Algorithmique et programmation
S.L.C.I. du 2nd ordre

I. Mise en situation

L'équation différentielle d'un système du second ordre est du type :

$$s(t)+\frac{2z}{\omega_0}\times\frac{ds(t)}{dt}+\frac{1}{\omega_0^2}\times\frac{d^2s(t)}{dt^2}=K\times e(t),$$

avec : K : gain statique,
z : coefficient d'amortissement,
ω_0 : pulsation du système non amorti,
e(t) : entrée
s(t) : réponse

On suppose que toutes les conditions initiales sont nulles.
Pour une entrée de type échelon unitaire $e(t)=u(t)$, K=1 et $t\geq 0$, on a alors :

- z < 1 : régime pseudopériodique

$$s(t)=1-\frac{e^{-zt\omega_0}}{\sqrt{1-z^2}}\sin\left(t\omega_0\sqrt{1-z^2}+\arcsin(\sqrt{1-z^2})\right).$$

- z = 1 : régime critique

$$s(t)=1-(1+t\omega_0)e^{-t\omega_0}.$$

- z > 1 : régime pseudopériodique

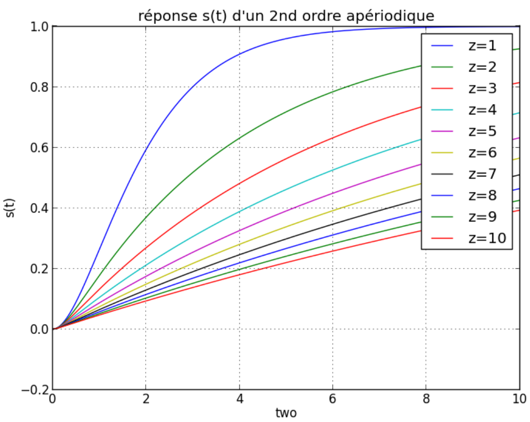
$$s(t)=1+\frac{e^{-t\omega_0\left(z+\sqrt{z^2-1}\right)}}{2\left(z\sqrt{z^2-1}+z^2-1\right)}-\frac{e^{-t\omega_0\left(z-\sqrt{z^2-1}\right)}}{2\left(z\sqrt{z^2-1}-z^2+1\right)}.$$

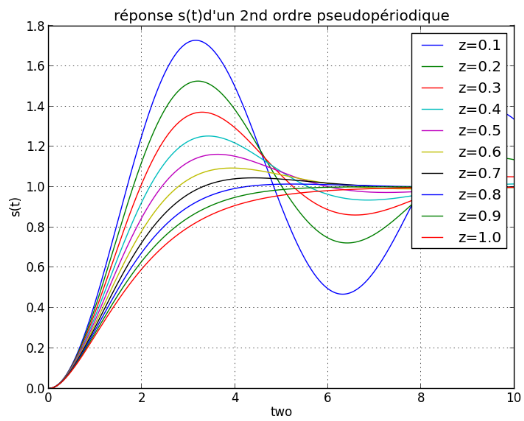
II. Réponse temporel

Q1 : *Définir la fonction* $(t\omega_0,z)\rightarrow s(t\omega_0,z)$.

Q2 : *Tracer* $s(t\omega_0,z)$ *pour* $t\omega_0\in[0;10]$ *et* $z\in[1;10]$ *par pas de 1.*

Q3 : *Tracer* $s(t\omega_0,z)$ *pour* $t\omega_0\in[0;10]$ *et* $z\in[0.1;1]$ *par pas de 0,1.*





III. Temps de réponse réduit

Q4 : *Définir une fonction qui renvoie « 1 » si une valeur est dans la bande des* $\pm 5\%$ *de la valeur finale, « 0 » dans le cas contraire.*

Q5 : *Ecrire un programme qui permet de tracer l'abaque du temps de réponse réduit d'un système du 2nd ordre pour* $z \in [0{,}01;50]$.

Remarque : On pourra par exemple utiliser le fait, que la courbe recherchée est :

- décroissante pour $z \in [0{,}01;0{,}6]$ et strictement inférieure à 400 ;
- strictement inférieure à 7 pour $z \in [0{,}6;1]$;
- croissante pour $z \in [1;50]$ et que $s(t)$ est strictement croissante sur cet intervalle.

On peut donc suivant les cas, se placer à $t > tr\omega_0$ et tester la sortie de la bande des $\pm 5\%$ ou se placer à $t < tr\omega_0$ et tester l'entrée dans la bande.