ALDÁRIO

EE540U - 2009/I - Prova 2

1. Considere uma onda monocromática (frequência angular ω), plana e uniforme, linearmente polarizada, propagando-se no vácuo. O sentido de propagação é dado pelo vetor unitário $\hat{\mathbf{n}} = \mathbf{a}_y \frac{\sqrt{3}}{2} + \mathbf{a}_z \frac{1}{2}$. O campo elétrico com amplitude $E_0 > 0$, não tem componente na direção x e, na origem, no intante $t = 0$, atinge sua amplitude máxima, sendo que nesse instante ele tem uma componente positiva na direção do eixo y.

a) Escreva a expressão para o campo elétrico, $\mathbf{E}(\mathbf{R}, t)$, em função das coordenadas espaciais x, y, z, e do tempo. (Sua resposta deve ser dada em termos das coordenadas x, y, z, do tempo t, dos dados ω e E_0, além ,é claro, de eventuais constantes numéricas e constantes fundamentais como c, μ_0, η_0, ...)

b) O mesmo que em (a), para o campo magnético $\mathbf{H}(\mathbf{R}, t)$.

c) Obtenha o vetor $\mathbf{S}_{médio} = (1/2)\mathrm{Re}(\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*)$ que aponta na direção do fluxo de energia, e cujo módulo representa potência média/unidade de área. Nessa expressão $\mathbf{E}$ e $\mathbf{H}$ representam os fasores dos campos e $(*)$ representa complexo conjugado.

2. Considere um um material isotrópico, linear e homogêneo e suponha que os parâmetros que o caracterizam no regime senoidal, ε, μ e σ, sejam reais e independentes da frequência. Vimos que as constantes de atenuação e de fase, para uma onda monocromática (frequência angular ω) plana e uniforme nesse meio, são dadas por

$$\alpha = \omega\sqrt{\frac{\mu\varepsilon}{2}}\left(\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\omega\varepsilon}\right)^2} - 1\right)^{1/2} = \frac{\sigma}{2}\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\left(1 - \frac{1}{8}\left(\frac{\sigma}{\omega\varepsilon}\right)^2 + \ldots\right) = \sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}}\left(1 - \frac{1}{2}\left(\frac{\omega\varepsilon}{\sigma}\right) + \ldots\right);$$

$$\beta = \omega\sqrt{\frac{\mu\varepsilon}{2}}\left(\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\omega\varepsilon}\right)^2} + 1\right)^{1/2} = \omega\sqrt{\mu\varepsilon}\left(1 + \frac{1}{8}\left(\frac{\sigma}{\omega\varepsilon}\right)^2 - \ldots\right) = \sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}}\left(1 + \frac{1}{2}\left(\frac{\omega\varepsilon}{\sigma}\right) + \ldots\right),$$

onde as séries em potências de $\frac{\sigma}{\omega\varepsilon}$ convergem rapidamente em freqências suficientemente altas ($\frac{\sigma}{\omega\varepsilon} << 1$), enquanto as séries em potências de $\frac{\omega\varepsilon}{\sigma}$ convergem rapidamente para frequências suficientemente baixas ($\frac{\omega\varepsilon}{\sigma} << 1$).

a) Escreva a expressão que aproxima o comprimento de onda, $\lambda = 2\pi/\beta$, para frequências muito baixas.

b) O mesmo que no item (a) para frequências muito altas.

c) Determine a relação entre velocidade de grupo e de fase u_g/u_p para frequências muito baixas.

d) Determine a relação entre velocidade de grupo e de fase u_g/u_p para frequências muito altas.

e) Determine a derivada $du_p/d\omega$ para frequências muito baixas.

f) Determine a derivada $du_p/d\omega$ para frequências muito altas.

Definições: $u_p = \omega/\beta$; $u_g = (d\beta/d\omega)^{-1}$. Sugestão: use as séries, retendo o número mínimo necessário de termos.

3. Considere o campo elétrico com variação senoidal no tempo e frequência angular ω, cujo fasor é da forma

$$\mathbf{E} = \mathbf{a}_x E_0 + \mathbf{a}_y 2E_0 e^{j\phi} \ ; E_0 > 0.$$

a) Com $\phi = \pi/2$, a polarização é circular, ou elíptica?

b) Com $\phi = \pi/2$, tomando a circunferência ou elipse centrada na origem e observando-a de um ponto com $z > 0$, em que sentido ela é percorrrida à medida que o tempo avança? horário ou anti-horário? Qual o período?

c) Como no item (b), para $\phi = -\pi/2$.