EA044A – Planejamento e Análise de Sistemas de Produção
1o. Semestre de 2010 - Prova 2 - Prof. Vinícius A.Armentano

Questão 1

a)

$$\mathbf{B}^{-1}\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 2/3 & 0 & -1/3 \\ -1/3 & 1 & -1/3 \\ -1/3 & 0 & 2/3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 40+\delta \\ 30 \\ 40 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 40/3 + 2\delta/3 \\ 10/3 - \delta/3 \\ 40/3 - \delta/3 \end{bmatrix} \geq \mathbf{0}$$

A base permanece ótima se $-20 \leq \delta \leq 10$, que implica no intervalo $[20, 50]$.

b)

$$\mathbf{c_B}\mathbf{B}^{-1} = \; [50 \quad 0 \quad 40+\delta] \; \begin{bmatrix} 2/3 & 0 & -1/3 \\ -1/3 & 1 & -1/3 \\ -1/3 & 0 & 2/3 \end{bmatrix} = \; [20 - \delta/3 \quad 0 \quad 10 + 2\delta/3] \;\;]$$

O custo reduzido de cada váriavel não básica é dado por

$$\bar{c}_3 = c_3 - \mathbf{c_B}\mathbf{B}^{-1}\mathbf{a}_3 = 0 - \; [20 - \delta/3 \quad 0 \quad 10 + 2\delta/3] \; \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = -20 + \delta/3$$

$$\bar{c}_5 = c_5 - \mathbf{c_B}\mathbf{B}^{-1}\mathbf{a}_5 = 0 - \; [20 - \delta/3 \quad 0 \quad 10 + 2\delta/3] \; \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = -10 - 2\delta/3$$

A base permaneça ótima se $-20 + \delta/3 \leq 0$ e $-10 - 2\delta/3 \leq 0$, que implica em $-15 \leq \delta \leq 60$ e no intervalo do preço de venda de C1 $[25, 100]$.

c)

$$\bar{c}_3 = c_3 - \mathbf{c_B B}^{-1}\mathbf{a}_3 = 50 - \begin{bmatrix} 20 & 0 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,5 \\ 3 \\ 3 \end{bmatrix} = 50 - 40 = 10$$

$$\mathbf{B}^{-1}\mathbf{a}_3 = \begin{bmatrix} 2/3 & 0 & -1/3 \\ -1/3 & 1 & -1/3 \\ -1/3 & 0 & 2/3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,5 \\ 3 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2/3 \\ 11/6 \\ 11/6 \end{bmatrix}$$

z	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3	LD	VB
1	0	0	-10	20	0	10	1200	z
	0	1	$-2/3$	$2/3$	0	$-1/3$	$40/3$	x_2
	0	0	$\boxed{11/6}$	$-1/3$	1	$-1/3$	$10/3$	s_2
	1	0	$11/6$	$-1/3$	0	$2/3$	$40/3$	x_1

z	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3	LD	VB
1	0	0	0	$200/11$	$60/11$	$90/11$	$13400/11$	z
	0	1	0	$-1/3$	$4/11$	$-7/33$	$580/33$	x_2
	0	0	$\boxed{1}$	$-2/11$	$6/11$	$-2/11$	$20/11$	x_3
	1	0	0	0	-1	1	10	x_1

d) Milho = 1; Lúpulo = 0; Malte = 10

e)

$x_1 + s_4 = 13$ e $x_1 = 1/3 s_1 - 2/3 s_3 + 40/3$

z	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	LD	VB
1	0	0	20	0	10	0	1200	z
	0	1	$2/3$	0	$-1/3$	0	$40/3$	x_2
	0	0	$-1/3$	1	$-1/3$	0	$10/3$	s_2
	1	0	$-1/3$	0	$2/3$	0	$40/3$	x_1
	0	0	$1/3$	0	$\boxed{-2/3}$	1	$-1/3$	s_4

z	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	LD	VB
1	0	0	15	0	0	15	1115	z
	0	1	$1/2$	0	0	$-1/2$	$119/9$	x_2
	0	0	$-1/2$	1	0	-1	$29/9$	s_2
	$-2/3$	0	0	0	0	1	13	x_1
	0	0	$-1/2$	0	$\boxed{1}$	$-3/2$	$1/2$	s_3

Questão 2

a)

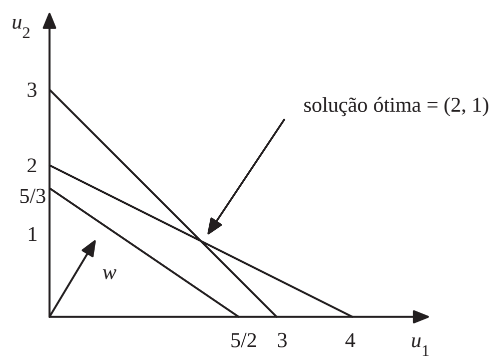
Problema primal

$$\begin{array}{lllll} \max z = & 5x_1 & +3x_2 & +4x_3 & \\ & 2x_1 & +x_2 & +x_3 & \leq 18 \\ & 3x_1 & +x_2 & +2x_3 & \leq 30 \\ & x_1 \geq 0 & x_2 \geq 0 & x_3 \geq 0 & \end{array}$$

Problema dual

$$\begin{array}{llll} \min w = & 18u_1 & +30u_2 & \\ & 2u_1 & +3u_2 & \geq 5 \\ & u_1 & +u_2 & \geq 3 \\ & u_1 & +2u_2 & \geq 4 \\ & u_1 \geq 0 & u_2 \geq 0 & \end{array}$$

b)



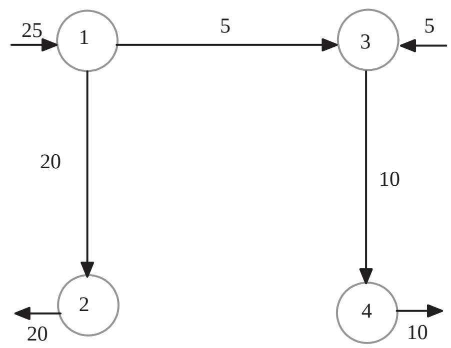
c) Solução do dual: $w = 66,\ u_1 = 2,\ u_2 = 1$. Como a primeira restrição do dual não está ativa, tem-se $x_1 = 0$. Portanto, a solução ótima do primal é dada pela solução do sistema.

$$\begin{array}{lll} x_2 & +x_3 & = 18 \\ x_2 & +2x_3 & = 30 \end{array}$$

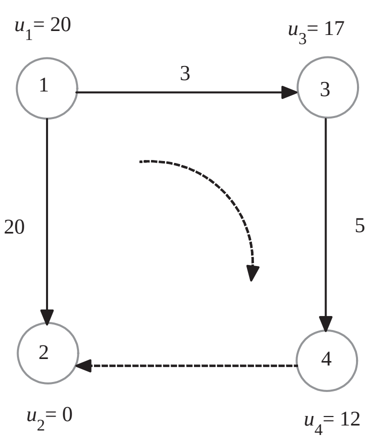
que fornece $x_2 = 6,\ x_3 = 12,\ z = 66$.

Questão 3

Solução inicial



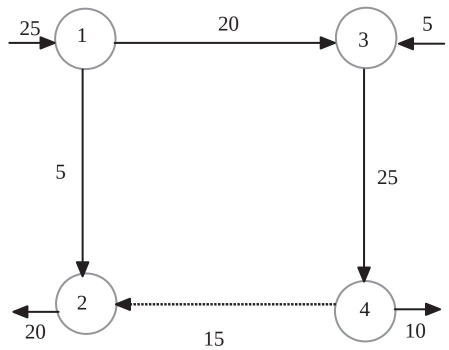
Cálculo das variáveis duais e dos custos reduzidos

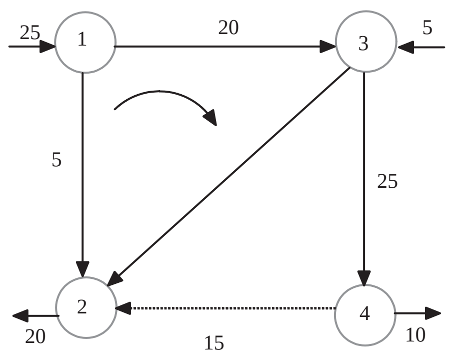


$$\bar{c}_{32} = c_{32} - (u_3 - u_2) = 12 - (5 + 12) = -5$$
$$\bar{c}_{42} = c_{42} - (u_4 - u_2) = 1 - (0 + 12) = -11$$

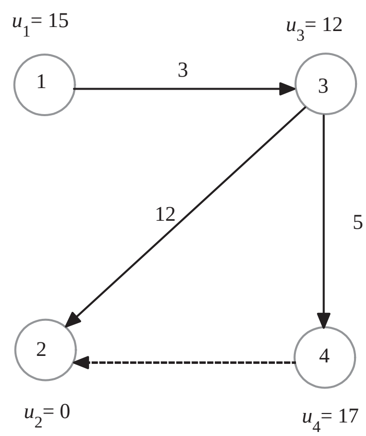
Nova solução

A base permanece igual e o fluxo no arco $(4, 2$ vai para seu limite superior.





Cálculo das variáveis duais e dos custos reduzidos

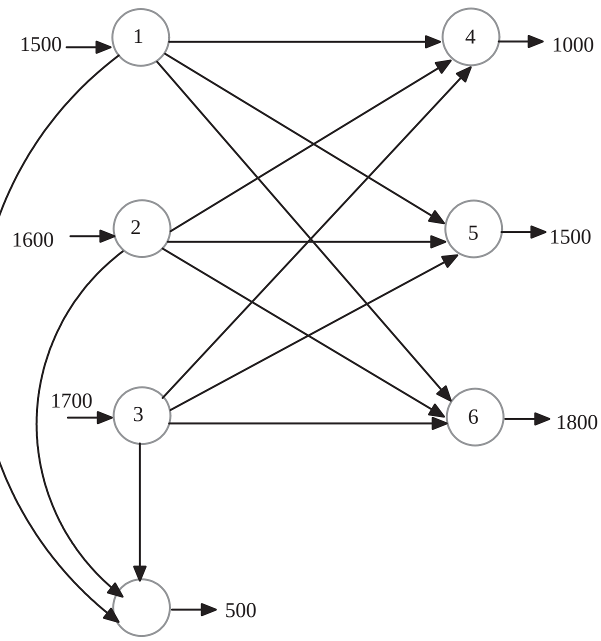


$$\bar{c}_{12} = c_{12} - (u_1 - u_2) = 20 - (15 - 0) = 5$$
$$\bar{c}_{42} = c_{42} - (u_4 - u_2) = 1 - (17 - 0) = -16$$

Solução corrente é ótima.

Questão 4. Admite duas soluções equivalentes

Solução 1



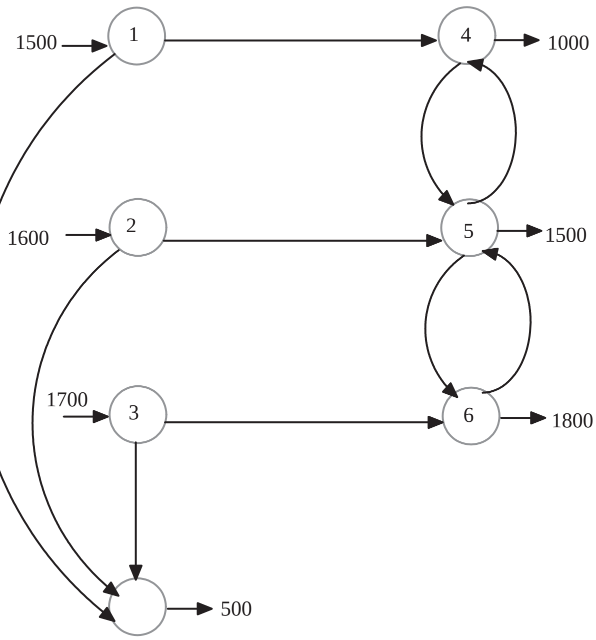
Custo unitário nos arcos

$$c_{14} = 4, \quad c_{15} = 4 + 2 = 6, \quad c_{16} = 4 + 2 + 2 = 8$$

$$c_{24} = 4 + 15 = 19, \quad c_{25} = 4, \quad c_{26} = 4 + 2 = 6$$

$$c_{34} = 4 + 15 + 15 = 34, \quad c_{35} = 4 + 15 = 19, \quad c_{36} = 4$$

Solução 2



Custo unitário nos arcos

$$c_{14} = 4, \quad c_{25} = 4, \quad c_{36} = 4$$
$$c_{45} = 2, \quad c_{54} = 15, \quad c_{56} = 2, \quad c_{65} = 15$$