

2ª Prova de MA-311, Turma A (18/05/2007)

Professor Sergio Antonio Tozoni

RA: _____ Nome: _____

1. Considere o sistema:
$$\begin{cases} x_1' = 2x_1 - x_2 + e^t \\ x_2' = 3x_1 - 2x_2 - e^t \end{cases}$$

a) (1,5 pontos) Resolva o sistema homogêneo associado pelo método dos autovalores e autovetores.

b) (1,5 pontos) Determine uma solução particular do sistema não-homogêneo dado pelo método de variação de parâmetros e escreva a solução geral do sistema.

2. (2,0 pontos) Encontre a solução geral do sistema $tx' = \begin{bmatrix} 1 & -4 \\ 4 & -7 \end{bmatrix} x$

3. (2,0 pontos) Estude a convergência das seguintes séries:

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+1}{n+3} \right)^{n/2}$ b) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n(\ln n)^3}$ c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(n^2 + 4n + 1)}{n^2 + 3}$ d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n+1)}$

4. (1,0 ponto) Determine a soma da série $\sum_{n=2}^{\infty} 5^{-n-1} \ln \left(\frac{n^5}{n+1} \right)$.

5. (1,0 ponto) Considere a série alternada $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(2n+1)^3}$.

a) Mostre que a série converge.

b) Encontre o menor inteiro positivo N, tal que o erro cometido quando consideramos a soma somente até o N-ésimo termo da série, seja menor que 10^{-3} .

6. (1,0 ponto) Estude a convergência das seqüências abaixo. Se convergir determine o limite e se divergir justifique porque diverge:

a) $a_n = \frac{n^2}{2n^2 + 1} (1 - \cos n\pi)$ b) $b_n = \sqrt{n^2 + 3} - \sqrt{n^2 + 1}$