Aula 1 - Gabarito

Tutoria de BCC101 - Matemática Discreta I

Departamento de Computação. Universidade Federal de Ouro Preto.

Lógica Proposicional

1. (a) Proposição simples.

   (b) Não é uma proposição. O valor-verdade dessa sentença não pode ser determinado sem saber quem são "eles".

   (c) Não é uma proposição. Essa sentença não pode ser avaliada em verdadeiro ou falso (é uma expressão aritmética).

   (d) Proposição simples.

   (e) Não é uma proposição. Proposições não podem ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo.

   (f) Proposição composta.

   (g) Não é uma proposição. É uma sentença imperativa (dá uma ordem, uma sugestão ou faz um pedido).

   (h) Proposição simples.

   (i) Proposição composta.

   (j) Não é uma proposição. Essa sentença não pode ser avaliada em verdadeiro ou falso.

2. (a) P = "há carros", Q = "há fumaça"

$$P \to Q$$

   (b) P = "Leibniz escreveu *O Pequeno Príncipe*", Q = "Spinoza escreveu a *Ética*", R = "Arendt escreveu *Sobre a Violência*"

$$(P \oplus Q) \land R$$

   ou

$$(P \land \neg Q \lor \neg P \land Q) \land R$$

   (c) P = "Cenoura faz bem à saude", Q = "cogumelos são tóxicos"

$$P \lor Q$$

(d) P = "3 é um número irracional", Q = "elefantes podem subir em árvores", R = "frases não precisam fazer sentido"

$$(Q \to P) \land R$$

(e) P = "Platão escreveu sobre Sócrates", S = "Sócrates existiu", R = "Perrault escreveu sobre Cinderela", C = "Cinderela existiu".

$$(P \to S) \land \neg(R \to C)$$

3. A alternativa correta é **c**

4. (a) tautologia

   (b) satisfazível

   (c) contradição

5. Mostre, usando álgebra booleana, as seguintes equivalências:

   (a) $(\neg A \land B) \lor (A \land \neg B) \equiv (A \lor B) \land \neg(A \land B)$

$$\begin{array}{ll}
(\neg A \land B) \lor (A \land \neg B) & \equiv \{\lor - distributivo\} \\
(\neg A \land B \lor A) \land (\neg A \land B \lor \neg B) & \equiv \{\lor - comutativo\} \\
(A \lor \neg A \land B) \land (\neg B \lor \neg A \land B) & \equiv \{\lor - distributivo\} \\
((A \lor \neg A) \land (A \lor B)) \land ((\neg B \lor \neg A) \land (\neg B \lor B)) & \equiv \{\lor - comutativo\} \\
((A \lor \neg A) \land (A \lor B)) \land ((\neg B \lor \neg A) \land (B \lor \neg B)) & \equiv \{\lor - complemento\} \\
(\top \land (A \lor B)) \land ((\neg B \lor \neg A) \land \top) & \equiv \{\land - comutativo\} \\
((A \lor B) \land \top) \land ((\neg B \lor \neg A) \land \top) & \equiv \{\land - identidade\} \\
(A \lor B) \land (\neg B \lor \neg A) & \equiv \{\land - DeMorgan\} \\
(A \lor B) \land \neg(B \land A) & \equiv \{\land - comutativo\} \\
(A \lor B) \land \neg(A \land B) &
\end{array}$$

   (b) $(P \to Q) \lor (P \to R) \equiv P \to (Q \lor R)$

$$\begin{array}{ll}
(P \to Q) \lor (P \to R) & \equiv \{implicacao\} \\
\neg P \lor Q \lor \neg P \lor R & \equiv \{\lor - comutativo\} \\
\neg P \lor \neg P \lor Q \lor R & \equiv \{\lor - idempotencia\} \\
\neg P \lor Q \lor R & \equiv \{implicacao\} \\
P \to (Q \lor R) &
\end{array}$$

Lógica de Predicados

1. (a) $A(\text{Bob Esponja}, \text{Patrick}) \land T(\text{Bob Esponja})$

   (b) $\forall x.(T(x) \to \neg A(\text{Lula Molusco}, x))$

   (c) $\forall x.(A(x, \text{Pérola}) \to \neg A(x, \text{Sandy}) \land \neg T(x))$

   (d) $\exists x \exists y(T(x) \land \neg T(y) \land A(x, y))$

   (e) $\forall x.(T(x) \to A(x, \text{Seu Sirigueijo}))$

   (f) $\neg \forall x.(A(x, \text{Homem Sereia}) \to T(x)) \land \forall y.(T(y) \to \neg A(y, \text{Mexilhãozinho})$

(g) $\forall x.(A(x, \text{Lula Molusco}) \to A(x, \text{Patrick})) \to \forall y.(A(y, \text{Bob Esponja}) \to \exists z.(A(z, \text{Sandy}) \land T(z) \land \neg A(y, z)))$