Turma:

Nota:

MA 327 Álgebra Linear

Segundo Semestre de 2008

E X A M E

Nome: **RA:**

Questões	*Pontos*
Questão 1	
Questão 2	
Questão 3	
Questão 4	
T o t a l	

Boa Prova !

Questão 1. **(2.5 Pontos)**

Considere o subconjunto U do espaço vetorial real $\mathbb{M}_n(\mathbb{R})$ dado por:

$$U = \{ A \in \mathbb{M}_n(\mathbb{R}) \ / \ A^t = A \quad \text{e} \quad tr(A) = 0 \} .$$

(a) Mostre que U é um subespaço vetorial de $\mathbb{M}_n(\mathbb{R})$.

(b) No caso particular do espaço vetorial $\mathbb{M}_3(\mathbb{R})$, exiba uma base para o subespaço U.

Questão 2. **(2.5 Pontos)**

Considere os subespaços W_1 e W_2 do espaço vetorial real $\mathbb{R}^3$ dados por:

$$W_1 = \{ (x,y,z) \ / \ 3x - 2y + z = 0 \} \quad \text{e} \quad W_2 = \{ (x,y,z) \ / \ 2x + y - 4z = 0 \}.$$

(a) Determine a dimensão dos subespaços $W_1 + W_2$ e $W_1 \cap W_2$.

(b) Encontre uma base de $\mathbb{R}^3$ que contenha uma base do subespaço W_1 e também uma base do subespaço W_2.

Questão 3. **(2.5 Pontos)**

Considere o operador linear $T : \mathcal{P}_1(\mathbb{R}) \longrightarrow \mathcal{P}_1(\mathbb{R})$ dado por:

$$T(p(x)) = p'(x) + (x + 1)p(1) .$$

Sejam $\beta = \{ 1, 7 - 4x \}$ e $\gamma = \{ q(x), 2x - 1 \}$ bases para $\mathcal{P}_1(\mathbb{R})$ tais que

$$[T]^\beta_\gamma = \begin{bmatrix} 3 & s \\ -1 & 1 \end{bmatrix} .$$

(a) Determine o polinômio $q(x)$ e o parâmetro $s \in \mathbb{R}$.

(b) T é um automorfismo? Em caso afirmativo, determine o automorfismo inverso.

Questão 4. (*Turma E*) **(2.5 Pontos)**

Seja W o subespaço de $\mathbb{R}^4$ dado por:

$$W = \{ (x,y,z,t) \in \mathbb{R}^4 \ / \ x + y = 0 \quad \text{e} \quad 2x - y + z = 0 \} .$$

Determine uma base ortogonal para cada um dos subespaços W e $W^\perp$, com relação ao produto interno usual de $\mathbb{R}^4$.

Questão 4. (*Turmas C e D*) **(2.5 Pontos)**

Considere o espaço vetorial real $\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$. Determine os autovalores e os autovetores do operador linear T sobre $\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ definido por:

$$T(p(x)) = p(x) + (x+1)p'(x) .$$