1	2	3	4	5	6
5	5	8	3	4	1

Aufgabe 1. Berechne die Nullstellen der gegebenen Funktionen durch Anwendung der quadratischen Ergänzungen (Nutzung der Scheitelpunktform).

(a) $f(x) = x^2 - 4x - 60$

(b) $f(x) = x^2 - 15x + 54$

(c) $f(x) = x^2 + 10x$

(d) $f(x) = x^2 - 2x - 15$

(e) $f(x) = x^2 - 4x - 32$

(f) $f(x) = x^2 + 7x - 23{,}75$

(g) $f(x) = -4x^2 - 36x + 40$

(h) $f(x) = 4x^2 - 60x + 224$

(i) $f(x) = -5x^2 - 17{,}5x + 10$

(j) $f(x) = 4x^2 - 12x - 247$

(k) $f(x) = -0{,}25x^2 + 1{,}375x - 1{,}125$

(l) $f(x) = 0{,}25x^2 - 3{,}5x + 10{,}6875$

c) $f(x) = x^2 + 10x = \underbrace{(x+5)^2}_{x^2+10x+5^2} - 5^2 = (x+5)^2 - 25$

$0 = (x+5)^2 - 25 \quad | +25$

$25 = (x+5)^2 \quad | \pm\sqrt{\ }$

$\pm 5 = x + 5 \quad | -5$

$-5 \pm 5 = x \qquad x_1 = 0 \qquad x_2 = -10$

Aufgabe 1. Berechne die Nullstellen der gegebenen Funktionen durch Anwendung der quadratischen Ergänzungen (Nutzung der Scheitelpunktform).

(a) $f(x) = x^2 - 4x - 60$

(b) $f(x) = x^2 - 15x + 54$

(c) $f(x) = x^2 + 10x$

(d) $f(x) = x^2 - 2x - 15$

(e) $f(x) = x^2 - 4x - 32$

(f) $f(x) = x^2 + 7x - 23{,}75$

(g) $f(x) = -4x^2 - 36x + 40$

(h) $f(x) = 4x^2 - 60x + 224$

(i) $f(x) = -5x^2 - 17{,}5x + 10$

(j) $f(x) = 4x^2 - 12x - 247$

(k) $f(x) = -0{,}25x^2 + 1{,}375x - 1{,}125$

(l) $f(x) = 0{,}25x^2 - 3{,}5x + 10{,}6875$

g) $f(x) = -4x^2 - 36x + 40$

$= -4[x^2 + 9x] + 40$

$= -4[(x+4{,}5)^2 - 4{,}5^2] + 40$

$= -4[(x+4{,}5)^2 - 20{,}25] + 40$

$= -4(x+4{,}5)^2 + 81 + 40 = -4(x+4{,}5)^2 + 121$

$0 = -4x^2 - 36x + 40 \quad |:(-4)$

$0 = x^2 + 9x - 10 = (x+4{,}5)^2 - 4{,}5^2 - 10$

$0 = (x+4{,}5)^2 - 30{,}25$

$0 = -4(x+4{,}5)^2 + 121 \quad |-121$

$-121 = -4(x+4{,}5)^2 \quad |:(-4)$

$30{,}25 = (x+4{,}5)^2$

$0 = (x+4{,}5)^2 - 30{,}25 \quad |+30{,}25$

$30{,}25 = (x+4{,}5)^2 \quad |\pm\sqrt{\ }$

$\pm 5{,}5 = x + 4{,}5 \quad |-4{,}5$

$-4{,}5 \pm 5{,}5 = x$

$\underline{\underline{x_1 = 1}} \qquad \underline{\underline{x_2 = -10}}$

isung 1.

(a) Lösen mit quadratischer Ergänzung (über die Scheitelpunktform) führt auf:

$$
\begin{aligned}
0 &= x^2 - 4x - 60 \\
0 &= (x-2)^2 - 64
\end{aligned}
$$

Durch Umstellen erhält man dann zwei Lösungen der Gleichung, sodass die Parabel die Nullstellen $x_1 = -6$ und $x_2 = 10$ besitzt.

(b) Lösen mit quadratischer Ergänzung (über die Scheitelpunktform) führt auf:

$$
\begin{aligned}
0 &= x^2 - 15x + 54 \\
0 &= (x-7{,}5)^2 - 2{,}25
\end{aligned}
$$

Durch Umstellen erhält man dann zwei Lösungen der Gleichung, sodass die Parabel die Nullstellen $x_1 = 6$ und $x_2 = 9$ besitzt.

(c) Lösen mit quadratischer Ergänzung (über die Scheitelpunktform) führt auf:

$$
\begin{aligned}
0 &= x^2 + 10x \\
0 &= (x+5)^2 - 25
\end{aligned}
$$

Durch Umstellen erhält man dann zwei Lösungen der Gleichung, sodass die Parabel die Nullstellen $x_1 = -10$ und $x_2 = 0$ besitzt.

(d) Lösen mit quadratischer Ergänzung (über die Scheitelpunktform) führt auf:

$$
\begin{aligned}
0 &= x^2 - 2x - 15 \\
0 &= (x-1)^2 - 16
\end{aligned}
$$

Durch Umstellen erhält man dann zwei Lösungen der Gleichung, sodass die Parabel die Nullstellen $x_1 = -3$ und $x_2 = 5$ besitzt.

(e) Lösen mit quadratischer Ergänzung (über die Scheitelpunktform) führt auf:

$$
\begin{aligned}
0 &= x^2 - 4x - 32 \\
0 &= (x-2)^2 - 36
\end{aligned}
$$

Durch Umstellen erhält man dann zwei Lösungen der Gleichung, sodass die Parabel die Nullstellen $x_1 = -4$ und $x_2 = 8$ besitzt.

(f) Lösen mit quadratischer Ergänzung (über die Scheitelpunktform) führt auf:

$$
\begin{aligned}
0 &= x^2 + 7x - 23{,}75 \\
0 &= (x+3{,}5)^2 - 36
\end{aligned}
$$

Durch Umstellen erhält man dann zwei Lösungen der Gleichung, sodass die Parabel die Nullstellen $x_1 = -\frac{19}{2}$ und $x_2 = \frac{5}{2}$ besitzt.

(g) Lösen mit quadratischer Ergänzung (über die Scheitelpunktform) führt auf:

$$
\begin{aligned}
0 &= -4x^2 - 36x + 40 \\
0 &= -4\,(x+4{,}5)^2 + 121
\end{aligned}
$$

Durch Umstellen erhält man dann zwei Lösungen der Gleichung, sodass die Parabel die Nullstellen $x_1 = -10$ und $x_2 = 1$ besitzt.

(h) Lösen mit quadratischer Ergänzung (über die Scheitelpunktform) führt auf:

$$
\begin{aligned}
0 &= 4x^2 - 60x + 224 \\
0 &= 4\,(x-7{,}5)^2 - 1
\end{aligned}
$$

Durch Umstellen erhält man dann zwei Lösungen der Gleichung, sodass die Parabel die Nullstellen $x_1 = 7$ und $x_2 = 8$ besitzt.

(i) Lösen mit quadratischer Ergänzung (über die Scheitelpunktform) führt auf:

$$
\begin{aligned}
0 &= -5x^2 - 17{,}5x + 10 \\
0 &= -5\,(x+1{,}75)^2 + 25{,}3125
\end{aligned}
$$

Durch Umstellen erhält man dann zwei Lösungen der Gleichung, sodass die Parabel die Nullstellen $x_1 = -4$ und $x_2 = \frac{1}{2}$ besitzt.

(j) Lösen mit quadratischer Ergänzung (über die Scheitelpunktform) führt auf:

$$
\begin{aligned}
0 &= 4x^2 - 12x - 247 \\
0 &= 4\,(x-1{,}5)^2 - 256
\end{aligned}
$$

Durch Umstellen erhält man dann zwei Lösungen der Gleichung, sodass die Parabel die Nullstellen $x_1 = -\frac{13}{2}$ und $x_2 = \frac{19}{2}$ besitzt.

(k) Lösen mit quadratischer Ergänzung (über die Scheitelpunktform) führt auf:

$$
\begin{aligned}
0 &= -0{,}25x^2 + 1{,}375x - 1{,}125 \\
0 &= -0{,}25\,(x-2{,}75)^2 + 0{,}765625
\end{aligned}
$$

Durch Umstellen erhält man dann zwei Lösungen der Gleichung, sodass die Parabel die Nullstellen $x_1 = 1$ und $x_2 = \frac{9}{2}$ besitzt.

(l) Lösen mit quadratischer Ergänzung (über die Scheitelpunktform) führt auf:

$$
\begin{aligned}
0 &= 0{,}25x^2 - 3{,}5x + 10{,}6875 \\
0 &= 0{,}25\,(x-7)^2 - 1{,}5625
\end{aligned}
$$

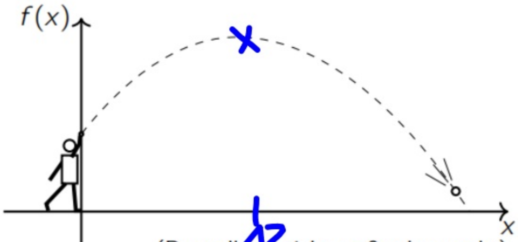
Durch Umstellen erhält man dann zwei Lösungen der Gleichung, sodass die Parabel die Nullstellen $x_1 = \frac{9}{2}$ und $x_2 = \frac{19}{2}$ besitzt.

Aufgabe 2.

Annika tritt bei den Bundesjugendspielen der 9. Klassen im Schlagball-Weitwurf an.
Die Flugkurve des Schlagballs verläuft annähernd entsprechend der Parabel mit der Funktion

$$f(x) = -0{,}03x^2 + 0{,}672x + 1{,}94,$$

wobei x die Entfernung vom Abwurfort und $f(x)$ die Höhe des Schlagballs ist. (x und $f(x)$ in Metern)



(Darstellung nicht maßstabsgerecht)

(a) Bestimme, aus welcher Höhe Annika den Ball abgeworfen hat.

(b) Bestimme die Höhe, die der Ball 12 m nach dem Abwurf erreicht.

(c) Bestimme rechnerisch, welche Maximalhöhe der Ball erreicht.

$1{,}94\,m = f(0)$

$f(12) \approx 5{,}68\,m$

c) $f(x) = -0{,}03x^2 + 0{,}672x + 1{,}94$

$= -0{,}03\left[x^2 - 22{,}4x\right] + 1{,}94$

$= -0{,}03\left[(x-11{,}2)^2 - 11{,}2^2\right] + 1{,}94$

$= -0{,}03(x-11{,}2)^2 + 3{,}7632 + 1{,}94$

$= -0{,}03(x-11{,}2)^2 + 5{,}7032$

Maximalhöhe: etwa 5,70m

0,672÷(-0,03)
-22,4

-11,2²×(-0,03)
3,7632

Lösung 3.

(a) Die Abstoßhöhe ist $f(0) = 1{,}94$. Laurence hat die Kugel also aus 1,94 m Höhe abgestoßen.

(b) Die Höhe berechnet sich durch Einsetzen in $f(x)$, also $f(5) \approx 2{,}81$. die Kugel ist also 5 m nach dem Abwurf etwa 2,81 m hoch.

(c) Der höchste Punkt der Parabel ist der Scheitelpunkt. Dieser liegt bei etwa $S(3{,}14|3{,}27)$. die Kugel erreicht also eine Maximalhöhe von etwa 3,27 m.

Dabei wurde der Scheitelpunkt durch Herstellen der Scheitelpunktform berechnet: (Um nicht runden zu müssen, wurde hier mit den Brüchen gerechnet. Das Arbeiten mit (sinnvoll) gerundeten Werten wäre aber auch vertretbar.)

$$\begin{aligned}
f(x) &= -\frac{27}{200}x^2 + \frac{106}{125}x + \frac{97}{50} \\
&= -\frac{27}{200}\left[x^2 - \frac{848}{135}x - \frac{388}{27}\right] \\
&= -\frac{27}{200}\left[\left(x - \frac{424}{135}\right)^2 - \frac{179\,776}{18\,225} - \frac{388}{27}\right] \\
&= -\frac{27}{200}\left[\left(x - \frac{424}{135}\right)^2 - \frac{441\,676}{18\,225}\right] \\
&= -\frac{27}{200} \cdot \left(x - \frac{424}{135}\right)^2 + \frac{110419}{33750}
\end{aligned}$$

HA zum 11.12.

#4

Somit ist $S\left(\frac{424}{135}\Big|\frac{110\,419}{33\,750}\right) \approx (3{,}14|3{,}27)$.