1 Identification

Soit $s(t)$ la réponse temporelle à une entrée en échelon $e(t) = 12$ tracée à la figure 1. On sait que la fonction de transfert $H(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{K}{1 + \frac{2\xi}{\omega_0} \cdot p + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$.

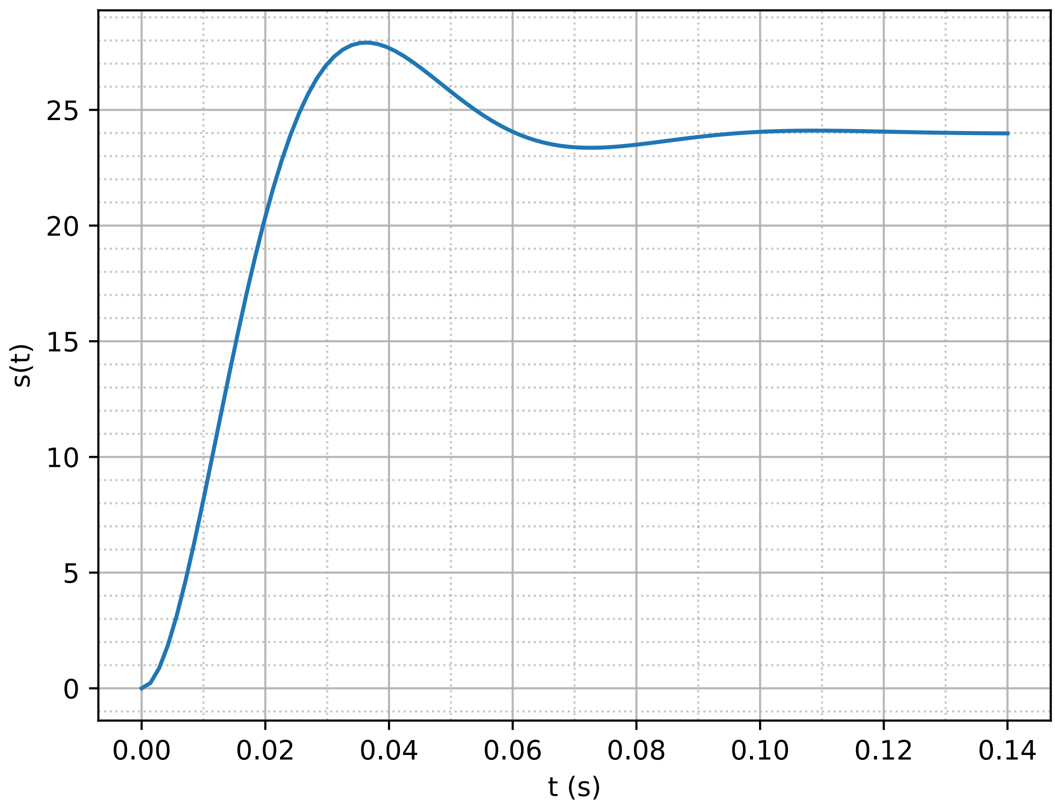


Figure 1 – Réponse temporelle

Question 1 : En s'aidant du tracé de la figure 1 et des tracés en annexe 2 et 3, montrer que $K = 2$, $\xi = 0.5$ et $\omega_0 = 100 rad \cdot s^{-1}$.

2 Réponse harmonique

Question 2 : Tracer la forme asymptotique des diagrammes de Bode de cette fonction de transfert sur le document réponse. On donne $log(2) = 0.3$.

Question 3 : Déterminer la valeur de la résonance $H(j\omega)_{max}$.

FIN

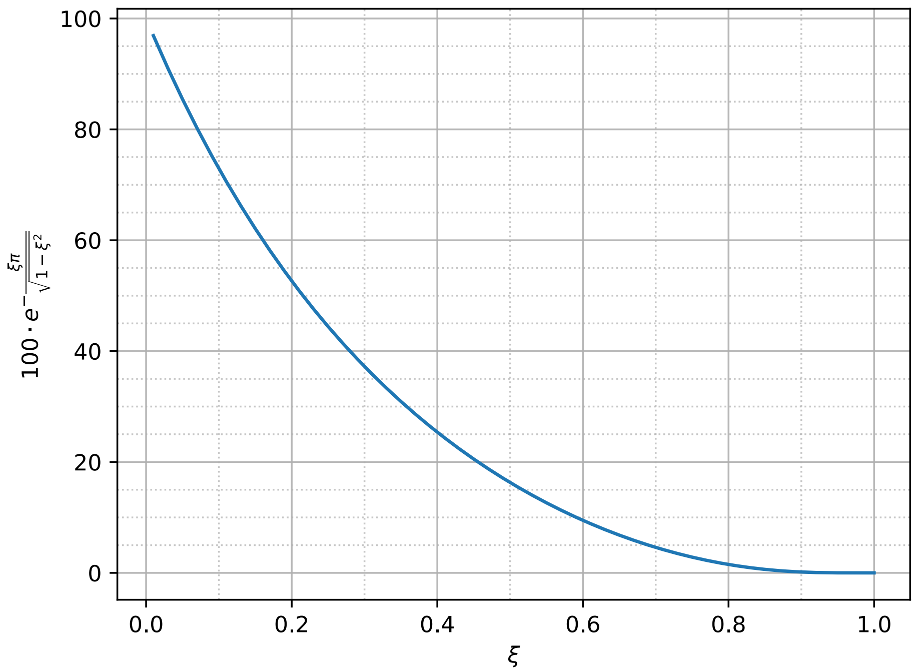


Figure 2 – Tracé Annexe 1 : $100e^{\frac{\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}}$ en fonction de ξ

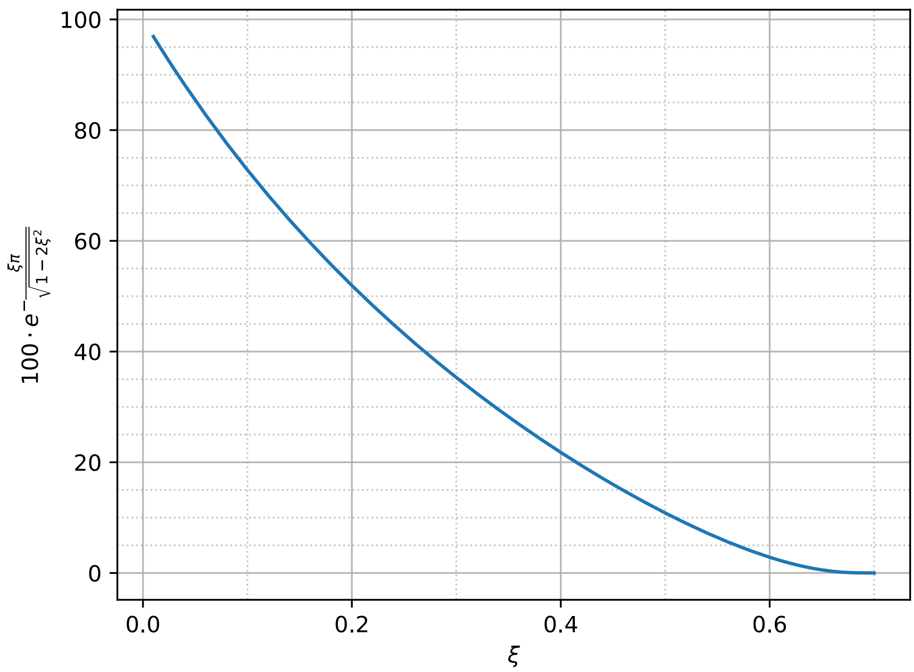
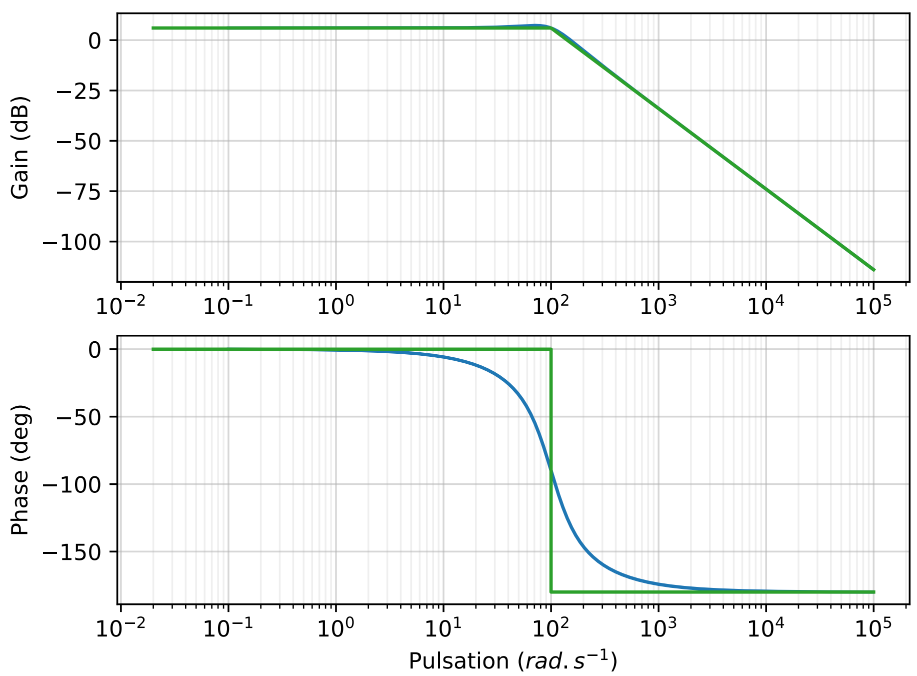


Figure 3 – Tracé Annexe 2 : $100e^{\frac{\xi\pi}{\sqrt{1-2\xi^2}}}$ en fonction de ξ

Question 1 :

La valeur à l'infini $s(+\infty) = 24 = K \cdot E_0 = K \times 12$, donc $K = 2$.
$D\% = \frac{28-24}{24} = \frac{4}{24} = \frac{1}{6} = 16\%$.D'après la figure 2, pour $D\% \approx 16$, on a $\xi = 0.5$.
On sait que $T_max = \frac{T_p}{2} = \frac{\pi}{\omega_0\sqrt{1-\xi^2}}$, on lit que $T_p = 0.035s$
Donc, $\omega_0 = \frac{\pi}{T_p\sqrt{1-\xi^2}}$
$\omega_0 = \frac{\pi}{0.035\sqrt{1-0.5^2}} = \frac{\pi}{0.035\sqrt{0.75}} = \frac{\pi}{0.0035\times 6\sqrt{2}} = \frac{1}{0.007\sqrt{2}} = \frac{1000}{1.4\times 7} \approx 100 rad \cdot s^{-1}$

Question 2 :



Question 3 :

$\left|\frac{H(j\omega)_{max}}{H(0)}\right| = \frac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}}$
$\left|\frac{H(j\omega)_{max}}{H(0)}\right| = \frac{1}{\sqrt{0.75}} = \frac{10}{6\sqrt{2}} = \frac{10}{6\times 1.4} = \frac{10}{8.4} \approx 1.2$
$H(j\omega)_{max} = 1.2 \times 2 = 2.4$
$20log(H(j\omega)_{max}) = 20log(2.4) = 7.6$ (on le retrouve sur le tracé).