

ОБРАЗЕЦ ЗАДАНИЙ ДЛЯ ЛР №1

Пример 1. При изменении диаметра валика после шлифовки была получена следующая выборка (объема $n = 55$):

20,3	15,4	17,2	19,2	23,3	18,1	21,9
15,3	16,8	13,2	20,4	16,5	19,7	20,5
14,3	20,1	16,8	14,7	20,8	19,5	15,3
19,3	17,8	16,2	15,7	22,8	21,9	12,5
10,1	21,1	18,3	14,7	14,5	18,1	18,4
13,9	19,8	18,5	20,2	23,8	16,7	20,4
19,5	17,2	19,6	17,8	21,3	17,5	19,4
17,8	13,5	17,8	11,8	18,6	19,1	—

Необходимо построить интервальный вариационный ряд, состоящий из семи интервалов, построить гистограмму относительных частот выборочной совокупности.

Решение:

Так как наибольшая варианта равна 23,8, а наименьшая 10,1, то вся выборка попадает в интервал (10, 24). Для удобства вычислений расширим интервал (10,1; 23,8). Длина каждого частичного интервала равна $\frac{24-10}{7} = 2$.

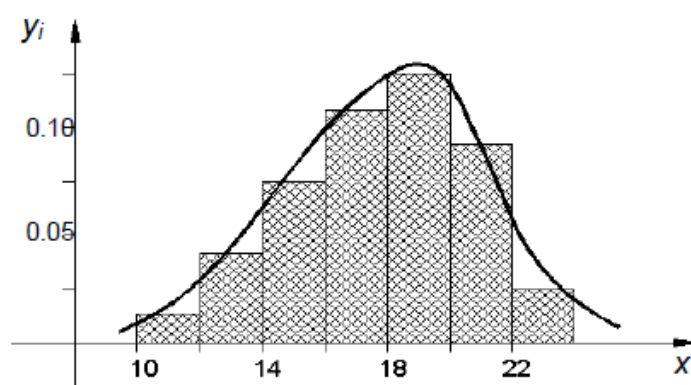
Получаем следующие семь интервалов:

[10,12); [12,14); [14,16); [16,18); [18,20); [20,22); [22,24),

а соответствующий интервальный вариационный ряд представлен в таблице.

X	10–12	12–14	14–16	16–18	18–20	20–22	22–24
ω_i	2/55	4/55	8/55	12/55	15/55	11/55	3/55

Используя полученный интервальный вариационный ряд, найдем высоты y_i по формуле $y_i = \omega_i / h$. График построенной гистограммы приведен на рисунке. Здесь же штриховой линией отмечен предполагаемый график неизвестной плотности $f^*(x)$.



Пример 2. Путем опроса получены следующие данные ($n = 80$):

2 4 2 4 3 3 3 2 0 6	1 2 3 2 2 4 3 3 5 1	0 2 4 3 2 2 3 3 1 3
3 3 1 1 2 3 1 4 3 1	7 4 3 4 2 3 2 3 3 1	4 3 1 4 5 3 4 2 4 5
3 6 4 1 3 2 4 1 3 1	0 0 4 6 4 7 4 1 3 5	

1. Составить статистическое распределение выборки, предварительно записав дискретный вариационный ряд.
2. Построить полигон относительных частот.
3. Составить ряд распределения относительных частот.
4. Составить эмпирическую функцию распределения.
5. Построить график эмпирической функции распределения.
6. Найти основные числовые характеристики вариационного ряда:
 - выборочное среднее \bar{x}_e ;
 - выборочную дисперсию D_e ;
 - выборочное среднее квадратическое отклонение σ_e ;
 - коэффициент вариации V_e .
7. Пояснить смысл полученных результатов.

Решение:

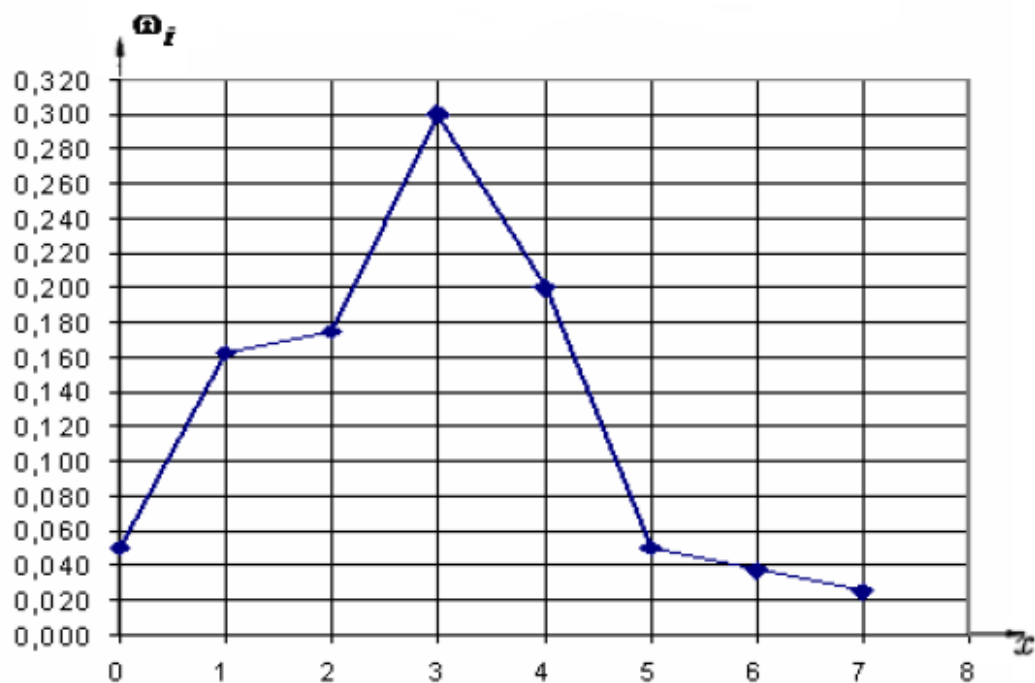
1. Для составления дискретного вариационного ряда отсортируем данные опроса по величине и расположим их в порядке возрастания:

0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2
3
4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 5 5 5 5 6 6 6 7 7.

Более компактно эти данные можно представить в виде статистического распределения выборки.

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
n_i	4	13	14	24	16	4	3	2

3. Изобразим полигон относительных частот вариационного ряда.



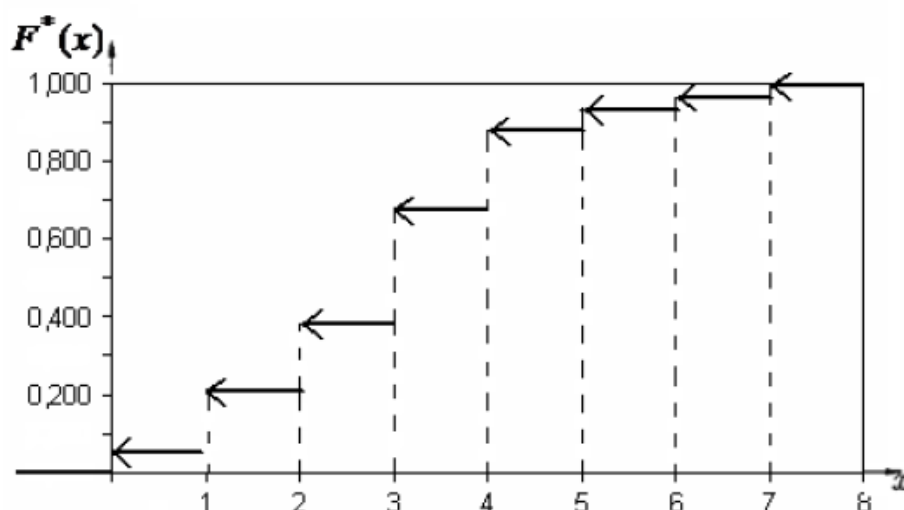
2. Для построения полигона частот найдем относительные и накопленные частоты.

x_i	n_i	Относительные частоты (ω_i) $\omega_i = n_i/n$	Накопленные частоты
0	4	0,050	0,050
1	13	0,163	0,213
2	14	0,175	0,388
3	24	0,300	0,688
4	16	0,200	0,888
5	4	0,050	0,938
6	3	0,038	0,975
7	2	0,025	1,000
Σ	80	1	–

4. Эмпирическую функцию распределения найдем, используя накопленные частоты:

$$F^*(x) = \begin{cases} 0; & x \leq 0, \\ 0,05; & 0 < x \leq 1, \\ 0,213, & 1 < x \leq 2, \\ 0,388, & 2 < x \leq 3, \\ 0,688, & 3 < x \leq 4, \\ 0,888, & 4 < x \leq 5, \\ 0,938, & 5 < x \leq 6, \\ 0,975, & 6 < x \leq 7, \\ 1, & x > 7. \end{cases}$$

5. Построим график эмпирической функции распределения, используя значения, полученные в п. 4.



6. Найдем основные числовые характеристики вариационного ряда.

Для нахождения выборочного среднего $\bar{x}_e = \frac{\sum_{i=1}^m x_i n_i}{n}$ и выбороч-

ной дисперсии $D_e = \frac{\sum_{i=1}^m (x_i - \bar{x}_e)^2 n_i}{n}$ составим таблицу:

x_i	n_i	$x_i n_i$	$(x_i - \bar{x}_e)^2$	$(x_i - \bar{x}_e)^2 n_i$
0	4	0	8,1796	32,7184
1	13	13	3,4596	44,9748
2	14	28	0,7396	10,3544
3	24	72	0,0196	0,4704
4	16	64	1,2996	20,7936
5	4	20	4,5796	18,3184
6	3	18	9,8596	29,5788
7	2	14	17,1396	34,2792
Сумма	80	229	—	191,488

Используя таблицу, находим:

- Выборочную среднюю $\bar{x}_e = \frac{\sum_{i=1}^m x_i n_i}{n} = \frac{229}{80} \approx 2,86$.

- Выборочную дисперсию

$$D_e = \frac{\sum_{i=1}^m (x_i - \bar{x}_e)^2 n_i}{n} = \frac{191,488}{80} = 2,39.$$

- Выборочное среднее квадратическое отклонение

$$\sigma_e = \sqrt{D_e} = \sqrt{2,39} \approx 1,55.$$

- Коэффициент вариации $V_{\sigma} = \frac{\sigma_{\sigma}}{\bar{x}_{\sigma}} \cdot 100 \% = \frac{1,55}{2,86} \cdot 100 \% \approx 54,2 \%$.

7. Смысл полученных результатов заключается в том, что величина $\bar{x}_{\sigma} \approx 2,86$ характеризует среднее значение признака X , т. е. среднее значение составило 2,86. Среднее квадратическое отклонение $\sigma_{\sigma}(X)$ описывает абсолютный разброс значений показателя X и в данном случае составляет $\sigma_{\sigma}(X) \approx 1,55$. Коэффициент вариации V_{σ} характеризует относительную изменчивость показателя X , т. е. относительный разброс вокруг его среднего значения \bar{x}_{σ} , и в данном случае составляет $V \approx 54,2 \%$.

Пример 3. Для данных о количестве пациентов кардиологического отделения Демидовской больницы (пример 2 п. 1.2.3.) требуется найти основные числовые характеристики вариационного ряда:

- выборочное среднее \bar{x}_{σ} ;
- выборочную дисперсию D_{σ} ;
- выборочное среднее квадратическое отклонение σ_{σ} ;
- коэффициент вариации V_{σ} .

Решение:

Для нахождения числовых характеристик построим дискретный ряд распределения.

X	10	22	34	46	58	70	82	94
n_i	5	8	16	20	24	14	7	6
ω_i	0,05	0,08	0,16	0,2	0,24	0,14	0,07	0,06

Тогда

$$\bar{x}_e = 10 \cdot 0,05 + 22 \cdot 0,08 + 34 \cdot 0,16 + 46 \cdot 0,2 + 58 \cdot 0,24 + 70 \cdot 0,14 + \\ + 82 \cdot 0,07 + 94 \cdot 0,06 = 51,85.$$

$$\bar{x}_e^2 = 10^2 \cdot 0,05 + 22^2 \cdot 0,08 + 34^2 \cdot 0,16 + 46^2 \cdot 0,2 + 58^2 \cdot 0,24 + 70^2 \cdot 0,14 + \\ + 82^2 \cdot 0,07 + 94^2 \cdot 0,06 = 2729,68.$$

$$D_e = 2729,68 - (51,85)^2 \approx 75,37; \quad \sigma_e = \sqrt{75,37} \approx 8,68.$$

Выборочный коэффициент вариации

$$V_e = \frac{\sigma_e}{\bar{x}_e} \cdot 100 \% = \frac{8,68}{51,85} \cdot 100 \% \approx 16,74 \%,$$

т. е. выборка некомпактна.