Load Balancing(2p):

1) Fie o iterație a problemei Load Balancing (Cursul 2, slide-ul 16) pentru 2 mașini. La seminarul de algoritmi aproximativi unul dintre studenți propune un algoritm de rezolvare si sustine ca acesta este 1.1 aproximativ. El ruleaza algoritmul pe un set de *n* activitati si obtine o incarcatura de 80 pe una dintre masini, respectiv 120 pe cealalta. Este posibil ca factorul lui de aproximare sa fie corect?
   a) tinand cont ca rezultatul obtinut anterior a fost făcut pe un set de activități, fiecare cu timpul de lucru cel mult 100 (0.5p)

      Rezolvare:

      - Fie o multime de activitati cu costul {60,60,80} iar algoritmul le imparte cu incarcaturile de {60,60} pe o masina si {80} pe alta, acesta este cazul optim, deci nu se contrazice factorul de aproximare ◦

   b) tinand cont ca rezultatul obtinut anterior a fost făcut pe un set de activități, fiecare cu timpul de lucru cel mult 10 (0,5p)

      Rezolvare:

      - Suma costurilor celor n activitati este de 200, diferenta intre load-urile masinilor poate sa fie maxim 10 doarece, daca am avea diferenta mai mare de 10, ar inseamna ca pe o masina avem puse mai mult de o activitate si ca activitatea aceea a fost pusa pe masina mai incarcata ,asta inseamna ca load-ul optim pentru cea mai incarcata masina ar fi 105, (ajungem in stadiul in care cele doua masini au {95} si {95} load iar ultima activitate este de 10), astfel, rezultatul nostru de 120 raportat la cel de 105, $\frac{120}{105} \approx 1.1428$ ceea ce arata ca algoritmul nostru nu e 1.1 aproximativ ◦

2) --
3) Fie algoritmul Ordered-Scheduling Algorithm (Cursul 2, slide-ul 42) care implica algoritmul descris anterior (slide 19) la care adaugăm o preprocesare cu care sortăm descrescător activitățile după timpul de desfășurare. Th. 2 afirmă că acest algoritm este 3/2 aproximativ. Arătați ca acest factor de aproximare poate fi îmbunătățit la 3/2-1/(2m). *(2p)*

   Rezolvare:

   - Din curs avem

$$load'(k) + t_q \le \frac{1}{m}\sum_{1\le i\le n} t_i + t_q < \frac{1}{m}\sum_{1\le i\le n} t_i + \frac{1}{2}(t_m + t_{m+1}) \le OPT + \frac{1}{2}OPT = \frac{3}{2}OPT$$

   - Putem imbunatati acest rezultat

$$load'(k) \leq \frac{1}{m} \sum_{1 \leq i \leq n} load'(i) = \frac{1}{m} \sum_{1 \leq i < q} t_i \leq \frac{1}{m} (\sum_{1 \leq i \leq n} t_i - t_q) \leq LB - \frac{1}{m} t_q$$

- Iar rezutatul devine

$$load'(k) + t_q \leq \frac{1}{m} \sum_{1 \leq i \leq n} t_i - \frac{1}{m} t_q + t_q \leq \frac{1}{m} \sum_{1 \leq i \leq n} t_i - \frac{1}{m} (\frac{1}{2} (t_m + t_{m+1})) + \frac{1}{2} (t_m + t_{m+1})$$

- $\leq OPT - \frac{1}{2m} OPT + \frac{1}{2} OPT$
- $\leq (\frac{3}{2} - \frac{1}{2m}) OPT$ 。