

**INSTITUTO DE FÍSICA GLEB WATAGHIN – UNICAMP**  
**Teste T<sub>4</sub> – F 315 B - 18/11/2008**

RA: \_\_\_\_\_ Nome: GABRILO  
 Use somente os espaços reservados para cada questão!

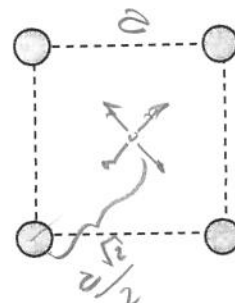
**Questão 1(1.0):** Quatro corpos, cada um de massa  $m$ , estão posicionadas conforme a figura abaixo.

(a) Qual é o campo gravitacional no centro do quadrado?

$\vec{g} = 0$  pois as forças se cancelam.

(b) Qual é o potencial gravitacional no centro do quadrado?

$$V_g = \left( \frac{-Gm}{a/\sqrt{2}} \right) \times 4 = \frac{-8Gm}{a/\sqrt{2}}$$



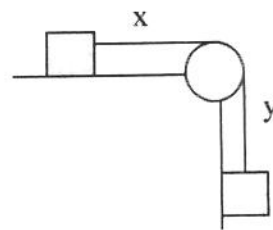
**Questão 2(2.0) :** Escreva o lagrangeano e as equações de movimento no plano em coordenadas polares, considerando um potencial  $U(r, \theta)$ .

$$\begin{aligned} \vec{r} &= r \hat{r} \rightarrow \vec{v} = \dot{r} \hat{r} + r \dot{\theta} \hat{\theta} & v^2 &= \dot{r}^2 + r^2 \dot{\theta}^2 \\ T &= \frac{1}{2} m v^2 & L &= \frac{1}{2} m (\dot{r}^2 + r^2 \dot{\theta}^2) - U(r, \theta) \\ L &= T - U & \left. \begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial r} &= m \dot{\theta}^2 - \frac{\partial U}{\partial r} \\ \frac{\partial L}{\partial \theta} &= -\frac{\partial U}{\partial \theta} \end{aligned} \right\} & \left. \begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \dot{r}} &= m \dot{r} \\ \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} &= m r^2 \dot{\theta} \end{aligned} \right\} & \begin{aligned} m \dot{\theta}^2 - \frac{\partial U}{\partial r} - m \ddot{r} &= 0 \\ -\frac{\partial U}{\partial \theta} - \frac{d}{dt} (m r^2 \dot{\theta}) &= 0 \end{aligned} \end{aligned}$$

**Questão 3:** Considere dois blocos de massa  $m$  ligados por uma corda de comprimento fixo  $l$ , conforme o desenho abaixo. Despreze qualquer atrito e o momento de inércia da polia.

(a) (0.5) Qual é a equação de vínculo?

$$x + y = l$$



(b) (1.0) Escreva o lagrangeano usando as variáveis  $x$  e  $y$ ?

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2} m (\dot{x}^2 + \dot{y}^2) & U &= -mgy \\ L &= \frac{1}{2} m (\dot{x}^2 + \dot{y}^2) + mgy \end{aligned}$$

(c) (1.5) Obtenha a equação de movimento para a variável  $y$  (elimine  $x$  com a equação de vínculo).

$$\dot{x} + \dot{y} = 0 \rightarrow \dot{x} = -\dot{y} \rightarrow L = \frac{1}{2} m 2 \dot{y}^2 + mgy$$

$$\frac{\partial L}{\partial y} = mg$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{y}} = 2m\dot{y}$$

$$\rightarrow \boxed{mg - 2m\ddot{y} = 0}$$