

# PRIMEIRA PROVA DE MA 211-Z

## 1º SEMESTRE DE 2008

NOME: \_\_\_\_\_ RA: \_\_\_\_\_

Leia com atenção os enunciados das questões e resolva - as completamente justificando suas afirmações.

1ª QUESTÃO: (2,0 pontos) Determine cada limite, se existir, ou mostre que ele não existe:

i.)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{2x^2y}{x^4 + y^2}$

ii.)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{6x^4y}{x^4 + y^4}$

2ª QUESTÃO: a.) (1.5 pontos) Se  $f$  e  $g$  são funções de uma variável, duas vezes diferenciáveis, mostre que a função

$$u(x, t) = f(x + at) + g(x - at)$$

satisfaz a equação (do calor)

$$u_{tt} = a^2 u_{xx}$$

b.) (1.5 pontos) O elipsóide  $4x^2 + 2y^2 + z^2 = 16$  intersepta o plano  $y = 2$  em uma elipse. Determine as equações paramétricas da reta tangente à elipse no ponto  $(1, 2, 2)$ .

3ª QUESTÃO: a.) (1.5 pontos) Seja  $f$  uma função de duas variáveis que tem derivadas parciais contínuas e considere os pontos  $A(1, 3)$ ,  $B(3, 3)$ ,  $C(1, 7)$  e  $D(6, 15)$ . Sabendo que a derivada direcional da  $f$ , em  $(1, 3)$ , na direção de  $\vec{AB}$  é 3 e que a derivada direcional da  $f$ , em  $(1, 3)$ , na direção de  $\vec{AC}$  é 26, determine a derivada direcional da  $f$ , em  $(1, 3)$ , na direção do vetor  $\vec{AD}$ .

b.) (1,5 pontos) Seja  $P(3, 2, 6)$ . Determine a aproximação linear da função  $f(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$  em  $P$  e use-a para dar o valor aproximado de  $\sqrt{(3,02)^2 + (1,97)^2 + (5,99)^2}$

4ª QUESTÃO: (2,0 pontos) a.) Mostre que o elipsóide  $3x^2 + 2y^2 + z^2 = 9$  e a esfera  $x^2 + y^2 + z^2 - 8x - 6y - 8z + 24 = 0$  se tangenciam no ponto  $(1, 1, 2)$ .

b.) Determine a equação do plano tangente a elas nesse ponto.

c.) Determine a equação da reta normal a elas nesse ponto.

Q4 a) 1,0 pto

b) 0,5 pto

c) 0,5 pto