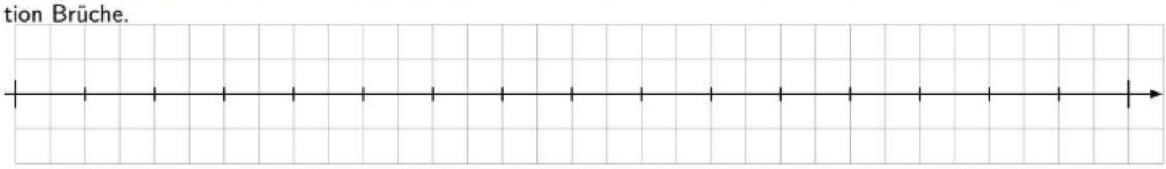
Name: Kurs/Klasse: Datum:

Approximation irrationaler Zahlen

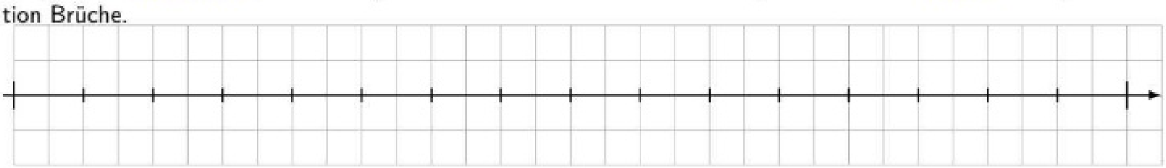
Aufgabe 1. **Bestimme** $\sqrt{2}$ näherungsweise mithilfe der Intervallhalbierung in 8 Schritten. **Nutze** zur Approximation Brüche.



Es ist ____________ = ____________ $< \sqrt{2} <$ ____________ = ____________ .

a	a^2	b	b^2	$\frac{a+b}{2}$	$\left(\frac{a+b}{2}\right)^2$

Aufgabe 2. **Bestimme** $\sqrt{3}$ näherungsweise mithilfe der Intervallhalbierung in 8 Schritten. **Nutze** zur Approximation Brüche.



Es ist ____________ = ____________ $< \sqrt{3} <$ ____________ = ____________ .

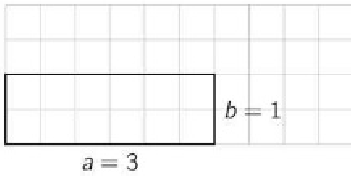
a	a^2	b	b^2	$\frac{a+b}{2}$	$\left(\frac{a+b}{2}\right)^2$

Name: Kurs/Klasse: Datum:

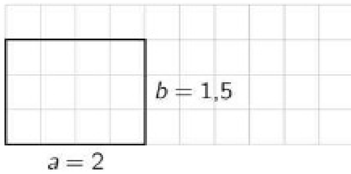
Approximation irrationaler Zahlen

Beispiel: Bestimmen eines Näherungswertes für $\sqrt{3}$ mithilfe des Heron-Verfahrens:
Grundprinzip: Aus einem Rechteck mit $A = 3\,\text{FE}$ mit einfachen Werten (z.B. $a = 3$ und $b = 1$) wird schrittweise ein Quadrat hergestellt mit $A = 3\,\text{FE}$.

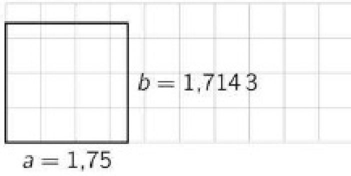
1. $a = 3$, $b = 1$



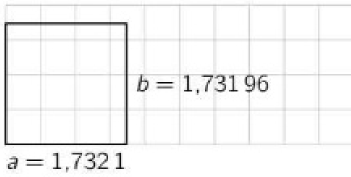
2. $a = \frac{3+1}{2} = 2$, $b = 3 : 2 = 1{,}5$



3. $a = \frac{2+1{,}5}{2} = 1{,}75$, $b = 3 : 1{,}75 = \frac{12}{7} \approx 1{,}714\,3$



4. $a = \left(\frac{12}{7} + \frac{7}{4}\right) : 2 = \frac{97}{56} \approx 1{,}732\,1$, $b = 3 : \frac{97}{56} = \frac{168}{97} \approx 1{,}731\,96$



5. Da $1{,}732\,1 \approx 1{,}732$ und $1{,}731\,96 \approx 1{,}732$, ist $\sqrt{3} \approx 1{,}732$ auf 3 Dezimale genau.

Aufgabe 3. **Bestimme** $\sqrt{5}$ mithilfe des Heron-Verfahrens auf 3 Nachkommastellen genau.

Das Heron-Verfahren

Idee: Von einem Rechteck mit einem gegebenen Flächeninhalt werden die Seiten so angepasst, dass das Rechteck schrittweise stärker einem Quadrat entspricht.

Beispiel: Gesucht ist die Kantenlänge eines Quadrats mit $A = 3\,cm^2$.

$$a^2 = 3\,cm^2 \quad |\sqrt{\ }$$
$$a = \sqrt{3}\,cm$$

1. Rechteck mit $A = 3\,cm^2$, z.B. $a = 2\,cm$, $b = 1{,}5\,cm$

2. neues Rechteck: $a_1 = \frac{a+b}{2} = 1{,}75\,cm$

$$b_1 = 3\,cm^2 : 1{,}75\,cm$$
$$= \frac{12}{7}\,cm \approx 1{,}7143\,cm$$

3. neues Rechteck: $a_2 = \frac{a_1+b_1}{2} = \frac{1{,}75 + \frac{12}{7}}{2} = \frac{97}{56}\,cm$

$$\approx 1{,}7321\,cm$$

$$b_2 = 3\,cm^2 : \frac{97}{56}\,cm = \frac{168}{97}\,cm$$
$$\approx 1{,}7320$$

$$\sqrt{3} \approx 1{,}732$$

n-te Wurzeln / Potenzen mit rationalen Exponenten

Für $q \geq 0$ und $n \geq 2, n \in \mathbb{N}$, ist

$a = \sqrt[n]{q}$, $a \geq 0$, genau die Zahl, für die $a^n = q$ gilt.

Lb. S. 28/1,2

Basisaufgaben

1. Berechne ohne Taschenrechner.

a) $\sqrt{121} = 11$ b) $\sqrt{49} = 7$ c) $\sqrt{\frac{1}{81}} = \frac{1}{9}$ d) $\sqrt[3]{64} = 4$ e) $\sqrt[4]{81} = 3$

f) $\sqrt[5]{32} = 2$ g) $\sqrt[7]{1} = 1$ h) $\sqrt[4]{625} = 5$ i) $\sqrt[4]{0{,}0001} = \sqrt[4]{\frac{1}{10000}} = 0{,}1$ j) $\sqrt[3]{0{,}027} = \sqrt[3]{\frac{27}{1000}} = 0{,}3$

2. Berechne ohne Taschenrechner.

a) $\sqrt[3]{\frac{1}{8}} = \frac{1}{2}$ b) $\sqrt[4]{\frac{1}{16}} = \frac{1}{2}$ c) $\sqrt[2]{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$ d) $\sqrt[3]{\frac{216}{64}} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$ e) $\sqrt[3]{\frac{343}{8}} = \frac{7}{2}$

Voraussetzung OHiMi:

Quadratzahlen bis 20, Kubikzahlen bis 5, Zweierpotenzen bis 2^6