**28. Многошаговые методы решения задачи Коши. Экстраполяционные и интерполяционные формулы Адамса**

Многошаговые методы используют для вычисления значения искомого решения не одно, а несколько значений, которые уже вычислены в предыдущих точках.

Пусть дано ДУ 1-го порядка $y' = f(x, y), \; y(x_0) = y_0$

для которого нужно найти решение на сетке с постоянным шагом

$$x_n - x_0 = (n-1)h$$

$$x_i = ih$$

$$x_i - x_{i-1} = h_i = h$$

$$y(x_i) = y_i$$

Экстраполяционный (явный) метод Адамса-Башфорта

$$y_{n+1} = y_n + h \sum_{i=0}^{k} c_i f(x_{n-i} y_{n-i})$$

где $c_i$ – некоторая вычисляемая постоянная.

Интерполяционный (неявный) метод Адамса-Мултона

$$y_{n+1} = y_n + h \sum_{i=-1}^{k-1} \gamma_i f(x_{n-i} y_{n-i})$$

где $\gamma_i$ – некоторая вычисляемая постоянная.

При одном и том же $k$ вторая формула точнее, но требует решения нелинейной системы уравнений для нахождения значения $y_{n+1}$. На практике находят приближение из первой формулы, а затем приводят одно или несколько уточнений по формуле

$$y_{n+1}^{(i+1)} = y_n + h \sum_{i=0}^{k-1} c_i f(x_{n-i} y_{n-i}) + h\gamma_1 f(x_{n+1}, y_{n+1}^{(i)})$$

Все точки до $k$-ой будем называть начальными. Методы Адамса $k$-го порядка требуют предварительного вычисления решения в $k$ начальных точках. Для вычисления начальных значений обычно используют одношаговые методы, например, метод Пикара или метод Рунге-Кутты.

Локальная погрешность методов Адамса $k$-го порядка — $O(h^k)$. Структура погрешности метода Адамса такова, что погрешность остаётся ограниченной или растёт очень медленно в случае асимптотически устойчивых решений уравнения.