FAI - subiecte lucrari

1. Un sistem de m ecuatii liniare cu n necunoscute este compatibil daca:
    - ✓ determinantii caracteristici ai sistemului sunt egali cu zero
    - Rangul matricei coeficientilor este diferit de rangul matricei extinse a sistemului
    - Rangul matricei coeficientilor este mai mare decat numarul necunoscutelor
    - Determinantul matricei coeficientilor este diferit de zero

2. Un sistem omogen de m ecuatii liniare cu n necunoscute admite si soluii nenule daca:
    - ✓ Rangul matricei coeficientilor este mai mic decat numarul necunoscutelor
    - Rangul matricei coeficientilor este egal cu numarul necunoscutelor
    - Determinantul matricei coeficientilor este nul
    - Rangul matricei coeficientilor este egal cu numarul ecuatiilor sistemului

3. O matrice nenula cu m linii si n coloane, cu elemente numere reale, are rangul $r \in \mathbb{N}^*$ daca:
    - ✓ Exista in A un minor nenul de ordinul r si orice minor de ordinul r+1 din A este nul.
    - $r = max(m, n);$
    - $r < max(m, n);$
    - $r \leq min(m, n);$
    - Aplicand algoritmul lui Gauss pentru calculul rangului matricei A se vor obtine cel putin r + 1 pivoti nenuli

4. Sa se determine valoarea parametrului real m astfel incat vectorii urmatori sa fie linear dependenti si pentru valoarea gasita, relatia de dependenta dintre ei $v_1 = (1, 3, 2)$,$v_2 = (1, -2, 3)$, $v_3 = (0, 5, m)$:
    - ✓$m = -1, v_1 - v_2 - v_3 = (0, 0, 0)$
    - $m = 1, v_1 - v_2 + v_3 = (0, 0, 0)$
    - $m = -1, 2v_1 - v_2 + v_3 = (0, 0, 0)$
    - $m = 0, -v_1 + v_2 - 2v_3 = (0, 0, 0)$

#Cod Octave:

```
pkg load symbolic;
syms m;
v1=[1,3,2]; v2=[1,-2,3]; v3=[0,5,m];

# valoarea lui m
m = solve(det([v1.',v2.',v3.'])==0, m)

#relatia de dependenta (fractii)
format rat;
rref([v1.',v2.',v3.',[0;0;0]])

# test
# reinitializare vectori cu m calculat
v1=[1,3,2]; v2=[1,-2,3]; v3=[0,5,m];
```

```
# verificare ecuatii
v1 - v2 - v3 # ar trebui sa returneze (0,0,0)
```

5. Sa se determine valoarea parametrului real m astfel incat vectorii urmatori sa fie linear dependenti precum si relatia de dependenta dintre ei $v_1 = (1,4,5)$,$v_2 = (-1,3,m)$,$v_3 = (2,-1,1)$:
   - $\checkmark m = 2, -5v_1 + 9v_2 + 7v_3 = (0,0,0)$
   - $m = 1, 5v_1 - 9v_2 + 7v_3 = (0,0,0)$
   - $m = -2, -5v_1 + 9v_2 - 7v_3 = (0,0,0)$
   - $m = 0, 5v_1 - 9v_2 - 7v_3 = (0,0,0)$

#Cod Octave:

```
pkg load symbolic;
syms m;
v1=[1,4,5]; v2=[-1,3,m]; v3=[2,-1,1];
```

```
# valoarea lui m
m = solve(det([v1.',v2.',v3.'])==0, m)
```

```
#relatia de dependenta (fractii)
format rat;
rref([v1.',v2.',v3.',[0;0;0]])
```

```
# test
# reinitializare vectori cu m calculat
v1=[1,4,5]; v2=[-1,3,m]; v3=[2,-1,1];
# verificare ecuatii
-5*v1 + 9*v2 + 7*v3 # ar trebui sa returneze (0,0,0)
```

6. Determinati valoarea parametrul real m astfel incat vectorii urmatori : $v_1 = (1,1,-1)$, $v_2 = (1,-1,m)$,$v_3 = (-1,1,1)$ sa formeze o baza in spatiul vectorial $\mathbb{R}^3$, iar pentru m=1 calculati coordonatele vectorului $u = (6,2,-12)$ in aceasta baza.
   - $\checkmark m \neq -1, u = (4,-3,-5)$
   - $m \neq -2, u = (4,3,5)$
   - $m \neq 1, u = (-4,3,-5)$
   - $m = -1, u = (-4,-3,5)$

7. Aratati ca matricea urmatoare, A, este inversabila si calculati suma S a elementelor din linia a treia a matricei sale inverse: $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$
   - $\checkmark S = 9$
   - $S = 7$
   - $S = -7$
   - $S = -2$

 # Cod Octave

```
A = [2,2,3; 1,-1,0; -1,2,1];
det(A) # diferit de 0 => A este inversabila
format rat;
inv_A = inv(A)
sum(inv_A(3,:)) # ans = 9
```

8. Aratati ca matricea urmatoare, A, este inversabila si calculati suma S a elementelor din linia a treia a matricei sale inverse: $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 3 & 6 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

   - $\checkmark S = 2$
   - $S = 1$
   - $S = -1$
   - $S = -2$

 # Cod Octave

```
A = [2,3,1; 3,6,2; 1,2,1];
det(A) # diferit de 0 => A este inversabila
format rat;
inv_A = inv(A)
sum(inv_A(3,:)) # ans = 2
```

9. Fie matricea patratica, de ordinul 3: $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

   Aratati ca A este inversabila si calculati suma elementelor din linia 1 a matricei A^{-1}

   - $\checkmark S = 0$
   - $S = 2$
   - $S = -2$
   - $S = -1$

 # Cod Octave

```
A = [1,0,1; 0,1,1; 1,1,1];
det(A) # diferit de 0 => A este inversabila
format rat;
inv_A = inv(A)
sum(inv_A(1,:)) # ans = 0
```

10. Aratati ca matricea urmatoare, A, este inversabila si calculati determinantul matricei sale inverse

    $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$

    - $\checkmark Det(A^{-1}) = -\frac{1}{27}$

- $Det(A^{-1}) = -27$
- $Det(A^{-1}) = 9$
- $Det(A^{-1}) = \frac{1}{27}$

 # Cod Octave

```
A = [2,2,-1; 2,-1,2; -1,2,2];
det(A) # diferit de 0 => A este inversabila
format rat;
inv_A = inv(A)
det(inv_A) # ans = -1/27
```

11. Aratati ca matricea urmatoare, A, este inversabila si calculati determinantul matricei sale inverse

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 2 \\ 2 & 3 & -2 \end{pmatrix}$$

- ✓ $Det(A^{-1}) = -\frac{1}{5}$
- $Det(A^{-1}) = \frac{1}{5}$
- $Det(A^{-1}) = -5$
- $Det(A^{-1}) = 5$

 # Cod Octave

```
A = [1,1,-1; 3,-2,2; 2,3,-2];
det(A) # diferit de 0 => A este inversabila
format rat;
inv_A = inv(A)
det(inv_A) # ans = -1/5
```

12. Fie A o matrice patratica de ordinul 3.
Stiind ca Det(A) = -3, precizati care din afirmatiile urmatoare este adevarata:
    - ✓ $Det(-2A) = -12$
    - $Det(-A) = 3$
    - $Det(-3A) = 9$
    - $Det(5A) = -15$

13. Fie A o matrice patratica de ordinul 3.
Stiind ca Det(A) = 5, precizati care din afirmatiile urmatoare este adevarata:
    - ✓ $Det(-2A) = 20$
    - $Det(-A) = -5$
    - $Det(-3A) = -45$
    - $Det(3A) = 15$

14. Sa se calculeze determinantul patratului matricei A, stiind ca: $A = \begin{pmatrix} 6 & 5 \\ -3 & -3 \end{pmatrix}$

- ✓ $Det(A^2) = 9$
- $Det(A^2) = 99$
- $Det(A^2) = 112$
- $Det(A^2) = 79$

#Cod Octave:

```
M = [6,5;-3,-3];
det(M^2)
```

15. Sa se calculeze determinantul patratului matricei A, stiind ca: $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -6 & -5 \end{pmatrix}$

- ✓ $Det(A^2) = 4$
- $Det(A^2) = 76$
- $Det(A^2) = 20$
- $Det(A^2) = 18$

#Cod Octave:

```
M = [4,3;-6,-5];
det(M^2)
```

16. Sa se calculeze determinantul patratului matricei A, stiind ca: $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$

- ✓ $Det(A^2) = 25$
- $Det(A^2) = 9$
- $Det(A^2) = 16$
- $Det(A^2) = 36$

#Cod Octave:

```
M = [3,-2;-2,3];
det(M^2)
```

17. Sa se determine polinomul caracteristic al aplicatiei liniare f, a carei matrice A, asociata in baza canonica, este urmatoarea: $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2; A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$

- ✓ $P(\lambda) = \lambda^2 - 5\lambda + 6$
- $P(\lambda) = \lambda^2 + 5\lambda + 6$
- $P(\lambda) = \lambda^2 - 5\lambda - 6$

- $P(\lambda) = \lambda^2 + 5\lambda - 6$

 # Cod Octave:

```
pkg load symbolic;
A = sym([4,1; -2,1]);
syms lambda;
charpoly(A, lambda) # ans = lambda^2 -5*lambda + 6
```

18. Sa se determine polinomul caracteristic al aplicatiei liniare f, a carei matrice A, asociata in baza canonica, este urmatoarea: $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2; A = \begin{pmatrix} -4 & -3 \\ -2 & -5 \end{pmatrix}$
    - ✓ $P(\lambda) = \lambda^2 + 9\lambda + 14$
    - $P(\lambda) = \lambda^2 + 9\lambda - 14$
    - $P(\lambda) = \lambda^2 - 9\lambda - 14$
    - $P(\lambda) = \lambda^2 - 9\lambda + 14$

 # Cod Octave:

```
pkg load symbolic;
A = sym([-4,-3; -2,-5]);
syms lambda;
charpoly(A, lambda) # ans = lambda^2 + 9*lambda + 14
```

19. Sa se determine polinomul caracteristic al aplicatiei liniare f, a carei matrice A, asociata in baza canonica, este urmatoarea: $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2; A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$
    - ✓ $P(\lambda) = \lambda^2 - \lambda - 2$
    - $P(\lambda) = \lambda^2 + \lambda - 2$
    - $P(\lambda) = \lambda^2 - 3\lambda + 2$
    - $P(\lambda) = \lambda^2 + 3\lambda + 2$

 # Cod Octave:

```
pkg load symbolic;
A = sym([-2,1; -4,3]);
syms lambda;
charpoly(A, lambda) # ans = lambda^2 - lambda - 2
```

20. Sa se calculeze rangul matricei urmatoare: $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 5 & 4 \\ 2 & 1 & 3 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 0 \end{pmatrix}$
    - ✓ $rang(A) = 2$
    - $rang(A) = 3$
    - $rang(A) = 1$

- $rang(A) = 4$

 # Cod Octave:

```
A = [3,2,5,4; 2,1,3,3; 1,2,3,0];
rank(A) # ans = 2
```

21. Sa se calculeze rangul matricei urmatoare: $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & -2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$
    - ✓$rang(A) = 2$
    - $rang(A) = 3$
    - $rang(A) = 1$
    - $rang(A) = 4$

 # Cod Octave:

```
A = [2,-1,1,2; 1,1,2,1; 3,-2,1,3];
rank(A) # ans = 2
```

22. Sa se calculeze rangul matricei urmatoare: $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 & 1 \\ 3 & -1 & -2 & 0 \\ 2 & 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$
    - ✓$rang(A) = 2$
    - $rang(A) = 3$
    - $rang(A) = 1$
    - $rang(A) = 4$

 # Cod Octave:

```
A = [1,-2,0,1; 3,-1,-2,0; 2,1,-2,-1];
rank(A) # ans = 2
```

23. Sa se determine parametrul real m astfel incat vectorii urmatori sa fie liniar independenti in spatiul vectorial tridimensional $\mathbb{R}^3 : v_1 = (1,4,5), v_2 = (2,-1,1), v_3 = (-1,3,m)$
    - ✓$m \in \mathbb{R} - \{2\}$
    - $m \in \mathbb{R} - \{-2\}$
    - $m \in \mathbb{R} - \{0\}$
    - Vectorii sunt linear independenti pentru orice $m \in \mathbb{R}$

Cod Octave:

```
pkg load symbolic;
syms m;
M = [[1,2,-1];[4,-1,3];[5,1,m]];
solve(det(M)==0, m)
```

24. Sa se determine parametrul real m astfel incat vectorii urmatori sa fie liniar independenti in spatiul vectorial tridimensional $\mathbb{R}^3 : v_1 = (2, 1, -3), v_2 = (-1, 2, 4), v_3 = (3, -4, m)$

- ✓$m \in \mathbb{R} - \{-10\}$
- $m \in \mathbb{R} - \{10\}$
- $m \in \mathbb{R} - \{0\}$
- Vectorii sunt linear independenti pentru orice $m \in \mathbb{R}$

Cod Octave:

```
pkg load symbolic;
syms m;
M = [[2,-1,3];[1,2,-4];[-3,4,m]];
solve(det(M)==0, m)
```

25. Sa se determine parametrul real m astfel incat vectorii urmatori sa fie liniar independenti in spatiul vectorial tridimensional $\mathbb{R}^3 : v_1 = (-1, 2, 1), v_2 = (1, -2, m), v_3 = (0, 1, 1)$

- ✓$m \in \mathbb{R} - \{-1\}$
- $m \in \mathbb{R} - \{0\}$
- $m \in \mathbb{R} - \{1\}$
- Vectorii sunt linear dependenti pentru orice $m \in \mathbb{R}$

Cod Octave:

```
pkg load symbolic;
syms m;
M = [[-1,1,0];[2,-2,1];[1,m,1]];
solve(det(M)==0, m)
```

26. Calculati determinantul matricei: $A = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

- ✓$Det(A) = -1$
- $Det(A) = 1$
- $Det(A) = -12$
- $Det(A) = -4$

\# **Cod Octave:**

```
A = [4,-3; 1,-1];
det(A) # ans = -1
```

27. Calculati determinantul matricei: $A = \begin{pmatrix} 8 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$

- ✓$Det(A) = 4$
- $Det(A) = 10$
- $Det(A) = 17$
- $Det(A) = 7$

Cod Octave:

```
A = [8,3; 4,2];
det(A) # ans = 4
```

28. Calculati determinantul matricei: $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$

- ✓ $Det(A) = 1$
- $Det(A) = -1$
- $Det(A) = 13$
- $Det(A) = 7$

Cod Octave:

```
A = [3,1; 5,2];
det(A) # ans = 1
```

29. Sa se calculeze suma S a elementelor matricei inverse a matricei urmatoare: $\begin{pmatrix} -3 & 7 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$

- ✓ $S = 3$
- $S = 5$
- $S = -2$
- $S = -3$

Cod Octave

```
A = [-3,7; -2,5];
inv_A = inv(A);
sum(inv_A'(:)) # ans = 3
```

30. Sa se calculeze suma S a elementelor matricei inverse a matricei urmatoare: $A = \begin{pmatrix} 5 & 8 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

- ✓ $S = 2$
- $S = 5$
- $S = -2$
- $S = -3$

Cod Octave

```
A = [5,8; 2,3];
inv_A = inv(A);
sum(inv_A'(:)) # ans = 2
```

31. Sa se calculeze suma S a elementelor matricei inverse a matricei urmatoare: $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$

- $\checkmark S = -1$
- $S = 10$
- $S = 2$
- $S = 3$

 # Cod Octave

```
A = [3,1; 5,2];
inv_A = inv(A);
sum(inv_A'(:)) # ans = -1
```

32. Fie un sistem algebric, liniar, de n ecuatii cu n necunoscute, scris sub forma matriceala $A \cdot X = B$. Sistemul este compatibil determinat daca si numai daca:
    - $\checkmark Det(A) \neq 0$
    - ✓ Matricea coeficientilor, A, este inversabila
    - Matricea coeficientilor, A, nu este inversabila
    - $rang(A) \neq rang(A, B)$
    - $rang(A) \neq rang(A, B)$, unde(A, B) este matricea extinsa a sistemului
    - Sistemul are cel putin o necunoscuta secundara.

33. Fie un sistem algebric, liniar, de m ecuatii cu n necunoscute, scris sub forma matriceala $A \cdot X = B, m \neq n$. Sistemul este compatibil daca si numai daca:
    - $rangA = rang(A, B)$, unde (A, B) este matricea extinsa a sistemului
    - Exista cel putin un minor caracteristic nenul
    - Sistemul nu are nici o necunoscuta secundara
    - Rangul matricei extinse a sistemului este mai mare decat numarul ecuatiilor

34. Fie A o matrice patratica de ordinul n. Matricea A este inversabila daca:
    - $\checkmark Det(A) \neq 0$
    - ✓Exista o matrice patratica de ordinul n, notata cu A^{-1}, astfel incat $A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = I_n$
    - $Det(A) = 0$
    - $Det(A) \cdot Det(A^{-1}) \neq 1$
    - Exista o matrice patratica de ordinul n, notata cu A^{-1}, astfel incat $A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A \neq I_n$
    - Exista o matrice patratica de ordinul n, notata cu A^{-1}, astfel incat $A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = O_{n,n}$

35. Sa se determine matricea diagonalizatoare T pentru aplicatia liniara f a carei matrice asociata A in baza canonica este: $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2; A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$

- ✓$T = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$
- $T = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$
- $T = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$
- $T = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -4 & -1 \end{pmatrix}$

36. Sa se determine matricea diagonalizatoare T pentru aplicatia liniara f a carei matrice asociata A in baza canonica este: $f:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2; A = \begin{pmatrix} -5 & 2 \\ 1 & -6 \end{pmatrix}$
    - ✓$T = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$
    - $T = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$
    - $T = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$
    - $T = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$

37. Fie operatorul liniar f definit astfel: $f:\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3, f(x_1,x_2,x_3)$
    $= (2x_1 - 3x_2 + x_3, x_1 + 5x_2 - 3x_3, 5x_1 + 12x_2 - 8x_3)$
    Sa se determine dimensiunile subspatiilor vectoriale Ker(f) si Im(f).
    - ✓$Dim(Ker(f)) = 1, Dim(Im(f)) = 2$
    - $Dim(Ker(f)) = 2, Dim(Im(f)) = 1$
    - $Dim(Ker(f)) = 2, Dim(Im(f)) = 2$
    - $Dim(Ker(f)) = 0, Dim(Im(f)) = 3$

Cod Octave:

```
M = [[2,-3,1,0];[1,5,-3,0];[5,12,-8,0]];
rank(M)
```

$Dim(V) = Dim(Ker(f)) + Dim(Im(f))$
$Dim(V) = Dim(\mathbb{R}^3) = 3$
rank(M) = 2 (ans = 2)
3 = Dim(Ker(f)) - 2
Dim(Ker(f))=1, Dim(Im(f))=2

38. Fie operatorul liniar f definit astfel: $f:\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3, f(x_1,x_2,x_3)$
    $= (x_1 + x_2 - x_3, x_1 - x_2 + x_3, 5x_1 - x_2 + x_3)$
    Sa se determine dimensiunile subspatiilor vectoriale Ker(f) si Im(f).

- ✓ $Dim(Ker(f)) = 1, Dim(Im(f)) = 2$
- $Dim(Ker(f)) = 2, Dim(Im(f)) = 1$
- $Dim(Ker(f)) = 2, Dim(Im(f)) = 2$
- $Dim(Ker(f)) = 0, Dim(Im(f)) = 3$

Cod Octave:

```
M = [[1,1,-1,0];[1,-1,1,0];[5,-1,1,0]];
rank(M)
```

$Dim(V) = Dim(Ker(f)) + Dim(Im(f))$
$Dim(V) = Dim(\mathbb{R}^3) = 3$
rank(M) = 2 (ans = 2)
3 = Dim(Ker(f)) - 2
Dim(Ker(f))=1, Dim(Im(f))=2

39. Sa se arate ca vectorii urmatori sunt linear dependenti si sa se determine relatia de dependenta dintre ei:
$v_1 = (2, 1, -1), v_2 = (1, -1, 2), v_3 = (4, -1, 3)$
    - ✓ $v_1 + 2v_2 - v_3 = O_3$
    - $v_1 - v_2 - v_3 = O_3$
    - $v_1 + 2v_2 - 2v_3 = O_3$
    - $v_1 + v_2 - 2v_3 = O_3$

 # Cod Octave:

```
v1=[2,1,-1]; v2=[1,-1,2]; v3=[4,-1,3];
rref([v1.',v2.',v3.',[0;0;0]])
```

```
# test
v1 + 2*v2 -v3 # ans = [0,0,0]
```

40. Sa se arate ca vectorii urmatori sunt linear dependenti si sa se determine relatia de dependenta dintre ei:
$v_1 = (2, -5, 3), v_2 = (3, -8, 1), v_3 = (1, -2, 5)$
    - ✓ $2v_1 - v_2 - v_3 = O_3$
    - $v_1 - v_2 - v_3 = O_3$
    - $v_1 + 2v_2 - v_3 = O_3$
    - $2v_1 + v_2 - 2v_3 = O_3$

 # Cod Octave:

```
v1=[2,-5,3]; v2=[3,-8,1]; v3=[1,-2,5];
rref([v1.',v2.',v3.',[0;0;0]])
```

```
# test
2*v1 - v2 - v3 # ans = [0,0,0]
```

41. Determinati dimensiunea subspatiului W generat de vectorii urmatori din $\mathbb{R}^3 : v_1 = (2, 1, 3)$, $v_2 = (-1, 1, -2), v_3 = (1, 2, 1), v_4 = (2, 1, 3)$

- ✓ $Dim(W) = 2$
- $Dim(W) = 1$
- $Dim(W) = 3$
- $Dim(W) = 4$

 # Cod Octave:

```
v1=[2,-5,3]; v2=[3,-8,1]; v3=[1,-2,5];
M = [v1.',v2.',v3.'];
rank(M) # ans = 2
```

42. Determinati dimensiunea subspatiului W generat de vectorii urmatori din $\mathbb{R}^3 : v_1 = (2, 1, 5)$, $v_2 = (-3, 9, -6)$, $v_3 = (4, 2, 10)$, $v_4 = (-5, 1, -12)$
    - ✓ $Dim(W) = 2$
    - $Dim(W) = 1$
    - $Dim(W) = 3$
    - $Dim(W) = 4$

 # Cod Octave:

```
v1=[2,1,5]; v2=[-3,9,-6]; v3=[-5,1,-12];
M = [v1.',v2.',v3.'];
rank(M) # ans = 2
```

43. Sa se determine valorile proprii ale aplicatiei liniare f, a carei matrice A, asociata in baza canonica, este urmatoarea: $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2; A = \begin{pmatrix} 11 & 16 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$
    - ✓ $\lambda_1 = 3; \lambda_2 = 7$
    - $\lambda_1 = -3; \lambda_2 = -7$
    - $\lambda_1 = 2; \lambda_2 = -7$
    - $\lambda_1 = -3; \lambda_2 = 7$

 # Cod Octave:

```
pkg load symbolic;
syms lambda;
solve(det([[11-lambda,16];[-2,-1-lambda]])==0,lambda)
```

44. Sa se determine valorile proprii ale aplicatiei liniare f, a carei matrice A, asociata in baza canonica, este urmatoarea: $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2; A = \begin{pmatrix} -4 & -3 \\ -2 & -5 \end{pmatrix}$
    - ✓ $\lambda_1 = -2; \lambda_2 = -7$
    - $\lambda_1 = -2; \lambda_2 = 7$
    - $\lambda_1 = 2; \lambda_2 = -7$
    - $\lambda_1 = 2; \lambda_2 = 7$

 # Cod Octave:

```
pkg load symbolic;
syms lambda;
solve(det([[-4-lambda,-3];[-2,-5-lambda]])==0,lambda)
```

45. Sa se determine valorile proprii ale aplicatiei liniare f, a carei matrice A, asociata in baza canonica, este urmatoarea: $f:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2; A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$
   - ✓$\lambda_1 = 2; \lambda_2 = 3$
   - $\lambda_1 = -2; \lambda_2 = -3$
   - $\lambda_1 = 1; \lambda_2 = -6$
   - $\lambda_1 = 2; \lambda_2 = -3$

Cod Octave:

```
pkg load symbolic;
syms lambda;
solve(det([[4-lambda,1];[-2,1-lambda]])==0,lambda)
```

46. Stiind ca vectorii urmatori formeaza o baza in spatiul vectorial tridimensional $\mathbb{R}^3 : v_1 = (1,-4,2)$, $v_2 = (2,1,-1)$,$v_3 = (-2,2,3)$, calculati coordonatele vectorului $u = (-5,-1,9)$ in aceasta baza.
   - ✓$u = (1,-1,2)$
   - $u = (1,1,2)$
   - $u = (-1,1,2)$
   - $u = (1,1,-2)$

Cod Octave:

```
M = [[1,2,-2,-5];[-4,1,2,-1];[2,-1,3,9]];
sym(round(rref(M))(:,4))
```

47. Aratati ca vectorii urmatori formeaza o baza in spatiul vectorial tridimensional $\mathbb{R}^3 : v_1 = (1,3,2)$, $v_2 = (1,-2,3)$,$v_3 = (-1,2,-2)$, calculati coordonatele vectorului $u = (0,5,2)$ in aceasta baza.
   - ✓$u = (1,2,3)$
   - $u = (1,-2,3)$
   - $u = (0,1,2)$
   - $u = (1,-1,2)$

Cod Octave:

```
M = [[1,1,-1,0];[3,-2,2,5];[2,3,-2,2]];
sym(round(rref(M))(:,4))
```

48. Sa se determine cel mai mare divizor comun al numerelor: n_1 =11432775; n_2 =15265170

- ✓ $d = 32205$
- $d = 161025$
- $d = 193230$
- $d = 483075$

 # Cod Octave:

```
gcd(11432775, 15265170) # ans = 32205
```

49. Care este ordinul elementului $\hat{4}$ in grupul ciclic $(\mathbb{Z}_7^*, \cdot)$

- ✓ $Ord(\hat{4}) = 4$
- $Ord(\hat{4}) = 5$
- $Ord(\hat{4}) = 3$
- $Ord(\hat{4}) = 2$

50. Sa se determine elementele inversabile si caracteristica lui Euler ale monoidului $U(\mathbb{Z}_{18}^*)$

- ✓ $U(\mathbb{Z}_{18}^*) = \{1, 5, 7, 11, 13, 17\}; \varphi(18) = 6$
- $U(\mathbb{Z}_{18}^*) = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16\}; \varphi(18) = 8$
- $U(\mathbb{Z}_{18}^*) = \{1, 3, 6, 9, 12, 15\}; \varphi(18) = 8$
- $U(\mathbb{Z}_{18}^*) = \{1, 5, 7, 9, 11, 13, 17\}; \varphi(18) = 7$

51. Teorema lui Lagrange pentru grupuri finite este:

- ✓ Ordinul oricarui subgrup al unui grup finit este divizor al ordinului grupului
- Daca p este un numar prim, atunci (p - 1) != -1(mod p)
- Orice grup finit de ordin un numar prim este grup ciclic
- Daca p este un numar prim si $a \in \mathbb{Z}$ este un numar intreg, prim cu p, atunci $a^{p-1} = \hat{1}(mod\, p)$