EA614 – Análise de Sinais

1º Semestre de 2007 – 4ª Prova – Prof. Renato Lopes

Questão 1 (1.0 PONTO):

Determine a função de transferência, ou seja, $Y(z)/X(z)$ para o sistema descrito por

$$y[n+1] - \frac{1}{2}y[n] = 2x[n+1] - x[n-1].$$

$$\boxed{H(z) = \frac{2z - z^{-1}}{z - 1/2}}$$

Questão 2 (1.0 PONTO):

Determine a seqüência $x[n]$ cuja transformada Z é $X(z) = (1+2z)(1+3z^{-1})$.

$\boxed{X(z) = 2z + 7 + 3z^{-1} \Rightarrow x[1] = 3,\ x[0] = 7,\ x[-1] = 2}$

Questão 3 (2.0 PONTOS):

Seja $X(z) = \frac{1}{(1+0.5z^{-1})(1-2z^{-1})}$

- Determine a região de convergência de $X(z)$ para o caso em que existe a transformada de Fourier. A seqüência $x[n]$ correspondente a esta região de convergência é à direita ou à esquerda ou bilateral? Justifique.

  $\boxed{\text{Polos em -1/2 e 2. ROC tem que conter círculo unitário para ter Fourier} \Rightarrow 1/2 < |z| < 2 \Rightarrow \text{bilateral}}$

- Determine a região de convergência de $X(z)$ para o caso em que $x[n]$ é uma seqüência à direita. Determine a seqüência $x[n]$ correspondente a esta região de convergência.

  $\boxed{\text{ROC: } |z| > 2 \Rightarrow x[n] = 1/5 * (-1/2)^n u[n] + 4/5 * (2)^n u[n]}$

Questão 4 (2.0 PONTOS):

Determine $x[0]$ e $\sum_{k=-\infty}^{+\infty} kx[k]$ para a seqüência $x[n]$ cuja transformada Z é dada por

$$X(z) = \frac{9}{(z+0.5)}, \qquad |z| > 0.5.$$

Dica: não tente calcular $x[n]$.

$\boxed{\text{Teorema do Valor final} \rightarrow x[0] = 0.}$

$\boxed{\text{Transf. de } nx[n] \text{ é } -z \text{ vezes a derivada de } X(z). \text{ Calculando em } z = 1, \text{ obtemos } 9/1.5^2 = 4}$

Questão 5 (1.0 PONTO):

O sinal $x(t) = \cos(2400\pi t)$ é amostrado com freqüência $f_s = 1000\,\text{Hz}$. Para reconstrução, usamos um filtro passa baixas ideal com freqüência de corte de 500 Hz. Determine a freqüência do sinal reconstruído.

$\boxed{200\,\text{Hz}}$

Questão 6 (1.5 PONTO):

Considere um sinal $x(t)$ com o espectro mostrado na figura 1. Calcule o maior valor possível para o período de amostragem T_s de modo que $x(t)$ possa ser recuperado a partir do sinal amostrado. Suponha agora que se deseje implementar digitalmente um filtro que corte as freqüências de $x(t)$ com $|w| > 5000\pi$. Para o valor de T_s determinado anteriormente, qual deve ser a freqüência de corte Ω_c do filtro digital?

$\boxed{T_s = 1/10000, \Omega_c = \pi/2}$

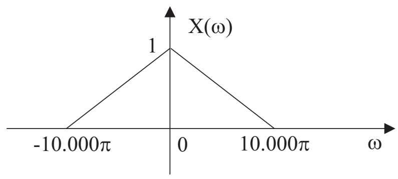

Figura 1: Espectro do sinal relativo aos problemas 6 e 7.

Questão 7 (1.5 PONTO):

Considere novamente o sinal $x(t)$ com o espectro mostrado na figura 1. Suponha agora $x(t)$ será amostrado com uma taxa de amostragem de 8.000 amostras/s, gerando o sinal $x_a(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT_s)\delta(t-nT_s)$, onde $T_s = 1/8000\,\mathrm{s}$. Esboce o espectro de $x_a(t)$. Qual faixa de freqüências de $x(t)$ podemos recuperar a partir de $x_a(t)$?

$\boxed{\text{Podemos recuperar até } 3\,\mathrm{kHz}}$