EA721A - Princípios de Controle e Servomecanismos
Segundo Semestre de 2009 - Prova 1 - Prof. Paulo Valente

RA: **Assinatura** (como no RG):
Nome Legível:

Questão 1 [1 pt]. Comente uma vantagem e uma desvantagem dos sistemas de controle em malha fechada em relação aos seus correspondentes sistemas de controle em malha aberta. Não utilize custo de implementação como argumento. Responda a questão em no máximo cinco linhas.

Questão 2 [1 pt]. Classifique os sistemas dinâmicos descritos pelas equações diferenciais abaixo entre **linear** ou **não linear**, e entre **variante no tempo** e **invariante no tempo**. Justifique as classificações adotadas.

a) $\ddot{y}(t) - \epsilon(1 - y(t)^2)\dot{y}(t) + y(t) = 0$, onde ϵ é uma constante positiva. Esta equação é conhecida como *equação de Van der Pol*;

b) $m\ddot{y}(t) + b(t)^2\dot{y}(t) + ky(t) = A\cos\omega_0 t$, onde m, k, A e ω_0 são constantes positivas e $b(t)$ é uma função conhecida, dada.

Questão 3 [1 pt]. Considere o sistema massa (m, em kg), mola (k, em N/m) e atrito (b, em N/m/s) regido pela equação diferencial ordinária

$$m\ddot{y}(t) + b\dot{y}(t) + ky(t)^{2/3} = u(t),$$

onde u é a força (em N) aplicada à massa. Obtenha a função de transferência do sistema linearizado (em termos de variáveis de desvio) no entorno de $y = y_0$ m.

Questão 4 [1 pt]. Determine, se existir, o erro de regime da saída y do sistema de controle em malha fechada da Figura 1.1 em relação a uma entrada de referência do tipo degrau unitário, quando

$$C(s) = 1, \quad P(s) = \frac{1}{s(s-2)}, \quad F(s) = 1 \quad (W(s) = V(s) = 0).$$

Questão 5 [1,5 pt]. Na Figura 1.2 estão representados os diagramas de magnitude assintóticos do controlador $C(s)$ – linha tracejada – e da planta $P(s)$ – linha contínua – de um sistema de controle em malha fechada com realimentação unitária. Os pares indicam a frequência em rad/s e a magnitude da função de transferência em dB associada. As inclinações das assíntotas estão indicadas. As assíntotas coincidem a partir de $\omega = 10$ rad/s. Sabe-se que os pólos $C(s)$ e $P(s)$ possuem, todos, partes reais menores ou iguais a zero. Determine, se existir, o erro de regime da saída do sistema para uma entrada de referência do tipo rampa unitária.

Questão 6 [1,5 pt]. Considere novamente a Figura 1.2. Determine a faixa de passagem do sistema de controle em malha fechada. Assuma que a realimentação é unitária. A Tabela 1.1 descreve como a relação entre faixa de passagem (ω_{FP}) e frequência natural (ω_n) varia em função do coeficiente de amortecimento (ξ) para sistemas de 2a. ordem padrões.

Questão 7 [1,5 pt]. Considere o sistema de controle em malha fechada da Figura 1.1 com as seguintes definições:

$$C(s) = 1, \quad P(s) = \frac{10}{s+\alpha}, \quad F(s) = 1 \quad (W(s) = V(s) = 0).$$

O valor nominal do parâmetro α é 10. Determine a magnitude aproximada da função de sensibilidade do sistema em malha fechada em relação a α em $s = j1$.

Questão 8 [1,5 pt]. Considere o sistema de controle em malha fechada da Figura 1.1 com $C(s)$ e $P(s)$ descritas na Figura 1.2, $F(s) = 1$, $V(s) = 0$ e $W(s) = A/s$, onde A é a amplitude do distúrbio na atuação do sistema. O sistema de controle em malha fechada rejeita o distúbio? Se a resposta for não, determine a contribuição em regime do distúrbio para a saída do sistema.

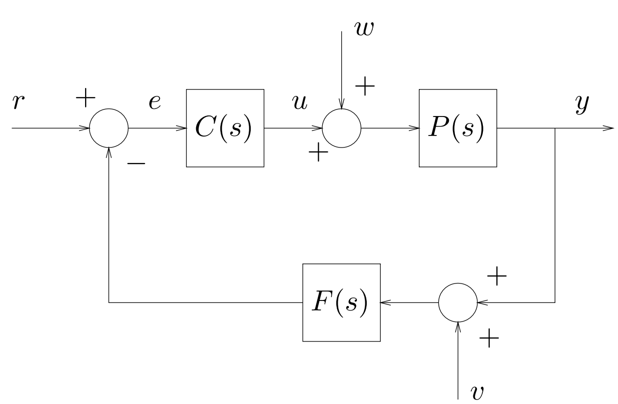


Figura 1.1.

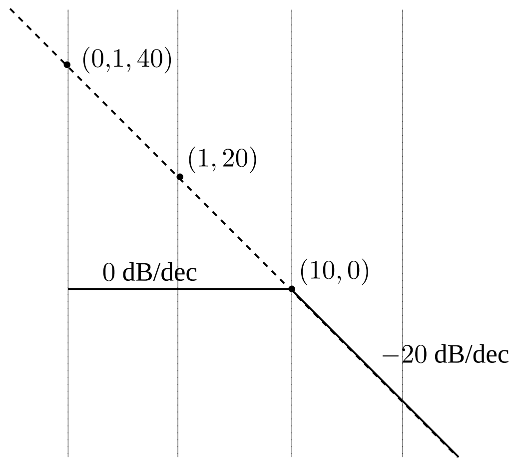
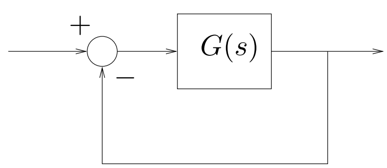


Figura 1.2.

Tabela 1.1: $\omega_{\text{FP}}/\omega_n \times \xi$

ξ	$\omega_{\text{FP}}/\omega_n$	ξ	$\omega_{\text{FP}}/\omega_n$
0,1	1,55	0,6	1,15
0,2	1,51	0,7	1,01
0,3	1,45	0,8	0,87
0,4	1,37	0,9	0,75
0,5	1,27	1,0	0,64

Erros de Regime



N	$1/s$	$1/s^2$	$1/s^3$	Constante
0	$1/(1+k_p)$	∞	∞	$k_p = \lim_{s\to 0} G(s)$
1	0	$1/k_v$	∞	$k_v = \lim_{s\to 0} sG(s)$
2	0	0	$1/k_a$	$k_a = \lim_{s\to 0} s^2G(s)$

Função de Sensibilidade
Sensibilidade de uma função de transferência $G(s)$ a um parâmetro p:

$$S_p^G(s) = \frac{\partial G(s)}{\partial p} \frac{p}{G(s)}.$$

O parâmetro p pode ser outra função de transferência de interesse.

Teorema do Valor Final
Se $y(t) \Leftrightarrow Y(s)$ possui valor final, então

$$y(\infty) = \lim_{t \to \infty} y(t) = \lim_{s \to 0} sY(s).$$

Aproximação de Taylor.
A aproximação de Taylor de primeira ordem de $f(x, y, z)$ no entorno de (x_0, y_0, z_0) é

$$\begin{aligned} f(x, y, z) = f(x_0, y_0, z_0) &+ f_x(x_0, y_0, z_0)(x - x_0) \\ &+ f_y(x_0, y_0, z_0)(y - y_0) + f_z(x_0, y_0, z_0)(z - z_0), \end{aligned}$$

onde f_x, f_y e f_z são as derivadas parciais de f em relação a x, y e z, respectivamente.

Respostas.

1. Vantagem: estabilização de um sistema instável em malha aberta (como o pêndulo invertido). Desvantagem: instabilização de um sistema estável em malha aberta, se não convenientemente projetado e implementado;

2. a) Não linear, invariante no tempo; b) Linear, variante no tempo;

3. $\Delta Y(s)/\Delta U(s) = 1/[ms^2 + bs + (2k/3)y_0^{-1/3}]$;

4. Não existe erro de regime (o sistema em malha fechada é instável);

5. $C(s) = 10/s$, $P(s) = 10/(s + 10)$, $e_r = 0.1$;

6. $\omega_{\mathrm{FP}} = 12{,}7$ rad/s;

7. $|S_\alpha^T(j1)| \approx 0{,}5$;

8. O distúrbio é rejeitado ($y_w(t) \to 0$ quando $t \to \infty$.).