



## EM 561 – MECÂNICA DOS FLUIDOS II

1ª Prova - 22/04/2008 - GABARITO

Consulta permitida a uma folha sulfite contendo fórmulas

Turmas A e Especial: Prof. Antonio C. Bannwart

Turma C: Prof. Carlos A. Altemani

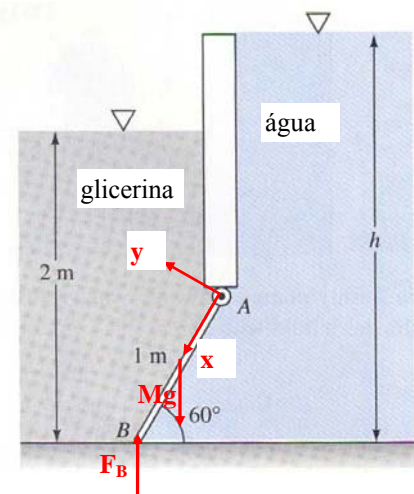
NOME DO ALUNO: \_\_\_\_\_ RA: \_\_\_\_\_ TURMA \_\_\_\_\_

### INSTRUÇÕES:

1. A duração desta prova é de 2 horas.
2. Leia a prova toda antes de tentar resolvê-la.
3. Qualquer dado que o aluno julgar necessário e que não tenha sido fornecido deve ser assumido.
4. A interpretação do texto faz parte da prova.
5. Devolver a folha de questões e entregar a folha de fórmulas ao final da prova.

### QUESTÕES:

- 1) (Valor: 3,0 pontos) A comporta AB mostrada na figura tem uma massa homogênea de 180 kg, 1,2 m de largura, é articulada em A e está apoiada em um fundo liso em B. Para que profundidade  $h$  da água a força em B será nula?  
Dados:  $\rho_{\text{água}} = 998 \text{ kg/m}^3$ ;  $\rho_{\text{glicerina}} = 1260 \text{ kg/m}^3$



### **Solução:**

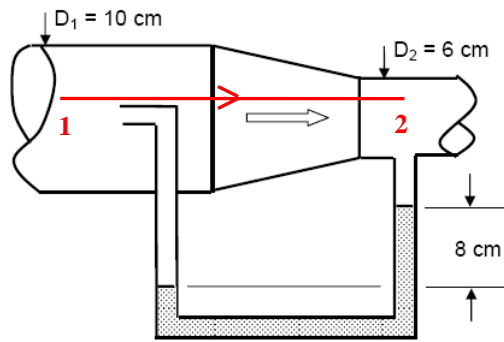
Considerando  $F_B = 0$  a soma dos momentos em relação ao ponto A resulta em:

$$\int_0^1 x(1260)(9,81)(2 - 1 \cdot \cos 30^\circ + x \cos 30^\circ)(1,2)dx + 180(9,81)(0,5 \cdot \cos 60^\circ) =$$

$$\int_0^1 x(998)(9,81)(h - 1 \cdot \cos 30^\circ + x \cos 30^\circ)(1,2)dx$$

Logo:

$$12691,8 + 441,5 = 5874,2 h - 1695,7 \Rightarrow h = 2,52 \text{ m}$$



- 2) (Valor: 3,0 pontos) A figura indica um trecho de uma tubulação com escoamento de ar, com densidade  $\rho_{ar} = 1,2 \text{ kg/m}^3$ . O fluido manométrico é óleo, com densidade  $\rho_o = 827 \text{ kg/m}^3$ . Desprezando perdas por atrito, pede-se:
- determinar a vazão de ar em  $\text{m}^3/\text{s}$ ;
  - a leitura em cm que o manômetro indicaria se suas duas tomadas fossem estáticas.

### Solução:

a) A equação de Bernoulli entre os pontos 1 e 2 com a mesma cota vertical se torna

$$p_1 + \frac{\rho_{ar} V_1^2}{2} = p_2 + \frac{\rho_{ar} V_2^2}{2} = p_o$$

onde  $p_o$  é a pressão de estagnação do escoamento. O manômetro registra a diferença  $p_o - p_2$ , isto é:

$$p_o - p_2 = (827 - 1,2)(9,81)(0,08) = 648,1 \text{ Pa}$$

Com esse resultado, a equação anterior fornece:

$$V_2 = 32,87 \text{ m/s}$$

Logo, a vazão de ar será:

$$Q = 0,0929 \text{ m}^3/\text{s}$$

b) Um manômetro com duas tomadas estáticas indicaria a diferença  $p_1 - p_2$ . Mas, da conservação da massa:

$$V_1 = \left(\frac{6}{10}\right)^2 V_2 = 11,83 \text{ m/s}$$

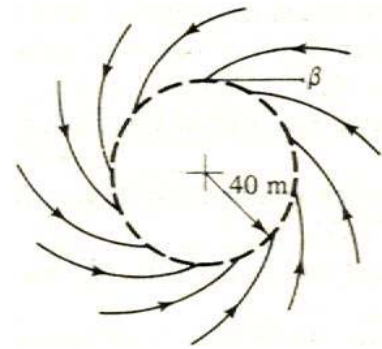
Portanto:

$$p_1 - p_2 = \frac{1,2}{2} (32,87^2 - 11,83^2) = 564,3 \text{ Pa}$$

Logo, a leitura do manômetro seria:

$$h = \frac{564,3}{(827 - 1,2)(9,81)} = 7 \text{ cm}$$

(Valor: 4,0 pontos) A configuração vórtice-sorvedouro indicada na figura pode simular o escoamento devido a um furacão estacionário, num raio maior que 40 m, como indicado. Na posição  $r = 40$  m, a pressão é 1500 Pa menor que a pressão atmosférica medida longe do centro do furacão e a massa específica do ar é igual a  $1,2 \text{ kg/m}^3$ . A vazão volumétrica de ar na posição  $r = 40$  m é igual a  $5.000 \text{ m}^3/\text{s}$  por metro de profundidade normal ao plano da figura. Determine:



- a) a velocidade total  $V$  (m/s) em  $r = 40$  m;
- b) a intensidade  $q$  do sorvedouro e a intensidade  $K$  do vórtice, em  $(\text{m}^2/\text{s})$ ;
- c) a pressão (Pa) na posição  $r = 100$  m relativa à pressão longe do centro;
- d) o ângulo  $\beta$  com que as linhas de corrente cruzam o raio  $r = 40$  m.

### Solução:

a) Pela equação de Bernoulli entre um ponto longe do centro e um ponto situado em  $r = 40$  m:

$$p_{\infty} + \underbrace{\frac{\rho V_{\infty}^2}{2}}_{=0} = p_{40} + \frac{\rho V_{40}^2}{2} \quad \xRightarrow{p_{\infty} - p_{40} = 1500 \text{ Pa}} \quad V_{40} = \sqrt{\frac{2 \cdot (1500)}{1,2}} = 50 \text{ m/s}$$

b) A função-corrente do campo ilustrado na figura é:  $\psi = -\frac{K}{2\pi} \ln r - \frac{q\theta}{2\pi}$ . Assim:

$$V_r = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} = -\frac{q}{2\pi r} \quad e \quad V_{\theta} = -\frac{\partial \psi}{\partial r} = \frac{K}{2\pi r}$$

Temos:  $q = 5.000 \text{ m}^2/\text{s}$ , e portanto, na posição  $r = 40$  m:

$$V_{r,40} = -\frac{5000}{2\pi \cdot (40)} = -19,9 \text{ m/s} \quad \Rightarrow \quad V_{\theta,40} = \sqrt{V_{40}^2 - V_{r,40}^2} = \sqrt{(50)^2 - (-19,9)^2} = 45,6 \text{ m/s}$$

Logo:

$$K = 2\pi(40)(45,6) = 11.460 \text{ m}^2/\text{s}$$

c) Em  $r = 100$  m as componentes de velocidade serão:

$$V_{r,100} = -\frac{5000}{2\pi \cdot (100)} = -7,96 \text{ m/s} \quad e \quad V_{\theta,100} = \frac{11460}{2\pi \cdot (100)} = 18,2 \text{ m/s} \quad \Rightarrow \quad V_{100} = 19,9 \text{ m/s}$$

$$\text{Logo: } p_{\infty} + \underbrace{\frac{\rho V_{\infty}^2}{2}}_{=0} = p_{100} + \frac{\rho V_{100}^2}{2} \quad \Rightarrow \quad p_{100} - p_{\infty} = -1,2 \cdot \frac{19,9^2}{2} = -237,6 \text{ Pa}$$

d) O ângulo  $\beta$  é dado por:

$$\sin \beta = \frac{|V_{r,40}|}{V_{40}} = \frac{19,9}{50} \quad \Rightarrow \quad \beta = 23,5^\circ$$