82.239

TESTE 1, MA 327: C, D, E

NOME: Carlos Polachini Zanoodi J. Turma: C RA: 090683

1. Seja V o espaço vetorial $\mathbb{R}^4$ e sejam $U = \{(a_1, a_2, a_3, a_4) \in V \mid a_1+a_2+a_3+a_4 = 0\}$, $W = \{(b_1, b_2, b_3, b_4) \in V \mid b_1 = b_2 = b_3 = b_4\}$.

2.0 a) Mostrar que U e W são subespaços de V e que $U \cap W = \mathbf{0}$, o vetor nulo.

0.2 b) Mostrar que $U \oplus W = V$.

a) Para que um determinado conjunto seja subespaço de um espaço vetorial, ele deve obedecer a três exigências:

I) Não ser um conjunto vazio de elementos;

II) $\forall \vec{s_1}, \vec{s_2} \in S$, $\vec{s_1} + \vec{s_2} \in S$;

III) $\forall \vec{s_1} \in S$, $\alpha \vec{s_1} \in S$, $\forall \alpha \in \mathbb{R}$.

Em ambos os conjuntos, a primeira exigência é atendida já que $\vec{0} = (0, 0, 0, 0) \in U$ e $\vec{0} \in W$, pois $0+0+0+0 = 0$ (U) e $0 = 0 = 0 = 0$ (W) ✓

Já a terceira exigência é atendida em U pelo fato de que sendo $\vec{u_1} = (a_1, a_2, a_3, a_4)$ e $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 0$, $\vec{u_1} \in U$

$\alpha u_1 = \alpha(a_1, a_2, a_3, a_4) = (\alpha a_1, \alpha a_2, \alpha a_3, \alpha a_4)$

e $\alpha a_1 + \alpha a_2 + \alpha a_3 + \alpha a_4 = \alpha(a_1 + a_2 + a_3 + a_4) = \alpha \cdot 0 = 0$, ✓

sendo que $0 \in U$. Logo, U é subespaço vetorial de V e a 2.ª ?

Já para W, temos que $w = (b_1, b_2, b_3, b_4)$, $b_1 = b_2 = b_3 = b_4$

e $\vec{w} \in W$, $\alpha \vec{w} = \alpha(b_1, b_2, b_3, b_4) = (\alpha b_1, \alpha b_2, \alpha b_3, \alpha b_4)$

e $\alpha b_1 = \alpha b_2 = \alpha b_3 = \alpha b_4$ (dividindo todas as igualdades por α)

$b_1 = b_2 = b_3 = b_4$, logo W é subespaço vetorial de V.

falta II !

b) Conforme demonstrado anteriormente, U e W são subespaços de V. Além disso, como ... $(U + W)$ e $U \cap W = 0$ temos que o espaço vetorial V é resultado da soma direta dos subespaços U e W, logo $U \oplus W = V$.

TÁ TUDO ERRADO!!! NÃO COPIE!

80.039

2. Determinar se as funções $f_1(x) = e^x$, $f_2(x) = e^{2x}$, $f_3(x) = e^{3x}$ são linearmente independentes (como funções $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$).