Formulário de Matemática Discreta I (BCC101) - DECOM/UFOP

Equivalências lógicas básicas

Equivalências	Nomes
$P \wedge false \equiv false$	$\{\wedge -$ Dominação$\}$
$P \wedge true \equiv P$	$\{\wedge -$ Identidade$\}$
$P \wedge P \equiv P$	$\{\wedge -$ Idempotência$\}$
$P \wedge Q \equiv Q \wedge P$	$\{\wedge -$ Comutatividade$\}$
$P \wedge (Q \wedge R) \equiv (P \wedge Q) \wedge R$	$\{\wedge -$ Associatividade$\}$
$P \wedge (Q \vee R) \equiv (P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$	$\{\wedge -$ Distributividade$\}$
$\neg(P \wedge Q) \equiv \neg P \vee \neg Q$	$\{\wedge -$ DeMorgan$\}$
$(P \wedge Q) \vee Q \equiv Q$	$\{\vee -$ Absorção$\}$
$\neg true \equiv false$	$\{T -$ Negação$\}$
$P \wedge \neg P \equiv false$	$\{$Contradição$\}$
$\neg(\neg P) \equiv P$	$\{$Dupla Negação$\}$
$P \rightarrow Q \equiv \neg P \vee Q$	$\{$Implicação$\}$

Equivalências	Nomes
$P \vee true \equiv true$	$\{\vee -$ Dominação$\}$
$P \vee false \equiv P$	$\{\vee -$ Identidade$\}$
$P \vee P \equiv P$	$\{\vee -$ Idempotência$\}$
$P \vee Q \equiv Q \vee P$	$\{\vee -$ Comutatividade$\}$
$P \vee (Q \vee R) \equiv (P \vee Q) \vee R$	$\{\vee -$ Associatividade$\}$
$P \vee (Q \wedge R) \equiv (P \vee Q) \wedge (P \vee R)$	$\{\vee -$ Distributividade$\}$
$\neg(P \vee Q) \equiv \neg P \wedge \neg Q$	$\{\vee -$ DeMorgan$\}$
$(P \vee Q) \wedge Q \equiv Q$	$\{\wedge -$ Absorção$\}$
$\neg false \equiv true$	$\{F -$ Negação$\}$
$P \vee \neg P \equiv true$	$\{$Terceiro Excluído$\}$
$P \leftrightarrow Q \equiv (P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$	$\{$Bi-implicação$\}$
$P \rightarrow Q \equiv \neg Q \rightarrow \neg P$	$\{$Contrapositivo$\}$

Equivalências lógicas derivadas envolvendo condicionais e bicondicionais

Nomes	Equivalências
$\{1 \rightarrow\}$	$P \vee Q \equiv \neg P \rightarrow Q$
$\{2 \rightarrow\}$	$P \wedge Q \equiv \neg(P \rightarrow \neg Q)$

Nomes	Equivalências
$\{3 \rightarrow\}$	$\neg(P \rightarrow Q) \equiv (P \wedge \neg Q)$
$\{1 \leftrightarrow\}$	$P \leftrightarrow Q \equiv \neg P \leftrightarrow \neg Q$

Nomes	Equivalências
$\{2 \leftrightarrow\}$	$P \leftrightarrow Q \equiv (P \wedge Q) \vee (\neg P \wedge \neg Q)$
$\{3 \leftrightarrow\}$	$\neg(P \leftrightarrow Q) \equiv P \leftrightarrow \neg Q$

Regras de Inferência - Dedução Natural

Regras de Inferência	Nomes
$P \vdash P$	$\{ID\}$
$P \vdash \neg\neg P$	$\{\neg I\}$
$\neg\neg P \vdash P$	$\{\neg E\}$
$P, Q \vdash P \wedge Q$ ou $P, Q \vdash Q \wedge P$	$\{\wedge I\}$
$P \wedge Q \vdash P$	$\{\wedge Ee\}$
$P \wedge Q \vdash Q$	$\{\wedge Ed\}$
$P \vdash P \vee Q$	$\{\vee I\}$
$P \vee Q, P \rightarrow T, Q \rightarrow T \vdash T$	$\{\vee E\}$
$F \vdash P$	$\{CTR\}$
$\dfrac{[\neg P] \vdash F}{P}$	$\{RRA\}$

Regras de Inferência	Nomes
$P \vee Q, \neg Q \vdash P$ ou $P \vee Q, \neg P \vdash Q$	$\{SD\}$
$P \rightarrow Q, Q \rightarrow R \vdash P \rightarrow R$	$\{SH\}$
$P \rightarrow Q, R \rightarrow S, P \vee R \vdash Q \vee S$	$\{DC\}$
$P \rightarrow Q, R \rightarrow S, \neg Q \vee \neg S \vdash \neg P \vee \neg R$	$\{DD\}$
$P \rightarrow Q \vdash P \rightarrow P \wedge Q$	$\{RA\}$
$P \vee Q, \neg P \vee R \vdash Q \vee R$	$\{RR\}$
$P, \neg P \vdash F$	$\{\perp I\}$
$P, P \rightarrow Q \vdash Q$	$\{\rightarrow E\}$ ou $\{$Modus Ponens$\}$
$\neg Q, P \rightarrow Q \vdash \neg P$	$\{\rightarrow E_{MT}\}$ ou $\{$Modus Tollens$\}$
$\dfrac{Q \quad [P]}{P \rightarrow Q}$	$\{RPC\}$

$$\frac{\forall x.P(x)}{P(a)}\ \{\forall_E\} \qquad \frac{P(a) \text{ para um } a \text{ arbitrário}}{\forall x.P(x)}\ \{\forall_I\} \qquad \frac{\exists x.P(x)}{P(c) \text{ para um } c}\ \{\exists_E\} \qquad \frac{P(c) \text{ para um } c}{\exists x.P(x)}\ \{\exists_I\}$$

Equivalências para a lógica dos predicados

Equivalências	Nomes
$\neg\forall x.P(x) \equiv \exists x.\neg P(x)$	$\{\neg\forall\}$
$\forall x.P(x) \wedge Q(x) \equiv \forall x.P(x) \wedge \forall x.Q(x)$	$\{\wedge\forall\}$

Equivalências	Nomes
$\neg\exists x.P(x) \equiv \forall x.\neg P(x)$	$\{\neg\exists\}$
$\exists x.P(x) \vee Q(x) \equiv \exists x.P(x) \vee \exists x.Q(x)$	$\{\vee\exists\}$