Link-uri utile

- Grup tutoriat
- Cursurile de la Băețica
- Cursurile de an trecut de la Mincu

Exerciții

Exercițiul 1. Scrieți elementele mulțimii $\mathscr{P}(\mathscr{P}(\mathscr{P}(\varnothing)))$.

Exercițiul 2. Arătați că relația de congruență modulo n este relație de echivalență, folosind definiția.

Exercițiul 3. Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + x$. Găsiți preimaginea lui $[6, 12]$ (mai multe exemple pe acest site).

Exercițiul 4. Fie A și A' submulțimi ale lui T. Arătați că:

1. $\chi_{A\cap A'} = \chi_A \cdot \chi_{A'}$
2. $\chi_{A\cup A'} = \chi_A + \chi_{A'} - \chi_A \cdot \chi_{A'}$
   În particular, dacă A și A' sunt disjuncte avem că $X_{A\cup A'} = \chi_A + \chi_{A'}$.
3. $\chi_{A\setminus A'} = \chi_A \cdot (1 - \chi_{A'})$

Exercițiul 5. Pe mulțimea $\mathbb{C}^*$ (numere complexe în afară de 0) definim relația $\sim$ cu $z \sim w$ dacă 0, z, și w sunt coliniare. Arătați că $\sim$ este relație de echivalență și găsiți un sistem de reprezentanți.

Exercițiul 6. Fie $\sim$ relația pe $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ definită prin $(a, b) \sim (c, d)$ dacă $a + d = b + c$. Arătați că $\sim$ este o relație de echivalență și identificați clasele de resturi.

Exercițiul 7. Fie A, B două mulțimi:

1. Dați exemple de funcții $f : A \to B$ cu proprietatea că există $M \subseteq A$ și $N \subseteq A$ astfel încât $f(M \cap N) \subset f(M) \cap f(N)$.
2. Dați exemple de funcții $f : A \to B$ cu proprietatea că există $M \subseteq A$ astfel încât $M \subset f^{-1}(f(M))$
3. Dați exemple de funcții $f : A \to B$ cu proprietatea că există $P \subseteq B$ astfel încât $f(f^{-1}(P)) \subset P$

Exercițiul 8. Dați exemplu de funcții $f, g : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ cu proprietatea că $g \circ f = 1_{\mathbb{N}}$, dar g nu este injectivă, iar f nu este surjectivă.