

TSP(max 2p):

1) Fie varianta TSP unde toate muchiile au ponderea 1 sau 2.

a) arătați ca problema ramane NP-hard pentru aceste instanțe (1p)

- Rezolvare:

- Presupunem ca exista un algoritm polinomial pentru problema noastra
- De la curs stim ca Problema de Determinare a unui Ciclu Hamiltonian (HC-P) este una NP-complete
- Consideram un graf G construim un graf G' cu proprietatile
 - $V(G) = V(G')$
 - Muchiile prezente in G vor avea costul 1 in G' si adaugam muchii pana G' ajunge graf complet iar acestea vor avea costul 2
- Consideram cazurile
- G are ciclu hamiltonian
 - Algoritmul nostru polinomial ar intoarce un traseu de cost n (numarul nodurilor din G)
- G nu are ciclu hamiltonian
 - Algoritmul nostru ar intoarce in cel mai bun caz un drum care contine $n-1$ muchii de cost 1 si una de cost 2, deci costul total ar fi de $n - 1 + 2 = n + 1$
- Astfel, am putea folosi acest algoritm sa determinam daca graful G este hamiltonian sau nu, ceea ce este imposibil ◦

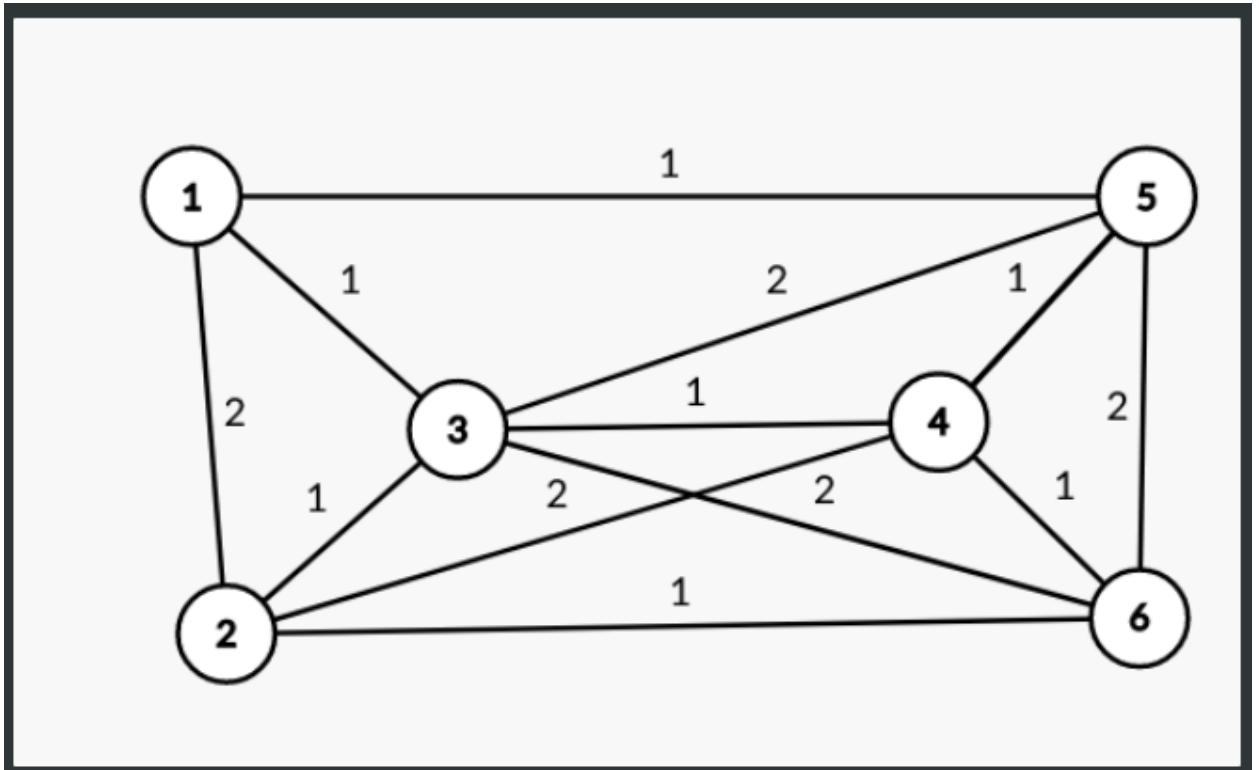
b)

- $1 + 1 \geq 2$
- $1 + 2 \geq 1$
- $2 + 2 \geq 2$ s.a.m.d

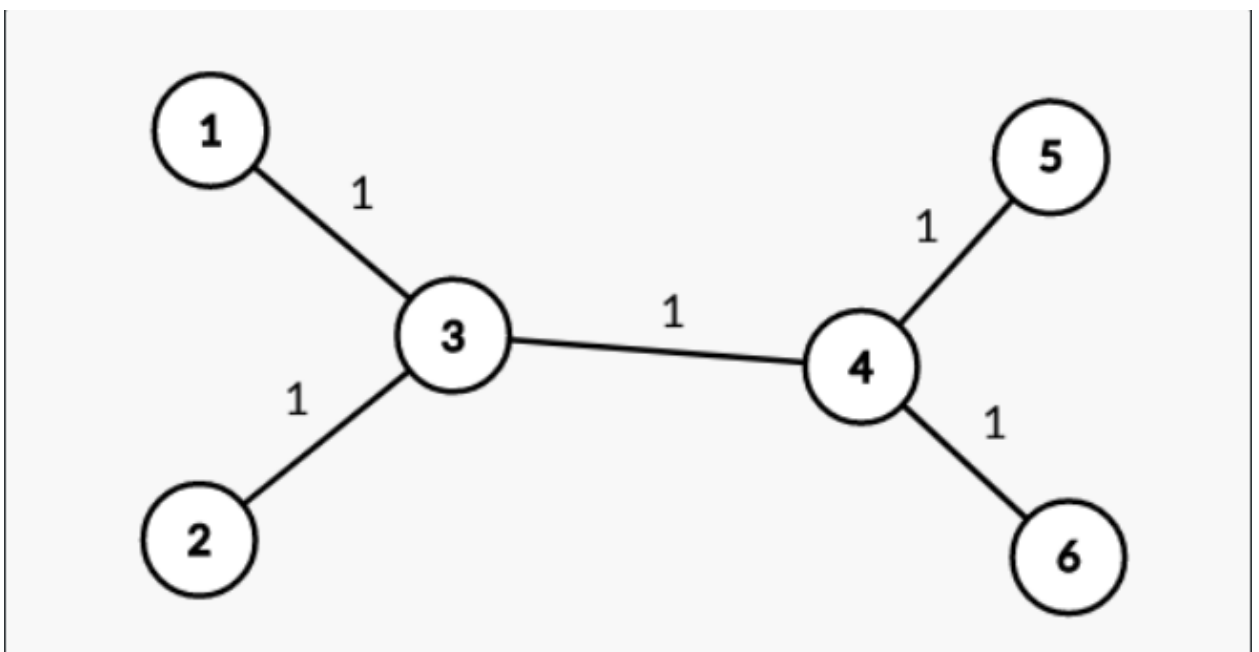
c) Algoritmul descris în curs (c3, slides 18-19) oferă o aproximare de ordin 2 pentru forma generală a TSP (cu regula triunghiului). **Verificați dacă în această instanță a problemei, algoritmul din curs este 3/2 aproximativ!** (1p)

- **Rezolvare**

- Considerăm graful:



- Si MST-ul ales



- Dacă alegem rădăcina 3, atunci algoritmul nostru o să găsească drumul $3 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 3$ care are costul 10
- Dar un drum optim ar fi $1 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 6 \rightarrow 5 \rightarrow 1$ care are costul 6
- $10 \geq 6 \cdot 1.5$ deci algoritmul nostru nu este $3/2$ aproximativ ◦