$1^{\underline{o}}$ Exame - Turma especial - MA-327 - 29/03/12

Nome:——————————————**RA:**————

1.(2pts) Decida em quais casos abaixo W é subespaço de $\mathbb{R}^3$. Nos casos afirmativos axiba uma base de W.Justifique suas respostas.

a) $W = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3;\ 2x + y - z = 0\}$

b) $W = W_1 \cup W_2$, onde

$$W_1 = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3;\ x = y = z\} \text{ e } W_2 = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3;\ 2x = y = z\}.$$

2.(3pts) Seja $T : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ o operador linear cuja matriz, A, na base canônica é dada por:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

a) Encontre os auto-valores de T.

b) Para cada auto valor encontre o subespaço dos auto-vetores associados.

c) T é operador diagonálizavel? Em caso de resposta afirmativa encontre uma matriz, 3×3, P tal que $P^{-1}AP$ seja matriz diagonal.

3.(2pts) Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^4$ com o produto interno usual e W o subespaço gerado pelos vetores $v_1 = (1,0,1,0)$, $v_2 = (0,1,0,1)$ e $v_3 = (1,1,0,1)$.

a) Encontre uma base ortogonal de W.

b) Encontre uma base para $W^{\perp}$.
(Lembre que: $W^{\perp} = \{v \in \mathbb{R}^4; < v, w >= 0,\ \forall w \in W\}$)

4.(3pts) Responda falso ou verdadeiro a cada uma das afirmações abaixo. Justifique suas respostas (respostas sem justificativas não serão consideradas)

a) A função $S : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ definida por $S(x,y,z) = (x - y, y^2 - z^2, z + y)$ é função linear.

b) Sejam W e K subespaços de $\mathbb{R}^n$, com dimensão de W igual a $n - 1$ e $W \subseteq K$.
Se $W \neq K$ então $K = \mathbb{R}^n$.

c) Seja $T : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear. Se $u, v \in \mathbb{R}^3$ são vetores não nulos tais que $T(u) = 2u$ e $T(v) = 3v$ então $\{u, v\}$ é um conjto linearmente independente (L.I).

BOA PROVA