

Escreva nome, Tema e RA na primeira folha em branco. Use caneta.  
Não são permitidas consultas.

Interpretação de enunciados e uso de tabelas fazem parte da prova.

Justifique suas afirmações. Deve citar os resultados utilizados.

Não é permitido o uso de calculadora. Celulares desligados.

Fique com a folha de enunciados.

**Exercício 1** (2 pontos, 1 ponto cada item)

$X$  é uma v.a., sendo  $E(X) = 50$  e  $Var(X) = 5^2$ . Ache cotas apropriadas de:

- probabilidade  $\{25 < X < 70\}$ ;
- probabilidade  $\{X \geq 70\}$  se  $X$  for simétrica.

**Exercício 2** (3 pontos)

Seja  $X_1, X_2$  a. a. s. de tamanho 2 da distribuição  $Poisson(\theta)$ ,  $1 \leq \theta \leq 3$ .

Considere os seguintes estimadores do parâmetro  $\theta$ :

$$\hat{\theta}_1 = 1, \quad \hat{\theta}_2 = \bar{X} \quad \text{e} \quad \hat{\theta}_3 = -X_2.$$

- (0,5 ponto) Calcule o viés de cada um;
- (1,0 ponto) Calcule a variância de cada um;
- (1,5 ponto) Compare mediante a ferramenta analítica adequada, gráfico e comentário.

**Exercício 3** (3 pontos, 1 ponto cada item)

Sejam  $X_1, X_2, X_3, X_4$  medições do rádio  $R$  de um círculo.

Assuma que  $X_1, X_2, X_3, X_4$  são I.I.D. com distribuição  $Normal(R, 2^2)$ .

- Construa a partir de  $X_1, X_2, X_3, X_4$  o EMV da área do círculo;
- Qual é o viés do EMV do item a)?

- (1,0 ponto) São  $-2|X_4|^3 + X_1 - 2X_2$  e  $2X_1 + X_2 - (X_3)^2$  independentes?

**Exercício 4** (2 pontos)

Seja  $X \sim Normal(\theta, 10^2)$ . Pretende-se testar  $H_0: \{\theta = 56\}$  contra  $H_1: \{\theta \neq 56\}$ .  
com base numa amostra de tamanho 4 da variável aleatória  $X$ .

- (1,0 ponto) Proponha o teste adequado de nível 0,02 e calcule a função de poder; verifique que o teste proposto tem mesmo nível 0,02;
- (0,5 ponto) Suponha que  $\bar{X} = 70$ . Qual é o p-valor?
- (0,5 ponto) Que valor de  $\bar{X}$  corresponde ao p-valor 0,0080?