# (I) ÉTUDE PAS À PAS D'UN ALGORITHME DONNÉ

1. Dichotomie. Cf cours et TP7 et son corrigé.

2. print algorithme ( carre, 0., 2., 0.15 )
(Rq: attention carre(x) est une valeur, la fonction c'est carre.

3. le critère d'arrêt de la boucle while est:

$$(b-a) > 2 * eps \quad \text{donc} \quad (b-a) > 0{,}30.$$

| | début | | test $(b-a)>0{,}30$ | calculs dans la boucle | | | test conditionnel: $f(a)\,f(c)<0$ | | fin | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| itération | a | b | résultat | c | f(c) | f(a) | résultat | conséquence | a | b |
| 0 | 0 | 2 | vrai | 1 | -2 | -3 | faux | $a \leftarrow c$ | 1 | 2 |
| 1 | 1 | 2 | vrai | 1,5 | -0,75 | -2 | faux | $a \leftarrow c$ | 1,5 | 2 |
| 2 | 1,5 | 2 | vrai | 1,75 | 0,0625 | -0,75 | vrai | $b \leftarrow c$ | 1,5 | 1,75 |
| 3 | 1,5 | 1,75 | faux | $\longrightarrow$ On sort de la boucle while | | | | | | |

(Rq : * Vu l'appel de fonction au 2. : $f(x) = \text{carre}(x) = x^2 - 3$

* $\sqrt{3} \approx 1{,}73$, pour s'autocorriger on peut vérifier qu'on a à chaque étape $a < 1{,}73 < b$ ...

4. * la valeur affichée à l'écran est celle renvoyée par l'algorithme, c'est-à-dire la dernière valeur de $\frac{a+b}{2}$.

* la valeur affichée est donc $\frac{1{,}5 + 1{,}75}{2} = 1{,}625$

5. * Quel que soit l'intervalle de départ, l'algorithme renvoie une valeur (tant que $f$ est définie sur l'intervalle bien sûr...), et la boucle n'est jamais infinie. Le programme affiche donc toujours un résultat.

* Mais, puisque $\sqrt{3}$ n'appartient pas à $[2;3]$, la fonction carré ne s'annule pas sur cet intervalle et on a toujours, $\forall c \in [a;b]$, $f(a)f(c) > 0$.
  Dans l'algorithme on fait donc toujours : $a \leftarrow c$, et $c$ converge vers $b$, qui n'est pas une approximation pertinente de la racine cherchée.

* En l'occurrence, le programme affiche 2,875.

6. On insère entre les lignes 1 et 2 :

```
if f(a) * f(b) > 0:
    return "nous ne savons pas si f s'annule entre a et b"
```

On privilégie un return qui fait sortir de la fonction plutôt :

- qu'un print seul qui laisse la boucle while être itérée alors qu'elle est absurde
- qu'un print puis un else, qui oblige à indenter la totalité du code suivant.

## II QUESTION DE COURS - MÉTHODE DE NEWTON

Cf TP 10 et son corrigé.

Quelques remarques:

* on connait le nombre d'itérations, donc on privilégie une boucle for, la boucle while étant préférée lorsque le nombre d'itérations est difficile à anticiper.

* un enchaînement du type :

$$\left.\begin{array}{l} x_0 = x_n \\ x_n = x_0 - f(x_0)/df(x_0) \end{array}\right) \text{ ou l'inverse}$$

n'est utile que si $x_0$ ou $x_n$ doivent être réutilisés à une itération ultérieure, sinon cela ne sert à rien.

C'est utile, par exemple, si on utilise une boucle while avec comme critère d'arrêt quelque chose utilisant $x_0$ ou $x_n$.

* si on fait le calcul $x \leftarrow x - f(x)/df(x)$ avant la boucle for, on risque de faire une itération de trop.

## (III) EXERCICE – MÉTHODE DE LA FAUSSE POSITION

(Rq : Il s'agit de la méthode de la sécante : TP10 – Exercice 6

1. * Soit $y = px + q$ l'équation de la droite passant par $(a, f(a))$ et $(b, f(b))$.

* On a donc : $$p = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

* On trouve aussi : $y(a) = f(a) = pa + q$ d'où $$q = \frac{f(a)b - f(b)a}{b - a}$$

* On cherche $x^*$ tel que $y(x^*) = 0$, d'où :

$$y(x^*) = 0 = px^* + q \quad \text{et}$$

$$\boxed{x^* = -\frac{q}{p} = a - f(a)\,\frac{b-a}{f(b) - f(a)}}$$

(Rq : relation analogue à celle utilisée dans la méthode de Newton.

2. Cf code en Annexe.

(Rq : le critère d'arrêt est une <u>distance minimale entre 2 positions de découpe</u> ( c_prec - c > eps )

et non par une longueur minimale de l'intervalle $[a ; b]$.