EA721 A - Princípios de Controle e Servomecanismos
Primeiro Semestre de 2011 - Prova 1 - Prof. Paulo Valente

RA: **Assinatura** (como no RG):
Nome Legível:

Antes de começar a resolver a prova, atente para o seguinte:

- *Resoluções.* Na resolução das questões a seguir é absolutamente imprescindível para fins de correção que todos os resultados e afirmações estejam devidamente justificadas;

- *Esboço do Lugar das Raízes.* O esboço deve incluir os pólos e zeros de malha aberta, as raízes sobre o eixo real e os pontos e direções associadas a $k = 0$ e $k \to \infty$. Determine ou mostre que não existem: assíntotas (ângulos e interseção), pontos de cruzamento com o eixo imaginário, pontos de entrada ou saída no eixo real, ângulos de partida de pólos (ou de chegada em zeros) complexos conjugados.

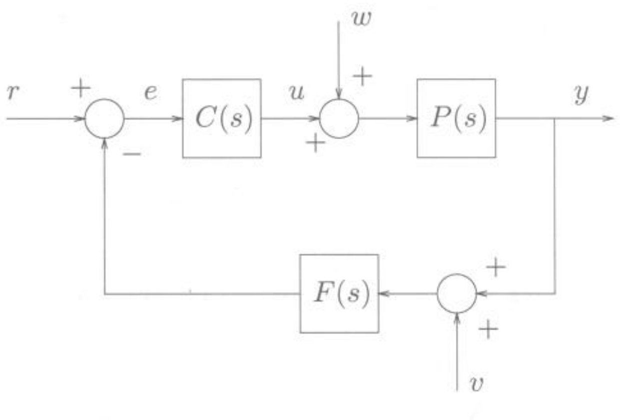

Figura 1. Sistema de controle em malha fechada.

Questão 1. Considere o sistema de controle ilustrado na Figura 1 com controlador $C(s) = k_c$, planta $P(s) = 2/[s(s+1)^2]$ e realimentação unitária ($F(s) = 1$). Determine a faixa de valores de k_c na qual a margem de ganho do sistema compensado é maior ou igual a 10 dB.

Questão 2. Considere o sistema de controle ilustrado na Figura 1 com realimentação unitária ($F(s) = 1$) e ganho de malha

$$G(s) = C(s)P(s) = \frac{-k}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)^2}, \quad k > 0, \tau_1 > 0, \tau_2 > 0.$$

Esboce o Diagrama de Nyquist do sistema, isto é, a curva $\mathcal{C}_G$ no plano $G(s)$ para uma escolha apropriada da curva $\mathcal{C}_s$ no plano s. Em seguida, usando o Critério de Nyquist, determine os valores positivos de k para os quais o sistema de controle é **a)** estável, **b)** marginalmente estável, e **c)** instável.

Questão 3. Considere o sistema de controle ilustrado na Figura 1 com controlador $C(s) = 1$ e realimentação unitária ($F(s) = 1$). O Diagrama de Nyquist do sistema é exibido na Figura 2. Apenas os pontos referentes a frequências de 0 a ∞ estão representados. Assuma que $P(s)$ não possui pólos no semiplano direito do plano s. Um controlador proporcional $C(s) = k_c$ é associado em série com $P(s)$. Determine os valores positivos de k_c para as quais o sistema de controle é estável.

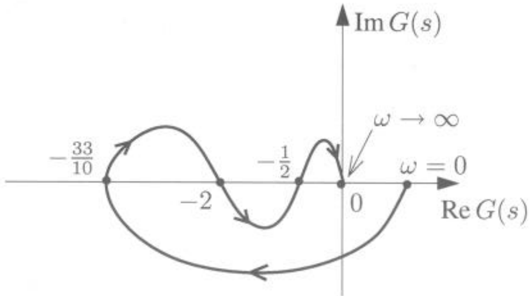

Figura 2. Diagrama de Nyquist - Questão 2.

Questão 4. A função de transferência relativa a um modelo simplificado de um satélite é descrita por $P(s) = k/s^2$, onde $k > 0$ é um ganho conhecido. Considere o sistema de controle da Figura 1 com realimentação unitária ($F(s) = 1$) e as alternativas de controladores

a) $C_1(s) = k_c\alpha(Ts + 1)/(\alpha Ts + 1), \quad k_c > 0, T > 0, 0 < \alpha < 1;$

b) $C_2(s) = k_c\beta(Ts + 1)/(\beta Ts + 1), \quad k_c > 0, T > 0, \beta > 1.$

Construa os LR's relativos a $G_1(s) = C_1(s)P(s)$ e $G_2(s) = C_2(s)P(s)$ em função de k_c e analise a estabilidade dos sistemas de controle em função de $k > 0$, $k_c > 0, T > 0, 0 < \alpha < 1$ e $\beta > 1$.

Questão 5. Considere o sistema de controle da Figura 1 com controlador proporcional-derivativo, $C(s) = k_P + k_D s$, planta $P(s) = 50/[s(2s+1)]$ e realimentação unitária ($F(s) = 1$). A saída do sistema segue qualquer referência constante com erro nulo, dado que $P(s)$ possui um pólo na origem. Deseja-se que o tempo de acomodação da saída ($t_s = 4/(\xi\omega_n)$) seja menor ou igual a 2 s. Por meio do método do Lugar das Raízes, determine (quaisquer) k_P e k_D que atendam essa especificação. *Sugestão*: Pontos do LR relativo a ganhos de malha na forma

$$G(s) = \frac{k(s-z)}{(s-p_1)(s-p_2)}$$

com z, p_1 e p_2 reais tais que $z < p_1$ e $z < p_2$ fazem parte de um círculo centrado em z e raio

$$r = \sqrt{(z-p_1)(z-p_2)}.$$

Princípio do Argumento. $N = Z - P$, onde P e Z são os números de pólos e zeros de uma função racional $F(s)$ envolvidos por uma curva $\mathcal{C}_s$ no plano s; N é o número líquido de envolvimentos da origem do plano $F(s)$ pela curva $\mathcal{C}_F$.

Lugar das Raízes. Considere

$$1 + kG(s) = 1 + k\frac{N(s)}{D(s)} = 1 + k\frac{\prod_{j=1}^{m}(s-z_j)}{\prod_{i=1}^{n}(s-p_i)} = 0, \quad k > 0.$$

Condições de Magnitude e Fase: $|kG(s)| = 1$, $\angle G(s) = 180^o r$, $r = \pm 1, \pm 3, \ldots$.

Regra 1: O LR é simétrico em relação ao eixo real. **Regra 2**: O LR no eixo real compreende todos os pontos à esquerda de um número ímpar de zeros mais pólos reais. **Regra 3**: O LR parte dos pólos de $G(s)$, quando $k = 0$, e chega nos zeros de $G(s)$, quando $k \to \infty$. **Regra 4**: Interseção e ângulos de assíntotas ($n - m \geq 1$):

$$\theta = \frac{180^o r}{n-m},\ r = \pm 1, \pm 3, \ldots, \qquad \sigma_a = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_i - \sum_{j=1}^{m} z_j}{n-m}.$$

Regra 5: Pontos de entrada/saída no eixo real: satisfazem $D'(s)N(s) - D(s)N'(s) = 0$. **Regra 6**: Pontos de cruzamento com o eixo imaginário: determinados pelo Critério de Routh-Hurwitz. **Regra 7**: Ângulos de partida (dos pólos) e chegada (nos zeros):

$$\sum_{j=1}^{m} \phi_{z_j} - \sum_{i=1}^{n} \phi_{p_i} = 180^o r,\ r = \pm 1, \pm 3, \ldots$$

onde ϕ_{z_j} (respectivamente, ϕ_{p_i}) são os ângulos entre os zeros (respectivamente, pólos) de $G(s)$ e o ponto de interesse. **Regras adicionais**:

1. Se $G(s)$ não possui pólos reais positivos, então pólos e zeros distantes da origem têm pouco efeito sobre o LR próximo à origem.
2. Se $G(s)$ é tal que $n - m \geq 2$, então a soma das raízes da equação característica é igual a $\sum_{i=1}^{n} p_i$, qualquer que seja $k \geq 0$.