Séquence : 05

Document : TD03
Lycée Dorian
Renaud Costadoat
Françoise Puig

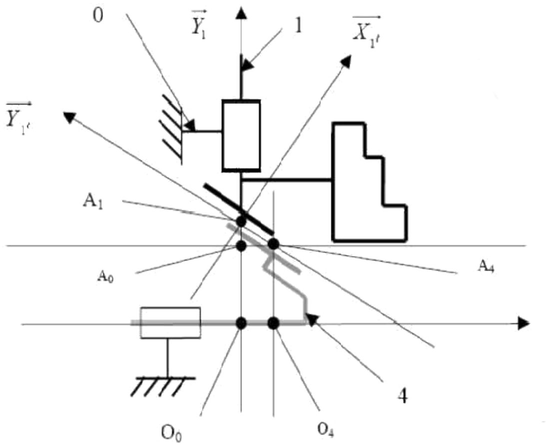
Avec Correction

Lois de Coulomb

Référence	S05 - TD03
Compétences	B2-16: Modéliser une action mécanique. C1-05: Proposer une démarche permettant la détermination d'une action mécanique inconnue ou d'une loi de mo C2-07: Déterminer les actions mécaniques en statique.
Description	Modéliser et résoudre un exercice de statique avec les lois de Coulomb
Système	Mandrin, Serre joint

1 Mandrin à serrage pneumatique

Le mandrin est un système mécanique fixée au bout de l'arbre d'une machine des mors vers le centre pour un serrage extérieur de la pièce, ou vers l'extérieur pour un serrage intérieur de la pièce.
Le système étudié est un mandrin expansif (serrage par l'intérieur) à commande pneumatique.



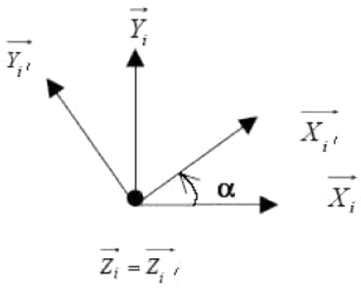
Cette partie va consister à déterminer les efforts qui s'exercent sur la pièce 5 dans l'étude afin de vérifier la donnée fournie par le fabricant du mandrin qui donne une action de serrage de 2000N sous une pression de fonctionnement de 6 bars.
$\overrightarrow{O_0A_i} = e.\overrightarrow{Y_i}$ et $\alpha = 30°$.

Pour simplifier le problème, on fera les hypothèses suivantes :
— Le poids des pièces sera négligé devant les actions mécaniques de liaisons.
— Pas de frottement au niveau des contacts des liaisons au sein du mandrin.
— Répartition uniforme des pressions de contact entre les différents solides et la pression du fluide sur la face du piston. Le piston est représenté à la fin du sujet.

Question 1 : Déterminer le torseur $\{T_f\}$ d'action du fluide sur le piston 4 au point O_0 dans la base $(\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0})$.

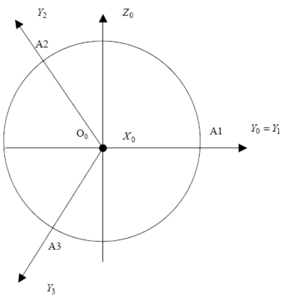
Pour l'application numérique, soit D le diamètre extérieur du piston et d le diamètre intérieur du piston : D = 157 mm, d = 45mm.

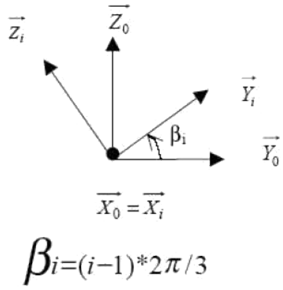
Modélisation de l'action mécanique des 3 mors sur le piston 4



Question 2 : Écrire le torseur d'actions mécaniques du mors i sur le piston 4 en O_0 dans la base R_i.
Rappel : $\overrightarrow{O_0A_i} = e.\overrightarrow{Y_i}$.

Paramétrage des repères lies aux mors 1, 2, et 3





On donne (ci-dessus) le paramétrage des 3 repères lies au mors 1,2 et 3. On supposera que les actions mécaniques des 3 mors sur le piston 4 sont identiques.

Question 3 : Montrer que le torseur des actions mécaniques de l'ensemble des 3 mors sur le piston 4 au point O0 et dans la base $(\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0})$, en fonction des composantes du torseur d'action du mors 1 sur le piston 4 est de la forme :

$$\{T_{\sum Mors \rightarrow S_4}\} = \left\{ \begin{array}{cc} X_{\sum Mors \rightarrow S_4} & L_{\sum Mors \rightarrow S_4} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right\}_{O,R_0}$$

Question 4 : Donner les valeurs de $X_{\sum Mors \rightarrow S_4}$ et $L_{\sum Mors \rightarrow S_4}$

Détermination de l'action du corps 0 sur le piston 4

Question 5 : Écrire le torseur d'action mécanique de liaison entre le corps du mandrin 0 et le piston 4 en O_0 dans la base $(\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0})$.

Question 6 : Écrire les 6 équations scalaires traduisant l'équilibre du piston 4.

Question 7 : En déduire l'action du corps 0 sur le piston 4 et commenter le résultat.

Question 8 : Déterminer la valeur de M_{14} et l'expression de X_{14} fonction de X_f et de α.

Détermination de l'action de serrage de la pièce 5 sur le mors 1

Question 9 : Écrire le torseur d'action mécanique de liaison entre le corps 0 et le mors 1 en O_0 dans la base $(\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0})$.

On donne le torseur d'action mécanique de la pièce 5 sur le mors 1 au point de contact P. Les composantes X_{51} et Z_{51} sont des actions tangentielles dues à la présence de frottements (de coefficient de frottement $f = 0.3$).

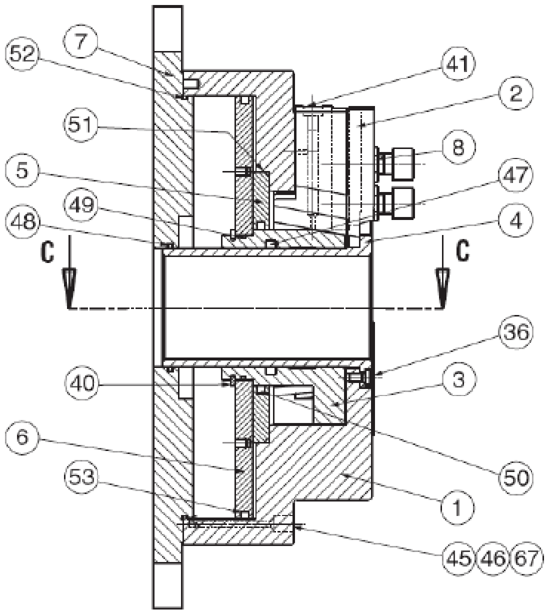
$$\{T_{5\rightarrow 1}\} = \left\{ \begin{array}{cc} X_{51} & 0 \\ Y_{51} & 0 \\ Z_{51} & 0 \end{array} \right\}_{P,R_1} \text{, avec } \overrightarrow{O_0P} = R.\overrightarrow{Y_1}.$$

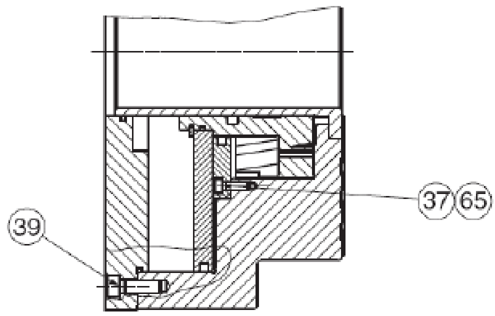
Question 10 : Écrire les 6 équations scalaires traduisant l'équilibre du mors 1.

Question 11 : Déterminer Y_{51} en fonction de X_f et α.

Question 12 : Compte tenu des hypothèses, commenter le résultat obtenu et vérifier la capacité de serrage du mandrin.

Question 13 : En déduire la valeur de la composante $Z_{5\rightarrow 1}$. Déterminer alors la valeur du couple sur $\overrightarrow{x}$ transmis par le mandrin. Le diamètre de serrage est $R = 10mm$.





2 Serre joint

Un serre-joint est un outil de maçon ou de menuisier. Il permet de serrer et de maintenir différentes pièces en contact entre elles.
Le serre-joint utilisé en maçonnerie est constitué de deux pièces métalliques, la plus courte coulissant sur la partie plus longue de l'autre pour s'adapter à l'épaisseur à soumettre à la contrainte. Il est employé dans la réalisation de coffrage.

Dans son fonctionnement, la partie mobile (voir le DR) doit s'arc-bouter sur la colonne de la partie fixe. En d'autres termes, le phénomène d'arc-boutement bloque la partie mobile sur la partie fixe, bien qu'il y ait une liaison glissière entre les deux. L'arc-boutement dépend du coefficient de frottement au niveau des points de contact entre parties fixe et mobile mais aussi de la distance d'écartement entre l'axe du guidage et la direction de la force de serrage (distance notée L sur le DR).

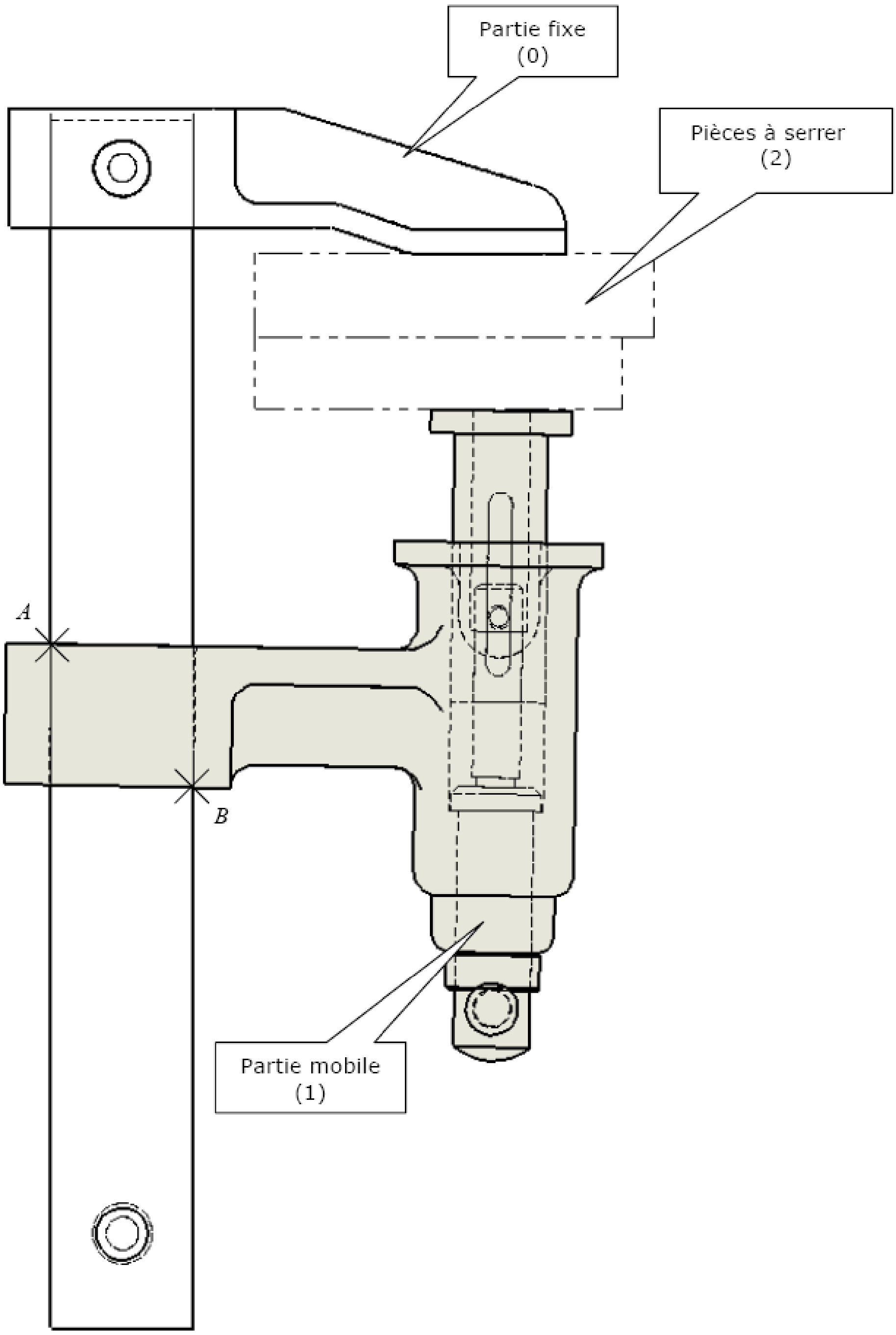
Données :
- Coefficient de frottement : $f_A = f_B = 0,3$,
- Force de serrage en C : $||\overrightarrow{C_{2\rightarrow 1}}|| = 300N$,
- Les contacts en A et B se font avec frottement.

Vérification de l'arc-boutement
L'ensemble étant à l'équilibre, les lois de la statique sont applicables. Sur le DR1, on isole la partie mobile qui est soumise à trois forces en A, B et C.

Question 1 : Tracez les cônes de frottement en A et B.

Question 2 : En se plaçant à l'équilibre strict en A déterminez graphiquement la droite d'action en B.

Question 3 : Conclure si l'équilibre est effectif ou non (justifiez vous).



Partie fixe
(0)
Pièces à serrer
(2)
A
B
Partie mobile
(1)

3 Correction

3.1 Mandrin à serrage pneumatique

Question 1 : $X_f = P.S = 6.0,1.\pi.\frac{157^2-45^2}{4} = 10661$

Question 2 : $\{T_{i\to 4}\} = \left\{\begin{array}{cc} X_{i4} & 0 \\ 0 & M_{i4} \\ 0 & N_{i4} \end{array}\right\}_{A_i,R_i'} = \left\{\begin{array}{cc} cos\alpha.X_{i4} & -sin\alpha.M_{i4} \\ sin\alpha.X_{i4} & cos\alpha.M_{i4} \\ 0 & N_{i4} \end{array}\right\}_{A_i,R_i}$

$$\{T_{i\to 4}\} = \left\{\begin{array}{cc} cos\alpha.X_{i4} & -sin\alpha.M_{i4} \\ sin\alpha.X_{i4} & cos\alpha.M_{i4} \\ 0 & N_{i4} - e.cos\alpha.X_{i4} \end{array}\right\}_{O_0,R_i}$$

Question 3 : $\{T_{i\to 4}\} = \left\{\begin{array}{cc} cos\alpha.X_{i4} & -sin\alpha.M_{i4} \\ sin\alpha.X_{i4}.cos\beta_i & cos\alpha.M_{i4}.cos\beta_i - (N_{i4} - e.cos\alpha.X_{i4}).sin\beta_i \\ sin\alpha.X_{i4}.sin\beta_i & cos\alpha.M_{i4}.sin\beta_i + (N_{i4} - e.cos\alpha.X_{i4}).cos\beta_i \end{array}\right\}_{O_0,R_0}$

Or, $\left\{\begin{array}{l} X_{14} = X_{24} = X_{34} = X_{i4} \\ M_{14} = M_{24} = M_{34} = M_{i4} \\ cos0 + cos\frac{2.\pi}{3} + cos\frac{4.\pi}{3} = 0 \\ sin0 + sin\frac{2.\pi}{3} + sin\frac{4.\pi}{3} = 0 \end{array}\right.$

Donc,

$$\{T_{\sum Mors\to S_4}\} = \left\{\begin{array}{cc} X_{\sum Mors\to S_4} & L_{\sum Mors\to S_4} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{array}\right\}_{O,R_0}$$

Question 4 : Or, $\left\{\begin{array}{l} X_{\sum Mors\to S_4} = 3.cos\alpha.X_{i4} \\ L_{\sum Mors\to S_4} = -3.sin\alpha.M_{i4} \end{array}\right.$

Question 5 : $\{T_{0\to 4}\} = \left\{\begin{array}{cc} 0 & 0 \\ Y_{04} & M_{04} \\ Z_{04} & N_{04} \end{array}\right\}_{O_0,R_0}$

Question 6 : $\left\{\begin{array}{l} X_f + 3.cos\alpha.X_{i4} = 0 \\ Y_{04} = 0 \\ Z_{04} = 0 \\ -3.sin\alpha.M_{i4} = 0 \\ M_{04} = 0 \\ N_{04} = 0 \end{array}\right.$

Question 7 : $\{T_{0\to 4}\} = \{0\}$

Question 8 : $\left\{\begin{array}{l} X_{14} = -\frac{X_f}{3.cos\alpha} \\ M_{14} = 0 \end{array}\right.$

Question 9 : $\{T_{0\to 1}\} = \left\{ \begin{array}{cc} X_{01} & L_{01} \\ 0 & M_{01} \\ Z_{01} & N_{01} \end{array} \right\}_{O_0,R_0}$

$$\{T_{4\to 1}\} = \left\{ \begin{array}{cc} -X_{14}.cos\alpha & 0 \\ -X_{14}.sin\alpha & 0 \\ 0 & -N_{14}+e.cos\alpha.X_{14} \end{array} \right\}_{O_0,R_0}$$

$$\{T_{5\to 1}\} = \left\{ \begin{array}{cc} X_{51} & R.Z_{51} \\ Y_{51} & 0 \\ Z_{51} & -R.X_{51} \end{array} \right\}_{O_0,R_0}$$

Question 10 : $\begin{cases} X_{01} - X_{14}.cos\alpha + X_{51} = 0 \\ -X_{14}.sin\alpha + Y_{51} = 0 \\ Z_{01} + Z_{51} = 0 \\ L_{01} + R.Z_{51} = 0 \\ M_{01} = 0 \\ N_{01} - N_{14} + e.cos\alpha.X_{14} - R.X_{51} = 0 \end{cases}$

Question 11 : $Y_{51} = -\frac{tan30}{3}.10661 \approx -2051N \approx -205dN$

Question 12 : $|Y_{5\to 1}| = 2051N > 2000N$

Question 13 : $Z_{51} < f.Y_{51}$

$C_s < 3.Z_{51max}.R$

$C_s < 3.0,3.2000.10.10^{-3} = 18N.m$

3.2 Serre joint