1ª Prova de F-228 – Turmas do Diurno

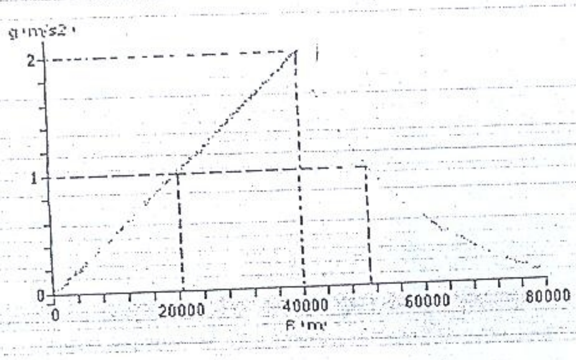
Segundo semestre de 2007 – 17/09/2007

Nome: Sabrina RA:__________ Turma:____

1) O gráfico abaixo representa a aceleração de gravidade (em m/s^2) em função da distância ao centro (R (m)) de um asteróide esférico cujo raio é de 40 km.

1,0 (a) Calcule a velocidade de escape de um corpo neste asteróide?

1,5 (b) Até que distância da superfície irá o corpo se ele deixar a superfície do asteróide com uma velocidade radial de 100 m/s?



a) Do princípio da Conservação de Energia:

$$-GMm/R + \tfrac{1}{2}mv^2 = 0. \quad 0.4$$

Mas GM/R é igual a_gR, onde a_g é a aceleração da gravidade na superfície.

Então:

$$v = \underbrace{\sqrt{2a_g r_0}}_{0.4} = \sqrt{2(2.0m/s^2)(40\times10^3m)} = 4.0\times10^2 m/s. \quad 0.2$$

(b) Do princípio da Conservação de Energia:

$$-\frac{GMm}{R} + \frac{1}{2}mv^2 = -\frac{GMm}{R+h}. \quad 0.5$$

Mas GM é igual a_gR^2, então:

$$-a_gR + \frac{1}{2}v^2 = -\frac{a_gR^2}{(R+h)}. \quad 0.5$$

$$h = \frac{2a_gR^2}{2a_gR - v^2} - R = \frac{2(2.0m/s^2)(40\times10^3)^2}{2(2.0m/s^2)(40\times10^3) - (100m/s)^2} - (40\times10^3m) = \frac{4}{15}\times10^4 m. \quad 0.5$$

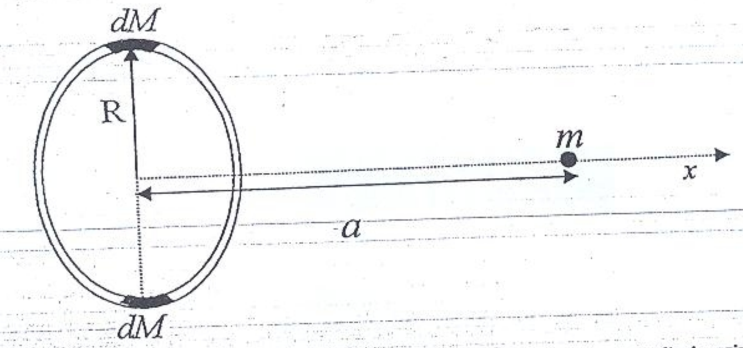
0,2

0,3

$\frac{4}{15}\cdot10^3$ m

2,26·10^3 m · 0,26666

2) A figura abaixo representa um anel delgado de raio R e massa homogênea M e uma massa pontual m que está situada no eixo-x que passa pelo centro do anel a uma distância a do mesmo. Dois elementos infinitesimais de massa dM do anel, diametralmente opostos, são ilustrados na figura.



1,0 a) Calcule o módulo da força resultante gravitacional infinitesimal dF_G que atua sobre a massa pontual m devido à presença das massas infinitesimais dM.

1,0 b) Qual é o módulo a força gravitacional resultante F_G sofrida pela massa pontual m devido, agora, à presença de todo o anel?

0,5 c) Obtenha o módulo da força gravitacional F_G para $a = 0$ e para a >> R.

a) Pela Lei de Newton da Gravitação Universal cada massa dM exercerá uma força:

$$dF_G = \frac{GmdM}{r^2}$$ As componentes x das forças se somam e as demais se cancelam:

Então:

$$dF_G = 2\frac{GmdM}{R^2+a^2}\cos\theta = 2\frac{GmdM}{R^2+a^2}\frac{a}{\sqrt{R^2+a^2}} = 2\frac{GmadM}{(R^2+a^2)^{3/2}}$$ 0,5

(x2). 0,5

b) Como o anel é homogêneo, $dM = \frac{M}{2\pi R}dl$, onde dl é o comprimento de arco da massa dM. Assim: 0,5

$$F_G = \int 2\frac{Gma}{(R^2+a^2)^{3/2}}\frac{M}{2\pi R}dl = \frac{GMma}{(R^2+a^2)^{3/2}}\frac{1}{\pi R}\int_0^{\pi R} dl = \frac{GMma}{(R^2+a^2)^{3/2}}$$ 0,5

c) Pela fórmula acima para a = 0, $F_G = 0$ e para a >> R $F_G = \frac{GMm}{a^2}$

0,30

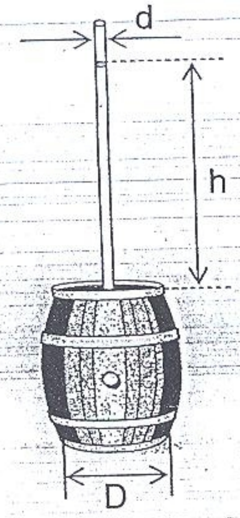
0,2

3) Quando apresentou seu princípio, Pascal fez uma demonstração dramática. Ele inseriu um tubo fino de diâmetro $d = 0{,}6$ **cm** verticalmente num barril fechado como mostra a figura abaixo. A tampa do barril tem um diâmetro $D = 50$ **cm**. Depois de preencher o barril com água, ele continuou preenchendo o tubo com água. Quando a altura da coluna de água no tubo atingiu uma altura $h = 12$ **m**, o barriu explodiu.
E um instante imediatamente anterior a explosão, calcule o que se pede. Se necessário, use $\pi = 3$, a densidade da água $\rho = 1.000$ **kg/m³** e $g = 10$ **m/s²**.

0,5 a) o peso da água no tubo.

1,0 b) a pressão **manométrica** da água logo abaixo da tampa do barril.

1,0 c) a força líquida (módulo, direção e sentido) na tampa do barril.



a) $P = mg = \rho V g = \rho\left(h\pi\left(\frac{d}{2}\right)^2\right)g = 3{,}24\ \mathrm{N}$ 0,5

0,2 0,3 0,2

b) A pressão total da água logo abaixo da tampa do barril é:

$p_T = p_0 + \boxed{\rho g h}$ → 0,5 Logo a pressão manométrica é: ↳ (~~−0,3~~) que usou P_0.

$p_m = \rho g h = 1{,}2 \times 10^5 N$ 0,5

P = F/A

c) A força na tampa do Barril é vertical, direcionada para cima e vale:

$F = p_m\left(\pi\left(\frac{D}{2}\right)^2\right) = 90\ \mathrm{kN}.$ 0,2

0,8 22,5 k.N

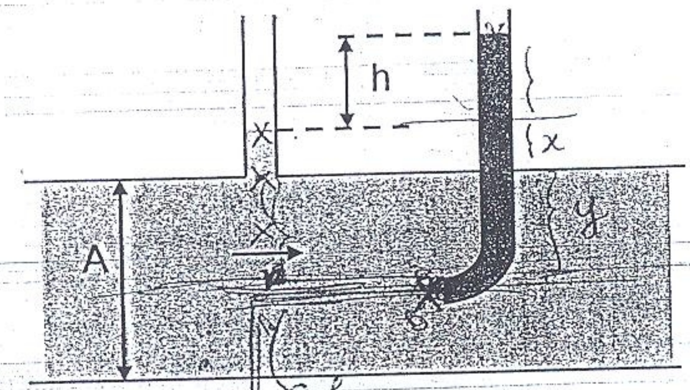
0,2 + 0,2

0,6

4) Quando um tubo retilíneo e outro com um cotovelo são acoplados a uma tubulação onde flui uma correnteza horizontal de água com velocidade *v*, o nível de água começa no interior dos tubos começa a subir até que a pressão externa seja suficiente para estagnar o fluxo de água dentro dos tubos acoplados. Nesta situação, a diferença entre os níveis de água nos dois tubos verticais é $h = 20\ cm$, como ilustrado na figura. Considere um fluido ideal e $g = 10\ m/s^2$.

$P_A + \frac{1}{2}\rho v_A^2 + \rho g h_A =$

$P_B + \frac{1}{2}\rho v_B^2$ B



1,5 a) Calcule a velocidade *v* da correnteza.

1,0 b) Considere que a área da secção transversal, *A*, é reduzida pela metade e a vazão é mantida. Nesta situação, qual é o novo valor de *h*?

a)

$$\frac{p_A}{\rho} + \frac{1}{2}v_A^2 + \phi_A = \frac{p_B}{\rho} + \frac{1}{2}v_B^2 + \phi_B$$

$$v_A = v$$

$$v_B = 0$$

0,5

$$\phi_A = \phi_B$$

0,2

$$\therefore \frac{p_A}{\rho} + \frac{1}{2}v^2 = \frac{p_B}{\rho}$$

$$\frac{1}{2}v^2 = \frac{p_B - p_A}{\rho} = \frac{p_0 + \rho g(y+h) - p_0 - \rho g y}{\rho} = gh$$

0,5

$$v = \sqrt{2gh}$$

Para $h = 20cm$, temos

$$v = \sqrt{2 \times 10 \times 20 \times 10^{-2}} = \boxed{2m/s}$$

0,3

b)

$$R = A'.v' = \frac{A}{2}v'$$

$$\therefore v' = 2v$$

0,5

Então,

$$h' = \frac{v'^2}{2g} = 4\frac{v^2}{2g} = 4 \times h = 4 \times 20 = 80cm$$

0,5