétrico de uma carga parada.

2ª questão: Um fio retilíneo e cilíndrico de seção transversal de raio R carrega uma densidade de carga uniforme ρ_0. Considerando estas cargas em repouso, sabemos que o campo elétrico dentro do cilindro é dado por $\vec{E}' = \rho s/2\epsilon_0 \hat{s}$ e o campo magnético é nulo. Calcule o campo elétrico e magnético em um referencial que vê este fio se deslocar com uma velocidade constante v na direção do fio, de três formas:

a) transformando as cargas e correntes, e então calculando os campos.

b) transformando diretamente os campos, com as regras de transformação apropriadas.

c) calculando o potencial, transformando-o com as regras de transformação apropriadas, e calculando os campos a partir dos potenciais.

3ª questão: As equações de Maxwell tem a mesma forma em qualquer referencial inercial, ou seja, dados dois referenciais S e S':

$$\frac{\partial}{\partial x^{\nu}} F^{\mu\nu} = \partial_{\nu} F^{\mu\nu} = \mu_0 J^{\mu} \quad ; \quad \frac{\partial}{\partial x'^{\nu}} F'^{\mu\nu} = \partial'_{\nu} F'^{\mu\nu} = \mu_0 J'^{\mu}$$

a) Descreva como cada um destes termos (∂_{ν}, $F^{\mu\nu}$, $\partial_{\nu} F^{\mu\nu}$ e $\mu_0 J^{\mu}$) se transforma de um referencial a outro, escrevendo as expressões de tais transformações.
b) Faça o cálculo acima explicitamente para uma configuração onde $B' = 0$ e $\vec{E}' = E'_z \hat{z}$, transformando a equação

$$\nabla' . \vec{E}' = \rho' / \epsilon_0$$

para o referencial S, através da transformação de cada uma das componentes desta equação (∇', $\vec{E}\,'$ e ρ'). Identifique se seu resultado está em acordo com as leis de Maxwell neste novo referencial.

sumário de fórmulas úteis:

Equações de Maxwell:

$$\nabla.\vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad ; \quad \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\nabla.\vec{B} = 0 \quad ; \quad \nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

Transformadas de Lorentz:

$$\begin{pmatrix} ct' \\ x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & -\gamma\beta & 0 & 0 \\ -\gamma\beta & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad ; \quad x'^{\mu} = \Lambda^{\mu}_{\nu} x^{\nu}$$

Alguns quadrivetores contravariantes:

$$x^{\mu} = (ct, x, y, z) \quad ; \quad J^{\mu} = (\rho c, J_x, J_y, J_z) \quad ; \quad A^{\mu} = (V/c, A_x, A_y, A_z)$$

Vetores covariantes:

$$x_{\mu} = g_{\mu\nu} x^{\nu} \quad ; \quad g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Regras de transformação de campos:

$$\tilde{E}_x = E_x \quad ; \quad \tilde{E}_y = \gamma(E_y - vB_z) \quad ; \quad \tilde{E}_z = \gamma(E_z + vB_y)$$

$$\tilde{B}_x = B_x \quad ; \quad \tilde{B}_y = \gamma(B_y + \tfrac{v}{c^2} E_z) \quad ; \quad \tilde{B}_z = \gamma(B_z - \tfrac{v}{c^2} E_y)$$