MA 327 A/B SEGUNDA CHAMADA 06/12/11

RA: ____________ NOME: ______________________________________

1) Considere os seguintes subespaços de $P_3(\mathbb{R})$:

$G = \{p \in P_3(\mathbb{R}); p(-1) = 0 \; e \; p'(0) = 0\}$ e $H = \{p \in P_3(\mathbb{R}); p''(0) = 2.p(0)\}$

a) (1,0) Exibir uma base para G e uma base para H

b) (1,0) Determinar os subespaços $G \cap H$ e $G + H$

c) (1,0) Escrever o elemento arbitrário $p(x) = a + bx + cx^2 + dx^3$ de $P_3(\mathbb{R})$

como soma de um elemento de G com um elemento de H

2) (2,0) Seja W o subespaço vetorial de $P_3(\mathbb{R})$ gerado por

$p_1(x) = 1 + x + x^2 + x^3$, $p_2(x) = 1 + 2x - x^2 + x^3$ e $p_3(x) = 1 + 3x^2 + x^3$

Exiba uma base ortogonal para W em relação ao produto interno

$\langle p, q \rangle = p(0).q(0) + p(1).q(1) + p(-1).q(-1) + p(2).q(2)$

3) (2,0) Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \to M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ linear dada por

$T(a + bx + cx^2 + dx^3) = a.I + b.A + c.A^2 + d.A^3$, onde I é a matriz

identidade e $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

a) Encontre uma base de $P_3(\mathbb{R})$ que contenha uma base do núcleo de T

b) Encontre uma base para a imagem de T

4) (1,5) Considere $M_{3\times 2}(\mathbb{R})$ com o produto interno $\langle A, B \rangle = tr(B^t . A)$

Encontre o complemento ortogonal de

$W = \left\{ A \in M_{3\times 2}(\mathbb{R}) : a_{ij} = 0, \, se \; i = 1 \; ou \; j = 1 \right\}$

5) a) (1,5) Encontre os autovalores e autovetores do operador linear

$T:\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ que satisfaz $T(1,1,1)=(-2,4,4)$, $T(1,-1,0)=(0,-1,1)$ e

$T(0,1,1)=(-2,3,3)$

b) (1,0) Considere o produto interno usual em $\mathbb{R}^3$ e encontre a expressão

do operador $T^*:\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$