15. Нахождение экстремума функции одной переменной

Способы:

1. Метод перебора
2. Метод случайного выстрела
3. Метод дихотомии для производной от первоначальной функции

Существует теорема: «Если непрерывная функция на конках интервала имеет значения разных знаков, то внутри этого интервала у неё есть как минимум один корень».

На основании этой теоремы можно построить следующий алгоритм для поиска нуля функции :

1. Задать начальный интервал
2. Убедиться, что на концах функция имеет разный знак ()
3. Повторять:
4. Выбрать внутри интервала точку
5. Если тогда точка считается корнем, выходим из цикла
6. Сравнить знак функции в точке со знаком функции в одном из концов
7. Если совпадает, то переместить этот конец в точку
8. Иначе переместить в точку другой конец интервала
9. Метод золотого сечения

Алгоритм для поиска минимума функции на отрезке :

1. Задаются начальные значения границ отрезка и точность
2. Рассчитываются значения:

Где -пропорция золотого сечения:

Если , то , иначе .

1. Если , то и останов. Иначе возврат к шагу 2.
2. Аналитическое решение
3. Метод Ньютона – итерационный численный метод нахождения нуля заданной функции. В нашем случае нуля функции .

Если - точка, полученная на -ом шаге, то функция в окрестности приближается своим уравнением касательной :

А точка выбирается как пересечений этой прямой с осью , т.е. находится из уравнения , а значит выражается по формуле:

Если

то метод Ньютона сходится при условии:

1. Метод градиентного спуска

Идея метода состоит в «движении» по области аргументов функции в сторону антиградиента – наискорейшего убывания функции

Пусть дана функция . Тогда её градиент в случае функции от одной переменной.

Алгоритм:

1. Повторять:
   1. Если выполнен критерий останова, то вернуть текущее значение

Возможные критерии останова:

Коэффициент выбирается одним из следующих образов:

1. Постоянная величина – метод может расходиться
2. Длина шага в процессе спуска делится на некоторое число
3. **(!)** Вариант, преобразующий градиентный спуск в метод наискорейшего спуска