

LISTA

1. 8.2-4. Describe an algorithm that, given n integers in the range 0 to k , preprocesses its input and then answers any query about how many of the n integers fall into a range $[a, b]$ in $O(1)$ time. Your algorithm should use $\Theta(n + k)$ preprocessing time.
2. 8-6. (Lower bound on merging sorted lists) The problem of merging two sorted lists arises frequently. We have seen a procedure for it as the subroutine MERGE in Section 2.3.1. In this problem, we will prove a lower bound of $2n - o(1)$ on the worst-case number of comparisons required to merge two sorted lists, each containing n items.
3. **Coin Changing:** Considere o problema de fazer troco de n centavos usando o menor número de moedas.
 - (a) Descreva um algoritmo guloso para fazer troco consistindo de moedas de 25, 10, 5 e 1 centavo. Prove que seu algoritmo gera uma solução ótima.
 - (b) Suponha que as moedas disponíveis são em valores de c^0, c^1, \dots, c^k , para inteiros $c > 1$ e $k \geq 1$. Mostre que o algoritmo guloso sempre gera uma solução ótima.
 - (c) De um conjunto de valores de moedas para o qual o algoritmo guloso não gera uma solução ótima.
4. Considere o problema de fazer troco de C centavos usando o menor número de moedas. Temos os seguintes valores de moedas, todos números inteiros: m_1, \dots, m_k , onde $1 = m_1 < m_2 < \dots < m_k$. Dado um inteiro positivo C , faça um algoritmo que obtenha o valor C com o menor número de moedas. Mais precisamente, encontre inteiros não negativos n_1, \dots, n_k tal que $C = \sum_{i=1}^k n_i m_i$ e $\sum_{i=1}^k n_i$ é mínimo.
5. 9.3-9 Professor Olay is consulting for an oil company, which is planning a large pipeline running east to west through an oil field of n wells. The company wants to connect a spur pipeline from each well directly to the main pipeline along a shortest route (either north or south), as shown in Figure 9.2 (veja livro do Cormen). Given the x - and y -coordinates of the wells, how should the professor pick the optimal location of the main pipeline, which would be the one that minimizes the total length of the spurs? Show how to determine the optimal location in linear time.
6. O *Problema da Seleção com Pesos* é o seguinte: A entrada é uma sequência de números distintos, x_1, x_2, \dots, x_n , tal que cada número x_i tem um peso positivo $w(x_i)$ associado a ele. Seja W a soma de todos os pesos. O problema é encontrar, dado um valor X , $0 < X \leq W$, o número x_j tal que

$$\sum_{x_i < x_j} w(x_i) < X,$$

e

$$w(x_j) + \sum_{x_i < x_j} w(x_i) \geq X.$$

Projete um algoritmo $O(n)$ para resolver este problema. Note que quando todos os problemas tem pesos iguais a 1, este problema se torna o problema do k -ésimo. Obs.: Você pode usar os algoritmos lineares que vimos em aula como subrotina, bem como seus resultados. Também pode assumir que n é potência de 2.