

1. Un sistem de m ecuatii liniare cu n necunoscute este compatibil daca:
 - ✓ determinantii caracteristici ai sistemului sunt egali cu zero
 - Rangul matricei coeficientilor este diferit de rangul matricei extinse a sistemului
 - Rangul matricei coeficientilor este mai mare decat numarul necunoscutelor
 - Determinantul matricei coeficientilor este diferit de zero

2. Un sistem omogen de m ecuatii liniare cu n necunoscute admite si soluii nenule daca:
 - ✓ Rangul matricei coeficientilor este mai mic decat numarul necunoscutelor
 - Rangul matricei coeficientilor este egal cu numarul necunoscutelor
 - Determinantul matricei coeficientilor este nul
 - Rangul matricei coeficientilor este egal cu numarul ecuatiilor sistemului

3. O matrice nenula cu m linii si n coloane, cu elemente numere reale, are rangul $r \in \mathbb{N}^*$ daca:
 - ✓ Exista in A un minor nenul de ordinul r si orice minor de ordinul $r+1$ din A este nul.
 - $r = \max(m, n)$;
 - $r < \max(m, n)$;
 - $r \leq \min(m, n)$;
 - Aplicand algoritmul lui Gauss pentru calculul rangului matricei A se vor obtine cel putin $r + 1$ pivoti nenuli

4. Sa se determine valoarea parametrului real m astfel incat vectorii urmatoari sa fie linear dependenti si pentru valoarea gasita, relatia de dependenta dintre ei $v_1 = (1, 3, 2), v_2 = (1, -2, 3), v_3 = (0, 5, m)$:
 - ✓ $m = -1, v_1 - v_2 - v_3 = (0, 0, 0)$
 - $m = 1, v_1 - v_2 + v_3 = (0, 0, 0)$
 - $m = -1, 2v_1 - v_2 + v_3 = (0, 0, 0)$
 - $m = 0, -v_1 + v_2 - 2v_3 = (0, 0, 0)$

#Cod Octave:

```
pkg load symbolic;
syms m;
v1=[1,3,2]; v2=[1,-2,3]; v3=[0,5,m];

# valoarea lui m
m = solve(det([v1.',v2.',v3.'])==0, m)

#relatia de dependenta (fractii)
format rat;
rref([v1.',v2.',v3.',[0;0;0]])

# test
# reinitializare vectori cu m calculat
v1=[1,3,2]; v2=[1,-2,3]; v3=[0,5,m];
```

```
# verificare ecuatii
v1 - v2 - v3 # ar trebui sa returneze (0,0,0)
```

5. Sa se determine valoarea parametrului real m astfel incat vectorii urmasori sa fie linear dependenti precum si relatia de dependenta dintre ei $v_1 = (1, 4, 5), v_2 = (-1, 3, m), v_3 = (2, -1, 1)$:

- $\checkmark m = 2, -5v_1 + 9v_2 + 7v_3 = (0, 0, 0)$
- $m = 1, 5v_1 - 9v_2 + 7v_3 = (0, 0, 0)$
- $m = -2, -5v_1 + 9v_2 - 7v_3 = (0, 0, 0)$
- $m = 0, 5v_1 - 9v_2 - 7v_3 = (0, 0, 0)$

#Cod Octave:

```
pkg load symbolic;
syms m;
v1=[1,4,5]; v2=[-1,3,m]; v3=[2,-1,1];

# valoarea lui m
m = solve(det([v1.',v2.',v3.'])==0, m)

#relatia de dependenta (fractii)
format rat;
rref([v1.',v2.',v3.',[0;0;0]])

# test
# reinitializare vectori cu m calculat
v1=[1,4,5]; v2=[-1,3,m]; v3=[2,-1,1];
# verificare ecuatii
-5*v1 + 9*v2 + 7*v3 # ar trebui sa returneze (0,0,0)
```

6. Determinati valoarea parametrul real m astfel incat vectorii urmasori : $v_1 = (1, 1, -1), v_2 = (1, -1, m), v_3 = (-1, 1, 1)$ sa formeze o baza in spatiul vectorial \mathbb{R}^3 , iar pentru $m=1$ calculati coordonatele vectorului $u = (6, 2, -12)$ in aceasta baza.

- $\checkmark m \neq -1, u = (4, -3, -5)$
- $m \neq -2, u = (4, 3, 5)$
- $m \neq 1, u = (-4, 3, -5)$
- $m = -1, u = (-4, -3, 5)$

7. Aratati ca matricea urmatoare, A , este inversabila si calculati suma S a elementelor din linia a treia a

matricei sale inverse: $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

- $\checkmark S = 9$
- $S = 7$
- $S = -7$
- $S = -2$

Cod Octave

```
A = [2,2,3; 1,-1,0; -1,2,1];
det(A) # diferit de 0 => A este inversabila
format rat;
inv_A = inv(A)
sum(inv_A(3,:)) # ans = 9
```

8. Aratati ca matricea urmatoare, A, este inversabila si calculati suma S a elementelor din linia a treia a

matricei sale inverse: $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 3 & 6 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

- $\checkmark S = 2$
- $S = 1$
- $S = -1$
- $S = -2$

Cod Octave

```
A = [2,3,1; 3,6,2; 1,2,1];
det(A) # diferit de 0 => A este inversabila
format rat;
inv_A = inv(A)
sum(inv_A(3,:)) # ans = 2
```

9. Fie matricea patratica, de ordinul 3: $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

Aratati ca A este inversabila si calculati suma elementelor din linia 1 a matricei A^{-1}

- $\checkmark S = 0$
- $S = 2$
- $S = -2$
- $S = -1$

Cod Octave

```
A = [1,0,1; 0,1,1; 1,1,1];
det(A) # diferit de 0 => A este inversabila
format rat;
inv_A = inv(A)
sum(inv_A(1,:)) # ans = 0
```

10. Aratati ca matricea urmatoare, A, este inversabila si calculati determinantul matricei sale inverse

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

- $\checkmark \text{Det}(A^{-1}) = -\frac{1}{27}$

- $\text{Det}(A^{-1}) = -27$
- $\text{Det}(A^{-1}) = 9$
- $\text{Det}(A^{-1}) = \frac{1}{27}$

Cod Octave

```
A = [2, 2, -1; 2, -1, 2; -1, 2, 2];
det(A) # diferit de 0 => A este inversabila
format rat;
inv_A = inv(A)
det(inv_A) # ans = -1/27
```

11. Aratati ca matricea urmatoare, A, este inversabila si calculati determinantul matricei sale inverse

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 2 \\ 2 & 3 & -2 \end{pmatrix}$$

- $\checkmark \text{Det}(A^{-1}) = -\frac{1}{5}$
- $\text{Det}(A^{-1}) = \frac{1}{5}$
- $\text{Det}(A^{-1}) = -5$
- $\text{Det}(A^{-1}) = 5$

Cod Octave

```
A = [1, 1, -1; 3, -2, 2; 2, 3, -2];
det(A) # diferit de 0 => A este inversabila
format rat;
inv_A = inv(A)
det(inv_A) # ans = -1/5
```

12. Fie A o matrice patratica de ordinul 3.

Stiind ca $\text{Det}(A) = -3$, precizati care din afirmatiile urmatoare este adevarata:

- $\checkmark \text{Det}(-2A) = -12$
- $\text{Det}(-A) = 3$
- $\text{Det}(-3A) = 9$
- $\text{Det}(5A) = -15$

13. Fie A o matrice patratica de ordinul 3.

Stiind ca $\text{Det}(A) = 5$, precizati care din afirmatiile urmatoare este adevarata:

- $\checkmark \text{Det}(-2A) = 20$
- $\text{Det}(-A) = -5$
- $\text{Det}(-3A) = -45$
- $\text{Det}(3A) = 15$

14. Sa se calculeze determinantul patratului matricei A, stiind ca: $A = \begin{pmatrix} 6 & 5 \\ -3 & -3 \end{pmatrix}$

- $\checkmark \text{Det}(A^2) = 9$
- $\text{Det}(A^2) = 99$
- $\text{Det}(A^2) = 112$
- $\text{Det}(A^2) = 79$

#Cod Octave:

```
M = [6, 5; -3, -3];  
det(M^2)
```

15. Sa se calculeze determinantul patratului matricei A, stiind ca: $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -6 & -5 \end{pmatrix}$

- $\checkmark \text{Det}(A^2) = 4$
- $\text{Det}(A^2) = 76$
- $\text{Det}(A^2) = 20$
- $\text{Det}(A^2) = 18$

#Cod Octave:

```
M = [4, 3; -6, -5];  
det(M^2)
```

16. Sa se calculeze determinantul patratului matricei A, stiind ca: $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$

- $\checkmark \text{Det}(A^2) = 25$
- $\text{Det}(A^2) = 9$
- $\text{Det}(A^2) = 16$
- $\text{Det}(A^2) = 36$

#Cod Octave:

```
M = [3, -2; -2, 3];  
det(M^2)
```

17. Sa se determine polinomul caracteristic al aplicatiei liniare f, a carei matrice A, asociata in baza canonica, este urmatoarea: $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$; $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$

- $\checkmark P(\lambda) = \lambda^2 - 5\lambda + 6$
- $P(\lambda) = \lambda^2 + 5\lambda + 6$
- $P(\lambda) = \lambda^2 - 5\lambda - 6$

- $P(\lambda) = \lambda^2 + 5\lambda - 6$

Cod Octave:

```
pkg load symbolic;
A = sym([4,1; -2,1]);
syms lambda;
charpoly(A, lambda) # ans = lambda^2 -5*lambda + 6
```

18. Sa se determine polinomul caracteristic al aplicatiei liniare f , a carei matrice A , asociata in baza canonica, este urmatoarea: $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$; $A = \begin{pmatrix} -4 & -3 \\ -2 & -5 \end{pmatrix}$

- $\checkmark P(\lambda) = \lambda^2 + 9\lambda + 14$
- $P(\lambda) = \lambda^2 + 9\lambda - 14$
- $P(\lambda) = \lambda^2 - 9\lambda - 14$
- $P(\lambda) = \lambda^2 - 9\lambda + 14$

Cod Octave:

```
pkg load symbolic;
A = sym([-4, -3; -2, -5]);
syms lambda;
charpoly(A, lambda) # ans = lambda^2 + 9*lambda + 14
```

19. Sa se determine polinomul caracteristic al aplicatiei liniare f , a carei matrice A , asociata in baza canonica, este urmatoarea: $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$; $A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$

- $\checkmark P(\lambda) = \lambda^2 - \lambda - 2$
- $P(\lambda) = \lambda^2 + \lambda - 2$
- $P(\lambda) = \lambda^2 - 3\lambda + 2$
- $P(\lambda) = \lambda^2 + 3\lambda + 2$

Cod Octave:

```
pkg load symbolic;
A = sym([-2,1; -4,3]);
syms lambda;
charpoly(A, lambda) # ans = lambda^2 - lambda - 2
```

20. Sa se calculeze rangul matricei urmatoare: $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 5 & 4 \\ 2 & 1 & 3 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 0 \end{pmatrix}$

- $\checkmark rang(A) = 2$
- $rang(A) = 3$
- $rang(A) = 1$

- $\text{rang}(A) = 4$

Cod Octave:

```
A = [3, 2, 5, 4; 2, 1, 3, 3; 1, 2, 3, 0];
rank(A) # ans = 2
```

21. Sa se calculeze rangul matricei urmatoare: $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & -2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$

- $\checkmark \text{rang}(A) = 2$
- $\text{rang}(A) = 3$
- $\text{rang}(A) = 1$
- $\text{rang}(A) = 4$

Cod Octave:

```
A = [2, -1, 1, 2; 1, 1, 2, 1; 3, -2, 1, 3];
rank(A) # ans = 2
```

22. Sa se calculeze rangul matricei urmatoare: $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 & 1 \\ 3 & -1 & -2 & 0 \\ 2 & 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$

- $\checkmark \text{rang}(A) = 2$
- $\text{rang}(A) = 3$
- $\text{rang}(A) = 1$
- $\text{rang}(A) = 4$

Cod Octave:

```
A = [1, -2, 0, 1; 3, -1, -2, 0; 2, 1, -2, -1];
rank(A) # ans = 2
```

23. Sa se determine parametrul real m astfel incat vectorii urmatoari sa fie liniar independenti in spatiul vectorial tridimensional \mathbb{R}^3 : $v_1 = (1, 4, 5), v_2 = (2, -1, 1), v_3 = (-1, 3, m)$

- $\checkmark m \in \mathbb{R} - \{2\}$
- $m \in \mathbb{R} - \{-2\}$
- $m \in \mathbb{R} - \{0\}$
- Vectorii sunt linear independenti pentru orice $m \in \mathbb{R}$

Cod Octave:

```
pkg load symbolic;
syms m;
M = [[1, 2, -1]; [4, -1, 3]; [5, 1, m]];
solve(det(M)==0, m)
```

24. Sa se determine parametrul real m astfel incat vectorii urmatoari sa fie liniar independenti in spatiul vectorial tridimensional \mathbb{R}^3 : $v_1 = (2, 1, -3)$, $v_2 = (-1, 2, 4)$, $v_3 = (3, -4, m)$

- $\checkmark m \in \mathbb{R} - \{-10\}$
- $m \in \mathbb{R} - \{10\}$
- $m \in \mathbb{R} - \{0\}$
- Vectorii sunt linear independenti pentru orice $m \in \mathbb{R}$

Cod Octave:

```
pkg load symbolic;  
syms m;  
M = [[2, -1, 3]; [1, 2, -4]; [-3, 4, m]];  
solve(det(M)==0, m)
```

25. Sa se determine parametrul real m astfel incat vectorii urmatoari sa fie liniar independenti in spatiul vectorial tridimensional \mathbb{R}^3 : $v_1 = (-1, 2, 1)$, $v_2 = (1, -2, m)$, $v_3 = (0, 1, 1)$

- $\checkmark m \in \mathbb{R} - \{-1\}$
- $m \in \mathbb{R} - \{0\}$
- $m \in \mathbb{R} - \{1\}$
- Vectorii sunt linear dependenti pentru orice $m \in \mathbb{R}$

Cod Octave:

```
pkg load symbolic;  
syms m;  
M = [[-1, 1, 0]; [2, -2, 1]; [1, m, 1]];  
solve(det(M)==0, m)
```

26. Calculati determinantul matricei: $A = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

- $\checkmark \text{Det}(A) = -1$
- $\text{Det}(A) = 1$
- $\text{Det}(A) = -12$
- $\text{Det}(A) = -4$

Cod Octave:

```
A = [4, -3; 1, -1];  
det(A) # ans = -1
```

27. Calculati determinantul matricei: $A = \begin{pmatrix} 8 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$

- $\checkmark \text{Det}(A) = 4$
- $\text{Det}(A) = 10$
- $\text{Det}(A) = 17$
- $\text{Det}(A) = 7$

Cod Octave:

```
A = [8, 3; 4, 2];  
det(A) # ans = 4
```

28. Calculati determinantul matricei: $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$

- ☒ $Det(A) = 1$
- $Det(A) = -1$
- $Det(A) = 13$
- $Det(A) = 7$

Cod Octave:

```
A = [3, 1; 5, 2];  
det(A) # ans = 1
```

29. Sa se calculeze suma S a elementelor matricei inverse a matricei urmatoare: $\begin{pmatrix} -3 & 7 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$

- ☒ $S = 3$
- $S = 5$
- $S = -2$
- $S = -3$

Cod Octave

```
A = [-3, 7; -2, 5];  
inv_A = inv(A);  
sum(inv_A'(:)) # ans = 3
```

30. Sa se calculeze suma S a elementelor matricei inverse a matricei urmatoare: $A = \begin{pmatrix} 5 & 8 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

- ☒ $S = 2$
- $S = 5$
- $S = -2$
- $S = -3$

Cod Octave

```
A = [5, 8; 2, 3];  
inv_A = inv(A);  
sum(inv_A'(:)) # ans = 2
```

31. Sa se calculeze suma S a elementelor matricei inverse a matricei urmatoare: $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$

- $\checkmark S = -1$
- $S = 10$
- $S = 2$
- $S = 3$

Cod Octave

```
A = [3,1; 5,2];
inv_A = inv(A);
sum(inv_A'(:)) # ans = -1
```

32. Fie un sistem algebric, liniar, de n ecuatii cu n necunoscute, scris sub forma matriceala $A \cdot X = B$. Sistemul este compatibil determinat daca si numai daca:

- $\checkmark \text{Det}(A) \neq 0$
- \checkmark Matricea coeficientilor, A , este inversabila
- Matricea coeficientilor, A , nu este inversabila
- $\text{rang}(A) \neq \text{rang}(A, B)$
- $\text{rang}(A) \neq \text{rang}(A, B)$, unde (A, B) este matricea extinsa a sistemului
- Sistemul are cel putin o necunoscuta secundara.

33. Fie un sistem algebric, liniar, de m ecuatii cu n necunoscute, scris sub forma matriceala $A \cdot X = B, m \neq n$. Sistemul este compatibil daca si numai daca:

- $\text{rang} A = \text{rang}(A, B)$, unde (A, B) este matricea extinsa a sistemului
- Exista cel putin un minor caracteristic nenul
- Sistemul nu are nici o necunoscuta secundara
- Rangul matricei extinse a sistemului este mai mare decat numarul ecuatiilor

34. Fie A o matrice patratica de ordinul n . Matricea A este inversabila daca:

- $\checkmark \text{Det}(A) \neq 0$
- \checkmark Exista o matrice patratica de ordinul n , notata cu A^{-1} , astfel incat $A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = I_n$
- $\text{Det}(A) = 0$
- $\text{Det}(A) \cdot \text{Det}(A^{-1}) \neq 1$
- Exista o matrice patratica de ordinul n , notata cu A^{-1} , astfel incat $A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A \neq I_n$
- Exista o matrice patratica de ordinul n , notata cu A^{-1} , astfel incat $A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = O_{n,n}$

35. Sa se determine matricea diagonalizatoare T pentru aplicatia liniara f a carei matrice asociata A in baza canonica este: $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2; A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$

- $\checkmark T = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$

- $T = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$

- $T = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$

- $T = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -4 & -1 \end{pmatrix}$

36. Sa se determine matricea diagonalizatoare T pentru aplicatia liniara f a carei matrice asociata A in baza canonica este: $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$; $A = \begin{pmatrix} -5 & 2 \\ 1 & -6 \end{pmatrix}$

- $\checkmark T = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

- $T = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

- $T = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

- $T = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$

37. Fie operatorul linear f definit astfel: $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, $f(x_1, x_2, x_3) = (2x_1 - 3x_2 + x_3, x_1 + 5x_2 - 3x_3, 5x_1 + 12x_2 - 8x_3)$
Sa se determine dimensiunile subspatiilor vectoriale Ker(f) si Im(f).

- $\checkmark \text{Dim}(\text{Ker}(f)) = 1, \text{Dim}(\text{Im}(f)) = 2$

- $\text{Dim}(\text{Ker}(f)) = 2, \text{Dim}(\text{Im}(f)) = 1$

- $\text{Dim}(\text{Ker}(f)) = 2, \text{Dim}(\text{Im}(f)) = 2$

- $\text{Dim}(\text{Ker}(f)) = 0, \text{Dim}(\text{Im}(f)) = 3$

Cod Octave:

```
M = [[2, -3, 1, 0]; [1, 5, -3, 0]; [5, 12, -8, 0]];
rank(M)
```

$$\text{Dim}(V) = \text{Dim}(\text{Ker}(f)) + \text{Dim}(\text{Im}(f))$$

$$\text{Dim}(V) = \text{Dim}(\mathbb{R}^3) = 3$$

$$\text{rank}(M) = 2 \text{ (ans = 2)}$$

$$3 = \text{Dim}(\text{Ker}(f)) + 2$$

$$\text{Dim}(\text{Ker}(f))=1, \text{Dim}(\text{Im}(f))=2$$

38. Fie operatorul linear f definit astfel: $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, $f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2 - x_3, x_1 - x_2 + x_3, 5x_1 - x_2 + x_3)$
Sa se determine dimensiunile subspatiilor vectoriale Ker(f) si Im(f).

- $\checkmark \dim(\text{Ker}(f)) = 1, \dim(\text{Im}(f)) = 2$
- $\dim(\text{Ker}(f)) = 2, \dim(\text{Im}(f)) = 1$
- $\dim(\text{Ker}(f)) = 2, \dim(\text{Im}(f)) = 2$
- $\dim(\text{Ker}(f)) = 0, \dim(\text{Im}(f)) = 3$

Cod Octave:

```
M = [[1, 1, -1, 0]; [1, -1, 1, 0]; [5, -1, 1, 0]];
rank(M)
```

$\dim(V) = \dim(\text{Ker}(f)) + \dim(\text{Im}(f))$
 $\dim(V) = \dim(\mathbb{R}^3) = 3$
 $\text{rank}(M) = 2$ (ans = 2)
 $3 = \dim(\text{Ker}(f)) + 2$
 $\dim(\text{Ker}(f)) = 1, \dim(\text{Im}(f)) = 2$

39. Sa se arate ca vectorii urmatoari sunt linear dependenti si sa se determine relatia de dependenta dintre ei:

$$v_1 = (2, 1, -1), v_2 = (1, -1, 2), v_3 = (4, -1, 3)$$

- $\checkmark v_1 + 2v_2 - v_3 = O_3$
- $v_1 - v_2 - v_3 = O_3$
- $v_1 + 2v_2 - 2v_3 = O_3$
- $v_1 + v_2 - 2v_3 = O_3$

Cod Octave:

```
v1=[2, 1, -1]; v2=[1, -1, 2]; v3=[4, -1, 3];
rref([v1.', v2.', v3.', [0; 0; 0]])
```

```
# test
v1 + 2*v2 - v3 # ans = [0, 0, 0]
```

40. Sa se arate ca vectorii urmatoari sunt linear dependenti si sa se determine relatia de dependenta dintre ei:

$$v_1 = (2, -5, 3), v_2 = (3, -8, 1), v_3 = (1, -2, 5)$$

- $\checkmark 2v_1 - v_2 - v_3 = O_3$
- $v_1 - v_2 - v_3 = O_3$
- $v_1 + 2v_2 - v_3 = O_3$
- $2v_1 + v_2 - 2v_3 = O_3$

Cod Octave:

```
v1=[2, -5, 3]; v2=[3, -8, 1]; v3=[1, -2, 5];
rref([v1.', v2.', v3.', [0; 0; 0]])
```

```
# test
2*v1 - v2 - v3 # ans = [0, 0, 0]
```

41. Determinati dimensiunea subspatiului W generat de vectorii urmatoari din \mathbb{R}^3 : $v_1 = (2, 1, 3)$, $v_2 = (-1, 1, -2)$, $v_3 = (1, 2, 1)$, $v_4 = (2, 1, 3)$

- $\checkmark \dim(W) = 2$
- $\dim(W) = 1$
- $\dim(W) = 3$
- $\dim(W) = 4$

Cod Octave:

```
v1=[2, -5, 3]; v2=[3, -8, 1]; v3=[1, -2, 5];
M = [v1.', v2.', v3.'];
rank(M) # ans = 2
```

42. Determinati dimensiunea subspatiului W generat de vectorii urmasori din \mathbb{R}^3 : $v_1 = (2, 1, 5)$, $v_2 = (-3, 9, -6)$, $v_3 = (4, 2, 10)$, $v_4 = (-5, 1, -12)$

- $\checkmark \dim(W) = 2$
- $\dim(W) = 1$
- $\dim(W) = 3$
- $\dim(W) = 4$

Cod Octave:

```
v1=[2, 1, 5]; v2=[-3, 9, -6]; v3=[-5, 1, -12];
M = [v1.', v2.', v3.'];
rank(M) # ans = 2
```

43. Sa se determine valorile proprii ale aplicatiei liniare f , a carei matrice A , asociata in baza canonica, este urmatoarea: $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$; $A = \begin{pmatrix} 11 & 16 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$

- $\checkmark \lambda_1 = 3; \lambda_2 = 7$
- $\lambda_1 = -3; \lambda_2 = -7$
- $\lambda_1 = 2; \lambda_2 = -7$
- $\lambda_1 = -3; \lambda_2 = 7$

Cod Octave:

```
pkg load symbolic;
syms lambda;
solve(det([[11-lambda, 16]; [-2, -1-lambda]])==0, lambda)
```

44. Sa se determine valorile proprii ale aplicatiei liniare f , a carei matrice A , asociata in baza canonica, este urmatoarea: $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$; $A = \begin{pmatrix} -4 & -3 \\ -2 & -5 \end{pmatrix}$

- $\checkmark \lambda_1 = -2; \lambda_2 = -7$
- $\lambda_1 = -2; \lambda_2 = 7$
- $\lambda_1 = 2; \lambda_2 = -7$
- $\lambda_1 = 2; \lambda_2 = 7$

Cod Octave:

```
pkg load symbolic;
syms lambda;
solve(det([[ -4-lambda, -3]; [-2, -5-lambda]])==0, lambda)
```

45. Sa se determine valorile proprii ale aplicatiei liniare f , a carei matrice A , asociata in baza canonica, este urmatoarea: $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$; $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$

- $\checkmark \lambda_1 = 2; \lambda_2 = 3$
- $\lambda_1 = -2; \lambda_2 = -3$
- $\lambda_1 = 1; \lambda_2 = -6$
- $\lambda_1 = 2; \lambda_2 = -3$

Cod Octave:

```
pkg load symbolic;
syms lambda;
solve(det([[4-lambda, 1]; [-2, 1-lambda]])==0, lambda)
```

46. Stiind ca vectorii urmatoari formeaza o baza in spatiul vectorial tridimensional \mathbb{R}^3 : $v_1 = (1, -4, 2)$, $v_2 = (2, 1, -1)$, $v_3 = (-2, 2, 3)$, calculati coordonatele vectorului $u = (-5, -1, 9)$ in aceasta baza.

- $\checkmark u = (1, -1, 2)$
- $u = (1, 1, 2)$
- $u = (-1, 1, 2)$
- $u = (1, 1, -2)$

Cod Octave:

```
M = [[1, 2, -2, -5]; [-4, 1, 2, -1]; [2, -1, 3, 9]];
sym(round(rref(M))(:, 4))
```

47. Aratati ca vectorii urmatoari formeaza o baza in spatiul vectorial tridimensional \mathbb{R}^3 : $v_1 = (1, 3, 2)$, $v_2 = (1, -2, 3)$, $v_3 = (-1, 2, -2)$, calculati coordonatele vectorului $u = (0, 5, 2)$ in aceasta baza.

- $\checkmark u = (1, 2, 3)$
- $u = (1, -2, 3)$
- $u = (0, 1, 2)$
- $u = (1, -1, 2)$

Cod Octave:

```
M = [[1, 1, -1, 0]; [3, -2, 2, 5]; [2, 3, -2, 2]];
sym(round(rref(M))(:, 4))
```

48. Sa se determine cel mai mare divizor comun al numerelor:
 $n_1 = 11432775$; $n_2 = 15265170$

- ✓ $d = 32205$
- $d = 161025$
- $d = 193230$
- $d = 483075$

Cod Octave:

`gcd(11432775, 15265170) # ans = 32205`

49. Care este ordinul elementului $\hat{4}$ in grupul ciclic (\mathbb{Z}_7^*, \cdot)

- ✓ $Ord(\hat{4}) = 4$
- $Ord(\hat{4}) = 5$
- $Ord(\hat{4}) = 3$
- $Ord(\hat{4}) = 2$

50. Sa se determine elementele inversabile si caracteristica lui Euler ale monoidului $U(\mathbb{Z}_{18}^*)$

- ✓ $U(\mathbb{Z}_{18}^*) = \{1, 5, 7, 11, 13, 17\}; \varphi(18) = 6$
- $U(\mathbb{Z}_{18}^*) = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16\}; \varphi(18) = 8$
- $U(\mathbb{Z}_{18}^*) = \{1, 3, 6, 9, 12, 15\}; \varphi(18) = 8$
- $U(\mathbb{Z}_{18}^*) = \{1, 5, 7, 9, 11, 13, 17\}; \varphi(18) = 7$

51. Teorema lui Lagrange pentru grupuri finite este:

- ✓ Ordinul oricarui subgrup al unui grup finit este divizor al ordinului grupului
- Daca p este un numar prim, atunci $(p - 1) \equiv -1 \pmod{p}$
- Orice grup finit de ordin un numar prim este grup ciclic
- Daca p este un numar prim si $a \in \mathbb{Z}$ este un numar intreg, prim cu p , atunci $a^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$