

# Lucrare de Control

1. Fie vectorii  $v_1 = (1, 1, 3), v_2 = (2, 1, 0), v_3 = (4, 3, 1), v_4 = (3, 2, 1) \in \mathbb{R}^3$ .

- (a) Formează  $\{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  un sistem de generatori pentru  $\mathbb{R}^3$ ?
- (b) Extrageți o bază a lui  $\mathbb{R}^3$  din  $\{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ .
- (c) Scrieți componentele vectorului  $x = (1, 1, 1)$  în raport cu baza obținută la punctul precedent.

2. Fie endomorfismul  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$

$$f(x, y, z) = (2x + 2y + 2z, 2x + 3y + z, 2x + y + 3z).$$

- (a) Determinați matricea lui  $f$  în raport cu baza

$$\{(-2, 1, 1), (0, -1, 1), (1, 1, 1)\}.$$

- (b) Determinați valorile și vectorii proprii ai lui  $f$ .

3. Fie forma pătratică  $Q : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ ,

$$Q(x_1, x_2, x_3) = (\alpha - 2)x_1^2 + (\alpha - 2)x_2^2 + (\alpha + 1)x_3^2 - 2x_1x_2 + 4x_1x_3 - 4x_2x_3.$$

- (a) Pentru ce valori ale lui  $\alpha$  forma  $Q$  este pozitiv definită?
- (b) Pentru  $\alpha = 3$  aduceți  $Q$  la forma canonică.