

## Concours blanc n° 02

## Exercice 0

Afficher votre nom.

## Exercice 1

Dans cet exercice, on se limite au cas des matrices carrées  $A = (a_{ij})_{(i,j) \in \llbracket 1, n \rrbracket^2}$ . L'objectif est de calculer le rang de  $A$ .

1. Ecrire une fonction **permutation** qui prend comme entrée une matrice  $A$  et deux entiers  $i$  et  $k$  et qui échange les lignes  $i$  et  $k$  de  $A$ .
2. Ecrire une fonction **transvection** qui prend comme entrée une matrice  $A$  et deux entiers  $i$ ,  $k$  et un réel  $\alpha$  et effectue sur  $A$  l'opération élémentaire :  $L_i \leftarrow L_i + \alpha L_k$ .
3. De la même façon que dans la méthode du pivot de Gauss, dans la  $i$ -ème colonne de  $A$ , le pivot est la valeur la plus grande entre  $|a_{ii}|, \dots, |a_{ni}|$ .  
Ecrire une fonction **recherche\_pivot** qui renvoie le numéro de la ligne qui contient le pivot ainsi que la valeur de ce pivot.
4. Ecrire une fonction **rang** qui prend comme entrée une matrice carrée et qui renvoie le rang de cette matrice.
5. Afficher le résultat de la fonction **rang** pour les matrices suivantes :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

## Exercice 2

1. Ecrire un programme **facto** qui à  $n$  renvoie la valeur de  $n!$ .
2. Afficher la valeur de  $0!$ ,  $1!$  et  $4!$ .
3. (Répondre à cette question dans votre programme en commentaire).  
Soit  $n=9876$ . Quel est le quotient, noté  $q$  dans la division euclidienne de  $n$  par 10 ? Quel est le reste ? On recommence la division par 10 à partir de  $q$ . Donner le quotient et le reste. Que peut-on constater ?
4. Afficher la somme des factorielles des chiffres de l'entier 9876 :  $9! + 8! + 7! + 6!$ .
5. Ecrire une fonction **somfacto**, d'argument  $n$ , renvoyant la somme des factorielles des chiffres du nombre entier  $n$ .
6. Il n'y a que 4 entiers qui sont égaux à la somme des factorielles de leurs chiffres :  $1! = 1$ ,  $2! = 2$ ,  $145 = 1! + 4! + 5!$ . Trouver le dernier.

## Exercice 3

1. Ecrire une fonction **sp** d'argument une liste  $L$  et qui renvoie une liste de même longueur composée du dernier élément de  $L$ , puis du premier, puis de l'avant-dernier, puis du deuxième, etc...  
Par exemple,  $[1, 2, 3, 4, 5, 6]$  devient  $[6, 1, 5, 2, 4, 3]$ . (on parle de retournement en spirale).
2. Affichez le résultat de **sp** pour les listes  $[1, 2, 3, 4, 5, 6]$  et  $[1, 2, 3, 4, 5, 6, 7]$ .
3. Appliquez 6 fois la fonction **sp** à la liste  $[1, 2, 3, 4, 5, 6]$ . Affichez le résultat. Que constatez-vous ?<sup>1</sup>  
Même question pour  $[0, 1, 2, 3, 4, 5]$  puis pour  $[1, 2, 3, 4, 5, 6, 7]$ .
4. Ecrire une fonction **p** d'argument un entier  $n$  qui renvoie le nombre de retournements en spirale nécessaires pour retrouver la liste initiale, pour une liste de longueur  $n$ . On parle de période.
5. Tracer la fonction  $n \mapsto \frac{p(n)}{n}$  pour  $n$  entier allant de 1 à 99.
6. Quelle valeur de  $n$  comprise entre 1 et 99 minimise  $\frac{p(n)}{n}$  ? Afficher la valeur de cet  $n$ .

---

1. Réponse en commentaire