1 Décomposition en éléments simples

Soit la fonction de transfert :

$$\mathrm{H}(p) = \frac{\mathrm{S}(p)}{\mathrm{E}(p)} = \frac{12}{p \cdot (6 + 2 \cdot p)} \tag{1}$$

Question 1 : Mettre $\mathrm{H}(p)$ sous la forme canonique.

Question 2 : Déterminer sa classe et son ordre.

Une entrée en échelon de valeur $e(t) = 3$ est imposée au système.

Question 3 : Déterminer $\mathrm{S}(p)$ la réponse à cette entrée.

Question 4 : Après une décomposition en éléments simples, déterminer les coefficient A, B, C et τ tels que :

$$\mathrm{S}(p) = \frac{\mathrm{A}}{1 + \tau \cdot p} + \frac{\mathrm{B} + \mathrm{C} \cdot p}{p^2} \tag{2}$$

Question 5 : En déduire la réponse temporelle $s(t)$.

2 Calculs

Question 6 : Faire l'application numérique dans les cas suivants :

1. $\sqrt{5000}$,
2. $\dfrac{12 \cdot \sqrt{200}}{7 \cdot 9}$,
3. $\dfrac{\sqrt{20^2 + 12^2}}{78}$.

FIN

Question 1 :

$$H(p) = \frac{2}{p \cdot (1 + \frac{1}{3} \cdot p)}$$

Question 2 :

Classe : 1, ordre : 2

Question 3 :

$$S(p) = \frac{6}{p^2 \cdot (1 + \frac{1}{3} \cdot p)}$$

Question 4 :

$$S(p) = \frac{A}{1 + \tau \cdot p} + \frac{B + C \cdot p}{p^2}$$

$$S(p) = \frac{A \cdot p^2 + (1 + \tau \cdot p) \cdot (B + C \cdot p)}{p^2 \cdot (1 + \tau \cdot p)}$$

$$S(p) = \frac{B + (C + B \cdot \tau) \cdot p + (A + C \cdot \tau) \cdot p^2}{p^2 \cdot (1 + \tau \cdot p)}$$

or $S(p) = \dfrac{6}{p^2 \cdot (1 + \frac{1}{3} \cdot p)}$.

Par identification :

$$\tau = \frac{1}{3}$$
$$B = 6$$
$$C + B \cdot \tau = 0$$
$$A + C \cdot \tau = 0$$

Ainsi :

$$\tau = \frac{1}{3}$$
$$B = 6$$
$$C = -2$$
$$A = \frac{2}{3}$$

Question 5 :

$s(t) = -2 + 6 \cdot t + 2 \cdot e^{-3t}$

Question 6 :

1. $\sqrt{5000} \approx 70$,
2. $\dfrac{12 \cdot \sqrt{200}}{7 \cdot 9} 8 \approx \dfrac{12 \cdot 14}{7 \cdot 9} \approx \dfrac{4 \cdot 2}{3} \approx 2.6$,
3. $\dfrac{\sqrt{20^2 + 12^2}}{78} \approx 0.3$.