

1a	1b	1c	1d	2a	2b	3a	3b	4		Σ

ATENÇÃO: Não é permitido destacar as folhas

1ª Prova de Álgebra Linear Avançada — 13/09/2016, 10:00–12:00 hs

NOME: _____ **Turma:** _____ **RA:** _____

Obs. Denotamos por $\{e_i\}$ a base canônica de um espaço vetorial.

1. (2,5 pt) Responder às seguintes perguntas:

- a) Existem espaços vetoriais não nulos contendo um número finito de elementos? (0,75 pt)
- b) Seja V espaço vetorial de dimensão n . Existem transformações lineares não nulas $f : V \rightarrow V$ tais que $f^n = 0$?

Faça um exemplo. (0,75 pt)

- c) Qual a dimensão do espaço vetorial de matrizes $n \times n$ com traço nulo? (Mostre uma base) (0,5 pt)
- d) Se f é isomorfismo de espaços vetoriais, sua inversa é isomorfismo? (0,5 pt)

2. (3 pt)

- a) Definir o núcleo e a imagem de uma transformação linear e provar que o núcleo é um espaço vetorial. (1 pt)
- b) Enuncie e demonstre o Teorema “Núcleo-Imagem”. (2 pt)

3. (3,5 pt)

- a) Considere $V = \mathbb{C}^2$ e uma sua base $\mathcal{B} = \{e_1 - e_2, 2e_2\}$. Encontre \mathcal{B}^* a base dual de \mathcal{B} mostrando os valores que ela toma na base canônica de V . (2 pt)
- b) Mostre que o isomorfismo que leva \mathcal{B} em \mathcal{B}^* não é canônico. (1,5 pt)

4. (2 pt) Enuncie e prove o Teorema de extensão de base. (2 pt)

Incluir na prova, por favor, **todas** as “contas” feitas nas resoluções. Respostas não acompanhadas de argumentos que as justifiquem não serão consideradas.

Boa Prova!