DS n° 03

Les codes en python doivent être commentés et les indentations dans le code doivent être visibles.

I Question de cours – Méthode d'Euler

Soit l'équation différentielle :

$$\forall t \in \mathbb{R}, \quad y'(t) = y(t) \qquad \text{avec} \qquad y(0) = 1$$

Ecrire une fonction `Euler` qui prend comme entrée une liste `t` de flottants (la liste des abscisses) et renvoie une liste `y` (la liste des ordonnées) qui contient les valeurs de la fonction y calculée en t_i à l'aide de la méthode d'Euler.

II Exercice de TP – Résolution d'équations du second ordre

L'objectif est de résoudre les équations de type (E): $ax^2 + bx + c = 0$ où a, b et c sont des réels, (donc seront des flottants dans vos programmes).
Dans cet exercice, on suppose que $a \neq 0$.

1. Écrire une fonction `solution(a,b,c)` qui renvoie les solutions de (E): $ax^2 + bx + c = 0$ et précise la nature de ses solutions. Par exemple :

```
>>> solution(2,-6,4)
Deux solutions reelles  x1=1.0 et x2=2.0
>>> solution(4,-4,1)
Une solution double  x=0.5
>>> solution(1,-2,2)
Deux solutions complexes  x1=1+1j et x2=1-1j
```

   Rappel : le nombre complexe i se code `1j`.

2. Est-ce que la fonction `solution` renvoie toujours la bonne réponse ? Quels problèmes peuvent se poser ?

III Exercice – Matrices semi-magiques

Une matrice carrée de taille n, $A = (a_{i,j})_{\substack{0 \leqslant i \leqslant n-1 \\ 0 \leqslant j \leqslant n-1}}$ dans $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ est dite "semi-magique" si :

$$a_{0,0} + a_{0,1} + \cdots + a_{0,n-1} = a_{1,0} + a_{1,1} + \cdots + a_{1,n-1} = \cdots = a_{n-1,0} + \cdots + a_{n-1,n-1}$$
$$= a_{0,0} + a_{1,0} + \cdots + a_{n-1,0} = a_{0,1} + a_{1,1} + \cdots + a_{n-1,1} = \cdots = a_{0,n-1} + \cdots + a_{n-1,n-1}$$

autrement dit si la somme sur chaque colonne et la somme sur chaque ligne donne toujours la même valeur. On note alors $\sigma(A)$ la valeur commune de ces sommes.
Dans cet exercice, les matrices seront des objets du type `array` de la bibliothèque `numpy`.

1. Soit $B = \begin{pmatrix} 8 & 2 \\ -17 & \sqrt{6} \end{pmatrix}$. Que renvoie `B[0,1]` ?
2. Ecrire une fonction `somme_ligne`, d'argument une matrice A et un entier i et qui renvoie la somme des coefficients de la $i$ème ligne de A.
   Ecrire de même une fonction `somme_colonne`, d'argument A et j, qui renvoie la somme des coefficients de la $j$ème colonne de A.
3. Ecrire une fonction `test`, d'argument A, renvoyant la valeur $\sigma(A)$ si A est semi-magique et `False` sinon.
4. Montrer que la complexité de la fonction `test` en $O(n^2)$ où n est la taille de la matrice.
   Indication : On se placera dans le pire des cas.