Pg. 1

Thursday, April 15, 2021 12:53 PM

① a) $A+B$ ×
b) $A+C$
c) $A+D$ ×
→ d) $A-4C$
e) A^2 ×
f) $A\cdot B$
g) $C\cdot D$ ×
→ h) $D\cdot C$
i) $A\cdot A^T$
→ j) $C^T\cdot D^T$

d) $A-4C=\begin{pmatrix}1&2&3\\0&-2&1\end{pmatrix}-4\cdot\begin{pmatrix}3&0&2\\1&1&4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-11&2&-5\\-4&-6&-15\end{pmatrix}$

h) $D\cdot C=\begin{pmatrix}1&4\\2&3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}3&0&2\\1&1&4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}7&4&18\\9&3&16\end{pmatrix}$

j) $C^T\cdot D^T=\begin{pmatrix}3&1\\0&1\\2&4\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&2\\4&3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}7&9\\4&3\\18&16\end{pmatrix}$

② a) $A\in K^{m\times n}$, $B\in K^{n\times l}$, $A=(a_{ij})$, $B=(b_{ij})$

$$A\cdot B=C,\ C=(c_{ij}),\ c_{ij}=\sum_{k=1}^{n}a_{ik}\cdot b_{kj}\quad(1)$$

$$D=B^T\cdot A^T=(d_{ij}),\ d_{ij}=\sum_{k=1}^{n}b_{ki}\cdot a_{jk}$$

$$=\sum_{k=1}^{n}a_{jk}\cdot b_{ki}\quad(2)$$

$$(1),(2)\Rightarrow c_{ij}=d_{ji}\Leftrightarrow C=D^T\Leftrightarrow C^T=(D^T)^T\Leftrightarrow C^T=D\Leftrightarrow(A\cdot B)^T=B^T\cdot A^T$$

□

b) $(A+B)^2=(A+B)(A+B)$

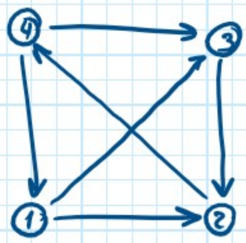
$=A^2+AB+BA+B^2$

$\overset{\text{(and H.)}}{=}A^2+2AB+B^2\Leftrightarrow AB+BA=2AB$

$BA=AB$

□

③ a)



b)

$A^2=\begin{pmatrix}0&1&0&1\\1&0&1&0\\0&0&0&1\\0&2&1&0\end{pmatrix}$ $A^3=A^2\cdot A=\begin{pmatrix}1&0&1&1\\0&2&1&0\\1&0&1&0\\0&1&0&2\end{pmatrix}$

A^m – Wege von i nach j der Länge m, wobei

$A=(a_{ij})$

c) $A^0 = I_n$

$$\sum_{k=0}^{m} A^k = I_n + A + A^2 + \dots + A^m$$

$$I_4 + A + A^2 + A^3 = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$ ⇒ jeder Computer mit jedem anderen Computer verbunden ist über einen Weg der Länge $\leq m = 3$