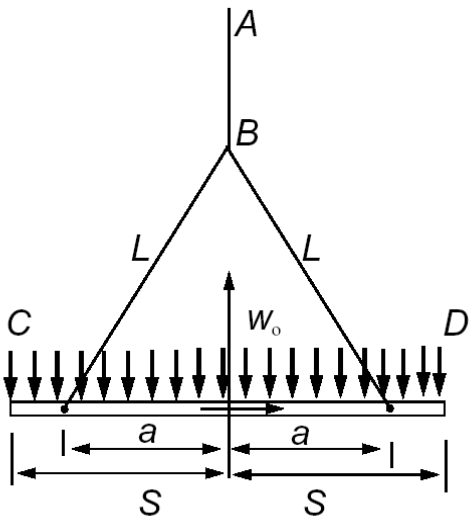
**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS**

**FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA**

EM306 - Estática - 2.º Semestre de 2007 - 28/11/2007
Prof. José Maria C. - PED-A Liliana R. - PED-C  Alberto O.

Nome:_________________________________________R.A.______________

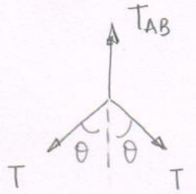



1. **(4.0 pontos)** A viga uniformemente carregada está suspensa por cabos desde o final de um guindaste em A (guindaste não mostrado). Os cabos estão presos a uma distância $a$ da linha central da viga, conforme mostrado na figura. Sabendo-se que: $a = \frac{3}{4}S$ e $L = \frac{3}{2}S$ , determine:

a. A tração no cabo AB em função de $W_0$ e $S$.
b. A tração nos cabos de comprimento $L$.
c. Os diagramas de esforço cortante e momento fletor da viga (método das seções). Qual é o máximo valor de momento fletor e onde ocorre.
d. Onde deveriam ser amarrados os cabos $\left(a/_{S}\right)$ para minimizar a magnitude do momento fletor máximo. Quanto vale este momento fletor.

1.

a. $T_{AB} = ?$



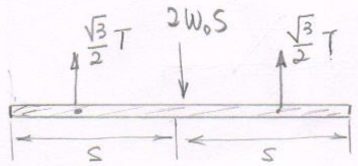

$+\uparrow \Sigma F_y = 0$ : $T_{AB} - 2T\cos\theta = 0$

$$T_{AB} = 2T\cos\theta = 2T\,\frac{\sqrt{L^2 - a^2}}{L}$$

se $a = \frac{3}{4}s$ e $L = \frac{3}{2}s \longrightarrow T_{AB} = 2T\,\frac{\sqrt{3}}{2}$

$T_{AB} = \sqrt{3}\,T$ (*)

b. $T = ?$



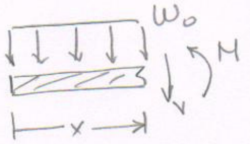

$+\uparrow \Sigma F_y = 0$

$\frac{2\sqrt{3}}{2}T = 2w_0 s \longrightarrow \boxed{T = \frac{2}{\sqrt{3}} w_0 s}$

substituindo em (*) $\longrightarrow \boxed{T_{AB} = 2w_0 S}$

c. Diagramas esforço cortante e momento fletor: (Método das seções)

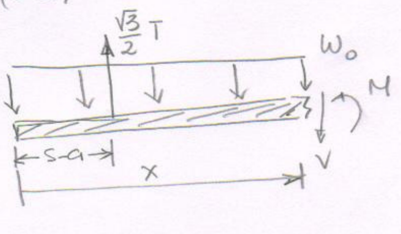
$0 \leq x \leq (s-a)$




$\boxed{V = -w_0 x}$

$\boxed{M = -w_0 \frac{x^2}{2}}$

$(s-a) < x \leq (s+a)$

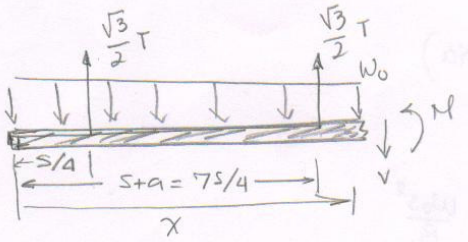



$V = -w_0 x + \frac{\sqrt{3}}{2}T = \boxed{-w_0 x + w_0 s = V}$

$M = -\frac{w_0 x^2}{2} + w_0 s\,(x - s + a)$

$\boxed{M = -\frac{w_0 x^2}{2} + w_0 s x - \frac{w_0 s^2}{4}}$

$s - a = \frac{s}{4}$

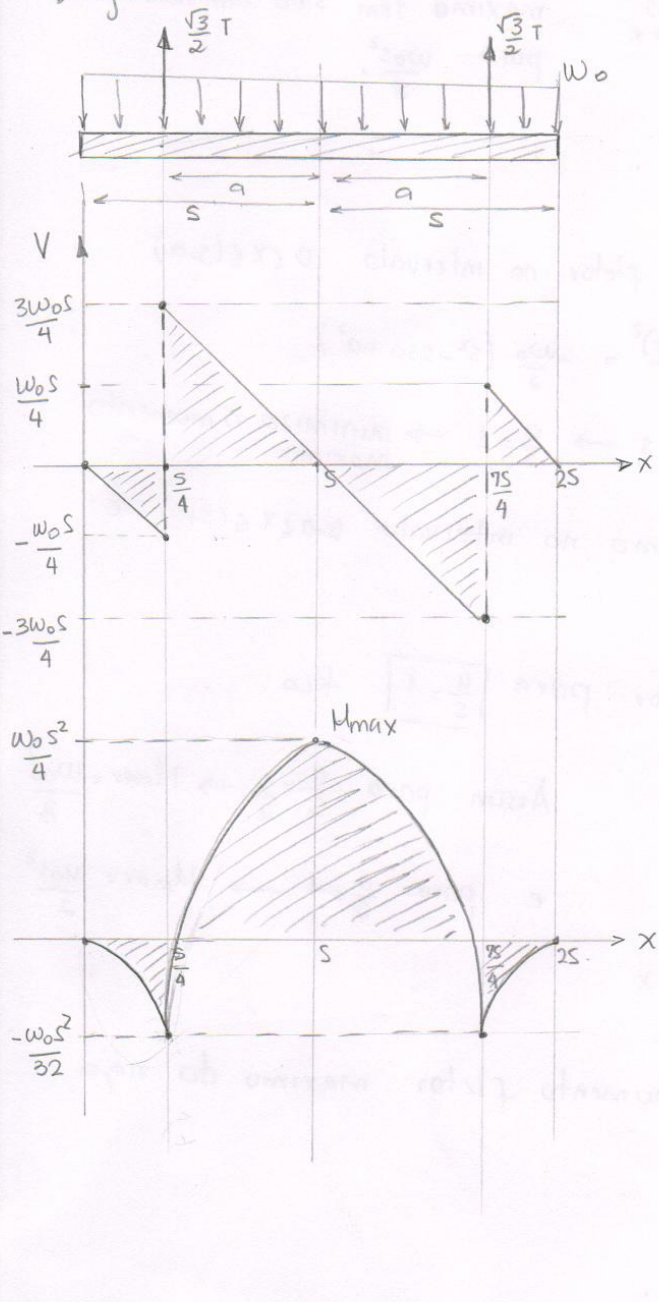



$$\boxed{V = -w_0 x + 2w_0 s}$$

$$M = -\frac{w_0 x^2}{2} + w_0 s\left(x - \frac{s}{4}\right) + w_0 s\left(x - \frac{7}{4}s\right)$$

$$\boxed{M = -\frac{w_0 x^2}{2} + 2w_0 s x - 2w_0 s^2}$$

Diagramas:



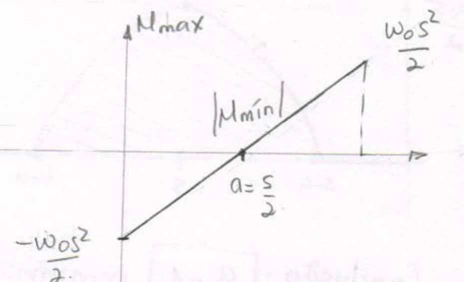

$$\boxed{M_{max} = \frac{w_0 s^2}{4} \rightarrow x = s}$$

d. $\frac{a}{s}$ para minimizar $M_{max}$

para $(s-a) \leq x \leq (s+a)$ a equação do momento máximo ($x = s$) em função de $a$ é dada por:

$$M_{max} = -\frac{w_0 s^2}{2} + w_0 s(s - s + a)$$

$$M_{max} = -\frac{w_0 s^2}{2} + w_0 s a$$



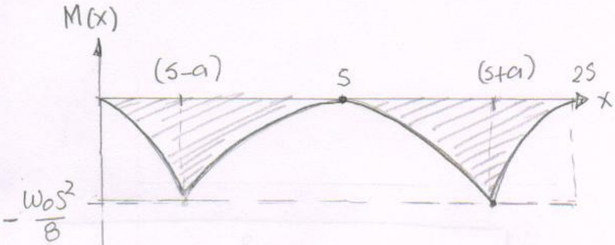

$$M_{mín} \rightarrow a = \frac{s}{2} \rightarrow \boxed{\frac{a}{s} = \frac{1}{2}}$$

para $0 \leq x \leq (s-a)$ e $s+a \leq x \leq 2s$ (simetria)

$M(x) = -\frac{w_0 x^2}{2} \rightarrow$ max em $x = (s-a)$.

para $\frac{a}{s} = \frac{1}{2} \longrightarrow M_{max} = -\frac{w_0}{2}\left(\frac{s}{2}\right)^2 = -\frac{w_0 s^2}{8}$

e o diagrama de momento fletor para $\boxed{\frac{a}{s} = \frac{1}{2}}$ fica:




Nota-se que o momento fletor maximo tem sido diminuido para $\frac{w_0 s^2}{8}$.

Analisando-se a equação de momento fletor no intervalo $0 \leq x \leq (s-a)$

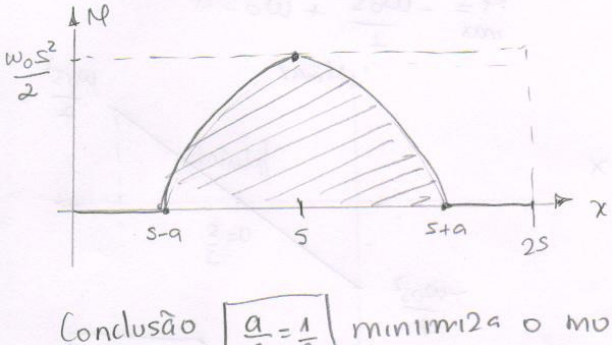
$M(x) = -\frac{w_0 x^2}{2} \rightarrow M_{max} = -\frac{w_0 (s-a)^2}{2} = -\frac{w_0}{2}(s^2 - 2sa + a^2)$

$\frac{\partial M_{max}}{\partial a} = -\frac{w_0}{2}(2a - 2s) = 0 \rightarrow a = s \rightarrow \frac{a}{s} = 1 \rightarrow$ minimiza o momento maximo

para $\frac{a}{s} = 1$ o momento fletor maximo no intervalo $(s-a) \leq x \leq (s+a)$ é:

$M = -\frac{w_0 s^2}{2} + w_0 s^2 = \frac{w_0 s}{2}$

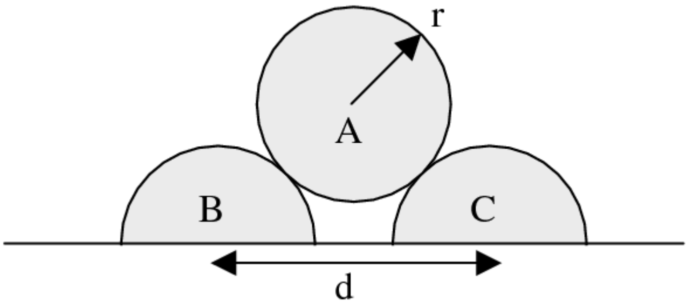
e o diagrama de momento fletor para $\boxed{\frac{a}{s} = 1}$ fica:




Assim para $\frac{a}{s} = \frac{1}{2} \rightarrow M_{max} = \frac{w_0 s^2}{8}$

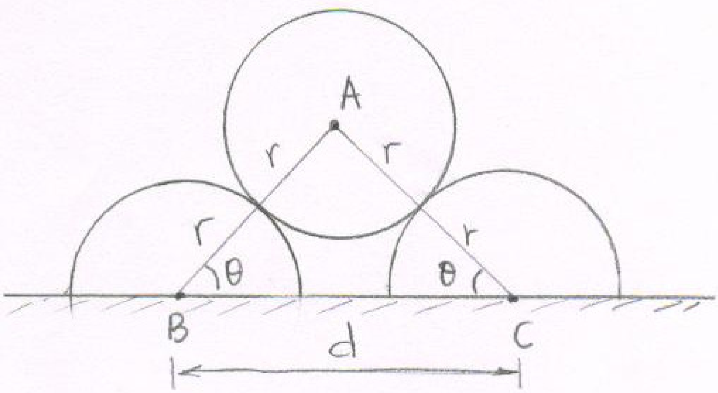
e para $\frac{a}{s} = 1 \longrightarrow M_{max} = \frac{w_0 s^2}{2}$

Conclusão $\boxed{\frac{a}{s} = \frac{1}{2}}$ minimiza o momento fletor maximo da viga

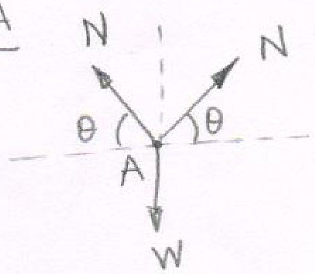



2. **(3.0 pontos)** Um cilindro circular *A* repousa sobre dois meios cilindros *B* e *C*, todos de mesmo raio *r*. O peso de *A* é *W*, *B* e *C* pesam *W/2* cada. Assumindo que o coeficiente de atrito entre a superfície plana dos meios cilindros e a superfície horizontal seja $\mu_s$. Determine a máxima distância *d* entre os centros dos meios cilindros para manter o equilíbrio.

2.




DCL A

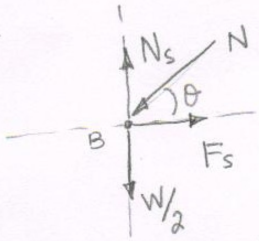



$+\uparrow \Sigma F_y = 0$

$W = 2N \operatorname{sen}\theta$

$N = \dfrac{W}{2\operatorname{sen}\theta}$ (*)

DCL B




$+\uparrow \Sigma F_y = 0 \; : \quad N_s - \frac{W}{2} - N\,\text{sen}\,\theta = 0$

$N_s = \frac{W}{2} + \frac{W}{2} \rightarrow N_s = W$ (**)

$\xrightarrow{+} \Sigma F_x = 0 \; : \quad F_s = N\cos\theta \rightarrow \mu_s N_s = N\cos\theta$

substituindo Ns e N temos : $\mu_s W = \frac{W}{2\,\text{sen}\,\theta} \cdot \cos\theta \rightarrow \frac{2\mu_s \cancel{W}}{\cancel{W}} = \frac{\cos\theta}{\text{sen}\,\theta}$

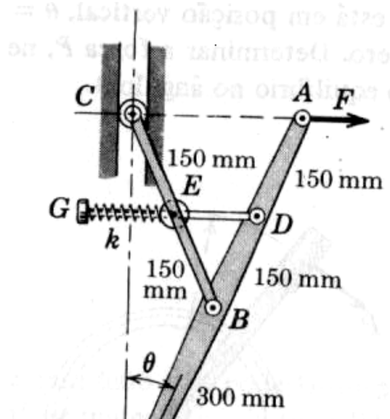
$\text{Tan}\,\theta = \frac{1}{2\mu_s}$ (***)

Triângulo ABC : $\text{Tan}\,\theta = \dfrac{\sqrt{(2r)^2 - (d/2)^2}}{\frac{d}{2}}$

substituindo em (***) $\rightarrow \left(4r^2 - \frac{d^2}{4}\right)^{1/2} = \frac{d}{4\mu_s}$

$4r^2 - \frac{d^2}{4} = \frac{d^2}{16\mu_s^2}$

$d^2\left(\frac{1}{16\mu_s} + \frac{1}{4}\right) = 4r^2 \rightarrow d^2 = \frac{64 r^2 \mu_s^2}{(1+4\mu_s^2)} \rightarrow \boxed{d = \frac{8r\mu_s}{\sqrt{1+4\mu_s^2}}}$



3. **(3.0 pontos)** Para uma força horizontal *F* de *250 N*, determinar o ângulo $\theta$, que equilibre o sistema articulado visto na figura. A haste *DG* passa através do pivô em *E* e comprime a mola que tem uma constante elástica de *45 kN/m* e não é comprimida quando $\theta = 0$. Desprezar os pesos das peças. (Sugestão: Resolver pelo método do trabalho virtual).

3.

$\delta U = 0$ (*) para o equilíbrio

$\delta U = F\delta x_A - K x_E \delta x_E$

$F\delta x_A = F\delta(0{,}6\ \text{sen}\theta) - F(0{,}6\cos\theta)\delta\theta$

$K x_E \delta x_E = K(0{,}15\ \text{sen}\theta)(0{,}15\cos\theta\,\delta\theta) - (0{,}15)^2 K\ \text{sen}\theta\cos\theta\,\delta\theta$

Substituindo em (*)

$F\delta x_A = K x_E \delta x_E$

$0{,}6\,F\cancel{\cos\theta}\,\delta\theta = (0{,}15)^2 K\ \text{sen}\theta\,\cancel{\cos\theta}\,\delta\theta$ $\qquad \delta\theta \neq 0$

$\rightarrow \text{sen}\theta = \dfrac{(0{,}6)F}{(0{,}15)^2 K} = \dfrac{(0{,}6)(250)}{(0{,}15)^2(45000)} = 0{,}1481$

$\boxed{\theta = 8{,}5^\circ}$