Метод Галёркина – метод приближённого решения краевой задачи. Метод формируется почти так же, как для краевых задач. Ищем решение задачи $A(u(x),\mu) = f(x)$ в виде линейной комбинации $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \dots, \varphi_n$ полной системы функций, выбранной так, чтобы выполнялись граничные условия.

$u(x) \approx y_n = \varphi_0(x) + \sum_{k=1}^{n} c_k \varphi_k(x), \quad a \le x \le b$. Потребуем, чтобы выполнялись условия ортогональности $\int_a^b [A(y_n,\mu) - f(x)]\varphi_k dx = 0, 1 \le k \le n.$ Эти условия образуют алгебраическую систему n уравнений с $n+1$ неизвестным $c_1, c_2, c_3, \dots, c_n, \mu$ недостающее уравнение получаем из граничного условия.

Еще раз поподробнее и попроще.

Первым шагом в реализации метода Галёркина является выбор набора базисных функций, которые:

- удовлетворяют граничным условиям.
- в пределе бесконечного количества элементов базиса образуют полную систему.

Конкретный вид функций определяется из специфики задачи и удобства работы. Часто применяются тригонометрические функции, ортогональные полиномы (полиномы Лежандра, Чебышёва, Эрмита и др.).

Решение представляется в виде разложения по базису: $u(x) \approx y_n = \varphi_0(x) + \sum_{k=1}^{n} c_k \varphi_k(x), \quad a \le x \le b$

Далее выдвигается требование ортогональности невязки к базисным функциям. Невязка – это погрешность вычисления, т.е. $A(y_n,\mu) - f(x)$, отсюда и получаем такой интеграл $\int_a^b [A(y_n,\mu) - f(x)]\varphi_k dx = 0, 1 \le k \le n.$