**Полином Эрмита**

При заданном интервале $(a, b) = (-\infty, +\infty)$ многочлены Эрмита определяются выражением:

$$H_n(x) = (-1)^n e^{x^2} \frac{d^n}{dx^n}(e^{-x^2})$$

с нормой

$$\|H_n\| = \sqrt{2^n \cdot n! \sqrt{\pi}}$$

удовлетворяющие рекуррентному соотношению

$$H_{n+1}(x) - 2xH_n(x) + 2nH_{n-1}(x) = 0$$

Многочлены Эрмита удовлетворяют дифференциальному уравнению

$$H_n'' - 2xH_n' = -2nH_n$$

Явные выражения для многочленов Эрмита приведены ниже:

$H_0(x) = 1$

$H_1(x) = 2x$

$H_2(x) = 4x^2 - 2$

$H_3(x) = 8x^3 - 12x$

$H_4(x) = 16x^4 - 48x^2 + 12$

$H_5(x) = 32x^5 - 160x^3 + 120x$