

***SORIN PATER***

***TOLERANȚE  
ȘI  
CONTROL DIMENSIONAL***



**Editura Universității din Oradea**

# CAPITOLUL I

## Precizia dimensională

Fiecărei piese îi sunt proprii anumite suprafețe care urmează să ajungă în contact prin asamblare. Aceste piese sunt caracterizate de o anumită rugozitate sau netezime.

Pentru a cunoaște precizia dimensională a unei piese avem nevoie de o serie de noțiuni:

1. **dimensiune** – un număr care exprimă în unitatea de măsură aleasă valoarea numerică a unei lungimi; dimensiunea înscrisă pe desen se numește cotă;

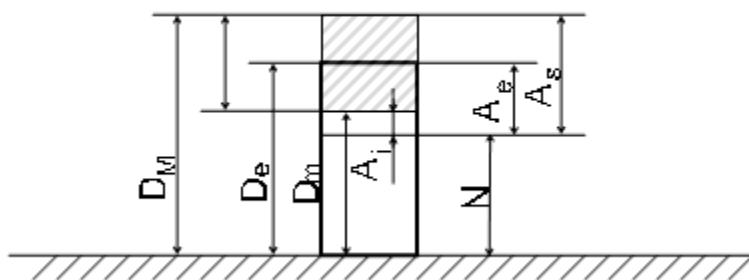
**dimensiune efectivă** – este dimensiunea unui element sau a unei piese obținută prin măsurare cu un mijloc de măsurare care are precizia corespunzătoare;

**dimensiune limită** – sunt acele dimensiuni extreme admise pentru care dimensiunea efectivă trebuie să se încadreze între dimensiunile limită superioară (max.) și dimensiunii limită inferioară (min.);

**dimensiune maximă** – este cea mai mare dimensiune limită

**dimensiune minimă** – este cea mai mică dimensiune limită;

**dimensiune nominală** – este dimensiunea față de care se definesc dimensiunile limită:



$A_e$  = abatere efectivă

$A_s$  = abatere superioară

$A_i$  = abatere inferioară

$D_M = N + A_s$

$D_m = N + A_i$

$$D_e = N + A_e$$

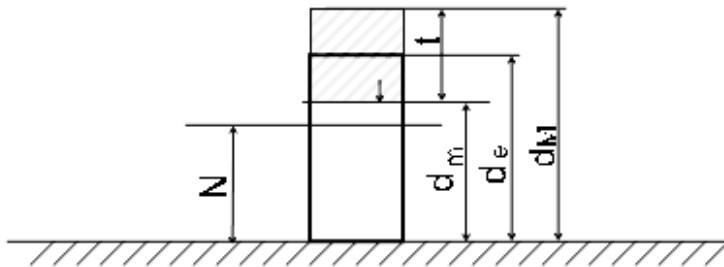
În cadrul preciziei dimensionale vom discuta totalitatea pieselor existente pe o mașină în două categorii.

**a. piese de tip alezaj**

- sunt acele piese caracteristice prin dimensiunile sale externe, sunt întotdeauna piese cuprinzătoare
- alezajele se simbolizează întotdeauna cu litere mari

**b. piese de tip arbore**

- prin arbore se înțelege o piesă caracteristică prin dimensiunile sale exterioare și care este întotdeauna piesa cuprinsă
- arborii se simbolizează întotdeauna cu litere mici



$$d_M = N + a_s$$

$$d_m = N + a_i$$

$$d_e = N + a_e$$

$$t = d_M - d_m = a_s - a_i > 0$$

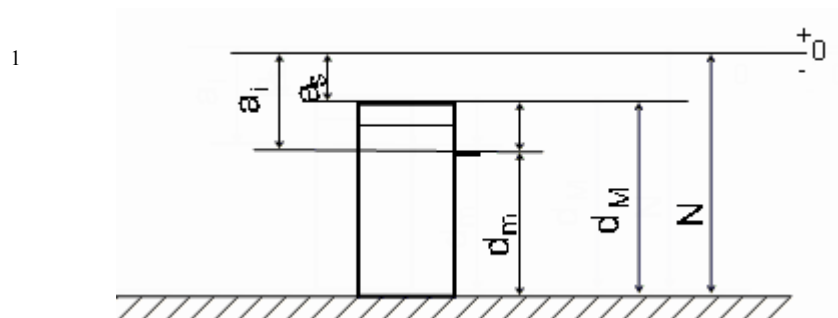
**Abaterea** – reprezintă diferența algebrică dintre  $D_M$ ,  $D_m$ ,  $D_e$  și  $N$ .

Se definește ca toleranță diferența algebrică dintre  $D_M$  și  $D_m$  a alezajelor și arborilor.

$$T = D_M - D_m = A_s - A_i > 0$$

$$t = d_M - d_m = a_s - a_i > 0$$

**Câmp de toleranță** – reprezintă zona cuprinsă între dimensiunea maximă și dimensiunea minimă în reprezentare grafică:



Se numește *ajustaj* asamblarea între două piese (arbore și alezaj) care au aceeași dimensiune nominală.

Relația existentă între cele două piese se exprimă prin diferența dintre dimensiunile acestora înainte de montare.

Ajustajele se clasifică în:

- ajustaj de tip **alezaj unitar** pentru care dimensiunile alezajului sunt constante de referință și  $A_i=0$ ;
- ajustaj de tip **arbore unitar** care presupune dimensiunile arborelui ca referință pentru care  $a_s=0$ .

Ex.

Se dă ajustajul arbore alezaj sub forma :  $\frac{\Phi 24_0^{+0.41}}{\Phi 24_{-0.018}^{+0.011}} \rightarrow \frac{\text{alezaj}}{\text{arbore}}$

$N=24 \text{ mm}$                        $D_M=24,041 \text{ mm}$

$A_s=0,041 \text{ mm}$                $D_m=24 \text{ mm}$

$A_i=0 \text{ mm}$                        $T=24,011 \text{ mm}$

$a_s=0,011 \text{ mm}$                $d_M=24,011 \text{ mm}$

$a_i=-0,019 \text{ mm}$                $d_m=23,981 \text{ mm}$

$t=0,03 \text{ mm}$

---

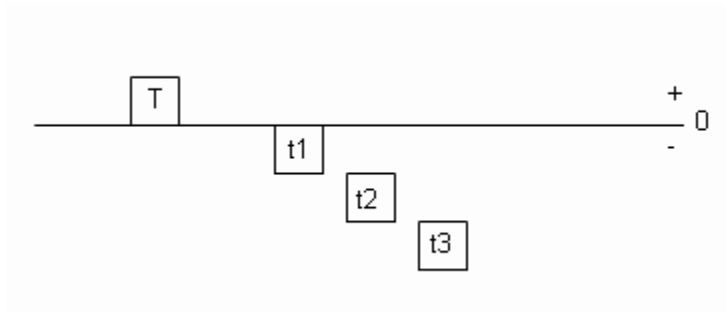
Linia care corespunde lui N s.n. linie de 0 (zero). Toate abaterile situate deasupra sunt pozitive iar cele situate sub sunt negative.

## Jocul

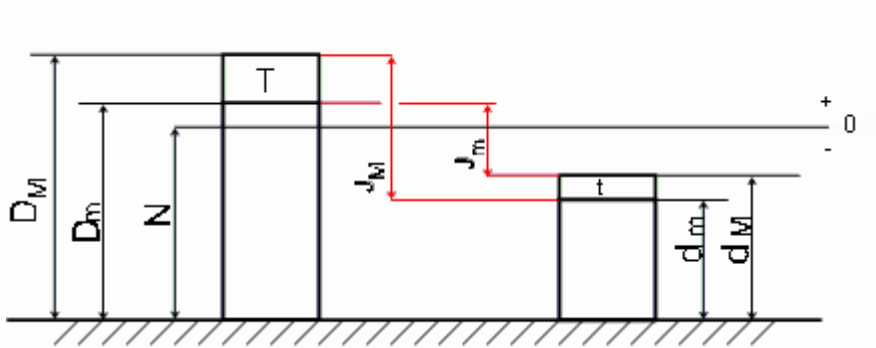
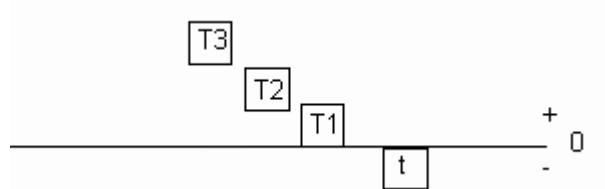
Este relația existentă într-o piesă de tip alezaj și una de tip arbore pentru care dimensiunea minimă a alezajului este mai mare întotdeauna față de dimensiunea maximă a arborelui.

$$D_m \geq d_M$$

În reprezentare în raport cu linia de 0 câmpul de toleranțe al alezajului va fi situat deasupra câmpului de toleranță al arborelui



În mod similar poate fi definit jocul într-un sistem cu ajustaj cu arbore unitar în care câmpul de toleranță pentru ajustaje va fi deasupra câmpului de toleranță al arborelui.



Jocul are la rândul lui două valori limită care sunt jocul maxim( $J_M$ ) și jocul minim ( $J_m$ ).

Jocul maxim este diferența algebrică dintre  $D_M$  și  $d_m$ :

$$J_M = D_M - d_m.$$

Pentru un ajustaj cu joc, jocul maxim trebuie să fie mai mare decât zero.

$$J_M = D_M - d_m = N + A_s - N - a_i = A_s - a_i > 0$$

Jocul minim este diferența algebrică între  $D_m$  și  $d_M$ .

$$J_m = D_m - d_M$$

Pentru un ajustaj cu joc, jocul minim trebuie să fie mai mare sau egal cu zero.

$$J_m = D_m - d_M = N + A_i - N - a_s = A_s - a_i > 0$$

Prin definiție toleranța ajustajului este suma toleranțelor alezajului arborelui:

$$T_{aj} = t + T > 0$$

Toleranța jocului se exprimă prin diferența algebrică dintre  $J_M$  și  $J_m$ .

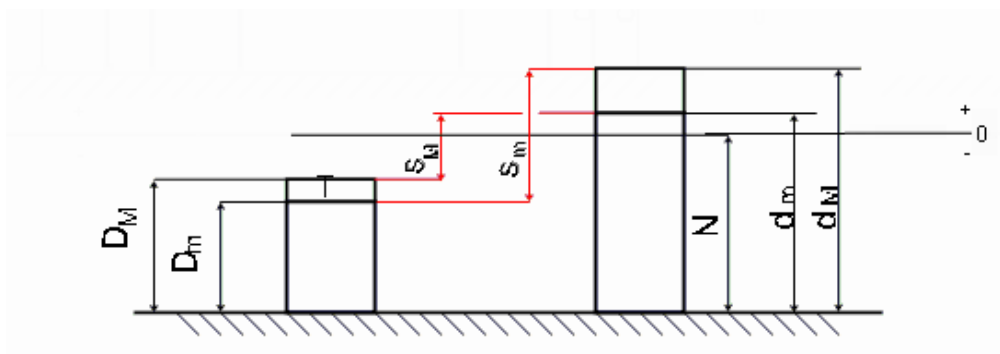
$$T_j = J_M - J_m > 0$$

### Strângerea

Se definește ca valoarea existentă în urma asamblării între un alezaj și un arbore pentru care dimensiunea minimă a arborelui este întotdeauna mai mare față de dimensiunea maximă a alezajului.

$$d_m \geq D_M$$

Pentru un ajustaj cu strângere poziția câmpului de toleranță a arborelui este întotdeauna deasupra câmpului de toleranță a alezajului atât în sistem alezaj unitar cât și în sistem arbore unitar.



Ajustajele  
cu strângere au  
întotdeauna două  
valori limită:  
strângerea  
maximă și  
strângerea

minimă.

Se definește strângerea maximă ca fiind diferența algebrică dintre dimensiunea maximă a arborelui și dimensiunea minimă a alezajului.

$$S_M = d_M - D_m = a_s - A_i > 0$$

Pentru un ajustaj cu strângere  $S_M > 0$

Strângerea minimă este diferența algebrică dintre dimensiunea minimă a arborelui și dimensiunea maximă a alezajului

$$S_m = d_m - D_M = a_i - A_s \geq 0$$

Pentru un ajustaj cu strângere  $S_m \geq 0$

Toleranța strângerii este diferența algebrică dintre maxim și minim

$$T_s = S_M - S_m > 0$$

$$J_m = -S_M$$

$$J_M = -S_m$$

### Ajustajul intermediar

Este acel ajustaj care nu este nici cu joc nici cu strângere sau este și cu joc și cu strângere.

$$J_m > 0$$

$$J_M > 0$$

$$J_M < 0$$

$$J_m > 0$$

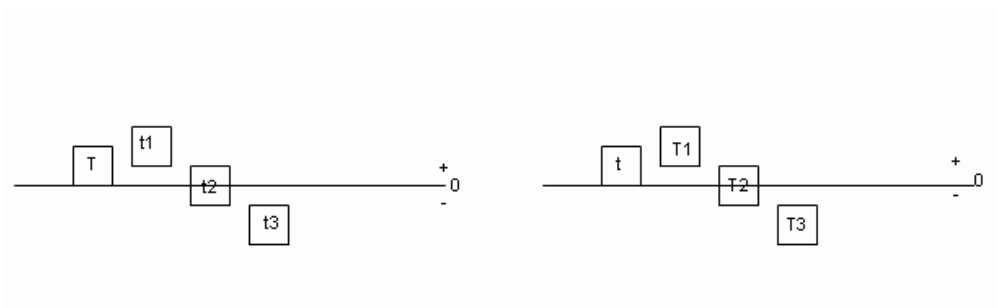
$$S_M > 0$$

$$S_M > 0$$

$$S_m < 0$$

$$S_m > 0$$

Pentru ajustajul intermediar poziția câmpului de toleranță se suprapune pe o anumită porțiune atât pentru sistemul alezaj unitar cât și pentru sistemul arbore unitar.



**Simboliz  
area alezajelor**

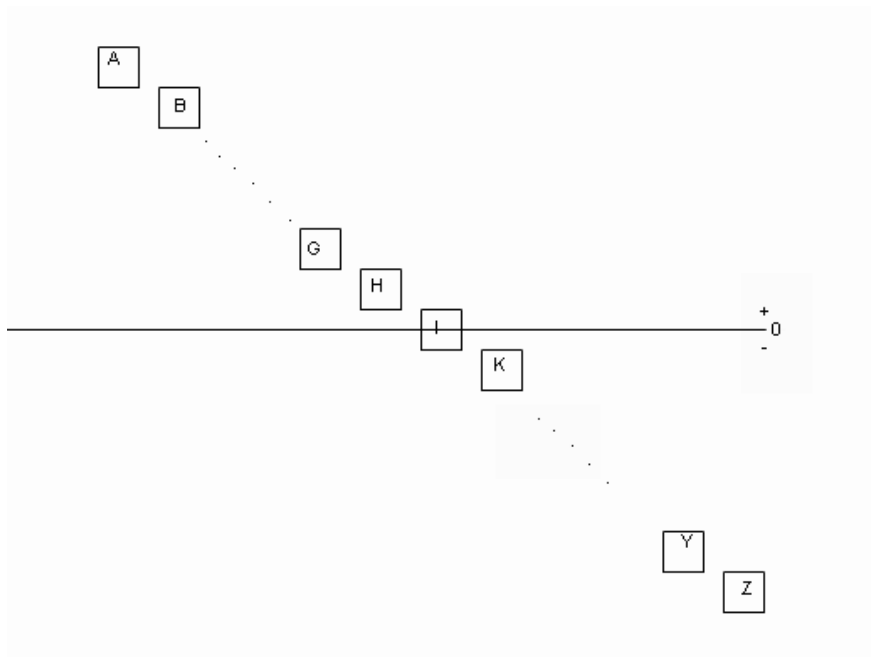
Alezajele  
se simbolizează  
cu un simbol

lateral, cu majusculă urmată de un simbol numeric . simbolul lateral reprezintă poziția câmpului de toleranță în raport cu dimensiunea nominală sau litera 0.

Simbolizarea câmpului de toleranță corespunzătoare alezajului unitar:

Simbolul numeric reprezintă clasa de precizie în care s-a executat piesa.

Clasele de precizie sunt de la 0 la 15 însă uzual se utilizează clasele de precizie de la 3 la 12. precizia cea mai mare se obține pentru clasa 0.



### Simbolizarea arborilor

Arborii se simbolizează cu un simbol literar cu litere mici de la *a* la *z* și corespund cu câmpul de toleranță pentru un ajustaj în sistem arbore unitar.

### Domenii de aplicare a ajustajelor

#### 1. Ajustaje cu jocuri foarte mari

Se utilizează foarte rar deoarece datorită valorii mari a toleranțelor poate să apară o diferență mai mare de 1 mm cea ce conduce la dimensiuni nominale diferite între arbore și alezaj.

H8/a9; H11/a11; H8/b9; H11/b11; h12/b12



## **2. Ajustaje cu jocuri mari**

Se utilizează pentru asigurarea unei elasticități necesare pieselor la solicitări mari și medii de lucru nefavorabile; de exemplu mașinile agricole.

Aceste ajustaje asigură o montare și demontare ușoară iar jocurile acestora se pot reduce în cazul în care coeficientul de dilatare al arborelui este mai mare decât al alezajului.

H7/c8; H8/c9; H11/c11.

## **3. Ajustaje cu jocuri mijlocii**

Se utilizează pentru asamblări mobile la mașinile grele; de exemplu la laminoare, mașini de îndreptat sau lagărele de alunecare ale turbinelor, în cazul roților libere montate pe arbore

H7/d8; H8/d9; H9/d10; H10/d10; H11/D11

## **4. Ajustaje cu jocuri medii**

Se utilizează în cadrul lagărelor de alunecare cu lubrificare abundentă sau în cazul unor arbori montați în mai mult de două lagăre.

H6/e7; H7/e8; H8/e9

## **5. Ajustaje cu jocuri mici**

Se utilizează pentru arbori fixați în lagăre de alunecare cu lubrificare normală cu ulei sau unsoare care funcționează la temperaturi foarte ridicate; exemplu: lagărele reductoarelor de turație sau lagărele motoarelor respectiv mecanisme cu culisă oscilantă.

H6/f6; H7/f6; H6/f7; H7/f7; H8/f8; H9/f9

## **6. Ajustaje cu jocuri foarte mici**

Se utilizează la asamblările mobile ale mecanismelor de precizie solicitate la forțe mici sau în cazul unor asamblări fixe.

H6/h5; H7/g6

## **7. Ajustaje cu joc minim (egal cu zero) și joc probabil foarte mic**

Aceste ajustaje se utilizează la asamblările fixe pentru fiecare element. Se folosește pentru asamblările mobile cu o aplicație foarte precisă sau pentru lanțurile de dimensiuni care sunt înșiruite:

H6/h5; H7/h6; H8/h8; H8/h7; H9/h9; H10/h10; H11/h11; H12/h12

#### **8. Ajustaje intermediare cu joc probabil foarte mic sau inexistent**

Se utilizează la asamblările fixe, în cadrul asamblărilor cu joc foarte mic care necesită demontare și montare.

H6/f5; H7/j6; H8/j7

#### **9. Ajustaje intermediare cu strângere probabilă mică**

Se utilizează la asamblările precise cu montaj ușor sau în cazul asamblărilor care necesită lipsa aparițiilor vibrațiilor.

H6/k5; H7/k6; H8/k7

#### **10. Ajustaje intermediare cu strângere probabilă mai mare**

Se utilizează la asamblările care necesită o forță de montare redusă sau în cazul asamblărilor foarte precise care să aibă jocul limitat la 0.

H6/m5; H7/m6; H8/h7

#### **11. Ajustaje cu strângeri foarte mici și ajustaje intermediare**

Se utilizează la asamblările foarte precise fără joc dar cu strângere nu foarte mare sau la asamblările cu dimensiuni relativ mari unde strângerea crește datorită abaterilor de formă ale celor 2 forme.

H6/n5; H7/n6; H8/n8

#### **12. Ajustaje cu strângeri mici**

Se utilizează la fixarea pieselor cu solicitări reduse sau în cazul ajustajelor care necesită demontare și montare fără distrugerea elementelor asamblate.

H6/p5; H7/p6

#### **13. Ajustaje cu strângeri mijlocii sau intermediare în cazul dimensiunilor nominale mai mici de 10 mm**

Se utilizează pentru fixarea cu strângere medie a pieselor din materiale feroase și cu strângere relativ mică pentru piesele din materiale neferoase.

H6/r5; H7/r6; H8/r7

#### **14. Ajustaje cu strângeri mari**

Aceste ajustaje se utilizează în cazul asamblărilor care necesită încălzirea alezajului și răcirea arborelui.

H6/s5; H7/s6; H8/s7

#### **15. Ajustaje cu strângeri foarte mari**

Se utilizează în cazul asamblărilor pieselor din oțel și fontă supuse la solicitări mari care asigură transmiterea unor forțe și momente relativ mari fără a necesita rigidizarea suplimentară a celor două piese

H6/t5; H7/t6

#### **16. Ajustaje cu strângeri extrem de mari**

Se utilizează pentru ajustajele la care montarea se face cu ajutorul preselor și care necesită încălzirea alezajului și răcirea arborelui.

În urma acestei asamblări apare un ajustaj care poate să transmită momente foarte mari iar asamblarea este nedemontabilă

H6/u5; H7/u6; H8/u8

#### **17. Ajustaje cu strângere cu caracter special**

Se utilizează foarte rar în situații speciale în cazul în care strângerea minimă trebuie să asigure transmiterea unor forțe și momente foarte mari.

H6/v5; H7/y6; H8/z7



## **CAPITOLUL II**

### **PRECIZIA PRELUCRĂRII MECANICE**

#### **2.1. Precizia prelucrării pe mașini-unelte**

Piesele utilizate în construcția de mașini pot fi executate prin matrițare, prin turnare, prin așchiere, etc.

Calitatea unei piese finite depinde de valorile efective ale parametrilor ei geometrici, fizico-mecanici și este determinată, în principal, de precizia de prelucrare.

În procesul de prelucrare a semifabricatelor pe mașini-unelte, în vederea transformării lor în piese finite, intervin o serie de factori perturbatori, care împiedică obținerea acestora, așa cum au fost prevăzute de proiectant. Prin urmare, organele de mașini (piesele finite) nu pot fi obținute riguros, așa cum au fost concepute, ci cu o serie de abateri mai mici sau mai mari, dar inerente.

Principalii factori perturbatori, care intervin în procesul de prelucrare prin așchiere, sunt:

- dimensiunile variabile ale semifabricatelor;
- neomogenitatea materialului prelucrat;
- rigiditatea insuficientă a sistemului MUSDP;
- temperatura variabilă care apare în procesul de prelucrare;
- uzura sculelor așchietoare;
- instabilitatea reglajului pozițional sculă-piesă;

- imprecizii și nestabilități în reglajul cinematic al mașinii și alții.

Prin **precizia de prelucrare** se înțelege gradul de corespondență între elementele geometrice ale piesei finite, obținute în urma prelucrării și aceleași elemente, prevăzute de proiectant pe desen.

Cunoașterea abaterilor de prelucrare și a cauzelor care le determină, dă posibilitatea aprecierii preciziei organelor de mașini și creșterii acestei precizii, prin diminuarea efectelor factorilor perturbatori.

Abaterile de prelucrare se împart în:

1. abaterile de la dimensiune
2. abaterile de la forma geometrică, care pot fi
  - macrogeometrice;
  - ondulații;
  - microgeometrice;
3. abateri de la poziția reciprocă.

## 2.2. Precizia formei geometrice și a poziției reciproce

Piesele executate în construcția de mașini prezintă *abateri de formă* (abateri de ordinul unu), astfel că formele lor reale sau efective diferă de cele geometrice, teoretice. La rândul lor, diversele elemente ale unei piese sau ale pieselor în cadrul unui ansamblu pot avea *abateri de la pozițiile lor teoretice* (nominale) date prin desenele de execuție.

Pentru a asigura buna funcționare, în condiții de interschimbabilitate, trebuie ca aceste abateri să se înscrie în anumite limite (abateri limită respectiv toleranțe de formă sau poziție).

*Abateră de formă  $AF$*  este abaterea formei elementului (suprafață sau profil) real, respectiv efectiv, față de cea a elementului adiacent corespunzător. Mărimea ei reprezintă distanță maximă dintre elementul efectiv și cel adiacent corespunzător.

Profilul adiacent este profilul de aceeași formă cu cel dat, tangent la profilul real (efectiv) dinspre partea exterioară a materialului piesei și așezat astfel încât distanța maximă dintre acestea să aibă o valoare minimă.

Suprafață adiacentă este suprafața de aceeași formă cu cea dată, tangentă la suprafața reală (efectivă) dinspre partea exterioară a materialului piesei așezată astfel încât distanța maximă dintre acestea să aibă o valoare minimă.

Lungimea de referință este lungimea profilului în limitele căruia se desfășoară abaterea de formă sau poziție și reprezintă o parte sau toată lungimea profilului real (efectiv).

Suprafața de referință este suprafața în limitele căreia se determină abaterea de formă sau poziție și reprezintă toată suprafața piesei sau o porțiune determinată din aceasta.

Abateră limită de formă  $AF_{lim}$  este valoarea maximă admisă a abaterii de formă.

Toleranța de formă  $TF$  este egală cu abaterea limită de formă în valoare absolută (abaterea inferioară fiind zero).

Abateră de poziție  $AP$  este abaterea de la poziția nominală a unui element (suprafață, axă, profil, plan de simetrie etc.) față de baza de referință sau abaterea de la poziția nominală reciprocă a elementelor respective. La aprecierea abaterilor de poziție (cu excepția bătailor radiale și frontale) nu se iau în considerație abaterile de formă ale profilului sau

suprafeței. Din această cauză, la stabilirea lor, elementele reale se înlocuiesc prin elemente adiacente corespunzătoare. De asemenea, ca centre și axe ale elementelor reale se iau cele ale elementelor adiacente corespunzătoare.

Poziția nominală a unui element geometric este poziția acestuia determinată prin cote nominale lineare sau unghiulare față de baza de referință sau față de un alt element.

Baza de referință este acel element (al piesei sau al altei piese din ansamblu) față de care se determină poziția nominală a elementului considerat.

Abateră limită de poziție  $AP_{lim}$  este valoarea maximă admisă (pozitivă sau negativă) a abaterii de poziție.

Toleranța de poziție  $TP$  este zona determinată de abaterile limită de poziție și poate fi:

- dependentă, când mărimea acesteia depinde, în afară de valorile prescrise pentru această toleranță, și de abaterile dimensionale efective ale altor elemente ale piesei;

- independentă, când mărimea acesteia este determinată numai prin abaterile de poziție prescrise.

În continuare sunt prezentate câteva dintre cele mai reprezentative abateri de formă, respectiv de poziție:

### **2.2.1. Abateri de la forma geometrică**

*Abateră de la rectilinitate (nerecilitate) în plan -  $AF_r$ :* este distanța maximă între dreapta adiacentă și linia (dreapta) efectivă, în limitele lungimii de referință.



Forme simple de neregularitate (fig.1.1):

- **concavitatea**, la care abaterile liniei efective cresc de la capete spre mijloc;
- **convexitatea**, la care abaterile liniei efective scad de la capete spre mijloc;
- **înclinarea**, la care abaterile liniei efective cresc (sau scad) de la un capăt la celălalt.

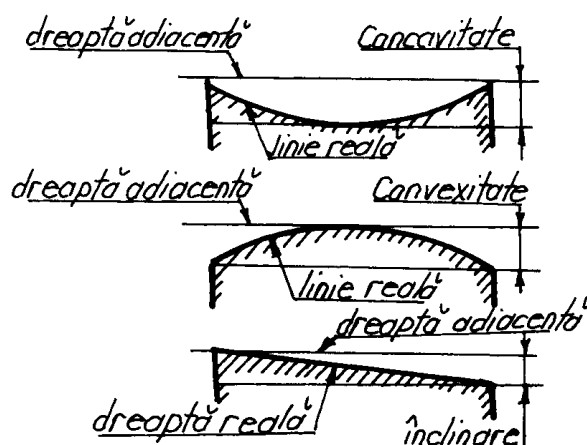


Fig.2.1

*Abaterea de la rectilinitate (neregularitate) în spațiu –  $AF_r$ :* este diametrul cilindrului adiacent, de rază minimă circumscris liniei (drepte) efective în spațiu, în limitele lungimii de referință. Aceasta se măsoară, în mod obișnuit, ca și neregularitatea în plan, prin proiectarea liniei (dreptei) efective pe un anumit plan, dau pe diferite planuri geometrice (fig.1.2).

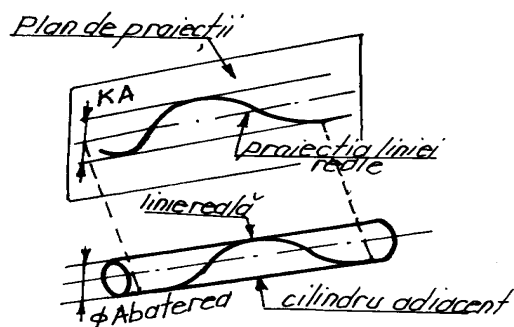


Fig.2.2

*Abaterea de la planeitate (neplaneitate) –  $AF_p$* : este distanța maximă măsurată între suprafața plană efectivă și planul adiacent, în limitele suprafeței de referință.

Forme simple de neplaneitate (fig.2.3):

- **concavitatea**, la care distanța dintre planul adiacent și suprafața plană efectivă crește de la marginile suprafeței spre mijloc;
- **convexitatea**, la care distanța dintre planul adiacent și suprafața plană efectivă se micșorează de la marginile suprafeței spre mijloc;
- **înclinarea**, la care distanța dintre planul adiacent și suprafața plană efectivă crește (sau scade) de la un capăt la celălalt.

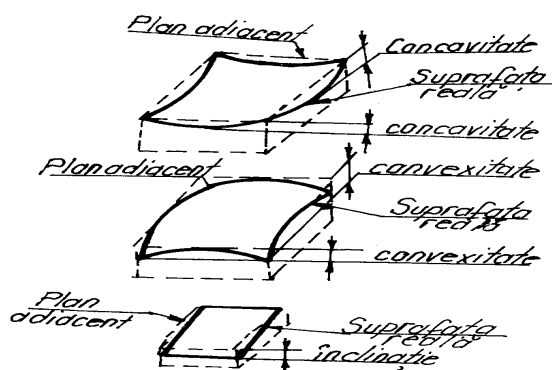


Fig.2.3

*Abaterea de la circularitate (necircularitate)* (abaterea de la forma teoretică într-o secțiune perpendiculară pe axa unei piese cilindrice) -  $AF_c$ : este distanța maximă măsurată între profilul (cercul) efectiv și cercul adiacent.

Forme simple de necircularitate (fig.2.4):

- **ovalitatea**, la care profilul efectiv este asemănător cu un oval, diametrul maxim și cel minim fiind aproximativ perpendiculare. Valoarea ovalității se măsoară ca diferența între diametrele maxim și minim ale profilului efectiv, măsurate în aceeași secțiune.

- **poligonalitatea**, la care profilul efectiv are forma unei figuri cu mai multe laturi.

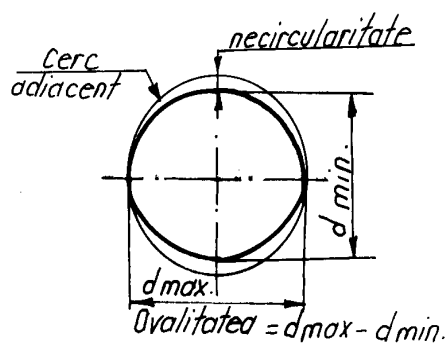


Fig.2.4

*Abateri de la cilindricitate (necilindricitate)* (abaterile de la rectilinitatea generatoarelor) -  $AF_l$ : este distanța maximă măsurată între cilindrul adiacent și suprafața (cilindrică) efectivă, în limitele lungimii de referință.

Forme simple de necilindricitate(fig.2.5):

- **abaterea profilului longitudinal**, care cuprinde toate abaterile de formă în această secțiune. Profilul adiacent este format din drepte paralele, tangente la profilul efectiv;

- **curbarea**, la care linia centrelor secțiunilor transversale este curbă;

- **conicitatea**, la care generatoarele în secțiune longitudinală nu sunt drepte paralele;

- **forma de butoi**, la care generatoarele sunt linii convexe;

- **forma de șa**, la care generatoarele sunt linii concave. Conicitatea la forma de butoi se măsoară ca diferența între diametrul maxim și cel minim din aceeași secțiune longitudinală.

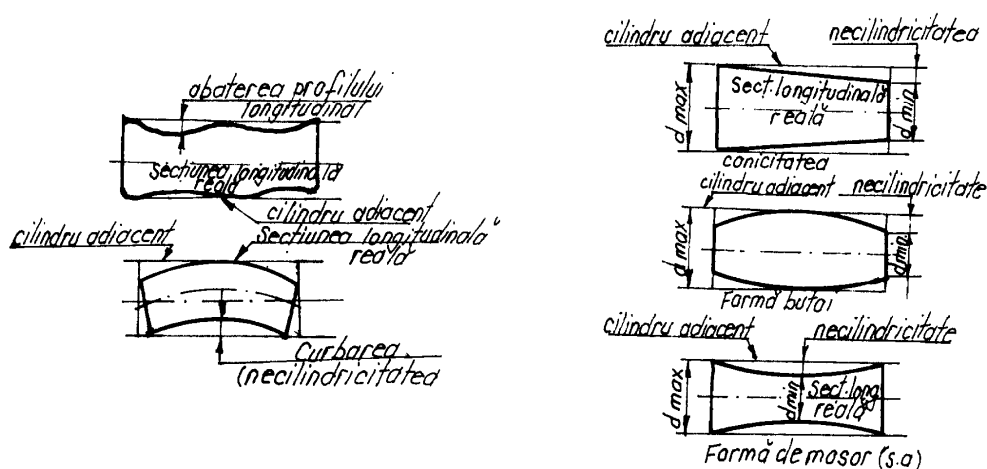


Fig.2.5

*Abaterea de la forma dată a profilului –  $AF_f$* : este distanța maximă între profilul efectiv și profilul adiacent, de formă dată, măsurată perpendicular pe aceasta, în limitele lungimii de referință.

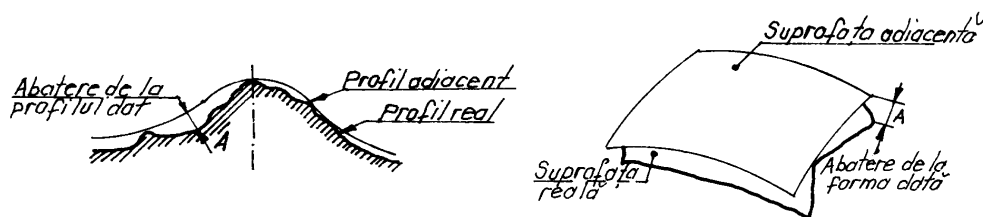


Fig.2.6

*Abaterea de la forma dată a suprafeței –  $AF_s$*  : este distanța maximă între suprafața efectivă și cea adiacentă de formă dată, măsurată perpendicular pe aceasta, în limitele suprafeței de referință (fig.2.6)

### 2.2.2. Abateri de poziție

*Abaterea de la poziția nominală dată –  $AP_p$*  : este distanța maximă între poziția elementului adiacent respectiv (punct, dreaptă, plan, etc.) și poziția sa nominală măsurată în limitele lungimii de referință.

Cazurile particulare mai importante (fig.2.7):

- **un punct pe o dreaptă;**
- **un punct în plan.** Această abatere se măsoară ca distanța în plan, între poziția reală și cea teoretică; uneori se poate verifica prin coordonate rectangulare sau polare;
- **un punct în spațiu:** abaterea se măsoară ca distanța în spațiu între poziția reală și cea teoretică. Aici abaterile se pot verifica pe trei direcții date sau în coordonate cilindrice.
- **o dreaptă în plan.** Abaterea se măsoară ca distanța maximă măsurată între dreapta nominală și cea adiacentă în limitele lungimii de referință.

- **o dreaptă în spațiu.** Această abatere se verifică prin coordonate. De obicei se verifică abaterile pe două direcții date, luându-se ca abatere distanța maximă măsurată în cadrul lungimii de referință.

- **un plan în spațiu.**

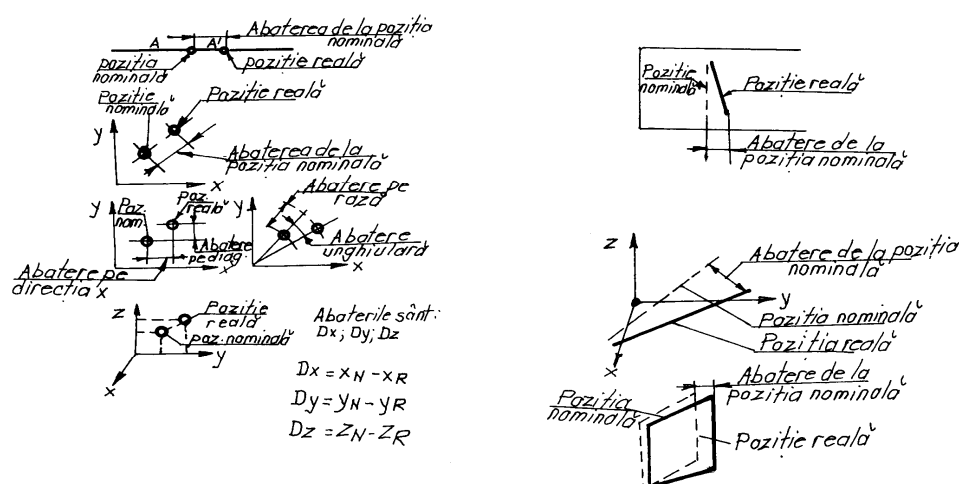


Fig.2.7

*Abaterea de la paralelism (neparalelism) a două drepte sau plane –  $AP_l$*  : este diferența dintre distanțele maximă și minimă dintre dreptele adiacente măsurată în limitele lungimii de referință.

Cazuri particulare importante (fig.2.8):

- **neparalelism între două drepte reale în plan**, este diferența dintre dreptele adiacente respective în limitele lungimii de referință.

- **neparalelism a două drepte reale în spațiu.** Acesta se măsoară de obicei prin neparalelismul dreptelor adiacente la proiecțiile acestor drepte pe două plane perpendiculare.

- **neparalelismul a două plane reale**, este diferența dintre distanțele maxime și minime dintre plane adiacente la suprafețele plane reale, în limitele suprafeței de referință.

- **neparalelismul a două suprafețe cilindrice reale**, se măsoară prin neparalelismul axelor suprafețelor adiacente respective în limitele lungimii de referință.

- **neparalelismul între o suprafață cilindrică reală și un plan real**, este diferența între distanțele maximă și minimă dintre axa cilindrului adiacent la cel real și planul adiacent la cel în limitele lungimii de referință.

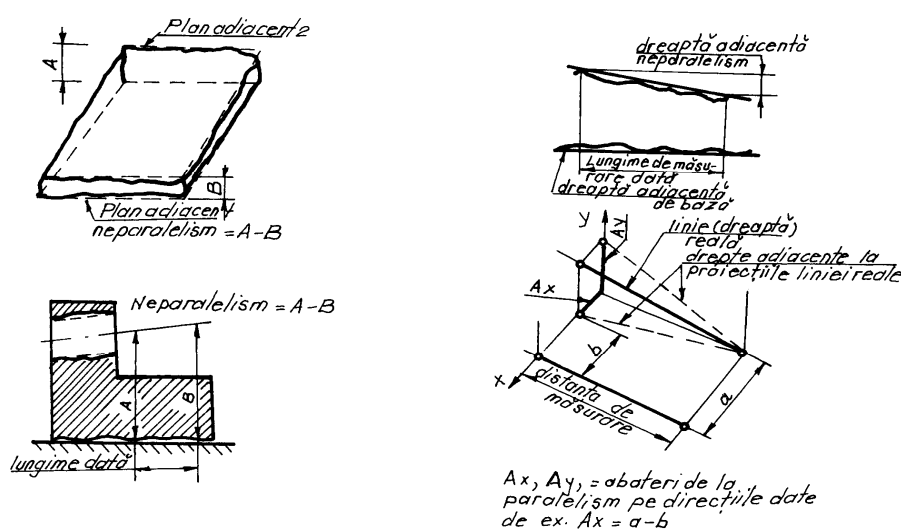


Fig.2.8

*Abaterea de la coaxialitate (necoaxialitate) –  $AP_c$*  : este distanța maximă dintre axa suprafeței adiacente considerate și axa dată (ca bază de referință) măsurată în limitele lungimii de referință. Axa de bază poate fi o axă teoretică (pentru suprafața teoretică), axa unei suprafețe adiacente sau o axă comună pentru mai multe suprafețe coaxiale.

Cazuri particulare importante (fig.2.9):

- **necoaxialitatea paralelă**, atunci când axele corpurilor sunt deplasate paralel.
- **necoaxialitatea unghiulară**, când axele corpurilor sunt concurente.
- **necoaxialitatea cu axe încrucișate**, când axele corpurilor sunt coplanare.

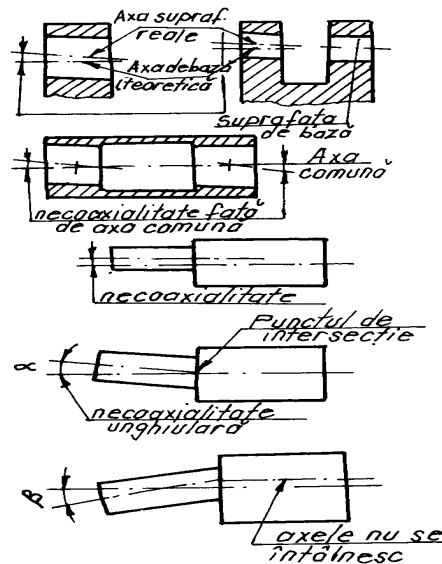


Fig.2.9

*Abaterea de la concentricitate*, a două cercuri, poligoane, sfere, etc.

Obs.: aceasta este un caz particular al necoaxialității când lungimea de referință este zero –  $AP_c$ : este distanța dintre centrul cercului adiacent al suprafeței considerate și bază de referință.

Baza de referință poate fi (fig.2.10):

- centrul unui cerc adiacent dat;
- axa unei suprafețe adiacente date;
- axa comună a două sau mai multe suprafețe de rotație.



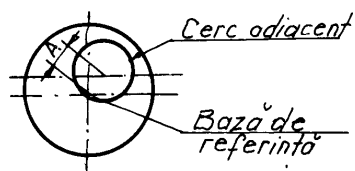


Fig.2.10

*Abaterea de la simetria de poziție (asimetrie) –  $AP_s$*  : această abatere apare la două axe sau plane de simetrie care teoretic trebuie să coincidă. Ea se măsoară pe lungimea de referință și este egală cu valoarea maximă dintre punctele uneia dintre axele de simetrie și cealaltă axă de simetrie luate ca bază.

În cazul mai multor axe de simetrie se poate folosi axa comună de simetrie, la fel ca la coaxialitate.

Cazuri particulare mai importante fig.2.11):

- pentru axe cazurile de la coaxialitate (**asimetrie paralelă, unghiulară sau încrucișată**).
- pentru plane (**plane asimetrice, paralele sau asimetrice unghiulare**).

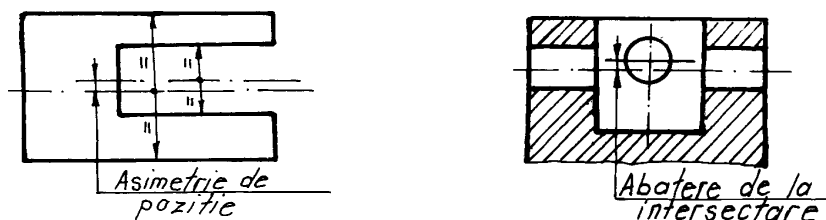


Fig.2.11

*Abaterea de la intersectarea (neintersectarea) a două drepte (axe) –  $AP_x$*  : este distanța minimă dintre două drepte adiacente sau dintre două axe care în poziția lor nominală trebuie să fie concurente.

*Abaterea de la perpendicularitate (neperpendicularitate) –  $AP_d$*  (fig.2.12), este diferența dintre unghiul format de drepte adiacente la profilele efective și unghiul teoretic de  $90^\circ$ , măsurată liniar, în limitele lungimii de referință.

În cazul suprafețelor cilindrice se folosesc axele cilindrilor adiacenți.

În cazul a două drepte perpendiculare care nu se întâlnesc în spațiu abaterea se examinează proiectând dreapta ce se verifică pe un plan ce cuprinde dreapta de bază și este paralel cu dreapta verificată.

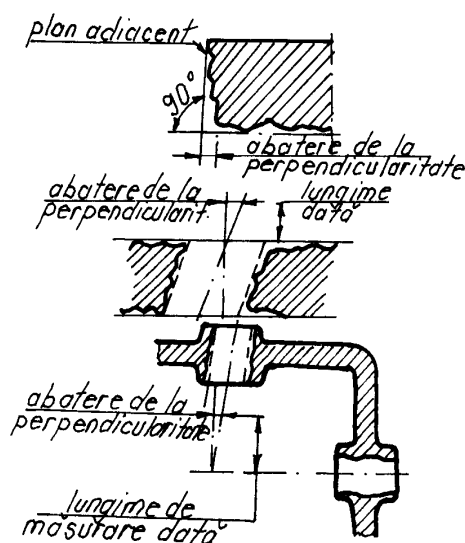


Fig.2.12

*Bătaia radială (a unei suprafețe de rotație) –  $AB_r$*  : este diferența dintre valorile distanțelor maximă și minimă ale punctelor suprafeței reale și axa de bază în jurul căreia se rotește suprafața considerată. Axa de bază poate fi comună pentru mai multe suprafețe (fig.2.13).

Bătaia radială se măsoară pe direcția razei și perpendicular pe axa de bază. Ea se referă la toată lungimea piesei (suprafeței) dacă nu este indicat un

anumit plan de măsurare. Este o abatere complexă cuprinzând necoaxialitatea (excentricitatea) și necilindricitatea (ovalitatea, poligonicitatea etc.) în secțiunile respective.

*Bătaia axială (frontală) –  $AB_f$* : este diferența dintre valorile maximă și minimă ale distanței (măsurată pe generatoarea unui cilindru concentric cu axa de rotație a piesei) între punctele unei suprafețe frontale și o suprafață de bază teoretică, perpendiculară pe axa de rotație a piesei.

Bătaia axială se măsoară paralel cu axa de rotație, iar pe desen se va indica totdeauna diametrul cilindrului de măsurare. Este o abatere complexă cuprinzând neperpendicularitatea și abaterile de formă ale suprafeței frontale (fig.2.13).

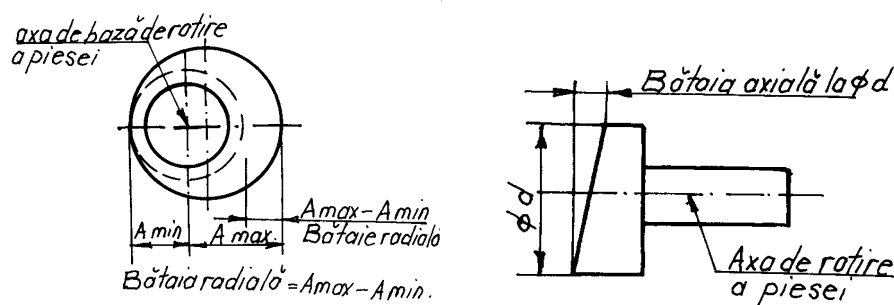


Fig.2.13

*Bătaia pe o direcție oarecare dată –  $AB_x$* : se utilizează în cazuri speciale, pentru suprafețe de rotație oarecare (conice, sferice etc.), la care măsurarea bății radiale ar fi îngreunată, se admite să se prescrie ca direcție de măsurare o direcție perpendiculară pe suprafața ce se controlează.

Această bătaie este diferența între valorile maximă și minimă pe direcția dată (fig.2.14).

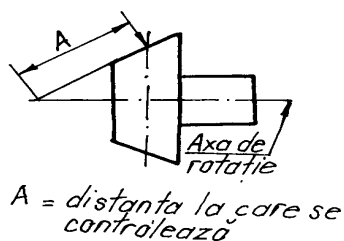


Fig.2.14

*Abaterea de la înclinare –  $AP_i$  (fig.2.15): are trei cazuri:*

- **abaterea de la înclinarea dintre două drepte de rotație.** Aceasta este diferența dintre unghiul format de dreptele adiacente la profilele efective, respectiv de axe suprafețelor adiacente de rotație (sau proiecțiile lor pe un plan perpendicular la normala comună) și unghiul nominal, măsurată liniar în limitele lungimii de referință.

- **abaterea de la înclinarea unei drepte sau a unei suprafețe de rotație față de un plan.** Aceasta este diferența dintre unghiul format de dreapta adiacentă sau de axa suprafeței adiacente de rotație cu planul adiacent la suprafața efectivă și unghiul nominal, măsurată liniar în limitele lungimii de referință.

- **abaterea de la înclinare a unui plan față de o dreaptă, o suprafață de rotație sau plan.** Aceasta este diferența dintre unghiul format de planul adiacent la suprafața efectivă cu dreapta adiacentă, cu axa suprafeței adiacente de rotație sau cu planul adiacent și unghiul nominal, măsurată liniar în limitele lungimii de referință.

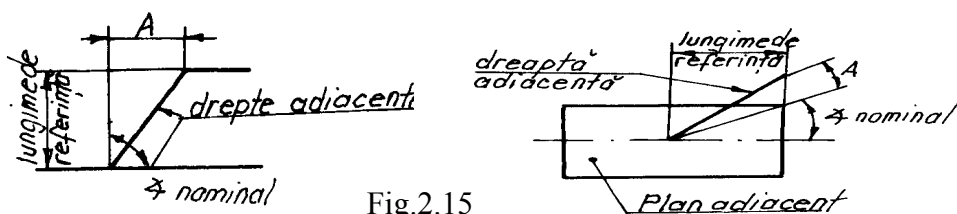


Fig.2.15

### **2.3. Notarea și controlul abaterilor de formă și poziție**

Notarea pe desen a abaterilor de formă și poziție (STAS 7385-66) se face numai atunci când limitarea acestora este necesară pentru asigurarea calității piesei în utilizare (interschimbabilitate, montaj, funcționare etc.). În cazul în care nu se indică pe desene, aceste abateri trebuie să aibă astfel de valori maxime încât orice punct al piesei să rămână în limitele câmpurilor de toleranță prescrise pentru dimensiuni.

Toleranțele de formă sau poziție pot fi prescrise și în cazul când nu se prescriu toleranțe la dimensiunile elementelor efective.

De regulă, forma sau orientarea elementelor poate fi oricare în interiorul zonei toleranței de formă sau poziție (se pot face și limitări suplimentare prin texte scrise pe desen sau în documentație).

Valorile toleranțelor de formă și poziție sunt standardizate și date în STAS 7391/1, 2, 3, 4, 5 și 6-74. Conform acestor standarde sunt 12 clase de precizie, cea mai precisă fiind clasa I. În standarde se indică numai abaterile uzuale, cazurile speciale rezolvându-se după specificul lor urmând, pe cât posibil, principiile standardizate, iar notațiile pe desen făcându-se prin note scrise.

Valorile și prescripțiile pentru abaterile de formă și poziție nu se aplică pentru cazurile speciale tratate prin standarde separate (ex. roți dințate, rulmenți ș.a.).

Pentru controlul abaterilor se folosesc o serie de metode care se aleg, de la caz la caz, în funcție de tipul și mărimea abaterii, forma concentrică și mărimea piesei, comoditatea, productivitatea și costul controlului.

În continuare sunt prezentate câteva dintre cele mai utilizate mijloace și metode de control al abaterilor de formă și poziție.

### 2.3.1. Pentru măsurarea abaterilor de formă

#### 1. Cu aparate de măsurare relativă deplasabile

*Controlul abaterilor de la rectilinitate și planeitate:*

- Abaterea de la rectilinitate se poate stabili folosind un instrument de măsurare relativă (comparator, minimetru, ortotest ș.a.), care este deplasat, în lungul piesei ce se controlează, paralel cu direcția pe care se măsoară abaterea, folosind un sistem de ghidare (fig1.16.a.); piesa se așează pe o placă de verificat sau pe prisme, iar dacă este rotundă între vârfuri.

- Pentru verificarea planeității se procedează în mod similar repetând măsurarea în mai multe secțiuni longitudinale și transversale (fig1.16.b).

- Urmărind indicația acului indicator se poate stabili atât valoarea cât și tipul abaterii.

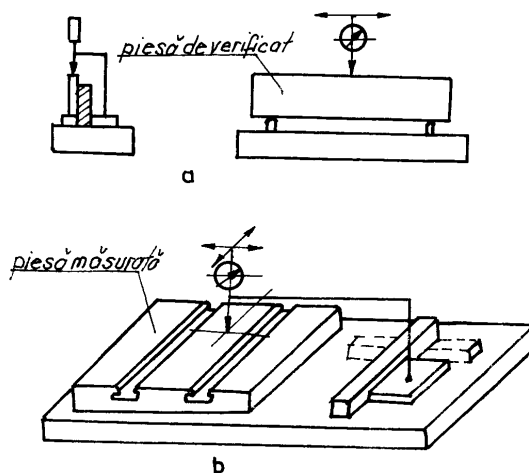


Fig.2.16

## 2. Cu rigle de precizie, înguste sau late

- Rectilinitatea suprafețelor înguste și lungi se controlează cu ajutorul riglelor de precizie (clasele 0 și 1) după metoda fantei de lumină. Aceste rigle se execută într-o gamă largă de dimensiuni și cu număr diferit de muchii. Pentru o mai precisă apreciere a fantei de lumină, se poate folosi o fantă etalon obținută prin așezarea riglelor prin intermediul calelor plan-paralele (egale) pe un platoul plan și neted. Între calele se introduc alte cale mai mici cu  $1 \dots 3 \mu\text{m}$ , iar în timpul controlului sursa de lumină, rigla și piesa controlată trebuie să fie în linie, la nivelul ochiului observatorului.

- Riglele de verificare cu suprafața de lucru lată se utilizează la controlul rectilinității sau planeității prin metoda fantei de lumină sau a petelor de vopsea.

- Riglele unghiulare se folosesc pentru verificarea planeității și a unghiului dintre suprafețele care se întretaie (de ex. la canalele în coadă de rândunică).

## 3. Cu platouri de verificare

- Pentru controlul rectilinității și planeității suprafețelor, înguste sau late, se folosesc foarte mult platourile de verificare cu dimensiuni cuprinse între  $100 \times 200$  și  $1000 \times 1500$  mm. Controlul cu ajutorul acestor platouri se face la fanta de lumină (rectilinitatea suprafețelor înguste) sau la pata de vopsea (planeitatea).

## 4. Cu riglă – punte sau platou și cale plan – paralele

- Rectilinitatea și planeitatea pieselor mari se poate controla cu ajutorul platourilor de verificare sau a riglelor și cu cale plan paralele (fig.2.17).

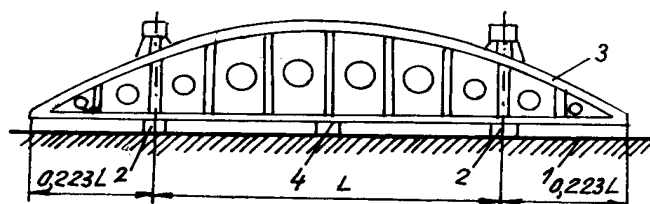


Fig.2.17

Rigla – punte 3 este așezată pe suprafața piesei 1 prin intermediul calelor plan – paralele 2.

Între riglă și piesă se introduce, din loc în loc, blocuri de cale sau o sondă 4, cu ajutorul căreia se determină abaterile de la rectilinitate.

5. Cu mijloace universale (șublere, micrometre, microscoape, optimeetre etc.)

*Controlul abaterilor de la circularitate și cilindricitate:*

- Ovalitatea, de determină, cel mai adesea, măsurând diametrul piesei, în aceeași secțiune, pe mai multe perechi de direcții perpendiculare între ele. Diferența maximă găsită între rezultatele măsurătorilor pe două direcții perpendiculare reprezintă ovalitatea (abaterea de la circularitate) în secțiunea dată. Dacă piesa este lungă se poate repeta măsurătoarea în mai multe secțiuni transversale în lungul piesei, mărimea efectivă a ovalității considerându-se valoarea cea mai mare găsită în una din secțiunile considerate.

- Abaterea de la cilindricitate (forme de butoi, mosor ș.a.) se determină măsurând diametrul piesei, în mai multe secțiuni. La suprafețele exterioare abaterile generatoarelor pot fi verificate și cu grile de precizie prin metoda fantei de lumină (fig.2.18).



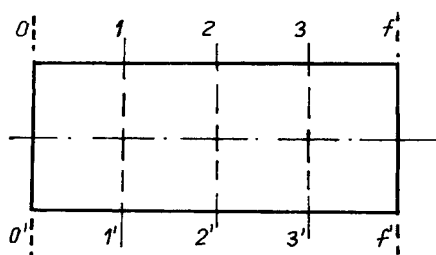


Fig.2.18

## 6. Cu aparate cu palpator

- Ovalitatea se poate determina și prin rotirea piesei cu ceva mai mult de  $180^\circ$  sub palpatorul unui aparat de măsură. Valoarea ovalității este diferența dintre indicațiile limită ale aparatului.

- Poligonalitatea se determină cu ajutorul unui aparat de măsurare relativă cu palpator, fie introducând piesa într-un inel (a), fie așezând-o pe o prismă (b) și rotind-o cu  $360^\circ$  (fig.1.19).

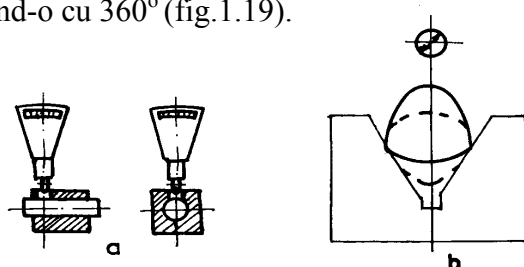


Fig.2.19

## 7. Cu traductor cu contacte

- Piesa se așează pe o prismă sau pe un platou. Tija palpatoare se deplasează în sus și în jos datorită variației de dimensiune a piesei, care se rotește și acționează asupra pârghiei cu brațe. Dacă piesa are ovalitatea sub limita prescrisă contactul mobil, apăsător în canalul pârghiei de arc, va atinge numai unul din șuruburile de contact. Dacă ovalitatea depășește valoarea limită prescrisă prin oscilația pârghiei, contactul mobil va atinge ambele

șuruburi de contact (reglate la valoarea maximă a ovalității). Acest aparat are o mare productivitate.

#### 8. Măsurarea curbării pieselor cilindrice exterioare

Curbarea pieselor cilindrice exterioare se poate măsura în două feluri:

- se sprijină piesa pe o suprafață (plană și netedă) suficient de întinsă și se rotește sub palpatorul unui comparator (fig.2.20.a);
- cu ajutorul calelor plan – paralele (fig.2.20.b).

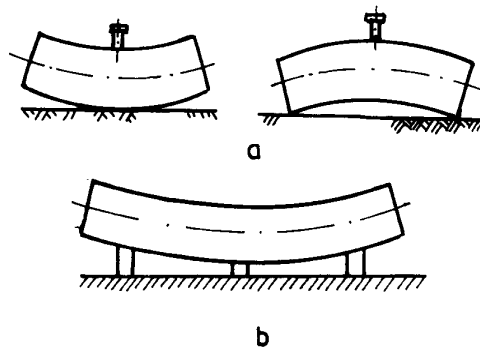


Fig.2.20

#### 9. Măsurarea abaterilor la suprafețe cilindrice interioare

- Abaterile de circularitate și cilindricitate ale suprafețelor cilindrice interioare se determină în mod similar cu cele exterioare, folosind instrumente de măsură adecvate (micrometre de interior, comparatoare de interior cu două palpatoare ș.a.)

- Curbarea suprafețelor cilindrice interioare se poate determina calitativ cu ajutorul unui cilindru tampon de lungime egală cu cea a alezajului.

- Valoarea efectivă a curbării se poate determina cu mare precizie cu ajutorul instalațiilor cu calibre pneumatice speciale (fig.2.21). Calibrul are la

capete doi cilindri elastici 1, pentru ghidarea și centrarea în alezaj precum și un ajustaj de ieșire a aerului 2 plasat la mijloc. Valoarea curbării este egală cu semidiferența indicațiilor limită ale aparatului de măsură la o rotație a calibrului sau piesei.

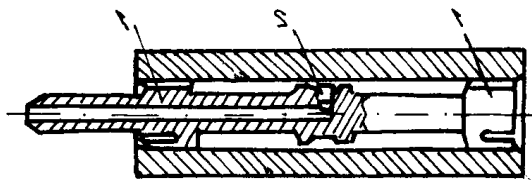


Fig.2.21

### 2.3.2. Pentru măsurarea abaterilor de poziție

#### 1. Abaterea de la poziția nominală

- Aceste abateri se determină prin diverse metode directe sau indirecte în funcție de situația respectivă.

- Dacă există baze de măsurare iar punctul sau dreapta sunt materializate (prin trasare), poziția corectă a acestora se controlează ușor prin măsurări directe cu mijloace universale adecvate sau cu dispozitive de măsurat în coordonate.

- În cazul în care punctul sau dreapta nu sunt materializate se folosesc dornuri de mare precizie prin care se materializează elementul respectiv. Abaterea de la poziția nominală a centrului alezajului (fig.2.22.a) se determină, folosind un bloc de cale, cu relația:

$$A = [B - (C + d/2)]$$

unde: B este valoarea teoretică prescrisă. Abaterea de la poziția nominală a alezajului (fig.2.22.b) se stabilește deplasând comparatorul pe o lungime determinată a dornului și calculând tangenta unghiului de înclinare.

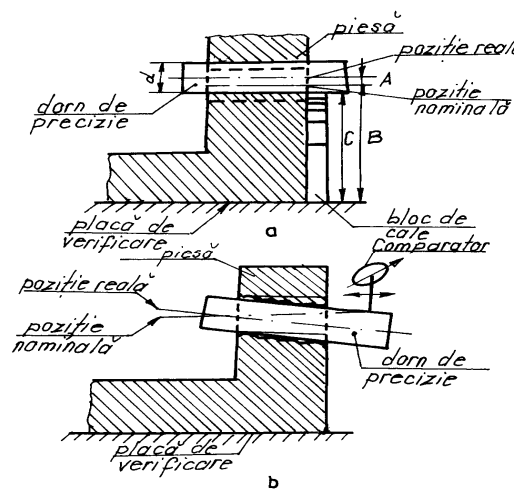


Fig.2.22

## 2. Abaterea de la coaxialitate

- Măsurarea acestei abateri se poate face prin diverse metode. Pentru alezajele coaxiale se pot folosi și schemele pentru abaterea de la poziția nominală făcând măsurările pentru ambele alezaje.

- Schemele de măsurare utilizează, sau cu dispozitive adecvate cum sunt cele din schițele alăturate (fig.2.23).

a. Prin rotirea dornului se obține în fiecare plan de măsurare o diferență a citirilor la aparatul de măsură. Jumătatea diferenței celei mai mari obținută este abaterea efectivă de la coaxialitate.

b. Dornul materializează axa comună a celor două alezaje. Prin deplasarea și rotirea lui se obține pe fiecare generatoare o diferență a valorilor citite. Jumătate din diferența maximă citită reprezintă necoaxialitatea găurii față de axa comună.

c. Arborele în trepte se așează pe două lineale și se rotește. Jumătatea diferenței maxime între citirile la comparator, pentru diferite planuri de măsurare, este abatere de la coaxialitate.

d. În cazul abaterilor dependente se preferă verificarea necoaxialității cu ajutorul calibrelor.

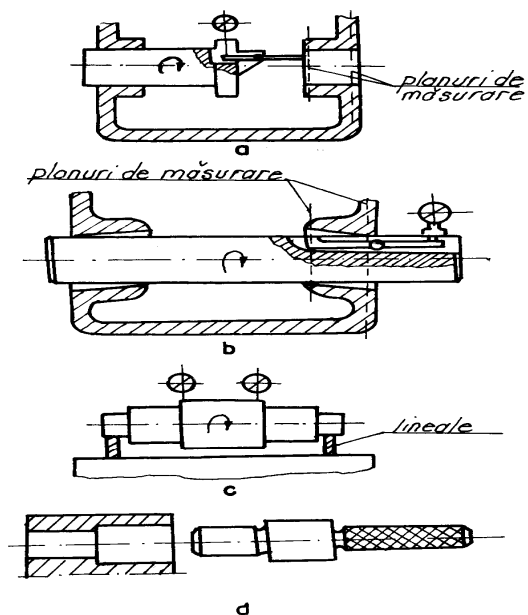


Fig.2.23

### 3. Abaterea de la simetrie

- Se măsoară prin diverse metode funcție de forma reală a piesei. În exemplul alăturat (fig.2.24) se asigură mai întâi paralelismul părții cilindrice cu masa de trasaj, după care rotind piesa cu  $180^\circ$ , se măsoară distanțele  $a_1$  și  $a_2$ . Semidiferența ( $a_1 - a_2$ ) este abaterea de simetrie de poziție.

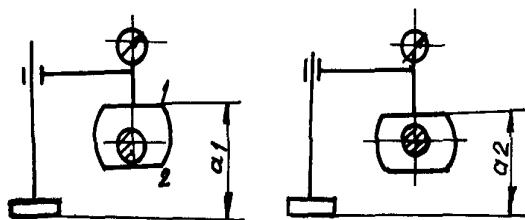


Fig.2.24

#### 4. Abaterea de la intersecție (neintersecția)

- Neintersectarea a două drepte (axe) este importantă, în special, pentru cazul axelor unor alezaje. Pentru aceasta se pot utiliza dornuri de precizie care materializează axele alezajelor reale. Diferența citirilor față de placa de verificare reprezintă abaterea de la intersectare.

#### 5. Abaterea de la paralelism

- Aceasta se măsoară după diverse scheme adecvate respective.

a. Abaterea de la paralelism a două trepte în plan se stabilește măsurând distanțele  $BD$  și  $AC$  între dreapta adiacentă  $CD$  și dreapta adiacentă de bază  $AB$  pe lungimea de măsurare dată ( $AB$ ). Abaterile de la paralelism pe unitatea de lungime este  $[BD - AC] / AB$  (fig.2.25.a).

b. Pentru măsurarea abaterii de la paralelism a două plane reale, piesa se așează pe o suprafață de bază. Măsurarea se face față de planul de bază, pe distanța de măsurare prescrisă sau pe toată mărimea piesei, și pe direcții diferite (fig.2.25.b)..

c. Abaterea de la paralelism între o suprafață cilindrică și una plană se măsoară prin diferența față de o generatoare a cilindrului pe lungimea de referință (fig.2.25.c).

d. Abaterea de la paralelism a două suprafețe cilindrice reale se măsoară prin neparalelismul axelor suprafețelor adiacente respective. Abaterea de la paralelism se măsoară pe lungimea dată, ca diferență între indicațiile comparatorului (fig.2.25.d).

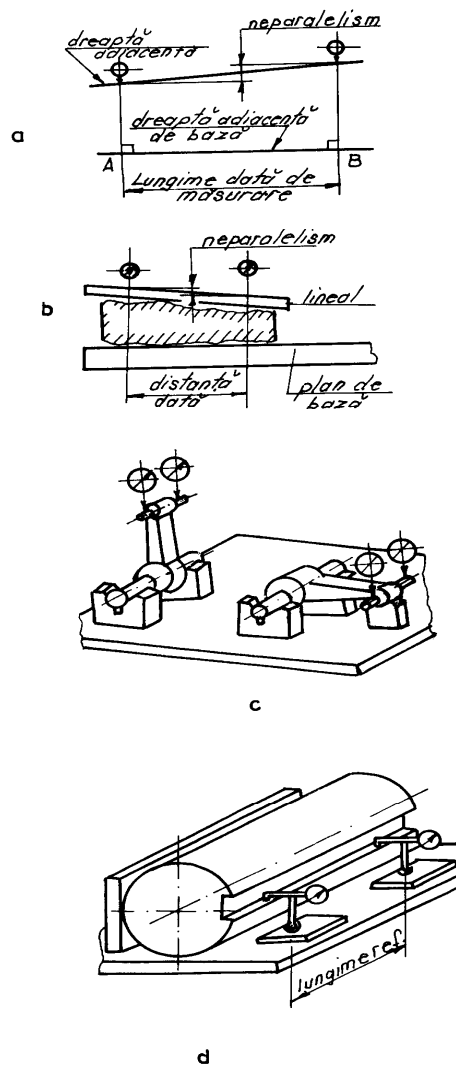


Fig.2.25

## 6. Abaterea de la perpendicularitate

- Aceasta se măsoară în funcție de elementele la care se referă. În cazul alezajelor acestea se materializează prin dornuri calibrate.

- Pentru două suprafețe reale se folosește . Diferența indicațiilor aparatului de măsură, în pozițiile  $A_1$  și  $A_2$  , raportată la distanța de măsurare, este abaterea de la perpendicularitate (fig.2.26).

- Perpendicularitatea axei unei găuri față de planul frontal se măsoară cu un dispozitiv ca în figură. Semidiferența indicațiilor maximă raportată la  $D$  reprezintă abaterea de la perpendicularitate.

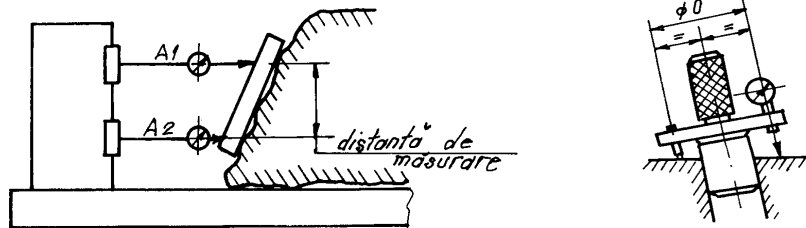


Fig.2.26

#### 7. Bătaia radială, axială și pe o suprafață conică

- Bătaia radială se măsoară ca diferența citirilor la un aparat de măsurare (comparator), într-o secțiune de măsurare, la rotirea completă a piesei. Piesa se poate prinde într-un alezaj (fig.2.27.a) sau între vârfuri (fig.2.27.b), în funcție de forma ei.

- Bătaia axială (sau frontală) este diferența dintre citirile maxime și minime ale aparatului de măsurare la rotirea completă a piesei. Piesa se poate prinde în alezaj (fig.2.27.c) sau între vârfuri.

- Bătaia unei suprafețe conice se măsoară așezând comparatorul perpendicular pe generatoarea conului la o anumită distanță  $A$  de vârful teoretic al conului.(fig.2.27.d).

- Bătăile suprafețelor interioare se măsoară în mod similar utilizând scheme corespunzătoare.



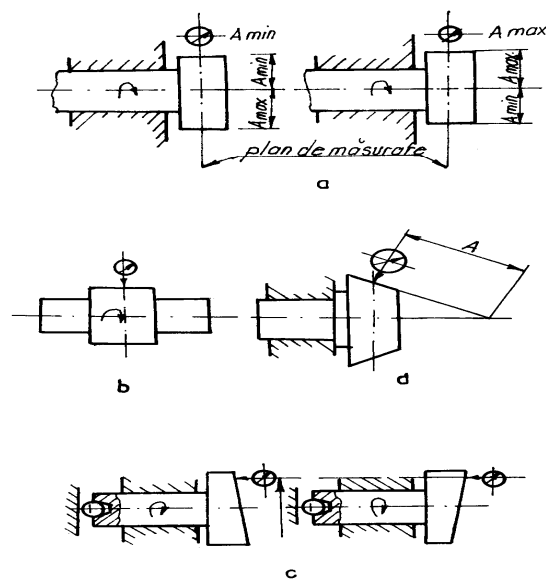


Fig.2.27

Înscrierea pe desene a abaterilor de formă și poziție se înscriu pe desene de către proiectant, numai în cazul în care limitarea abaterilor efective este impusă de criteriile de asigurare a unei calități anume privitor la precizia de prelucrare a piesei.

În cazul în care datorită unor condiții funcționale specifice sau a unor cerințe de interschimbabilitate se vor trece toleranțele sau abaterile admisibile referitoare la forma și poziția pieselor.

## CAPITOLUL III

### 3. STUDIUL ERORILOR DE PRELUCRARE CU AJUTORUL CALCULULUI PROBABILITĂȚILOR

Calculul probabilităților și statistica matematică se ocupă cu studiul fenomenelor aproape egale repetate de multe ori în activitatea practică, așa cum este și cazul erorilor de prelucrare și a celor de măsurare.

#### **3.1. Definiția erorilor de prelucrare, cauzelor apariției și clasificarea erorilor.**

Prin eroare de prelucrare se înțelege diferența dintre valoarea efectivă și cea teoretică (prescrisă) a parametrului considerat (dimensiune, formă sau poziție a suprafeței sau a suprafețelor prelucrate).

Cauzele apariției erorilor de prelucrare pot fi:

- a) imprecizia și deformațiile elastice și termice ale sistemului tehnologic elastic, mașină unealtă (MU), sculă (S), dispozitiv (D), piesă (P);
- b) uzura sistemului MU-S-D;
- c) tensiunile interne și imprecizia semifabricatului;
- d) gradul de calificare, atenția, conștiinciozitatea și condițiile de lucru ale lucrătorului.

Experimental s-a constatat că aproximativ 80% din eroarea totală de

prelucrare se datorează deformațiilor elastice ale sistemului tehnologic elastic MU-S-D-P, din cauza rigidității necorespunzătoare a acestui sistem.

Prelucrarea (așchierea), conform schemei prezentate în (fig.3.1) are loc în prezența mișcării principale  $n$  și mișcării secundare  $S$ , rezultând în timpul așchierii forțelor  $F_x$ ,  $F_y$  și  $F$  (componente principale ale apăsării de așchiere).

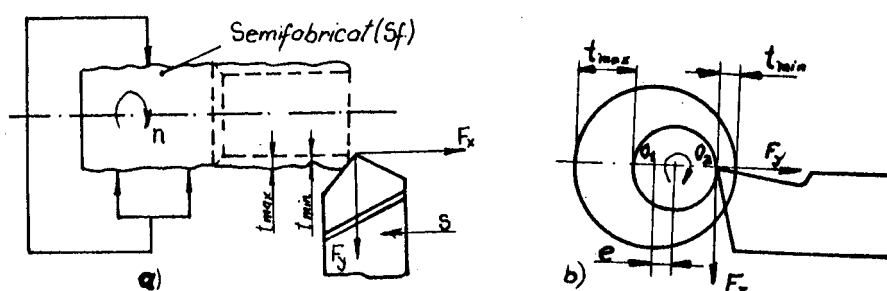


Fig.3.1

Prelucrării cu adâncime variabilă de la  $t_{min}$  la  $t_{max}$ , din cauza impreciziei semifabricatului (fig.3.1,a) sau din cauza excentricității “e” (fig.3.1,b), îi corespund forțe de așchiere variabile și ca urmare a acestora, deformațiile sistemului tehnologic elastic vor fi variabile. Deformațiile fiind variabile, diametrele piesei prelucrate vor fi și ele variabile și ca atare vor apărea erori de prelucrare (eroi dimensionale, de formă și de poziție a suprafețelor).

### Clasificarea erorilor de prelucrare

În funcție de caracterul apariției lor, erorile de prelucrare se clasifică astfel : sistematice, grosolane (greșeli) și întâmplătoare.

**Erorile sistematice** – sunt acele erori la care mărimea și semnul sunt date de legi bine determinate. Aceste erori pot fi:

- fixe (ex.: erori de reglare la zero a micrometrelor);
- variabile progresiv (ex.: erori provocate de uzura sculei);
- variabile periodic (ex.: erori de măsurare la un aparat la care centrul de rotație al acului indicator este excentric față de centrul cadranului). Cauzele erorilor sistematice se pot cunoaște cu ușurință și se pot înlătura. Când cauzele sunt greu de înlăturat se poate dirija procesul de prelucrare și control astfel încât să se evite rebuturile.

**Erorile grosolane** (greșelile) – provin din cauza neatenției sau a calificării necorespunzătoare. Au caracteristic faptul că modifică esențial rezultatul prelucrării sau măsurării. Exemple:

- măsurarea diametrelor unor alezaje cu un șubler de interior, când la valoarea citită pe șubler nu se adaugă dimensiunea fălcilor (10 mm);
- citirea incorectă a desenului, a indicației aparatului, etc.

Erorile grosolane se datorează executantului sau alegerii greșite a metodei de prelucrare sau de control. Se pot evita prin calificare, atenție și conștiinciozitate corespunzătoare.

**Erorile întâmplătoare** – sunt acele erori a căror mărime și sens sunt variabile întâmplător de la o piesă la alta. Cauzele principale ale acestor erori pot fi cele notate mai sus cu a și c, cauze care pot acționa diferit de la o piesă la alta:

- sunt mult mai periculoase decât cele sistematice și grosolane deoarece nu pot fi cunoscute anticipat pentru fiecare piesă în parte;
- influența comună a erorilor întâmplătoare asupra preciziei de prelucrare se poate determina pe baza calculului probabilităților și a

statisticii matematice.

Înainte de trece la studiul propriu-zis al erorilor de prelucrare întâmplătoare vom prezenta în continuare unele noțiuni de calculul probabilităților.

### 3.2. Noțiuni din calculul probabilităților

Noțiunile din calculul probabilităților mai uzual folosite în tehnica industrială sunt următoarele:

- Noțiunea de mărime întâmplătoare (aleatoare), continuă sau discontinuă (discretă);
- Noțiunea de eveniment (fenomen);
- Noțiunea de probabilitate, etc.

#### 3.2.1. Mărimi

Mărimile întâmplătoare pot lua valori numerice diferite și de semne diferite într-un interval dat.

Exemple:

- mărimea abaterilor efective la un lot de piese identice;
- mărimea jocurilor sau a strângerilor la asamblarea unei mulțimi de arbori cu o mulțime de alezaje pentru care s-a prescris aceeași dimensiune nominală.

**Mărimile întâmplătoare** pot fi **continui** când pot lua o infinitate de valori într-un anumit interval dat **sau discontinui** (discrete) când pot lua numai anumite valori izolate într-un anumit interval dat.

Exemplu de mărimi întâmplătoare discontinue: dimensiunile efective pieselor unui lot, măsurate cu un şubler cu valoare diviziunii de 0,1 mm.

### 3.2.2. Evenimente sau fenomene

**a) Eveniment întâmplător** (aleator) - este un fenomen care poate fie să apară fie să nu apară, de exemplu, apariţia jocului sau a strângerii la un ajustaj intermediar;

**b) Eveniment cert** - care apare totdeauna în cursul unei experienţe, de exemplu, abaterile efective la un lot de piese;

**c) Eveniment imposibil** - este atunci când apariţia acestuia este exclusă, când  $d_{ef} < D_{ef}$ , apariţia strângerii este imposibilă;

**d) Evenimente complexe** (formate din două sau mai multe evenimente simple) pot fi:

- **dependente** – când apariţia unui eveniment influenţează apariţia altui eveniment. De exemplu, abaterea  $+\Delta d$ , duce la apariţia surplusului,  $+\Delta G$ , de greutate sau într-un alt caz, apariţia uzurii cuţitului duce la apariţia lui  $+\Delta d_1$ , la prelucrarea arborilor şi la  $-\Delta D_1$ , la prelucrarea alezajelor;
- **independente** – de exemplu, abaterile efective la două loturi de piese prelucrate la două maşini unelte diferite cu scula reglată la cotă, vor avea valori în mod necondiţionat;
- **incompatibile** – când fenomenele se exclud reciproc. De exemplu în acelaşi lot de piese, una şi aceeaşi piesă nu poate fi şi bună şi rebut;
- **compatibile** – când fenomenele considerate nu se exclud, de

exemplu, existența într-un lot atât a pieselor bune cât și a pieselor rebut.

### 3.2.3. Probabilitatea

Probabilitatea de apariție a unei anumite valori a unei mărimi întâmplătoare discontinui (discrete) este egală cu raportul dintre numărul cazurilor favorabile apariției valorii respective și numărul total de cazuri posibile:

$$P = \frac{n}{N} \quad (3.1)$$

în care:  $n$  – reprezintă numărul de cazuri care favorizează apariția valorii respective (sau a evenimentului întâmplător);

$N$  – numărul total de cazuri.

Se pot distinge următoarele cazuri:

$n = N$ , când  $P = 1$  (eveniment cert);

$n < N$ , când  $P < 1$  (eveniment probabil);

$n = 0$ , când  $P = 0$  (eveniment imposibil).

$$\text{Deci: } 0 \leq P \leq 1 \quad (3.2)$$

**Aplicație:** Dacă într-un lot de piese, de 60 de arbori există 3 arbori rebut (+) și 2 arbori rebut (-) să se determine probabilitatea extragerii arborilor rebut  $r_{(+)}$  și  $r_{(-)}$ , precum și probabilitatea totală a rebutului.

**Rezolvare:** Conform relației (3.1) se obține:

$$P_{r(+)} = \frac{n_{r(+)}}{N} = \frac{3}{60} = 0,05 \Rightarrow 5\%$$

$$P_{r(-)} = \frac{n_{r(-)}}{N} = \frac{2}{60} = 0,033 \Rightarrow 3,3\%$$

Probabilitatea totală a rebutului va fi:

$$P_{r(total)} = P_{r(+)} + P_{r(-)} = 8,3\% \quad (3.3)$$

### **Teoreme cu privire la calculul probabilității în cazul fenomenelor complexe**

**a) Teorema adunării probabilității** – se aplică în cazul evenimentelor complexe formate din evenimente simple independente.

**Aplicație:** La un lot de 20 alezaje cu  $D_0^{+0,012}mm$ , având:  $n_1=2$  alezaje cu abateri între 0 și 6  $\mu m$  (Grupa 1);  $n_2=18$  alezaje cu abateri între 6 și 12  $\mu m$  (Grupa 2), care este probabilitatea montării pieselor din cele două grupe și care este probabilitatea totală.

**Rezolvare:** Este vorba de două evenimente incompatibile, deoarece cele două alezaje din grupa 1 nu pot avea în același timp și abaterile alezajelor din grupa 2 și invers. În baza datelor cunoscute în enunțul problemei se calculează:

$$P_1 = \frac{n_1}{N} = \frac{2}{20} = 0,1 \Rightarrow 10\%$$

$$P_2 = \frac{n_2}{N} = \frac{18}{20} = 0,9 \Rightarrow 90\%$$

Probabilitatea totală va fi:

$$P_{tot} = p_1 + p_2 = 10 + 90 = 100\%$$



### b) Teorema înmulțirii probabilităților

Probabilitatea unui eveniment complex format din evenimente independente compatibile este egală cu produsul probabilităților evenimentelor componente:

$$P = p_1 \cdot p_2 \dots p_n \quad (3.4)$$

**Aplicație:** La asamblarea unui lot de 50 arbori ( $d = 60_{-0,032}^0$ ) cu un lot de 50 alezaje ( $D = 60_0^{+0,032}$ ) la care prin măsurare s-a găsit:

$n_1 = 20$  arbori cu abateri între 0 și  $-16 \mu m$  (Grupa 1)

$n_2 = 30$  arbori cu abateri între  $-16$  și  $-32 \mu m$  (Grupa 2)

și respectiv,

$n'_1 = 10$  alezaje cu abatere între 0 și  $+16 \mu m$  (Grupa1')

$n'_2 = 40$  alezaje cu abatere între  $+16$  și  $32 \mu m$  (Grupa2')

care este probabilitatea obținerii asamblărilor cu jocul;

$$0 \leq j \leq 32 \mu m$$

**Rezolvare:** Se reprezintă grafic toleranțele arborilor și alezajelor împărțite în grupe menționate în enunțul problemei.

Din fig. 2.2 se observă că  $0 \leq j \leq 32$  se obține numai la asamblarea grupelor 1 cu 1':

$$p_1 = \frac{n_1}{N} = \frac{20}{50} = 0,4$$

$$p'_1 = \frac{n'_1}{N} = \frac{10}{50} = 0,2$$

$$P = p_1 \cdot p'_1 = 0,4 \cdot 0,2 = 0,08 \Rightarrow 8\%$$

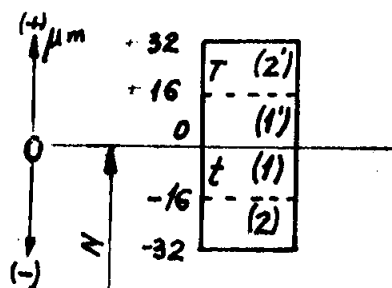


Fig. 3.2

## Calculul probabilității în cazul mărimii continue

În cazul mărimilor continue, probabilitatea apariției unei valori cuprinse într-un interval dat se determină prin integrare (suprafața de sub curbă).

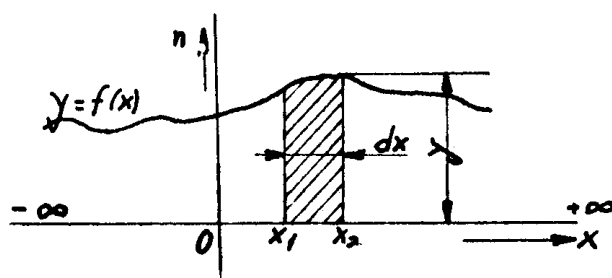


Fig. 3.3

$$P(x_1 < x < x_2) = \int_{x_1}^{x_2} y dx < 1 \quad (3.5)$$

Probabilitatea totală va fi:

$$P(-\infty < x < +\infty) = \int_{-\infty}^{+\infty} y dx = 1 \quad (3.6)$$

### 3.3. Distribuția dimensiunilor efective.

Practica a demonstrat că prin procedeele și mijloacele de prelucrare normale nu se poate asigura realizarea pieselor cu precizie absolută, ci cu anumite abateri de la dimensiunea prescrisă, abateri care caracterizează precizia de prelucrare.

Chiar în urma prelucrării prin același procedeu (aceeași MU) cu scula reglată la cotă, piesele din lotul considerat, datorită erorilor de prelucrare, nu vor avea dimensiuni identice, ci vor rezulta cu anumite erori diferite de la piesă la piesă, de o parte și de alta a cotei de reglare  $d_r$ .

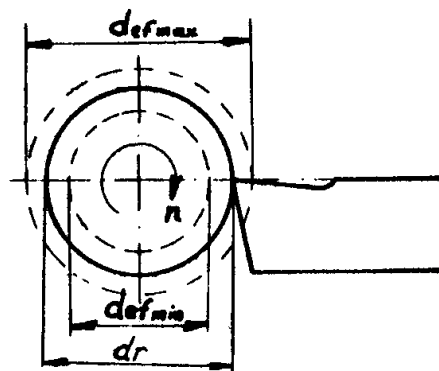


Fig. 3.4

Dimensiunile pieselor vor fi cuprinse între un diametru efectiv minim ( $d_{ef \min}$ ) și un diametru efectiv maxim ( $d_{ef \max}$ ).

Pentru studiul distribuției dimensiunilor sau a abaterilor efective se procedează astfel:

- se prelucurează un lot de circa 100 de piese, folosind aceeași MU (același procedeu);
- cu un aparat de precizie corespunzător se măsoară dimensiunea fiecărei piese din lot și se notează într-un tabel în ordinea măsurării;
- pentru a fi posibilă interpretarea modului cum s-a făcut prelucrarea este necesară sistematizarea dimensiunilor sau abaterilor efective în ordine crescătoare pe intervale și frecvențe.

În vederea sistematizării dimensiunilor efective mai întâi se elimină aproximativ 0,5% din dimensiunile sau abaterile răzlețe (accidentale, necaracteristice) și apoi în tabel se observă  $d_{ef \min}$  și  $d_{ef \max}$  și se calculează amplitudinea dimensiunilor:

$$W = d_{ef \max} - d_{ef \min} \text{ sau } W = a_{ef \max} - a_{ef \min} \quad (3.7)$$

După aceea, amplitudinea  $W$  se împarte în mai multe intervale de dimensiuni. Numărul intervalelor se ia:

$$5 \leq i \leq 17 \quad (3.8)$$

Număr mare de intervale pentru loturi mari și invers. Se recomandă să se ia număr impar de intervale.

Exemplu: Considerăm că un lot de 100 arbori ( $d = 50^{+0,049}_{+0,049} \text{ mm}$ ) prelucrați cu scula reglată la cotă s-a obținut:

$$d_{ef \min} = 50 \text{ mm} \text{ și } d_{ef \max} = 50,025 \text{ mm}$$

se obține:

$$W = 50,025 - 50 = 0,025 \text{ mm} = 25 \mu\text{m}$$

luând,  $i = 5$  intervale, amplitudinea intervalului va fi:

$$a = \frac{W}{i} = \frac{25}{5} = 5 \mu m \quad (3.9)$$

Cu aceste date, pentru cazul considerate, rezultă intervalele de dimensiuni notate în tabelul 3.1.

*Tabel 3.1*

Nr	Peste	La	Media intervalului $i$	Frecvența $n_i$	$\frac{Xi - M_0}{a}$	$\frac{Xi - M_0}{a} n_i$	$\left( \frac{Xi - M_0}{a} \right)^2 n$
0	1	2	3	4	5	6	7
1	50,000	50,005	50,0025	6	-2	-12	24
2	50,005	50,010	50,0075	21	-1	-21	21
3	50,010	50,015	50,0125	50	0	0	0
4	50,015	50,020	50,0175	19	+1	+19	19
5	50,020	50,025	50,0225	4	+2	+8	16
TOTAL				$\Sigma = 100$	$\Sigma = 0$	$\Sigma = -6$	$\Sigma = 80$

Coloanele 5,6 și 7 ale tabelului 3.1 s-au luat pentru a ușura calculul parametrilor statistici ai distribuției.

Considerând că pentru fiecare interval de dimensiuni au rezultat frecvențele notate în tabel, se poate trasa cu ușurință diagrama distribuției empirice.

Frecvența absolută  $n_i$  a intervalului înseamnă numărul de dimensiuni (piese) găsite în același interval.

Frecvența relativă este dată de raportul:

$$n_r = \frac{n_i}{n_i} \quad (3.10)$$

Pentru trasarea diagramei distribuției, în abscisă se iau intervalele de dimensiuni și în ordonată frecvențele absolute  $n_i$ , după care se trasează diagrama distribuției empirice a dimensiunilor, diagramă numită histogramă (fig. 3.5).

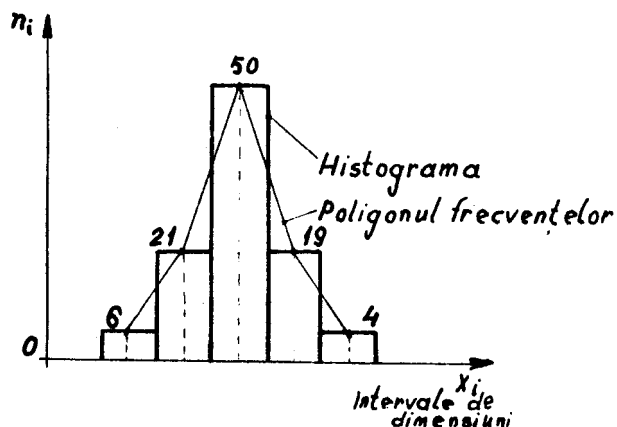


Fig. 3.5

În cazul când în abscisă se ia media intervalelor și în ordonată frecvența  $p_i$ , se trasează diagrama denumită poligonul frecvențelor.

Din tabelul 3.1, din diagramele empirice de distribuție și în general din activitatea practică se observă următoarele:

- intervalele centrale, au frecvențe mai mari decât intervalele laterale, la care frecvența scade în mod treptat;
- repartiția (distribuția) dimensiunilor are loc de o parte și de alta a valorii centrale. Acesta ca urmare a acțiunii erorilor întâmplătoare a căror mărime și semn sunt variabile întâmplător.

Experimental s-a demonstrat că distribuția dimensiunilor are în cele

mai multe cazuri forma celei din tabelul 3.1 și figura 3.5 și are caracter legic.

În cazul în care în domeniul amplitudinii  $W$ , numărul de intervale se mărește la infinit și simultan cu aceasta se restrâng limitele intervalelor, linia frântă a poligonului de frecvențe se va transforma de cele mai multe ori, într-o curbă continuă în formă de clopot care poartă denumirea de curbă teoretică a distribuției normale [curba Gauss - Laplace].

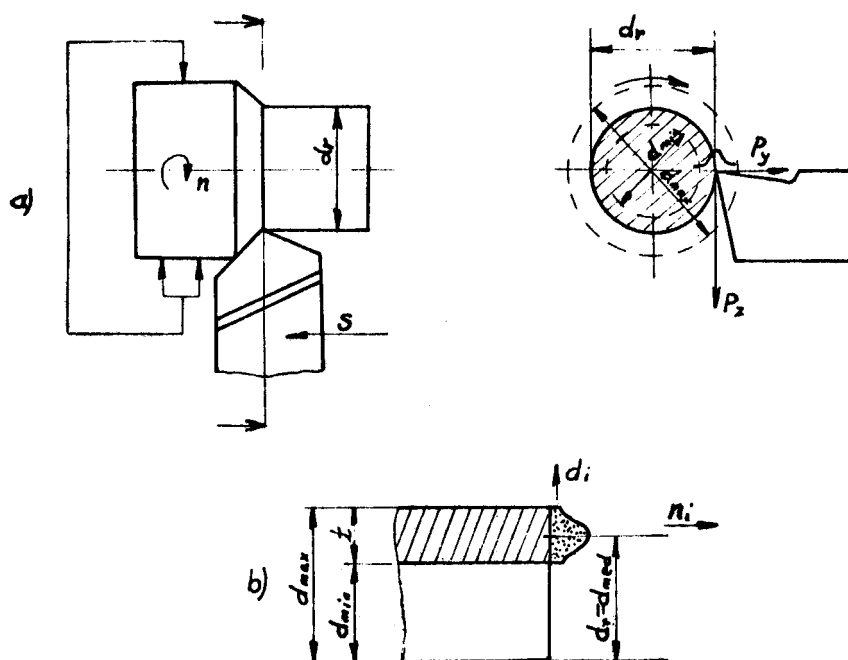


Fig. 3.6

Distribuția dimensiunilor efective, la prelucrarea arborilor cu sculă reglată la cotă are semnificația arătată în figura 3.6. Cele mai multe piese vor avea  $d_{ef} = d_r$ . Frecvența va scădea de o parte și de alta a cotei de reglare  $d_r$ .

Expresia analitică a curbei Gauss, respectiv a legii distribuției normale (fig. 3.7) este:

$$y = f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \quad (3.11)$$

în care:

- e – baza logaritmilor naturali (e = 2,718);
- x – mărimea întâmplătoare;
- n<sub>i</sub> – frecvența absolută.

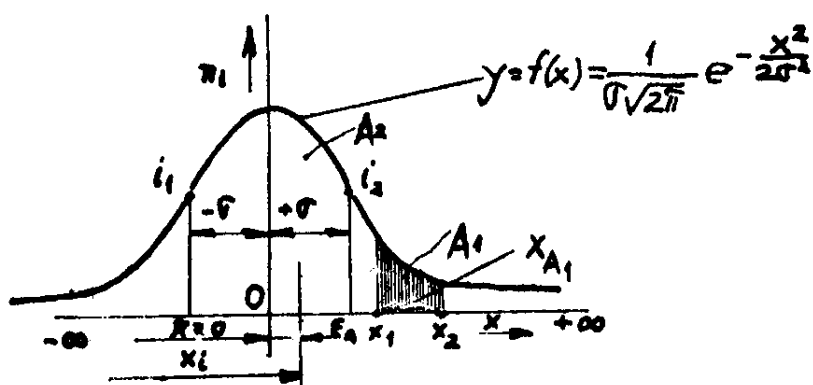


Fig. 3.7

Ramurile curbei sunt asimptotice la axa absciselor, teoretic merg de la  $-\infty$  la  $+\infty$

Curba de distribuție normală are caracteristic doi parametri principali:

- $\bar{X}$  media ponderată a dimensiunilor, denumită impropriu și media aritmetică;
- $\sigma$  abaterea medie pătratică a dimensiunilor în raport cu  $\bar{X}$ .



În cazul mărimilor discontinue (discrete) cazul dimensiunilor sau a abaterilor efective, măsurate cu aparate care au o anumită valoare a diviziunii,  $\bar{X}$  și  $\sigma$  se calculează cu formulele:

$$\bar{X} = \sum X_i \frac{n_i}{N} \quad (3.12)$$

în care:

- $x_i$  este valoarea de ordin  $i$  a mărimii  $x$  (media intervalului de dimensiuni);
- $n_i$  este frecvența valorii  $x_i$  (numărul de repetări ale valorii  $x_i$ , pentru fiecare interval în parte);
- $N$  este numărul total de cazuri posibile ( $N = \sum n_i$ );
- $\frac{n_i}{N}$  este probabilitatea (sau ponderea) valorii  $x_i$ , conform relației

(3.11). De aici derivă și denumirea de medie ponderată a parametrului  $\bar{X}$  (relația 3.12).

În afară de media ponderată se mai întâlnește și noțiunea de valoare centrală:

$$x_c = \frac{x_{\min} + x_{\max}}{2} \quad (3.13)$$

Valoarea lui  $x_c$  poate să fie egală cu  $\sigma$  sau diferită.

Pentru stabilirea relației de calcul a lui  $\sigma$ , introducem noțiunea de eroare accidentală  $\varepsilon_A$  (fig.3.7). Această eroare reprezintă abaterea unei mărimi întâmplătoare, oarecare  $x_i$  față de  $\bar{X}$  denumită eroare accidentală care se calculează cu relația:

$$\varepsilon_A = x_i - \bar{x} \quad (3.14)$$

Pentru ca în relația (3.14) să se evite semnul (-) se ridică la pătrat obținându-se:

$$\varepsilon_A^2 = (x_i - \bar{x})^2 \quad (3.15)$$

Media ponderată a mărimii  $\varepsilon_A^2$  se numește dispersie a mărimii întâmplătoare  $x_i$  în raport cu  $\bar{X}$ , care se calculează cu relația:

$$D(x) = \sum (x_i - \bar{x})^2 \cdot \frac{n_i}{N} \quad (3.16)$$

Rădăcina pătrată din dispersie poartă denumirea de abatere medie pătratică  $\sigma$ , a mărimii întâmplătoare  $x$ , în raport cu  $\bar{X}$ :

$$\sigma = \sqrt{D(x)} = \sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2 \cdot \frac{n_i}{N}} \quad (3.17)$$

În cazul sistematizării dimensiunilor sau a abaterilor efective pe intervale și frecvențe, parametrii  $\bar{X}$  și  $\sigma$  se mai pot calcula și cu ajutorul relațiilor:

$$\bar{X} = M_0 + a \frac{\sum \frac{x_i - M_0}{a} n_i}{N} \quad (3.18)$$

$$\sigma = a \sqrt{\left( \frac{x_i - M_0}{a} \right)^2 n_i - \left( \frac{\bar{x} - M_0}{a} \right)^2} \quad (3.19)$$

în care:

$M_0$  – este valoarea arbitrară, egală cu  $x_i$  pentru care frecvența  $n_i$  este maximă; se mai numește și mediană; în cazul considerat în tabelul 3.1,  $M_0 = 50,0125$  mm;

$a$  – amplitudinea intervalului de dimensiuni (diferența dintre valorile medii la două intervale cunoscute, consecutive, sau diferența dintre valorile

limită ale intervalului de dimensiuni considerat);  $a = 0,005 \text{ mm}$ ;

$\bar{X}$  - media ponderată a erorilor, care corespunde de regulă, maximului curbei de distribuție și se mai numește și coeficient de justete a prelucrării;

$\sigma$  - abaterea medie practică ce se mai numește și indice de dispersie (împrăștiere) care indică gradul de precizie al prelucrării. Cu cât  $\sigma$  este mai mic, cu atât precizia de prelucrare este mai ridicată și invers.

Pentru mărimile continui formulele de mai sus prezintă unele deosebiri pe care nu le prezentăm în acest curs, deoarece interesează mai puțin, întrucât dimensiunile și abaterile efective sunt mărimi discontinui (măsurate cu mijloace de control care au caracteristic o anumită valoare a diviziunii).

Punctele de inflexiune  $i_1$  și  $i_2$  (fig.3.7) sunt distanțate la valoarea  $(-\sigma)$  și respectiv la  $(+\sigma)$ . Ele separa regiunea cu frecvențe mari de regiunile laterale cu frecvențe mici.

Probabilitatea totală, de găsim a oricărei valori a mărimii întâmplătoare  $x$  se determină cu ajutorul relației:

$$P_r = P(-\infty < x < +\infty) = \int_{-\infty}^{+\infty} y dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \cdot \frac{dx}{\sigma} = 1(100\%) \quad (3.20)$$

în relația (3.20) înlocuind

$$z = \frac{x}{\sigma} \quad (3.21)$$

se obține o funcție  $\Phi(z)$ :

$$\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{z^2}{2}} \cdot dz = 1(100\%) \quad (3.22)$$

Relațiile de calcul ale probabilităților totale (3.20) și (3.22) ne sunt de mare utilitate la calculul probabilităților parțiale (pentru anumite porțiuni din curba de distribuție a erorilor).

De exemplu, probabilitatea obținerii mărimii întâmplătoare  $x$  cu valori cuprinse între  $x_1$  și  $x_2$  (fig. 3.7) se determină cu relația:

$$P(x_1 < x < x_2) = \text{aria}A_1 = \int_{x_1}^{x_2} y \cdot dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{x_1}^{x_2} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \cdot \frac{dx}{\sigma} < 1 \quad (3.23)$$

în care,  $x_{A1}$  reprezintă abscisa corespunzătoare ariei  $A_1$  (fig.3.7).

În relația (2.23) notând;

$$z_{A_1} = \frac{x_{A_1}}{\sigma} = \frac{x_2 - x_1}{\sigma} \quad (3.24)$$

în care,  $z_{A1}$  exprimă variabila  $z$  corespunzătoare ariei  $A_1$ , relația (3.23) devine o funcție  $\Phi(z_{A_1})$ :

$$P(x_1 < x < x_2) = A_1 = \Phi(z_{A_1}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{x_1}^{x_2} e^{-\frac{z^2}{2}} \cdot dz_{A_1} \quad (3.25)$$

În relația de calcul (3.24) a variabilei  $Z_{A1}$ , mărimile  $x_1$ ,  $x_2$  și  $\sigma$ , fiind cunoscute ca date ale problemei luată în considerație, înseamnă că pentru  $Z_{A1}$ , se poate calcula o valoare bine determinată. În funcție de această valoare dintr-o  $\Phi(z)$  (tabel 3.2) se poate lua direct valoarea funcției  $\Phi(z_{A_1})$ , calculându-se astfel probabilitatea care ne interesează în exemplul luat.

Relațiile de calcul prezentate, corespunzător situației prezentate în figura 3.7 sunt variabile pentru cazul când  $\bar{x} = 0$ , cazul măsurării pieselor cu ajutorul aparatelor comparatoare, reglate la zero pentru o dimensiune egală cu  $d_{med}$  prescris sau reglate pentru dimensionarea nominală, dacă abaterile prescrise sunt simetrice față de nominal ( $\varnothing 50 \pm 0,05$ ).

În cazul când  $\bar{x} \neq 0$ , cazul cel mai frecvent în practica industrială, curba de distribuție se prezintă ca în figura 3.8.

Expresie analitică a curbei de distribuție este asemănătoare celei pentru cazul precedent și anume:

$$y = f(x) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x_i - \bar{x})^2}{2\sigma^2}} \quad (3.26)$$

Schimbarea de variabilă, procedând în același mod arătat în cazul anterior, va fi:

$$Z = \frac{x_i - \bar{x}}{\sigma} \quad (3.27)$$

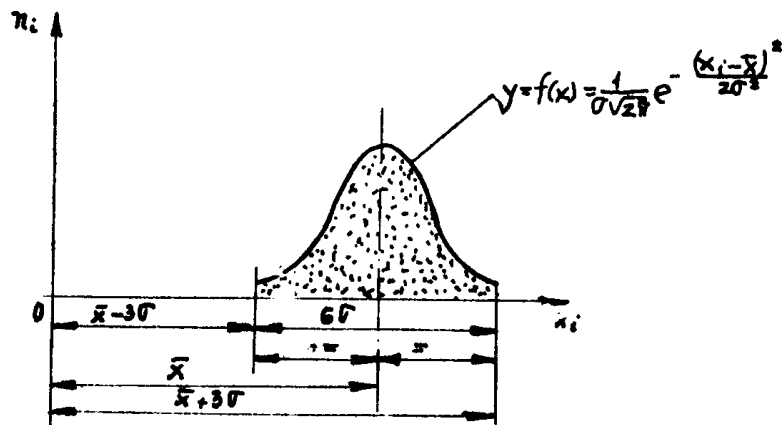
În rest, ca și în cazul precedent ( $\bar{x} = 0$ ), se obține o funcție  $\phi(z)$  a cărei valoare se ia direct din tabelul 2.2, în funcție de valoarea calculată pentru  $z$  cu relația (3.27).

În ambele cazuri, ramurile curbei de distribuție fiind asimptotice la axa absciselor (merg de la  $-\infty$  la  $+\infty$ ), cu suficientă precizie, se va lua în considerație numai o porțiune din curbă, egală cu  $6\sigma$ . Acestei porțiuni îi corespunde probabilitatea totală  $P'_T \cong 0,9973$ , adică aproximativ 99,73% din totalul valorilor mărimii pentru care s-a trasat curba de distribuție, ceea ce practic se poate considera 100%.

Intervalul de încredere va fi dat de relația:

$$P\left[\left(\bar{x} - 3\sigma\right) \leq x \leq \left(\bar{x} + 3\sigma\right)\right] = 1 - \alpha \quad (3.27')$$

în care,  $\bar{x} - 3\sigma$  și  $\bar{x} + 3\sigma$  fiind limitele inferioară și superioară ale intervalului de încredere denumit limite de încredere.



Probabilitatea de depășire a intervalului de încredere,

$$\alpha = P_T - P'_T = 1 - 0,9973 = 0,0027 \Rightarrow (0,27\%) \quad (3.28)$$

Ca urmare,

$$1 - \alpha = 1 - 0,0027 = 0,9973 \Rightarrow (99,73\%) \quad (3.29)$$

În concluzie,

$$P[(x - 3\sigma) \leq x \leq (x + 3\sigma)] = 1 - \alpha = 99,73\% \quad (3.30)$$

Porțiunea  $6\sigma$  din curba de distribuție se numește precizie caracteristică a procedului de prelucrare.

Fiecărui procedeu de prelucrare sau de control, fiecărei mașini unelte, și respectiv fiecărui mijloc de control îi este caracteristic un anumit  $6\sigma$  (o anumită precizie caracteristică sau cu alte cuvinte, un anumit câmp de împrăștiere al erorilor de prelucrare sau al erorilor de măsurare).

## CAPITOLUL IV.

### LANȚURI DE DIMENSIUNI

#### 4.1. Calculul cu mărimi tolerate.

##### 4.1.1. Metoda de maxim și minim.

Fie de adunat expresia:

$$x_{\Sigma} = x_1 + x_2 + x_3 \quad (4.1)$$

în care  $x_{i=1,2,3}$  este o mărime tolerată (prevăzută cu abateri) *componentă*;

$x_{\Sigma}$  - mărimea *rezultanta*.

Rezultatul de valoare maximă se obține, în mod evident, dacă se adună valorile maxime ale tuturor termenilor sumei, iar rezultatul de valoare minimă - pentru valorile minime ale termenilor componenți:

$$x_{\Sigma \max} = x_{1 \max} + x_{2 \max} + x_{3 \max} \quad (4.2)$$

$$x_{\Sigma \min} = x_{1 \min} + x_{2 \min} + x_{3 \min} \quad (3.3)$$

Conform relației (4.1), toleranța mărimii rezultante va fi:

$$T_{\Sigma} = x_{\Sigma \max} - x_{\Sigma \min} \quad (4.4)$$

Dacă unii termeni sunt negativi, de exemplu:

$$x_{\Sigma} = x_1 - x_2 + x_3 \quad (4.5)$$

atunci rezultatul de valoare maximă se obține dacă se consideră valorile maxime ale termenilor pozitivi și valorile minime ale termenilor negativi, iar rezultatul de valoare minimă - pentru valorile minime ale termenilor pozitivi și valorile maxime ale termenilor negativi :

$$x_{\Sigma \max} = x_{1 \max} - x_{2 \max} + x_{3 \max}; \quad (4.6)$$

$$X_{\Sigma \min} = X_1 \min - X_2 \min + X_3 \min. \quad (4.7)$$

De exemplu :

$$\begin{aligned} a. \quad x_{\Sigma} &= 10_{-0,2}^{+0,1} + 15_{+0,1}^{+0,2} + 20_{-0,2}^{-0,1}; \\ x_{\Sigma \max} &= 10,1 + 15,2 + 19,9 = 45,2; \\ x_{\Sigma \min} &= 9,8 + 15,1 + 19,8 = 44,7; \\ T_{\Sigma} &= 45,2 - 44,7 = 0,5. \end{aligned}$$

Toleranțele celor trei termeni componenți ai sumei, conform relației (4.9) sau (4.10), sunt :

$$\begin{aligned} T_{10} &= +0,1 - (-0,2) = 0,3; \\ T_{15} &= +0,2 - (+0,1) = 0,1; \\ T_{20} &= -0,1 - (-0,2) = 0,1; \end{aligned}$$

adunate cele trei, dau pe

$$T_{\Sigma} = T_{10} + T_{15} + T_{20} = 0,3 + 0,1 + 0,1 = 0,5.$$

Aceasta observație este importantă. Se poate scrie deci:

$$T_{\Sigma} = \sum_{i=1}^n T_i \quad (4.8)$$

unde  $T_i$  este toleranța mărimii componente de ordin  $i$ .

$$\begin{aligned} b. \quad x_{\Sigma} &= 10_{-0,2}^{+0,1} - (15_{+0,1}^{+0,2}) + 20_{-0,2}^{-0,1}; \\ x_{\Sigma \max} &= 10,1 - 15,1 + 19,9 = 14,9; \\ x_{\Sigma \min} &= 9,8 - 15,2 + 19,8 = 14,4; \\ T_{\Sigma} &= 14,9 - 14,4 = 0,5; \end{aligned}$$

Ca și la exemplul precedent:

$$T_{10} = 0,3; T_{15} = 0,1; T_{20} = 0,1;$$

rezultă:



$$T_{\Sigma} = 0,3 + 0,1 + 0,1 = 0,5$$

adică se confirmă relația (3.8).

$$c. \quad 10_{-0,2}^{+0,1} + x = 25_{-0,2}^{+0,3}.$$

Se pune problema să se determine  $x$ , așa fel ca adunat cu  $10_{-0,2}^{+0,1}$ , să dea  $25_{-0,2}^{+0,3}$ . O primă observație:  $T_{10} = 0,3$  și  $T_{25} = 0,5$ ; rezultă ca  $T_x = 0,2$ .

Într-adevăr :

$$10,1 + x_{\max} = 25,3 ; x_{\max} = 15,2 ;$$

$$9,8 + x_{\min} = 24,8 ; x_{\min} = 15,0 ;$$

$$T_x = x_{\max} - x_{\min} = 15,2 - 15,0 = 0,2.$$

**Observație.** Datorită existenței relației (4.8), nu este permis să se schimbe între ei un termen component cu o mărime rezultantă, deoarece mărimea rezultantă are o toleranță mai mare decât mărimea componentă.

De exemplu, dacă mai sus se face greșeală ca  $x$  să se treacă la rezultat, atunci se obține:

$$x = 25_{-0,2}^{+0,3} - (10_{-0,2}^{+0,1});$$

sau

$$x_{\max} = 25,3 - 9,8 = 15,5 ;$$

$$x_{\min} = 24,8 - 10,1 = 14,7 ;$$

$$T_x = x_{\max} - x_{\min} = 15,5 - 14,7 = 0,8$$

adică o valoare a lui  $x$  cu totul eronată.

#### 4.1.2. Algebra dimensiunilor (metoda prof. I.Lazarescu).

După cum s-a arătat la formula (4.11), scrierea simbolică a mărimilor tolerate reprezintă condensarea într-o expresie a două sume neefectuate. Ca urmare, pentru rezolvarea unei sume de mărimi tolerate, este necesar să se efectueze cele două rânduri de sume neefectuate. Bineînțeles, se va ține seama că semnul minus în fața unei paranteze schimbă semnele tuturor termenilor din paranteză (valori nominale sau abateri), iar odată abaterea schimbându-și semnul, trebuie să-și schimbe și locul (din abatere superioară devine abatere inferioară și invers), deoarece trebuie respectată observația că abaterea superioară corespunde valorii maxime, iar abaterea inferioară - valorii minime (convenția care trebuie neapărat respectată).

De exemplu, fie de rezolvat :

$$x_{\Sigma} = 10_{-0,2}^{+0,1} - (15_{+0,1}^{+0,2}) + 20_{-0,2}^{-0,1},$$

Desfăcând paranteza, se obține :

$$x_{\Sigma} = 10_{-0,2}^{+0,15} - 15_{-0,2}^{-0,1} + 20_{-0,2}^{-0,1},$$

adică:

$$x_{\Sigma} = (10 - 15 + 20)_{-0,2-0,2-0,2}^{+0,1-0,1-0,1} = 15_{-0,6}^{-0,1},$$

Se observă că  $x_{\Sigma \max} = 14,9$  și  $x_{\Sigma \min} = 14,4$ , adică tocmai valorile găsite la exemplul *b* de la metoda de maxim și minim.

În mod similar se rezolvă exemplul *c*:

$$10_{-0,2}^{+0,1} + x = 25_{-0,2}^{+0,3};$$

$$(10 + N_x)_{-0,2+A_{ix}}^{+0,1+A_{sx}} = 25_{-0,2}^{+0,3};$$

sau:

$$\begin{aligned}
10 + N_x &= 25; N_x = 15; \\
+0,1 + A_{sx} &= +0,3; A_{sx} = +0,2; \\
-0,2 + A_{ix} &= -0,2; A_{ix} = 0.
\end{aligned}$$

respectiv:

$$x = 15_{+0,1}^{+0,2}$$

adică aceeași valoare găsită și prin metoda de maxim și minim.

O atenție deosebită trebuie acordată când  $x$  este negativ:

$$x_{+0,1}^{+0,2} - x = 5_{-0,3}^{-0,1},$$

adică:

$$15_{+0,1}^{+0,2} - \left( N_x \frac{A_{sx}}{A_{ix}} \right) = 5_{-0,3}^{-0,1}.$$

Desfășcând paranteza:

$$15_{+0,1}^{+0,2} - N_x \frac{A_{sx}}{A_{ix}} = 5_{-0,3}^{-0,1}$$

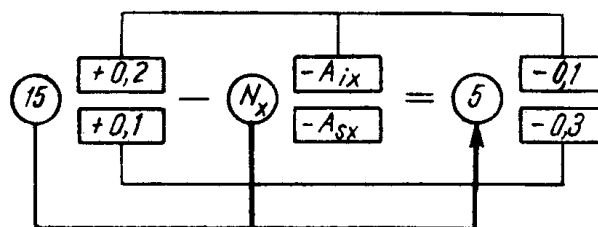
sau:

$$\begin{aligned}
15 - N_x &= 5; -N_x = 10; N_x = 10; \\
+0,2 - A_{ix} &= -0,1; -A_{ix} = -0,3; A_{ix} = +0,3; \\
+0,1 - A_{sx} &= -0,3; -A_{sx} = -0,4; A_{sx} = +0,4,
\end{aligned}$$

adică:

$$x = 10_{+0,3}^{+0,4}.$$

Calculul se poate desfășura dintr-o dată (mai ales după o oarecare obișnuință):



Totul este de-a nu se uita, în cazul de față, ca ceea ce s-a găsit este -  
 $x$ , adică:

$$-x = -10_{-0,4}^{-0,3}.$$

Este necesar să se schimbe semnele, pentru obținerea lui  $x$  :

$$x = 10_{+0,3}^{+0,4},$$

Se poate face proba:

$$15_{+0,1}^{+0,2} - \left(10_{+0,3}^{+0,4}\right) = 5_{-0,3}^{-0,1}.$$

**Observație:** În calculele făcute, abaterile s-au adunat și scăzut;  
 toleranțele întotdeauna se adună (fiind mărimi negative), conform (3.8).

#### 4.1.3. Metoda probabilistica.

În practică, în anumite cazuri (se va vedea), se poate pune problema că nu toate elementele considerate într-un calcul vor fi la maxim sau la minim, ci vor avea o valoare aleatorie, adică este necesar să se aplice cele cunoscute de la calculul probabilităților și statistica matematică. Ca urmare, valoarea nominală a dimensiunii rezultante se stabilește ca și la calculul algebric (deoarece valorile nominale nu au o repartiție proprie) :

$$N_{\Sigma} = \sum N_{xi} \quad , \quad (4.9)$$

dar, în ceea ce privește calculul abaterilor, acestea având o repartiție proprie, se aplică cele cunoscute de la statistica matematică.

Conform formulei (2.117), se poate scrie :

$$\sigma_{\Sigma}^2 = \sum_{i=1}^n \sigma_i^2 \quad ,$$

sau

$$\sigma_{\Sigma} = \pm \sqrt{\sum_{i=1}^n \sigma_i^2} \quad , \quad (4.10)$$

în care:

$\sigma_{\Sigma}$  este abaterea medie pătratică a dimensiunii rezultante;

$\sigma_i$  - abaterea medie pătratică a dimensiunii componente de ordinul  $i$ ;

$n$  - numărul de termeni componenți.

Se va introduce un parametru nou: *abaterea relativă medie pătratică*, definit de relația:

$$\lambda = \frac{\sigma}{\frac{R}{z}} = \frac{1}{z} \quad , \quad (4.11)$$

în care  $R$  este amplitudinea, care conform relației are valoarea:

$$R = x_{\max} - x_{\min} \quad .$$

$z$  - raportul dintre jumătatea amplitudinii și abaterea medie pătratică ( $z = 0,5 R/\sigma$ ).

Pentru legea de repartiție *normală*, luată ca *etalon*, conform relației, se poate scrie:

$$0,5 R = 3\sigma \quad ,$$

adică:

$$z = \frac{0,5 R}{\sigma} = 3, \quad (4.12)$$

respectiv:

$$\lambda_e = \frac{1}{3}, \quad (4.13)$$

(indicele  $e$  s-a pus fiind vorba de o repartiție etalon).

Deoarece amplitudinea se poate lua egală cu toleranța - luând în considerare relațiile, adică  $R=T$ , expresia (4.11) devine:

$$\lambda = \frac{\sigma}{0,5T}, \quad (4.14)$$

Un alt parametru, care se va introduce, va fi *coeficientul de împrăștiere relativă*  $k$ :

$$k = \frac{\lambda}{\lambda_e}, \quad (4.15)$$

în care:  $\lambda$  - este abaterea relativă medie pătratică pentru legea de repartiție considerată;

$\lambda_e$  - abaterea relativă medie pătratică pentru legea de repartiție normală (etalon).

Luând în considerare expresiile (4.13) și (4.11), relația (4.15) devine:

$$k = 3\lambda = 3 \frac{\sigma}{\frac{R}{2}} = \frac{6\sigma}{R}. \quad (4.16)$$

Pe baza relației (4.14), se poate scrie:

$$\sigma_{\Sigma} = 0,5\lambda_{\Sigma} T_{\Sigma} \quad \text{și} \quad \sigma_i = 0,5\lambda_i T_i$$

în care:  $\sigma_{\Sigma,i}$ ,  $\lambda_{\Sigma,i}$ ,  $T_{\Sigma,i}$ , sunt mărimi ce se referă la dimensiunea rezultantă  $x_{\Sigma}$ ,  
respectiv dimensiunea componentă  $x_i$ .

Ca urmare, relația (4.10) devine:

$$T_{\Sigma} = \frac{1}{\lambda_{\Sigma}} \sqrt{\sum_{i=1}^n \lambda_i^2 T_i^2}, \quad (4.17)$$

**Observație:** În fața radicalului se ia semnul plus, având în vedere că toleranța este o mărime real negativă.

Ținând seama că, conform relației (4.15), se poate scrie:

$$\lambda_{\Sigma} = k_{\Sigma} \lambda_e \quad \text{și} \quad \lambda_i = k_i \lambda_e;$$

formula (3.17) devine:

$$T_{\Sigma} = \frac{1}{k_{\Sigma}} \sqrt{\sum_{i=1}^n k_i^2 T_i^2}. \quad (3.18)$$

Coeficientul de împrăștiere  $k_i$  se determină practic sau se cunoaște din alte cazuri similare. Atunci când nu se cunoaște repartiția elementelor componente, se poate considera repartiția uniformă.

Pentru  $k_{\Sigma}$  se poate lua :

- repartiție după triunghi isoscel (Simpson), în cazul unei sume de două mărimi aleatorii, fiecare după legea de repartiție uniformă;
- apropiat de repartiția normală, în cazul unei sume de trei sau mai multe mărimi aleatorii, fiecare după legea de repartiție uniformă;
- apropiat de repartiție normală, în cazul unei sume de două sau mai multe mărimi aleatorii, fiecare după legea de repartiție triunghi isoscel;

- repartiție normală, în cazul unei sume de mărimi aleatorii, fiecare după legea de repartiție normală.

Atunci când mărimea rezultantă este după legea repartiției normale, conform relației (4.15), se obține

$$k_{\Sigma} = \frac{\lambda_e}{\lambda} = 1. \quad (4.19)$$

La fel coeficientul de asimetrie, dat de relația, va fi:

$$\alpha_{\Sigma} = 0 \quad (4.20)$$

deoarece  $m_{\Sigma} = x_{c\Sigma}$

Dacă intervin și erori sistematice, atunci are loc o deplasare a valorii medii  $m_i$  conform relației (2.41, a):

$$m_i = x_{ci} + \alpha_i \frac{T_i}{2} \quad (4.21)$$

Deoarece valoarea medie a unei sume este egală cu suma algebrică a valorilor medii ale mărimilor componente, se poate scrie:

$$m_{\Sigma} = \sum_{i=1}^n m_i \quad (4.22)$$

Luând în considerare relația (4.21), expresia (4.22) devine :

$$x_{c\Sigma} + \alpha_{\Sigma} \frac{T_{\Sigma}}{2} = \sum_{i=1}^n \left( x_{ci} + \alpha_i \frac{T_i}{2} \right)$$

sau

$$x_{c\Sigma} = \sum_{i=1}^n \left( x_{ci} + \frac{T_i}{2} \right) - \alpha_{\Sigma} \frac{T_{\Sigma}}{2} \quad (4.23)$$

Coeficientul  $\alpha_{\Sigma}$  se poate lua nul, deoarece, la însumarea abaterilor distribuite simetric sau chiar la însumarea unor abateri omogene cu



repartiție asimetrică, se poate admite că repartiția tinde către o repartiție simetrică

. În acest caz, relația (4.23) devine:

$$x_{c\Sigma} = \sum \left( x_{ci} + \alpha_i \frac{T_i}{2} \right) \quad (4.24)$$

în care suma este algebrică.

Cunoscându-se  $x_{c\Sigma}$ , abaterile mărimii rezultante vor fi (fig. 4.1) :

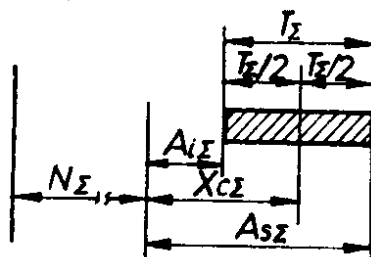


Fig.4.1.

$$\begin{aligned} A_{i\Sigma} &= x_{c\Sigma} + \frac{T_\Sigma}{2} \\ A_{i\Sigma} &= x_{c\Sigma} - \frac{T_\Sigma}{2} \end{aligned} \quad (4.25)$$

Formulele (4.9), (4.18), (4.24) și (4.25) servesc la rezolvarea unui calcul pe cale probabilistică.

*Exemple :*

a. 
$$X_\Sigma = 10^{+0,1}_{-0,2} - (15^{+0,2}_{+0,1}) + 20^{+0,1}_{-0,2}$$

Se va considera, pentru simplificare:  $k_i = k_\Sigma = 1$ ,  $\alpha_i = \alpha_\Sigma = 0$ . Se obține succesiv:

$$X_\Sigma = N_{10} + N_{15} + N_{20} = 10 - 15 + 20 = 15 \text{ mm};$$

$$T_{\Sigma} = \frac{1}{k_{\Sigma}} \sqrt{\sum_{i=1}^3 k_i^2 T_i^2} = \frac{1}{1} \sqrt{1^2 T_{10}^2 + 1^2 T_{15}^2 + 1^2 T_{20}^2} = \sqrt{0,3^2 + 0,1^2 + 0,1^2} \approx 0,332 \text{ mm};$$

$$x_{c\Sigma} = \sum_{i=1}^3 \left( x_{ci} + \alpha_i \frac{T_i}{2} \right) = \left( x_{c10} + 0 \frac{T_{10}}{2} \right) - \left( x_{c15} + 0 \frac{T_{15}}{2} \right) + \left( x_{c20} + 0 \frac{T_{20}}{2} \right) = -0,05 - 0,15 - 0,15 = -0,35 \text{ mm};$$

(semnul minus din fața celei de-a doua paranteze se datorește semnului negativ al celui de-al doilea termen al sumei);

$$A_{i\Sigma} = x_{c\Sigma} + \frac{T_{\Sigma}}{2} = -0,35 + \frac{0,332}{2} = -0,184 \text{ mm};$$

$$A_{i\Sigma} = x_{c\Sigma} - \frac{T_{\Sigma}}{2} = -0,35 - \frac{0,332}{2} = -0,516 \text{ mm};$$

$$X_{\Sigma} = (N_{\Sigma})_{+A_{\Sigma}}^{+A_{\Sigma}} = 15_{-0,516}^{-0,184} \text{ mm}.$$

Se observă că toleranța elementului rezultat obținută este mai mică decât cea găsită pe cale algebrică și este simetrică față de aceasta.

$$b. \quad 10_{-0,2}^{+0,1} + x = 25_{-0,3}^{+0,3};$$

$$N_{10} + N_x = N_{25}, \quad 10 + N_x = 25, \quad N_x = 15 \text{ mm};$$

$$T_{\Sigma} = 0,5 = \frac{1}{k_{\Sigma}} \sqrt{\sum_{i=1}^2 k_i^2 T_i^2} = \frac{1}{1} \sqrt{1^2 T_{10}^2 + 1^2 T_x^2} = \sqrt{0,3^2 + T_x^2}$$

sau

$$T_x = \sqrt{0,5^2 - 0,3^2} = 0,4 \text{ mm};$$

$$x_{c\Sigma} = +0,05 = \sum_{i=1}^2 \left( x_{ci} + \alpha_i \frac{T_i}{2} \right) = \left( x_{c10} + 0 \frac{T_{10}}{2} \right) + \left( x_{cx} + 0 \frac{T_x}{2} \right) = -0,05 + x_{cx},$$

de unde

$$x_{c\Sigma} = +0,05 + 0,05 = 0,1 \text{ mm};$$

$$A_{sx} = x_{cx} + \frac{T_x}{2} = +0,1 + \frac{0,4}{2} = +0,3 \text{ mm};$$

$$A_{ix} = x_{cx} - \frac{T_x}{2} = +0,1 - \frac{0,4}{2} = -0,1 \text{ mm};$$

$$x = (N_x)_{+A_{ix}}^{+A_{sx}} = 15_{-0,1}^{+0,3} \text{ mm}.$$

Comparându-se cu rezultatele găsite algebric, se observă că toleranța elementului component  $T_x$  stabilită probabilistic este mai mare decât cea stabilită algebric și simetrică cu aceasta.

**Observație.** În exemplul *a* era vorba de toleranța elementului *rezultant*  $T_\Sigma$ , iar în exemplul *b* este vorba de toleranța elementului *component*  $T_x$  (comentarii se vor da ulterior).

## 4.2. Rezolvarea lanțurilor de dimensiuni.

### 4.2.1. Lanțuri de dimensiuni liniare paralele.

Prin lanț de dimensiuni se înțelege un ansamblu de dimensiuni liniare sau unghiulare, care formează un contur închis (de exemplu, lanțul de dimensiuni liniare paralele din figura 3.2, care stabilește jocul  $J$  al unei asamblări).

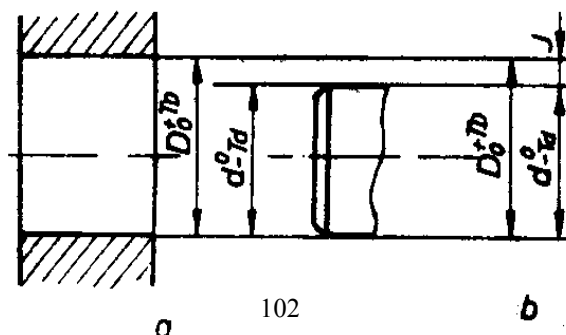


Fig.4.2.

**Observație: I**

În desenul produsului finit, jocul nu se trece; acesta este un element care rezultă. Ca urmare, în desene nu se va cota astfel încât să se închidă lanțul de dimensiuni, deoarece nu se va ști care element trebuie să rezulte.

Parametrul care asigură funcționarea ansamblului și care trebuie să rezulte la o anumită valoare, impusă de buna funcționare, este în exemplul considerat (fig.4.2), jocul  $J$ . Ca urmare, dimensiunea  $J$  se va pune la rezultat:

$$J = D_0^{+T_d} - \left( d_{-T_d}^0 \right) \quad (4.26)$$

Elementele  $D_0^{+TD}$  și  $d_{-Td}^0$  sunt *elemente componente* ale lanțului de dimensiuni; elementul  $J$  este *elementul rezultat (elementul de închidere)* al lanțului de dimensiuni.

Se observă că există mai multe elemente componente, dar nu singurul element rezultat. Iată, de ce, pentru scrierea corectă a *ecuației lanțului de dimensiuni*, este bine a se urmări mai întâi care este elementul ce trebuie să rezulte (și care se pune la rezultat), iar toate celelalte elemente vor fi elemente componente.

Așa după cum s-a mai spus, se pot schimba între ei termenii componenți (comutativitate), dar nu se poate schimba un termen component cu termenul rezultat.

Găsirea ecuației (4.26), în exemplul considerat a fost simplă. Sunt însă cazuri când lanțul de dimensiuni este mai complicat (fig.4.3). În această

situație, se va lua un punct de plecare oarecare 0 și un sens oarecare de parcurgere a lanțului de dimensiuni (notat prin săgeata curbilinie); de

asemenea, se va alege de exemplu sensul pozitiv la parcurgerea în sus a unui element și sensul negativ - în jos (sau invers).

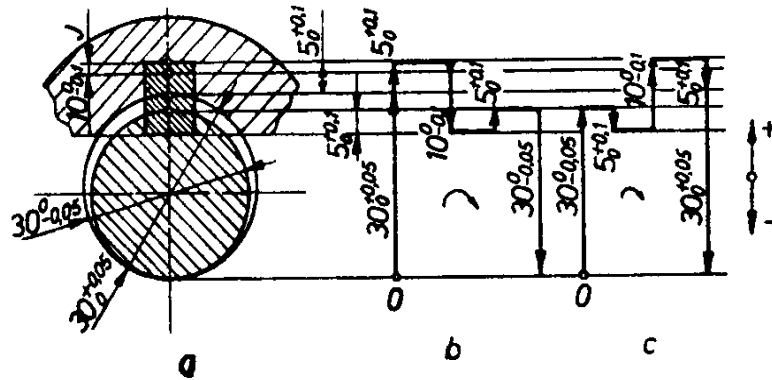


Fig.4.3.

**Observație:** La elaborarea lanțului de dimensiuni, se poate porni cu oricare din elementele lanțului (de exemplu variantele *a*, *b* etc. din fig. 4.3).

Considerând varianta *b* (fig. 4.3, *b*) ecuația lanțului de dimensiuni va fi:

$$30^{+0,05}_0 + 5^{+0,1}_0 - J - (10^0_{-0,1}) + 5^{+0,1}_0 - (30^0_{-0,05}) = 0.$$

Luându-se în analiză rolul funcțional al elementelor lanțului, se izolează elementul rezultat (punându-se la rezultat):

$$J = 30^{+0,05}_0 + 5^{+0,1}_0 - (10^0_{-0,1}) + 5^{+0,1}_0 - (30^0_{-0,05})$$

Aplicând, de exemplu, algebra dimensiunilor, se găsește:

$$J = (30 + 5 - 10 + 5 - 30)^{+0,05+0,1+0,1+0,05}_0 = 0^{+0,4}_0 \text{ m.}$$

Așa cum s-a cotate asamblarea cu pană, aceasta s-a făcut conform STAS 1004 -71. Se observă că lanțul de dimensiuni are 5 elemente componente - ceea ce este prea mult pentru o asamblare cu 3 piese [31, p. 95]. Dacă se cotează după varianta din figura 4.4 [31], lanțul de dimensiuni va avea numai 3 elemente componente:

$$25_{-0,1}^0 + 10_{-0,1}^0 + J - (35_{-0,1}^{+0,1}) = 0.$$

respectiv

$$J = 35_{-0,1}^{+0,1} - (25_{-0,1}^0) - (10_{-0,1}^0) = 0_0^{+0,3} \text{ mm.}$$

Ca urmare, cotarea din figura 3.4 permite *construirea de lanțuri de dimensiuni formate din numărul minim posibil de elemente componente* - ceea ce trebuie întotdeauna urmărit în cotare

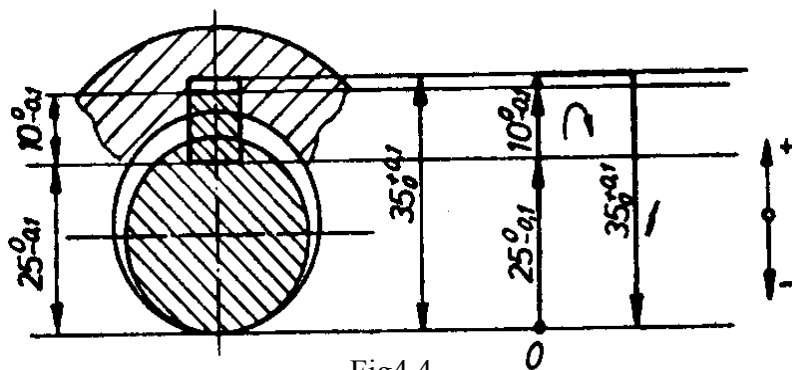


Fig4.4.

Într-adevăr, dacă jocul permis este de exemplu  $J = 0_0^{+0,4}$  mm (așa cum a rezultat în cotarea din fig. 4.3), atunci, în cazul cotării mai raționale din figura 4.4, se poate încă mări toleranțele elementelor componente, de exemplu:

$$J = 35_{-0,1}^{+0,2} - (25_{-0,1}^0) - (10_{-0,1}^0) = 0_0^{+0,4} \text{ mm.}$$

Orice mărire a unor toleranțe componente, în cadrul limitelor admise de lanțul de dimensiuni, aduce ieftinirea fabricației. Așadar, ultima cotare (fig. 4.4) este superioară cotării date în STAS 1004 -71 (care corespunde, de fapt, cu recomandarea ISO/R 773 din ianuarie 1989\*).

Dacă se aplică metoda probabilistică în rezolvarea ultimei ecuații, se găsește succesiv (luând  $k_{\Sigma} = k_i = 1$ ;  $\alpha_{\Sigma} = \alpha_i = 0$ ):

$$J = 35^{+0,2}_0 - (25^0_{-0,1}) - (10^0_{-0,1})$$

$$N_j = N_{35} - N_{25} - N_{10} = 35 - 25 - 10 = 0 \text{ mm};$$

$$T_{\Sigma} = \frac{1}{k_{\Sigma}} \sqrt{\sum_{i=1}^3 k_i^2 T_i^2} = \frac{1}{1} \sqrt{1^2 0,2^2 + 1^2 0,1^2 + 1^2 0,1^2} = 0,2 \text{ mm};$$

adică o toleranță mai mică, putându-se mări toleranțele elementelor componente - pentru a obține  $J = 0,4$ :

$$J = 35^{+0,2}_0 - (25^0_{-0,2}) - (10^0_{-0,2})$$

$$T_{\Sigma} = \sqrt{0,2^2 + 0,2^2 + 0,2^2} = 0,346 \approx 0,35 \text{ mm}.$$

Se trage concluzia că *aplicarea calculului probabilistic, peste tot unde aceasta este permisă, constituie o metodă mai economică.*

În cadrul lanțurilor de dimensiuni, se va mai analiza un caz: *schimbarea bazei de cotare.*

Fie, de exemplu, desenul produsului finit din figura 3.5. Se observă că există 3 baze funcționale: BF<sub>1</sub>, BF<sub>2</sub> și BF<sub>3</sub> de la care pleacă cotele piesei, pe cele trei direcții.

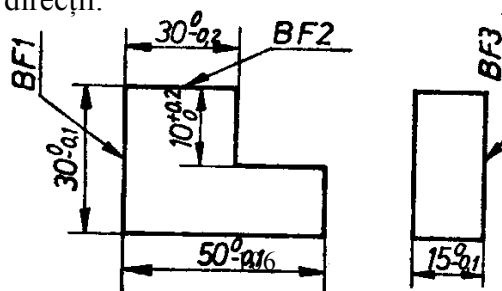


Fig.4.5.

La execuție, la operația de frezare (fig. 4.6), baza tehnologică  $BT_2$  nu corespunde cu baza funcțională  $BF_2$  (deoarece pe mașina-unealtă; se execută cota  $x$ , cuprinsă între baza de așezare a piesei pe mașina-unealtă  $BT_2$  și scula - care, la rândul său, este fixată pe mașina-unealtă; lucrurile se petrec ca și cum dimensiunea  $x$  sa-r găsi între două valțuri de laminor așezate la distanța  $x$  - adică ceea ce se execută este dimensiunea  $x$ ).

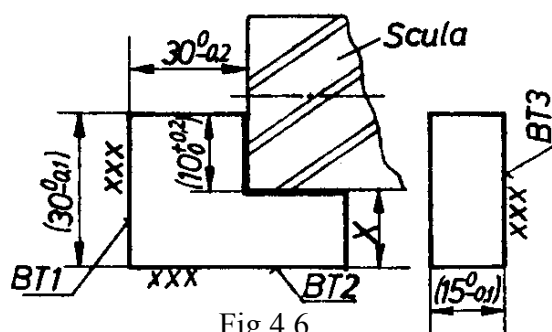


Fig.4.6.

Este necesar să se determine dimensiunea  $x$  așa fel ca piesa să rezulte la dimensiunea prescrisă  $10_{+0,2}^{+0,2}$  (fig. 4.6). Ca urmare, dimensiunea  $10_{+0,2}^{+0,2}$  se va pune la rezultat:

$$10_{+0,2}^{+0,2} = 30_{-0,1}^{+0,2} - x.$$

La rezolvarea algebrică, se găsește:

$$-x = -20_{+0,1}^{+0,2},$$

adică:



$$x = 20 \begin{smallmatrix} -0,1 \\ -0,2 \end{smallmatrix} \text{ mm.}$$

Prin metoda probabilistică (pentru  $k^\Sigma = k_I = 1$ ;  $\alpha_\Sigma = \alpha_i = 0$ ):

$$10 = 30 - N_x, N_x = 20 \text{ mm};$$

$$T_\Sigma = 0,2 = \sqrt{0,1^2 + T_x^2}, T_x = \sqrt{0,2^2 - 0,1^2} = 0,173 \text{ mm};$$

$$x_{c\Sigma} = 0,1 = \left( x_{c30} + 0 \frac{T_{30}}{2} \right) - \left( x_{cx} + 0 \frac{T_x}{2} \right);$$

$$0,1 = -0,05 - x_{cx}; \quad x_{cx} = -0,15 \text{ mm};$$

$$A_{sx} = x_{cx} + \frac{T_x}{2} = -0,15 + \frac{0,173}{2} = -0,0635;$$

$$A_{ix} = x_{cx} - \frac{T_x}{2} = -0,15 - \frac{0,173}{2} = -0,2365;$$

$$x = 20 \begin{smallmatrix} -0,0635 \\ -0,2365 \end{smallmatrix} \text{ mm,}$$

Comparând cele două toleranțe, obținute algebric și probabilistic, se vede că toleranța  $T_x = 0,173 \text{ mm}$  găsită probabilistic este mai mare decât toleranța  $T_x = 0,1$  determinată algebric. Aceasta înseamnă că elementul component  $x$  al lanțului de dimensiuni se execută mai ieftin, adică, și în acest caz, metoda probabilistică este mai economică.

Cele două câmpuri de toleranță stabilite algebric sau probabilistic se suprapun simetric - ceea ce poate constitui o verificare a calculelor făcute.

**Observație:** În exemplul din figura 4.4, s-a găsit pentru elementul rezultat o toleranță mai mică, adică elementele *componente* pot avea toleranțe mai mari. În exemplul din figura 4.6, s-a găsit pentru elementul *component* o toleranță mai mare. Ca urmare, în ambele cazuri este vorba de

toleranța elementelor *componente* care poate fi mai mare - la rezolvarea probabilistică.

Alegerea metodei de rezolvare a lanțurilor de dimensiuni este o problemă ce aparține proiectantului (de mașini sau procese tehnologice). Ca urmare nu se va insista asupra acesteia..

#### 4.2.2. Lanțuri de dimensiuni liniare neparalele.

Fie lanțul de dimensiuni din figura 4.7. Pentru rezolvare, se proiectează toate elementele componente pe direcția elementului rezultat:

$$x_{\Sigma} = x_1 \cos (90 - \alpha) + x_2 + \cos \alpha.$$

Dacă se notează  $\cos (90 - \alpha) = A_1$  și  $\cos \alpha = A_2$ , atunci se obține :

$$x_{\Sigma} = A_1 x_1 + A_2 x_2 = \sum_{i=1}^n A_i x_i, \quad (4.27)$$

în care  $A_i$  joacă rolul unui *raport de transfer*. (Este important să se urmărească semnele elementelor componente).

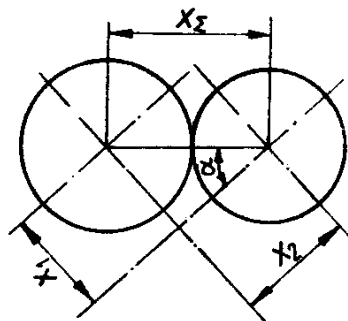


Fig.4.7.

**Exemplu :** Fie  $x_1 = 173,2 \pm 0,07$  mm;  $x_2 = 100 \pm 0,07$  mm și  $\alpha = 60$ . Rezultă:

$$A_1 = \cos(90 - \alpha) = \cos 30 \approx 0,866 \text{ și } A_2 = \cos \alpha = \cos 60 \approx 0,5 .$$

Pe cale algebrică:

$$x_\Sigma = A_1 x_1 + A_2 x_2 = 0,866 (173,2 \pm 0,07) + 0,5 (100 \pm 0,07) = \\ = (150 \pm 0,06) + (50 \pm 0,035) = \pm 200 \pm 0,095 \text{ mm}$$

Pe cale probabilistică:

(pentru  $k_\Sigma = k_i = \alpha_\Sigma = \alpha_i = 0$ ):

$$T_\Sigma = \frac{1}{k_\Sigma} \sqrt{\sum A_i^2 k_i^2 T_i^2} = \sqrt{\sin^2 60^\circ 1^2 140^2 + \cos^2 60^\circ 1^2 140^2} =$$

$$= \sqrt{140^2 (\sin^2 60^\circ + \cos^2 60^\circ)} = \sqrt{140^2} = 140 \mu\text{m} = 0,14 \text{ mm};$$

$$x_{c\Sigma} = A_1 \left( x_{c1} + \alpha_1 \frac{T_1}{2} \right) + A_2 \left( x_{c2} + \alpha_2 \frac{T_2}{2} \right) =$$

$$= 0,866 (0 + 0,07) + 0,5 (0 + 0,07) = 0 \text{ mm};$$

$$A_{i\Sigma} = x_{c\Sigma} + \frac{T_\Sigma}{2} = 0 + \frac{0,14}{2} = +0,07 \text{ mm};$$

$$A_{i\Sigma} = x_{c\Sigma} - \frac{T_\Sigma}{2} = 0 - \frac{0,14}{2} = -0,07 \text{ mm};$$

$$x_\Sigma = (N_\Sigma)_{+A_{i\Sigma}}^{+A_{i\Sigma}} = 200 \pm 0,07 \text{ mm}.$$

#### 4.2.3. Lanțuri de dimensiuni unghiulare.

Se întâlnesc două cazuri :

- 1 - elementele unghiulare au un vârf comun (fig. 4.8);
- 2 - elementele unghiulare nu au același vârf comun (fig. 4.9).

În ambele cazuri se aplică, pentru rezolvarea, pe cale probabilistică, formulele (4.9), (4.18), (4.24) și (4.25), în care se introduce, atunci când este cazul, raportul de transfer  $A_i$ .

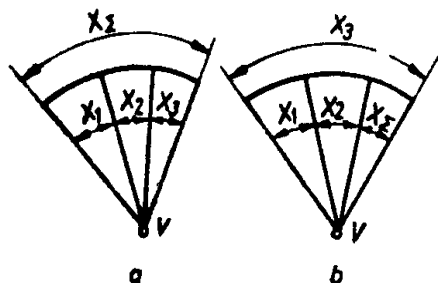


Fig.4.8.

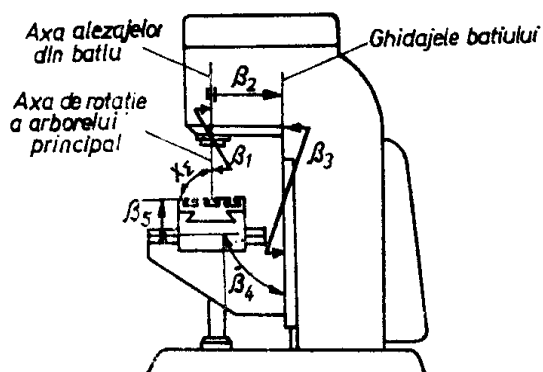


Fig.4.9.

Pentru elementele unghiulare date sub forma de rapoarte - vezi relația - raportul de transfer are valoarea:

$$A_i = \frac{b_i}{b_{\Sigma}},$$

în care: -  $b_i$  este lungimea convențională la care se raportează elementul unghiurilor componente, de ordinul  $i$ ;

$b_{\Sigma}$  - lungimea convențională pentru elementul rezultat.

### 4.3. Rezolvarea lanțurilor de dimensiuni prin metoda sortării.

În cazul când toleranțele elementelor rezultante ale lanțurilor de dimensiuni sunt foarte mici, fiind necesar ca toleranțele elementelor componente ale lanțului să fie și mai mici - ceea ce poate ridica greutatea în

execuție, se utilizează metoda sortării. Aceasta constă, în esență, în (fig. 4.10) :

- mărirea toleranței elementelor componente  $T_i$  de  $n$  ori, astfel încât toleranțele obținute:  $T'_i = nT_i$  să fie economice;
- execuția elementelor la toleranțele  $T'_i$  (dar cu rugozitatea corespunzătoare pentru  $T'_i$ );
- sortarea fiecărui element component în  $n$  grupe (cu ajutorul calibrelor sau alte instrumente de măsură), astfel încât în cadrul fiecărei grupe să nu se depășească toleranța inițială  $T_i$ ;

montarea elementelor componente din grupe de același ordin (fig. 4.10, b), astfel încât, pentru toate asamblările să se obțină ajustajele urmărite inițial (fig. 4.10, a).

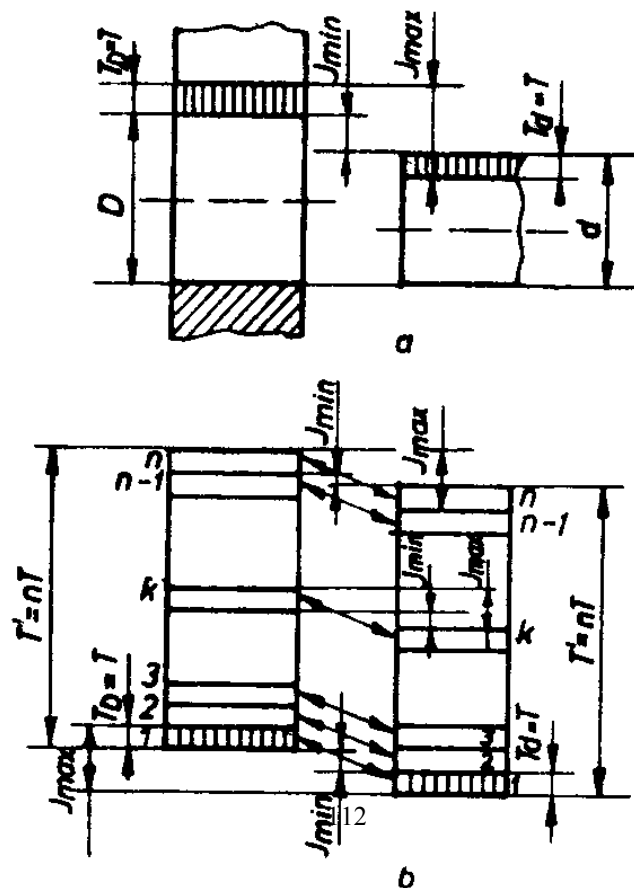


Fig.4.10.

Se obțin rezultate bune atunci când  $T_D = T_d$ .

Metoda se aplică în cazul lanțurilor de dimensiuni cu elemente componente puține (de exemplu: rulmenți, arbori principali de la mașin-unelte etc.).

#### 4.4. Rezolvarea lanțurilor de dimensiuni prin metoda ajustării.

În cazul când lanțurile de dimensiuni sunt formate din multe elemente componente, fiecare având o toleranță foarte mică (neeconomică), se aplică metoda ajustării. Aceasta constă din prescrierea de toleranțe mari (economice) la  $n-1$  elemente componente, iar, pentru a obține o toleranță mică la elementul rezultat, se prevede cel de-al  $n$ -lea element component la dimensiuni mai mari, astfel încât, prin ajustare (așchiere sau alte procedee de prelucrare), să rezulte elementul rezultat în limitele prescrise de buna funcționare a asamblării.

Se va lua un exemplu. Fie lanțul de dimensiuni (fig 4.11):

$$X_{\Sigma} = X_1 + X_2 + X_3 - X_4.$$

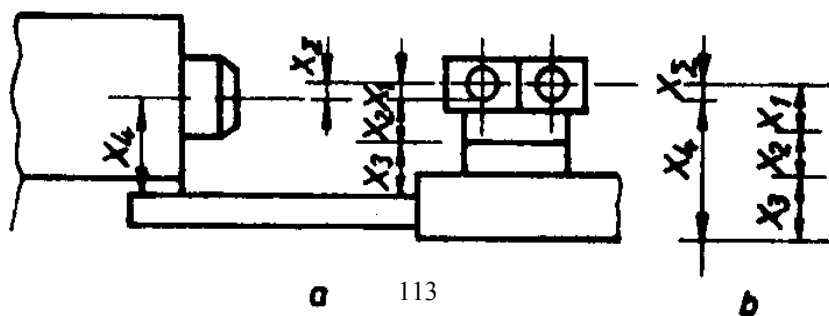


Fig.4.11.

Dacă:  $x_1 = 3_0^{+0,05}$ ,  $x_2 = 65_0^{+0,2}$ ,  $x_3 = 118_0^{+0,2}$  mm,  $x_4 = 213_{-0,3}^0$  și  
elementul rezultat  $x_\Sigma = 0_0^{+0,02}$  mm atunci, aplicând de exemplu algebra  
dimensiunilor, se găsește:

$$x_{\Sigma e} = 30_0^{+0,05} + 65_0^{+0,2} + 118_0^{+0,2} - (213_{-0,3}^0) = 0_0^{+0,75} \text{ mm},$$

adică o valoare care depășește limitele permise. Se va ajusta elementul  $x_2$  în  
limitele 0...0,75 mm, după cum elementul rezultat are valoare efectivă  $x_{\Sigma e}$   
= 0 sau valori până la  $x_{\Sigma e} = 0,75$  mm. Ajustarea reclamă o muncă de  
calificare înaltă, pentru a asigura o rigiditate de contact bună la suprafața  
ajustată.

**Observație:** Proiectantul va prescrie de la început care din  
elementele componente se va ajusta (așa numitul *element de compensare*).

#### 4.5. Rezolvarea lanțurilor de dimensiuni prin metoda reglării.

Metoda reglării diferă de metoda ajustării prin aceea că elementul de  
compensare, în loc să fie ajustat, poate fi modificat ca dimensiune, și  
anume:

- cu element compensator *mobila* (compensarea se face de obicei prin  
deplasarea unei piese - v. fig. 4.12);

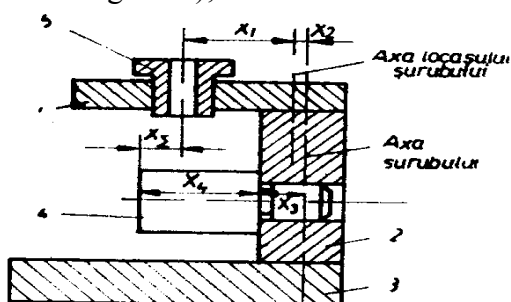


Fig.4.12

- cu element compensator *fix* (compensarea se face prin introducerea în lanțul de dimensiuni a unei piese executate la diferite dimensiuni v. fig. 4.13).

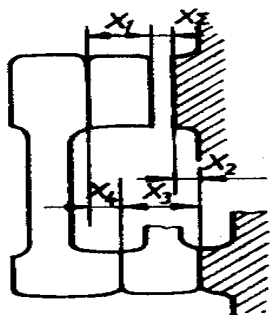


Fig.4.13.

Desigur, aplicarea metodei reclamă uneori soluții de proiectare adecvate. Așa, de exemplu, dacă suportul șurubului conducător de la strung nu ar fi fost montat lateral (fig. 4.14,*b*),

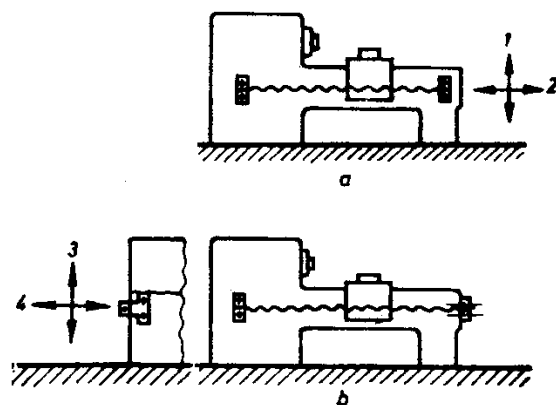




Fig.4.14

ci în față (fig. 4.14, *a*), atunci nu ar fi fost posibil decât o deplasare în sus și jos și nu și una mai în față sau mai în spate (în ultimul caz, se putea utiliza totuși un adaos - adică element compensator fix).

## **Bibliografie**

1. Bagiu, L., David, I. - Toleranțe și măsurări tehnice, Litografia Timișoara, 1992.
2. Baron, T., Calitatea și fiabilitatea produselor, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1976.
3. Brăgaru, A., ș.a., Controlul unghiurilor și conicităților, Editura tehnică, București, 1968
4. Constantinescu, I., Golumbovici, D., Militaru, C., Prelucrarea datelor experimentale cu calculatoare numerice, Editura tehnică, București, 1980
5. Dragu, D., Bădescu, ., Toleranțe și măsurători tehnice, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1983.
6. Fodor, D., Pater, S., Toleranțe și control dimensional, Editura Universității Oradea, 1999
7. Iliescu, I., Controlul calității locurilor de producție, Editura tehnică, București, 1982
8. Militaru, C., Fiabilitatea și precizia în tehnologia construcțiilor de mașini, Editura tehnică, București, 1987.
9. Minciu, C., Precizia și controlul angrenajelor, Editura tehnică, București, 1984.
10. Panaite, D., Munteanu, R., Controlul statistic și fiabilitate, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1982.

11. Rabinovici, I., Anghel, A., Toleranțe și ajustaje, vol.II, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1989.
12. Ștețiu, C.E., Oprean, C., Măsurări geometrice în construcțiile de mașini, Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1988.
13. Tiron, M., Prelucrarea statistică și informațională a datelor de măsurare, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1977.
14. \* \* \* Organe de mașini, vol.I, Colecție STAS, Editura tehnică, București, 1984.
15. S.A.C. (Sistem de Asigurare a Calității produselor și producției), MICM, 1987