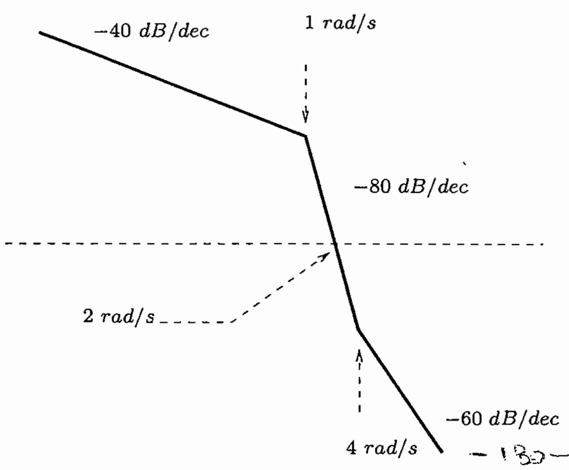
EA-721 : Princípios de Controle e Servomecanismo

TURMA "A"

Segunda Prova - Dia 16 / 05 / 07

1. A figura abaixo mostra o diagrama de Bode de módulo de um sistema a tempo contínuo de fase mínima com todos os pólos reais. Determine:



   a) a sua função de transferência $G(s)$.
   b) o seu diagrama de Bode de fase.
   c) com o critério de Nyquist, o número de raízes da equação $1+\kappa G(s) = 0$ localizadas na região $\mathrm{Re}(s) > 0$, para $\kappa = 2$ e $\kappa = -2$, respectivamente.

   2 1

2. A equação característica de um sistema a tempo contínuo em malha fechada é dada por

$$1 + \kappa \frac{0.2s - 1}{(s+2)(s+4)^2} = 0 \ , \quad \kappa > 0$$

   a) Esboce o lugar das raízes, aplicando todas as regras possíveis.
   b) Determine geometricamente o valor de $\kappa > 0$ de tal forma que o seu tempo de estabilização seja $t_\epsilon = 4$ $[s]$ para $\epsilon = 2\%$. 7,5

3. Considere um sistema em malha fechada com função de transferência $G(s)$, controlador proporcional $C(s) = \kappa > 0$ e realimentação unitária

$$G(s) = \frac{1}{(s+2)(s^2+\lambda s+5)} \ , \ \lambda > 0$$

15/2

$$\frac{-4 \pm \sqrt{16-20}}{2}$$

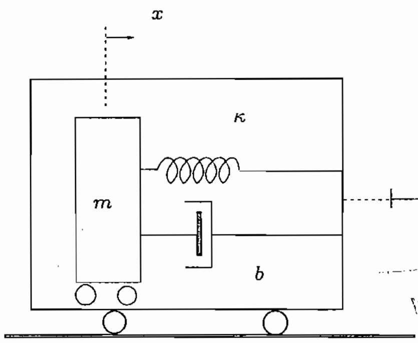
$-2 \pm j$

a) Com o critério de Routh determine a região no plano $\kappa \times \lambda$ de tal forma a assegurar a sua estabilidade.

b) Para $\lambda = 4$ esboce o lugar da raízes aplicando todas as regras possíveis.

c) Para $\lambda = 4$ determine o valor de $\kappa > 0$ de tal forma que os pólos dominantes tenham uma constante de tempo igual a $\tau = 1$ $[s]$. 8

4. Na figura abaixo $y(t)$ representa a posição da caixa externa em relação a um referencial inercial e $x(t)$ representa a posição da caixa interna também em relação a um referencial inercial. Considerando que os movimentos das duas caixas ocorrem em ambientes desprovidos de atrito, determine:



$$\frac{-ms^2}{ms^2+bs+k}$$

a) a função de transferência entre $z(t) = x(t) - y(t)$ e $y(t)$.

b) Em um sistema de unidades coerentes adote $\kappa/m = 49$ e $b/m = 7$. Com o diagrama assintótico de Bode de módulo, determine a amplitude de $z(t)$ em regime permanente para a entrada $y(t) = 2\text{sen}(3t)$.

18/49

NOTAS :

- A prova será realizada de 08:00 horas até 10:00 horas.
- Sem consulta aos apontamentos.
- Não é necessário usar qualquer tipo de calculadora. Adote as aproximações $\ln(0.02) \approx -4$ e $\sqrt{13} \approx 3.6$.
- **Cada item vale 1 (um) ponto.**

$$\frac{-4 \pm \sqrt{16-20}}{2} = -2 \pm j$$

8

5.1,6

Daniel da Costa Picchi RA: 031962

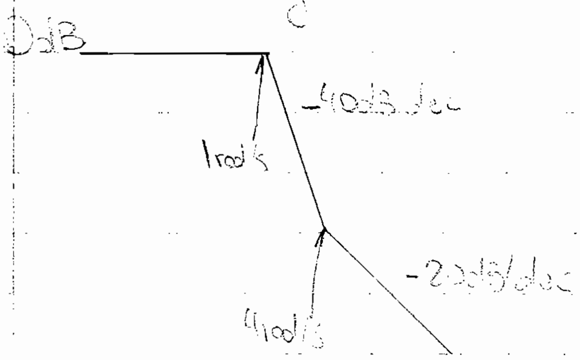
1) 3,0
2) 2,0
3) 1,5
4) 2,0

8,5

1)

a) $G(s) = \underbrace{\frac{\left(\frac{s}{4}+1\right)}{(s+1)^2}}_{G_1(s)} \cdot \underbrace{\frac{k}{s^2}}_{G_2(s)}$

Temos no diagrama de Bode de $G_1(s)$ que o ganho para 1 rad/s é 0dB..



Logo, o ganho de G(s) para 1 rad/s é devido a $G_2(s)$. E este ganho vale 20log(k).

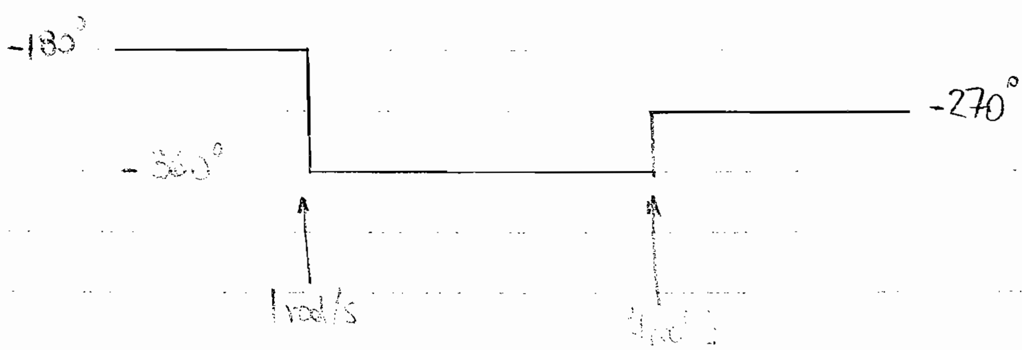
Utilizando o diagrama de Bode podemos encontrar o ganho de G(s) para 1 rad/s.

$$0 - 20\log(k) = -80(\log 2 - \log 1)$$

$$-20\log k = -80\log 2 = -20\log(16) \Rightarrow k = 16$$

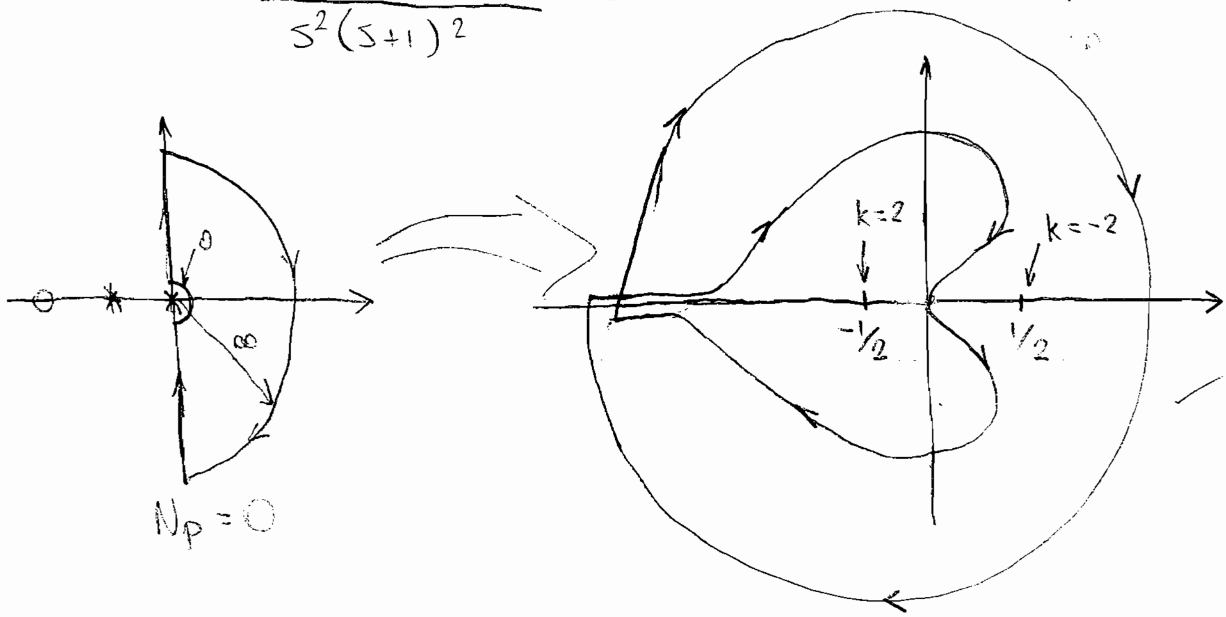
$$\boxed{G(s) = \frac{16\left(\frac{s}{4}+1\right)}{s^2(s+1)^2}}$$

b)



c-)

$$1 + k\,\frac{16\left(\frac{s}{4}+1\right)}{s^2(s+1)^2} = 0$$



$N_p = 0$

Para $k = 2 \Rightarrow \Delta\arg = 4\pi \Rightarrow 2 = N_z - N_p$

$N_z = 2$

Para $k = -2 \Rightarrow \Delta\arg = 2\pi \Rightarrow 1 = N_z - N_p$

$N_z = 1$

(2)

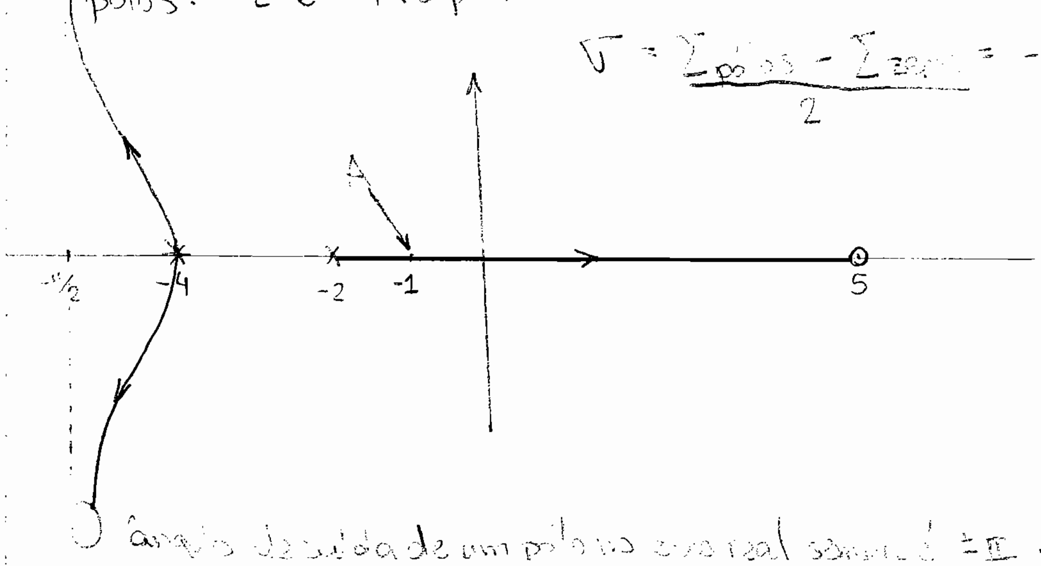
a) $1 + 0{,}2k \dfrac{(s-5)}{(s+2)(s+4)^2}$, $k > 0$

zeros: +5

pólos: -2 e -4 (duplo)

$\theta_k = \dfrac{(2i+1)\pi}{2} = \left[\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{3\pi}{2}\right]$

$\sigma = \dfrac{\sum \text{pólos} - \sum \text{zeros}}{2} = -\dfrac{11}{2}$



ângulo de saída de um polo no eixo real sempre é $\pm\dfrac{\pi}{2}$.

b) $t_s = \dfrac{-\ln \varepsilon}{\zeta\omega_n} \Rightarrow 4 = \dfrac{4}{\zeta\omega_n} \Rightarrow \zeta\omega_n = 1$

Para ter $t_s = 4s$, deseja-se que a parte real do polo dominante (ramo que sai de -2 e vai para 5) seja igual a -1 (ponto A).

$$0{,}2k = \frac{\prod (s - p_k)}{\prod (s - z_k)} = \frac{1 \cdot 3 \cdot 3}{6} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$$

$\boxed{k = 7{,}5}$

Daniel da Costa Picchi RA: 031962

(3) a) $1 + k \dfrac{1}{(s+2)(s^2+\lambda s+5)}$, $\lambda, k > 0$.

$$s^3 + (2+\lambda)s^2 + (5+2\lambda)s + 10 + k = 0$$

s^3	1	$5+2\lambda$
s^2	$2+\lambda$	k
s^1	$2\lambda^2+9\lambda+10-k$	x
s^0	k	

Como o termo da primeira linha e primeira coluna é positivo, para assegurar a estabilidade queremos que não haja troca de sinal, logo:

$$2+\lambda > 0$$
$$2\lambda^2+9\lambda+10-k > 0$$
$$k > 0$$

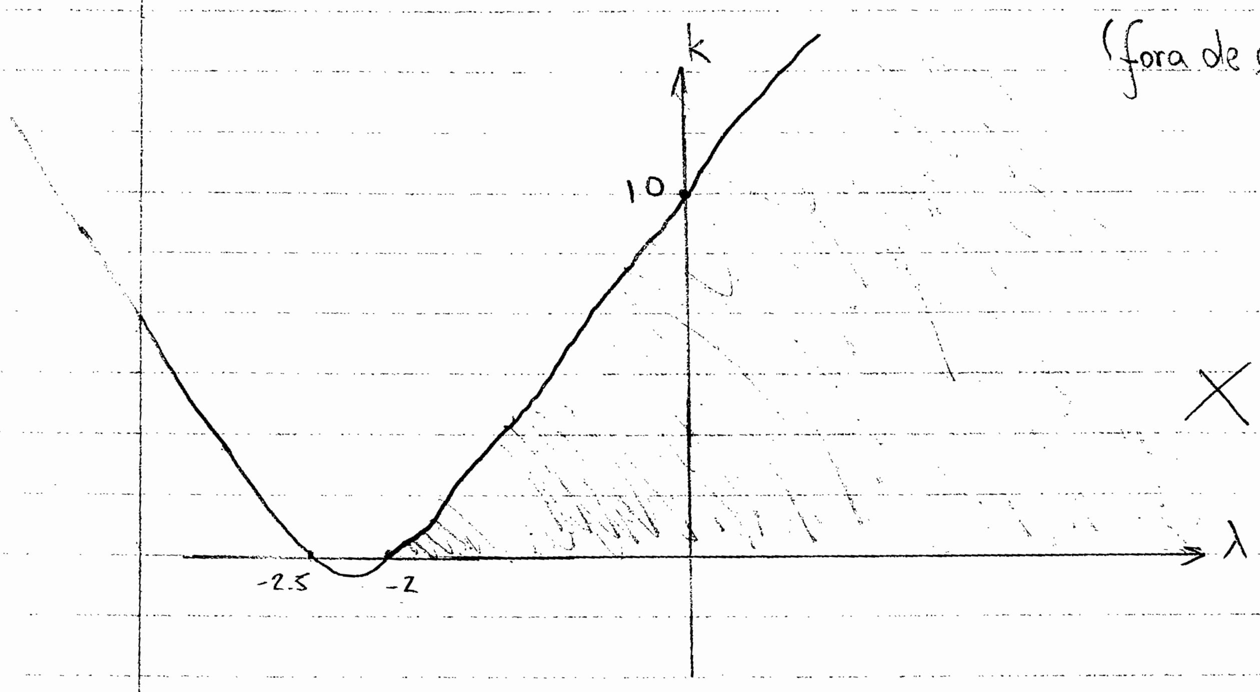
X

$\therefore \lambda > -2$

$\therefore k > 0$

$\therefore k < 2\lambda^2+9\lambda+10$ (raízes: -2 e $-2,5$)

(fora de escala)



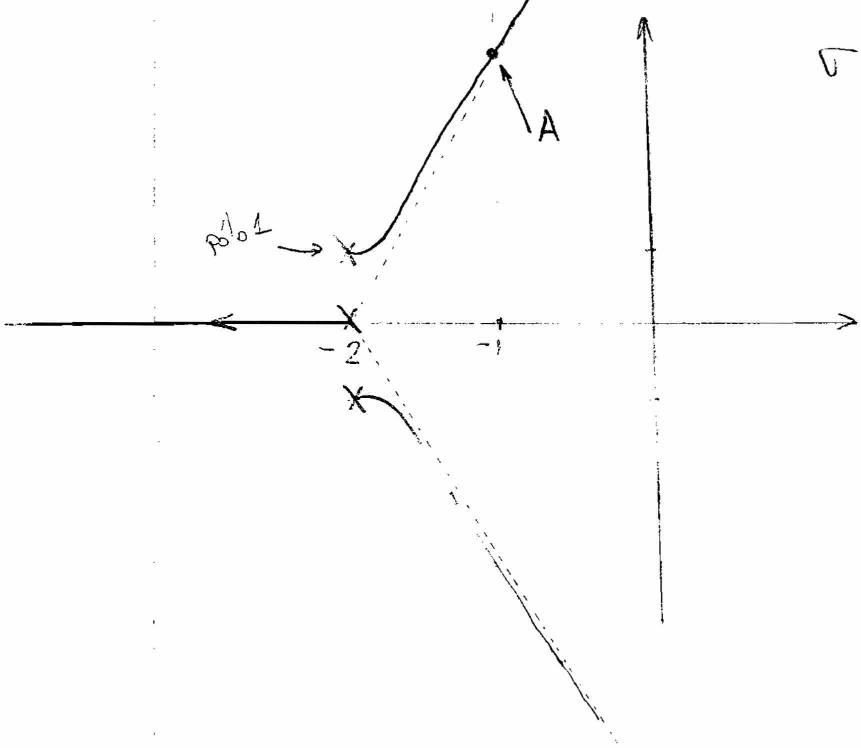
X

b) $1 + k \dfrac{1}{(s+2)(s^2+4s+5)} = 0$

pólos: -2 , $-2+j$, $-2-j$

$\theta_k = \dfrac{(2k-1)\pi}{3} = \left[\dfrac{\pi}{3}, \pi, \dfrac{5\pi}{3}\right]$

$\sigma = \dfrac{\sum \text{pólos} - \sum \text{zeros}}{3} = -2$



Ângulo de saída do pólo 1:

$0^\circ - 90^\circ - 90^\circ - \psi_1 = 180^\circ$

$\psi_1 = -360^\circ$

cruzamento c/ eixo imaginário?

c) Para que $\tau = 1s$, as partes reais dos pólos dominantes devem ser iguais a -1.

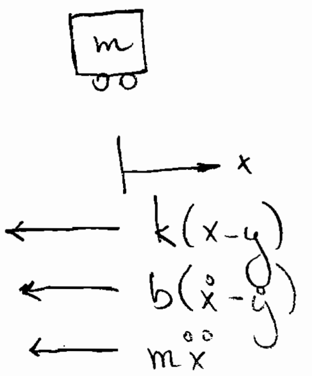
Aplicando o critério de módulo no ponto A, tem-se:

$k = 1{,}6 \cdot 2 \cdot 2{,}5 = 8$

$k = 8$

(4)

a)



$$m\ddot{x} + b(\dot{x}-\dot{y}) + k(x-y) = 0$$

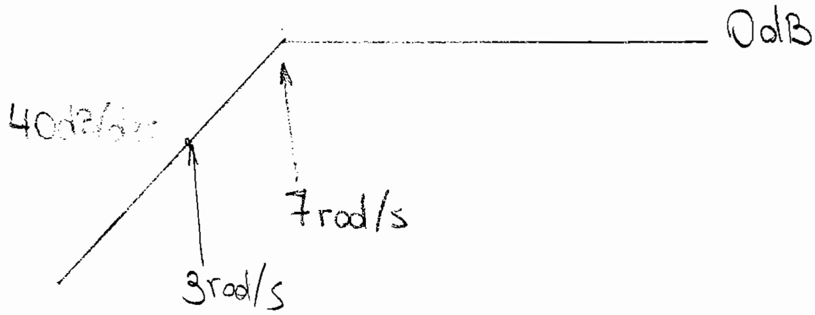
$$mX(s)s^2 + bX(s)s - bY(s)s + kX(s) - kY(s) = 0$$

$$mX(s)s^2 - mY(s)s^2 + mY(s)s^2 + bs\left(X(s)-Y(s)\right) + k\left(X(s)-Y(s)\right) = 0$$

$$mY(s)s^2 + (ms^2+bs+k)\left(X(s)-Y(s)\right) = 0$$

$$\frac{X(s)-Y(s)}{Y(s)} = \frac{-ms^2}{ms^2+bs+k} = \frac{-s^2}{s^2+\frac{b}{m}s+\frac{k}{m}}$$

b) $$\frac{Z(s)}{Y(s)} = \frac{-s^2}{s^2+7s+49}$$



$$0 - 20\log(|H(j3)|) = 40(\log 7 - \log 3)$$

$$-20\log(|H(j3)|) = 40\log(7/3) = 20\log(49/9) = -20\log(9/49)$$

$|H(j3)| = 9/49$ Amplitude $= 2|H(j3)| = \frac{18}{49}$