

ME-310 Probabilidade II - Prof. Serguei Popov
Prova 2 - 1º Sem. 2012

1. Seja Λ uma v.a. com a distribuição de Poisson com parâmetro λ , e Z_1, Z_2, Z_3, \dots uma sequência de v.a.i.i.d. (também independentes de Λ) com a distribuição Normal padrão. Calcule a função geradora de momentos de v.a.

$$Y = \sum_{k=1}^{\Lambda} Z_k.$$

2. Considere o processo de ramificação (de Galton-Watson), começando de uma partícula, com os seguintes parâmetros:

(a) $p_0 = 4/5, p_3 = 1/10, p_7 = 1/10;$

(b) $p_0 = 1/5, p_1 = 2/5, p_2 = 2/5;$

(c) $p_0 = 1/7, p_2 = 5/7, p_3 = 1/7.$

Em cada caso, calcule a probabilidade da extinção do processo. No caso (b), calcule ainda a probabilidade da extinção supondo que na geração inicial há duas partículas.

3. Seja X uma v.a. tal que $\mathbb{E}X = 1$ e $\mathbb{P}[0 \leq X \leq 2] = 1$. O que podemos dizer a respeito de $\mathbb{E}\frac{1}{X+1}^2, \mathbb{E}X^3, \mathbb{E}\sqrt{X}, \mathbb{E}\exp\{\sqrt{(X-1)^2/2}\}$?

4. Um dado é jogado continuamente até que a soma total dos pontos ultrapasse 130. Calcule a probabilidade (aproximada) que pelo menos 41 jogadas sejam necessárias.

Obs.: pode-se deixar a resposta em termos de Φ (f.d. de Normal Padrão) de argumento **não-negativo**.

5. Seja $N(t)$ o Processo de Poisson com taxa $\lambda = 2$. Seja S_n o momento da ocorrência do n -ésimo evento. Calcule

(a) $\mathbb{E}(S_3 \mid S_1 = 1);$

(b) $\mathbb{E}(S_2 - S_1 \mid N(1) = 2).$

Observações:

Cada questão vale 2 pontos.

Não esqueça de escrever seu nome e RA em todas as folhas!