Nota:

MA 141 Geometria Analítica e Vetores

Primeiro Semestre de 2012

Segunda Chamada

28 de Junho de 2012

Nome: **RA:**

Questões	*Pontos*
Questão 1	
Questão 2	
Questão 3	
Questão 4	
T o t a l	

Boa Prova !

Questão 1. **(2.5 Pontos)**

Mostre que a matriz simétrica A dada por:

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 15 & 20 \\ 15 & 46 & 62 \\ 20 & 62 & 87 \end{bmatrix}$$

é equivalente a matriz diagonal

$$D = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} ,$$

isto é, determine uma matriz invertível P de modo que $D = PAP^t$, utilizando operações elementares de linhas e colunas, indicando as respectivas matrizes elementares associadas.

Questão 2. **(2.5 Pontos)**

Considere o sistema linear

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_4 + x_5 = 2 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 - 3x_4 + x_5 = 3 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_4 + 2x_5 = 4 \\ 3x_1 + 6x_2 + x_3 - 9x_4 + 4x_5 = 9 \end{cases}$$

(a) Escreva o sistema acima na forma matricial $AX = b$.

(b) Encontre a matriz R na forma escalonada, linha equivalente a matriz ampliada do sistema linear, indicando cada uma da operações elementares de linhas realizadas e suas respectivas matrizes elementares.

(c) Determine a solução geral desse sistema linear.

Questão 3. **(3.0 Pontos)**

Dadas as equações vetoriais das retas reversas

$$r : \begin{cases} x = & 2 - \lambda \\ y = & 1 + 3\lambda \\ z = & 1 + \lambda \end{cases} \qquad \text{e} \qquad s : \begin{cases} x = & 1 + t \\ y = & 3 + 4t \\ z = & 1 + 3t \end{cases}$$

Determine

(a) a equação geral do plano que contém a reta s e é paralelo a reta r.

(b) a distância do ponto $P_o = (2, 0, 0)$ a reta s.

(c) a distância entre as retas r e s.

(d) um ponto P em r e um ponto Q em s de forma que a distância de P a Q seja igual a distância de r a s.

Questão 4. **(2.5 Pontos)**

Considere as bases ordenadas $\gamma = \{\vec{u}_1, \vec{u}_2\}$, onde $\vec{u}_1 = (1,1)$ e $\vec{u}_2 = (-1,1)$, e $\alpha = \{\vec{v}_1, \vec{v}_2\}$ de $I\!R^2$, relacionadas da seguinte forma:

$$\begin{cases} \vec{u}_1 &= \vec{v}_1 - 2\vec{v}_2 \\ \vec{u}_2 &= 2\vec{v}_1 + \vec{v}_2 \end{cases}$$

(a) Determine os vetores da base ordenada α.

(b) Considere os vetor $\vec{u}, \vec{v} \in I\!R^2$ tais que

$$[\vec{u}]_\alpha = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \qquad \text{e} \qquad [\vec{v}]_\alpha = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Determine $\langle \vec{u}, \vec{v} \rangle$, isto é, o produto escalar dos vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$.