Se vede?

CURS 2 ALG Seria 14 (1)

Pare în regulă.
Acum mai vad așa? Nu!

Continuăm/finalizăm ordinea de idei de data trecută.

$x\in\mathbb{R}$ $y\in\mathbb{R}$ $3x+4y=5$

• puneți toate combinațiile posibile de cuantificatori, „ghiciți” dacă prop. obținute sunt adevărate sau false, demonstrați!

I $\underline{\exists x\in\mathbb{R}\ \exists y\in\mathbb{R},\ 3x+4y=5}$ (A)

<u>dem</u>: Luăm $x=\frac{5}{3},\ y=0$.
Atunci $3x+4y=3\cdot\frac{5}{3}+4\cdot 0=5$ $\square$

~~$\exists x\in\mathbb{R}\ \forall y\in\mathbb{R}\ 3x+4y=5$~~ (A)

(S3) $x := \frac{5-4y}{3}$;

real (y) ;

pare cel n-are ... fine

Încercare să ... :

$\exists x\in\mathbb{R}\ \forall y\in\mathbb{R}\ 3x+4y=5$ (F)

Corectă!

~~$\forall y\in\mathbb{R}$~~ $\exists y\in\mathbb{R}\ 3x+4y\neq 5$

dem Fie $x\in\mathbb{R}$

luăm $y = -\frac{3x}{4}$.

Atunci $3x+4y = 3x+4\cdot\left(-\frac{3x}{4}\right) = 0 \neq 5$.

(5) Dacă într-un enunț ce trebuie demonstrat apar mai multe variabile cuantificate, ele vor fi abordate

în demonstrație ÎN ORDINEA ÎN CARE (3)
APAR ÎN ENUNȚ.

(6) Alegerea în demonstrații a valorilor pe care le atribuim variabilelor cuantificate „∃" se poate face NUMAI în funcție de acele variabile care LE PRECED ÎN ENUNȚ.

$\forall x \in \mathbb{R}\ \exists y \in \mathbb{R}\ 3x+4y=5$ (A)

dem: Fie $x \in \mathbb{R}$

Luăm $y = \frac{5-3x}{4}$.

Atunci $3x+4y = 3x+4 \cdot \frac{5-3x}{4} = 5$.

$\forall x \in \mathbb{R}\ \forall y \in \mathbb{R}\ 3x+4y=5$ (F)

dem: Luăm $x=0, y=0$.

Atunci $3x+4y = 3 \cdot 0 + 4 \cdot 0 = 0 \neq 5$.

$M = \{A : A \notin A\}$ mulțimea

$M \in M \Rightarrow$ nu verifică cond $\Rightarrow M \notin M$ ↯

$M \notin M \Rightarrow M$ verifică cond $\Rightarrow M \in M$ ↯

$\{1,7\}+\{10,20,30\}=\{11,21,31,17,27,37\}$

$\{1, 7\} + \{30, 20, 10\}$

$\{1,2,3\}+\mathbb{N}=\mathbb{N}^*$ $\qquad (2\mathbb{N}+1)\cap(3\mathbb{N}+2) = 6\mathbb{N}+5$

dem „$\subset$" Fie $x\in\{1,2,3\}+\mathbb{N} \Rightarrow$

$\Rightarrow \exists\, a\in\{1,2,3\}\ \exists\, b\in\mathbb{N}\ \ x=a+b \quad (1)$

$a\in\{1,2,3\}\Rightarrow a\in\mathbb{N}\wedge a\geq 1 \overset{b\in\mathbb{N}}{\Longrightarrow}$

$a+b\in\mathbb{N}\wedge a+b\geq 1 \overset{(1)}{\Rightarrow} x\in\mathbb{N}^*$

„$\supset$" Fie $x\in\mathbb{N}^*$. Atunci $x-1\in\mathbb{N}$, și

$x=1+(x-1)\in\{1,2,3\}+\mathbb{N}$. □

Determinați $A=\left\{x\in\mathbb{R} : \exists\, a\in\mathbb{R}\ x=\frac{a+5}{a^2-a+1}\right\}$

dem: Fie $x\in A \Leftrightarrow$

$\exists\, a\in\mathbb{R}\ \ x=\frac{a+5}{a^2-a+1} \overset{a^2-a+1\neq 0\ \forall a\in\mathbb{R}}{\Longleftrightarrow}$

$\exists\, a\in\mathbb{R}\ \ (a^2-a+1)x=a+5 \Leftrightarrow$

$\exists a \in \mathbb{R} \quad xa^2 - (x+1)a + x - 5 = 0 \Leftrightarrow$

$\cancel{x=0 \wedge \exists}\ (\exists a \in \mathbb{R} \quad x=0 \wedge a=-5) \vee$

$\cancel{(\exists a \in \mathbb{R}}\quad x \neq 0 \wedge (x+1)^2 - 4x(x-5) \geq 0 \Leftrightarrow$

$x=0 \vee (x \neq 0 \wedge 3x^2 - 22x - 1 \leq 0) \Leftrightarrow$

$x=0 \vee \left(x \neq 0 \wedge x \in \left[\frac{11-2\sqrt{31}}{3}, \frac{11+2\sqrt{31}}{3}\right]\right) \Leftrightarrow$

$x \in \left[\frac{11-2\sqrt{31}}{3}, \frac{11+2\sqrt{31}}{3}\right]$

$A \setminus (A \setminus B) = A \cap B$

Fie E o mulțime cu $A, B \subset E$.

Fie $x \in E$.

Atunci $x \in A \setminus (A \setminus B) \Leftrightarrow x \in A \wedge \neg(x \in A \setminus B)$

$\Leftrightarrow \underbrace{x \in A}_{p} \wedge \neg(x \in A \wedge \underbrace{x \notin B}_{\neg q}) \Leftrightarrow (1)$

p	q	$\neg q$	$p \wedge \neg q$	$\neg(p \wedge \neg q)$	$p \wedge \neg(p \wedge \neg q)$	$p \wedge q$	$r \Leftrightarrow s$
0	0	1	0	1	0	0	1
0	1	0	0	1	0	0	1
1	0	1	1	0	0	0	1
1	1	0	0	1	1	1	1

Conform tabelei, $(p \wedge \neg(p \wedge \neg q)) \Leftrightarrow p \wedge q$ e tautologie, deci

$(1) \Leftrightarrow x \in A \wedge x \in B \Leftrightarrow x \in A \cap B$