Este material pertence ao aluno que ficou responsável p/ entrega da Avaliação

EA721 – 1º semestre de 2006
Lista de Exercícios Preparatórios para a Prova 2 (com gabarito)
Tema: Projeto de Compensadores via Lugar das Raízes e Resposta em Freqüência

Questão 1) *Descreva as etapas principais do procedimento iterativo para projeto de compensadores.*
Resposta: Parágrafo 10, itens de 1 a 4, Notas de Aula, pgs. 119 e 120.

Questão 2) *Descreva as etapas principais do projeto de compensadores via lugar das raízes.*
Resposta: Parágrafo 2, itens de 1 a 8, Notas de Aula, pgs. 122 a 124.

Questão 3) *Por que os conceitos de margem de ganho (GM) e margem de fase (PM) são tão relevantes em controle de processos? Defina freqüência de cruzamento de ganho (ω_{gc}) e freqüência de cruzamento de fase (ω_{pc}).*

Resposta: Devido às incertezas na modelagem, não é suficiente garantir que um sistema seja estável. O modo de quantificar a incerteza na modelagem é através do efeito dela no ganho e na fase do sistema dinâmico. É necessário garantir a existência de uma margem de estabilidade, ou seja, uma tolerância para variação no ganho e na fase. Na prática, sistemas com margem de estabilidade muito pequena são, freqüentemente, instáveis. Um sistema dinâmico pode se tornar instável se o ganho exceder certos limites ou se ocorrer atraso de fase acima de certo limite. Suponha que um sistema é estável para $K < K_{max}$, então a margem de ganho GM é definida na forma:

$$GM = 20\log\left(\frac{K_{max}}{K}\right)\text{dB}$$

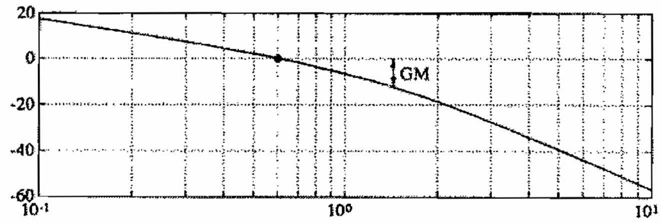
Em alguns casos, o sistema dinâmico é instável em malha aberta e torna-se estável em malha fechada. Sendo assim, a condição de estabilidade fica $K > K_{min}$, e é possível definir uma margem de redução de ganho GRM na forma:

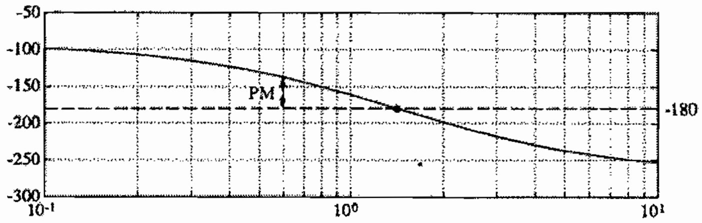
$$GRM = 20\log\left(\frac{K_{min}}{K}\right)\text{dB}$$

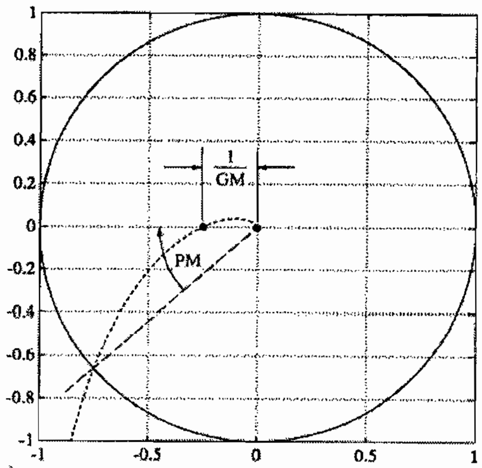
Para estabilidade, GM deve ser positiva e GRM deve ser negativa.
A freqüência de cruzamento de fase (ω_{pc}) é aquela utilizada para se obter a margem de ganho, e corresponde à freqüência em que a fase atinge $-180°$.
A freqüência de cruzamento de ganho (ω_{gc}) é aquela utilizada para se obter a margem de fase, e corresponde à freqüência em que o ganho atinge a unidade.

As duas figuras a seguir indicam como obter a margem de ganho e a margem de fase a partir dos diagramas de Bode e de Nyquist. As figuras ilustram o caso de um sistema estável. Fica claro também que, além de *GM*, *PM* deve ser positiva para se ter estabilidade.

Te Amo
Muito







Questão 4) *Compare os compensadores em série com aqueles no caminho da realimentação.*
Resposta: O compensador em série é colocado em cascata com a planta. Em ambas as configurações para compensadores, em série ou no caminho da realimentação, os pólos de malha fechada são idênticos, embora os zeros sejam distintos. Logo, os erros de estado estacionário são diferentes, mas as propriedades de estabilidade são similares. Como a realimentação reduz o efeito da variação de parâmetros nos elementos que se encontram no caminho direto, então a compensação em série tende a apresentar melhores propriedades de rejeição a distúrbios. A configuração em série também facilita a sintonia das constantes de erro em estado estacionário. São essas as principais motivações que fazem com que a compensação em série seja mais popular.

Questão 5) *Comente sobre outros filtros que são posicionados fora da malha de realimentação.*
Resposta: Visando atenuar faixas de freqüência específicas, filtros Notch são geralmente adotados.

Questão 6) *Quando usar compensação lead e quando usar compensação lag?*
Resposta: A forma mais simples e mais comum de compensação é um filtro com um ganho, um zero e um pólo, produzindo a seguinte função de transferência:

$$G_c(s) = K_c \frac{s+a}{s+b}.$$

Se o zero ocorre mais próximo da origem que o pólo, ou seja, se $0 < a < b$, tem-se um compensador *lead* ou avanço. Se o pólo ocorre mais próximo da origem que o zero, ou seja, se $0 < b < a$, tem-se um compensador *lag* ou atraso. A contribuição máxima de fase, em ambos os casos, vai ocorrer para $\omega = \sqrt{ab}$.

Vale salientar que os procedimentos de projeto de compensadores *lead* e *lag* consideram que a planta pode ser adequadamente descrita por um par de pólos dominantes.

Para saber qual compensador empregar em cada caso, é necessário recorrer às especificações do sistema não-compensado e aos requisitos de desempenho.

Por exemplo, se o único requisito de controle for estabilizar o sistema em malha fechada, então tem-se que:

- se o sistema em malha aberta for estável, qualquer um dos compensadores pode geralmente ser empregado;
- se o sistema em malha aberta for instável, um compensador *lead* deve ser empregado.

Contudo, com requisitos de desempenho mais elaborados, a escolha vai recair sobre apenas um dos dois tipos de compensadores, ou então sobre os dois operando simultaneamente.

Um exemplo muito claro se dá quando uma certa freqüência de cruzamento de ganho (ω_{gc}) é desejada. Neste caso, um exame direto do diagrama de Bode vai determinar o tipo de compensador. Se o valor desejado de ω_{gc} for maior que o da planta, então um compensador *lead* é indicado. Se o valor desejado de ω_{gc} for menor que o da planta, então um compensador *lag* é indicado. Aumentar ω_{gc} implica em reduzir o tempo de acomodação do sistema em malha fechada, embora produza também um aumento na faixa de passagem do sistema. Faixas de passagem maiores reduzem a atenuação de ruídos e podem levar à instabilidade sistemas com atraso de transporte.

Basicamente, o compensador *lead* cuida da resposta transitória, enquanto que o compensador *lag* cuida da resposta em regime. Por sua vez, o compensador *lead-lag* estabelece um compromisso entre ambas. A figura a seguir procura ilustrar este papel de cada compensador em termos da resposta ao degrau unitário e à rampa unitária de uma sistema dinâmico sub-amortecido.

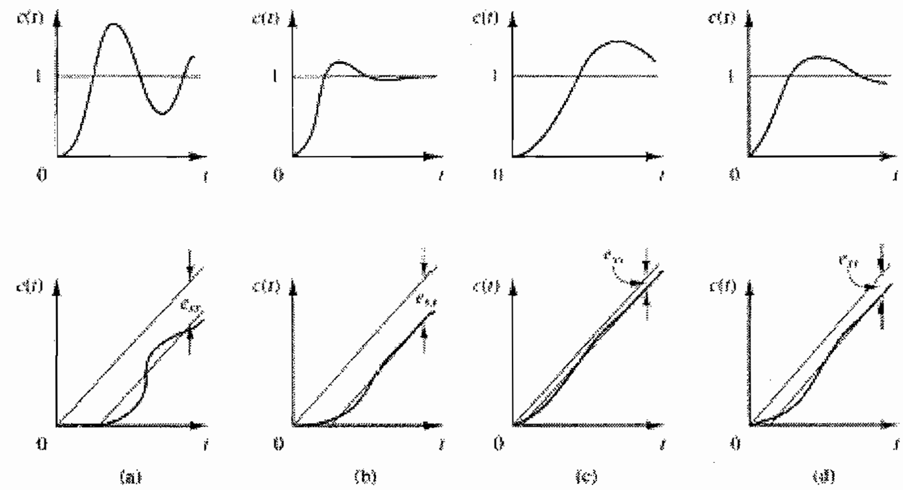


Figure 9–27 Unit-step response curves and unit-ramp response curves. (a) Uncompensated system; (b) lead compensated system; (c) lag compensated system; (d) lag–lead compensated system.

Questão 7) *O que são sistemas fortemente estáveis?*
Resposta: São sistemas que podem ser compensados por compensadores estáveis. Há sistemas que requerem compensadores instáveis para se tornarem estáveis em malha fechada.

Questão 8) *O que fazer quando um sistema não pode ser adequadamente compensado por compensadores dinâmicos tipo lead-lag?*
Resposta: Use realimentação de estados e/ou técnicas de controle ótimo, que vão produzir compensadores mais complexos.

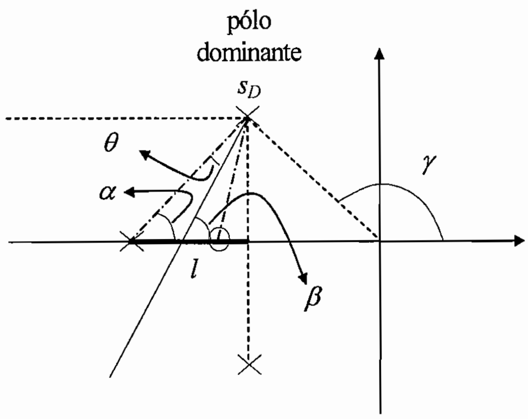
Questão 9) *Sendo o compensador lead projetado na forma:*

$$G_C(s) = K_C \frac{s+a}{s+b}$$

com $0 < a < b$, *o método da abscissa (descrito nas pgs. 126 e 127 das Notas de Aula) minimiza a distância entre o pólo e o zero, ou seja, a distância entre a e b. Por que minimizar a distância entre a e b é interessante?*

Resposta: O ganho estático do compensador é dado por $K_C \frac{a}{b}$. Como $a < b$, fazer com que a distância entre ambos seja mínima permite minimizar o ganho K_c quando se busca atender um determinado ganho de regime. Logo, minimizar a distância entre a e b permite minimizar o ganho do compensador, o que é de grande interesse prático devido às limitações de implementação.

Questão 10) *Existe um equacionamento geral para se obter os parâmetros de um compensador lead pelo método da abscissa?*
Resposta: Sim, e ele será apresentado na seqüência, tomando por base a figura a seguir.



Conhecendo-se o ângulo α, é possível determinar l e, com isso, obter o pólo do compensador *lead*. O mesmo pode ser feito para o zero. As relações trigonométricas envolvidas produzem:

- $\gamma = \tan^{-1}\left(\frac{\mathrm{Im}\{s_D\}}{\mathrm{Re}\{s_D\}}\right)$
- $\alpha = \beta - \theta$
- $\alpha_z = \beta + \theta$
- $\beta = \frac{\gamma}{2}$
- $l = \frac{\mathrm{Im}\{s_D\}}{\tan(\alpha)}$
- $l_z = \frac{\mathrm{Im}\{s_D\}}{\tan(\alpha_z)}$
- $\theta = \frac{-180^\circ - \angle G(s_D)}{2}$
- $\mathrm{Re}\{\text{pólo}\} = \mathrm{Re}\{s_D\} - l$
- $\mathrm{Re}\{\text{zero}\} = \mathrm{Re}\{s_D\} - l_z$