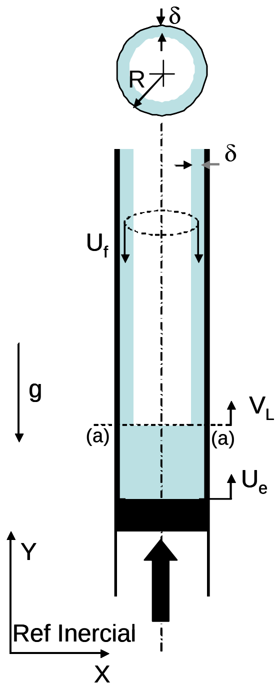
EM461 MECÂNICA DOS FLUIDOS – EXAME – 10/12/2008

NOME____**RA.**________________**TURMA**________

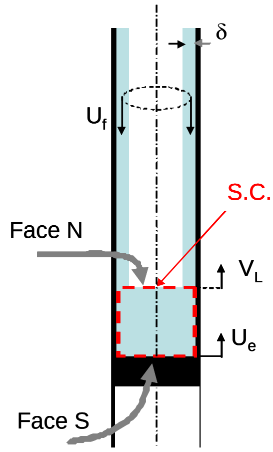
1) Um filme de líquido com espessura constante δ e densidade ρ escoa, pela ação da gravidade, junto à parede interna de um tubo cilíndrico de raio R. Na parte inferior do tubo há um êmbolo que desloca axialmente com velocidade U_e, mas em sentido contrário à queda do filme, acumulando o líquido. Pede-se determinar a velocidade V_L da fronteira livre (a-a) <u>relativa a um referencial que se desloca com o êmbolo</u>. As velocidades do filme e do êmbolo, medidas a partir de um referencial inercial (fixo) são, em módulo, U_f e U_e.



Solução:

Superfície de Controle como mostrada na linha pontilhada da figura:

- A face S se desloca junto ao êmbolo.
- A face N se deforma continuamente de modo a seguir a superfície livre do líquido.



Equação da conservação da massa:

$$\frac{d}{dt}\int_{\forall}\rho d\forall + \int_{SC}\rho\left(\vec{V}_r \cdot \vec{n}\right)dA = 0$$

<u>1. O termo transiente:</u>

$$\frac{d}{dt}\int_{\forall}\rho d\forall \equiv \rho V_L A \quad \text{onde} \quad A = \pi R^2$$

<u>2. O termo de fluxo de massa.</u>

Note que na face S a velocidade relativa da fronteira é nula portanto o termo de fluxo de massa reduz apenas ao cálculo do fluxo na face N.

$$\int_{SC}\rho\left(\vec{V}_r \cdot \vec{n}\right)dA \equiv -\rho\left(U_f + U_e + V_L\right)A^* \quad \text{onde} \quad A^* = \pi\left[(R)^2 - (R-\delta)^2\right]$$

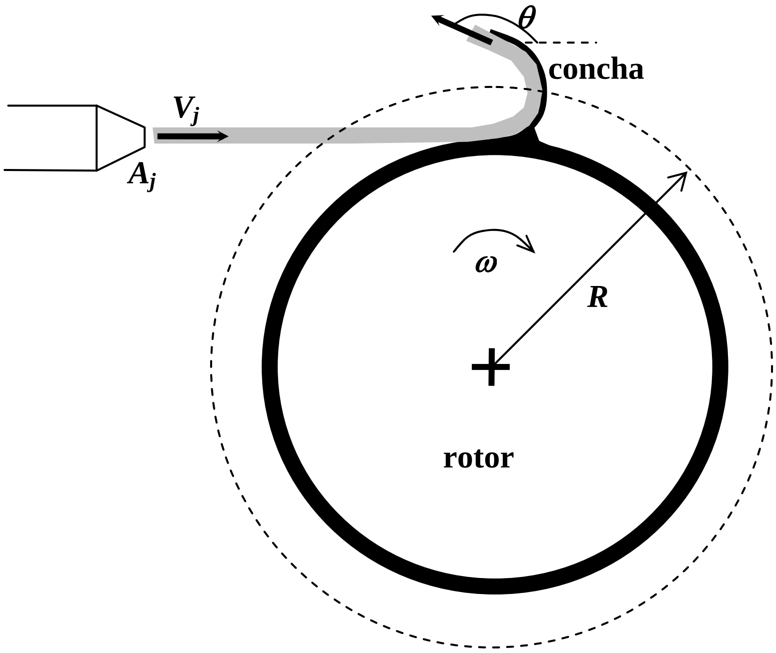
Substituindo os termos transiente e o fluxo na Eq. da massa encontra-se que a velocidade relativa é:

$$V_L = \left(U_f + U_e\right)\left(\frac{A^*}{A - A^*}\right) \quad \text{ou em termos de } \delta, \quad V_L = \left(U_f + U_e\right)\cdot\left[\frac{1}{\left(1-\frac{\delta}{R}\right)^2} - 1\right]$$

EM461 MECÂNICA DOS FLUIDOS – EXAME – 10/12/2008

NOME____RA._______________TURMA_______

2) Um jato líquido de velocidade $\boldsymbol{V_j}$ e área $\boldsymbol{A_j}$ atinge uma única concha do rotor de uma turbina que gira com velocidade angular $\boldsymbol{\omega}$. O atrito do jato com a concha é desprezível. Deduzir uma expressão para a potência $\dot{W}$ fornecida ao rotor nesse instante, em função dos parâmetros do sistema. Como a sua análise mudaria se houvesse muitas conchas no rotor, de modo que o jato fosse atingido continuamente por pelo menos por uma concha?



Solução:

a) No instante indicado temos:

$$V_{r_1} = V_j - \omega R$$

$$A_1 = A_2 = A_j$$

Não havendo atrito: $V_{r_2} = V_{r_1}$

Da equação da quantidade de movimento-x: $R_x = -(u_2 - u_1)\,|\,\rho V_{r_1} A_j\,|$

Com:

$$u_1 = V_j - \omega R \quad \text{e} \quad u_2 = (V_j - \omega R)\cos\theta$$

Assim

$$R_x = -[(V_j - \omega R)\cos\theta - (V_j - \omega R)]\,\underbrace{\rho(V_j - \omega R)A_j}_{\dot{m}_j} \quad \text{ou}$$

Logo: $R_x = -(\cos\theta - 1)(V_j - \omega R)^2 \rho A_j$

A potência é $\dot{W} = F_x \omega R = -R_x \omega R$.

b) Com muitas conchas pode-se considerar que toda a vazão que sai do bocal atinge continuamente uma concha na posição indicada na figura, ou seja:

$$u_1 = V_j - \omega R \quad \text{e} \quad u_2 = (V_j - \omega R)\cos\theta$$

e: $R_x = -(u_2 - u_1)\,|\,\rho V_j A_j\,|$

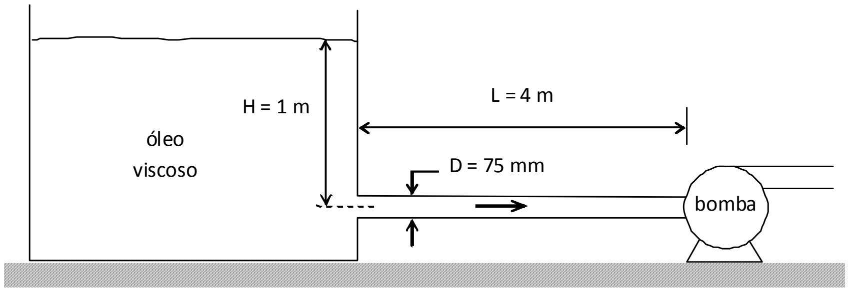
Logo: $R_x = -(V_j - \omega R)(\cos\theta - 1)\underbrace{\rho A_j V_j}_{\dot{m}_j}$

e a potência será: $\dot{W} = F_x \omega R = -R_x \omega R$.

EM461 MECÂNICA DOS FLUIDOS – EXAME – 10/12/2008

NOME____RA.______________TURMA______

3) Em qualquer ponto de uma tubulação ou dispositivo projetado para operar com um líquido, a pressão absoluta nunca deverá ser inferior à pressão do ponto de bolha desse líquido (pressão abaixo da qual aparecem as primeiras bolhas). A figura mostra o tubo de sucção de uma bomba que deve operar com óleo ultra-viscoso proveniente de um tanque aberto à atmosfera. As propriedades do óleo são:



Propriedade	Valor a 20 ^{o}C
Massa Específica (kg/m^3)	950
Viscosidade Absoluta (Pa.s)	2
Pressão do Ponto de Bolha (Pa abs)	1000

Para os dados indicados na figura, determine a vazão máxima que pode ser bombeada. Considere o coeficiente de perda na entrada do tubo como 0,5.

Solução:

A equação da energia entre a superfície do tanque ("1") e a entrada da bomba ("2") fornece:

$$\left(\frac{p_1}{\rho}+g\,H\right)-\left(\frac{p_2}{\rho}+\frac{\alpha_2 V_2^2}{2}\right)=\left(f\,\frac{L}{D}+K_e\right)\frac{V_2^2}{2}$$

Com tamanha viscosidade, o escoamento do óleo é presumivelmente laminar, logo:

$$f=\frac{64}{Re}=\frac{64\mu}{\rho V_2 D} \quad \text{e} \quad \alpha_2=2$$

Substituindo na expressão acima e considerando que, para a vazão máxima, a pressão na entrada da bomba será a mínima possível (= p_{bolha}) obtém-se:

$$\frac{p_{atm}-p_{bolha}}{\rho}+g\,H=\frac{32\mu L V_2}{\rho D^2}+\left(\alpha_2+K_e\right)\frac{V_2^2}{2}$$

Ou, em termos numéricos:

$$\frac{101000-1000}{950}+9{,}81\times 1=\frac{32\times 2\times 4\times V_2}{950\times 0{,}075^2}+\left(2+0{,}5\right)\frac{V_2^2}{2} \quad \Rightarrow \quad V_2=2{,}27\text{ m/s} \quad \Rightarrow \quad Re=80\ \text{ laminar}$$

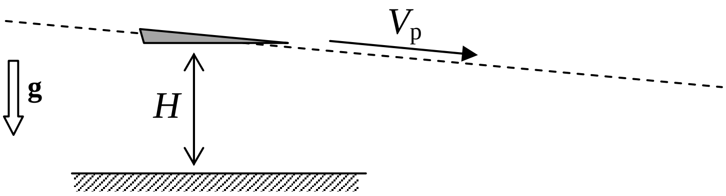
Portanto a vazão máxima será: $Q=\dfrac{2{,}27\times\pi\times 0{,}075^2}{4}=10\text{ L/s}=36\text{ m}^3\text{/hora}$

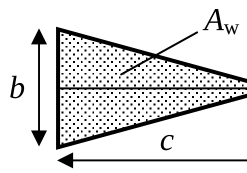
(Se os termos quadráticos em V_2 fossem desprezados, o resultado seria V_2 = 2,4 m/s).

EM461 MECÂNICA DOS FLUIDOS – EXAME – 10/12/2008

NOME____RA._______________TURMA_______

4) Alguns segundos após seu lançamento horizontal, uma “gaivota” de papel (massa M) está planando no ar em movimento **retilíneo uniforme** com **velocidade constante** V_p (observe a trajetória inclinada descendente indicada na figura) – sem nenhum tipo de motor ou propulsão. Se, em determinado instante ela está a uma altura H = 3m, qual distância L ela percorrerá antes de aterrisar? Com que ângulo (θ) ela atinge o solo?

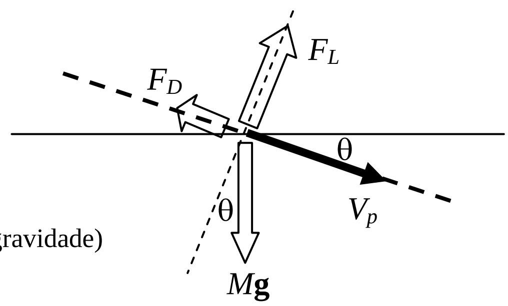




Coeficiente de Sustentação C_L = 1,2. Coeficiente de Arrasto C_D = 0,2. A área de referência para sustentação e arrasto é a área planificada da asa A_w mostrada na figura, onde c = 30 cm e b = 20 cm.

Na medida em que a “gaivota” desce, ela perde energia potencial gravitacional e ganha energia cinética? Sim/Não? Por que?

Solução:



Força de Sustentação $F_L = C_L A_w \rho V_p^{\ 2}/2$

Força de Arrasto $F_D = C_D A_w \rho V_p^{\ 2}/2$

Equilíbrio de forças:

(*transversal* : condição de planeio governada pela sustentação – contrapor-se à gravidade)

$$F_L = M\mathbf{g}.\cos\theta$$

(*in-line* – resistência ao movimento, dissipação de energia, contrabalançada pela gravidade)

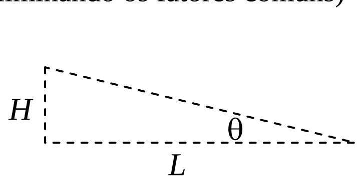
$$F_D = M\mathbf{g}.\text{sen}\theta$$

Resulta em duas equações para as variáveis θ e V_p:

$M\mathbf{g}.\text{sen}\theta = C_D A_w \rho V_p^{\ 2}/2$ e $M\mathbf{g}.\cos\theta = C_L A_w \rho V_p^{\ 2}/2$

(há várias maneiras de resolvê-las; uma delas seria tomar a razão das duas, eliminando os fatores comuns)

$$\text{tg}\ \theta = C_D/C_L = 0{,}2/1{,}2 = 1/6$$



sendo:

$H/L = \text{tg}\ \theta$ $L = 6H$ = **18m**

ainda:

$\theta = \text{arctg}(0{,}166..) = 9{,}46^{o}$

Resposta – a energia cinética permanece constante, devido à contínua dissipação de energia causada pela viscosidade (que gera a força de arraste), que é exatamente igual à variação da energia gravitacional.