1) ______

2) ______

3) ______

4) ______

Nota: ______

F 328: Segunda Prova
Diurno/ 2S - 01/12/2010

RA: XX **Nome:** GABARITO **Turma:** X

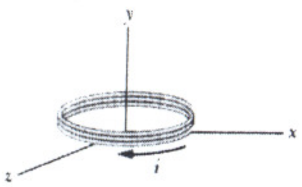
Questão 01

A bobina da figura abaixo conduz uma corrente i = 2,00 A no sentido indicado, e é paralela ao plano xz. Ela tem 25 espiras, uma área de $4{,}0 \times 10^{-3}\, m^2$ e está submetida a um campo magnético uniforme $\vec{B} = (2{,}0\vec{i} - 3{,}0\vec{j} - 4{,}0\vec{k})$ mT. Determine:

a) O vetor momento de dipolo magnético da bobina. (1,0 ponto)

b) A energia potencial magnética do sistema bobina-campo magnético; (0,5 ponto)

c) O torque magnético (em termos dos vetores unitários) a que está sujeita a bobina . (1,0 ponto)



(a) momento de dipolo magnético

$\mu = N i A$

$N = 25$, $i = 2{,}0\,A$, $A = 4{,}0 \times 10^{-3}\, m^2$

$\mu = 25 \times 2 \times 4.0 \times 10^{-3}\, A \cdot m^2$

$\boxed{\mu = 0{,}2\, A \cdot m^2}$

vetor momento de dipolo magnético.

→ corrente horária ⟹

$\boxed{\vec{\mu} = -\mu\, \hat{z}}$ 1,0 ponto

(b) $U_M = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} \Rightarrow U_M = -\mu \hat{z} \cdot (2{,}0\hat{x} - 3{,}0\hat{y} - 4{,}0\hat{z})\, mT \cdot A \cdot m^2$

$\boxed{U_M = 0{,}8\, mJ}$ 0,5 ponto

(c) $\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B} = -\mu \hat{z} \times (2{,}0\hat{x} - 3{,}0\hat{y} - 4{,}0\hat{z})$ m N.x metro

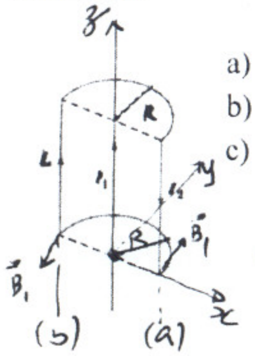
$= (-0{,}4\hat{y} - 06\hat{x})$ mili N · metro

$\boxed{\vec{\tau} = -(0{,}6\hat{x} + 0{,}4\hat{y}) \text{ milinewton} \times \text{metro}}$

1,0 ponto

Questão 02

Um fio muito longo e fino, carregando uma corrente I_1, é parcialmente envolto por uma espira, conforme a figura. A espira tem comprimento L e raio R, e transporta uma corrente I_2. O eixo da espira coincide com o fio.



a) Calcule o campo magnético gerado pelo fio em qualquer ponto da espira. (1,0 ponto)

b) Qual força que o fio exerce sobre a parte retilínea da espira? (1,0 ponto)

c) Qual a força que o fio exerce sobre a parte circular da espira? (0,5 ponto)

a) Campo magnético do fio

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I_1 \longrightarrow B(r) = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r}$$

$$\boxed{B(R) = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi R}}$$ 1,0 ponto

b) $d\vec{F}_{21} = i_2 d\vec{\ell} \times \vec{B}_1(R)$ $\qquad d\vec{\ell} \perp \vec{B}_1(R)$

0,5 ponto

$$\vec{F}^{(a)}_{21} = i_2 \int_0^L d\ell \, B_1(R) (-\hat{z} \times \hat{y}) = \frac{I_1 I_2 \mu_0 L}{2\pi R} \hat{x}$$

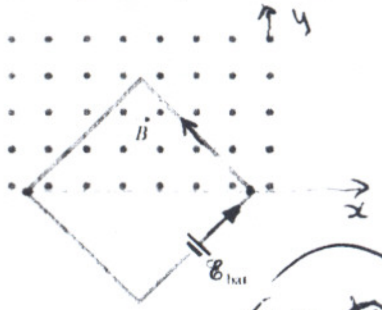
$$\vec{F}^{(b)}_{2,1} = i_2 \int_0^L d\ell \, B_1(R) (\hat{z} \times (-\hat{y})) = \frac{I_1 I_2 \mu_0 L}{2\pi R} \hat{x}$$

$$\boxed{\vec{F} = \frac{I_1 I_2 \mu_0 L}{\pi R} \hat{x}}$$ 1,0 ponto

c) $d\vec{F} = i_2 \, d\vec{\ell} \times \vec{B}_1(R)$ $\qquad d\vec{\ell} \, // \, \vec{B}_1(R)$ na parte circular $\Rightarrow$ $\boxed{\vec{F} = 0}$ 0,5 ponto

Questão 03

Uma espira quadrada com 2,00 m de lado é mantida perpendicular a um campo magnético uniforme, com metade da área da espira na região onde existe campo, conforme figura. A espira contém uma fonte ideal de força eletromotriz ε = - 20,0V. Se o módulo do campo varia de acordo com a equação $B = 0{,}042 - 0{,}670t$, com B em Tesla e t em segundos.



Determine:

a) A força eletromotriz total aplicada à espira; (1,0 ponto)

b) A corrente, se a resistência da espira for de R = 2Ω; (1,0 ponto)

c) O sentido da corrente (explicar). (0,5 ponto)

1,0 ponto (a)

(a) $\varepsilon_{ind} = -\frac{d}{dt}\phi_B$

$\phi_B = \int_S \vec{B}\cdot d\vec{A}$, $\vec{B} = B(t)\hat{z}$ 0,5 ponto

$\phi_B = \frac{1}{2}L^2 . B(t) \Rightarrow \frac{d}{dt}\phi_B = -0{,}67 \cdot \frac{1}{2} \cdot 4 = -1{,}34V$

$\boxed{\varepsilon_{ind} = 1{,}34V} \Rightarrow \varepsilon_t = \varepsilon + \varepsilon_{ind}$. tem a (ε_{ind}) mesma polaridade de ε

$\boxed{\varepsilon_t = 21{,}34V}$ 0,5 ponto

1,0 ponto (b) $i = \frac{\varepsilon_t}{R} \Rightarrow \boxed{i = 10{,}67A}$ 0,5 ponto + 0,5 ponto

(c) Sentido <u>ANTI-HORÁRIO</u> — Diminuição de B(t) const no sentido $\hat{z} \Rightarrow$ força ε_{ind} no mesmo sentido da polaridade de ε.) 0,5 ponto

0,5 ponto

Questão 04

Um circuito RLC em série tem uma resistência $R = 100\Omega$. A corrente é dada por $i(t) = 2\sqrt{3}\ sen\ (200t - \phi)$ e a f.e.m. é de $\varepsilon = 400\sqrt{3}\ sen\ (200\ t)$. A reatância capacitiva é igual a $X_c = 100\ \sqrt{3}\ \Omega$.

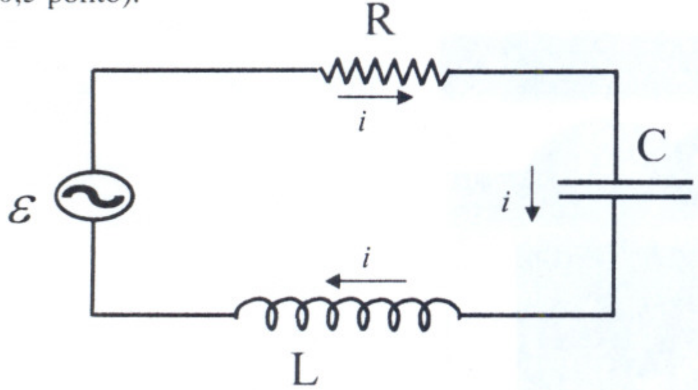
(a) Qual é a impedância do circuito? (0,5 ponto)

(b) Qual o valor da indutância? (0,5 ponto)

(c) Qual é a constante de fase ϕ? (0,5 ponto)

(d) Qual a potência média dissipada no resistor? (0,5 ponto)

(e) Qual é a expressão da diferença de potencial entre os extremos do indutor, em função do tempo? (0,5 ponto).



(a) $Z = \dfrac{\varepsilon_m}{I}$

$Z = \dfrac{400\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}\ \Omega$

$\boxed{Z = 200\ \Omega}$ (0,5 ponto)

(b) (0,5 ponto)

$Z^2 = R^2 + (X_L - X_c)^2 = (100\Omega)^2 + (X_L - 100\sqrt{3}\Omega)^2$

$(200\Omega)^2 - (100\Omega)^2 = (X_L - 100\sqrt{3}\Omega)^2$

$4\times10^4\Omega^2 - 1\times10^4\Omega^2 = (X_L - 100\sqrt{3}\Omega)^2$

$3\times10^4\Omega^2 = (X_L - 100\sqrt{3}\Omega)^2 \Rightarrow \pm\sqrt{3}\cdot10^2\Omega = \pm(X_L - 100\sqrt{3}\Omega)$

$\rightarrow X_L = 0 \qquad X_L = 2\sqrt{3}\times10^2\Omega$

$L_1\omega = 0 \Rightarrow \boxed{L_1 = 0}$ ou

$L_2\omega = 200\sqrt{3}\Omega \Rightarrow \boxed{L_2 = \sqrt{3}\ \Omega}$

$\Rightarrow$ duas possíveis soluções.

(0,5 ponto)

(c) $\cos\phi = \dfrac{R}{Z} = \dfrac{100\Omega}{200\Omega} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \boxed{\phi = 60^\circ} \Rightarrow \underline{\phi = 60^\circ}$

(0,5 ponto)

(d) $P_d = R\, I_{rms}^2 = 100\Omega \times \left(\dfrac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\right)^2 = 600\,W$

(e) (0,5 ponto) $V_L = L\cdot\dfrac{di}{dt}$, $\dfrac{di}{dt} = +400\sqrt{3}\cos(200t - \phi) = 400\sqrt{3}\,sen(200t - \phi - \pi/2)$

$\boxed{V_L = 0 \quad ou \quad V_L = 1200\,sen(200t - \phi - \pi/2)}$ volts