Inteligență Artificială
Laborator 4

Probleme de satisfacere a constrângerilor

O problemă de satisfacere a constrângerilor (*Constraint Satisfaction Problem*):
- o mulțime de variabile $X=\{X_1,..., X_n\}$
- fiecare variabilă X_i poate lua valori dintr-un domeniu D_i
- o mulțime de constrângeri $C=\{C_1 ,..., C_t\}$ care specifică combinațiile permise de valori.

O soluție pentru o astfel de problemă este o asignare de valori variabilelor a.î. toate constrângerile să fie satisfăcute.

În definiție nu se impune nici o condiție asupra tipului variabilelor. Acestea pot fi întregi, logice, mulțimi, sau de orice alt tip. Nici modul de definire a constrângerilor nu este limitat. Constrângerile pot fi date atât explicit, prin specificarea tuplelor de valori permise, cât şi implicit, prin relații (ex: $X_i > 2$).

Graful restricțiilor: nodurile reprezintă variabilele, muchiile reprezintă restricțiile între variabile.

Exemplul 1: Problema colorării unei hărți
Considerăm o hartă cu *n* țări. Fiecare regiune/țară poate fi colorată cu o culoare dintr-o mulțime de culori asociate. Să se coloreze harta a.î. regiunile/țările vecine să fie colorate diferit.

Modelare: asignăm fiecărei regiuni/țări de pe hartă o variabilă; domeniul fiecărei variabile este o mulțime de culori specificată. Restricțiile sunt de forma: $X_i \neq X_j$ (două țări vecine au culori diferite). Obs: între două țări vecine în graful constrâns vom adăuga o muchie.

Exemplul 2: Sudoku
Un puzzle Sudoku de ordin 3 constă dintr-o tablă de 9x9 în care fiecare pătrat poate avea un număr de la 1 la 9. Dată o asignare parțială a tablei, să se completeze pozițiile rămase libere a.î. fiecare număr să apară o singură dată pe o linie, pe o coloană şi într-o regiune 3x3.

O posibilă modelare ca o problemă CSP: fiecare poziție a tablei este reprezentată de o variabilă X_{ij}, iar domeniul unei variabile este un număr de la 1 la 9.
Pentru fiecare linie, coloană şi regiune 3x3 vom asocia o constrângere de tip *alldifferent* (toate variabilele din constrângere trebuie să aibă valori diferite de restul variabilelor).

Exemplul 3: problema reginelor
Dată fiind o tablă de şah *nxn* dorim să plasăm *n* regine pe tablă a.î. nici o regină să nu fie atacată de nici o altă regină.

O posibilă formulare a problemei reginelor ca o problemă CSP: pentru fiecare coloană a tablei de şah asociem o variabilă X_i, iar domeniul variabilei sunt liniile, adică $D_i = \{1,.., n\}$.

Constrângerile sunt asociate fiecărei perechi de coloane şi precizează că două regine nu se pot afla pe aceeaşi linie sau pe aceeaşi diagonală; se exprimă prin relațiile:
$X_i \neq X_j$
$|X_i - X_j| \neq |i-j|$, pentru orice i, j din intervalul 1, ..,n.

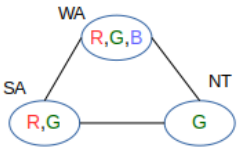
Abordări
- Algoritmul **Backtracking**: menține o soluție parțială (o mulțime de variabile instanțiate corect) pe care o extinde pas cu pas. Inițial, mulțimea este vidă. La fiecare pas se selectează următoarea variabilă din ordonare şi se încearcă asignarea variabilei cu o valoare consistentă cu instanțierea parțială. Dacă este găsită o astfel de valoare, algoritmul continuă procedeul cu următoarea variabilă din ordonare. În caz contrar, ne întoarcem la variabila anterioară şi ii asignăm o altă valoare consistentă.

- **Propagarea constrangerilor**
Forward-checking: verifică ca fiecare valoare să fie compatibilă cu cel puțin o valoare din domeniul fiecărei variabile viitoare. Se instanțiază variabila cu o valoare şi apoi se elimină valori din domeniul varibilelor viitoare care sunt în conflict cu instanțierea curentă. Dacă domeniul unei variabile viitoare devine vid, algoritmul consideră următoarea valoare posibilă pentru variabila curentă.

Ordonarea variabilelor
MRV (*Minimum remaining values*): alege variabila cu cele mai putine valori ramase in domeniu

Temă
Implementați algoritmul *Forward-checking + MRV* pentru problema de colorare a unei hărți, modelată ca problemă de satisfacere a constrângerilor.

Exemplul 1: considerăm o hartă cu regiunile WA, SA, NT; regiunile adiacente sunt precizate mai jos:
WA: {SA, NT}
SA: {WA, NT}
NT: {WA, SA}
Culorile disponibile pentru fiecare regiune sunt:
WA: {*red*, *green*, *blue*}, SA: {*red*, *green*}, NT: {*green*}.



Aplicarea algoritmului *Forward-checking + MRV:*

	WA	SA	NT
Initial	RGB	RG	**G**
Dupa NT=G	RB	**R**	**G**
Dupa SA=R	**B**	**R**	**G**

Exemplul 2:
T: {V}
WA: {NT, SA}
NT: {WA, Q, SA}
SA: {WA, NT, Q, NSW, V}
Q: {NT, SA, NSW}
NSW: {Q, SA, V}

V: {SA, NSW, T}
Mulțimea de culori asociată fiecărei regiuni:
WA: {*red*}, NT: {*red*, *blue*, *green*}, SA: {*red*, *blue*, *green*}, Q: {*green*}, NSW: {*red*, *blue*, *green*}, V: {*red*, *blue*, *green*}, T: {*red*, *blue*, *green*}

Vezi sectiunea *5.2 Backtracking Search for CSPs* din [1].

Etape
(0.3) 1. Modelarea problemei ca o problemă de satisfacere a constrângerilor
(0.5) 2. Implementarea metodei FC
(0.2) 3. Implementarea MRV

In cadrul laboratorului trebuie rezolvat punctul 1.

Bibliografie
[1] *Artificial Intelligence: A Modern Approach*, capitolul 5
http://aima.cs.berkeley.edu/newchap05.pdf