É proibido usar calculadora e desgrampear as folhas da prova. Respostas sem justificativas ou que não incluam os cálculos necessários não serão consideradas. BOA PROVA!

1. (2,5 pontos) Use coordenadas esféricas para calcular a integral

$$\int_0^2 \int_0^{\sqrt{4-y^2}} \int_0^{\sqrt{4-x^2-y^2}} \frac{1}{x^2+y^2+z^2} \, dz dx dy.$$

2. (2,5 pontos) Use uma mudança de variáveis conveniente para calcular a integral

$$\iint_{R} \cos \left( \frac{y-x}{y+x} \right) \, dA,$$

onde R é a região trapezoidal com vertices (1,0),(2,0),(0,2) e (0,1).

3. (2,5 pontos) Calcule a integral de linha

$$\int_C e^{2y} dx + (1 + 2xe^{2y}) dy,$$

onde C é a curva dada por  $\gamma(t)=(te^t,\ 1+\sin{(\pi t/2)}),\ 0\leqslant t\leqslant 1.$  (Sug: Verifique se o campo é conservativo.)

4. (2.5 pontos) Use o Teorema de Green com P = -y e Q = 0 para achar a área sob o arco da ciclóide dada por x = t - sen t, y = 1 - cos t.

Sug: Considere a curva fechada C formada pelo ciclóide e pelo segmento de reta no eixo x, veja a figura. Use o Teorema de Green para calcular a área da região limitada por C.

