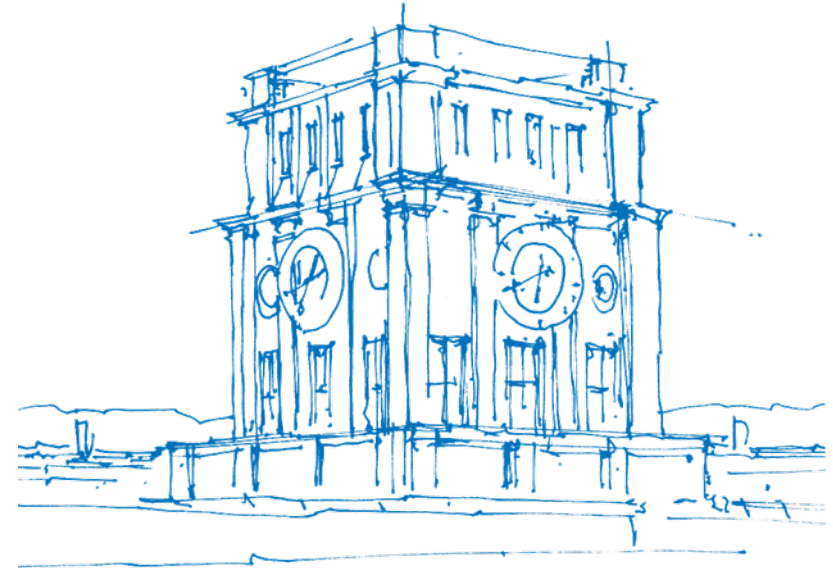


Lineare Algebra für Informatik - Woche 9

Cosmin Aprodu

Technische Universität München

Online, 10 Juni 2021



TUM Uhrenturm

Basiswechselmatrix

Sei $B = \{v_1, \dots, v_n\}$ und $C = \{w_1, \dots, w_n\}$ zwei Basen von V . Wir können die *neuen* Basisvektoren w_j , $\forall j \in \{1, \dots, n\}$ mit Hilfe der alten ausdrücken:

$$w_j = \sum_{i=1}^n a_{i,j} v_i$$

für eindeutige $a_{i,j} \in K$. Die Matrix $T_C^B = (a_{i,j}) \in K^{n \times n}$ heißt **Basiswechselmatrix** und beschreibt den Übergang von B zu C .

Bemerkung: Für eine Basiswechselmatrix T_C^B , es gilt:

$$T_C^B = (T_B^C)^{-1}$$

Darstellungsmatrizen - Weitere Begriffe

Seien U , V und W endlich-dimensionale K -Vektorräume mit Basen A , B bzw. C , und es seien $\varphi : U \rightarrow V$ und $\psi : V \rightarrow W$ lineare Abbildungen. Dann gilt:

$$M_C^A(\psi \circ \varphi) = M_C^B(\psi) \cdot M_B^A(\varphi)$$

Seien B und C endliche Basen von V und sei T_B^C die Basiswechselmatrix. Dann gilt für eine lineare Abbildung $\varphi : V \rightarrow V$:

$$M_C(\varphi) = (T_B^C)^{-1} \cdot M_B(\varphi) \cdot T_B^C$$

Seien B , B' endlichen Basen von V und C , C' endliche Basen von W . Dann gilt für eine lineare Abbildung $\varphi : V \rightarrow W$:

$$M_{C'}^{B'}(\varphi) = T_{C'}^C \cdot M_C^B(\varphi) \cdot T_B^{B'}$$