FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA
E DE COMPUTAÇÃO/ UNICAMP
EA611 - Circuitos II, turma A
Prova nº 2 - 16 de maio de 2007

Nome: Lucas Vaz Porto de Andrade RA 062441

Resultados em forma de expressões (quando couber resultado numérico) não serão considerados.

O nmero de significativos deve ser razoável (não copie todos os significativos da calculadora) e potências de 10, se utilizadas, devem ter expoente divisível por 3 (notação de engenharia).

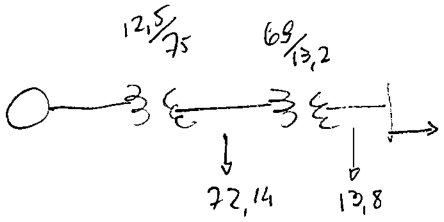
1. Considere um sistema constituído por um gerador, um transformador elevador (1), uma linha de transmissão, um transformador abaixador (2) e uma carga.

São dados:

- Gerador: 50 MVA, 13,8 kV, reatância (de Thévenin) $x = 60\%$
- Transformador 1: 12,5/75 kV, 60 MVA, reatância de dispersão $x = 8\%$
- Transformador 2: 69/13,2 kV, 75 MVA, reatância de dispersão $x = 7\%$
- Linha: impedância série $j60\Omega$

Adotando na carga uma potência base correspondente a 100 MVA trifásica e uma tensão base correspondente a 13,8 kV de linha, preencha a tabela dos valores base nas três seções do circuito.

	$S_{3\phi}$ (MVA)	S_ϕ (MVA)	V_{linha} (KV)	V_{fase} (KV)	Z Ω	I (KA)
Gerador	100	33,3	12,02	6,94	1,45	4,80
Linha	100	33,3	72,14	41,65	52,1	0,80
Carga	100	33,3	13.8	7,97	1,91	4,18



2. Considere um sistema constituído por um gerador, um transformador elevador (1), uma linha de transmissão, um transformador abaixador (2) e uma carga.

São dados:

- Gerador: 50 MVA, 13,8 kV, reatância (de Thévenin) $x = 60\%$
- Transformador 1: 12,5/69 kV, 60 MVA, reatância de dispersão $x = 10\%$
- Transformador 2: 75/13,8 kV, 75 MVA, reatância de dispersão $x = 8\%$
- Linha: impedância série $j40\Omega$

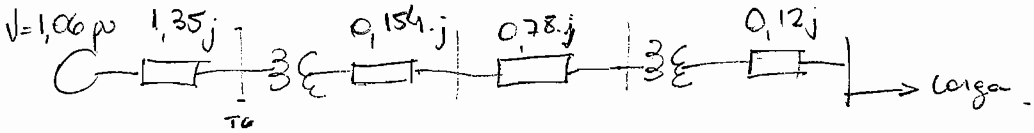
2.1 Represente o diagrama unifilar em pu, adotando os valores base dados na tabela

	$S_{3\phi}$ (MVA)	S_{ϕ} (MVA)	V_{linha} (kV)	V_{fase} (kV)	Z (Ω)	I (kA)
Gerador	100	33,3	13,0	7,51	1,69	4,43
Linha	100	33,3	71,7	41,4	51,4	0,804
Carga	100	33,3	13,2	7,62	1,74	4,37

2.2 A tensão de linha na carga vale 13,2 kV. A carga consome uma potência de 40 MVA trifásica com $\cos\phi = 0,92$ (indutivo).

Obtenha o módulo da tensão (de linha, em kV) nos terminais do gerador.

1.)



$Z_G = 0,6j \cdot \left(\frac{100}{50}\right) \cdot \left(\frac{13,8}{13}\right)^2 = 1,35j$ pu $\quad Z_{T2} = j0,08 \cdot \left(\frac{100}{75}\right) \cdot \left(\frac{13,8}{13,2}\right)^2 = 0,12j$ pu

$Z_{T1} = 0,1j \left(\frac{100}{60}\right) \cdot \left(\frac{12,5}{13,0}\right)^2 = 0,154j$ pu $\quad Z_{Linha} = \frac{j40\,\Omega}{51,4\,\Omega} = 0,78j$ pu

2.)

$S_f = 13,33 \angle 23,07°$ MVA $\rightarrow S_\phi = 0,4 \angle 23,07°$ pu

$V = 1$ pu

$\dot{I}_{carga} = \left(S_\phi / V_{fase}\right)^* = 0,4 \angle -23,07°$ pu

$\dot{V}_{TG} = (0,154j + 0,78j + 0,12j) \cdot \dot{I}_{carga} + \dot{1}^{V_{carga}} = (0,422 \angle 66,9°) + 1$

$\dot{V}_{TG} = 1,23 \angle 18,4°$ pu

$V_{TG} = 15,965 \angle 18,41°$ kV

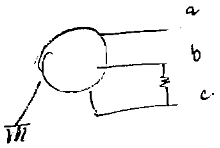
3.1 Uma impedância puramente resistiva R é ligada entre as fases b e c de uma rede trifásica equilibrada com seqüência de fases abc e tensão fase-neutro V. Tomando como referência de fase a tensão $\hat{V}_{an}$, obtenha as correntes $\hat{I}_a$, $\hat{I}_b$ e $\hat{I}_c$. Obtenha as componentes simtricas destas correntes, $\hat{I}_+$, $\hat{I}_-$ e $\hat{I}_0$.

3.2 A rede considerada neste problema é alimentada por um banco trifásico Δ/Y com relação de espiras n_1/n_2. Sabendo que as componentes simtricas das correntes primárias de um banco Δ/Y se relacionam com as componentes simétricas das correntes secundárias por

$$\begin{bmatrix} \hat{I}_{\Delta+} \\ \hat{I}_{\Delta-} \\ \hat{I}_{\Delta 0} \end{bmatrix} = \frac{\sqrt{3}n_2}{n_1} \begin{bmatrix} j & 0 & 0 \\ 0 & -j & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{I}_{Y+} \\ \hat{I}_{Y-} \\ \hat{I}_{Y0} \end{bmatrix}$$

obtenha as componentes simétricas das correntes no primário do banco. Obtenha ainda as correntes de linha $\hat{I}_A$, $\hat{I}_B$ e $\hat{I}_C$.consumidas pelo primário do banco.

1.)



$V_{an} = V\angle 0$

$V_{bn} = V\angle -120^\circ$

$V_{cn} = V\angle 120^\circ$

$\boxed{V_{bc} = \sqrt{3}V\angle -90^\circ}$

$I_{bc} = \frac{V_{bc}}{R}$

$I_a = 0$ (em aberto)

$I_b = \frac{\sqrt{3}V}{R}\angle -90^\circ$

$I_c = \frac{\sqrt{3}V}{R}\angle 90$

correntes são + e − $\frac{V_{bc}}{R}$ $\Rightarrow$

$$\begin{bmatrix} I_+ \\ I_- \\ I_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1\angle 120 & 1\angle 240 \\ 1 & 1\angle 240 & 1\angle 120 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{3}\cdot\frac{V}{R} \begin{bmatrix} 0 \\ -j \\ j \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_+ \\ I_- \\ I_0 \end{bmatrix} = \frac{V}{R} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow I_+ = \frac{V}{R} \; ; \; I_- = -\frac{V}{R} \; ; \; I_0 = 0$$

2.)

$I_{\Delta+} = \sqrt{3}\frac{n_2}{n_1}\cdot\frac{V}{R}\cdot j$

$I_{\Delta-} = \sqrt{3}\frac{n_2}{n_1}\cdot -\frac{V}{R}\cdot -j$

$I_{\Delta+} = I_{\Delta-} = \sqrt{3}\frac{n_2}{n_1}\cdot\frac{V}{R}\, j$

$I_{\Delta 0} = 0$

$$\begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1\angle 240 & 1\angle 120 & 1 \\ 1\angle 120 & 1\angle 240 & 1 \end{bmatrix} \cdot \sqrt{3}\frac{n_2}{n_1}\cdot\frac{V}{R} \begin{bmatrix} 1\angle 90 \\ 1\angle 90 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$I_A = \sqrt{3}\frac{n_2}{n_1}\cdot\frac{V}{R}\cdot 2\angle 90^\circ$

$I_B = I_C = \sqrt{3}\frac{n_2}{n_1}\frac{V}{R}\cdot 1\angle -90^\circ$

4.1 Obtenha a transformada de Laplace da função

$$f(t) = t\cosh(at)\,u(t)$$

4.2 Obtenha a antitransformada da função

$$F(s) = \frac{s+1}{s^2(s+2)^2}$$

1)- $F(s) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{(s+a)^2} + \frac{1}{(s-a)^2}\right)$

Desenv. no verso.

2) $\frac{A}{s} + \frac{B}{s^2} + \frac{C}{s+2} + \frac{D}{(s+2)^2} = \frac{s+1}{s^2(s+2)^2}$

$A\left(s(s+2)^2\right) + B(s+2)^2 + C\left((s+2)\cdot s^2\right) + Ds^2 = s+1$

$A(s^3+4s^2+4s) + B(s^2+4s+4) + C(s^3+2s^2) + Ds^2 = s+1$

$s^3)$ $A + C = 0$ $\quad B = \frac{1}{4}$

$s^2)$ $4A + B + 2C + D = 0$ $\quad A = -C$

$s)$ $4A + 4B = 1$

$1)$ $4B = 1$ $\quad 4A + \frac{1}{4}\cdot 4 = 1 \quad 4A + 1 = 1 \quad A = 0 = C$

$B + D = 0$

$B = -D = \frac{1}{4} \Rightarrow D = -\frac{1}{4}$

$F(s) = \frac{\frac{1}{4}}{s^2} + \frac{-\frac{1}{4}}{(s+2)^2} \Rightarrow \frac{1}{4}u(t) - \frac{1}{4}\cdot e^{-2t}u(t) =$

$\frac{1}{4}\left(1 - e^{-2t}\right)u(t)$ X

62441

$$\mathcal{L}\{t e^{-at}\} = \frac{1}{(s+a)^2}$$

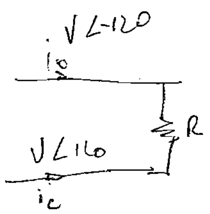
$$t \cdot \left(\frac{e^{at} + e^{-at}}{2}\right) = \frac{t}{2}\left(e^{at} + e^{-at}\right)$$

$$= \frac{1}{2}\left(t e^{-bt} + t e^{-at}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{(s+b)^2} + \frac{1}{(s+a)^2}\right)$$

$b = -a$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{(s-a)^2} + \frac{1}{(s+a)^2}\right)$$

Q3. Resuelto:



$$\hat{I}_R = \frac{\hat{V}_{bn} - \hat{V}_{cn}}{R} = \frac{V\sqrt{3}}{R} \angle -90° = \hat{I}_b$$

$$\hat{I}_b = -\hat{I}_c \quad \therefore \quad \hat{I}_c = \frac{V\sqrt{3}}{R} \angle 90°$$

$I_a = 0$ Aberto

$$\frac{\sqrt{3}V}{3R}\left(1\angle 120-90\right) + \left(1\angle -120+90\right)$$

$$1\angle 30 + 1\angle -30 = 1 \cdot \frac{V}{R}$$