Name:	Kurs/Klasse:	Datum:

Diagnosebogen zur 1. KA: Potenzen und reelle Zahlen

Der Diagnosebogen soll Dir bei der Vorbereitung auf die Klassenarbeit helfen. Kreuze jeweils an, wie sicher Du Dich bei der Bearbeitung fühlst.
Sei ehrlich zu Dir selbst! Der Bogen wird nicht bewertet!

Ich kann ...	**Einschätzung**				**Aufgaben**
	😁	🙂	😐	😟	
die Quadratzahlen bis zur 20 und die Kubikzahlen bis zur 5 auswendig.					
sicher mit den Zahlbereichen $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{I}$, $\mathbb{R}$ umgehen, Zahlen den entsprechenden Zahlbereichen zuordnen und Eigenschaften der Zahlbereiche benennen.					Lehrbuch S. 44/2, Aufgabe 1
die Irrationalität unterschiedlicher Wurzeln beweisen.					Aufgabe 2
mithilfe des Heron-Verfahrens irrationale Wurzeln auf eine gegebene Zahl an Nachkommastellen genau bestimmen. *Tipp:* Erklärvideo unter `https://youtu.be/hV70xFlb99Q` (von „Schlau ist wow“)					Aufgaben 3, 4
Potenzen mit ganzzahligen Exponenten berechnen. *Tipp:* Erklärvideo unter `https://youtu.be/7RRaJNNUSj8` (vom Cornelsen-Verlag)					Aufgabe 6, 9, Lehrbuch S. 44/3
sicher mit den Potenzgesetzen umgehen. *Tipp:* Erklärvideos unter `https://youtu.be/dLBa9hKfD5o` und `https://youtu.be/mXcbTUIQCBE` (vom Cornelsen-Verlag)					Aufgabe 5, 7, 8, 10, 11, 14, 15, 16 und Lehrbuch S. 44/4, 5, 10, 11
Wurzeln und Potenzen mit rationalen Exponenten ineinander umformen und *n*-te Wurzeln berechnen.					Aufgabe 13, 18, 19, 17 Lehrbuch S. 44/6-9, S. 45/12, 13
Wurzelgleichungen sicher lösen.					Aufgabe 20
einfache Textaufgaben zu Potenzen bearbeiten und in diesem Rahmen auch mit Zehnerpotenzen sicher umgehen.					Aufgaben 21, 22
sicher mit der wissenschaftlichen Standardschreibweise umgehen. (Wiederholung aus Klasse 8)					Aufgaben 23, 24

Für die Lehrbuchaufgaben auf den Seiten 44/45 finden sich die Lösungen im Lehrbuch auf Seite 235.

Zusätzliche Übungsaufgaben

Aufgabe 1. **Setze** das Zeichen $\in$ ein, wenn die Zahl in der Menge enthalten ist, und $\notin$, wenn die Zahl nicht in der Menge enthalten ist.

	9	-26	$\sqrt{9}$	168	$\sqrt{5}$	$\frac{3}{4}$	$-\frac{8}{4}$	$-\frac{1}{2}$	0	$-\sqrt{2}$	1,010 01...
$\mathbb{N}$											
$\mathbb{Z}$											
$\mathbb{Q}$											
$\mathbb{I}$											
$\mathbb{R}$											

Hinweis: In der Klassenarbeit müssen die Entscheidungen auch begründet werden können.

Aufgabe 2. **Beweise**, dass $\sqrt{3}$ irrational ist.

Aufgabe 3. **Bestimme** $\sqrt{7}$ mithilfe des Heron-Verfahrens auf 3 Nachkommastellen genau.

Aufgabe 4. **Bestimme** $\sqrt{13}$ mithilfe des Heron-Verfahrens auf 3 Nachkommastellen genau.

Name: Kurs/Klasse: Datum:

Diagnosebogen zur 1. KA: Potenzen und reelle Zahlen

Aufgabe 5. **Fasse** zu einer Potenz zusammen und **berechne** den Wert. **Schreibe** dabei Dein Ergebnis ggf. als Bruch.

(a) $2^3 : 2^{-7}$ **(b)** $7^{-10} \cdot 7^{17}$ **(c)** $\left(4^{-2}\right)^{-4}$ **(d)** $2^{-4} \cdot 4^{-4}$ **(e)** $2^{10} : 6^{10}$ **(f)** $9^{-1} \cdot 7^{-1}$
(g) $5^9 : 5^{12}$ **(h)** $9^{-5} : 2^{-5}$ **(i)** $3^5 \cdot 3^{-3}$ **(j)** $\left(2^{-1}\right)^4$ **(k)** $6^{-2} : 6^2$ **(l)** $\left(3^5\right)^1$

Aufgabe 6. **Schreibe** als eine Potenz und **berechne**.

(a) $4^3 \cdot 4^2$ **(b)** $5^7 : 5^3$ **(c)** $2^7 \cdot 2^8$ **(d)** $12^8 : 12^6$ **(e)** $8^3 \cdot 8^2$ **(f)** $23^5 : 23^2$

Aufgabe 7. *OHiMi* – **Forme** die Terme in die Form a^n mit natürlichem a und n **um**:

(a) $(5^4)^2$ **(b)** $5^6 \cdot 2^6$ **(c)** $\frac{2^{10}}{2^5}$ **(d)** $8^8 \cdot 8^7$ **(e)** $2^{11} \cdot 2^{10}$ **(f)** $\frac{9^6}{9^2}$ **(g)** $11^8 \cdot 5^8$ **(h)** $(11^7)^3$

Aufgabe 8. *OHiMi* – **Schreibe** mit positiven Exponenten.

(a) $2x^{-2}$ **(b)** $x^3 \cdot a^{-3}$ **(c)** $9 \cdot 10^{-4}$ **(d)** $a^3x^3b^{-5}$ **(e)** $(5b)^{-3}$ **(f)** $3x^{-2}y^{-5}$

Aufgabe 9. *OHiMi* – **Berechne** ohne Taschenrechner.

(a) $6^0 + 7^1$ **(b)** $12\,678^0 : 13^0$ **(c)** $-10^0 + (-10)^0$ **(d)** $(2x)^0 + 16y^0$

Aufgabe 10. *OHiMi* – **Vereinfache** die folgenden Terme.

(a) $x \cdot x^2$ **(b)** $x^2 \cdot x^3 \cdot x^5$ **(c)** $a^4 \cdot x^3 \cdot a^2 \cdot x^2$ **(d)** $17^2 \cdot x^2 \cdot 17^{-2} \cdot x^{-2}$
(e) $2a^2 \cdot b^2 \cdot 4a^3 \cdot b^4$ **(f)** $5a^2 \cdot b^{-3} \cdot b^4 \cdot 2a^{-3}$ **(g)** $9a^{-4} \cdot 3b^2 \cdot a^5 \cdot b^{-3}$ **(h)** $\frac{x^3 \cdot x^3}{x^4 \cdot x}$
(i) $\frac{16x^2y^2}{4xy^2}$ **(j)** $\frac{a^2 \cdot a^4}{a^3 \cdot a^2}$ **(k)** $\frac{12a^2b^2}{4ab^2}$ **(l)** $\frac{x^{2n+3}}{x^{3n-4}}$
(m) $\frac{12a^6 \cdot b^5}{2a^3b}$

Aufgabe 11. *OHiMi* – **Vereinfache** und **schreibe** ohne negative Exponenten.

(a) $(x^{-2})^3$ **(b)** $(y^{-4})^{-3}$ **(c)** $(a^{-1})^{-5}$ **(d)** $(p^{-5})^2$ **(e)** $(r^3)^{-1}$
(f) $(-p^{-3}q^{-2})^2$ **(g)** $(x^{-4}y^2)^{-3}$ **(h)** $(a^{-12}b^{-3})^0$ **(i)** $(x^{-5}y^{-2})^{-1}$ **(j)** $(m^0n^{-x})^{-y}$

Aufgabe 12. *OHiMi* – **Schreibe** als Potenz einer einzelnen Basis.

(a) $5^{\frac{1}{2}} \cdot 5^{-\frac{1}{3}} \cdot 5^{-\frac{1}{6}}$ **(b)** $7^{\frac{4}{3}} : 7^{-\frac{5}{3}}$ **(c)** $\sqrt{a} : \sqrt[5]{a}$ **(d)** $\left(\sqrt[6]{g^3}\right)^4 \cdot 2g^3$
(e) $\left(\sqrt[3]{\sqrt[4]{a^5}}\right)^6$ **(f)** $32 \cdot 2^4 \cdot 8$ **(g)** $\sqrt{b^3} : b^{\frac{5}{2}}$ **(h)** $15 \cdot 5^{n-1} + 2 \cdot 5^n$

Aufgabe 13. **Schreibe** jeweils als Wurzel und **berechne**.

(a) $256^{\frac{1}{4}}$ **(b)** $7\,776^{\frac{1}{5}}$ **(c)** $81^{\frac{1}{4}}$ **(d)** $2\,401^{\frac{1}{4}}$ **(e)** $1\,000^{\frac{1}{3}}$
(f) $4^{\frac{1}{2}}$ **(g)** $10\,000^{-\frac{5}{4}}$ **(h)** $64^{-\frac{5}{3}}$ **(i)** $1\,296^{-\frac{1}{4}}$ **(j)** $27^{\frac{2}{3}}$

$x = 2$

Aufgabe 14. *OHiMi* – **Vereinfache** so weit wie möglich.

(a) $\frac{(6x^5y^{-3}z^2)^3}{(3x^3y^{-2}z^2)^4}$ **(b)** $\frac{4^{2n+3} \cdot 2^{7n-5}}{8^{3n} \cdot 4^n}$ **(c)** $30 \cdot 7^{2n-2} + 19 \cdot 7^{2n-2}$

D. Herrmann, 3. Oktober 2025 - Diagnosebogen_HSG_9_KA_1_Potenzen_und_reelle_Zahlen_2025-26.tex

Name:	Kurs/Klasse:	Datum:

Diagnosebogen zur 1. KA: Potenzen und reelle Zahlen

Aufgabe 15. *OHiMi* – **Vereinfache** so weit wie möglich und **schreibe** ggf. ohne negative Exponenten.

(a) $\left(a^2b^3\right)^2$ **(b)** $x^3 \cdot x^{-4}\ (x \neq 0)$ **(c)** $4c^3 \cdot 2c^7$ **(d)** $\frac{-2d^4}{4d^5}$

(e) $(2h^{-3})^2$ **(f)** $(-2h^{-3})^2$ **(g)** $(-2h^{-2})^3$ **(h)** $-(2h^{-3})^2$

Aufgabe 16. **Vereinfache** so weit wie möglich und **berechne**. Schreibe dabei Dein Ergebnis ggf. als Bruch.

(a) $\frac{6^3}{9^3}$ **(b)** $6^{-2} \cdot 8^{-2}$ **(c)** $\left(3^{-1}\right)^{-4}$ **(d)** $\frac{3^2}{3^0}$

(e) $7^7 \cdot 7^{-11}$ **(f)** $\frac{9^{-3}}{9^2}$ **(g)** $3^3 \cdot 5^3$ **(h)** $3^{-10} \cdot 3^1$

Aufgabe 17. *OHiMi* – **Berechne** ohne Taschenrechner und **erkläre**, wie Du vorgegangen bist.

(a) $\sqrt[3]{1{,}2} \cdot \sqrt[3]{1{,}2} \cdot \sqrt[3]{1{,}2}$ **(b)** $\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{3^2}$ **(c)** $\frac{\sqrt[6]{5}}{\sqrt[6]{5}}$ **(d)** $7 \cdot \frac{\sqrt[3]{15}}{\sqrt[3]{15}}$

Aufgabe 18. *OHiMi* – **Schreibe** als Potenzen mit rationalen Exponenten.

(a) $\sqrt[5]{r}$ **(b)** $\sqrt[3]{y}$ **(c)** $\sqrt{b}$ **(d)** $\sqrt[5]{y}$ **(e)** $\sqrt[5]{b}$

(f) $\sqrt{a^2}$ **(g)** $\sqrt[3]{(3y)^5}$ **(h)** $\sqrt[3]{2x}$ **(i)** $\sqrt{(5a)^4}$ **(j)** $\sqrt[3]{(3r)^2}$

Aufgabe 19. *OHiMi* – **Schreibe** als Potenzen mit rationalen Exponenten.

(a) $\sqrt[4]{a}$ **(b)** $\sqrt[4]{x}$ **(c)** $\sqrt[5]{y}$ **(d)** $\sqrt{b}$ **(e)** $\sqrt[4]{y}$

(f) $\sqrt[3]{(2a)^3}$ **(g)** $\frac{1}{\sqrt[5]{(3x)^3}}$ **(h)** $\frac{1}{\sqrt{(4t)^4}}$ **(i)** $\frac{1}{\sqrt[3]{(5z)^2}}$ **(j)** $\sqrt[5]{(4r)^5}$

Aufgabe 20. **Löse** die folgenden Wurzelgleichungen und **mache** jeweils eine Probe.

(a) $\sqrt{9x+91} = 8$ **(b)** $\sqrt{7x+63} = 7$ **(c)** $\sqrt{10x+79} = 7$ **(d)** $\sqrt{8x+9} = 3$

(e) $\sqrt{10x+101} = 9$ **(f)** $\sqrt{5x+41} = 4$ **(g)** $\sqrt{4x+57} = 5$ **(h)** $\sqrt{3x-2} = 5$

(i) $\sqrt{4x-8} = \sqrt{10x-56}$ **(j)** $\sqrt{7x+5} = \sqrt{6x-1}$ **(k)** $\sqrt{7x-1} = \sqrt{83-7x}$ **(l)** $\sqrt{x+2} = \sqrt{-7x-6}$

Aufgabe 21. Das Volumen der Erde beträgt etwa $1{,}08 \cdot 10^{21}$ m³, das der Sonne $1{,}41 \cdot 10^{18}$ km³. **Berechne**, wie viele Erdkugeln zusammen das Volumen der Sonne ergeben würden.

Aufgabe 22. *IGCSE 2015* – Die Masse eines Kohlenstoffatoms beträgt $2 \cdot 10^{-27}$ g. **Berechne**, wie viele Kohlenstoffatome sich in 6 g Kohle befinden.

Aufgabe 23. **Schreibe** in wissenschaftlicher Standardschreibweise.

(a) 0,000 025 **(b)** -8 500 **(c)** 0,000 9 **(d)** 851,09

Aufgabe 24. **Schreibe** als Zahl ohne Zehnerpotenz.

(a) $5{,}53 \cdot 10^2$ **(b)** $-1{,}457 \cdot 10^5$ **(c)** $-2{,}843 \cdot 10^1$ **(d)** $-7{,}3691 \cdot 10^{-3}$

Aufgabe 25. **Schreibe** die Entfernungen in Standardschreibweise.

(a) Entfernung Erde - Mond: ca. 400 000 km **(b)** Entfernung Erde - Sonne: ca. 1 496 000 000 km

(c) Entfernung Sonne - Merkur: ca. 57 900 000 km **(d)** Entfernung Sonne - Neptun: ca. 4 503 000 000 km

D. Herrmann, 3. Oktober 2025 - Diagnosebogen_HSG_9_KA_1_Potenzen_und_reelle_Zahlen_2025-26.tex

Name: Kurs/Klasse: Datum:

Diagnosebogen zur 1. KA: Potenzen und reelle Zahlen - Lösung

Lösung 1.

	9	-26	$\sqrt{9}$	168	$\sqrt{5}$	$\frac{3}{4}$	$-\frac{8}{4}$	$-\frac{1}{2}$	0	$-\sqrt{2}$	1,010 01...
$\mathbb{N}$	$\in$	$\notin$	$\in$	$\in$	$\notin$	$\notin$	$\notin$	$\notin$	$\notin$	$\notin$	$\notin$
$\mathbb{Z}$	$\in$	$\in$	$\in$	$\in$	$\notin$	$\notin$	$\in$	$\notin$	$\in$	$\notin$	$\notin$
$\mathbb{Q}$	$\in$	$\in$	$\in$	$\in$	$\notin$	$\in$	$\in$	$\in$	$\in$	$\notin$	$\notin$
$\mathbb{I}$	$\notin$	$\notin$	$\notin$	$\notin$	$\in$	$\notin$	$\notin$	$\notin$	$\notin$	$\in$	$\in$
$\mathbb{R}$	$\in$	$\in$	$\in$	$\in$	$\in$	$\in$	$\in$	$\in$	$\in$	$\in$	$\in$

Lösung 2. Widerspruchsbeweis: Angenommen, es wäre $\sqrt{3} \in \mathbb{Q}$.
Dann ist also $\sqrt{3}$ rational und es gibt einen Bruch $\frac{p}{q} = \sqrt{3}$ mit natürlichen p und q, der so weit wie möglich gekürzt ist.
Dann sind also p und q teilerfremd und es gibt keine Zahl, durch die p und q jeweils ohne Rest teilbar sind.
Aus $\frac{p}{q} = \sqrt{3}$ folgt dann $\frac{p^2}{q^2} = 3$ und somit $p^2 = 3q^2$.
Daraus folgt, dass p^2 durch 3 und somit (da 3 eine Primzahl ist) auch p durch 3 teilbar ist und es somit ein $p' \in \mathbb{N}$ gibt, für das $p = 3p'$ ist.
Setzt man das ein, erhält man $(3p')^2 = 3q^2$, also $3p'^2 = q^2$ und somit muss q^2 und somit auch q durch 3 teilbar sein.
Dies ist jedoch ein Widerspruch zur Annahme und somit muss $\sqrt{3} \notin \mathbb{Q}$ gelten.

Lösung 3. *Hinweis:* Es sind auch andere Startwerte möglich, die zu leicht anderen Durchgängen des Heron-Verfahrens führen.
Bei Rechnen mit Dezimalzahlen:

1. Setze $a = 7$ und $b = 1$ als Anfang mit $A = a \cdot b = 7$.
2. Setze $a = \frac{7+1}{2} = 4$ und berechne $b = 7 : a = 7 : 4 = 1{,}75$.
3. Setze $a = \frac{4+1{,}75}{2} = 2{,}875$ und berechne $b = 7 : a = 7 : 2{,}875 \approx 2{,}434\,8$.
4. Setze $a = \frac{2{,}875+2{,}434\,8}{2} \approx 2{,}654\,9$ und berechne $b = 7 : a = 7 : 2{,}654\,9 \approx 2{,}636\,6$.
5. Setze $a = \frac{2{,}654\,9+2{,}636\,6}{2} \approx 2{,}645\,8$ und berechne $b = 7 : a = 7 : 2{,}645\,8 \approx 2{,}645\,8$.

Also ist $\sqrt{7} \approx 2{,}646$.
Bei Rechnen mit Brüchen:

1. Setze $a = 7$ und $b = 1$ als Anfang mit $A = a \cdot b = 7$.
2. Setze $a = (7+1) : 2 = 4$ und berechne $b = 7 : a = 7 : 4 = \dfrac{7}{4} = 1{,}75$.
3. Setze $a = \left(4 + \dfrac{7}{4}\right) : 2 = \dfrac{23}{8} = 2{,}875$ und berechne $b = 7 : a = 7 : \dfrac{23}{8} = \dfrac{56}{23} \approx 2{,}434\,8$.
4. Setze $a = \left(\dfrac{23}{8} + \dfrac{56}{23}\right) : 2 = \dfrac{977}{368} \approx 2{,}654\,9$ und berechne $b = 7 : a = 7 : \dfrac{977}{368} = \dfrac{2\,576}{977} \approx 2{,}636\,6$.
5. Setze $a = \left(\dfrac{977}{368} + \dfrac{2\,576}{977}\right) : 2 = \dfrac{1\,902\,497}{719\,072} \approx 2{,}645\,8$ und berechne $b = 7 : a = 7 : \dfrac{1\,902\,497}{719\,072} = \dfrac{5\,033\,504}{1\,902\,497} \approx 2{,}645\,7$.

Also ist $\sqrt{7} \approx 2{,}646$.

Lösung 4. *Hinweis:* Es sind auch andere Startwerte möglich, die zu leicht anderen Durchgängen des Heron-Verfahrens führen.
Beim Rechnen mit Dezimalzahlen:

1. Setze $a = 13$ und $b = 1$ als Anfang mit $A = a \cdot b = 13$.
2. Setze $a = \frac{13+1}{2} = 7$ und berechne $b = 13 : a = 13 : 7 \approx 1{,}857\,1$.
3. Setze $a = \frac{7+1{,}857\,1}{2} \approx 4{,}428\,5$ und berechne $b = 13 : a = 13 : 4{,}428\,5 \approx 2{,}935\,5$.
4. Setze $a = \frac{4{,}428\,5+2{,}935\,5}{2} \approx 3{,}682$ und berechne $b = 13 : a = 13 : 3{,}682 \approx 3{,}530\,7$.
5. Setze $a = \frac{3{,}682+3{,}530\,7}{2} \approx 3{,}606\,4$ und berechne $b = 13 : a = 13 : 3{,}606\,4 \approx 3{,}604\,8$.
6. Setze $a = \frac{3{,}606\,4+3{,}604\,7}{2} \approx 3{,}605\,6$ und berechne $b = 13 : a = 13 : 3{,}605\,6 \approx 3{,}605\,6$.

Also ist $\sqrt{13} \approx 3{,}606$. (Hinweis: Da das Endergebnis auf 3 Nachkommastellen genau sein soll, reicht es, dass die Zwischenergebnisse auf 4 Nachkommastellen genau angegeben werden. Ein Rechnen mit Brüchen ist in diesem Fall schnell nicht mehr sinnvoll.)

Name: Kurs/Klasse: Datum:

Diagnosebogen zur 1. KA: Potenzen und reelle Zahlen - Lösung

Lösung 5.

(a) $2^3 : 2^{-7} = 2^{10} = 1\,024$
(b) $7^{-10} \cdot 7^{17} = 7^7 = 823\,543$
(c) $\left(4^{-2}\right)^{-4} = 4^8 = 65\,536$
(d) $2^{-4} \cdot 4^{-4} = 8^{-4} = \frac{1}{4\,096}$
(e) $2^{10} : 6^{10} = \left(\frac{2}{6}\right)^{10} = \left(\frac{1}{3}\right)^{10} = \frac{1}{59\,049}$
(f) $9^{-1} \cdot 7^{-1} = 63^{-1} = \frac{1}{63}$
(g) $5^9 : 5^{12} = 5^{-3} = \frac{1}{125}$
(h) $9^{-5} : 2^{-5} = \left(\frac{9}{2}\right)^{-5} = \left(\frac{2}{9}\right)^5 = \frac{32}{59\,049}$
(i) $3^5 \cdot 3^{-3} = 3^2 = 9$
(j) $\left(2^{-1}\right)^4 = 2^{-4} = \frac{1}{16}$
(k) $6^{-2} : 6^2 = 6^{-4} = \frac{1}{1\,296}$
(l) $\left(3^5\right)^1 = 3^5 = 243$

Lösung 6.

(a) $4^5 = 1\,024{,}0$
(b) $5^4 = 625{,}0$
(c) $2^{15} = 32\,768{,}0$
(d) $12^2 = 144$
(e) $8^5 = 32\,768{,}0$
(f) $23^3 = 12\,167{,}0$

Lösung 7.

(a) 5^8 **(b)** 10^6 **(c)** 2^5 **(d)** 8^{15} **(e)** 2^{21} **(f)** 9^4 **(g)** 55^8 **(h)** 11^{21}

Lösung 8.

(a) $\dfrac{2}{x^2}$
(b) $\dfrac{x^3}{a^3} = \left(\dfrac{x}{a}\right)^3$
(c) $\dfrac{9}{10^4}$
(d) $\dfrac{a^3x^3}{b^5} = \dfrac{(ax)^3}{b^5}$
(e) $\dfrac{1}{(5b)^3}$
(f) $\dfrac{3}{x^2y^5}$

Lösung 9.

(a) 8 **(b)** 1 **(c)** 0 **(d)** 17

Lösung 10.

(a) x^3
(b) x^{10}
(c) a^6x^5
(d) 1
(e) $8a^5b^6$
(f) $10a^{-1} \cdot b$
(g) $27ab^{-1}$
(h) x
(i) $4x$
(j) a
(k) $3a$
(l) x^{-n+7}
(m) $6a^3b^4$

Lösung 11.

(a) $x^{-6} = \dfrac{1}{x^6}$
(b) y^{12}
(c) a^5
(d) $\dfrac{1}{p^{10}}$
(e) $\dfrac{1}{r^3}$
(f) $\dfrac{1}{p^6q^4}$
(g) $\dfrac{x^{12}}{y^6}$
(h) 1
(i) x^5y^2
(j) n^{xy}

Lösung 12.

(a) $5^{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{6}} = 5^0 = 1$
(b) $7^{\frac{4}{3}+\frac{5}{3}} = 7^3$
(c) $a^{\frac{1}{2}-\frac{1}{5}} = a^{\frac{3}{10}} = \sqrt[10]{a^3}\ (a > 0)$
(d) $\left(g^{\frac{3}{6}}\right)^4 \cdot 2g^3 = 2g^{2+3} = 2g^5\ (g \geq 0)$
(e) $\left(a^{\frac{5}{12}}\right)^6 = a^{\frac{5}{2}} = \sqrt{a^5}\ (a \geq 0)$
(f) $2^5 \cdot 2^4 \cdot 2^3 = 2^{12}$
(g) $b^{\frac{3}{2}-\frac{5}{2}} = b^{-1} = \dfrac{1}{b}\ (b > 0)$
(h) $15 \cdot 5^{n-1} + 2 \cdot 5^n = 3 \cdot 5^n + 2 \cdot 5^n = 5 \cdot 5^n = 5^{n+1}$

Lösung 13.

(a) $\sqrt[4]{256} = 4$
(b) $\sqrt[5]{7\,776} = 6$
(c) $\sqrt[4]{81} = 3$
(d) $\sqrt[4]{2\,401} = 7$
(e) $\sqrt[3]{1\,000} = 10$
(f) $\sqrt{4} = 2$
(g) $\dfrac{1}{\sqrt[4]{10\,000^5}} = \frac{1}{100\,000}$
(h) $\dfrac{1}{\sqrt[3]{64^5}} = \frac{1}{1\,024}$
(i) $\dfrac{1}{\sqrt[4]{1\,296}} = \frac{1}{6}$
(j) $\sqrt[3]{27^2} = 9$

Name: Kurs/Klasse: Datum:

Diagnosebogen zur 1. KA: Potenzen und reelle Zahlen - Lösung

Lösung 14.

(a) $\frac{(6x^5y^{-3}z^2)^3}{(3x^3y^{-2}z^2)^4} = \frac{(2\cdot 3x^5y^{-3}z^2)^3}{(3x^3y^{-2}z^2)^4} = \frac{2^3\cdot 3^3x^{15}y^{-9}z^6}{3^4x^{12}y^{-8}z^8} = \frac{8x^3}{3yz^2}$

(b) $\frac{4^{2n+3}\cdot 2^{7n-5}}{8^{3n}\cdot 4^n} = \frac{\left(2^2\right)^{2n+3}\cdot 2^{7n-5}}{\left(2^3\right)^{3n}\cdot\left(2^2\right)^n} = \frac{2^{4n+6}\cdot 2^{7n-5}}{2^{9n}\cdot 2^{2n}} = 2$

(c) $30\cdot 7^{2n-2} + 19\cdot 7^{2n-2} = 49\cdot 7^{2n-2} = 7^2\cdot 7^{2n-2} = 7^{2n}$

Lösung 15.

(a) $\left(a^2b^3\right)^2 = a^4b^6$

(b) $x^3\cdot x^{-4} = x^{-1} = \frac{1}{x}$

(c) $4c^3\cdot 2c^7 = 8c^{10}$

(d) $\frac{-2d^4}{4d^5} = -\frac{1}{2d}$

(e) $(2h^{-3})^2 = 4h^{-6} = \frac{4}{h^6}$

(f) $(-2h^{-3})^2 = 4h^{-6} = \frac{4}{h^6}$

(g) $(-2h^{-2})^3 = -8h^{-6} = -\frac{8}{h^6}$

(h) $-(2h^{-3})^2 = -4h^{-6} = -\frac{4}{h^6}$

Lösung 16.

(a) $\frac{6^3}{9^3} = \left(\frac{6}{9}\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27}$

(b) $6^{-2}\cdot 8^{-2} = (48)^{-2} = \frac{1}{2\,304}$

(c) $\left(3^{-1}\right)^{-4} = 3^4 = 81$

(d) $\frac{3^2}{3^0} = 3^2 = 9$

(e) $7^7\cdot 7^{-11} = (7)^{-4} = \frac{1}{2\,401}$

(f) $\frac{9^{-3}}{9^2} = 9^{-5} = \frac{1}{59\,049}$

(g) $3^3\cdot 5^3 = 15^3 = 3\,375$

(h) $3^{-10}\cdot 3^1 = 3^{-9} = \frac{1}{19\,683}$

Lösung 17.

(a) $\sqrt[3]{1{,}2}\cdot\sqrt[3]{1{,}2}\cdot\sqrt[3]{1{,}2} = 1{,}2^{\frac{3}{3}} = 1{,}2$
Das Produkt aus den drei gleichen Wurzeln lässt sich als Potenz schreiben. Über die Potenzschreibweise erhält man dann $1{,}2^1 = 1{,}2$

(b) $\sqrt[3]{4}\cdot\sqrt[3]{4^2} = 4$
Die Radikanden können zu 4^3 zusammengefasst werden, sodass $\sqrt[3]{4^3} = 4^{\frac{3}{3}} = 4$ entsteht.

(c) $\frac{\sqrt[6]{5}}{\sqrt[6]{5}}$
Die Radikanden können zu $\frac{5}{5} = 1$ zusammengefasst werden und die 6. Wurzel aus 1 ist 1.

(d) $7\cdot\frac{\sqrt[3]{15}}{\sqrt[3]{15}} = 7\cdot 1 = 7$
Die Radikanden können zu $\frac{15}{15} = 1$ zusammengefasst werden und die Kubikwurzel aus 1 ist 1.

Lösung 18.

(a) $r^{\frac{1}{5}}$ **(b)** $y^{\frac{1}{3}}$ **(c)** $b^{\frac{1}{2}}$ **(d)** $y^{\frac{1}{5}}$ **(e)** $b^{\frac{1}{5}}$

(f) a **(g)** $(3y)^{\frac{5}{3}}$ **(h)** $(2x)^{\frac{1}{3}}$ **(i)** $(5a)^2$ **(j)** $(3r)^{\frac{2}{3}}$

Lösung 19.

(a) $a^{\frac{1}{4}}$ **(b)** $x^{\frac{1}{4}}$ **(c)** $y^{\frac{1}{5}}$ **(d)** $b^{\frac{1}{2}}$ **(e)** $y^{\frac{1}{4}}$

(f) $2a$ **(g)** $(3x)^{-\frac{3}{5}}$ **(h)** $(4t)^{-2}$ **(i)** $(5z)^{-\frac{2}{3}}$ **(j)** $4r$

Lösung 20.

(a) $\sqrt{9x+91} = 8$ führt auf $x = -3$ (Rechenweg: $\sqrt{9x+91} = 8$ kann auf beiden Seiten quadriert werden zu $9x+91 = 64$ und diese Gleichung gelöst werden.) und in der Probe auf $8 = 8$ und somit eine wahre Aussage.

(b) $\sqrt{7x+63} = 7$ führt auf $x = -2$ (Rechenweg: $\sqrt{7x+63} = 7$ kann auf beiden Seiten quadriert werden zu $7x+63 = 49$ und diese Gleichung gelöst werden.) und in der Probe auf $7 = 7$ und somit eine wahre Aussage.

(c) $\sqrt{10x+79} = 7$ führt auf $x = -3$ (Rechenweg: $\sqrt{10x+79} = 7$ kann auf beiden Seiten quadriert werden zu $10x+79 = 49$ und diese Gleichung gelöst werden.) und in der Probe auf $7 = 7$ und somit eine wahre Aussage.

(d) $\sqrt{8x+9} = 3$ führt auf $x = 0$ (Rechenweg: $\sqrt{8x+9} = 3$ kann auf beiden Seiten quadriert werden zu $8x+9 = 9$ und diese Gleichung gelöst werden.) und in der Probe auf $3 = 3$ und somit eine wahre Aussage.

Diagnosebogen zur 1. KA: Potenzen und reelle Zahlen - Lösung

(e) $\sqrt{10x+101} = 9$ führt auf $x = -2$ (Rechenweg: $\sqrt{10x+101} = 9$ kann auf beiden Seiten quadriert werden zu $10x + 101 = 81$ und diese Gleichung gelöst werden.) und in der Probe auf $9 = 9$ und somit eine wahre Aussage.

(f) $\sqrt{5x+41} = 4$ führt auf $x = -5$ (Rechenweg: $\sqrt{5x+41} = 4$ kann auf beiden Seiten quadriert werden zu $5x+41 = 16$ und diese Gleichung gelöst werden.) und in der Probe auf $4 = 4$ und somit eine wahre Aussage.

(g) $\sqrt{4x+57} = 5$ führt auf $x = -8$ (Rechenweg: $\sqrt{4x+57} = 5$ kann auf beiden Seiten quadriert werden zu $4x+57 = 25$ und diese Gleichung gelöst werden.) und in der Probe auf $5 = 5$ und somit eine wahre Aussage.

(h) $\sqrt{3x-2} = 5$ führt auf $x = 9$ (Rechenweg: $\sqrt{3x-2} = 5$ kann auf beiden Seiten quadriert werden zu $3x - 2 = 25$ und diese Gleichung gelöst werden.) und in der Probe auf $5 = 5$ und somit eine wahre Aussage.

(i) $\sqrt{4x-8} = \sqrt{10x-56}$ führt auf $x = 8$ (Rechenweg: $\sqrt{4x-8} = \sqrt{10x-56}$ kann auf beiden Seiten quadriert werden zu $4x - 8 = 10x - 56$ und diese Gleichung gelöst werden.) und in der Probe auf $2\sqrt{6} = 2\sqrt{6}$ und somit eine wahre Aussage.

(j) $\sqrt{7x+5} = \sqrt{6x-1}$ führt auf $x = -6$ (Rechenweg: $\sqrt{7x+5} = \sqrt{6x-1}$ kann auf beiden Seiten quadriert werden zu $7x + 5 = 6x - 1$ und diese Gleichung gelöst werden.), allerdings sind die Wurzeln für $x = -6$ nicht definiert, sodass es keine Lösung gibt.

(k) $\sqrt{7x-1} = \sqrt{83-7x}$ führt auf $x = 6$ (Rechenweg: $\sqrt{7x-1} = \sqrt{83-7x}$ kann auf beiden Seiten quadriert werden zu $7x - 1 = 83 - 7x$ und diese Gleichung gelöst werden.) und in der Probe auf $\sqrt{41} = \sqrt{41}$ und somit eine wahre Aussage.

(l) $\sqrt{x+2} = \sqrt{-7x-6}$ führt auf $x = -1$ (Rechenweg: $\sqrt{x+2} = \sqrt{-7x-6}$ kann auf beiden Seiten quadriert werden zu $x + 2 = -7x - 6$ und diese Gleichung gelöst werden.) und in der Probe auf $1 = 1$ und somit eine wahre Aussage.

Lösung 21. $\dfrac{1{,}41 \cdot 10^{18}\ \text{km}^3}{1{,}08 \cdot 10^{21}\ \text{m}^3} = \dfrac{1{,}41 \cdot 10^{27}\ \text{m}^3}{1{,}08 \cdot 10^{21}\ \text{m}^3} \approx 1\,305\,556$

Lösung 22. $\dfrac{6\ \text{g}}{2 \cdot 10^{-27}\ \text{g}} = 3 \cdot 10^{27}$ Kohlenstoffatome befinden sich in 6 g Kohle.

Lösung 23.

(a) $0{,}000\,025 = 2{,}5 \cdot 10^{-5}$ **(b)** $-8\,500 = -8{,}50 \cdot 10^3$ **(c)** $0{,}000\,9 = 9 \cdot 10^{-4}$ **(d)** $851{,}09 = 8{,}510\,9 \cdot 10^2$

Lösung 24.

(a) $5{,}53 \cdot 10^2 = 553$ **(b)** $-1{,}457 \cdot 10^5 = -145\,700$

(c) $-2{,}843 \cdot 10^1 = -28{,}43$ **(d)** $-7{,}369\,1 \cdot 10^{-3} = -0{,}007\,369\,1$

Lösung 25.

(a) Entfernung Erde - Mond: ca. $400\,000\ \text{km} = 4 \cdot 10^5\ \text{km}$

(b) Entfernung Erde - Sonne: ca. $1\,496\,000\,000\ \text{km} = 1{,}496 \cdot 10^8\ \text{km}$

(c) Entfernung Sonne - Merkur: ca. $57\,900\,000\ \text{km} = 5{,}79 \cdot 10^7\ \text{km}$

(d) Entfernung Sonne - Neptun: ca. $4\,503\,000\,000\ \text{km} = 4{,}503 \cdot 10^9\ \text{km}$