

Diagnosebogen zur 2. KA: Grundlagen quadratischer Funktionen

Der Diagnosebogen soll Dir bei der Vorbereitung auf die Klassenarbeit helfen. Kreuze jeweils an, wie sicher Du Dich bei der Bearbeitung fühlst.

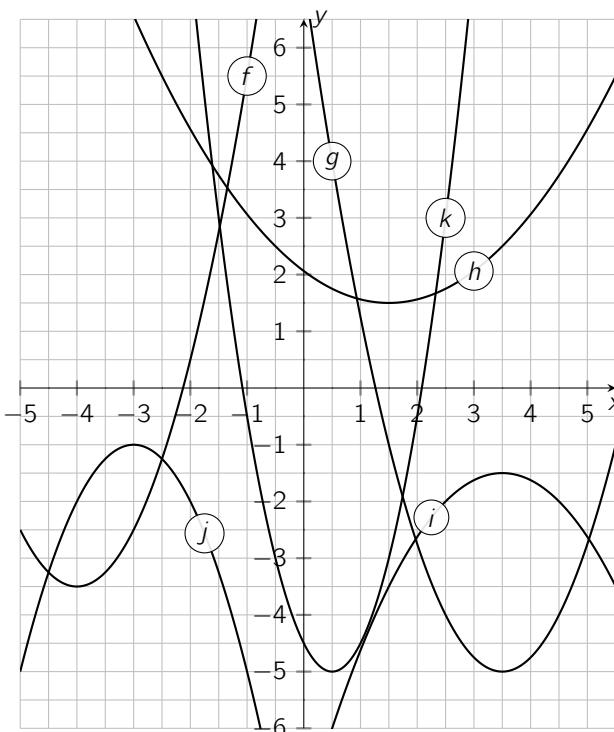
Sei ehrlich zu Dir selbst! Der Bogen wird nicht bewertet!

Ich kann ...	Einschätzung				Aufgaben
Scheitelpunkte, Extrempunkte und Nullstellen von Parabeln im Koordinatensystem ablesen.					Aufgabe: 4
Grundeigenschaften quadratischer Funktionen in einfacher Sachzusammenhang anwenden.					Aufgaben: 8a, b
Scheitelpunkte anhand von Parabelgleichungen bestimmen, Parabeln verschieben, strecken und stauchen.					Aufgaben: 5, 6, Lb. S. 64/8
Parabeln ihre Parabelgleichung zuordnen und Eigenschaften von Parabeln anwenden.					Aufgaben: 1, 3, 11
Scheitelpunkte der Graphen quadratischer Funktionen und die Anzahl der Nullstellen anhand der Scheitelpunktform bestimmen.					Aufgaben: 2, 10
sicher mit dem Begriff Nullstelle umgehen und Nullstellen quadratischer Funktionen in Scheitelpunktform oder faktorisierte Form bestimmen.					Aufgaben: 4, 7, 10, Lb. S. 65/10, 11
aus der Scheitelpunktform einer quadratischen Funktion die allgemeine Form bestimmen.					Aufgaben: 5, 6
aus der allgemeinen Form einer quadratischen Funktion die Scheitelpunktform bestimmen.					Aufgabe: 9

Zusätzliche Übungsaufgaben

Ohne Hilfsmittel (OHiMi)

Aufgabe 1. **Gib** für die dargestellten Parabeln Funktionsgleichungen in der Scheitelpunktform **an**.



Diagnosebogen zur 2. KA: Grundlagen quadratischer Funktionen

Aufgabe 2. Entscheide begründet und ohne Rechnung, wie viele Nullstellen die Graphen der angegebenen Funktionen besitzen.

(a) $f(x) = \frac{2}{3}(x+4)^2 - 5$

(c) $h(x) = (x-3)^2 - 1$

(e) $j(x) = \frac{1}{3}(x+3)^2 + 4$

(b) $g(x) = 2(x-4)^2 - 1$

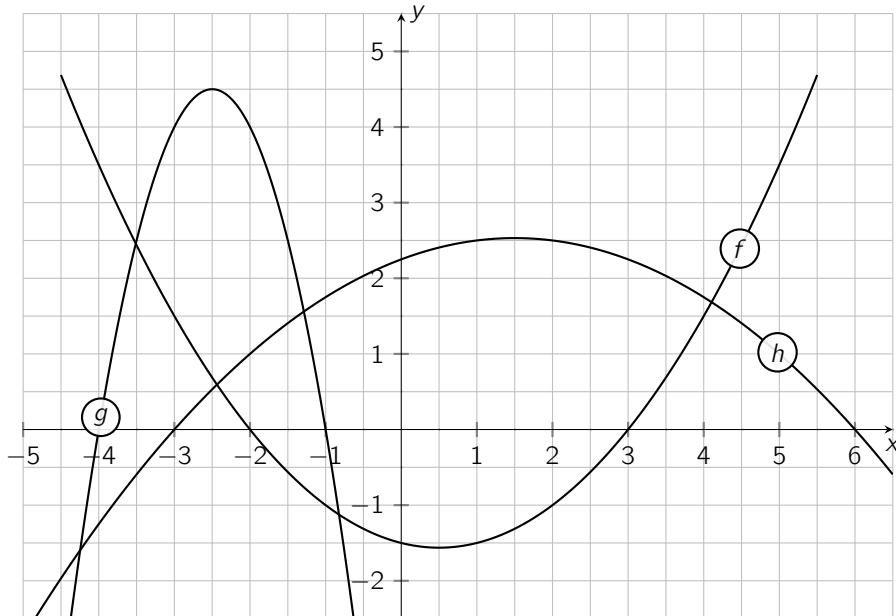
(d) $i(x) = \frac{2}{3}(x+1)^2 + 1$

(f) $k(x) = -6(x+4)^2$

Aufgabe 3. Von den Graphen quadratischer Funktionen sind bestimmte Eigenschaften bekannt. Gib jeweils eine Funktionsgleichung an, für deren Graph die Eigenschaften zutreffen. (Es können mehrere Möglichkeiten bestehen.)

- (a) Der Graph von f ist eine nach oben geöffnete Normalparabel, die um 3 Einheiten nach rechts und 2 Einheiten nach oben verschoben ist.
- (b) Der Graph von g ist eine nach unten geöffnete Normalparabel, deren Scheitelpunkt im 2. Quadranten liegt.
- (c) Der Graph von h ist mit dem Faktor 0,5 gestaucht und nach unten geöffnet. Der Scheitelpunkt liegt bei $S(4| -2)$.
- (d) Der Graph von i ist mit dem Faktor 4 gestreckt und nach oben geöffnet. Der Scheitelpunkt liegt auf der x -Achse.

Aufgabe 4. Gib für die dargestellten Funktionen die Nullstellen und die Scheitelpunkte an.



Mit zugelassenen Hilfsmitteln

Aufgabe 5. Forme die Funktionsgleichungen in die allgemeine Form um. Gib jeweils auch an, wo der Scheitelpunkt liegt, ob die Parabel nach oben oder unten geöffnet und ob sie gestreckt, gestaucht oder eine Normalparabel ist.

(a) $f(x) = x^2 + 5$

(b) $f(x) = (x - 10)^2 + 2$

(c) $f(x) = (x + 8,5)^2 + 9,5$

(d) $f(x) = -0,25(x - 9)^2 - 5,5$

(e) $f(x) = 0,5(x - 5,5)^2 - 3$

(f) $f(x) = 3(x + 8,5)^2 - 6,5$

Aufgabe 6. Vom Graphen einer Normalparabel f ist der Scheitelpunkt S gegeben. Ermittle die Funktionsgleichung in der allgemeinen Form.

(a) $S(-2|8)$

(b) $S(-5,5| -5,5)$

(c) $S(2,5| -7)$

(d) $S(-7| -8,5)$

(e) $S(-6| -5)$

(f) $S(9| -6,5)$



Diagnosebogen zur 2. KA: Grundlagen quadratischer Funktionen

Aufgabe 7. Berechne die Nullstellen der gegebenen Funktionen, wenn sie existieren.

(a) $f(x) = (x - \frac{3}{2})^2 - \frac{9}{4}$

(d) $f(x) = (x - \frac{9}{2})^2 - \frac{25}{4}$

(g) $f(x) = 2(x - \frac{17}{2})^2 - \frac{1}{2}$

(b) $f(x) = (x - \frac{3}{2})^2 - \frac{49}{4}$

(e) $f(x) = (x - 8)^2 + 64$

(h) $f(x) = -2(x - \frac{21}{4})^2 + \frac{49}{8}$

(c) $f(x) = (x - \frac{5}{2})^2 - \frac{121}{4}$

(f) $f(x) = -5(x - 7)^2 - 5$

(i) $f(x) = -2(x - 9)^2 - 128$

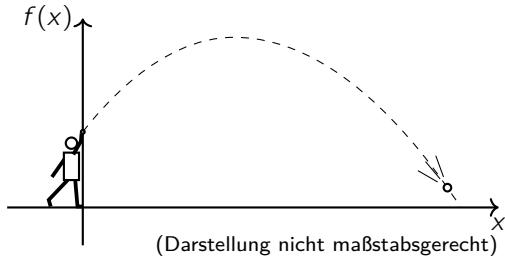
Aufgabe 8.

Mareile tritt bei den Bundesjugendspielen der 9. Klassen im Schlagball-Weitwurf an.

Die Flugkurve des Schlagballs verläuft annähernd entsprechend der Parabel mit der Funktion

$$f(x) = -0,026x^2 + 0,81x + 2,0,$$

wobei x die Entfernung vom Abwurftort und $f(x)$ die Höhe des Schlagballs ist. (x und $f(x)$ in Metern)



- (a) Gib an, aus welcher Höhe Mareile den Ball abgeworfen hat.
- (b) Bestimme die Höhe, die der Ball 17 m nach dem Abwurf erreicht.
- (c) Bestimme rechnerisch, welche Maximalhöhe der Ball erreicht.
- (d) Berechne, welche Weite der Ball erreicht.

Aufgabe 9. Forme in die Scheitelpunktform um und zeichne die Funktionsgraphen in ein Koordinatensystem.

(a) $f(x) = x^2 + 8x + 19,5$

(d) $f(x) = x^2 + 7x + 7,25$

(g) $f(x) = -2x^2 - 2x + 1$

(b) $f(x) = x^2 - 6x + 9$

(e) $f(x) = -0,5x^2 - x + 2,5$

(h) $f(x) = 2x^2 - 2x - 3,5$

(c) $f(x) = x^2 + 4x + 5$

(f) $f(x) = -0,25x^2 - 1,75x + 1,9375$

(i) $f(x) = 2x^2 + 4x - 0,5$

Aufgabe 10. Bestimme jeweils aus der Scheitelpunktform den Streckungsfaktor a und den Scheitelpunkt S .

Gib an, wie viele Nullstellen der Graph der Funktion haben muss und kreuze an, ob es sich um eine Normalparabel (NP) handelt oder der Graph gestreckt oder gestaucht ist.

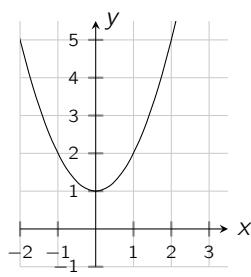
$f(x)$	a	Scheitelpunkt	Anzahl Nullstellen	Normal-parabel	gestreckt	gestaucht
$f(x) = x^2 - 3$						
$f(x) = x^2 + 5$						
$f(x) = (x + 3)^2 + 0,5$						
$f(x) = -(x + 3)^2 + 0,5$						
$f(x) = 3(x - 4)^2 + 5$						
$f(x) = 1,5(x + 2)^2 - 3$						
$f(x) = 0,3(x + 6)^2 - 2,5$						
$f(x) = -2,3(x - 3)^2 - 3,5$						
$f(x) = -0,4x^2 + 2,4$						
$f(x) = \frac{2}{3}(x + \frac{3}{2})^2 + \frac{1}{3}$						



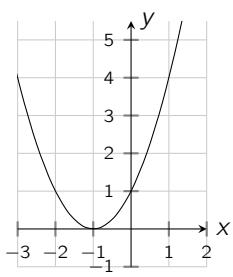
Diagnosebogen zur 2. KA: Grundlagen quadratischer Funktionen

Aufgabe 11. Ordne den Graphen die Funktionsgleichungen zu.

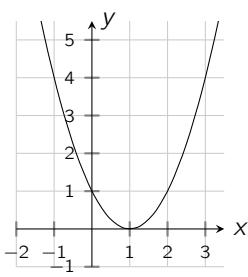
(a)



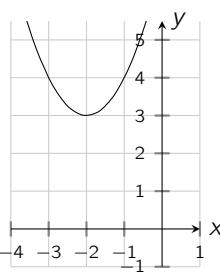
(b)



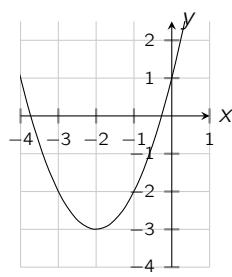
(c)



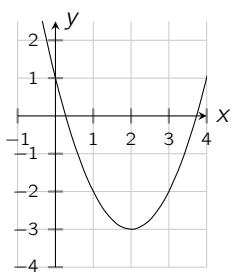
(d)



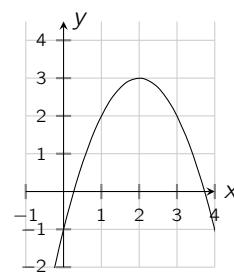
(e)



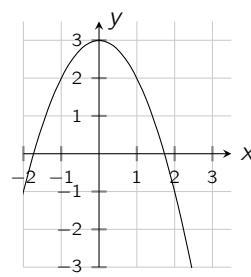
(f)



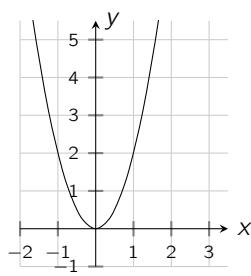
(g)



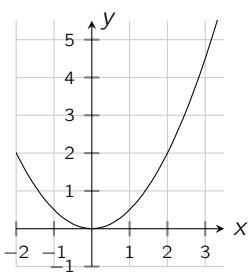
(h)



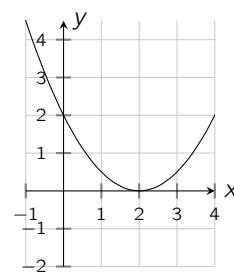
(i)



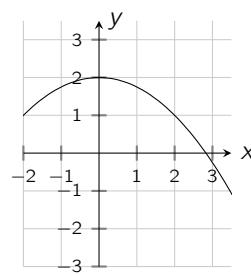
(j)



(k)



(l)



(a) $f(x) = 0,5(x - 2)^2$

(b) $f(x) = x^2 + 1$

(c) $f(x) = (x + 2)^2 + 3$

(d) $f(x) = 0,5x^2$

(e) $f(x) = (x + 1)^2$

(f) $f(x) = 2x^2$

(g) $f(x) = (x + 2)^2 - 3$

(h) $f(x) = -x^2 + 3$

(i) $f(x) = -(x - 2)^2 + 3$

(j) $f(x) = (x - 2)^2 - 3$

(k) $f(x) = -0,25x^2 + 2$

(l) $f(x) = (x - 1)^2$



Diagnosebogen zur 2. KA: Grundlagen quadratischer Funktionen - Lösung

Lösung 1.

- (a) Es ist $S(-4| -3,5)$, also $f(x) = (x + 4)^2 - 3,5$
- (b) Es ist $S(3,5| -5)$, also $g(x) = (x - 3,5)^2 - 5$
- (c) Es ist $S(1,5| 1,5)$ und $a = 0,25$, also $h(x) = 0,25(x - 1,5)^2 + 1,5$
- (d) Es ist $S(3,5| -1,5)$ und $a = -0,5$, also $i(x) = -0,5(x - 3,5)^2 - 1,5$
- (e) Es ist $S(-3| -1)$ und $a = -1$, also $j(x) = -(x + 3)^2 - 1$
- (f) Es ist $S(0,5| -5)$ und $a = 2$, also $k(x) = 2(x - 0,5)^2 - 5$

Lösung 2.

- (a) Der Graph von f besitzt zwei Nullstellen, da der Streckungsfaktor $a = \frac{2}{3}$ positiv ist, der Graph also nach oben geöffnet ist, und der Scheitelpunkt $S(-4| -5)$ unterhalb der x -Achse liegt.
- (b) Der Graph von g besitzt zwei Nullstellen, da der Streckungsfaktor $a = 2$ positiv ist, der Graph also nach oben geöffnet ist, und der Scheitelpunkt $S(4| -1)$ unterhalb der x -Achse liegt.
- (c) Der Graph von h besitzt zwei Nullstellen, da der Streckungsfaktor $a = 1$ positiv ist, der Graph also nach oben geöffnet ist, und der Scheitelpunkt $S(3| -1)$ unterhalb der x -Achse liegt.
- (d) Der Graph von i besitzt keine Nullstellen, da der Streckungsfaktor $a = \frac{2}{3}$ positiv ist, der Graph also nach oben geöffnet ist, und der Scheitelpunkt $S(-1| 1)$ oberhalb der x -Achse liegt.
- (e) Der Graph von j besitzt keine Nullstellen, da der Streckungsfaktor $a = \frac{1}{3}$ positiv ist, der Graph also nach oben geöffnet ist, und der Scheitelpunkt $S(-3| 4)$ oberhalb der x -Achse liegt.
- (f) Der Graph von k besitzt eine Nullstelle, da der Streckungsfaktor $a = -6$ negativ ist, der Graph also nach unten geöffnet ist, und der Scheitelpunkt $S(-4| 0)$ auf der x -Achse liegt.

Lösung 3.

- (a) $f(x) = (x - 3)^2 + 2$
- (b) Es sind mehrere Antworten richtig, zum Beispiel $g(x) = -(x + 2)^2 + 1$. Wichtig ist $a = -1$, $d < 0$ und $e > 0$.
- (c) $h(x) = -0,5(x - 4)^2 - 2$
- (d) Es sind mehrere Antworten richtig, zum Beispiel $i(x) = 4(x - 3)^2$. Wichtig ist $a = 4$ und $e = 0$.

Lösung 4.

- (a) Scheitelpunkt: $S(0,5| -1,5)$, Nullstellen: $x_1 = -2, x_2 = 3$
- (b) Scheitelpunkt: $S(-2,5| 4,5)$, Nullstellen: $x_1 = -4, x_2 = -1$
- (c) Scheitelpunkt: $S(1,5| 2,5)$, Nullstellen: $x_1 = -3, x_2 = 6$

Lösung 5.

- (a) Es ist $S(0| 5)$, $a = 1$, es handelt sich also um eine nach oben geöffnete Normalparabel.
 $f(x) = (x)^2 + 5 = x^2 + 5 = x^2 + 5$
- (b) Es ist $S(10| 2)$, $a = 1$, es handelt sich also um eine nach oben geöffnete Normalparabel.
 $f(x) = (x - 10)^2 + 2 = x^2 - 20x + 100 + 2 = x^2 - 20x + 102$
- (c) Es ist $S(-8,5| 9,5)$, $a = 1$, es handelt sich also um eine nach oben geöffnete Normalparabel.
 $f(x) = (x + 8,5)^2 + 9,5 = x^2 + 17x + 72,25 + 9,5 = x^2 + 17x + 81,75$
- (d) Es ist $S(9| -5,5)$, $a = -0,25$, es handelt sich also um eine nach unten geöffnete, gestauchte Parabel.
 $f(x) = -0,25(x - 9)^2 - 5,5 = -0,25(x^2 - 18x + 81) - 5,5 = -0,25x^2 + 4,5x - 25,75$
- (e) Es ist $S(5,5| -3)$, $a = 0,5$, es handelt sich also um eine nach oben geöffnete, gestauchte Parabel.
 $f(x) = 0,5(x - 5,5)^2 - 3 = 0,5(x^2 - 11x + 30,25) - 3 = 0,5x^2 - 5,5x + 12,125$
- (f) Es ist $S(-8,5| -6,5)$, $a = 3$, es handelt sich also um eine nach oben geöffnete, gestreckte Parabel.
 $f(x) = 3(x + 8,5)^2 - 6,5 = 3(x^2 + 17x + 72,25) - 6,5 = 3x^2 + 51x + 210,25$



Diagnosebogen zur 2. KA: Grundlagen quadratischer Funktionen - Lösung

Lösung 6.

- (a) Einsetzen des Scheitelpunktes $S(-2|8)$ in die Scheitelpunktform führt auf $f(x) = (x + 2)^2 + 8 = x^2 + 4x + 12$.
- (b) Einsetzen des Scheitelpunktes $S(-5,5|-5,5)$ in die Scheitelpunktform führt auf $f(x) = (x + 5,5)^2 - 5,5 = x^2 + 11x + \frac{99}{4} = x^2 + 11x + 24,75$.
- (c) Einsetzen des Scheitelpunktes $S(2,5|-7)$ in die Scheitelpunktform führt auf $f(x) = (x - 2,5)^2 - 7 = x^2 - 5x - \frac{3}{4} = x^2 - 5x - 0,75$.
- (d) Einsetzen des Scheitelpunktes $S(-7|-8,5)$ in die Scheitelpunktform führt auf $f(x) = (x + 7)^2 - 8,5 = x^2 + 14x + \frac{81}{2} = x^2 + 14x + 40,5$.
- (e) Einsetzen des Scheitelpunktes $S(-6|-5)$ in die Scheitelpunktform führt auf $f(x) = (x + 6)^2 - 5 = x^2 + 12x + 31$.
- (f) Einsetzen des Scheitelpunktes $S(9|-6,5)$ in die Scheitelpunktform führt auf $f(x) = (x - 9)^2 - 6,5 = x^2 - 18x + \frac{149}{2} = x^2 - 18x + 74,5$.

Lösung 7.

- (a) Lösung der Gleichung $0 = (x - \frac{3}{2})^2 - \frac{9}{4}$ führt auf zwei Lösungen: $x_1 = 0$ und $x_2 = 3$.
- (b) Lösung der Gleichung $0 = (x - \frac{3}{2})^2 - \frac{49}{4}$ führt auf zwei Lösungen: $x_1 = -2$ und $x_2 = 5$.
- (c) Lösung der Gleichung $0 = (x - \frac{5}{2})^2 - \frac{121}{4}$ führt auf zwei Lösungen: $x_1 = -3$ und $x_2 = 8$.
- (d) Lösung der Gleichung $0 = (x - \frac{9}{2})^2 - \frac{25}{4}$ führt auf zwei Lösungen: $x_1 = 2$ und $x_2 = 7$.
- (e) Die Gleichung $0 = (x - 8)^2 + 64$ besitzt keine Lösung, da $a = 1 > 0$ und $e = 64 > 0$ ist. Es ist $L = \emptyset$.
- (f) Die Gleichung $0 = -5(x - 7)^2 - 5$ besitzt keine Lösung, da $a = -5 < 0$ und $e = -5 < 0$ ist. Es ist $L = \emptyset$.
- (g) Lösung der Gleichung $0 = 2(x - \frac{17}{2})^2 - \frac{1}{2}$ führt auf zwei Lösungen: $x_1 = 8$ und $x_2 = 9$.
- (h) Lösung der Gleichung $0 = -2(x - \frac{21}{4})^2 + \frac{49}{8}$ führt auf zwei Lösungen: $x_1 = \frac{7}{2}$ und $x_2 = 7$.
- (i) Die Gleichung $0 = -2(x - 9)^2 - 128$ besitzt keine Lösung, da $a = -2 < 0$ und $e = -128 < 0$ ist. Es ist $L = \emptyset$.

Lösung 8.

- (a) Die Abwurfhöhe ist $f(0) = 2$. Mareile hat den Ball also aus 2 m Höhe abgeworfen.
- (b) Die Höhe berechnet sich durch Einsetzen in $f(x)$, also $f(17) \approx 8,26$. der Ball ist also 17 m nach dem Abwurf etwa 8,26 m hoch.
- (c) Der höchste Punkt der Parabel ist der Scheitelpunkt. Dieser liegt bei etwa $S(15,58|8,31)$. der Ball erreicht also eine Maximalhöhe von etwa 8,31 m.
Dabei wurde der Scheitelpunkt durch Herstellen der Scheitelpunktform berechnet: (Um nicht runden zu müssen, wurde hier mit den Brüchen gerechnet. Das Arbeiten mit (sinnvoll) gerundeten Werten wäre aber auch vertretbar.)

$$\begin{aligned}
 f(x) &= -\frac{13}{500}x^2 + \frac{81}{100}x + 2 \\
 &= -\frac{13}{500} \left[x^2 - \frac{405}{13}x - \frac{1000}{13} \right] \\
 &= -\frac{13}{500} \left[\left(x - \frac{405}{26} \right)^2 - \frac{164\,025}{676} - \frac{1\,000}{13} \right] \\
 &= -\frac{13}{500} \left[\left(x - \frac{405}{26} \right)^2 - \frac{216\,025}{676} \right] \\
 &= -\frac{13}{500} \cdot \left(x - \frac{405}{26} \right)^2 + \frac{8\,641}{1\,040}
 \end{aligned}$$

Somit ist $S\left(\frac{405}{26} \mid \frac{8\,641}{1\,040}\right) \approx (15,58|8,31)$.

- (d) Die Weite ist der Ort, an dem der Ball den Boden erreicht.

Es muss also gelten $f(x) = -\frac{13}{500} \cdot \left(x - \frac{405}{26} \right)^2 + \frac{8\,641}{1\,040} = 0$.

Umstellen und Lösen der Gleichung führt auf $x_1 \approx -2,30$ und $x_2 \approx 33,45$. Dabei entfällt x_1 , da $x_1 < 0$ gilt.
Mareile wirft also den Ball etwa 33,45 m weit.



Diagnosebogen zur 2. KA: Grundlagen quadratischer Funktionen - Lösung

Lösung 9.

(a) $f(x) = x^2 + 8x + 19,5$
 $= (x + 4)^2 - 16 + 19,5$
 $= (x + 4)^2 + 3,5$
 Also ist $S(-4|3,5)$.

(b) $f(x) = x^2 - 6x + 9$
 $= (x - 3)^2 - 9 + 9$
 $= (x - 3)^2$
 Also ist $S(3|0)$.

(c) $f(x) = x^2 + 4x + 5$
 $= (x + 2)^2 - 4 + 5$
 $= (x + 2)^2 + 1$
 Also ist $S(-2|1)$.

(d) $f(x) = x^2 + 7x + 7,25$
 $= (x + 3,5)^2 - 12,25 + 7,25$
 $= (x + 3,5)^2 - 5$
 Also ist $S(-3,5|-5)$.

(e) $f(x) = -0,5 - x + 2,5$
 $- 0,5 [x^2 + 2x] + 2,5$
 $= -0,5 [(x + 1)^2 - 1] + 2,5$
 $= -0,5(x + 1)^2 + 0,5 + 2,5$
 $= -0,5(x + 1)^2 + 3$
 Also ist $S(-1|3)$.

(f) $f(x) = -0,25 - 1,75x + 1,9375$
 $- 0,25 [x^2 + 7x] + 1,9375$
 $= -0,25 [(x + 3,5)^2 - 12,25] + 1,9375$
 $= -0,25(x + 3,5)^2 + 3,0625 + 1,9375$
 $= -0,25(x + 3,5)^2 + 5$
 Also ist $S(-3,5|5)$.

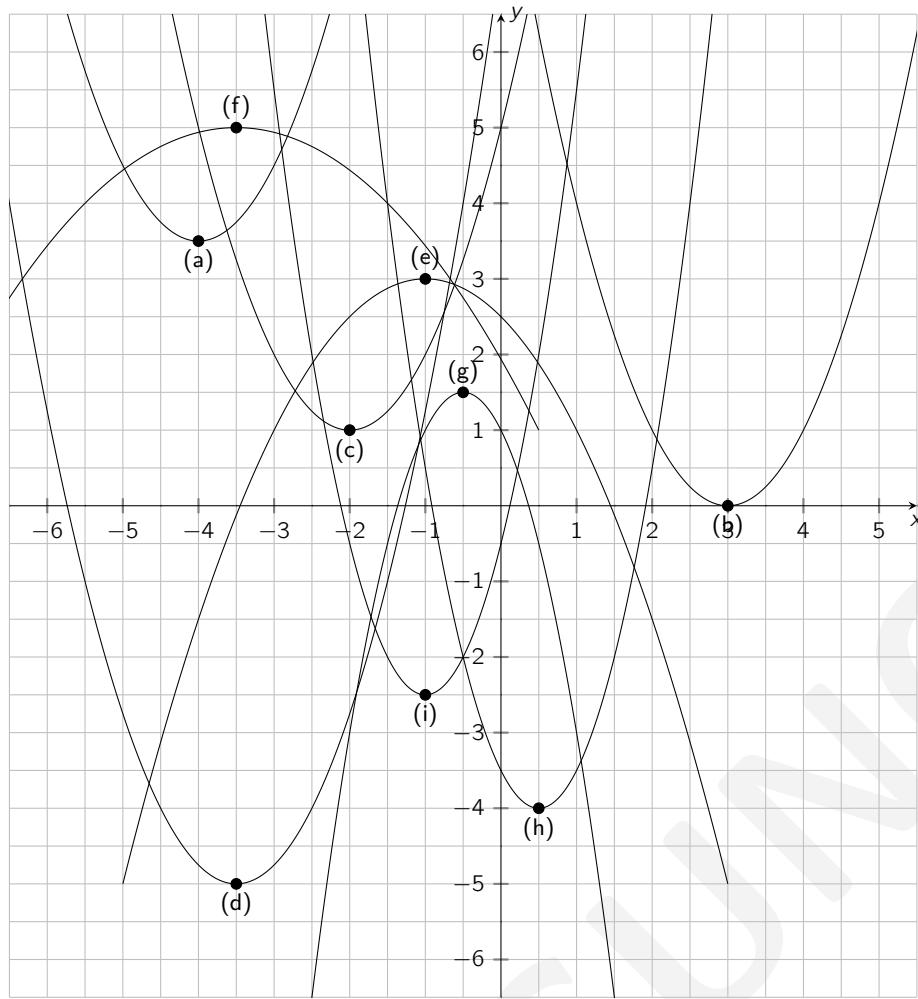
(g) $f(x) = -2 - 2x + 1$
 $- 2 [x^2 + x] + 1$
 $= -2 [(x + 0,5)^2 - 0,25] + 1$
 $= -2(x + 0,5)^2 + 0,5 + 1$
 $= -2(x + 0,5)^2 + 1,5$
 Also ist $S(-0,5|1,5)$.

(h) $f(x) = 2 - 2x - 3,5$
 $2 [x^2 - x] - 3,5$
 $= 2 [(x - 0,5)^2 - 0,25] - 3,5$
 $= 2(x - 0,5)^2 - 0,5 - 3,5$
 $= 2(x - 0,5)^2 - 4$
 Also ist $S(0,5|-4)$.

(i) $f(x) = 2 + 4x - 0,5$
 $2 [x^2 + 2x] - 0,5$
 $= 2 [(x + 1)^2 - 1] - 0,5$
 $= 2(x + 1)^2 - 2 - 0,5$
 $= 2(x + 1)^2 - 2,5$
 Also ist $S(-1|-2,5)$.



Diagnosebogen zur 2. KA: Grundlagen quadratischer Funktionen - Lösung


Lösung 10.

$f(x)$	a	Scheitelpunkt	Anzahl Nullstellen	Normal-parabel	gestreckt	gestaucht
$f(x) = x^2 - 3$	1	$S(0 -3)$	2	×		
$f(x) = x^2 + 5$	1	$S(0 5)$	0	×		
$f(x) = (x + 3)^2 + 0,5$	1	$S(-3 0,5)$	0	×		
$f(x) = -(x + 3)^2 + 0,5$	-1	$S(-3 0,5)$	2	×		
$f(x) = 3(x - 4)^2 + 5$	3	$S(4 5)$	0		×	
$f(x) = 1,5(x + 2)^2 - 3$	1,5	$S(-2 -3)$	2		×	
$f(x) = 0,3(x + 6)^2 - 2,5$	0,3	$S(-6 -2,5)$	2			×
$f(x) = -2,3(x - 3)^2 - 3,5$	-2,3	$S(3 -3,5)$	0		×	
$f(x) = -0,4x^2 + 2,4$	-0,4	$S(0 2,4)$	2			×
$f(x) = \frac{2}{3}(x + \frac{3}{2})^2 + \frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$S(-\frac{3}{2} \frac{1}{3})$	0			×

Lösung 11.

- (a) II (b) V (c) XII (d) III (e) VII (f) X
 (g) IX (h) VIII (i) VI (j) IV (k) I (l) XI

