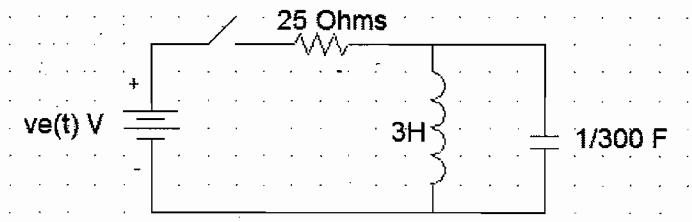
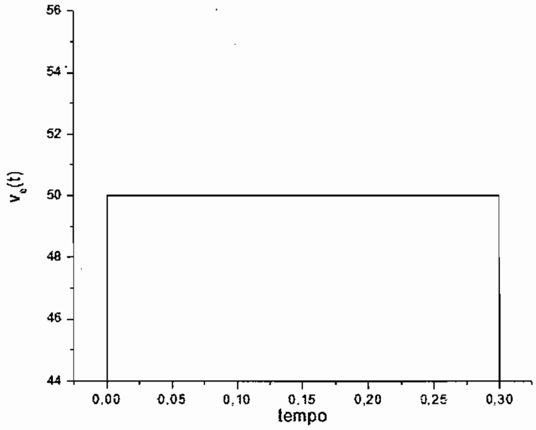
Universidade Estadual de Campinas
Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação

CIRCUITOS ELÉTRICOS I - EA513 – 2ª PROVA - 1º Semestre 2007 - Prof. Luís Meloni

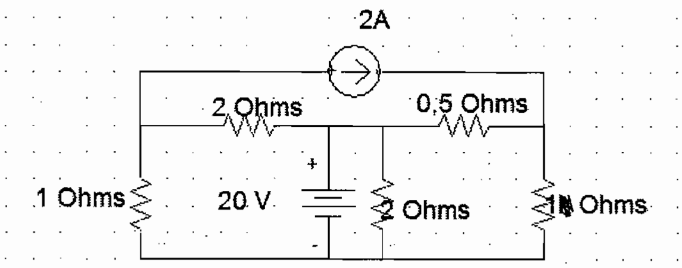
1.) O circuito abaixo está em repouso para $t<0$. A chave fecha em $t=0$s.
a) Calcule a tensão no capacitor $v(t)$ para $t>=0$.
b) Qual é o comportamento da resposta quanto ao amortecimento?
c) Qual o valor da constante de amortecimento e da freqüência de ressonância?





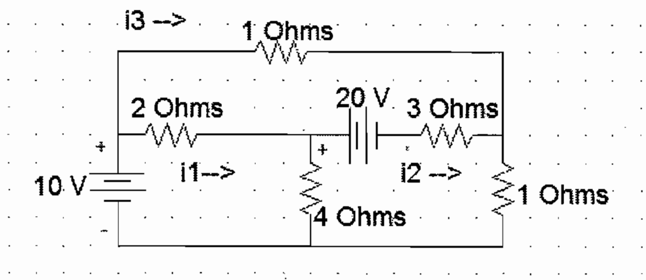
(4,0 pontos)

2) Escreva as equações de nós modificadas do circuito abaixo. Em seguida, obtenha a corrente que atravessa a fonte de tensão e a corrente que atravessa o resistor de 0,5 Ohm. Empregue métodos sistemáticos.



(3,0 pontos)

3) Escreva as equações de malhas para o circuito representado abaixo. Obtenha a partir da solução dessas equações a corrente i_2. Empregue métodos sistemáticos.



(3,0 pontos)

8,0

Ricardo Diogo Righetto RA: 064144 17/5/2007

EA513 - Circuitos Elétricos
Prova 2

(1) a) $V_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt}$ (1) LTK: $V_e - V_R - V_L = 0$ (2)
LCK: $i_R = i_L + i_C = i_L + C \frac{dV_C}{dt}$ (3)

$i_L = \frac{V_R}{R} - CV_C' = \frac{V_e - V_C}{R} - CV_C'$ (4)

Substituindo (4) em (1):

$V_L = Li_L' = L\frac{d}{dt}\left(\frac{V_e}{R} - \frac{V_C}{R} - C\frac{dV_C}{dt}\right) = -\frac{L}{R}\frac{dV_C}{dt} - LC\frac{d^2V_C}{dt^2}$

Aplicando em (2):

$\cancel{R}\frac{(\cancel{V_e} - V_C)}{\cancel{R}} - \frac{L}{R}V_C' - LCV_C'' = \cancel{V_e} \Rightarrow$

$\Rightarrow LCV_C'' + \frac{L}{R}V_C' + V_C = 0 \Rightarrow V_C'' + \frac{1}{RC}V_C' + \frac{1}{LC}V_C = 0$

Substituindo os valores $R = 25\,\Omega$, $L = 3\,H$ e $C = \frac{1}{300}\,F$:

$V_C'' + \frac{300}{25}V_C' + \frac{300}{3}V_C = 0 \Rightarrow V_C'' + 12V_C' + 100V_C = 0$

$V_C(t) = V_{C_{h}}(t) \Rightarrow$ O polinômio equivalente da equação diferencial é $r^2 + 12r + 100 = 0$

$\Delta = 144 - 400 = -256 \Rightarrow r = -6 \pm 8i$

$\therefore V_C(t) = (c_1 \cos 8t + c_2 \sin 8t)e^{-6t}$ (a solução é homogênea)

Como o circuito estava em repouso, as condições iniciais são: $V_C(0) = 0$ e $i_L(0) = 0$ (sem energia armazenada)

Aplicando $V_C(0) = 0$: $(c_1 \cos 0 + \cancel{c_2 \sin 0})e^{0} \Rightarrow c_1 = 0$

$\therefore V_C(t) = c_2 e^{-6t} \sin 8t$

Aplicando $i_L(0) = 0$ em $i_L = \frac{V_e}{R} - \frac{V_C}{R} - CV_C' \Rightarrow$

$i_L = \frac{50}{25} - \frac{c_2}{25} e^{-6t} \cos 8t + 6 c_2 e^{-6t} \operatorname{sen} 8t - c_2 e^{-6t} \cos 8t$

$i_L(0) = 2 - c_2 = 0 \Rightarrow c_2 = 2$

$t \geq 0{,}3$?

Resp: $V_c(t) = 2e^{-6t} \operatorname{sen} 8t, \quad t \geq 0$ x

b) O polinômio equivalente da equação diferencial do circuito de 2° ordem tem como raízes $r_1 = -6 + 8i$ e $r_2 = -6 - 8i$. Portanto, o circuito é subamortecido.

c) $\alpha = \frac{1}{2RC} = \frac{150}{25} = 6$ (constante de amortecimento)

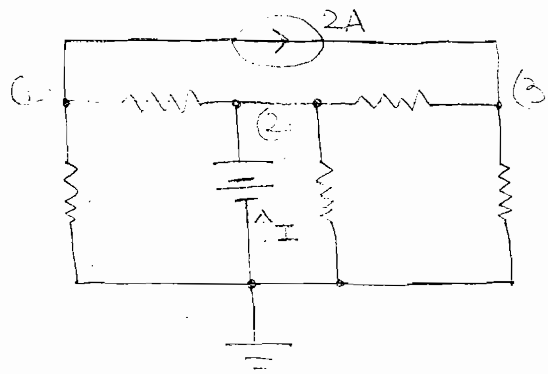
$w_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{3/300}} = \frac{1}{\sqrt{10^{-2}}} = 10$ (Frequência de Ressonância)

$\therefore \zeta = \frac{w_0}{2\alpha} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6} \Rightarrow$ confirmando o subamortecimento

Resp: $\alpha = 6$ e $w_0 = 10$

3,0

② Montarei as equações dos nós do circuito em forma matricial, utilizando o método dos nós modificado:



$$\begin{bmatrix} 1+\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2}+\frac{1}{2}+2 & -2 & -1 \\ 0 & -2 & 1+2 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ -2 \\ -20 \end{bmatrix}$$

(utilizando a convenção de receptor para a fonte)

Resolvendo o sistema pelo método de Cramer:

$$\det\begin{bmatrix} 3/2 & -1/2 & 0 & 0 \\ -1/2 & 3 & -2 & -1 \\ 0 & -2 & 3 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = -\frac{9}{2}$$

$$\det\begin{bmatrix} -2 & -1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & -2 & -1 \\ 2 & 2 & 3 & 0 \\ -20 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = -24$$

$$\det\begin{bmatrix} 3/2 & -2 & 0 & 0 \\ -1/2 & 0 & -2 & -1 \\ 0 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & -20 & 0 & 0 \end{bmatrix} = -90$$

$$\det\begin{bmatrix} 3/2 & -1/2 & -2 & 0 \\ -1/2 & 3 & 0 & -1 \\ 0 & -2 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & -20 & 0 \end{bmatrix} = -63 \qquad \det\begin{bmatrix} 3/2 & -1/2 & 0 & -2 \\ -1/2 & 3 & -2 & 0 \\ 0 & -2 & 3 & 2 \\ 0 & -1 & 0 & -20 \end{bmatrix} = -132$$

$\therefore e_1 = -\cancel{24}^{8} \cdot \left(\frac{-2}{\cancel{9}_3}\right) = \frac{16}{3}$ ✓ $\quad e_2 = -90\left(\frac{-2}{9}\right) = 20V$ ✓; $\quad e_3 = -63\left(\frac{-2}{9}\right) = \frac{126}{9} = 14V$ ✓

(tensão da fonte)

$I = -132\left(\frac{-2}{9}\right) = \frac{264}{9} = \frac{88}{3}\,A$ ✓ faltou a corrente $R = 0{,}5\,\Omega$

Resp: $e_1 = \frac{16}{3}\,V$, $e_2 = 20\,V$; $e_3 = 14\,V$; $I = \frac{88}{3}\,A$.

2,5

(3) Utilizando [illegible] lhes, calculamos a [illegible] correntes conforme [illegible])

$$\begin{bmatrix} 2+4 & -4 & -2 \\ -4 & 4+3+1 & -3 \\ -2 & -3 & 3+2+1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ -20 \\ 20 \end{bmatrix}$$

Resolvendo pela matriz de Cramer:

$$\det \begin{vmatrix} 6 & -4 & -2 \\ -4 & 8 & -3 \\ -2 & -3 & 6 \end{vmatrix} = 58$$

$$\det \begin{vmatrix} 10 & -4 & -2 \\ -20 & 8 & -3 \\ 20 & -3 & 6 \end{vmatrix} = 350$$

$$\det \begin{vmatrix} 6 & 10 & -2 \\ -4 & -20 & -3 \\ -2 & 20 & 6 \end{vmatrix} = 180$$

$$\det \begin{vmatrix} 6 & -4 & 10 \\ -4 & 8 & -20 \\ -2 & -3 & 20 \end{vmatrix} = 400$$

$i_1 = \frac{350}{58} = \frac{175}{29}\,A$; $i_2 = \frac{180}{58} = \frac{90}{29}\,A$; $i_3 = \frac{400}{58} = \frac{200}{29}\,A$.

Resp: $i_1 = \frac{175}{29}\,A$, $i_2 = \frac{90}{29}\,A$, $i_3 = \frac{200}{29}\,A$ ✓

$i_2 = j_2 - j_3$

2,5