UNDERVISNINGS
MINISTERIET
STYRELSEN FOR
UNDERVISNING OG KVALITET

Vejledende Enkeltopgaver

Matematik hf C-niveau

Marts 2019

Forord til *Vejledende enkeltopgaver, hf C*, forår 2019

Grundlaget for de skriftlige prøver i matematik C er beskrevet gennem henholdsvis læreplan, undervisningsvejledning, de vejledende og de stillede opgavesæt ved de skriftlige prøver. I læreplanen hedder det om den skriftlige prøve:

"*Den skriftlige prøve*
Grundlaget for den skriftlige prøve er et todelt centralt stillet opgavesæt, som udleveres ved prøven. Prøvens varighed er tre timer.
Det skriftlige opgavesæt består af opgaver stillet inden for kernestoffet.
Prøven er todelt. Ved første delprøve må der ikke benyttes andre hjælpemidler end en centralt udmeldt formelsamling. Efter udløbet af første delprøve afleveres besvarelsen heraf.
Opgaverne til anden delprøve udarbejdes ud fra den forudsætning, at eksaminanden råder over et matematisk værktøjsprogram jf. pkt. 3.3."

Af undervisningsvejledningen fremgår *tidsrammen for den skriftlige prøve*:

"Den skriftlige prøve er centralt stillet og består af to delprøver, hvor delprøve 1 varer 1 time og delprøve 2 varer 2 timer. Opgavesættet består i begge delprøver af opgaver stillet inden for kernestoffet."

De faglige mål, kernestof og mindstekrav samt bedømmelseskriterierne ved de afsluttende prøver findes ligeledes beskrevet i læreplanen. Denne udgivelse af vejledende enkeltopgaver kan ikke træde i stedet for læreplan og undervisningsvejledning, men skal alene ses som et supplerende materiale til støtte for undervisningen frem mod de skriftlige prøver. Gennem det skriftlige arbejde skal eleverne opnå fortrolighed med den centralt udmeldte formelsamling, som kan hentes via uvm.dk, hvor den ligger sammen med læreplan og undervisningsvejledning. Eleverne skal have adgang til en *'ren' udgave af formelsamlingen under delprøve 1* ved de skriftlige prøver.

Opgavesamlingen er ligesom de vejledende opgavesæt udarbejdet af opgavekommissionen, og opgaverne viser, hvordan både nye og gamle emner kan komme til udtryk i henhold til 2017-læreplanen. Opgavesamlingen udgør *ikke en udtømmende* beskrivelse af de opgavetyper, der kan og vil blive stillet ved de kommende skriftlige prøver, men repræsenterer eC række forskelligartede måder, hvorpå et emne kan optræde i opgaver ved den skriftlige prøve. Antallet af opgaver inden for et bestemt emne er *ikke udtryk for en vægtning af pågældende emne*. Opgavesamlingen er heller *ikke et udtryk for forholdet mellem lette og svære opgaver* i et prøvesæt, fx er mindstekravsopgaver ikke markeret, og de er ikke repræsenteret i det omfang, der er krav om i et opgavesæt stillet til den skriftlige prøve. De *vejledende eksempler på mindstekravsopgaver* findes på EMU under STX, Matematik, Prøver og eksamen.

I undervisningsvejledningen hedder det i øvrigt om *læreplanen og lærebøger*:
"Læreplanen beskriver fagets indhold, arbejdsformer og redskaber. Undervisningsvejledningen folder læreplanens intentioner ud og operationaliserer sammen med de skriftlige eksamensopgavesæt læreplanens beskrivelse af kernestoffet.
Lærebogen derimod er de aktuelle forfatteres fortolkning af læreplanens formuleringer. Det er derfor helt centralt, at man som lærer orienterer sig i forskellige lærebøger, diskuterer disses forskellige udlægninger af læreplanens indhold med kolleger og på den baggrund skaber et solidt grundlag for implementering af læreplanens krav."

Formulering af eksamensopgaverne

Af undervisningsvejledningens afsnit 4.2 fremgår retningslinjerne for den skriftlige prøve på C-niveau:

"Ved delprøve 1 er eneste tilladte hjælpemiddel den centralt udmeldte formelsamling (ren, dvs. uden tilføjelser) til det aktuelle matematikniveau. Ved delprøve 2 må eksaminanden benytte alle hjælpemidler (bortset fra kommunikation med omverdenen), og opgaverne til denne del af prøven vil i forskelligt omfang kræve, at eksaminanden behersker et matematisk værktøjsprogram, der lever op til beskrivelsen i læreplanens afsnit 3.3.

Eksaminanderne får adgang til begge delprøver ved prøvens start, men må først tage yderligere hjælpemidler frem, når tiden til delprøve 1 er udløbet, og alle eksaminander har afleveret deres besvarelser af delprøve 1.

Der kan i særlige tilfælde i enkelte opgaver forekomme emner og problemstillinger, der ikke direkte er beskrevet i kernestoffet, og i sådanne tilfælde vil grundlaget for besvarelsen klart fremgå af opgaveformuleringen. Det kan fx være tilfældet i forbindelse med opgaver, der omhandler matematisk modellering, hvor der kan optræde funktionsudtryk, som eksaminanderne forventes at kunne håndtere med brug af et matematisk værktøjsprogram med CAS.

…

En del af opgaverne i hver af de to delprøver indeholder tydeligt markerede spørgsmål, der er knyttet til afprøvning af mindstekravene på det aktuelle niveau (jf. afsnit 2.2). De markerede mindstekravsspørgsmål dækker tilsammen ca. 125 % af det pointtal, der i det forelagte opgavesæt kræves for at opnå karakteren 02. Opgaverne involverer forskellige typer af mindstekravskategorier, der tilsammen beskriver det netop acceptable faglige niveau ved den aktuelle prøve i det forelagte opgavesæt.

Brug af formuleringer som 'løs ligningen', 'bestem nulpunkter' eller 'bestem skæringspunkter mellem to grafer' er ikke udtryk for, at der ønskes en bestemt fremgangsmåde. Hvis der er krav om en bestemt løsningsmetode, så vil det fremgå af opgaveformuleringen. I delprøve 1 begrænses svarmulighederne naturligt af, at elevernes eneste hjælpemiddel er en formelsamling. I delprøve 2 skelnes der mellem 'beregning' og 'aflæsning'. I delprøve 2 betyder en formulering som 'Bestem ved beregning…' eller 'Beregn…', at et korrekt svar skal baseres på en algebraisk beregning med et formeludtryk i kombination med en CAS-kommando (fx 'solve'), mens formuleringen 'Bestem ved aflæsning…' eller "Aflæs…" betyder, at et korrekt svar skal baseres på en præcis aflæsning med en dertil indbygget kommando på en grafisk eller en geometrisk repræsentation frembragt i et matematisk værktøjsprogram. I alle andre opgaver vil der være frit valg med hensyn til metode. Det er en del af undervisningen, at eleverne opnår indsigt i styrker og svagheder ved forskellige løsningsstrategier med og uden matematiske værktøjsprogrammer, herunder symbolske, numeriske og grafiske metoder til løsning af ligninger og andre matematiske problemer. ... Formålet er, at eleverne bliver i stand til at vurdere hensigtsmæssigheden ved en given løsningsmetode samt at finde andre veje frem, hvis en bestemt løsningsstrategi slår fejl, fx i de tilfælde, hvor eksaminandens matematiske værktøjsprogram giver et uventet svar.

Det forventes, at eksaminanderne kan opstille modeller ved regression, men det forventes ikke, at de kan begrunde én bestemt model frem for andre.

Ordene 'skitse' og 'tegn' bruges forskelligt. Hvilke detaljer der bør medtages i en 'skitse', afhænger af det konkrete spørgsmål, og det er en del af undervisningen, at eleverne lærer at afkode, hvilke oplysninger der er nødvendige at medtage i den aktuelle situation. Når der bliver bedt om en tegning af en graf, et grafisk forløb eller en modeltegning af en geometrisk situation, så forventes eleverne at medtage de karakteristiske egenskaber ved de objekter, der indgår, herunder hensigtsmæssigt grafvindue og størrelsesforhold.

Når der i en opgave omhandlende geometrisk modellering indgår, at en geometrisk figur på passende vis skal indlægges (indtegnes) i et koordinatsystem, så skal de mål, der er oplyst, anvendes med en sådan præcision at koordinatsættene til relevante punkter i modellen kan aflæses og anvendes i de videre beregninger i relation til modellen.

Hvis der i en opgave stilles krav om, at en graf for en funktion skal tegnes i et bestemt udsnit af koordinatsystemet, så vil det ønskede grafvindue være angivet som et interval for hver af de variable eller på mængdeproduktform $[-10;10]\times[-10;10]$.

Et ekstremumspunkt angives som et punkt i det todimensionale koordinatsystem repræsenteret ved begge koordinater. Førstekoordinaten repræsenterer ekstremumsstedet (maksimums- eller minimumssted), mens andenkoordinaten repræsenterer funktionens ekstremum (maksimum eller minimum). …

Der kan forekomme bilag til opgavesættet i form af regneark med data, som eksaminanderne forventes at kunne importere til videre bearbejdning i deres eget matematiske værktøjsprogram. Der anvendes som standard dansk decimalkomma (fx 1,53 og ikke 1.53), og det er en del af undervisningen, at eleverne lærer at importere data i forskellige formater.

I særlige tilfælde, hvor det danske komma vil give anledning til misforståelser, som fx ved angivelse af koordinater, vil der optræde decimalpunktum. Tilsvarende hvis en autentisk kilde el.lign. benytter decimalpunktum, så vil denne notation ikke blive ændret i gengivelsen i opgavesættet.

De vejledende opgavesæt og de stillede prøvesæt illustrerer dels omfang og opbygning af opgavesæt, dels hvorledes den konkrete udformning af forskellige spørgsmål kan være, herunder hvordan 'spor' hentet fra niveauets kernestof indgår i opgaver i anden delprøve ('spor' kan ikke forekomme i første delprøve). De stillede opgavesæt er dog ikke definerende for det pågældende niveau. Alle prøvesæt (inkl. de vejledende) findes på Materialeplatformen."

Bedømmelse af opgavebesvarelsen

I undervisningsvejledningens afsnit 4.3 beskrives, hvad der lægges vægt på i bedømmelsen:

"Vægtningen af hver af de to delprøver i det todelte centralt stillede opgavesæt svarer til forholdet mellem det samlede pointtal, der kan opnås, i hver af de to delprøver. I ekstreme tilfælde, hvor en eksaminand præsterer højt niveau i den ene delprøve og intet eller meget lavt niveau i den anden delprøve, vurderes, hvorvidt eksaminandens præstation på det foreliggende grundlag lever op til de faglige mål, hvor der indgår både færdigheder og kompetencer dels uden og dels med brug af et matematisk værktøjsprogram.

Vægtningen af de enkelte opgaver i hver af de to delprøver fremgår af opgavesættet. Hver opgave indeholder ét eller flere spørgsmål. Et spørgsmål kan indeholde delspørgsmål."

Et samlet opgavesæt indeholder spørgsmål, der samlet set summerer op til 150 point. Fordelingen af de 150 point mellem de to delprøver er 50 point i delprøve 1 og 100 point i delprøve 2. Af de vejledende opgavesæt fremgår det, at spørgsmålene indgår med forskellig vægt. Det enkelte spørgsmål tildeles enten 5 eller 10 point. Spørgsmål hørende til mindstekravene er fordelt mellem de to delprøver med ca. 15-20 point i delprøve 1 og ca. 40-45 point i delprøve 2.

Af undervisningsvejledningens afsnit 4.3 fremgår det endvidere om mindstekravene:

"En fuld besvarelse af ca. 80 % af samtlige mindstekravsopgaver i et opgavesæt resulterer i karakteren 02. Besvarer eksaminanden yderligere andre opgaver i opgavesættet korrekt, tæller disse besvarelser positivt med frem mod en højere karakter. En eksaminand kan også opnå karakteren 02 ved korrekt besvarelse af tilfældigt udvalgte opgaver, der tilsammen indgår med samme vægt som ca. 80 % af mindstekravsopgaverne i opgavesættet."

Af undervisningsvejledningens afsnit 4.3 fremgår det yderligere om helhedsvurdering:

Bedømmelsen af eksaminandens samlede besvarelse af den skriftlige prøve tager udgangspunkt i en overordnet vurdering af besvarelsen som helhed, hvor der lægges særlig vægt på matematisk korrekthed, men også på, om eksaminandens tankegang fremgår klart af besvarelsen.

Der lægges særlig vægt på, om eksaminanden:

- mestrer mindstekravene, dvs. de grundlæggende matematiske færdigheder og kompetencer med og uden matematiske værktøjsprogrammer.
- kan håndtere matematisk symbolsprog og operere med matematiske begreber.
- kan anvende matematisk teori og matematiske metoder til modellering og løsning af forelagte problemer.
- kan redegøre for forelagte matematiske modeller og diskutere deres rækkevidde og inddrage relevante usikkerhedsbetragtninger.
- kan præsentere en løsning af et matematisk problem på en klar og overskuelig måde.
- behersker matematiske værktøjsprogrammer til bearbejdning af forelagte matematiske problemer."

Kravene til helhedsindtrykket ved besvarelse af opgaver i delprøve 1 og delprøve 2 er lidt forskellige, idet fx angivelse af mellemregninger giver god mening i besvarelse af opgaver i delprøve 1, men sjældent i besvarelser af opgaver i delprøve 2 med brug af matematiske værktøjsprogrammer, hvor der i stedet er krav om, at eksaminanden dokumenterer sine matematiske overvejelser i brugen af programmets faciliteter. Til gengæld er der behov for forklaringer og henvisninger til diverse grafer og figurer i besvarelser af opgaver ved begge delprøver.

Ved bedømmelsen af helhedsindtrykket af besvarelse af de enkelte opgaver lægges særlig vægt på følgende fire punkter:

- *Redegørelse og dokumentation for metode*
  Besvarelsen skal indeholde en redegørelse for den anvendte løsningsstrategi med dokumentation i form af et passende antal mellemregninger eller matematiske forklaringer på metoden, når et matematisk værktøjsprogram anvendes.
- *Figurer, grafer og andre illustrationer*
  Besvarelsen skal indeholde hensigtsmæssig brug af figurer, grafer og andre illustrationer, og der skal være tydelige henvisninger til brug af disse i den forklarende tekst.

- *Notation og layout*
  Besvarelsen skal i overensstemmelse med god matematisk skik opstilles med hensigtsmæssig brug af symbolsprog. Hvis der anvendes matematisk notation, der ikke kan henføres til standardviden, skal der redegøres for betydningen.
- *Formidling og forklaring*
  Besvarelsen af rene matematikopgaver skal indeholde en angivelse af givne oplysninger og korte forklaringer knyttet til den anvendte løsningsstrategi beskrevet med brug af almindelig matematisk notation. Besvarelsen af opgaver, der omhandler matematiske modeller, skal indeholde en kort præsentationen af modellens kontekst, herunder betydning af modellens parametre. De enkelte delspørgsmål skal afsluttes med en præcis konklusion præsenteret i et klart sprog i relation til konteksten.

Specielt med henblik på kategorien formidling og forklaring bemærkes, at ordet ”parametre” omfatter både de variable og konstanterne i en model. Formuleringer som ”Indfør passende variable…” betyder, at eleven skal vælge variabelbetegnelser og forklare, hvad hver af de variable beskriver i den aktuelle kontekst. Formuleringer som ”Gør rede for, hvad tallene fortæller om…” hentyder til, at eleverne skal forklare, hvad modellens konstanter betyder i den aktuelle kontekst. I modelleringsopgaver, hvor eleverne fx bliver bedt om at præsentere et punktplot, residualplot eller en graf, er der ikke krav om en konklusion.

I besvarelsesprocessen kan det være hensigtsmæssigt for nogle elever at kopiere opgaveformuleringer fra den digitale version af opgavesættet ind i besvarelsen, som typisk udfærdiges i et matematisk værktøjsprogram. Det anbefales dog, at eleverne uddrager den nødvendige information for besvarelse af opgaven (og derefter eventuelt sletter udklippet), så det sikres, at opgavebesvarelsen fremstår som en helhed, og elevens tankegang fremgår klart.”

Karakterfastsættelsen

Karakteren fastsættes på baggrund af den samlede bedømmelse, som altid en *vurdering af, i hvilket omfang eksaminandens præstation lever op til de relevante faglige mål*, som er angivet i læreplanens afsnit 2.1. Som nævnt oven for vurderes elevens besvarelse med henblik på de nævnte specifikke matematiske kompetencer, og i en karakterfastsættelse inddrages de *kategorier, der er relevante for pågældende prøvesæt*.

Når der *afgives karakterer*, er det vigtigt at kende karakterbekendtgørelsens bestemmelser og beskrivelser af de enkelte karakterer. Karakteren er ét tal og ikke en udtalelse, og karakterskalaen består kun af ganske få tal. Derfor vil den enkelte karakter altid rumme en vis kompleksitet. Som bilag til undervisningsvejledningen findes karakterbeskrivelser, der i skematisk form viser, hvorledes 7-trinsskalaens terminologi kan knyttes sammen med de faglige mål for skriftlig matematik på C-niveau.

Bodil Bruun, fagkonsulent, marts 2019

Vejledende enkeltopgaver hf matematik C marts 2019

Indholdsfortegnelse

Indhold

1. Tal, ligninger og formler

Delprøve 1

1.D1.1

a) Løs ligningen $4x+1=2x+15$.

1.D1.2

a) Undersøg, om $x=4$ er en løsning til ligningen $3x+1=x+9$.

1.D1.3

Nedenstående omskrivninger viser en korrekt løsning af ligningen

$$10x-14=6x-2 \, .$$

a) Forklar linje for linje, hvordan løsningen fremkommer.

	Forklaring
$10x-14=6x-2$	Ligningen opskrives
$4x-14=-2$	
$4x=12$	
$x=3$	

1.D1.4

Nedenfor ses et forsøg på løsning af ligningen $3\cdot(x-2)=2x+4$.

Linje 1: $3\cdot(x-2)=2x+4$
Linje 2: $3x-6=2x+4$
Linje 3: $3x=2x-2$
Linje 4: $x=-2$

Det oplyses, at der er begået en fejl fra linje 2 til linje 3.

a) Forklar, hvilken fejl der er begået.

b) Løs ligningen $3\cdot(x-2)=2x+4$ korrekt.

1.D1.5

En skole har en gymnastiksal, hvor væggene skal males.
Salen er 20 meter lang, 10 meter bred og 4 meter høj.
I salen er der 2 døre med et samlet areal på 5 m².
Det samlede overfladeareal A for salen kan bestemmes med formlen

$$A = 2 \cdot (\text{bredde} + \text{længde}) \cdot \text{højde} - 5 \ .$$

a) Bestem det samlede overfladeareal for salen.

Malingen sælges i spande med 10 liter i hver, og malingen dækker 8 m^2 pr. liter.

b) Hvor mange spande med 10 liter maling skal der bruges til at male salen?

1.D1.6

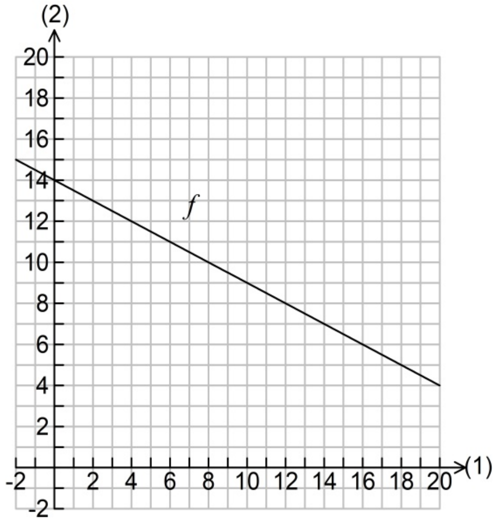
Der er givet formlen

$$\frac{F \cdot H}{3} = M \ .$$

a) Bestem M, hvis $F = 10$ og $H = 6$.

b) Bestem F, hvis $M = 12$ og $H = 4$.

1.D1.7



På figuren ses grafen for den lineære funktion $f(x) = -0{,}5x + 14$.

a) Løs ved aflæsning ligningen $-0{,}5x + 14 = 6$.

Delprøve 2

1.D2.1 Hvilestofskiftet angiver, hvor mange kcal kroppen forbrænder i løbet af et døgn. For en bestemt kvinde kan hvilestofskiftet H (kcal) beregnes ved formlen

$$H = 968 + 9{,}25 \cdot m - 4{,}33 \cdot a\ ,$$

hvor m er kvindens vægt i kg, og a er kvindens alder i år.

Da kvinden var 20 år, vejede hun 60 kg.

a) Bestem hvilestofskiftet, da kvinden var 20 år.

Det oplyses, at kvindens hvilestofskifte var uændret, da hun blev 30 år.

b) Bestem kvindens vægt som 30-årig.

1.D2.2

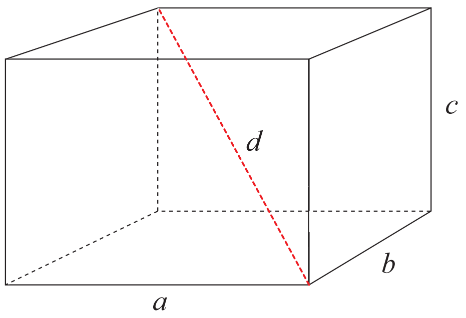
Ved håndbrygning af øl tager man en hydrometermåling inden gæringen.
Efter nogle ugers gæring tager man igen en hydrometermåling.
Ved en bestemt brygning gav den første måling resultatet 1,055.
Resultatet af den anden måling kaldes FG.
Øllets alkoholstyrke (angivet i %) kaldes Vol, og den kan bestemmes af formlen

$$Vol = (1{,}055 - FG) \cdot 131{,}25\ .$$

a) Bestem alkoholstyrken, hvis $FG = 1{,}020$.

b) Hvad skal FG være, hvis der kun ønskes en alkoholstyrke på 3,5 %?

1.D2.3



Figur 1

Figur 2 (*Billedkilde: bygma.dk*)

Længden d af diagonalen i kassen på figur 1 kan beregnes ved hjælp af formlen

$$a^2 + b^2 + c^2 = d^2 .$$

Et haveskur (se figur 2) er 3,25 meter dybt, 3,61 meter langt og 2,30 meter højt.

a) Er der plads til en 5,0 meter lang, tynd stang i skuret?

1.D2.4

Fotoet viser en septiktank med et rundt brønddæksel af beton.
Vægten m i kg af et sådant brønddæksel kan beregnes med følgende formel

$$m = 7226 \cdot r^2 \cdot h ,$$

hvor r er brønddækslets radius i meter, og h er dets højde i meter.

Brønddækslet på fotoet har radius 0,22 m og højde 0,080 m.
Et brønddæksel må ikke veje mere end 30 kg.

a) Undersøg, om brønddækslet på fotoet opfylder denne regel.

1.D2.5

Ligningen $x^2 = \dfrac{1+x}{1+x^2}$ har netop to løsninger.

a) Bestem de to løsninger ved beregning.

1.D2.6

En bank tilbyder 2,25 % i årlig rente på en højrentekonto.
En onkel indsætter 10000 kr. på en sådan højrentekonto som konfirmationsgave til sin nevø.

a) Bestem beløbet på højrentekontoen efter 4 år.

b) Hvor mange år går der i alt, før beløbet overstiger 13000 kr.?

1.D2.7 Kirsten indsætter et beløb på en konto til en fast årlig rente på 1,75 %.
Efter 8 år står der 22977,64 kr. på kontoen.

a) Hvor stort et beløb indsatte Kirsten på kontoen?

1.D2.8 Der indsættes 15000 kr. på en konto med en fast årlig procentvis rente.
Efter 10 år med denne rente står der 18465 kr. på kontoen.

a) Bestem den årlige procentvise rente.

1.D2.9 En person indsætter 50000 kr. på en konto til en fast årlig rente på 4 %.

a) Hvor stort et beløb står der på kontoen efter 12 år?

b) Hvor mange år går der i alt, inden beløbet på kontoen er blevet fordoblet?

1.D2.10 I en bank indsætter Rikke 10000 kr. til en fast årlig rente på 2,5%.

a) Hvor stort et beløb står der på Rikkes konto efter 5 år?

Samme dag som Rikke indsætter Peter 12000 kr. på en konto til en fast årlig rente på 1,3%.

b) Løs ligningen $10000 \cdot 1{,}025^x = 12000 \cdot 1{,}013^x$.

c) Forklar, hvad ligningen og dens løsning fortæller.

1.D2.11 Tabellen viser indekstal for prisen på havregryn. Basisåret er 2000.

Årstal	2000	2009	2013
Indekstal	100	139,1	152,6

En bestemt pakke havregryn kostede 10,95 kr. i 2009.

a) Hvad kostede en tilsvarende pakke havregryn i 2013?

b) Bestem den årlige procentvise stigning i prisen på havregryn fra 2000 til 2013.

Kilde: Statistikbanken.

1.D2.12 Nedenstående tabel viser oplysninger om udviklingen i kiloprisen på lammekød.

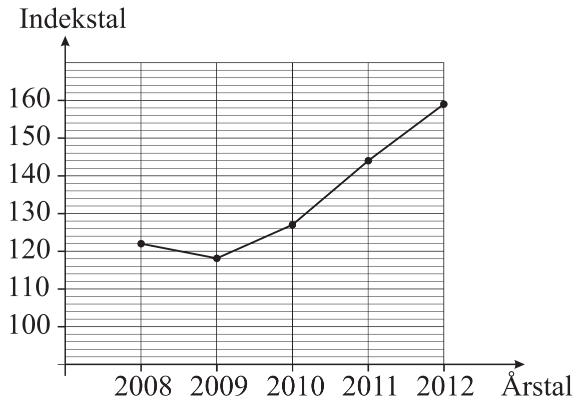
År	2007	2010	2013
kilopris	109 kr.	120 kr.	
Indekstal		122,3	138,1

a) Bestem kiloprisen på lammekød i 2013.

b) Bestem indekstallet for kiloprisen på lammekød i 2007.

Kilde: Statistikbanken.

1.D2.13



Figuren viser udviklingen i indekstallet for prisen på en pakke smør (250 g). Basisåret er 2002. Det oplyses, at prisen på en pakke smør i 2009 var 13,95 kr.

a) Udfyld en tabel som nedenstående.

Årstal	2009	2012
Pris		
Indekstal		

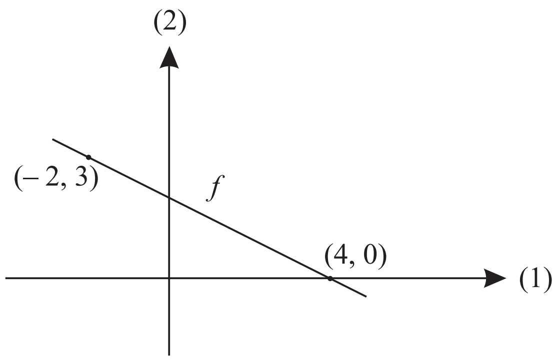
b) Hvor meget kostede en pakke smør i 2012?

Kilde: Landbrug og Fødevarer.

2. Funktioner og vækstmodeller

Delprøve 1

2.D1.1

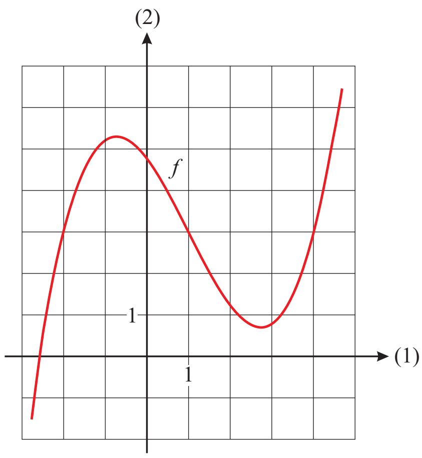


Figuren viser grafen for den lineære funktion $f(x) = a \cdot x + b$.
Grafen for f går gennem punkterne $(-2,3)$ og $(4,0)$.

a) Bestem tallet a.

b) Bestem tallet b.

2.D1.2

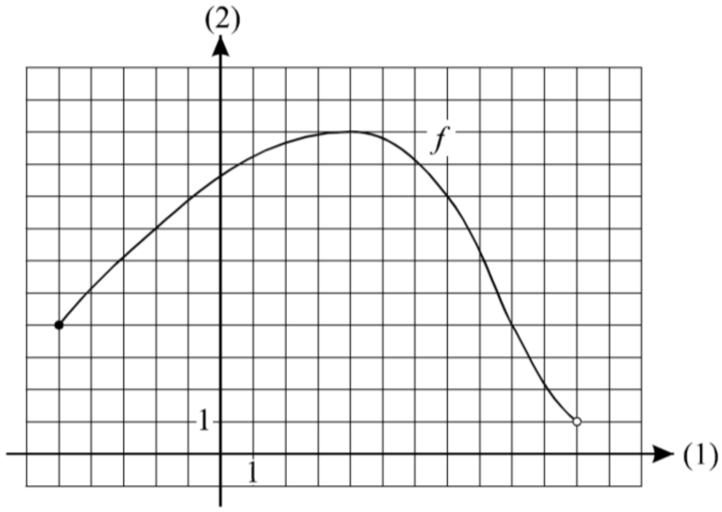


Figuren viser grafen for en funktion f.

a) Bestem $f(1)$ ved hjælp af grafen.

b) Løs ligningen $f(x) = 3$ ved aflæsning.

2.D1.3



Figuren viser grafen for en funktion f .

En anden funktion g har forskriften $g(x) = x + 1$.

a) Tegn grafen for g i samme koordinatsystem som grafen for f.

b) Løs ved aflæsning ligningen $f(x) = g(x)$.

2.D1.4

De variable x og y er proportionale.

x		6	7
y	4	12	

a) Udfyld en tabel som ovenstående og begrund dit svar.

2.D1.5

En funktion er givet ved regneforskriften $f(x) = -2x + 7$.

a) Udfyld tabellen nedenfor, og anvend dette til at tegne grafen for f.

x	-4	-1	0	2	7
$f(x)$					

2.D1.6

Der er givet følgende tabel for en lineær funktion $f(x) = a \cdot x + b$.

x	5	6	10
$f(x)$	17	19	

a) Udfyld den manglende plads i skemaet ovenfor, og begrund dit svar.

2.D1.7

En funktion har forskriften $f(x) = 0,5 \cdot x - 7$.

a) Bestem $f(20)$.

b) Løs ligningen $f(x) = 9$.

2.D1.8

Der er givet funktionen $f(x) = 2x - 7$.

a) Løs ligningen $f(x) = 1$.

b) Undersøg, om punktet $P(100, 193)$ ligger på grafen for f.

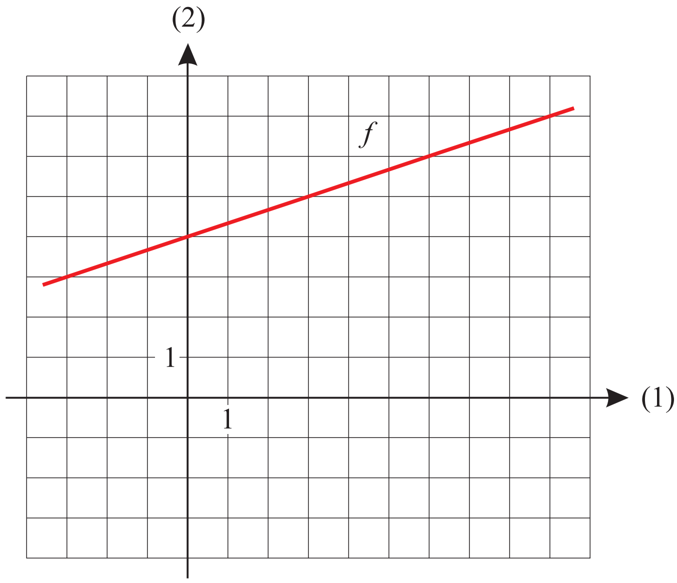
2.D1.9

En funktion er givet ved forskriften $f(x) = -\frac{1}{2} \cdot x + 4$.

a) Tegn grafen for f.

b) Løs ligningen $f(x) = 0$ ved aflæsning.

2.D1.10



Figuren viser grafen for en lineær funktion f.

a) Bestem en forskrift for f. Forklar din metode.

2.D1.11

En lineær funktion f har forskriften $f(x) = -2x + 14$.

Grafen for den lineære funktion g er parallel med grafen for f.

Grafen for g går gennem punktet $P(2,3)$.

a) Bestem forskriften for g.

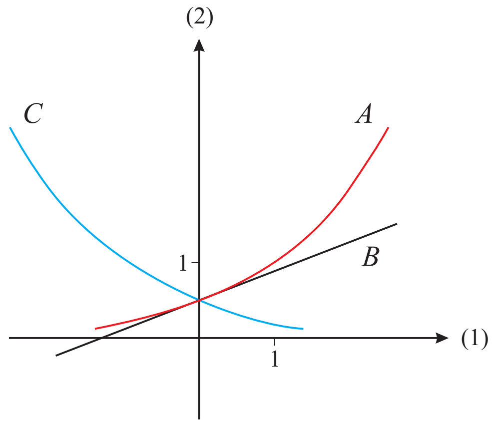
2.D1.12

En lineær funktion f har hældningskoefficienten 3.

Grafen for f går gennem punktet $P(2,7)$.

a) Bestem $f(4)$.

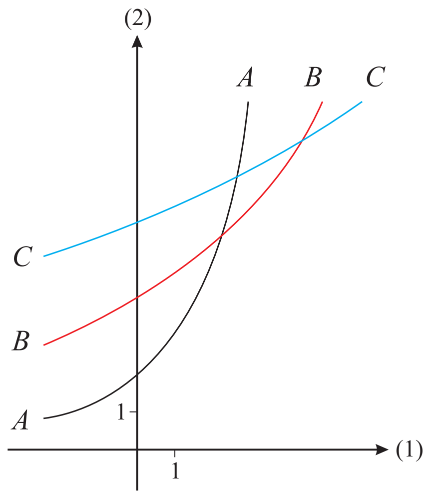
2.D1.13



Figuren viser graferne for tre forskellige funktioner.

a) Hvilken af disse grafer er graf for funktionen $f(x)=0,5\cdot 2^x$? Begrund svaret.

2.D1.14



Figuren viser graferne for tre funktioner af typen $f(x)=b\cdot a^x$.

a) Forklar, hvilken af de tre grafer der svarer til funktionen med den største b-værdi.

b) Forklar, hvilken af de tre grafer der svarer til funktionen med den største a-værdi.

2.D1.15

Salget af økologiske fødevarer var 155 mio. kg i 2004.
Salget steg med 20 mio. kg pr. år i de følgende år.

a) Opstil en model til beskrivelse af salget y, målt i mio. kg, af økologiske fødevarer x år efter 2004.

2.D1.16

En patient får et saltvandsdrop. Dropflasken indeholder til at begynde med 950 mL saltvand, og patienten får 5 mL saltvand pr. minut.

a) Opstil en formel til at beregne, hvor meget saltvand y, målt i mL, der er tilbage i dropflasken efter x minutter.

2.D1.17

Antallet af landbrug i Danmark kan for perioden 1983-2000 med god tilnærmelse beskrives med modellen

$$f(x) = -2600 \cdot x + 98680 \ ,$$

hvor $f(x)$ er antallet af landbrug x år efter 1983.

a) Hvad fortæller tallet 98680 om antallet af landbrug i perioden?

b) Hvad fortæller tallet –2600 om antallet af landbrug i perioden?

2.D1.18

I 2014 købte danskerne varer og services på nettet for 80 milliarder kr.
En prognose siger, at nethandlen vil vokse med 15 % om året i de følgende år.

a) Opstil en formel for nethandlen y, målt i mia. kr., x år efter 2014.

2.D1.19

I 2005 blev der anmeldt 47295 arbejdsulykker.
I perioden efter 2005 faldt antallet af anmeldte arbejdsulykker med 1,7 % om året.

a) Indfør passende variable, og opstil en model, der beskriver udviklingen i antallet af anmeldte arbejdsulykker efter 2005.

2.D1.20

Funktionen med forskriften $f(x) = 2{,}7 \cdot 0{,}96^x$ beskriver, hvordan prisen på rækkehuse i et bestemt kvarter har udviklet sig efter 2008. Her betegner $f(x)$ prisen i mio. kr. på et rækkehus, og x er antal år efter 2008.

a) Hvilken type vækst er der tale om? Begrund dit svar.

b) Hvad fortæller tallet 0,96 om udviklingen?

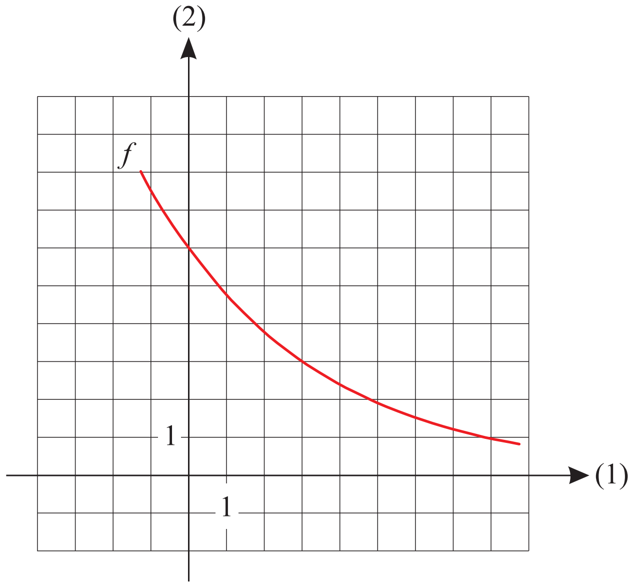
2.D1.21 En eksponentielt voksende funktion f har fordoblingskonstanten 3.

Det oplyses desuden, at $f(0)=5$.

a) Udfyld et skema som nedenstående. Begrund svaret.

x	0	3	6
$f(x)$	5		

2.D1.22

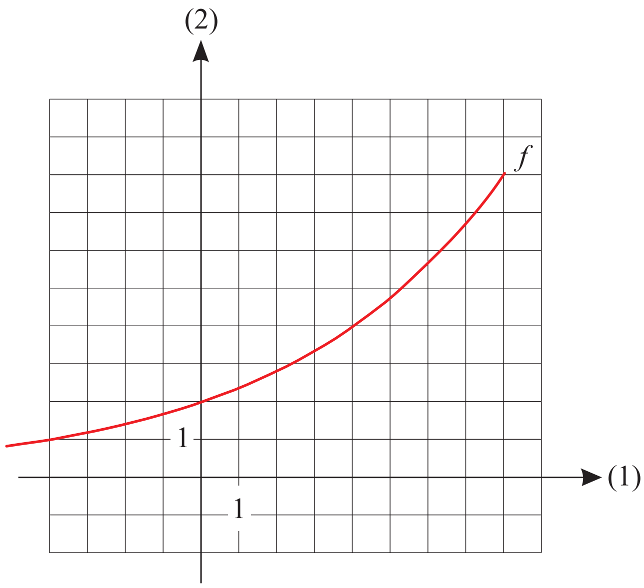


Figuren viser grafen for en eksponentielt aftagende funktion $f(x)=b\cdot a^x$.

a) Bestem tallet b. Begrund dit svar.

b) Bestem halveringskonstanten for f.

2.D1.23



Figuren viser grafen for en eksponentielt voksende funktion $f(x) = b \cdot a^x$.

a) Bestem tallet b. Begrund dit svar.

b) Bestem fordoblingskonstanten for f.

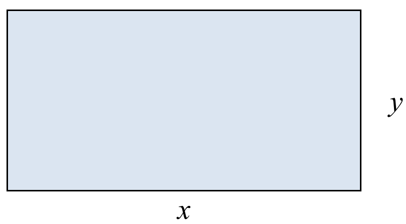
2.D1.24

Størrelserne x og y er omvendt proportionale.

x	2	4	
y		20	16

a) Udfyld de tomme pladser i en tabel som ovenstående, og begrund dit svar.

2.D1.25

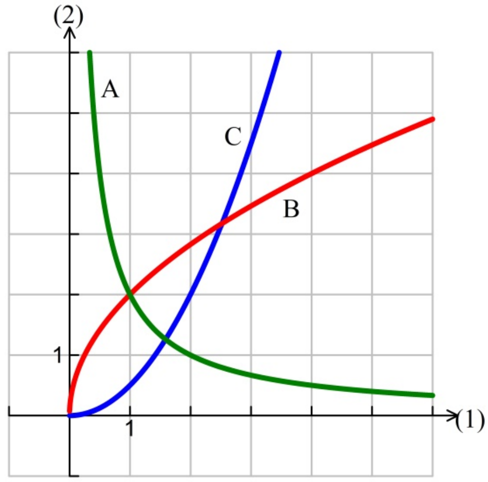


Figuren viser et rektangel med sidelængderne x og y.
Sidelængderne kan varieres, men arealet skal være fast.

a) Udfyld de tomme felter i et skema som nedenstående, og begrund svaret.

x	2		6
y	12	8	

2.D1.26



Figuren viser for $x > 0$ graferne A, B og C for de tre potensfunktioner

$$f(x) = 0{,}5 \cdot x^2$$

$$g(x) = 2 \cdot x^{0{,}5}$$

$$h(x) = 2 \cdot x^{-1} \ .$$

a) Gør for hver af graferne A, B og C rede for, hvilken af de tre funktioner den er graf for.

2.D1.27

Tre funktioner er givet ved

$$f(x) = 0{,}8 \cdot x - 4$$

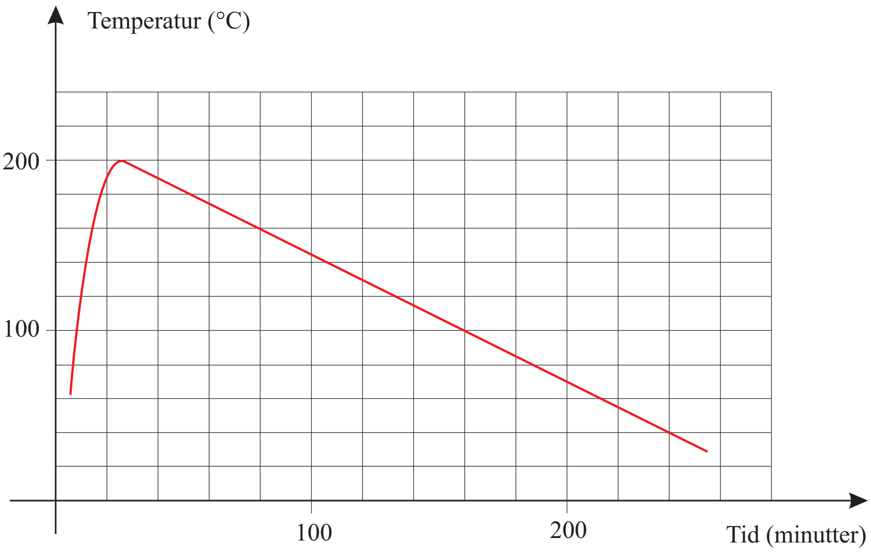
$$g(x) = 4 \cdot 0{,}8^x$$

$$h(x) = 4 \cdot x^{0{,}8} \ .$$

a) Gør for hver af funktionerne rede for, om funktionen er voksende eller aftagende.

Delprøve 2

2.D2.1



Figuren viser, hvordan temperaturen ændrer sig i en tændt kuglegrill.
Når temperaturen har toppet, falder den med god tilnærmelse lineært.

a) Hvad er den højeste temperatur i kuglegrillen?

b) Hvor høj var temperaturen efter 80 minutter?

c) Undersøg, om temperaturen falder mere end 0,70 grader pr. minut, efter den har toppet.

2.D2.2 En virksomhed producerer en bestemt vare. Virksomhedens fortjeneste på produktionen kan beskrives ved funktionen

$$f(x) = x^2 - 1{,}5^x + 2 \quad , \quad \text{når } 0 \le x \le 12.$$

Her betegner $f(x)$ fortjenesten i mio. kr., når virksomheden producerer x tons.

a) Tegn grafen for f.

b) Bestem ved aflæsning, hvor mange tons virksomheden skal producere, for at fortjenesten er størst.

2.D2.3 I en model beskrives indbyggertallet i byen Gedser ved funktionen

$$f(x) = -0{,}15 \cdot x^2 + 17{,}10 \cdot x + 720 \, , \quad \text{når } 0 \le x \le 110,$$

hvor $f(x)$ er indbyggertallet i Gedser x år efter år 1900.

a) Tegn grafen for f.

b) Bestem ved aflæsning det årstal, hvor indbyggertallet i Gedser var størst.

2.D2.4 En mand på 92 kg går på slankekur med et såkaldt slankeplaster. Ifølge en reklame for slankeplaster fremgår det, at mandens vægt $f(x)$, målt i kg, med god tilnærmelse kan beskrives ved funktionen

$$f(x) = 0{,}0018 \cdot x^2 - 0{,}32 \cdot x + 92 \ ,$$

hvor x er antallet af døgn der er gået, siden han begyndte på kuren.

a) Tegn grafen for mandens vægt de første 60 dage på kuren.

b) Aflæs, hvornår mandens vægt når ned på 85 kg.

2.D2.5 Lydniveauet fra en højtaler med fast styrkeindstilling afhænger af afstanden fra højttaleren. Denne sammenhæng kan beskrives med funktionen

$$f(x) = 65 - 20 \cdot \log(x) \ , \ \text{når } 1 \le x \le 10 \ ,$$

hvor $f(x)$ er lydniveauet, målt i dB, når afstanden til højtaleren er x meter.

a) Tegn grafen for f .

b) Bestem ved hjælp af grafen, hvad lydniveauet er, når afstanden til højttaleren er 6 meter.

c) Bestem ved aflæsning afstanden til højtaleren, når lydniveauet er 55 dB.

2.D2.6 Temperaturen i en bestemt ovn kan beskrives med funktionen

$$f(x) = 340 + 150 \cdot \ln(x) \ , \ \text{når } 5 \le x \le 30,$$

hvor $f(x)$ er ovnens temperatur, målt i grader, x minutter efter, at ovnen er tændt.

a) Tegn grafen for f .

b) Aflæs, hvor mange minutter der gik, før ovnen var 800 grader varm.

2.D2.7 Omsætning af malervarer hos forhandlerkæden Flügger kan i perioden 2009-2013 med tilnærmelse beskrives ved modellen

$$f(x) = 125{,}7 \cdot x + 1447 \ ,$$

hvor $f(x)$ er omsætningen i mio. euro, og x er antal år efter 2009.

a) Hvad fortæller tallet 1447 om omsætningen?

b) Hvor meget steg omsætningen hvert år ifølge modellen?

c) Hvilket år kom omsætningen over 2500 mio. euro, hvis udviklingen var fortsat?

Kilde: Berlingske Business.

2.D2.8

De danske folkebibliotekers udlån af bøger kan beskrives ved funktionen

$$f(x) = -0{,}90 \cdot x + 32{,}12 \quad ,$$

hvor $f(x)$ er det årlige udlån af bøger (målt i mio.), og x er antal år efter 2009.

a) Hvor stort vil det årlige udlån af bøger være i 2015 ifølge modellen?

b) Hvornår vil det årlige udlån af bøger komme under 22 mio.?

c) Hvad fortæller tallet $-0{,}90$ om de danske folkebibliotekers udlån af bøger efter 2009?

Kilde: Danmarks Statistik.

2.D2.9

Hos vognmand Andersen kan man købe stabilgrus.
Den samlede pris for stabilgrus fra Andersen kan beskrives med funktionen

$$f(x) = 255 \cdot x + 1250 \ ,$$

hvor $f(x)$ er den samlede pris (i kr.) for x m³ stabilgrus.

a) Hvor meget koster det at købe 10 m³ stabilgrus hos Andersen?

Hos vognmand Bruun koster stabilgrus 300 kr. pr. m³. Desuden skal man betale 750 kr. for kørsel. Sammenhængen mellem den samlede pris og mængden af stabilgrus hos Bruun kan beskrives ved en funktion $g(x)$, hvor $g(x)$ er den samlede pris (i kr.) for x m³ stabilgrus.

b) Bestem en forskrift for funktionen $g(x)$. Begrund dit svar.

c) Tegn graferne for $f(x)$ og $g(x)$ i det samme koordinatsystem.

d) Hvor mange m³ stabilgrus skal man købe, før Andersen er den billigste?

2.D2.10

En økologisk kylling vejer 40 gram ved udklækningen.
De næste måneder tager kyllingen 35 gram på om dagen.

I en model kan kyllingens vægt beskrives ved en funktion *f*, hvor $f(x)$ er vægten, målt i gram, når der er gået x dage efter udklækningen.

a) Bestem en forskrift for f .

Kyllingen bliver slagtet, når den vejer 2500 gram.

b) Hvor gammel bliver kyllingen ifølge modellen?

Kilde: POLITIKEN 28. juli 2010

2.D2.11 Udviklingen i Pakistans befolkningstal kan beskrives med modellen

$$f(x) = 173 \cdot 1{,}019^x ,$$

hvor $f(x)$ er befolkningstallet, målt i mio., og x er antal år efter 2010.

a) Bestem befolkningstallet i 2018 ifølge modellen.

b) I hvilket år vil befolkningstallet passere 250 mio., hvis udviklingen fortsætter?

c) Begrund for hver af følgende påstande, om den er korrekt:

1) Der er anvendt en eksponentiel model for udviklingen i befolkningstallet.

2) Befolkningstallet vokser med 1,019 mio. om året.

3) Befolkningstallet vokser med 1,9 % om året.

2.D2.12 Udviklingen i salget af teaterbilletter i Danmark kan med tilnærmelse beskrives ved

$$f(x) = 2{,}68 \cdot 0{,}992^x \ ,$$

hvor x er antal år siden 1982, og $f(x)$ er det årlige antal solgte teaterbilletter, målt i millioner.

a) I hvilket år kommer det årlige antal solgte teaterbilletter ned under 2,00 millioner, hvis udviklingen fortsætter?

b) Hvad fortæller tallene 2,68 og 0,992 om det årlige antal solgte teaterbilletter?

2.D2.13 I perioden 1988-1999 steg medlemstallet i Danmarks Cykle Union (DCU) med god tilnærmelse med 12,4 % om året. I 1988 var DCU's medlemstal 5389.

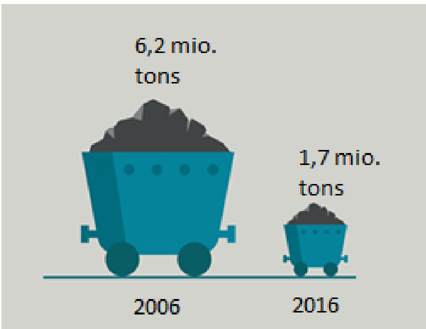
a) Opstil en model $f(x)$, der beskriver udviklingen i DCU's medlemstal x år efter 1988.

b) Bestem medlemstallet i 2003 ifølge modellen.

Det oplyses, at DCU's faktiske medlemstal i 2003 var 19270.

c) Bestem den procentvise forskel på det faktiske medlemstal og modeltallet, og benyt dette til at kommentere modellens anvendelighed til prognoser.

2.D2.14



Kilde: DONG

Figuren viser DONG Energy's anvendelse af kul til energiproduktion i årene 2006 og 2016. Udviklingen i perioden 2006-2016 kan beskrives med en eksponentiel model

$$f(x) = b \cdot a^x \ ,$$

hvor x er antal år efter 2006, og $f(x)$ er mængden af kul, målt i mio. tons, der er anvendt til energiproduktion.

a) Benyt figurens oplysninger til at bestemme tallene a og b.

b) Bestem halveringskonstanten, og gør rede for, hvad dette tal fortæller om udviklingen.

c) Hvor stor vil mængden af kul være i 2023 ifølge modellen, hvis udviklingen fortsætter?

2.D2.15

Generation 60+ I disse år oplever verden en eksplosion i antallet af folk over 60 år: I 1950 var der 205 millioner på verdensplan, og i 2006 var tallet 688 millioner. Man regner med, at der i 2050 vil være næsten to milliarder mennesker verden over, der er over 60 år *Kilde: FN og POLITIKEN*, 10. *juli* 2006

a) Benyt udklippets oplysninger for 1950 og 2006 til at udfylde en tabel som nedenstående.

Antal år efter 1950	Antal mennesker (mio.) over 60 år

I en model beskriver man udviklingen fra 1950 til 2006 ved en funktion af formen

$$f(x) = b \cdot a^x \ ,$$

hvor x er antal år efter 1950, og $f(x)$ er antal mennesker (mio.) over 60 år.

b) Brug tabellens oplysninger til at bestemme tallene a og b.

c) Forklar, hvad tallet a fortæller om udviklingen i antallet af mennesker (mio.) over 60 år.

d) Beregn antallet af mennesker over 60 år i 2050 ifølge modellen, og kommentér udklippets prognose for 2050.

2.D2.16 Udviklingen i et fosters vægt kan med tilnærmelse beskrives ved modellen

$$f(x) = 0{,}0349 \cdot x^{3{,}13} \ ,$$

hvor $f(x)$ er vægten (målt i gram) af et foster, der er x uger gammelt.

a) Bestem vægten af et foster, der er 20 uger gammelt.

Ved en undersøgelse skønner jordemoderen, at fosteret vejer 1200 gram.

b) Hvor mange uger gammelt er fosteret?

Kilde: www.graviditet.dk

2.D2.17 Kogetiden for et blødkogt æg afhænger af æggets vægt.
Kogetiden kan bestemmes ved funktionen

$$f(x) = 18{,}2 \cdot x^{0{,}67} ,$$

hvor x angiver æggets vægt, målt i gram, og $f(x)$ angiver, hvor mange sekunder ægget skal koges for at blive blødkogt.

a) Bestem kogetiden for et æg på 57 gram.

b) Tegn grafen for f , når $0 \le x \le 60$.

c) Hvis et æg vejer 15 % mere end et andet æg, hvor mange procent længere tid skal det så koges for at blive blødkogt?

Kilde: University of Exeter

2.D2.18 Når man bevæger sig væk fra en lampe, så falder styrken af lyset.
For en bestemt lampe kan styrken af lyset beskrives ved

$$f(x) = 2000 \cdot x^{-2} ,$$

hvor $f(x)$ er styrken i lux, målt x meter fra lampen.

a) Bestem styrken af lyset 3,0 meter fra lampen.

b) I hvilken afstand fra lampen er styrken af lyset 100 lux?

c) Hvor mange procent falder styrken af lyset, når afstanden til lampen øges med 30 %?

2.D2.19

Ålegræs (*billedkilde: Naturstyrelsen*)

Kvælstofindholdet i vandet sætter en grænse for den dybde, hvor havplanten ålegræs kan vokse.
Nedenstående tabel viser sammenhængen mellem kvælstofindholdet i vandet og grænsedybden for ålegræs.

Kvælstofindhold (mg/L)	1,0	3,0
Grænsedybde (meter)	2,28	0,99

Denne sammenhæng kan beskrives ved formlen

$$f(x) = b \cdot x^a,$$

hvor x er kvælstofindholdet (målt i mg/L), og $f(x)$ er grænsedybden (målt i meter).

a) Bestem tallene a og b.

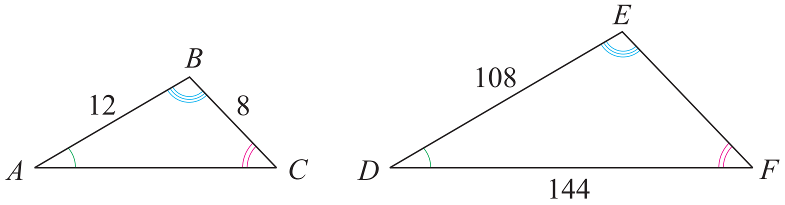
En ændring i miljøreglerne betyder, at kvælstofindholdet bliver 10 % større.

b) Hvor mange procent bliver grænsedybden mindre ved denne ændring af miljøreglerne?

3. Geometri og trekanter

Delprøve 1

3.D1.1



Figuren viser to ensvinklede trekanter *ABC* og *DEF*.
Størrelsesforholdene på figuren er ikke korrekte.

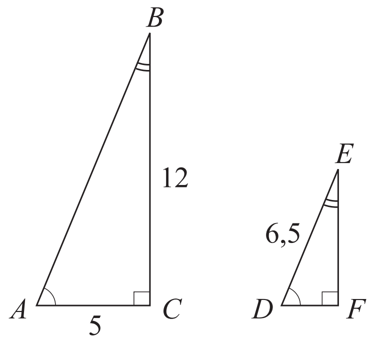
a) Bestem længden af hver af siderne *EF* og *AC*.

3.D1.2

Om en trekant *ABC* oplyses at $\angle C = 45°$, $|AC| = 10$ og $|AB| = 7$.

a) Tegn en skitse af trekant *ABC*.

3.D1.3



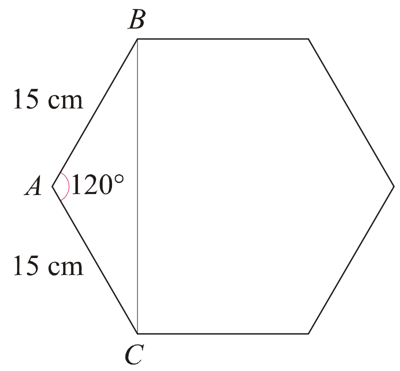
Trekanterne *ABC* og *DEF* er ensvinklede og retvinklede.

a) Bestem længden af siden *AB*.

b) Bestem længden af siden *DF*.

Delprøve 2

3.D2.1



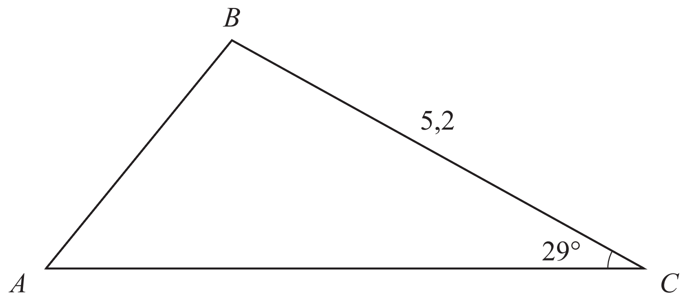
En flise har form som en sekskant, hvor alle vinkler er ens, og alle sider lige lange.
Nogle af flisens mål fremgår af figuren.

a) Konstruer en målfast tegning af trekant *ABC*.

b) Bestem ved hjælp af konstruktionen længden af *BC* med 5 decimaler.

c) Bestem flisens areal.

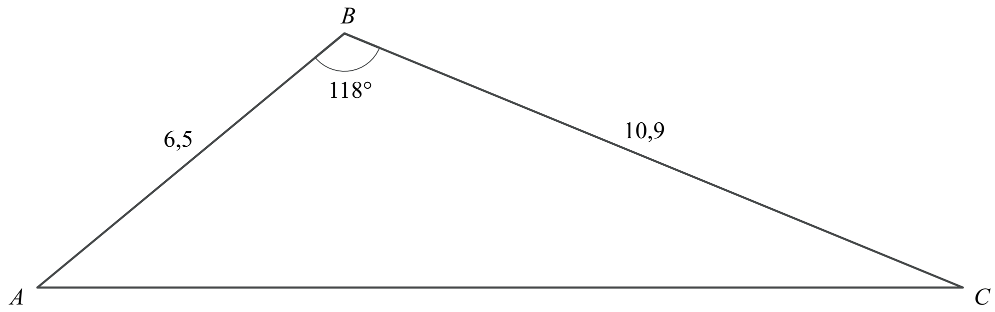
3.D2.2



Figuren viser en trekant *ABC*. Nogle af trekantens mål fremgår af figuren.
Desuden oplyses, at trekantens areal er 8,4.

a) Beregn længden af siden *AC* ved hjælp af en formel.

3.D2.3

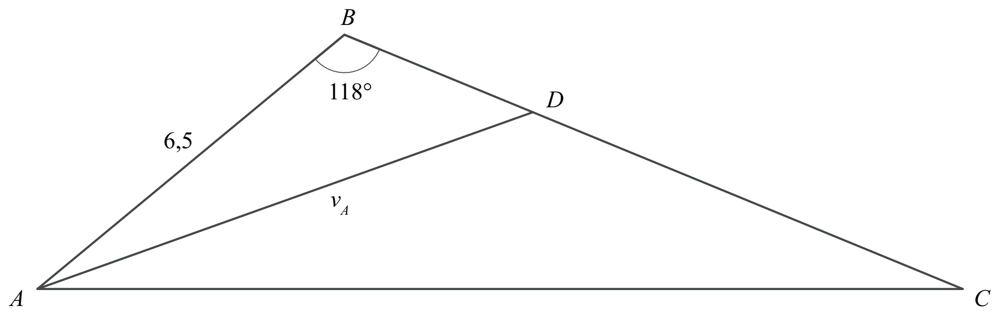


Figuren viser trekant ABC, hvor $|AB| = 6{,}5$,$|BC| = 10{,}9$ og $\angle B = 118°$.

a) Konstruer en målfast tegning af trekanten.

b) Bestem ved hjælp af konstruktionen $\angle C$ med 5 decimaler.

Den næste figur viser trekanten ABC, hvor vinkelhalveringslinjen v_A er tegnet.
Punktet D er skæringspunktet mellem v_A og siden BC.



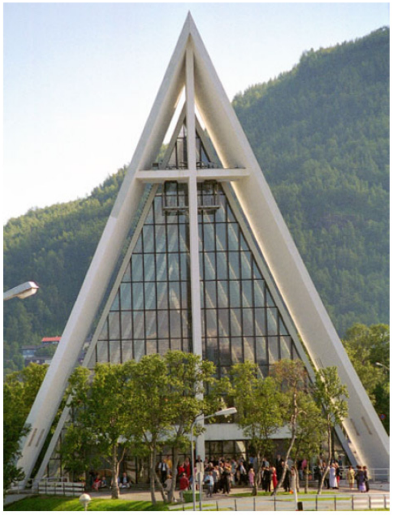
c) Bestem $|DC|$.

3.D2.4 Om trekant ABC oplyses, at $|BC| = 26{,}4$, $\angle C = 23{,}5°$ og $|AB| = 11{,}9$.
Det oplyses endvidere, at vinkel A er stump.

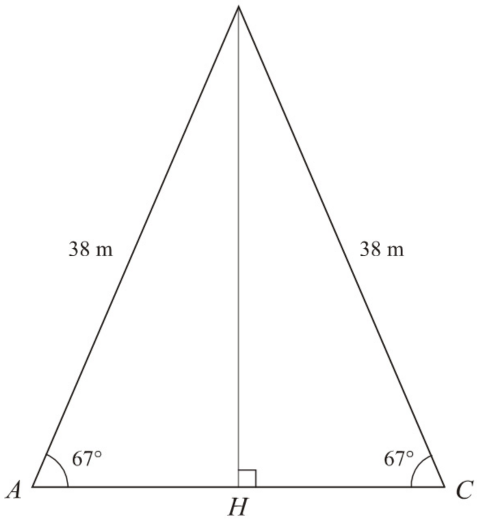
a) Konstruér en målfast tegning af trekanten. Forklar konstruktionen.

b) Bestem $\angle A$ ved hjælp af konstruktionen.

3.D2.5



Figur 1



Figur 2

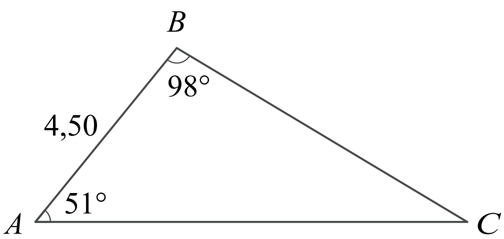
Fotoet på figur 1 viser facaden af Ishavskatedralen i den norske by Tromsø.
Figur 2 viser en modeltegning af facaden. Nogle af målene fremgår af figur 2.

a) Konstruér en målfast tegning af trekant ABC.

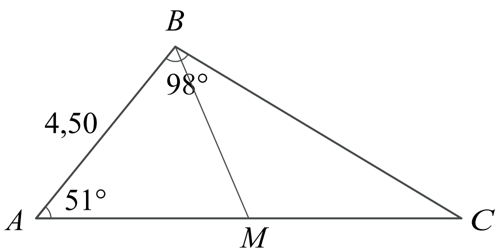
b) Bestem højden BH med 5 decimaler.

c) Bestem arealet af Ishavskatedralens facade.

3.D2.6



Figur 1



Figur 2

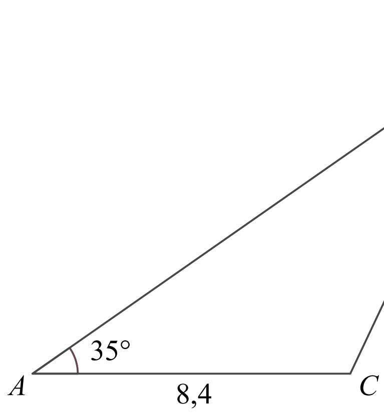
Figur 1 viser en trekant ABC, hvor $\angle A = 51°, \angle B = 98°$ og $|AB| = 4,50$.

a) Konstruér en målfast tegning af trekant ABC, og forklar konstruktionen.

Figur 2 viser trekanten ABC, hvor medianen fra B til midtpunktet M af siden AC er tegnet.

b) Bestem længden af medianen BM.

3.D2.7



Figuren viser en trekant ABC, hvor $\angle A = 35°$, $|AC| = 8,4$ og $|BC| = 9,7$.

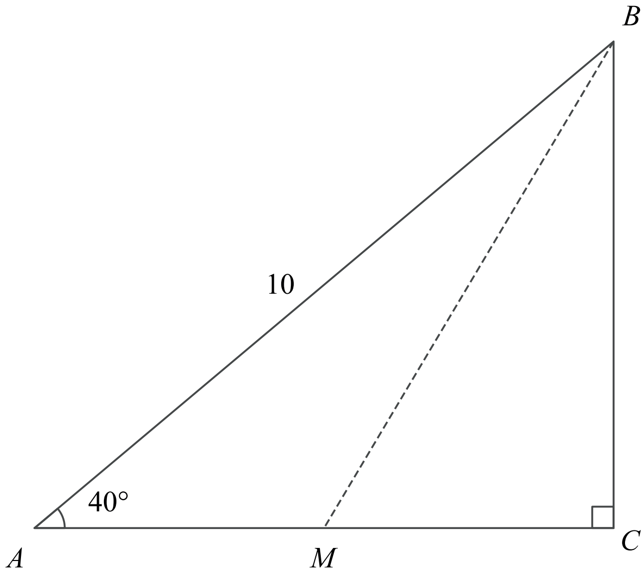
a) Konstruer en målfast tegning af trekanten.

b) Benyt konstruktionen til at bestemme $\angle C$ med 5 decimaler.

Et punkt P skal placeres i afstanden 7 fra punktet A og i afstanden 11 fra punktet B.

c) Undersøg, om punktet P kan placeres inde i trekant ABC.

3.D2.8



Figuren viser en trekant ABC, hvor $\angle A = 40°$, $b = 10$, og vinkel B er ret

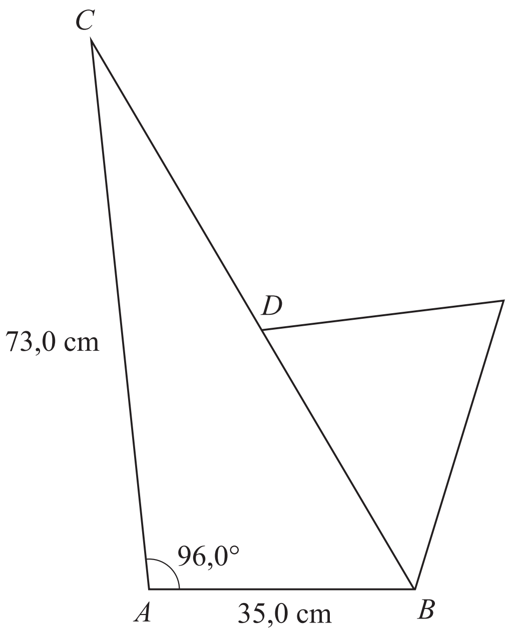
a) Konstruér en målfast tegning af trekant ABC, og forklar konstruktionen.

Punktet M betegner midtpunktet af siden AB.

b) Argumentér for, at trekant ACM og BCM har samme areal.

3.D2.9

Figur 1 (Kilde: vouwwow.nl)



Figur 2

Figur 1 viser nogle foldestole.
Figur 2 viser en model af en foldestol, der står på et vandret underlag. Nogle af stolens mål fremgår af figur 2.

a) Bestem længden af det skrå stykke *BC*.

b) Bestem vinkel *B* i trekant *ABC*.

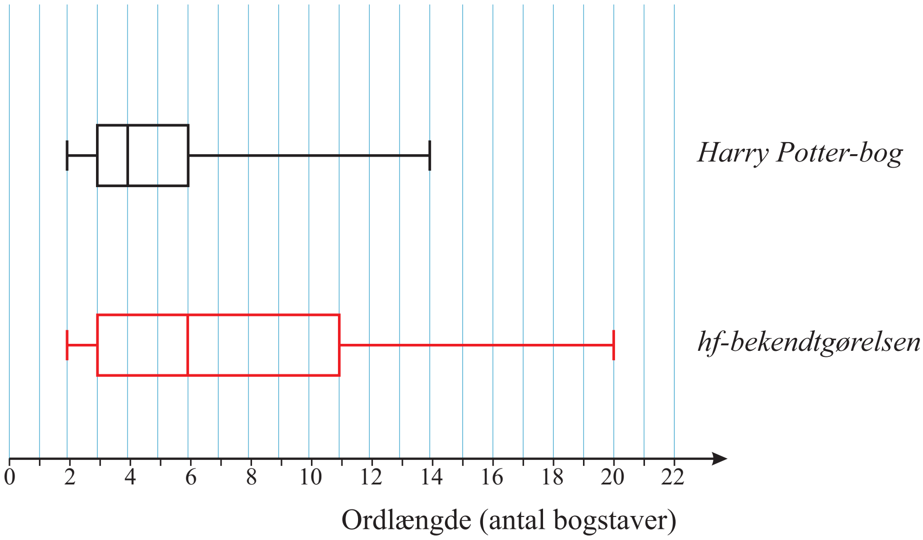
Længden af stykket *BD* er 40,0 cm.

c) Bestem punkt *D*'s lodrette højde over stolens bund.

4. Statistik og regressionsanalyse

Delprøve 1

4.D1.1



Figuren viser to boksplot over ordlængderne af de 25 første ord i hf-bekendtgørelsen og i en Harry Potter bog.

a) Bestem kvartilbredden og variationsbredden for hver af de to fordelinger.

b) Gør rede for, hvad de to tal fortæller om ordlængderne.

4.D1.2 I en hf-klasse har de 21 kursister nedenstående skostørrelser:

37, 37, 37, 38, 38, 38, 39, 39, 39, 39, 39, 39, 40, 41, 42, 42, 43, 45, 45, 45, 45.

a) Bestem kvartilsættet for fordelingen af hf-klassens skostørrelser.

b) Forklar betydningen af medianen.

Delprøve 2

4.D2.1 Nedenstående tabel viser data for elevtallene på alle de 17 gymnasier i Region Nordjylland

Elevtal	145	257	…	1003	1063

Alle tabellens data findes i vedhæftede bilag: elevtal.

a) Bestem det udvidede kvartilsæt for elevtallene.

Det udvidede kvartilsæt for fordelingen af elevtal på alle de 36 gymnasier i Region Midtjylland er vist i nedenstående tabel.

Mindsteværdi	Nedre kvartil	Median	Øvre kvartil	Størsteværdi
160	400	734	805	1420

b) Tegn boksplot for de to fordelinger af elevtallene i samme diagram.

c) Sammenlign de to boksplot. I din sammenligning skal du inddrage kvartil-bredden for hver af de to fordelinger.

elevtal.xlsx

4.D2.2

Nedenstående tabel viser vægten for oste af samme mærke i et supermarked.

Ostens vægt i kg	0,681	0,670	…	0,713	0,683

Alle tabellens data for vægten af de 74 oste findes i vedhæftede fil.

vægt af oste.xlsx

a) Bestem kvartilsættet for fordelingen af ostenes vægt.

b) Er fordelingen af ostenes vægt venstre- eller højreskæv? Begrund dit svar.

En medarbejder i supermarkedet påstår, at mindst 25 % af ostene vejer over 700 gram.

c) Undersøg, om medarbejderen har ret.

4.D2.3 Nedenstående tabel viser folketallet pr. 1. januar 2018 i de danske kommuner.

Folketal	613288	104410	…	37277	213558

Alle tabellens data for de 98 kommuner findes i vedhæftede bilag: Folketal_bilag.

a) Bestem det udvidede kvartilsæt, og tegn et boksplot.

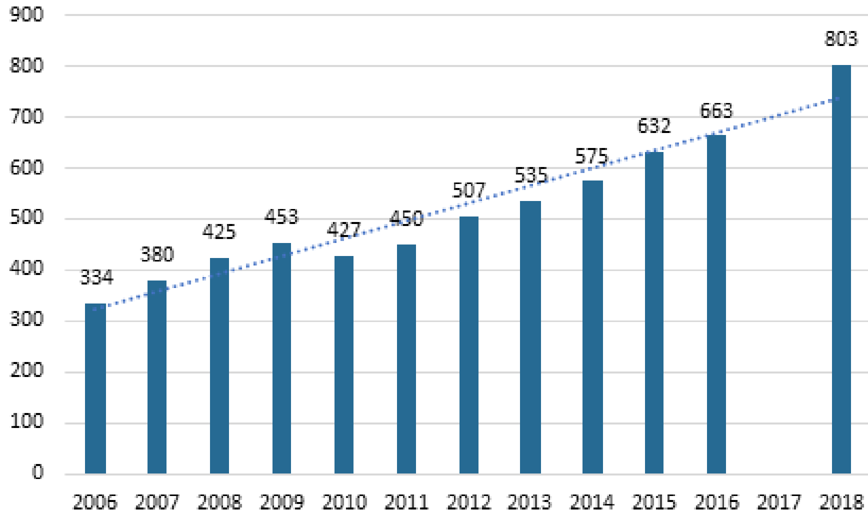
b) Bestem kvartilbredden.

Esbjerg kommune havde 116032 indbyggere den 1. januar 2018.

c) Undersøg ved beregning, om Esbjergs folketal er en outlier.

Folketal_bilag.xlsx

4.D2.4



Kilde: Idrættens Analyseinstitut, Idan

Figuren viser antallet af medlemmer af fitnesscentrene i Danmark i perioden 2006-2018.

a) Udfyld en tabel som nedenstående ved hjælp af figuren.

Antal år efter 2006	x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12
Antal medlemmer	y												

b) Tegn et punktplot over tabellens data.

c) Bestem tallene *a* og *b* ved lineær regression.

4.D2.5

Foto: www.colourbox.com

Tabellen viser nogle data for udviklingen i ølforbruget i Danmark i perioden 1990-2017.

År efter 1990	0	1	…	26	27
Forbruget af øl (målt i mio. liter ren alkohol)	29,5	28,9	…	16,9	16,4

Alle data for årene 1990-2017 findes i vedhæftede Excel-fil: Forbrug af øl

Forbrug af øl.xlsx

I en model kan udviklingen i ølforbruget i Danmark beskrives ved

$$f(x) = a \cdot x + b\,,$$

hvor $f(x)$ er ølforbruget i Danmark (målt i mio. liter ren alkohol) x år efter 1990.

a) Tegn et punktplot for de givne data.

b) Bestem tallene a og b ved lineær regression.

c) Tegn et residualplot.

d) Benyt residualplottet til at vurdere den lineære models anvendelighed til at beskrive udviklingen.

4.D2.6

Grafik: colourbox

En biolog måler jævnligt koncentrationen af et bestemt giftstof i en forurenet sø. Resultaterne fremgår af nedenstående tabel.

Tid i døgn efter første måling	0	4	8	12	16	20	24	28
Koncentration i ppm	278	206	138	110	81	58	49	32

I en model kan udviklingen i koncentrationen som funktion af tiden beskrives ved en funktion af typen

$$f(x) = b \cdot a^x,$$

hvor $f(x)$ betegner koncentrationen af giftstoffet i søen (målt i ppm) til tidspunktet x (målt i døgn efter første måling).

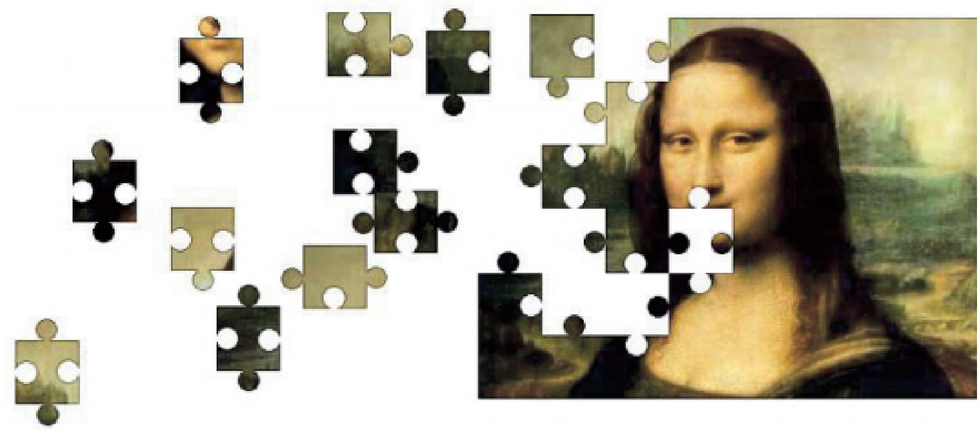
a) Benyt tabellens data til at bestemme konstanterne a og b.

Det oplyses, at det er sundhedsmæssigt forsvarligt at bade i søen, når koncentrationen af giftstoffet er under 5 ppm.

b) Bestem, hvor lang tid der går efter første måling, før det er sundhedsmæssigt forsvarligt at bade i søen.

c) Bestem halveringstiden for giftstoffet i den forurenede sø.

4.D2.7



Tabellen viser sammenhængen mellem antallet af brikker i et puslespil og den tid, det typisk tager at samle puslespillet.

Antal brikker	22	48	67	80	100	154	240
Tid (sekunder)	137	391	625	787	1251	2211	4024

Sammenhængen kan beskrives med en funktion

$$f(x) = b \cdot x^a \quad ,$$

hvor $f(x)$ er det typiske antal sekunder, det tager at lægge et puslespil med x brikker.

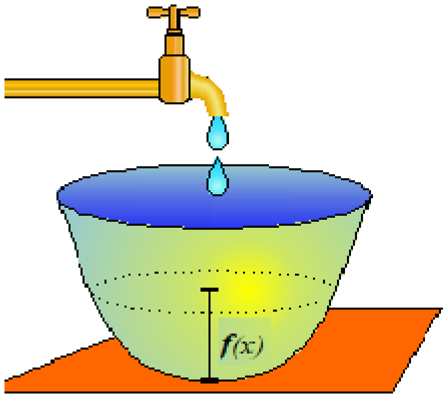
a) Bestem ved hjælp af regression konstanterne a og b.

b) Hvor stort et puslespil kan en person nå at samle på 3000 sekunder?

En person har to puslespil A og B.
Puslespil A har dobbelt så mange brikker som puslespil B.

c) Hvor mange gange så lang tid tager det at samle puslespil A?

4.D2.8



Fra en hane drypper vand ned i en skål. Tabellen nedenfor viser sammenhørende værdier af tiden x (målt i min) og vanddybden $f(x)$ (målt i cm).

Tid (min)	5	10	15	20	25	30	35	40	45
Vanddybde (cm)	0,6	0,9	1,2	1,4	1,6	1,7	1,9	2,1	2,2

I en model kan sammenhængen mellem tiden x og vanddybden $f(x)$ beskrives med en funktion $f(x) = b \cdot x^a$.

a) Benyt regression til at bestemme tallene a og b.

Skålens indre er 3 cm høj.

b) Benyt modellen til at bestemme det tidspunkt, hvor vandet løber ud over kanten.

5. Kombinatorik og sandsynlighedsregning

Delprøve 1

5.D1.1

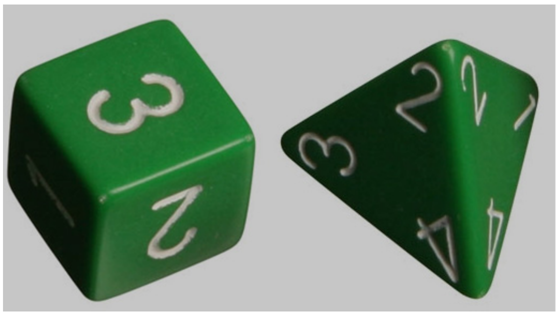
Et elevråd på et gymnasium har 8 medlemmer. Til skolens fællesudvalg skal elevrådet vælge 4 af sine medlemmer.

a) Bestem antallet af mulige valg til fællesudvalget.

Elevrådet består af 5 piger og 3 drenge. Det oplyses yderligere, at fællesudvalget skal bestå af 2 piger og 2 drenge.

b) Bestem antallet af mulige valg til fællesudvalget under disse forudsætninger.

5.D1.2



Figuren viser to terninger.
Den ene terning er seks-sidet med tallene 1, 2, 3, 4, 5 og 6.
Den anden terning er fire-sidet med tallene 1, 2, 3, og 4.
På figuren viser terningerne 3 og 2.

I et spil kastes der én gang med de to terninger, og summen af de to viste tal noteres.
Herunder ses en tabel med en ufærdig opstilling af de mulige udfald af spillet.
Fx viser 7-tallet i tabellen, at den seks-sidede terning viste 5, og den fire-sidede viste 2,

+	1	2	3	4
1			4	
2				
3				
4				
5		7		
6				

a) Gør en tabel som ovenstående færdig.

b) Gør rede for, at sandsynligheden for at få udfaldet 5 i spillet er $\frac{1}{6}$.

c) Bestem sandsynligheden for, at udfaldet i spillet er 5 eller derunder.

5.D1.3 En pinkode består af fire cifre. En kode, der kun består af fire nuller, kan ikke anvendes som pinkode.

a) Hvor mange forskellige pinkoder findes der?

5.D1.4 Til et møde mellem 14 personer skal der vælges én person som ordstyrer og én anden person som referent.

a) På hvor mange forskellige måder kan ordstyren og referenten vælges?

Delprøve 2

5.D2.1 Blandt 10 sygeplejersker skal der udtages et hold på 3 til at have nattevagt.

a) Hvor mange forskellige hold kan der sammensættes?

Blandt de 10 sygeplejersker er der 3 mænd og 7 kvinder.

b) Bestem sandsynligheden for at holdet, der skal have nattevagt, kommer til at bestå af 3 kvinder.

5.D2.2 I et spil er der 3 mulige udfald: ”Vundet”, ”Tabt” og ”Uafgjort”.
Tabellen viser to af sandsynlighederne for disse udfald.

Udfald	Vundet	Tabt	Uafgjort
Sandsynlighed	0,15	0,60	

a) Bestem sandsynligheden for udfaldet ”Uafgjort”.

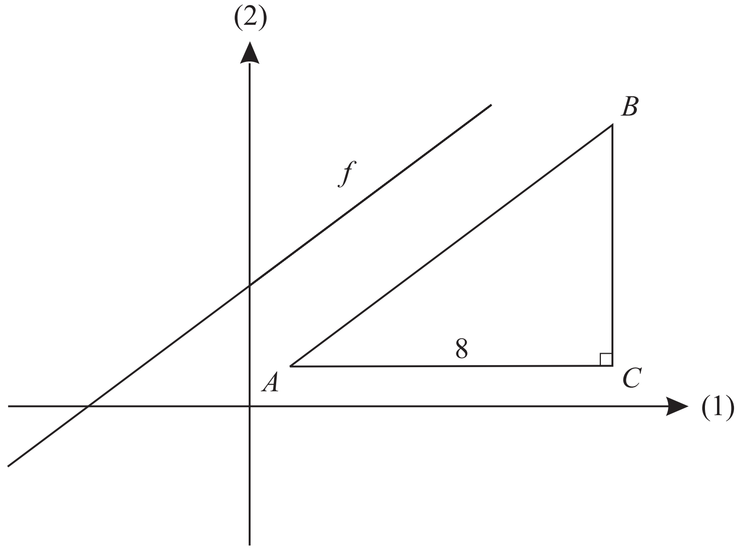
Spillet gentages tre gange i træk.

b) Bestem sandsynligheden for, at ingen af de tre spil har udfaldet ”Uafgjort”.

6. Broer

Delprøve 1

6.D1.1



Figuren viser grafen for den lineære funktion $f(x) = 0,75 \cdot x + 3$.

a) Hvad fortæller konstanterne 0,75 og 3 om grafen for funktionen?

Trekant ABC er retvinklet. Linjestykket AB er parallelt med grafen for funktionen f, og linjestykket AC er parallelt med førsteaksen og har længden 8.

b) Bestem længden af siderne BC og AB.

Delprøve 2

6.D2.1

Billedkilde: chittagongit.com

I terningspillet ”Død klokken 23” kaster man med 2 seks-sidede terninger, og produktet af øjentallene (de to øjental ganget med hinanden) noteres. Herunder ses en ufærdig tabel med de mulige udfald.

·	1	2	3	4	5	6
1				4		
2						
3						
4						24
5			15			
6						

a) Udfyld en tabel som ovenstående.

Man overlever runden, hvis produktet af øjentallene er mindre end 23.
Hvis produktet er større end 23, er man ude af spillet.

b) Bestem sandsynligheden for at overleve én runde.

150 elever på et HF-kursus spiller en ”Død klokken 23”-turnering.
Sammenhængen mellem det forventede antal overlevende og antallet af runder kan beskrives ved formlen

$$A = 150 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^n ,$$

hvor A er det forventede antal overlevende efter n runder.

c) Hvor mange runder vil der gå, før det forventede antal overlevende kommer ned på 15 elever?

6.D2.2 I et omrejsende Tivoli har Albert en spillebod. I spillet kaster Albert en sekssidet terning, og en spiller kaster en firesidet "terning". Vinderen er den, der har det højeste øjental.

a) Gør rede for at sandsynligheden for, at Albert vinder et spil er $\frac{14}{24}$.

Det koster x kr. at spille et spil mod Albert.
Præmien for at vinde over Albert er 100 kr.
Alberts gennemsnitlige gevinst pr. spil er y kr., hvor

$$y = \frac{7}{12} \cdot x - 25 \ .$$

b) Hvor meget skal det mindst koste pr. spil, hvis Albert i gennemsnit skal vinde på spilleboden?

6.D2.3 Tabellen viser alder og højde for udvalgte bøgetræer i en park.

Alder (år)	9	14	…	85
Højde (m)	3,69	7,17	…	40,37

Alle tabellens data findes i vedhæftede fil: bøgetræ

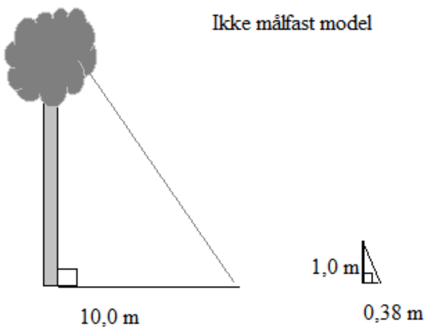
Sammenhængen kan med tilnærmelse beskrives ved modellen

$$f(x) = a \cdot x + b \ ,$$

hvor $f(x)$ angiver højden (i meter) for et træ med en alder på x år.

a) Bestem konstanterne a og b ved lineær regression.

b) Bestem højden af et 20 år gammelt træ ifølge modellen.



Et højt bøgetræ i parken kaster en 10 meter lang skygge.
Samtidig kaster en meterstok en skygge, der er 0,38 meter lang.

c) Bestem træets højde og alder.

Kilde: https://www.researchgate.net