Cálculo Numérico - Primeira Prova - 28/04/09

Nome: RA:

1

Seja $f(x) = x^3 - 2x + 2$.

(a) O que acontece quando se usa $x_0 = 0$ como chute inicial na aplicação do método de Newton-Raphson? Execute pelo menos dois passos do método de Newton-Raphson. Justifique as suas respostas verbalmente e gráficamente! [1 pt]

(b) Utilize o método de Newton-Raphson (de preferência em forma tabelar) com chute inicial $x_0 = -2$ para encontrar um zero da função f com precisão $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 10^{-2}$. Confira que pelo menos um dos critérios de parada é atingindo em somente 2 iterações . [1 pt]

2

Considere

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ -4 & -1 & 0 \\ 0 & -3 & -2 \end{pmatrix},\ b = \begin{pmatrix} -4 \\ 8 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

(a) Quantas soluções de $Ax = b$ existem? Justifique a sua resposta [0.5 pts]

(b) Encontre a fatoração LU com *pivoteamento parcial* da matriz A. [1.5 pts]

(c) Utilize o resultado do item **(b)** para resolver o sistema linear $Ax = b$. [1 pt]

3

Considere

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 4 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix},\ b = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

(a) Qual é o grupo de métodos mais indicado para encontrar uma boa aproximação para a solução de $Ax = b$? Justifique a sua resposta! [0.5 pts]

(b) Verifique se os métodos de Gauss-Jacobi e de Gauss-Seidel convergem para qualquer chute inicial [0.5 pts]

(c) Aplique o método de Gauss-Seidel com chute inicial $x^{(0)} = (0.5, 0, -0.5, -0.5)^t$ e $\varepsilon = 0.1$. Escolhe a tabela apropriada e verifique que o critério de parada será atingido em duas iterações [2 pts].

Vire a página!

4

Considere o sistema não-linear

$$\begin{cases} x + \sin(x+y) & = & 1 \\ y^2 - cos(x-y) & = & 0 \end{cases}$$

Execute o método de Newton utilizando as precisões $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 10^{-2}$. Escolha como aproximação inicial $x^{(0)} = (0.75, -0.5)^t$. Verifique - de preferência através de uma tabela - todos os critérios de parada. (Dica: um dos critérios de parada será satisfeito na primeira iteração .) [2 pts]

Boa sorte! Justifique as suas respostas explicitando todos os passos. Trabalhe com 4 *digitos decimais! Utilize* radianos*!!!*

ALGUMAS TABELAS ÚTEIS

---

k	a	b	$b-a$	x	$f(x)$

---

k	x_k	$f(x_k)$	$x_k - x_{k-1}$

---

k	$x^{(k)}$	$d_r(x^{(k)}, x^{(k-1)})$

onde

$$d_r(x^{(k)}, x^{(k-1)}) = \frac{||x^{(k)} - x^{(k-1)}||_\infty}{||x^{(k)}||_\infty} = \frac{\max_{1\leq i\leq n} |x_i^{(k)} - x_i^{(k-1)}|}{\max_{1\leq i\leq n} |x_i^{(k)}|}$$

---

k	$x^{(k)}$	$F(x^{(k)})$	$\|\|F(x^{(k)})\|\|_\infty$	$\|\|s^{(k-1)}\|\|_\infty$	$s^{(k)}$
