



**UNDERVISNINGS
MINISTERIET**
STYRELSEN FOR
UNDERVISNING OG KVALITET

Matematisk formelsamling

stx
A-niveau

maj 2018

Denne udgave af Matematisk formelsamling
stx A-niveau er udgivet af Undervisningsministeriet
og gjort tilgængelig på uvm.dk.

Formelsamlingen er udarbejdet i et samarbejde
mellem Matematiklærerforeningen
og Undervisningsministeriet, Styrelsen for
Undervisning og Kvalitet, maj 2018

Kopiering til andet end personlig brug må kun
ske efter aftale med Copy-Dan.

ISBN:
978-87-603-3166-4

Forfattere: Gert Schomacker, Jesper Bang-Jensen,
Bodil Bruun og Jørgen Dejgaard

feb 2019

Forord:

”Matematisk formelsamling stx A” er udarbejdet til brug for eksaminanderne ved den skriftlige prøve og i undervisningen på stx i matematik på A-niveau.

Formelsamlingen indeholder de emner, der forekommer i læreplanen for matematik på A-niveau på stx inden for både kernestof og supplerende stof.

For overblikkets skyld er medtaget formler for areal og rumfang af en række elementærgeometriske figurer.

Endvidere indeholder formelsamlingen en liste over matematiske standardsymboler.

Hensigten hermed er dels at give eleverne et hurtigt overblik, dels at bidrage til, at undervisere og forfattere af undervisningsmaterialer kan anvende ensartet notation, symbolsprog og terminologi. Listen over matematiske standardsymboler går derfor ud over kernestoffet, men holder sig dog inden for det matematiske univers i gymnasiet og på hf.

En række af formlerne i formelsamlingen er kun anvendelige under visse forudsætninger (fx at nævneren i en brøk er forskellig fra 0). Sådanne forudsætninger er af hensyn til overskueligheden ikke eksplicit nævnt.

Figurerne er medtaget som illustration til formlerne, og den enkelte figur anskueliggør ofte ét blandt flere mulige tilfælde.

Betydningen af de størrelser, der indgår i formlerne, er ikke altid forklaret, men vil dog være det i tilfælde, hvor betydningen ikke følger umiddelbart af skik og brug i den matematiske litteratur.

Birte Iversen

Undervisningsministeriet,
Styrelsen for Undervisning og Kvalitet,
Kontor for Prøver, Eksamen og Test
Maj 2018

Indhold

Procent- og rentesregning	5
Indekstal	5
Proportionalitet	6
Brøkregler	6
Kvadratsætninger	7
Potensregneregler	7
Ensvinklede trekanter	8
Retvinklet trekant	8
Vilkårlig trekant	9
Vektorer i planen	10
Linjer, cirkler og parabler	13
Lineære funktioner	16
Andengradspolynomier	17
Logaritmefunktioner	18
Eksponentielt voksende funktioner	19
Eksponentielt aftagende funktioner	20
Potensfunktioner	21
Trigonometriske funktioner	22
Differentialregning	24
Afledede funktioner	25
Stamfunktion	26
Regneregler for integration	27
Areal og rumfang	28
Differentialligninger	29
Vektorfunktioner	31
Funktioner af to variable	32
Grupperede observationer	35
Ugrupperede observationer	36
Lineær regression	38
Kombinatorik	39
Sandsynlighedsregning	40
Binomialfordelingen	41
Normalfordelingen	43
Pascals trekant	45
Multiplikationstabel	46
Areal og omkreds, rumfang og overflade	47
Matematiske standardsymboler	48
Stikordsregister	54

Procent- og rentesregning

Begyndelsesværdi B
Slutværdi S

$$(1) \quad S = B \cdot (1 + r)$$

Vækstrate r

$$(2) \quad r = \frac{S}{B} - 1$$

Procentvis ændring p

$$(3) \quad p\% = r \cdot 100\%$$

Kapitalformel
Startkapital K_0
Rente $p\%$ pr. termin
Kapital K efter n terminer

$$(4) \quad K = K_0 \cdot (1 + r)^n, \text{ hvor } r = \frac{p}{100}$$

Annuitetsopsparing
Terminsindbetaling b
Rentefod r
Antal indbetalinger n
Kapital A efter sidste indbetaling

$$(5) \quad A = b \cdot \frac{(1 + r)^n - 1}{r}$$

Annuitetslån
Hovedstol G
Rentefod r
Antal terminsydelse n
Terminsydelse y

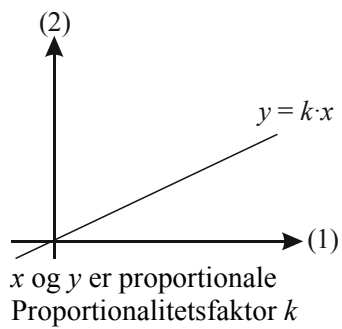
$$(6) \quad y = G \cdot \frac{r}{1 - (1 + r)^{-n}}$$

Indekstal

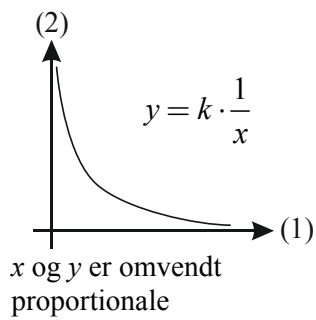
Værdi	B	S
Indekstal	I_B	I_S

$$(7) \quad I_S = \frac{S}{B} \cdot I_B \quad S = \frac{I_S}{I_B} \cdot B$$

Proportionalitet



$$(8) \quad y = k \cdot x \quad \frac{y}{x} = k$$



$$(9) \quad y = k \cdot \frac{1}{x} \quad x \cdot y = k$$

Brøkregler

$$(10) \quad a \cdot \frac{b}{c} = \frac{a \cdot b}{c}$$

$$(11) \quad \frac{\frac{a}{b}}{c} = \frac{a \cdot c}{b}$$

$$(12) \quad \frac{\frac{a}{b}}{c} = \frac{a}{b \cdot c}$$

$$(13) \quad \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

$$(14) \quad \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

Kvadratsætninger

$$(15) \quad (a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2a \cdot b$$

$$(16) \quad (a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2a \cdot b$$

$$(17) \quad (a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

Potensregneregler

$$(18) \quad a^r \cdot a^s = a^{r+s}$$

$$(19) \quad \frac{a^r}{a^s} = a^{r-s}$$

$$(20) \quad (a^r)^s = a^{r \cdot s}$$

$$(21) \quad (a \cdot b)^r = a^r \cdot b^r$$

$$(22) \quad \left(\frac{a}{b}\right)^r = \frac{a^r}{b^r}$$

$$(23) \quad a^0 = 1$$

$$(24) \quad a^{-r} = \frac{1}{a^r}$$

$$(25) \quad a^{-1} = \frac{1}{a}$$

$$(26) \quad \sqrt[r]{a} = a^{\frac{1}{r}}$$

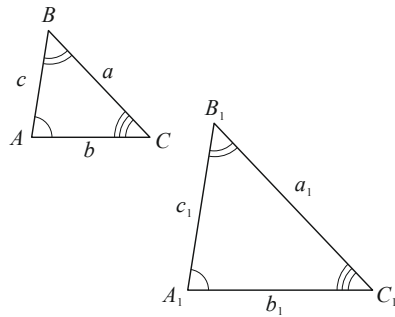
$$(27) \quad \sqrt[s]{a^r} = a^{\frac{r}{s}}$$

$$(28) \quad \sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$

$$(29) \quad \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

$$(30) \quad \sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$$

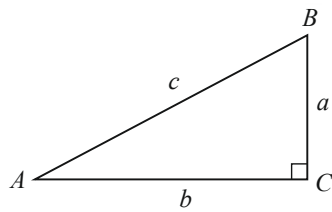
Ensvinklede trekanter



$$(31) \quad \frac{a_1}{a} = \frac{b_1}{b} = \frac{c_1}{c} = k$$

$$(32) \quad \begin{aligned} a_1 &= k \cdot a \\ b_1 &= k \cdot b \\ c_1 &= k \cdot c \end{aligned}$$

Retvinklet trekant



Pythagoras' sætning

$$(33) \quad c^2 = a^2 + b^2$$

cosinus

$$(34) \quad \cos(A) = \frac{b}{c}$$

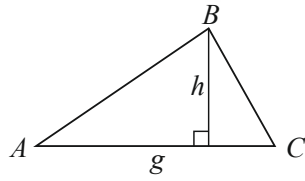
sinus

$$(35) \quad \sin(A) = \frac{a}{c}$$

tangens

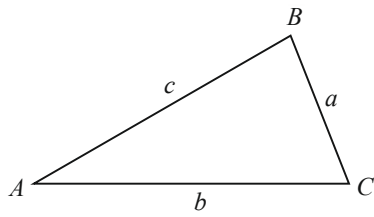
$$(36) \quad \tan(A) = \frac{a}{b}$$

Vilkårlig trekant



Trekantens vinkelsum (37) $A + B + C = 180^\circ$

Trekantens areal T (38) $T = \frac{1}{2} h \cdot g$

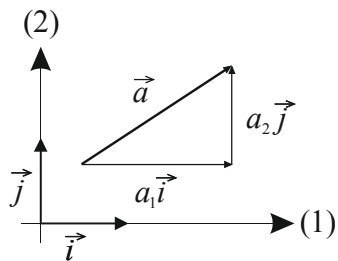


cosinusrelation (39) $c^2 = a^2 + b^2 - 2a \cdot b \cdot \cos(C)$

sinusrelation (40) $\frac{a}{\sin(A)} = \frac{b}{\sin(B)} = \frac{c}{\sin(C)}$

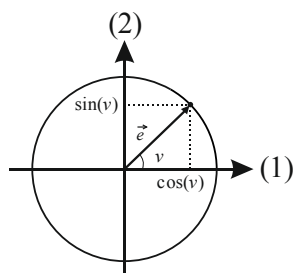
Trekantens areal T (41) $T = \frac{1}{2} a \cdot b \cdot \sin(C)$

Vektorer i planen



Koordinatsættet for vektor \vec{a} ,
hvor $|\vec{i}| = |\vec{j}| = 1$

$$(42) \quad \vec{a} = a_1 \cdot \vec{i} + a_2 \cdot \vec{j} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$$

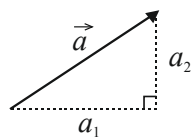


Enhedsvektor

$$(43) \quad \vec{e} = \begin{pmatrix} \cos(v) \\ \sin(v) \end{pmatrix}$$

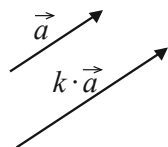
Enhedsvektor \vec{e} ensrettet med \vec{a}

$$(44) \quad \vec{e} = \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}$$



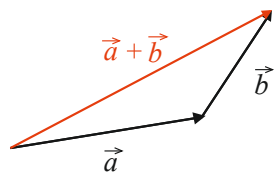
Længden af vektor \vec{a}

$$(45) \quad |\vec{a}| = \left| \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \right| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$$



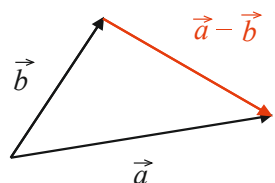
Multiplikation af vektor \vec{a}
med tallet k

$$(46) \quad k \cdot \vec{a} = k \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k \cdot a_1 \\ k \cdot a_2 \end{pmatrix}$$



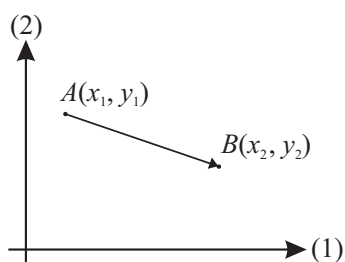
Summen af to vektorer

$$(47) \quad \vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \end{pmatrix}$$



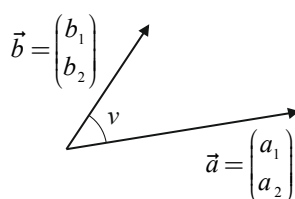
Differensen mellem to vektorer

$$(48) \quad \vec{a} - \vec{b} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 - b_1 \\ a_2 - b_2 \end{pmatrix}$$



Koordinatsættet for vektor \overrightarrow{AB}

$$(49) \quad \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} x_2 - x_1 \\ y_2 - y_1 \end{pmatrix}$$



Skalarproduktet
(prikproduktet) af \vec{a} og \vec{b}

$$(50) \quad \vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2$$

$$(51) \quad \vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(v)$$

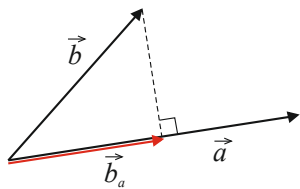
$$(52) \quad \cos(v) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$$

Ortogonal vektorer

$$(53) \quad \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow \vec{a} \perp \vec{b}$$

Kvadratet på en vektor

$$(54) \quad \vec{a} \cdot \vec{a} = \vec{a}^2 = |\vec{a}|^2$$

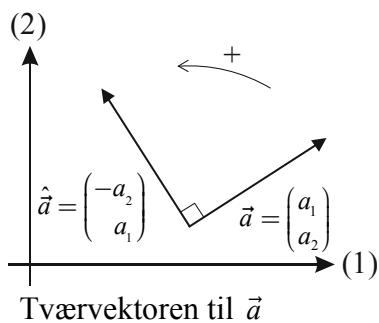


Projektionen af \vec{b} på \vec{a}

$$(55) \quad \vec{b}_a = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}|^2} \cdot \vec{a}$$

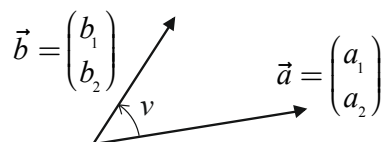
Længden af projektionen

$$(56) \quad |\vec{b}_a| = \frac{|\vec{a} \cdot \vec{b}|}{|\vec{a}|}$$



Tværvektoren til \vec{a}

$$(57) \quad \hat{\vec{a}} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}^\perp = \begin{pmatrix} -a_2 \\ a_1 \end{pmatrix}$$



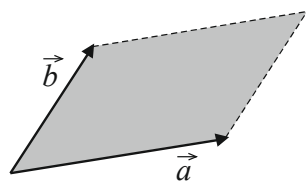
Determinanten for vektorparret (\vec{a}, \vec{b})

$$(58) \quad \det(\vec{a}, \vec{b}) = \hat{\vec{a}} \cdot \vec{b} = a_1 b_2 - a_2 b_1 = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$$

$$(59) \quad \det(\vec{a}, \vec{b}) = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin(v)$$

Parallelle vektorer

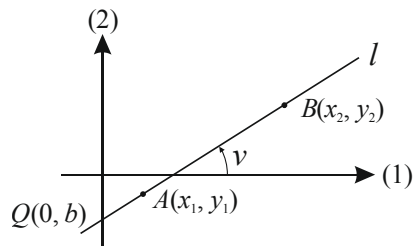
$$(60) \quad \det(\vec{a}, \vec{b}) = 0 \Leftrightarrow \vec{a} \parallel \vec{b}$$



Arealet af det parallelogram, som udspændes af \vec{a} og \vec{b}

$$(61) \quad A = |\det(\vec{a}, \vec{b})|$$

Linjer, cirkler og parabler



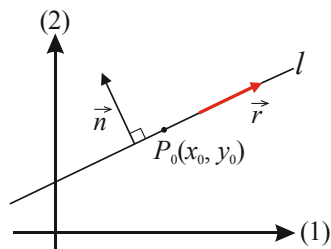
Ligning for linjen l gennem $Q(0, b)$ med hældningskoefficient a (62) $y = a \cdot x + b$

Hældningskoefficient (stigningstal) a for linjen l gennem $A(x_1, y_1)$ og $B(x_2, y_2)$ (63) $a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

Skæring med y -aksen (64) $b = y_1 - a \cdot x_1$

Ligning for linjen l gennem $A(x_1, y_1)$ med hældningskoefficient a (65) $y = a \cdot (x - x_1) + y_1$

Hældningsvinklen v er vinklen fra førsteaksen til l regnet med fortegn (66) $a = \tan(v)$



Ligning for linjen l gennem P_0 med normalvektor (67) $a \cdot (x - x_0) + b \cdot (y - y_0) = 0$

$$\vec{n} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

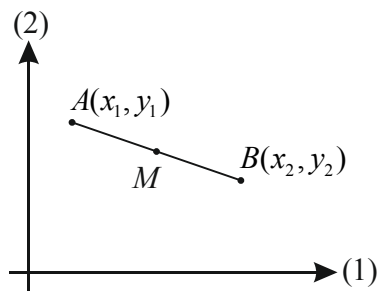
Parameterfremstilling for linjen l gennem P_0 med

retningsvektor $\vec{r} = \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \end{pmatrix}$

(68) $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \end{pmatrix}$

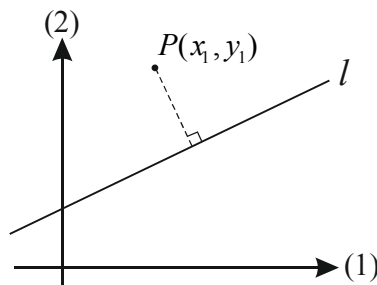
Afstand $|AB|$ mellem to punkter
 $A(x_1, y_1)$ og $B(x_2, y_2)$

$$(69) \quad |AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$



Midtpunkt M for linjestykke AB

$$(70) \quad M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

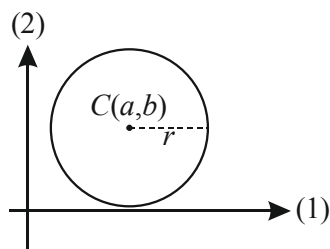


Afstand $\text{dist}(P, l)$ fra punktet
 $P(x_1, y_1)$ til linjen l med ligningen
 $y = a \cdot x + b$

$$(71) \quad \text{dist}(P, l) = \frac{|a \cdot x_1 + b - y_1|}{\sqrt{a^2 + 1}}$$

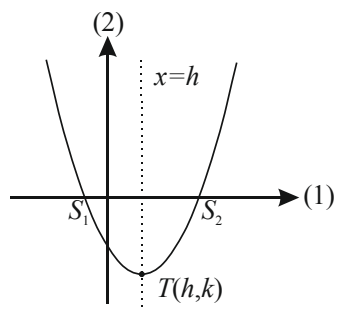
Afstand $\text{dist}(P, l)$ fra punktet
 $P(x_1, y_1)$ til linjen l med ligningen
 $a \cdot x + b \cdot y + c = 0$

$$(72) \quad \text{dist}(P, l) = \frac{|a \cdot x_1 + b \cdot y_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$



Ligning for cirkel med centrum i
 $C(a, b)$ og radius r

$$(73) \quad (x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$



Ligning for parabel med
symmetriakse parallel med
andenaksen

$$(74) \quad \begin{aligned} y &= a \cdot x^2 + b \cdot x + c \\ &= a \cdot (x - h)^2 + k \end{aligned}$$

Toppunkt T

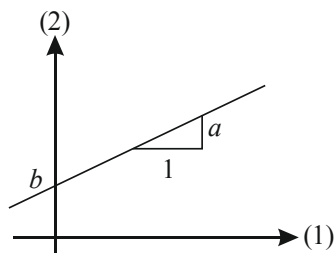
$$(75) \quad T(h, k) = T\left(\frac{-b}{2a}, \frac{-d}{4a}\right),$$

hvor $d = b^2 - 4ac$

Skæringspunkter S_1 og S_2 med
førsteaksen

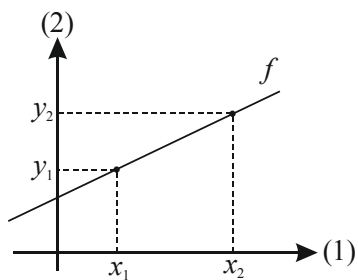
$$(76) \quad S_1\left(\frac{-b - \sqrt{d}}{2a}, 0\right), S_2\left(\frac{-b + \sqrt{d}}{2a}, 0\right)$$

Lineære funktioner



Førstegradspolynomium,
lineær funktion f

$$(77) \quad f(x) = a \cdot x + b$$



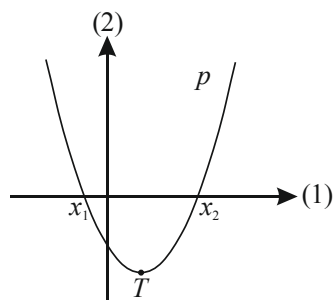
Hældningskoefficienten a
(stigningstallet)
ud fra to punkter på grafen
 (x_1, y_1) og (x_2, y_2)

$$(78) \quad a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Skæring med y -aksen

$$(79) \quad b = y_1 - a \cdot x_1$$

Andengradspolynomier



Andengradspolynomium p
med nulpunkter (rødder)
 x_1 og x_2

$$(80) \quad \begin{aligned} p(x) &= a \cdot x^2 + b \cdot x + c \\ &= a \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2) \end{aligned}$$

Nulpunkter (rødder)

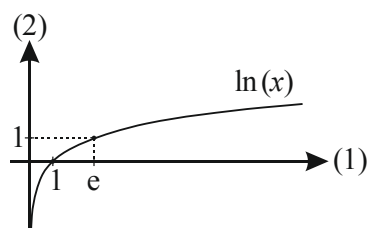
$$(81) \quad x_1 = \frac{-b - \sqrt{d}}{2a}, \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{d}}{2a},$$

hvor $d = b^2 - 4ac$

Toppunkt T

$$(82) \quad T\left(\frac{-b}{2a}, \frac{-d}{4a}\right)$$

Logaritmefunktioner



Grafen for den naturlige
logaritmfunktion

$$(83) \quad \ln(x) \rightarrow -\infty \quad \text{for } x \rightarrow 0$$

$$(84) \quad \ln(x) \rightarrow \infty \quad \text{for } x \rightarrow \infty$$

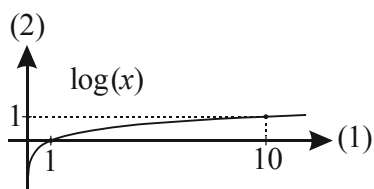
$$(85) \quad y = \ln(x) \Leftrightarrow x = e^y$$

$$(86) \quad \ln(e) = 1$$

$$(87) \quad \ln(a \cdot b) = \ln(a) + \ln(b)$$

$$(88) \quad \ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln(a) - \ln(b)$$

$$(89) \quad \ln(a^r) = r \cdot \ln(a)$$



Grafen for logaritme-
funktionen med grundtal 10

$$(90) \quad \log(x) \rightarrow -\infty \quad \text{for } x \rightarrow 0$$

$$(91) \quad \log(x) \rightarrow \infty \quad \text{for } x \rightarrow \infty$$

$$(92) \quad y = \log(x) \Leftrightarrow x = 10^y$$

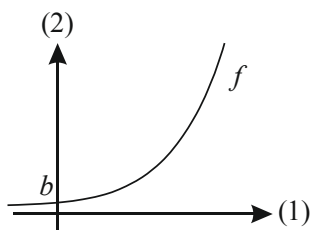
$$(93) \quad \log(10) = 1$$

$$(94) \quad \log(a \cdot b) = \log(a) + \log(b)$$

$$(95) \quad \log\left(\frac{a}{b}\right) = \log(a) - \log(b)$$

$$(96) \quad \log(a^r) = r \cdot \log(a)$$

Eksponentielt voksende funktioner



Grafen for en eksponentielt voksende funktion f

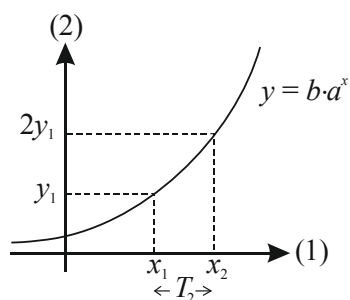
$$a > 1$$

vækstraten $r > 0$

$$k > 0$$

Fremskrivningsfaktoren a
ud fra to punkter på grafen
 (x_1, y_1) og (x_2, y_2)

Skæring med y-aksen



Fordoblingskonstanten T_2

$$\begin{aligned} (97) \quad f(x) &= b \cdot a^x \\ &= b \cdot (1+r)^x \\ &= b \cdot e^{k \cdot x}, \text{ hvor } k = \ln(a) \end{aligned}$$

$$(98) \quad f(x) \rightarrow \infty \quad \text{for } x \rightarrow \infty$$

$$(99) \quad f(x) \rightarrow 0 \quad \text{for } x \rightarrow -\infty$$

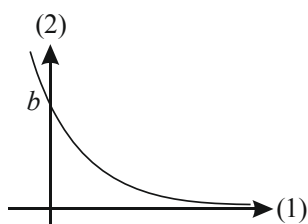
$$(100) \quad a = \sqrt[x_2 - x_1]{\frac{y_2}{y_1}} = \left(\frac{y_2}{y_1} \right)^{\frac{1}{x_2 - x_1}}$$

$$(101) \quad b = \frac{y_1}{a^{x_1}}$$

$$(102) \quad T_2 = x_2 - x_1$$

$$(103) \quad T_2 = \frac{\log(2)}{\log(a)} = \frac{\ln(2)}{\ln(a)} = \frac{\ln(2)}{k}$$

Eksponentielt aftagende funktioner



Grafen for en eksponentielt aftagende funktion f

$$0 < a < 1$$

vækstraten $r < 0$

$$k < 0$$

Fremskrivningsfaktoren a ud fra to punkter på grafen (x_1, y_1) og (x_2, y_2)

Skæring med y -aksen

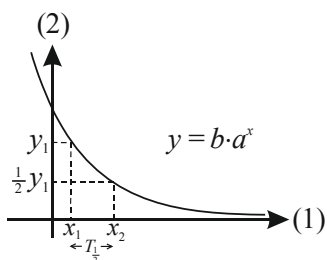
$$\begin{aligned} (104) \quad f(x) &= b \cdot a^x \\ &= b \cdot (1 + r)^x \\ &= b \cdot e^{k \cdot x}, \text{ hvor } k = \ln(a) \end{aligned}$$

$$(105) \quad f(x) \rightarrow 0 \quad \text{for } x \rightarrow \infty$$

$$(106) \quad f(x) \rightarrow \infty \quad \text{for } x \rightarrow -\infty$$

$$(107) \quad a = \sqrt[x_2 - x_1]{\frac{y_2}{y_1}} = \left(\frac{y_2}{y_1} \right)^{\frac{1}{x_2 - x_1}}$$

$$(108) \quad b = \frac{y_1}{a^{x_1}}$$



Halveringskonstanten $T_{\frac{1}{2}}$

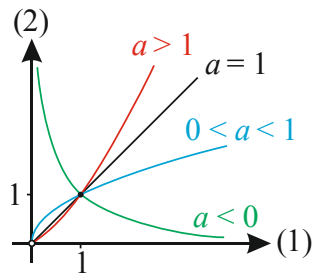
$$(109) \quad T_{\frac{1}{2}} = x_2 - x_1$$

$$(110) \quad T_{\frac{1}{2}} = \frac{\log(\frac{1}{2})}{\log(a)} = \frac{\ln(\frac{1}{2})}{\ln(a)} = \frac{\ln(\frac{1}{2})}{k}$$

Potensfunktioner

Potensfunktion

$$(111) \quad f(x) = b \cdot x^a$$



Grafer for $f(x) = x^a$

Bestemmelse af tallet a
ud fra to punkter på grafen
 (x_1, y_1) og (x_2, y_2)

$$(112) \quad a = \frac{\log(y_2) - \log(y_1)}{\log(x_2) - \log(x_1)} = \frac{\ln(y_2) - \ln(y_1)}{\ln(x_2) - \ln(x_1)}$$

$$(113) \quad b = \frac{y_1}{x_1^a}$$

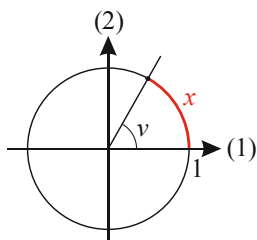
Når x ganges med tallet $1 + r_x$,
så ganges $f(x)$ med tallet $1 + r_y$

$$(114) \quad 1 + r_y = (1 + r_x)^a$$

Når x ganges med tallet k ,
så ganges $f(x)$ med tallet k^a

$$(115) \quad f(k \cdot x) = k^a \cdot f(x)$$

Trigonometriske funktioner

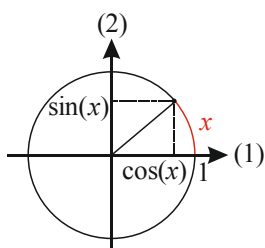


Gradtal v omsat til radiantal x

$$(116) \quad x = \frac{v}{360} \cdot 2\pi \text{ radian}$$

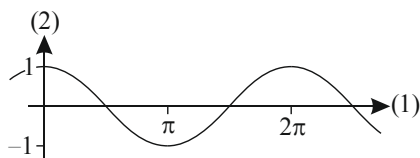
Radiantal x omsat til gradtal v

$$(117) \quad v = \frac{x}{2\pi} \cdot 360 \text{ grader}$$



Definition af $\cos(x)$ og $\sin(x)$

$$(118) \quad \cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$$

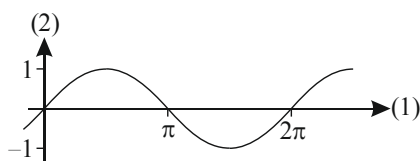


Grafen for cosinus

$$(119) \quad \cos(x + 2\pi) = \cos(x)$$

$$(120) \quad \cos(-x) = \cos(x)$$

$$(121) \quad \cos(\pi - x) = -\cos(x)$$

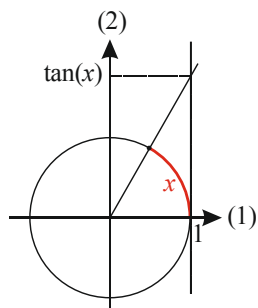


Grafen for sinus

$$(122) \quad \sin(x + 2\pi) = \sin(x)$$

$$(123) \quad \sin(-x) = -\sin(x)$$

$$(124) \quad \sin(\pi - x) = \sin(x)$$



Definition af tangens

$$(125) \quad \tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$$

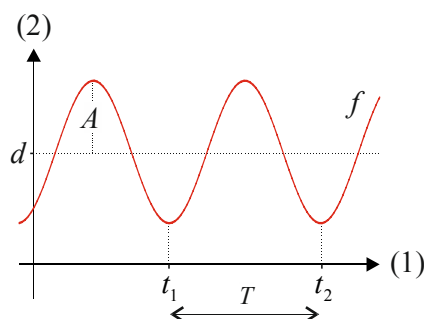
Udvalgte funktionsværdier

$$(126)$$

grader	0°	30°	45°	60°	90°
radiantal	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
tan	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	–

Harmonisk svingning f

$$(127) \quad f(t) = A \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi) + d$$



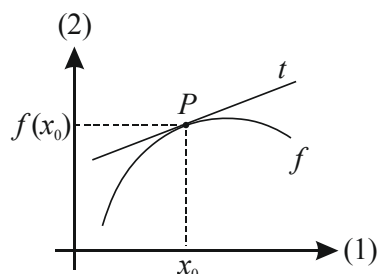
Graf for harmonisk svingning f
med amplitude A og periode
(svingningstid) T

$$(128) \quad T = t_2 - t_1 = \frac{2\pi}{\omega}$$

Differentialregning

Differentialkvotienten $f'(x_0)$
for funktionen f i tallet x_0

$$(129) \quad f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} \\ = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$



Ligning for tangenten t til
grafen for f i $P(x_0, f(x_0))$

$$(130) \quad y = f'(x_0) \cdot (x - x_0) + f(x_0) \\ \text{eller} \\ y = a \cdot x + b, \\ \text{hvor } a = f'(x_0) \text{ og } b = y_0 - a \cdot x_0$$

Regneregler for differentiation

$$(131) \quad (k \cdot f(x))' = k \cdot f'(x)$$

$$(132) \quad (f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$$

$$(133) \quad (f(x) - g(x))' = f'(x) - g'(x)$$

$$(134) \quad (f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$$

$$(135) \quad (f(a \cdot x + b))' = a \cdot f'(a \cdot x + b)$$

$$(136) \quad (f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

Afledede funktioner

		Funktion $y = f(x)$	Afledet funktion $y' = f'(x) = \frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(f(x))$
Lineær funktion	(137)	$a \cdot x + b$	a
	(138)	k	0
Logaritmefunktion	(139)	$\ln(x)$	$\frac{1}{x} = x^{-1}$
Eksponentialfunktioner	(140)	e^x	e^x
	(141)	e^{kx}	$k \cdot e^{kx}$
	(142)	a^x	$a^x \cdot \ln(a)$
Potensfunktioner	(143)	x^a	$a \cdot x^{a-1}$
	(144)	$\frac{1}{x} = x^{-1}$	$-\frac{1}{x^2} = -x^{-2}$
	(145)	$\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}$
Trigonometriske funktioner	(146)	$\cos(x)$	$-\sin(x)$
	(147)	$\sin(x)$	$\cos(x)$

Stamfunktion

		Funktion $f(x)$	Stamfunktion $\int f(x) dx$
Konstant funktion	(148)	a	$a \cdot x$
Logaritmefunktion	(149)	$\ln(x)$	$x \cdot \ln(x) - x$
Eksponentialfunktioner	(150)	e^x	e^x
	(151)	$e^{k \cdot x}$	$\frac{1}{k} e^{k \cdot x}$
	(152)	a^x	$\frac{a^x}{\ln(a)}$
Potensfunktioner	(153)	x^a	$\frac{1}{a+1} x^{a+1}$
	(154)	$\frac{1}{x} = x^{-1}$	$\ln x $
	(155)	$\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$	$\frac{2}{3} x \sqrt{x} = \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}}$
Trigonometriske funktioner	(156)	$\cos(x)$	$\sin(x)$
	(157)	$\sin(x)$	$-\cos(x)$

Regneregler for integration

Ubestemt integral

$$(158) \quad \int f(x) dx = F(x) + k ,$$

hvor $F(x)$ er en stamfunktion til $f(x)$

$$(159) \quad \int k \cdot f(x) dx = k \cdot \int f(x) dx$$

$$(160) \quad \int (f(x) + g(x)) dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$$

$$(161) \quad \int (f(x) - g(x)) dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$$

Integration ved substitution

$$(162) \quad \int f(g(x)) \cdot g'(x) dx = \int f(t) dt , \text{ hvor } t = g(x)$$

Bestemt integral

$$(163) \quad \int_a^b f(x) dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a) ,$$

hvor $F(x)$ er en stamfunktion til $f(x)$

$$(164) \quad \int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$$

$$(165) \quad \int_a^b k \cdot f(x) dx = k \cdot \int_a^b f(x) dx$$

$$(166) \quad \int_a^b (f(x) + g(x)) dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx$$

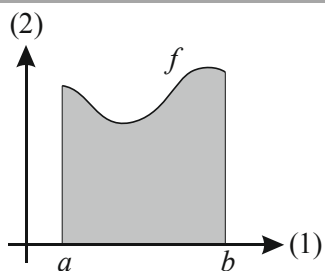
$$(167) \quad \int_a^b (f(x) - g(x)) dx = \int_a^b f(x) dx - \int_a^b g(x) dx$$

Integration ved substitution

$$(168) \quad \int_a^b f(g(x)) \cdot g'(x) dx = \int_{g(a)}^{g(b)} f(t) dt = [F(t)]_{g(a)}^{g(b)} \\ = F(g(b)) - F(g(a)) ,$$

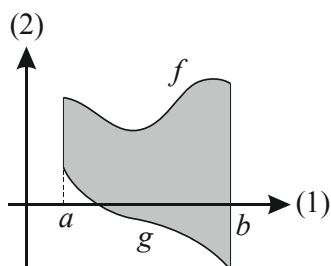
hvor $F(x)$ er en stamfunktion til $f(x)$

Areal og rumfang



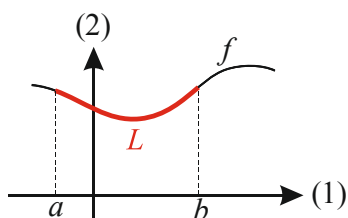
Arealet A
af det markerede område

$$(169) \quad A = \int_a^b f(x) \, dx$$



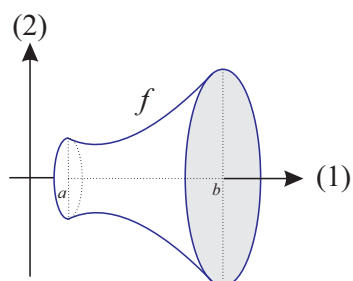
Arealet A
af det markerede område

$$(170) \quad A = \int_a^b (f(x) - g(x)) \, dx$$



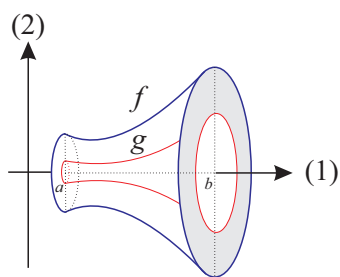
Kurvelængden L af den
markerede del af grafen

$$(171) \quad L = \int_a^b \sqrt{1 + f'(x)^2} \, dx$$



Rumfanget V
af omdrejningslegemet

$$(172) \quad V = \pi \int_a^b f(x)^2 \, dx$$



Rumfang V af hult
omdrejningslegeme

$$(173) \quad V = \pi \int_a^b (f(x)^2 - g(x)^2) dx$$

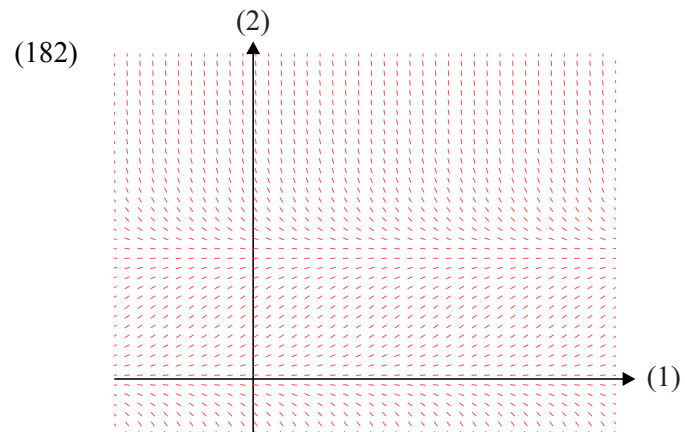
Differentialligninger

	Ligning	Løsning
(174)	$y' = h(x)$	$y = \int h(x) dx$
(175)	$y' = h(x) \cdot g(y)$	$\int \frac{1}{g(y)} dy = \int h(x) dx$
(176)	$y' = k \cdot y$	$y = c \cdot e^{kx}$
(177)	$y' = b - a \cdot y$	$y = \frac{b}{a} + c \cdot e^{-ax}$
(178)	$y' = y \cdot (b - a \cdot y)$	$y = \frac{\frac{b}{a}}{1 + c \cdot e^{-bx}}$
(179)	$y' = a \cdot y \cdot (M - y)$	$y = \frac{M}{1 + c \cdot e^{-aMx}}$
(180)	$y' + a(x) \cdot y = b(x)$	$y = e^{-A(x)} \int b(x) \cdot e^{A(x)} dx + c \cdot e^{-A(x)},$ hvor $A(x)$ er stamfunktion til $a(x)$

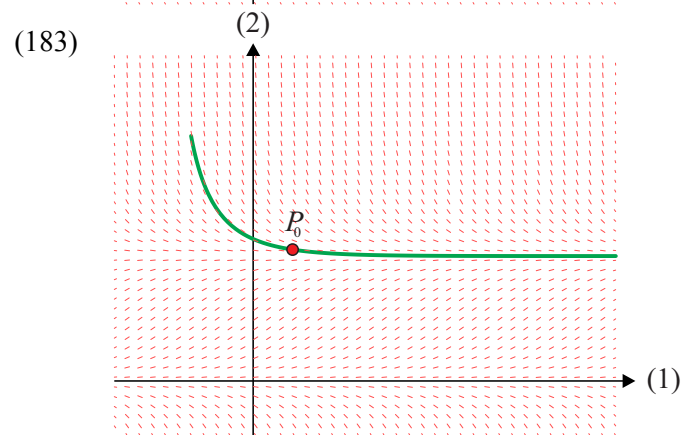
Linjeelement

(181) (x_0, y_0, y'_0)

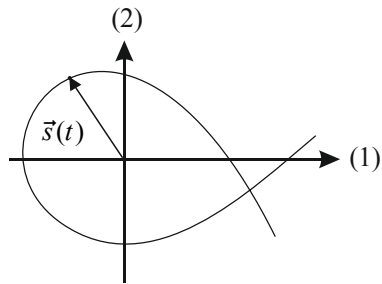
Hædningsfelt,
Linjeelementer



Løsningskurve



Vektorfunktioner



Vektorfunktion med
koordinatfunktioner
 $x(t)$ og $y(t)$

$$(184) \quad \vec{s}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix}$$

Hastighedsfunktion

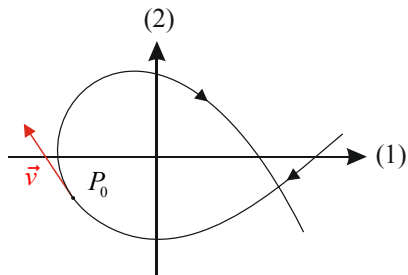
$$(185) \quad \vec{v}(t) = \vec{s}'(t)$$

Accelerationsfunktion

$$(186) \quad \vec{a}(t) = \vec{v}'(t) = \vec{s}''(t)$$

Parameterfremstilling for
banekurven, $x(t)$ og $y(t)$ er
koordinatfunktioner

$$(187) \quad \overrightarrow{OP} = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix}$$



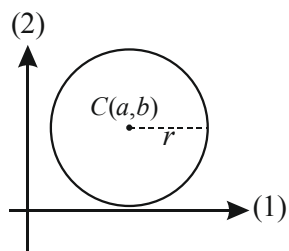
Retningsvektor \vec{v} for tangenten
i punktet P_0 svarende til
parameterværdien t_0

$$(188) \quad \vec{v}(t_0) = \vec{s}'(t_0) = \begin{pmatrix} x'(t_0) \\ y'(t_0) \end{pmatrix}$$

Parameterfremstilling for den
rette linje l gennem $P_0(x_0, y_0)$

med retningsvektor $\vec{r} = \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \end{pmatrix}$

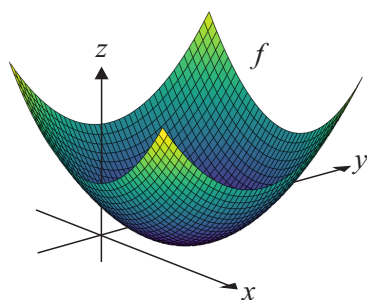
$$(189) \quad \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \end{pmatrix}$$



Parameterfremstillingen for en cirkel med centrum $C(a, b)$ og radius r

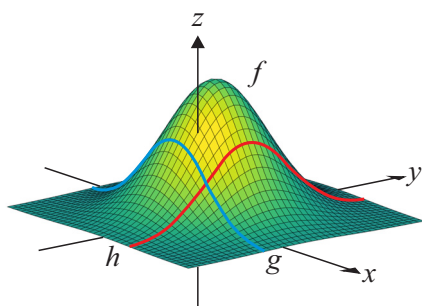
$$(190) \quad \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} r \cdot \cos(t) \\ r \cdot \sin(t) \end{pmatrix}$$

Funktioner af to variable



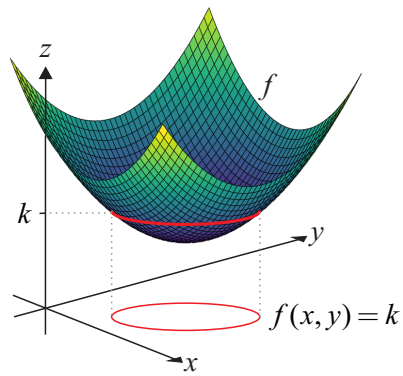
Grafen for en funktion af to variable

$$(191) \quad z = f(x, y)$$



Snitkurve for f i henholdsvis x -retningen og y -retningen

$$(192) \quad \begin{aligned} z &= g(x) = f(x, y), \\ &\text{hvor } y \text{ holdes fast (blå kurve)} \\ z &= h(y) = f(x, y), \\ &\text{hvor } x \text{ holdes fast (rød kurve)} \end{aligned}$$



Niveaueurve for f i xy -plan

$$(193) \quad f(x, y) = k$$

De partielle afledede af $f(x, y)$ mht. x og y

$$(194) \quad f'_x(x, y) = \frac{\partial}{\partial x}(f(x, y))$$

$$f'_y(x, y) = \frac{\partial}{\partial y}(f(x, y))$$

Gradienten for f

$$(195) \quad \nabla f(x, y) = \begin{pmatrix} f'_x(x, y) \\ f'_y(x, y) \end{pmatrix}$$

Tangentplanen i punktet $P_0(x_0, y_0, z_0)$

$$(196) \quad z = z_0 + p \cdot (x - x_0) + q \cdot (y - y_0),$$

hvor

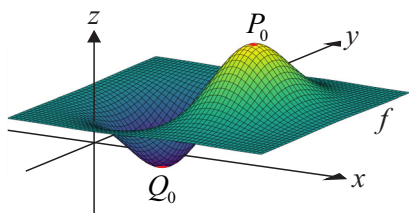
$$p = f'_x(x_0, y_0) \text{ og } q = f'_y(x_0, y_0)$$

Stationært punkt
 $P_0(x_0, y_0, z_0)$ for f

$$(197) \quad \nabla f(x_0, y_0) = \vec{0} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$f'_x(x_0, y_0) = 0 \quad \text{og} \quad f'_y(x_0, y_0) = 0$$

Arten af stationære punkter
 for f , hvor $r = f''_{xx}(x_0, y_0)$
 $s = f''_{xy}(x_0, y_0) = f''_{yx}(x_0, y_0)$ og
 $t = f''_{yy}(x_0, y_0)$

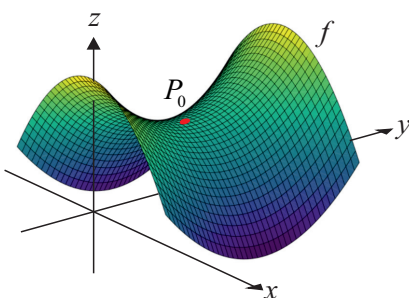


Lokalt maksimum i
 $P_0(x_0, y_0, z_0)$

$$(198) \quad r \cdot t - s^2 > 0 \quad \text{og} \quad r < 0$$

Lokalt minimum i
 $Q_0(x_0, y_0, z_0)$

$$(199) \quad r \cdot t - s^2 > 0 \quad \text{og} \quad r > 0$$



Saddelpunkt i $P_0(x_0, y_0, z_0)$

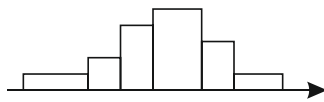
$$(200) \quad r \cdot t - s^2 < 0$$

Arten ubestemt

$$(201) \quad r \cdot t - s^2 = 0$$

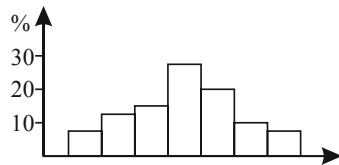
Grupperede observationer

□ 10%



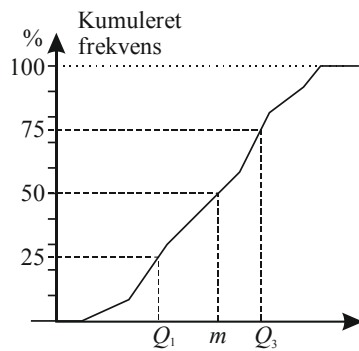
Histogram

(202) Arealet af en blok svarer til intervallets frekvens



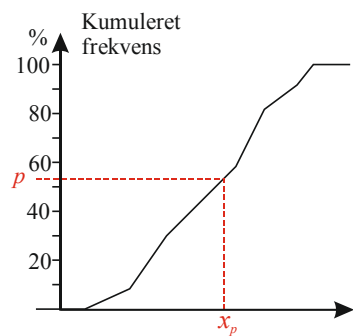
Histogram med ens intervalllængder

(203) Højden af en blok svarer til intervallets frekvens

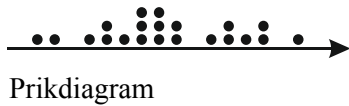


Sumkurve

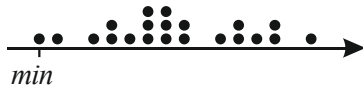
(204) Q_1 : nedre kvartil, 25% -fraktilen
 m : median, 50% -fraktilen
 Q_3 : øvre kvartil, 75% -fraktilen
 x_p : $p\%$ -fraktilen



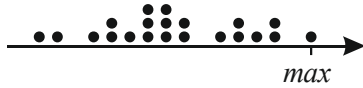
Ugrupperede observationer



(205) Observationerne afsat på en tallinje



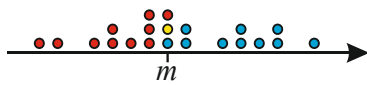
(206) min : mindste observation



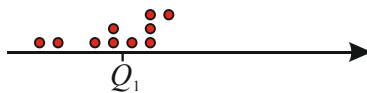
(207) max : største observation

Variationsbredde

(208) $max - min$



(209) m : median
(midterste observation, når antallet af observationer er ulige, ellers tallet midt mellem de to midterste observationer)



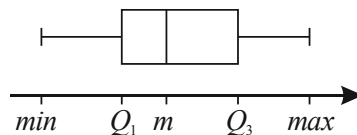
(210) Q_1 : nedre kvartil
(medianen for den nederste halvdel af observationerne)



(211) Q_3 : øvre kvartil
(medianen for den øverste halvdel af observationerne)

Kvartilbredde

(212) $Q_3 - Q_1$



(213) Boksplot, kassediagram
(boksens højde er uden betydning)

Kvartilsæt

(214) (Q_1, m, Q_3)

Udvidet kvartilsæt

(215) (min, Q_1, m, Q_3, max)

Outlier

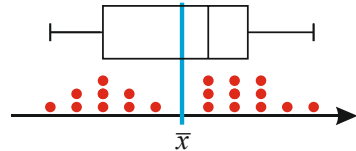
(216) Observation, der ligger mere end halvanden kvartilbredde under nedre kvartil eller mere end halvanden kvartilbredde over øvre kvartil

Middeltal \bar{x} for observations-sættet x_1, x_2, \dots, x_n

$$(217) \quad \bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

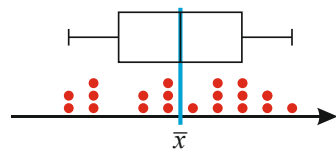
Spredning for observations-sættet x_1, x_2, \dots, x_n

$$(218) \quad \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}} \\ = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}}$$



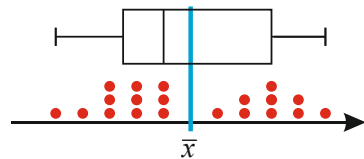
Venstreskæv fordeling

(219) Middeltal mindre end medianen $\bar{x} < m$



Ikke-skæv fordeling

(220) Middeltal lig med medianen $\bar{x} = m$



Højreskæv fordeling

(221) Middeltal større end medianen $\bar{x} > m$

Estimat af middelværdi og spredning for en population ud fra en stikprøve x_1, x_2, \dots, x_n

Estimat \bar{x} af middelværdien

$$(217a) \quad \bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

Estimat s for spredningen

$$(218a) \quad s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \\ = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n-1}}$$

Lineær regression

Tabel med observerede data

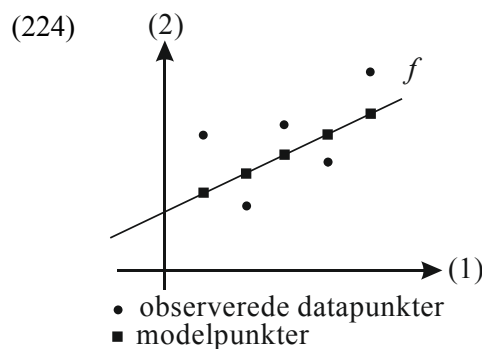
(222)

x	x_1	x_2	x_3	\dots	x_n
y	y_1	y_2	y_3	\dots	y_n

Regressionslinje

(223) Bedste rette linje, graf for $f(x) = a \cdot x + b$

Punktplot og bedste rette linje



Residual

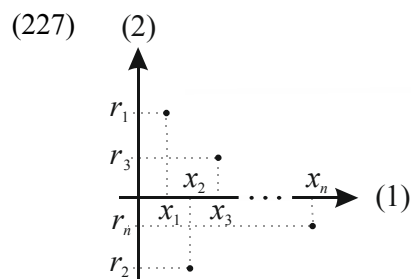
(225) Forskel mellem observeret y -værdi og tilsvarende y -værdi i model

Residualtabel

(226)

x	x_1	x_2	\dots	x_n
Residual	$r_1 = y_1 - f(x_1)$	$r_2 = y_2 - f(x_2)$	\dots	$r_n = y_n - f(x_n)$

Residualplot



Residualspredning

(228)
$$s = \sqrt{\frac{r_1^2 + r_2^2 + \dots + r_n^2}{n - 2}}$$

Kombinatorik

Multiplikationsprincip

Antal mulige måder at vælge både ét element fra N og et element fra M , hvor N består af n elementer og M består af m elementer

$$(229) \quad n \cdot m$$

Additionsprincip

Antal mulige måder at vælge enten ét element fra N eller ét element fra M , hvor N består af n elementer og M består af m elementer

$$(230) \quad n + m$$

Fakultet

$$(231) \quad n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1$$

Permutationer

Antal muligheder for udvælgelse af r elementer blandt n elementer, når rækkefølgen har betydning

$$(232) \quad P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

Kombinationer

Antal muligheder for udvælgelse af r elementer blandt n elementer, når rækkefølgen ikke har betydning

$$(233) \quad K(n, r) = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

Sandsynlighedsregning

Sandsynlighedsfelt med
udfaldsrum U og
sandsynligheder p

$$(234) \quad (U, p)$$

Udfaldsrum U med n udfald

$$(235) \quad \text{Mængden af alle udfald } \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$$

Summen af alle
sandsynligheder

$$(236) \quad p_1 + p_2 + p_3 + \dots + p_n = 1$$

Sandsynlighedstabel

$$(237) \quad \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline \text{Udfald} & u_1 & u_2 & u_3 & \dots & u_n \\ \hline \text{Sandsynlighed} & p_1 & p_2 & p_3 & \dots & p_n \\ \hline \end{array}$$

Hændelse A med
 k udfald fra U

$$(238) \quad \text{Mængde af } k \text{ udfald fra } U$$

Sandsynlighed for hændelse A

$$(239) \quad \text{Summen af de } k \text{ udfalds sandsynligheder}$$

Symmetrisk sandsynlighedsfelt

Alle sandsynligheder er lige
store

$$(240) \quad p_1 = p_2 = p_3 = \dots = p_n = \frac{1}{n}$$

Sandsynlighed for udvælgelse
af et element fra A

$$(241) \quad P(A) = \frac{k}{n} = \frac{\text{antal gunstige}}{\text{antal mulige}}$$

Sandsynlighed ved
kombination af uafhængige
hændelser A og B

$$(242) \quad P(\text{både } A \text{ og } B) = P(A) \cdot P(B)$$

Sandsynlighed ved
kombination af hændelser A
og B , som ikke har noget
fælles udfald

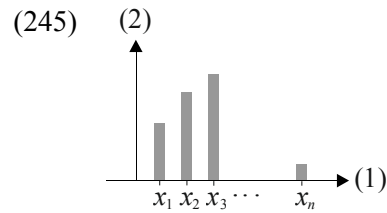
$$(243) \quad P(A \text{ eller } B) = P(A) + P(B)$$

Sandsynlighedsfordelings-
tabel for en stokastisk
variabel X

(244)

x_i	x_1	x_2	x_3	\dots	x_n
$P(X = x_i)$	p_1	p_2	p_3	\dots	p_n

Søjlediagram.
Højde af søjle svarer til
sandsynlighed af udfald



Middelværdi af en stokastisk
variabel X

(246)

$$\mu = E(X) = \sum_{i=1}^n x_i \cdot P(X = x_i)$$

$$= x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 + x_3 \cdot p_3 + \dots + x_n \cdot p_n$$

Varians af en stokastisk
variabel X

(247)

$$\text{Var}(X) = \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2 \cdot P(X = x_i)$$

$$= (x_1 - \mu)^2 \cdot p_1 + \dots + (x_n - \mu)^2 \cdot p_n$$

Spredning af en stokastisk
variabel X

(248)

$$\sigma = \sigma(X) = \sqrt{\text{Var}(X)}$$

Binomialfordeling

Binomialfordelt stokastisk
variabel X med
antalsparameter n og
sandsynlighedsparameter p

(249)

$$X \sim b(n, p)$$

Binomialkoefficient $K(n, r)$

(250)

$$K(n, r) = \binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

(251)

$$K(n, r) = K(n, n-r)$$

Sandsynlighedsfunktion for
binomialfordelt stokastisk
variabel X

(252)

$$P(X = r) = K(n, r) \cdot p^r \cdot (1-p)^{n-r}$$

Middelværdi μ

(253)

$$\mu = n \cdot p$$

Spredning σ

(254)

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)}$$

Statistisk usikkerhed i stikprøver

Antal elementer i stikprøven n

95% konfidensinterval for
populationens
sandsynlighedsparameter p
estimeret ud fra
stikprøveandelen \hat{p}

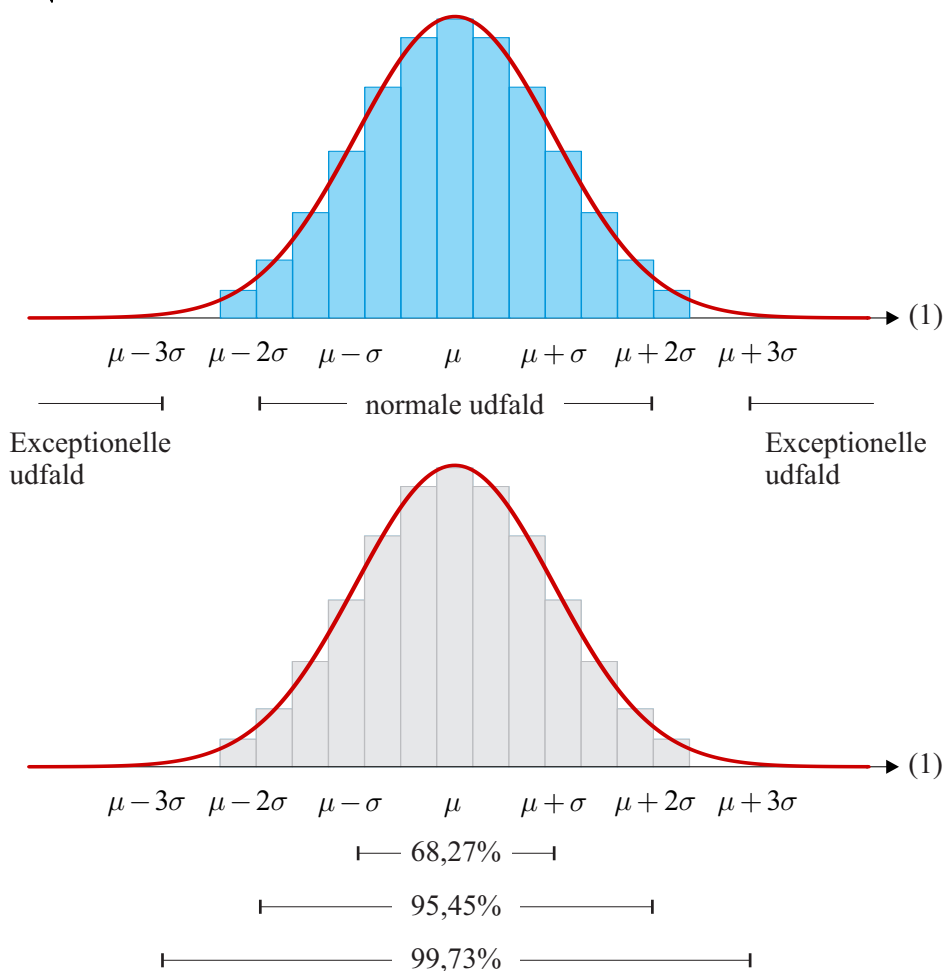
$$(255) \quad \left[\hat{p} - 2 \cdot \sqrt{\frac{\hat{p} \cdot (1 - \hat{p})}{n}} ; \hat{p} + 2 \cdot \sqrt{\frac{\hat{p} \cdot (1 - \hat{p})}{n}} \right]$$

Normalfordelingsapproximation (256)
til binomialfordelt stokastisk
variabel X med middelværdi

$$\mu = n \cdot p$$

og spredning

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1 - p)}$$



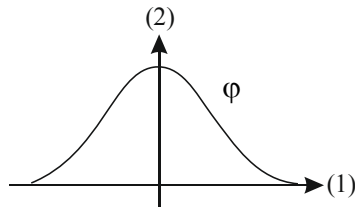
Normalfordelingen

Standardnormalfordelt
stokastisk variabel X

Middelværdi

Spredning

Tæthedsfunktion

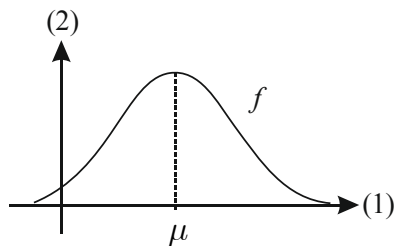


Fordelingsfunktion

Sandsynligheden for, at X er
større end eller lig med a

Sandsynligheden for, at X er
større end eller lig med a og
mindre end eller lig med b

Normalfordelt stokastisk
variabel X med middelværdi μ
og spredning σ



Fordelingsfunktion

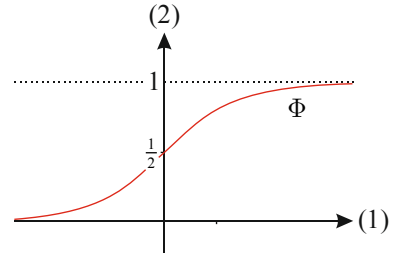
Tæthedsfunktion

$$(257) \quad X \sim N(0,1)$$

$$(258) \quad \mu = E(X) = 0$$

$$(259) \quad \sigma = \sigma(X) = 1$$

$$(260) \quad \varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}x^2}$$

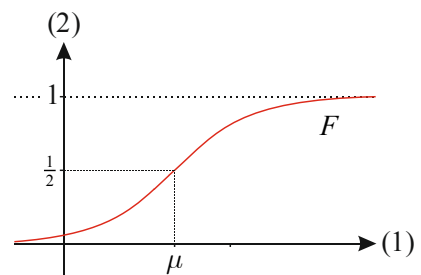


$$(261) \quad \Phi(a) = \int_{-\infty}^a \varphi(x) dx$$

$$(262) \quad \Phi(X \geq a) = 1 - \Phi(a)$$

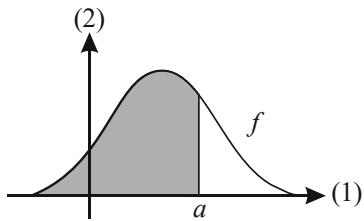
$$(263) \quad \Phi(a \leq X \leq b) = \Phi(b) - \Phi(a)$$

$$(264) \quad X \sim N(\mu, \sigma)$$



$$(265) \quad F(x) = \Phi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)$$

$$(266) \quad f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$



Sandsynligheden for, at X er mindre end eller lig med a

$$(267) \quad P(X \leq a) = \int_{-\infty}^a f(x) dx$$

$$P(X \leq a) = \Phi\left(\frac{a - \mu}{\sigma}\right)$$

Sandsynligheden for, at X er større end eller lig med a

$$(268) \quad P(X \geq a) = 1 - P(X \leq a)$$

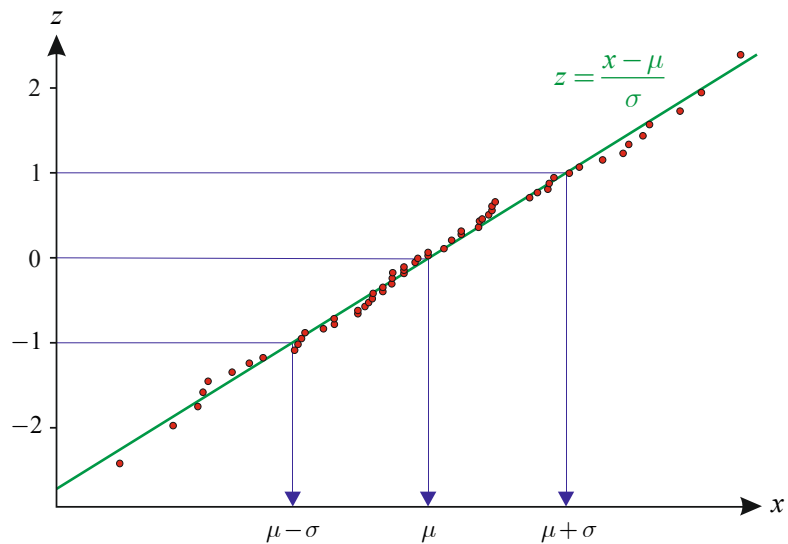
$$P(X \geq a) = 1 - \Phi\left(\frac{a - \mu}{\sigma}\right)$$

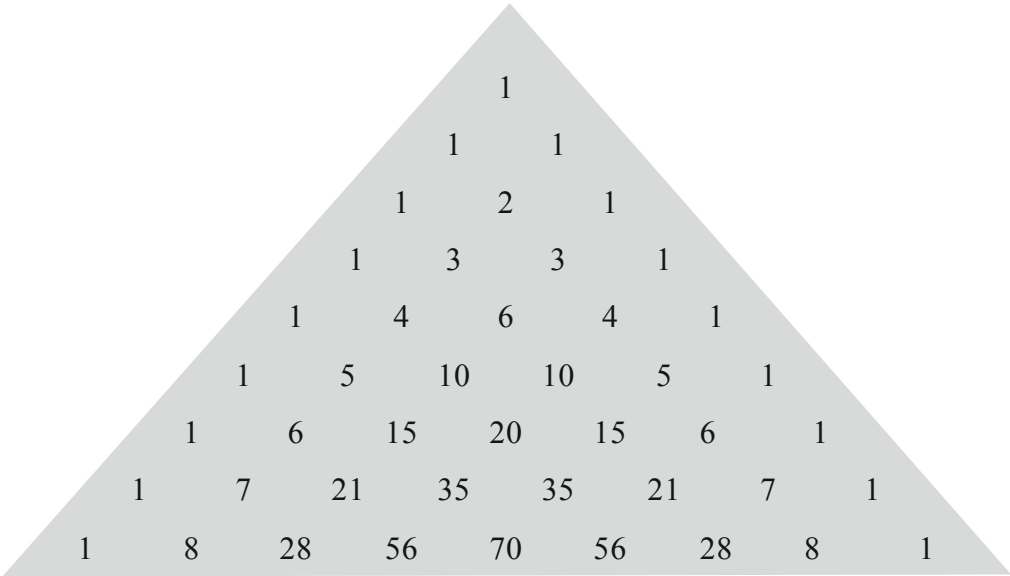
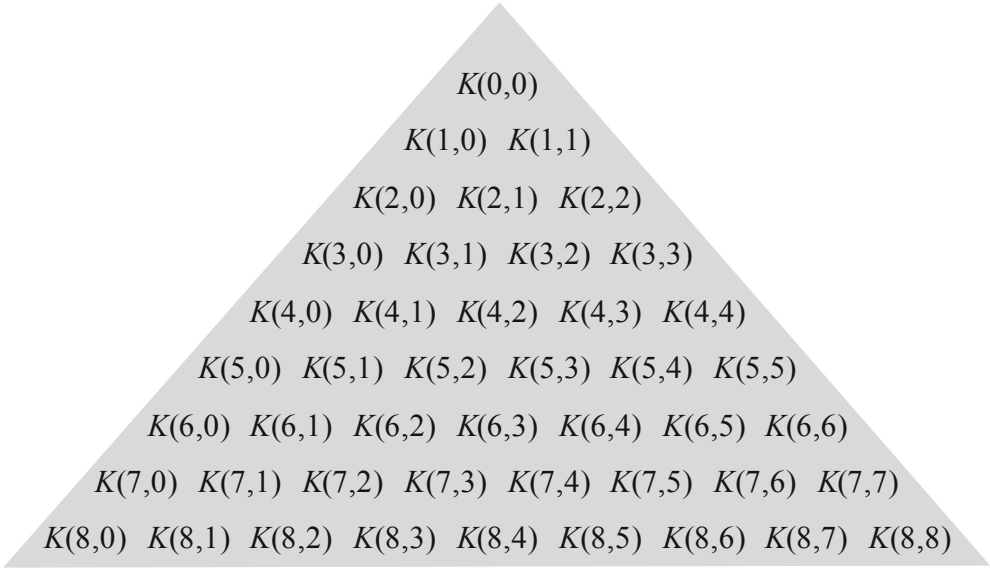
Sandsynligheden for, at X er større end eller lig med a og mindre end eller lig med b

$$(269) \quad P(a \leq X \leq b) = P(X \leq b) - P(X \leq a)$$

$$P(a \leq X \leq b) = \Phi\left(\frac{b - \mu}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{a - \mu}{\sigma}\right)$$

Fraktilplot (270)
QQ-plot





Multiplikationstabel

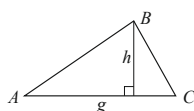
(272)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34	36	38	40
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36	39	42	45	48	51	54	57	60
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48	52	56	60	64	68	72	76	80
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72	78	84	90	96	102	108	114	120
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	77	84	91	98	105	112	119	126	133	140
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96	104	112	120	128	136	144	152	160
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99	108	117	126	135	144	153	162	171	180
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200
11	11	22	33	44	55	66	77	88	99	110	121	132	143	154	165	176	187	198	209	220
12	12	24	36	48	60	72	84	96	108	120	132	144	156	168	180	192	204	216	228	240
13	13	26	39	52	65	78	91	104	117	130	143	156	169	182	195	208	221	234	247	260
14	14	28	42	56	70	84	98	112	126	140	154	168	182	196	210	224	238	252	266	280
15	15	30	45	60	75	90	105	120	135	150	165	180	195	210	225	240	255	270	285	300
16	16	32	48	64	80	96	112	128	144	160	176	192	208	224	240	256	272	288	304	320
17	17	34	51	68	85	102	119	136	153	170	187	204	221	238	255	272	289	306	323	340
18	18	36	54	72	90	108	126	144	162	180	198	216	234	252	270	288	306	324	342	360
19	19	38	57	76	95	114	133	152	171	190	209	228	247	266	285	304	323	342	361	380
20	20	40	60	80	100	120	140	160	180	200	220	240	260	280	300	320	340	360	380	400

Røde tal: Kvadrattal

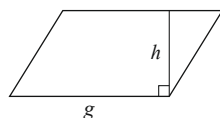
Areal og omkreds, rumfang og overflade af geometriske figurer

Trekant



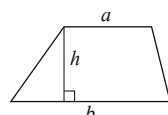
h	højde	
g	grundlinje	
A	areal	$A = \frac{1}{2} h \cdot g$

Parallelogram



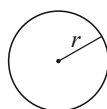
h	højde	
g	grundlinje	
A	areal	$A = h \cdot g$

Trapez



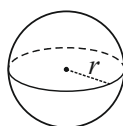
h	højde	
a, b	parallelle sider	
A	areal	$A = \frac{1}{2} h \cdot (a + b)$

Cirkel



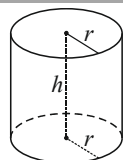
r	radius	
A	areal	$A = \pi r^2$
O	omkreds	$O = 2\pi \cdot r$

Kugle



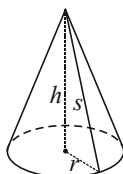
r	radius	
O	overflade	$O = 4\pi \cdot r^2$
V	rumfang	$V = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3$

Cylinder



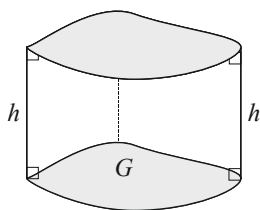
h	højde	
r	grundfladeradius	
O	krum overflade	$O = 2\pi r \cdot h$
V	rumfang	$V = \pi r^2 \cdot h$

Kegle




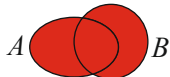
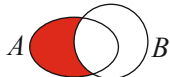

h	højde	
s	sidelinje	
r	grundfladeradius	
O	krum overflade	$O = \pi r \cdot s$
V	rumfang	$V = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot h$

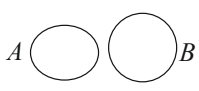
Generaliseret cylinder



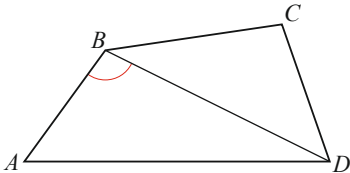
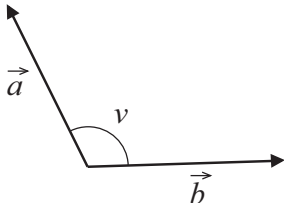
h	højde	
s	omkreds af grundfladen	
G	grundfladen	
O	krum overflade	$s \cdot h$
V	rumfang	$V = h \cdot G$
	overflade	$= s \cdot h + 2G$

Matematiske standardsymboler

Symbol	Betydning	Eksempler, bemærkninger m.v.
$\{.,.,.\}$	mængde på listeform	$\{-5, 0, 3, 10\}, \{2, 4, 6, \dots\}, \{\dots, -1, 0, 1, \dots\}$
\mathbb{N}	mængden af naturlige tal	$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$
\mathbb{Z}	mængden af hele tal	$\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$
\mathbb{Q}	mængden af rationale tal	tal, der kan skrives $\frac{p}{q}$, $p \in \mathbb{Z}, q \in \mathbb{N}$
\mathbb{R}	mængden af reelle tal	
\in	tilhører / er element i	$2 \in \mathbb{N}$
$[a; b]$	lukket interval	$[1; 3] = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq x \leq 3\}$
$]a; b]$	halvåbent interval	$]1; 3] = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 < x \leq 3\}$
$[a; b[$	halvåbent interval	$[1; 3[= \{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq x < 3\}$
$]a; b[$	åbent interval	$]1; 3[= \{x \in \mathbb{R} \mid 1 < x < 3\}$
\subset	er en ægte delmængde af	$\{1, 2, 3\} \subset \mathbb{N}$
\cap	fællesmængde	$A \cap B$ 
\cup	Foreningsmængde	$A \cup B$ 
\setminus	mængdedifferens	$A \setminus B$ 
\overline{A}	komplementærmængde	$U \setminus A$ 

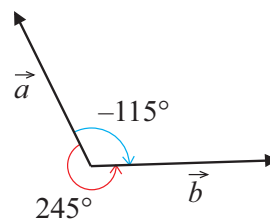
Symbol	Betydning	Eksempler, bemærkninger m.v.
\emptyset	den tomme mængde	
	disjunkte mængder	$A \cap B = \emptyset$ 
\times	mængdeprodukt	$[-10;10] \times [-10;10]$
\wedge	"og" i betydningen "både og" (konjunktion)	$x < 2 \wedge y = 5$
\vee	"eller" i betydningen "og/eller" (disjunktion)	$x < 2 \vee x > 5$
\Rightarrow	"medfører", "hvis ... så" (implikation)	$x = 2 \Rightarrow x^2 = 4$
\Leftrightarrow	"ensbetydende", "hvis og kun hvis" (biimplikation)	$x^2 = 4 \Leftrightarrow x = -2 \vee x = 2$
$\sum_{i=1}^n a_i$	$a_1 + a_2 + \dots + a_n$	$\sum_{i=1}^4 i^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2$
$n!$	n fakultet, n udråbstegn	$n! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n$ for $n \geq 1$ $0! = 1$
$f(x)$	funktionsværdi af x ved funktionen f	$f(x) = \sqrt{2x+1}$, så er $f(4) = 3$.
$\text{Dm}(f)$	definitionsområdet for f	
$\text{Vm}(f)$	værdimængden for f	
$\log(x)$	logaritmfunktionen med grundtal 10	$y = \log(x) \Leftrightarrow x = 10^y$
$\ln(x)$	den naturlige logaritme-funktion	$y = \ln(x) \Leftrightarrow x = e^y$
e^x	den naturlige eksponential-funktion	e^x betegnes også $\exp(x)$
a^x	eksponentialfunktionen med grundtal a , $a > 0$	$b \cdot a^x$ kaldes undertiden for en eksponentialfunktion eller en eksponentiel udvikling
x^a	potensfunktion	$b \cdot x^a$ kaldes undertiden for en potensfunktion eller en potens-udvikling
$ x $	numerisk (absolut) værdi af x	$ 3 =3$, $ -7 =7$ $ x $ betegnes også $\text{abs}(x)$

Symbol	Betydning	Eksempler, bemærkninger m.v.
$\sin(x)$	sinus	
$\cos(x)$	cosinus	
$\tan(x)$	tangens	$\tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$
$\sin^{-1}(y)$	omvendt funktion til sinus	$\sin^{-1}(y) = x \Leftrightarrow \sin(x) = y$ $\sin^{-1}(0,5) = 30^\circ$ \sin^{-1} betegnes også Arcsin
$\cos^{-1}(y)$	omvendt funktion til cosinus	$\cos^{-1}(y) = x \Leftrightarrow \cos(x) = y$ $\cos^{-1}(0,5) = 60^\circ$ \cos^{-1} betegnes også Arccos
$\tan^{-1}(y)$	omvendt funktion til tangens	$\tan^{-1}(y) = x \Leftrightarrow \tan(x) = y$ $\tan^{-1}(1) = 45^\circ$ \tan^{-1} betegnes også Arctan
$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$	grænseværdien af $f(x)$ for x gående mod x_0	$\lim_{x \rightarrow 3} \sqrt{x+1} = 2$
$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$	grænseværdien af $f(x)$ for x gående mod ∞	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 0$
$f(x) \rightarrow a$	$f(x)$ går mod a	$\sqrt{x+1} \rightarrow 2$ for $x \rightarrow 3$
for $x \rightarrow x_0$	for x gående mod x_0	
$f(x) \rightarrow a$	$f(x)$ går mod a	$e^{-x} \rightarrow 0$ for $x \rightarrow \infty$
for $x \rightarrow \infty$	for x gående mod ∞	
Δx	x -tilvækst	$\Delta x = x - x_0$
$\Delta y, \Delta f$	funktionstilvækst for $y = f(x)$	$\Delta y = \Delta f = f(x) - f(x_0)$
$\frac{\Delta y}{\Delta x}, \frac{\Delta f}{\Delta x}$	differenskvotient for $y = f(x)$	$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$
$f'(x_0)$	differentialkvotienten for $y = f(x)$ i x_0	$f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ $= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$

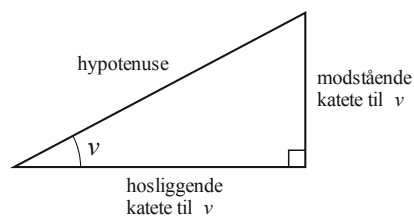
Symbol	Betydning	Eksempler, bemærkninger m.v.
f'	aflødet funktion af $y = f(x)$	betegnes $f'(x)$, y' , $\frac{d}{dx}(f(x))$,
$f^{(n)}$	den n 'te aflødede funktion af $y = f(x)$	$f^{(2)}(x)$ skrives ofte $f''(x)$, y'' eller $\frac{d^2 y}{dx^2}$
AB	linjestykket AB	
$ AB $	længden af linjestykket AB	
\widehat{AB}	cirkelbuen \widehat{AB}	
$ \widehat{AB} $	længden af cirkelbuen \widehat{AB}	
\vec{a} , \overrightarrow{AB}	vektor	
$ \vec{a} $, $ \overrightarrow{AB} $	længden af vektoren	
\hat{a}	tværvektor	betegnelsen \hat{a} kan også anvendes
$\vec{a} \cdot \vec{b}$	skalarprodukt, prikprodukt	betegnelsen $\vec{a} \cdot \vec{b}$ benyttes også
$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$	determinanten for vektorparret (\vec{a}, \vec{b})	betegnelsen $\det(\vec{a}, \vec{b})$ benyttes også
\perp	"er vinkelret på"	$l \perp m$ læses også "l og m er ortogonale"
$\angle A$	vinkel A	$\angle A = 110^\circ$ eller $A = 110^\circ$
$\angle ABD$	vinkel B i trekant ABD	
$\angle(\vec{a}, \vec{b})$	vinklen v mellem \vec{a} og \vec{b} , hvor $0^\circ \leq v \leq 180^\circ$	

Symbol	Betydning	Eksempler, bemærkninger m.v.
--------	-----------	------------------------------

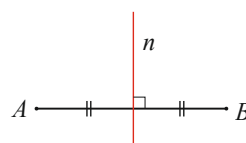
vinklen fra \vec{a} til \vec{b}



retvinklet trekant

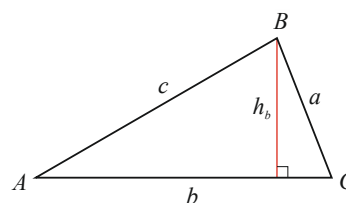


midtnormalen n
for linjestykket AB



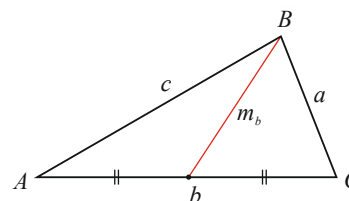
h_b

højden fra B på siden b eller
dens forlængelse



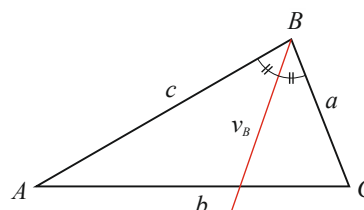
m_b

medianen fra B på siden b



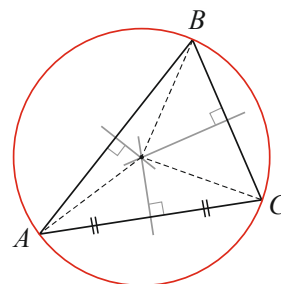
v_B

vinkelhalveringslinjen for
vinkel B

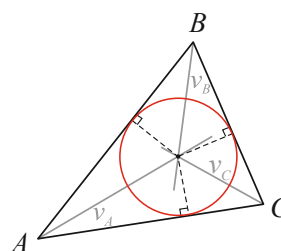


Symbol	Betydning	Eksempler, bemærkninger m.v.
--------	-----------	------------------------------

trekant ABC 's omskrevne
cirkel



trekant ABC 's indskrevne
cirkel



Stikordsregister

A	accelerationsfunktion	31	E	eksponentiel funktion	
	additionsprincip	39		- aftagende	20
	afledet funktion	25, 51		- voksende	19
	afstand mellem			enhedsvektor	10
	- punkt og linje	14		ensvinklede trekanter	8
	- to punkter	14		exceptionelle udfald	42
	amplitude	23	F	fakultet	39, 49
	andengradspolynomium	17		fordoblingskonstant	19
	annuitetslån	5		fordelingsfunktion	43
	annuitetsopsparing	5		fremskrivningsfaktor	19, 20
	areal			førstegradspolynomium	16
	- cirkel	47	G	generaliseret cylinder	48
	- generaliseret cylinder	48		gradient	33
	- parallelogram	47		gradtal	22
	- trapez	47		grupperede observationer	35
	- trekant	47		grænseværdi	50
B	banekurven	31	H	halveringskonstant	20
	bedste rette linje	38		harmonisk svingning	23
	begyndelsesværdi	5		hastighedsfunktion	31
	bestemt integral	27		histogram	35
	binomialfordeling	31		hult omdrejningslegeme	29
	binomialkoefficient	31		hældningskoefficient	13, 16
	boksplot	36, 37		hældningsvinklen	13
	brøkregler	6		hændelse	40
C	cirkel	47		højde	47, 52
	cirklens ligning	14		højreskæv	37
	cosinus	8, 50	I	ikke-skæv	37
	cosinusrelation	9		indekstal	5
	cylinder	47		indskreven cirkel	53
D	determinant	12		integration	27
	differensen mellem	11			
	differenskvotient	50			
	differentialkvotient	24, 50			
	differentialligninger	29			

K	kapitalformel	5	O	omkreds, cirkel	47
	kegle	47		omskreven cirkel	53
	kombinationer	39		omvendt proportionalitet	3
	konfidensinterval	42		ortogonal, vinkelret	39
	koordinatsæt	11		ortogonale vektorer	11
	kugle	47		outlier	37
	kurvelængde	28		overflade	
	kvadratsætninger	7		- cylinder	47
	kvartil	35, 36, 37		- generaliseret cylinder	48
	kvartilbredde	36		- kegle	47
	kvartilsæt	36		- kugle	47
L	lineær funktion	16	P	$p\%$ -fraktil	35
	lineær regression	28		parabel	15
	linjens ligning	13		parallelle vektorer	12
	logaritmefunktioner	18		parallelogram	47
	lokalt maksimum	34		Pascals trekant	45
	lokalt minimum	34		permutationer	39
	længde af vektor	10		potensfunktioner	21
	løsningkurve	30		potensregneregler	7
M	median (statistik)	36, 37		prikdiagram	36
	median (trekant)	52		prikprodukt	11, 51
	middeltal	37		procent-procent tilvækst	21
	middelværdi	41		procentregning	5
	midtnormal	52		projektionen	12
	midtpunkt	14		proportionalitet	6
	multiplikation af vektor	10		punktplot	38
	multiplikationsprincip	39	Q	QQ-plot	44
	multiplikationstabel	46	R	radiantal	22
N	nedre kvartil	35		regneregler for differentiation	24
	niveaukurve	33		regneregler for integration	27
	normale udfald	42		regression, lineær	38
	normalfordeling	43		regressionslinje	38
	normalvektor	13		residual	38
	nulpunkter	17		residualplot	38
				residualspredning	38
				retningsvektor	31

	retvinklet trekant	8, 52	V	varians	41
	rod, rødder	17		variationsbredde	36
	rumfang af			vektorer i planen	10
	- cylinder	47		venstreskæv fordeling	37
	- generaliseret cylinder	48		vilkårlig trekant	9
	- kegle	47		vinkelhalveringslinje	52
	- kugle	47		vinkelret, ortogonal	51
				vinkelsum i trekant	9
S	saddelpunkt	34		vinkler	51, 52
	sandsynlighed	40, 41		vækstrate	5, 19, 20
	sinus	8, 50			
	sinusrelation	9	Ø	øvre kvartil	35
	skæringspunkt m. førsteaksen	15			
	skalafaktor	8			
	skalarprodukt	11, 39			
	spredning	37, 41			
	statistisk usikkerhed	42			
	stokastisk variabel	41, 42			
	sum af vektorer	11			
	sumkurve	35			
	symboler	48			
	symmetrisk sandsynlighedsfelt	40			
	søjlediagram	41			
T	tangens	8, 50			
	tangent til graf	24			
	toppunkt	15, 17			
	trapez	47			
	trigonometriske funktioner	22, 23			
	tværvektor	12			
	tæthedsfunktion	43			
U	uafhængige hændelser	30			
	ubestemt integral	27			
	udfaldsrum	40			
	udvidet kvartilsæt	36			
	ugrupperede observationer	36			