Christiano

EA611 — Circuitos Elétricos II — 2^0 Semestre de 2010

Primeira Prova — 10 de setembro de 2010

Turma A — Prof. Christiano Lyra Filho

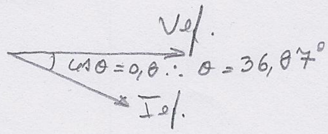
1. (3,5 ptos) Uma carga ligada a fonte senoidal $v(t) = 180\cos(\omega t)$ Volts, em 60 Hz, consome 12 kW com *fator de potência* indutivo de 0,8. $f = 60\text{ Hz}$.

   (a) Determine a corrente $i(t)$ que atravessa a carga. 1,0 pto

   (b) Determine os valores eficazes das correntes em fase e em quadratura. 0,5 pto

   (c) Calcule a potência ativa e a potência reativa fornecidas à carga. 0,5 pto

   (d) Calcule a faixa de valores de capacitâncias para um capacitor a ser ligado em paralelo com a carga de forma a obter um *fator de potência* maior ou igual a 0,92. 1,5 ptos



$v(t) = 180\cos(\omega t)$ ∴ $V_{ef} = 127,3$ ∴ $\hat{V}_{ef} = \underbrace{127,3}_{V_{ef}} \angle 0°$

(a) $P = V_{ef} \cdot I_{ef} \cdot \cos\theta = 127,3 \cdot I_{ef} \cdot 0,8 = 12.000\ W$

$I_{ef} = \dfrac{12.000\ W}{127,3 \cdot 0,8} = \dfrac{12.000}{101,84} = 117,83\ A$

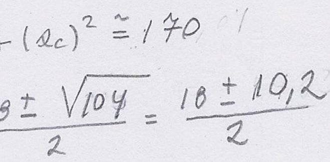
$i(t) = 117,83 \cdot \sqrt{2}\cos(\omega t)\ A$ ∴ $\boxed{i(t) = 166,64 \cdot \cos(\omega t - 36,87°)\ A}$

(b) $I_f = I_{ef} \cdot \cos\theta = 117,83 \cdot 0,8 = 94,26\ A$

$I_q = I_{ef} \cdot \operatorname{sen}\theta = 117,83 \cdot 0,6 = 70,70\ A$

(c) $P = V_{ef} \cdot I_{ef} \cdot \cos\theta = V_{ef} \cdot I_f = 12.000\ W$

$Q = V_{ef} \cdot I_{ef} \cdot \operatorname{sen}\theta = V_{ef}\, I_q = 9.000\ VAr$



(d) $C = \dfrac{I_{ef} \cdot \operatorname{sen}\theta}{\omega\, V_{ef}} = \dfrac{V_{ef} \cdot I_{ef} \cdot \operatorname{sen}\theta}{\omega (V_{ef})^2} = \dfrac{Q_c}{\omega (V_{ef})^2}$

$\cos\beta = 0,92 = \dfrac{P}{\sqrt{P^2 + (Q - Q_c)^2}} = \dfrac{12.000}{\sqrt{[(12)^2 + (9 - Q_c)^2]} \cdot 10^3} = \dfrac{12}{\sqrt{(12)^2 + (9 - Q_c)^2}}$

$\sqrt{(12)^2 + (9 - Q_c)^2} = \dfrac{12}{0,92} = 13,04$ ∴ $144 + 81 - 18 Q_c + (Q_c)^2 \cong 170$

$(Q_c)^2 - 18 Q_c + 55 = 0$ ∴ $Q_c = \dfrac{18 \pm \sqrt{324 - 220}}{2} = \dfrac{18 \pm \sqrt{104}}{2} = \dfrac{18 \pm 10,2}{2}$

$Q_c = \begin{cases} 14,1\ \text{kVAr} & \text{torna o circuito capacitivo} \\ 3,9\ \text{kVAr} \end{cases}$

$C_1 = \dfrac{3,9 \cdot 10^3}{\underbrace{2\pi \cdot 60}_{\omega}\ \underbrace{(127,3)^2}_{(V_{ef})^2}} = \dfrac{3,9 \cdot 10^3}{377 \cdot (16,21) \cdot 10^3} = \underline{638,2\ \mu F}$ ← correção do fator de potência para 0,92

$C_2 = \dfrac{9 \cdot 10^3}{377 (16,21) \cdot 10^3} = \dfrac{9}{377 \cdot 16,21} = 1.472,7\ \mu F$ ← correção do fator de potência para 1,0

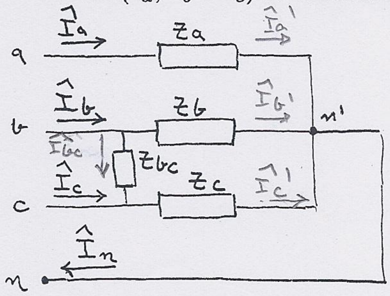
$638,2\ \mu F \leq C \leq 1472,7\ \mu F$

2. (3,5 ptos) Quatro cargas resistivas, $Z_a = 10\,\Omega$, $Z_b = 10\,\Omega$, $Z_c = 15\,\Omega$ e $Z_{bc} = 20\,\Omega$ são ligadas a uma alimentação trifásica com tensão de linha de 220 Volts (eficazes) e sequência de fases abc, com neutro, como mostra a figura a seguir.

(a) Tomando como referência a tensão $\widehat{V}_{an} = 127\angle 0^o$ Volts, obtenha as correntes $\widehat{I}_a$, $\widehat{I}_b$, $\widehat{I}_c$ e a corrente de neutro $\widehat{I}_n$. 1,5 pts

(b) Obtenha a tensão $\widehat{V}_{n'n}$ se a conexão de neutro for interrompida. 1,0 pts.

(c) Obtenha também as tensões aplicadas às quatro cargas e as três correntes ($\widehat{I}_a$, $\widehat{I}_b$ e $\widehat{I}_c$) se a conexão de neutro for interrompida. 1,5 pts.



(a)

$\hat{V}_{an} = 127\angle 0^\circ$

$\hat{V}_{bn} = 127\angle -120^\circ$

$\hat{V}_{cn} = 127\angle +120^\circ$

$\hat{V}_{bc} = \hat{V}_{bn} - V_{cn} = \sqrt{3}\cdot 127\angle -90^\circ = 220\angle -90^\circ$

(a)

$$\hat{I}_a = \hat{I}_a' = \frac{127\angle 0^\circ}{Z_a} = \frac{127}{10}\angle 0^\circ = \underline{\underline{12{,}7\angle 0^\circ}}\ A$$

$$\hat{I}_b = \hat{I}_b' + \hat{I}_{bc}$$

$$\hat{I}_b' = \frac{127}{Z_b}\angle -120^\circ = \frac{127}{10}\angle -120^\circ = 12{,}7\angle -120^\circ\ A$$

$$\hat{I}_{bc} = \frac{\hat{V}_{bc}}{Z_{bc}} = \frac{220}{20}\angle -90^\circ = 11\angle -90^\circ\ A$$

$$\hat{I}_b = 12{,}7\cdot\underbrace{\cos(-120^\circ)}_{-1/2} + 11\underbrace{\cos(-90^\circ)}_{0} + j\left[12{,}7\underbrace{\operatorname{sen}(-120^\circ)}_{-0{,}866} + 11\underbrace{\operatorname{sen}(-90^\circ)}_{-1}\right]$$

$$\hat{I}_b = -6{,}35 + j(-11 - 11)$$

$$\hat{I}_b = -6{,}35 - j22 = \underline{\underline{22{,}9\angle -106{,}1}}\ A$$

$$\hat{I}_c = \hat{I}_c' - \hat{I}_{bc}$$

$$\hat{I}_c' = \frac{127}{Z_c}\angle +120^\circ = \frac{127}{15}\angle 120^\circ = 8{,}5\angle 120^\circ$$

$$\hat{I}_c = 8{,}5\angle 120^\circ - 11\angle -90^\circ$$

$$\hat{I}_c = 8{,}5\underbrace{\cos 120^\circ}_{-0{,}5} - 11\underbrace{\cos(-90^\circ)}_{0} + j\left[\underbrace{8{,}5\underbrace{\operatorname{sen}120^\circ}_{0{,}866}}_{7{,}36} + \underbrace{-11\underbrace{\operatorname{sen}(-90^\circ)}_{-1}}_{11}\right]$$

$$\hat{I}_c = -4{,}25 + j18{,}36 = \underline{\underline{18{,}85\angle 103^\circ}}\ A$$

$$\hat{I}_n = \hat{I}_a' + \hat{I}_b' + \hat{I}_c' = 12{,}7\angle 0^\circ + 12{,}7\angle -120^\circ + 8{,}5\angle 120^\circ$$

$$\hat{I}_n = \underbrace{12{,}7 + \underbrace{12{,}7\left(-\tfrac{1}{2}\right)}_{-6{,}35} + \underbrace{8{,}5\left(-\tfrac{1}{2}\right)}_{-4{,}25}}_{+2{,}1} + j\left[\underbrace{12{,}7(-0{,}866) + 8{,}5(0{,}866)}_{-3{,}64}\right] = \underline{\underline{(2{,}1 - j3{,}64)}}\ A$$

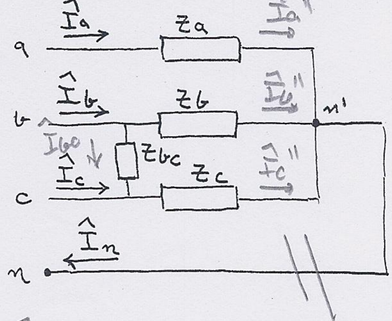
$$\boxed{\hat{I}_n = 4{,}2\angle -60^\circ\ A}\ //$$

2. (3,5 ptos) Quatro cargas resistivas, $Z_a = 10\,\Omega$, $Z_b = 10\,\Omega$, $Z_c = 15\,\Omega$ e $Z_{bc} = 20\,\Omega$ são ligadas a uma alimentação trifásica com tensão de linha de 220 Volts (eficazes) e sequência de fases abc, com neutro, como mostra a figura a seguir.

(a) Tomando como referência a tensão $\widehat{V}_{an} = 127\angle 0^o$ Volts, obtenha as correntes $\widehat{I}_a$, $\widehat{I}_b$, $\widehat{I}_c$ e a corrente de neutro $\widehat{I}_n$. 1,5 ptos

(b) Obtenha a tensão $\widehat{V}_{n'n}$ se a conexão de neutro for interrompida. 1,0 ptos

(c) Obtenha também as tensões aplicadas às quatro cargas e as três correntes ($\widehat{I}_a$, $\widehat{I}_b$ e $\widehat{I}_c$) se a conexão de neutro for interrompida. 1,5 ptos



(c) cont.

$$\boxed{\hat{I}_c'' = -4{,}78 + j\,8{,}27 \text{ A}} \quad \text{ou} \quad \boxed{\hat{I}_c'' = 9{,}6 \angle 120^\circ \text{ A}}$$

$$\hat{I}_c = \hat{I}_c'' - \hat{I}_{bc}$$

$$\hat{I}_c = -4{,}78 + j\,8{,}27 - (\underbrace{11 \cos(-90^\circ)}_{})$$

$$\hat{I}_c = -4{,}78 + j\,[8{,}27 + \overset{-11}{11}]$$

$$\hat{I}_c = -4{,}78 + j\,19{,}27 \text{ A}$$

$$\boxed{\hat{I}_c = 19{,}85 \angle +103{,}9^\circ \text{ A}}$$

(b) $\hat{V}_{n'n} = Z_T\,\hat{I}_n$ (*)

$$\hat{I}_n = 4{,}2 \angle -60^\circ$$

$$\frac{1}{Z_T} = \frac{1}{Z_a} + \frac{1}{Z_b} + \frac{1}{Z_c} = \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{15} = \frac{3+3+2}{30} = \frac{8}{30} = \frac{4}{15}$$

$$Z_T = \frac{15}{4} = 3{,}75\,\Omega \quad (**)$$

(*), (**) $\Rightarrow$ $\boxed{\hat{V}_{n'n} = 15{,}75 \angle -60 \text{ V}}$ ou $\boxed{\hat{V}_{n'n} = 7{,}9 - j\,13{,}64 \text{ volts}}$ //

(c) $\hat{I}_a'' = \dfrac{\hat{V}_{an'}}{Z_a} = \underbrace{\dfrac{\hat{V}_{an}}{Z_a}}_{\hat{I}_a'} - \dfrac{\hat{V}_{n'n}}{Z_a} = 12{,}7 \angle 0^\circ - \dfrac{15{,}75}{10} \angle -60$

$$\begin{cases} \hat{V}_{an'} = \hat{V}_{an} - \hat{V}_{n'n} \\ \hat{V}_{cn'} = \hat{V}_{cn} - \hat{V}_{n'n} \\ \hat{V}_{bn'} = \hat{V}_{bn} - \hat{V}_{n'n} \end{cases}$$

$$\hat{I}_a'' = 12{,}7 - (0{,}79 - j\,1{,}4) \cong 11{,}9 + j\,1{,}4 \text{ A}$$

$$\boxed{\hat{I}_a = \hat{I}_a'' = 12 \angle 6{,}7^\circ \text{ A}}$$

$$\hat{I}_b'' = \frac{\hat{V}_{bn}}{Z_b} - \frac{\hat{V}_{n'n}}{Z_b} = 12{,}7^\circ \angle -120^\circ - \frac{15{,}75}{10} \angle -60^\circ = \underbrace{12{,}7 \underbrace{\cos(-120^\circ)}_{-1/2}}_{-6{,}35} + \underbrace{j\,12{,}7 \underbrace{\operatorname{sen}(-120^\circ)}_{-0{,}87}}_{-11{,}1} - (0{,}79 - j\,1{,}4)$$

$$I_b'' = -7{,}14 - j\,9{,}7 = 12 \angle -126{,}4^\circ \text{ A}$$

$$\hat{I}_b = \hat{I}_b'' + \hat{I}_{bc} = -7{,}14 - j\,9{,}7 + 11 \angle -90^\circ = -7{,}14 + \underbrace{11 \cos \angle -90^\circ}_{0^\circ} - j\,9{,}7 + j\,11 \underbrace{\operatorname{sen}(-90^\circ)}_{-11}$$

$$\boxed{\hat{I}_b = -7{,}14 - j\,20{,}7 \text{ A}} \quad \text{ou} \quad \boxed{\hat{I}_b = 21{,}9 \angle -109^\circ \text{ A}}$$

$$\hat{I}_c = \hat{I}_c'' - \hat{I}_{bc}$$

$$\hat{I}_c'' = \underbrace{\frac{\hat{V}_{cn}}{Z_c}}_{\hat{I}_c'} - \frac{\hat{V}_{n'n}}{Z_c} = 8{,}5 \angle 120^\circ - \frac{15{,}75}{15} \angle -60 = 8{,}5 \underbrace{\cos 120^\circ}_{-0{,}5} + j\,8{,}5 \underbrace{\operatorname{sen} 120^\circ}_{0{,}866} - \Big(\underbrace{\frac{7{,}9}{15}}_{0{,}53} - j\,\underbrace{\frac{13{,}64}{15}}_{0{,}91}\Big)$$

3. (3,0 ptos) Duas cargas trifásicas equilibradas são ligadas a uma alimentação trifásica com tensão de linha de 380 Volts (eficazes) e sequência de fases *abc*. A primeira das cargas é formada por três impedâncias (iguais) de valor $Z_Y = 2 + j2\,\Omega$, ligadas em estrela. A segunda das cargas é formada por três impedâncias resistivas (iguais) de valor $Z_\Delta = 15\,\Omega$, ligadas em triângulo.

$f = 60\,Hz$

$w = 2\pi f = 377\ rad/seg$

   (a) Calcule as potências trifásicas totais, ativa e reativa, fornecidas às cargas. 1,5 ptos

   (b) Calcule as capacitâncias C_Δ de um banco de três capacitores iguais ligados em triângulo, capaz de levar o *fator de potência* total (do conjunto das cargas e capacitores) para 0,92. 1,5 ptos

(a) $Z'_Y = 2 + j2 \therefore Z_Y = |Z_Y| \cdot \theta = 2{,}83 \angle 45^\circ$, $Z''_Y = \frac{Z_\Delta}{3} = 5\,\Omega$

$V_L = 380 \therefore V_f = 219{,}4\,V$

$\hat{I}'_f = \frac{219{,}4 \angle 0^\circ}{2{,}83 \angle 45^\circ} = 77{,}53 \angle -45^\circ \therefore I'_f = 77{,}53\ A$

$P'_{3\phi} = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 77{,}53 \cdot \cos 45^\circ = 36\,082{,}7\ W$

$Q'_{3\phi} = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 77{,}53 \cdot \operatorname{sen} 45^\circ = 36.082{,}7\ VAr.$

$Z''_\Delta = 15\,\Omega \Longrightarrow Z''_Y = 5\,\Omega$

$\hat{I}''_f = \frac{219{,}4 \angle 0^\circ}{5} = 43{,}88 \angle 0^\circ \therefore I''_f = 43{,}88$

$P''_{3\phi} = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 43{,}88 \cdot \cos 0^\circ = 28.880{,}90\ W$

$Q''_{3\phi} = 0$

$P_{3\phi} = P'_{3\phi} + P''_{3\phi} = 64.963{,}6\ W$

$Q_{3\phi} = P' = 36.082{,}7\ VAr.$

ou $S' = \frac{(V_L)^2}{Z'^*} = \frac{(380)^2}{2-2j} = \frac{(380)^2}{\underbrace{4+4}_{8}}(2+2j) = 18050(2+2j) = \underbrace{36\,100}_{P'_{3\phi}} + j\underbrace{36\,10[illegible]}_{Q_{3\phi}}$

$S'' = \frac{(V_L)^2}{5} = \underbrace{28\,880}_{P''_{3\phi}} + \underbrace{j\,\phi}_{Q''_{3\phi}}$

$\begin{cases} P_{3\phi} = P'_{3\phi} + P''_{3\phi} = 64.980\ W \\ Q_{3\phi} = Q'_{3\phi} + P''_{3\phi} = 36.100\ VAr. \end{cases}$

$0{,}92 = \frac{P_{3\phi}}{\sqrt{P_{3\phi}^2 + (Q_{3\phi} - Q_c)^2}} =$

$\sqrt{(64{,}98)^2 + (36{,}1 - Q_c)^2} = \frac{64{,}98}{0{,}92} = 70{,}63$

$4222{,}4 + 1303{,}21 - 72{,}2 Q_c + Q_c^2 = 4988{,}6$

$Q_c^2 - 72{,}2 Q_c + 537 = 0$

$Q_c = \frac{72{,}2 \pm \sqrt{5212{,}84 - 2148}}{2} = \frac{72{,}2 \pm 55{,}4}{2}$

$Q_c = \frac{16{,}8}{2} = 8{,}4\ kW$.

(b) $Z_{C_Y} = \frac{1}{jwC_Y} \therefore \frac{1}{Z_{C_Y}} = jwC_Y \cdot \frac{1}{Z^*_{C_Y}} = -jwC_Y$

$S_{C_Y} = \frac{(V_L)^2}{Z^*_{C_Y}} = -j(V_L)^2 w C_Y = -Q_c$

$8400 = (V_L)^2 w C_Y \therefore C_Y = \frac{8400}{377(380)^2} = 154{,}3\,\mu F$

$Z_\Delta = 3 Z_Y = 3 \frac{1}{jwC_Y} \therefore \frac{3}{C_Y} = \frac{1}{C_\Delta} \therefore C_\Delta = C_Y/3 \therefore$ $\boxed{C_\Delta = \frac{154{,}3}{3} \simeq 51{,}4\,\mu F}$

Boa prova!