

NOME: Pedro Henrique Juliano Nardelli RA: 017086 TURMA: A

[1] Uma partícula de massa m está localizada dentro de uma esfera sólida homogênea de massa M e raio R . Se a partícula está a uma distância $r < R$ do centro da esfera.

- a) Calcule a força gravitacional que age sobre a partícula (0,5 pontos);
b) Supondo nula no infinito a energia potencial gravitacional da partícula, mostre que no interior da esfera ela é dada por (1,5 pontos)

$$U(r) = \frac{GMm}{2R} \left[\frac{r^2}{R^2} - 3 \right];$$

- c) Calcule o trabalho feito pela força gravitacional ao trazer a partícula da superfície da esfera até o seu centro (0,5 pontos).

a) $\frac{4}{3}\pi R^3 \rightarrow M$
 $\frac{4}{3}\pi r^3 \rightarrow \bar{M}$
 $\Rightarrow \bar{M} = \frac{M \cdot r^3}{R^3}$



$$F_G = G \frac{\bar{M}m}{r^2} = G \frac{\frac{M r^3}{R^3} \cdot m}{r^2} = G \frac{M m r^3}{R^3 r^2} = G \frac{M m \cdot r}{R^3}$$

b) $dU = -F dd$, logo

$$U = -G M m \int_R^\infty \frac{1}{R^3} dd = -G M m \int_R^r \frac{d}{R^3} dd = -\frac{G M m}{R^3} \left[R + \frac{r^2}{2} \right]$$

$$= -\frac{3}{2} \frac{G M m}{R} + \frac{G M m r^2}{2 R^3} = \frac{G M m}{2 R} \left(\frac{r^2}{R^2} - 3 \right)$$

c) $U_{\text{no}} = 0$ e $U_{\text{no}} = 0$

$$W = -\Delta U \Rightarrow W = U_i - U_f \Rightarrow W = -\frac{G M m}{R} - \frac{G M m}{2 R} (-3) =$$

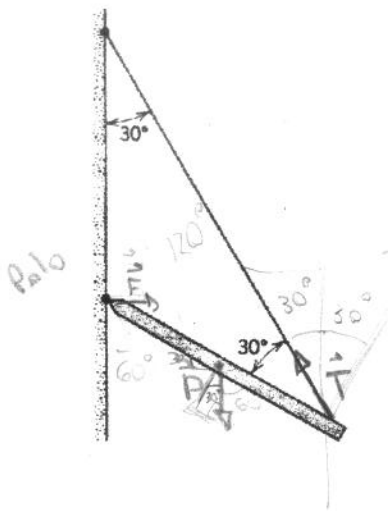
$$= \frac{3}{2} \frac{G M m}{R} - \frac{G M m}{R} = \frac{G M m}{2 R}$$

R: a) $\frac{G M m r}{R^3}$ b) Dim. c) $\frac{G M m}{2 R}$

[2] Uma viga de comprimento $L=1\text{m}$ e pesando $P=400\text{N}$ está presa à parede através de uma dobradiça. A outra extremidade é sustentada por uma corda, como mostra a figura abaixo. Encontre:

a) A tensão T na corda (1 ponto);

b) O módulo da força F que a parede exerce sobre a viga (1,5 pontos).



$$x: \sum \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow F_x - T_x = 0 \quad (I)$$

$$y: \sum \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow F_y + T_y - P = 0 \quad (II)$$

$$\sum \vec{\tau} = \vec{0} \Rightarrow P \cos 30^\circ \cdot 0,5\text{m} - T \cos 60^\circ \cdot 1 = 0$$

$$400 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{T}{2} \Rightarrow T = 200\sqrt{3}\text{ N}$$

Mas (I):

$$F_x = +T_x \Rightarrow F_x = +T \cdot \cos 60^\circ \Rightarrow F_x = 200\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} = 100\sqrt{3}\text{ N}$$

$$e \text{ (II)}: F_y = P - T_y = 400 - T \cdot \cos 30^\circ = 400 - 200\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 100\text{ N}$$

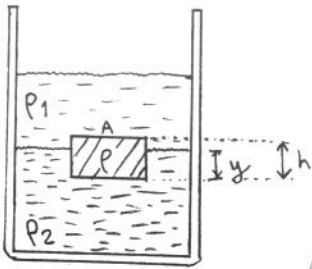
$$\text{Como } F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \Rightarrow F = \sqrt{10.000 + 30.000} = \sqrt{40.000} = 200\text{ N}$$

$$R. a) 200\sqrt{3}\text{ N}$$

$$b) 200\text{ N}$$

[3] Um bloco de área transversal A , altura h e densidade ρ desconhecida está submerso em equilíbrio entre dois fluidos diferentes que não se misturam. Uma altura y do bloco está no fluido de densidade ρ_2 , sendo que $\rho_1 < \rho < \rho_2$. Calcule:

- a) A força de empuxo E sobre o bloco em função das densidades dos fluidos, h , y , A e g (1 ponto);
 b) A densidade do bloco ρ em função das densidades dos fluidos, h e y (1,5 pontos).



$$a) E = E_1 + E_2 = \rho_1 \cdot V_{B_1} \cdot g + \rho_2 \cdot V_{B_2} \cdot g =$$

$$= \rho_1 (h-y) \cdot A \cdot g + \rho_2 \cdot y \cdot A \cdot g = A \cdot g (\rho_1 (h-y) + \rho_2 y)$$

b) Equilíbrio: $E = P$, $\therefore P = mg = \rho \cdot V \cdot g$

$$A \cdot g (\rho_1 (h-y) + \rho_2 y) = \rho \cdot A \cdot h \cdot g \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \rho = \frac{(\rho_1 (h-y) + \rho_2 y)}{h}$$

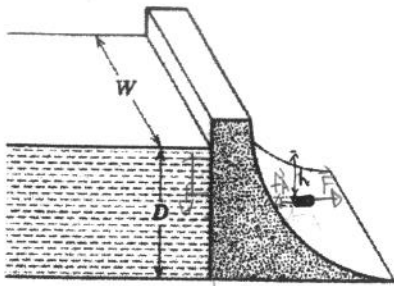
a) $A \cdot g (\rho_1 (h-y) + \rho_2 y) = E$ ✓

b) $\rho = \frac{(\rho_1 (h-y) + \rho_2 y)}{h}$

[4] A profundidade da água doce em repouso atrás de um dique é de $D=15\text{ m}$. Um tubo horizontal de diâmetro $\Phi=4\text{ cm}$ passa através do dique $h=6\text{ m}$ abaixo da superfície da água, como mostra a figura. Uma rolha fecha a abertura externa do tubo. ($g=10\text{ m/s}^2$)

a) Encontre a força de atrito entre a rolha e as paredes do tubo (1,5 pontos);

b) Encontre a vazão volumar da água escoando pelo tubo quando a rolha é removida (1 ponto).



$$\Phi = 4\text{ cm} = 0,04\text{ m}$$

$$r = 0,02\text{ m}$$

$$P_0 = 10^5\text{ Pa}$$

Área

a) Rolha em equilíbrio

$F_A = F$ → não entra no problema

$$F_A = (P_0 + \rho \cdot g \cdot h) \cdot A \Rightarrow$$

$$F_A = (10^5 + 10^3 \cdot 10 \cdot 6) (2 \cdot 10^{-2})^2 \pi =$$

$$\Rightarrow F = 16 \cdot 10^4 \cdot 4 \cdot 10^{-4} \pi = 64 \pi \text{ N}$$

011

b) R: vazão $R = A \cdot v$

$$\text{MAS: } v = \sqrt{2 \cdot g \cdot (D - h)} \Rightarrow v = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 9} = \sqrt{180} = 3\sqrt{20} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$R = 4 \cdot 10^{-4} \pi \cdot 3\sqrt{20} = 12 \pi \sqrt{20} \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

a) $64 \pi \text{ N}$

b) $12 \pi \sqrt{20} \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$