

# DS 05- Vélo Pro-Form TDF

Avec Correction

PTSI

Samedi 16 mars 2024

## Table des matières

I Récupération du parcours virtuel sur Internet	4
II Résistance au pédalage	7
III Contrôle du freinage - Modélisation et réglage de la boucle de position	13
IV Étude du dispositif d'inclinaison	16
V Synthèse	19

# Vélo Pro-Form TDF

## Contexte

Le vélo Pro-Form TDF (Tour de France), étudié ici, se distingue des vélos d'appartements classiques car il permet une immersion dans un environnement réaliste. Il est ainsi possible de reproduire les tracés réels d'une étape du Tour de France. Les écrans affichent généralement le rythme cardiaque et la distance parcourue sans oublier les calories brûlées à chaque entraînement ou encore la vitesse du cycliste. Grâce à ces statistiques, il est possible de cerner les faiblesses et les forces de l'utilisateur lors d'un parcours afin de permettre une progression continue.



FIGURE 1 – Vélo Pro-Form TDF

## Mise en situation

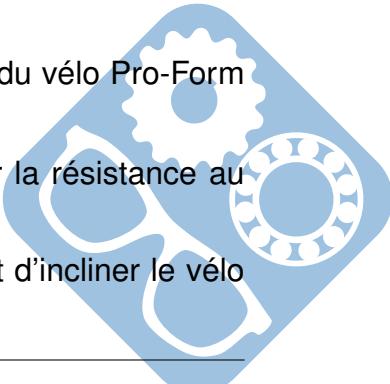
Ce vélo doit permettre de reproduire le plus fidèlement possible l'effort que doit fournir le cycliste en situation réelle. Vingt-quatre étapes du Tour de France ont été filmées et enregistrées avec les informations de dénivelé. Au rythme du défilement des images, le vélo va ajuster son inclinaison ainsi que la résistance au pédalage afin d'être conforme à la sensation et l'effort réel, comme le montre la figure 1.

Aussi il convient d'élaborer une loi de commande du dispositif de freinage qui va dépendre de la vitesse de rotation de la roue arrière et du dénivelé de la route souhaitée.

## Objectif final

Le sujet a pour but de modéliser et analyser certaines performances du vélo Pro-Form TDF. Pour cela, il comporte deux parties avec comme objectifs :

- modéliser et valider le dispositif de freinage permettant de simuler la résistance au pédalage en conditions réelles,
- modéliser et vérifier le dimensionnement de la structure permettant d'incliner le vélo Pro-Form TDF.



## Extrait du cahier des charges

La puissance en dBm est définie comme le rapport logarithmique entre une puissance mesurée en watts et une puissance d'un milliwatt :  $P_{\text{dBm}} = 10 \cdot \log_{10} \left( \frac{P_{\text{mes}}}{1\text{mW}} \right)$ .

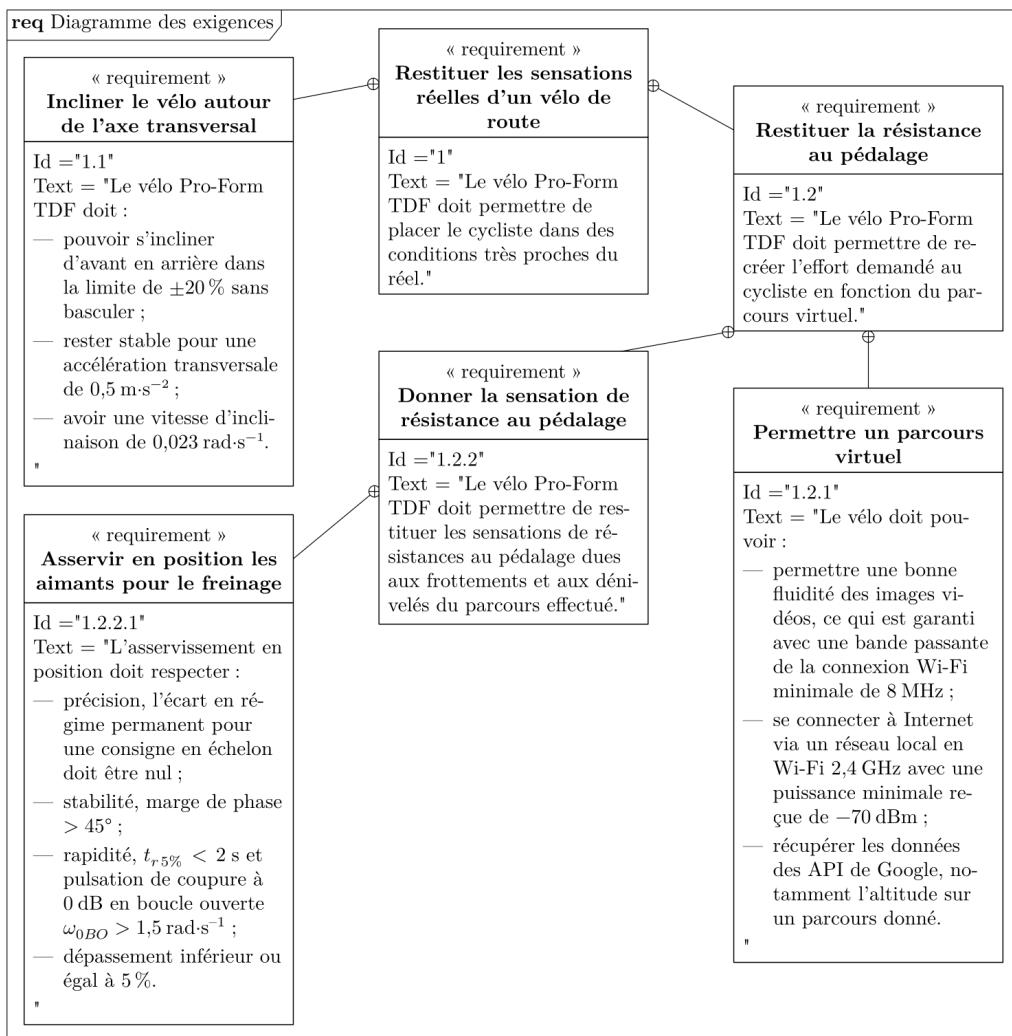
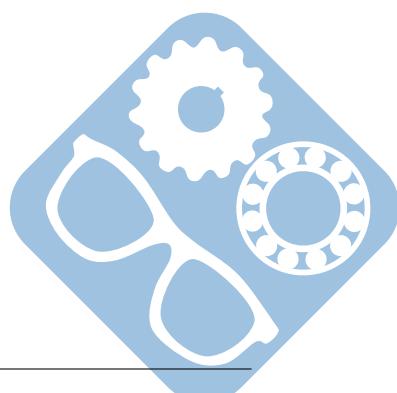


FIGURE 2 – Exigences extraites du cahier des charges



## I Récupération du parcours virtuel sur Internet

Le vélo Pro-Form TDF utilise la plateforme en ligne iFit.com permettant d'avoir accès à un éventail de fonctionnalités pour aider à la remise en forme (objectifs de calories, durée, distance ou puissance). Il est notamment possible de définir son propre parcours ou d'avoir accès aux cartes Google Maps à personnaliser. Il est aussi possible de télécharger des entraînements conçus pour aider à atteindre des objectifs personnels. Afin de récupérer ces données, il est nécessaire que le vélo Pro-Form TDF accède à Internet avec une connexion de qualité.

### I.1 Paramétrage et communication avec Internet

#### Objectif

Paramétrier le réseau local pour connecter le vélo à Internet et y récupérer les données d'altitude nécessaires pour suivre une étape du Tour de France.

Le vélo Pro-Form TDF doit pouvoir être utilisé à domicile. Afin de pouvoir suivre un parcours en immersion, le vélo Pro-Form TDF se connecte à Internet via une connexion Wi-Fi. La figure 3 donne l'architecture matérielle du réseau étudié. Le masque du sous-réseau est 255.255.255.0.

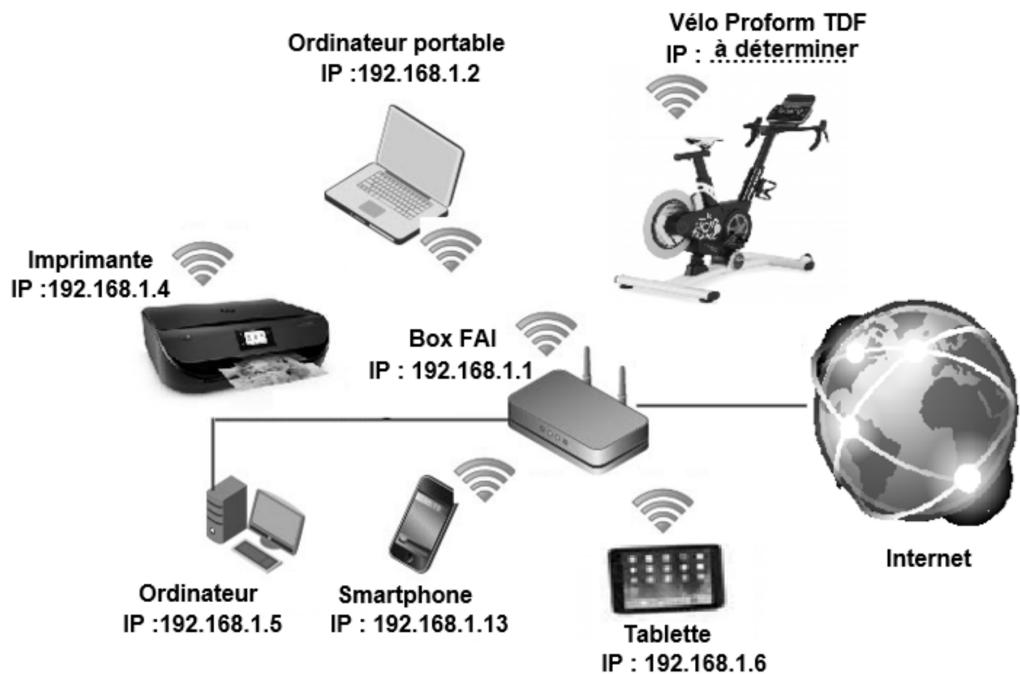


FIGURE 3 – Réseau local à domicile

**Question 1 :** Compléter le diagramme de contexte du vélo Pro-Form TDF.

**Question 2 :** Compléter le diagramme des cas d'utilisation du vélo Pro-Form TDF.

## I.2 Vérification de la qualité de connexion Wi-Fi du vélo Pro-Form TDF

### Objectif

Vérifier que le signal reçu correspond à la norme d'une liaison Wi-Fi 2,4 GHz en France et permet un fonctionnement fluide de l'immersion.

Afin de fonctionner correctement et avec fluidité, la bande passante de la connexion avec le vélo doit au moins être de 8 MHz avec une puissance reçue supérieure à -70 dBm. De plus, la communication Wi-Fi 2,4 GHz, utilisée par le vélo Pro-Form TDF, doit respecter les critères suivants de la norme :

- la communication doit se faire sur un des 13 canaux de 2,412 GHz à 2,472 GHz,
- les fréquences centrales des canaux sont espacées de 5 MHz,
- chaque canal a une bande passante maximale de 22 MHz.

La liste des canaux et fréquences associées autorisés en Wi-Fi est donnée sur la figure 4.

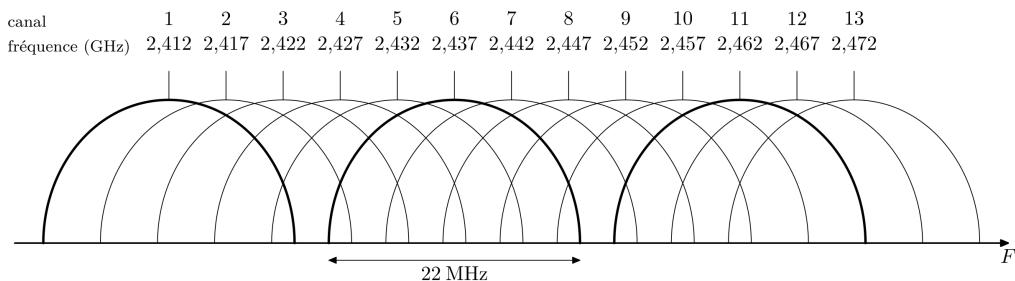


FIGURE 4 – Différents canaux utilisés par le Wi-Fi 2,4 GHz

Le relevé spectral de la puissance du signal reçu d'une transmission Wi-Fi entre le vélo Pro-Form TDF et la Box du fournisseur d'accès à Internet de la figure 3 est donné sur la figure du document réponse des questions 3, 4 et 5.

**Question 3 :** Sur le document réponse, effectuer les tracés permettant d'estimer la fréquence centrale, notée  $f_c$ , du signal Wi-Fi reçu. Identifier le canal utilisé pour la transmission.

**Question 4 :** Sur le document réponse, effectuer les tracés nécessaires, afin de mesurer la bande passante du signal reçu et indiquer si elle respecte celle définie dans le cahier des charges.

**Question 5 :** Estimer la valeur de la puissance moyenne reçue dans la bande passante. Conclure, sous forme de tableau, sur la qualité de la connexion Wi-Fi du vélo Pro-Form TDF. Indiquer deux caractéristiques du réseau local et de la connexion qui pourraient impacter les performances de l'immersion.

### I.3 Récupération des données d'altitude à partir de Google Maps

#### Objectif

Évaluer la possibilité de récupérer les pentes d'un parcours afin de commander le système d'inclinaison du vélo Pro-Form TDF.

Lorsque le vélo Pro-Form TDF est connecté à Internet, grâce aux services proposés par Google, il est possible de suivre un parcours en voyant les images de la route défiler comme si l'utilisateur était sur la route avec son vélo. Le vélo utilise pour cela les API (API est un acronyme anglais qui signifie « Application Programming Interface » ou Interface de Programmation d'Application) de Google et notamment l'API Elevation qui permet de récupérer l'altitude à partir de coordonnées géographiques.

Pour cela, une requête contenant les coordonnées géographiques des différents points du parcours est utilisée.

Cette requête renvoie l'altitude de points régulièrement espacés (variable distance) le long du parcours. On s'intéresse, à titre d'exemple, à la montée du mont Ventoux en passant par Bédoin et le chalet Reynard. L'utilisateur du vélo Pro-Form TDF peut afficher le profil du parcours choisi comme illustré sur la figure 5.

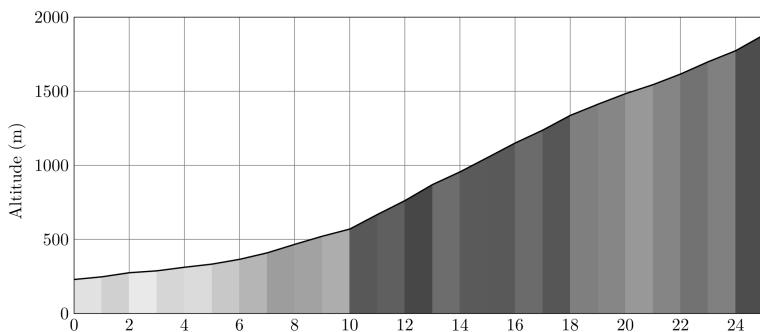


FIGURE 5 – Profil de la montée du mont Ventoux

Afin de commander le dispositif d'élévation du vélo Pro-Form TDF, il est nécessaire de récupérer les différentes pentes, comme illustré sur la figure 6.

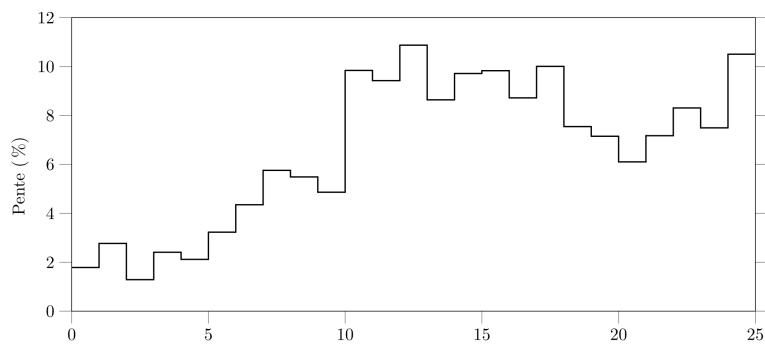


FIGURE 6 – Pente moyenne par kilomètre lors de la montée du mont Ventoux

**Question 6 :** En utilisant les API Google, on a obtenu l'altitude d'une suite de points  $P_0, P_1, \dots, P_n$  régulièrement espacés le long du parcours de  $P_0$  à  $P_n$ . Écrire en Python une fonction d'entête

```
def calculerPentes(distance:float, altitude:[float]) -> [float]:
```

qui prend en argument la distance le long du parcours entre deux points successifs quelconques  $P_i$  et  $P_{i+1}$  et une liste donnant l'altitude de chaque point  $P_i$ . Cette fonction renvoie une liste dont l'élément d'indice  $i$  donne la pente, en pourcent, de la portion du parcours située entre les points  $P_i$  et  $P_{i+1}$ .

Ainsi, si la connexion Internet est bonne, il est possible de récupérer des pentes tous les 100 m le long d'un parcours ce qui permet de suivre le plus fidèlement possible le trajet sur Google Maps. Maintenant que cette information de pente est disponible, il faut la traduire en résistance au pédalage ce qui est l'objet de la prochaine partie.

## II Résistance au pédalage

### Objectif

Modéliser l'action mécanique de résistance totale à l'avancement en fonction de la vitesse du cycliste et du dénivelé du terrain. Cette action mécanique servira au réglage de la résistance au pédalage du vélo Pro-Form TDF.

En cyclisme, différentes forces, appelées résistances ici, s'opposent à l'avancement du cycliste et limitent sa vitesse de déplacement. À vitesse élevée ( $> 40\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$ ), la résistance aérodynamique est la plus importante de toutes ces forces. Pour se représenter son importance, il faut savoir que 90% de la puissance produite par un cycliste sert à vaincre cette résistance sur un terrain plat.

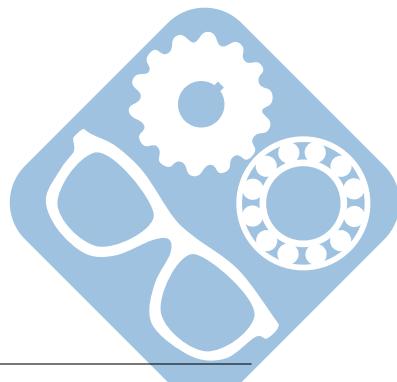
La résistance à l'avancement de l'ensemble cycliste-vélo, se décompose en trois termes (figure 7) :

- la résistance due à la gravité qui s'exerce sur l'ensemble cycliste-vélo  $\vec{R}_G$ ,
- la résistance due à la friction  $\vec{R}_R$ ,
- la résistance aérodynamique  $\vec{R}_A$ .

Ainsi la résistance totale à l'avancement  $\vec{R}_T$  est donnée par  $\vec{R}_T = \vec{R}_A + \vec{R}_R + \vec{R}_G$ .

Données :

- $\vec{R}_R = -R_R \cdot \vec{x}_1$ ,
- $\vec{R}_G = -R_G \cdot \vec{x}_1 = -M \cdot g \cdot \sin(\theta) \cdot \vec{x}_1$ ,
- $\vec{P} = M \cdot \vec{g}$ , avec  $M$  la masse totale de l'ensemble cycliste-vélo.



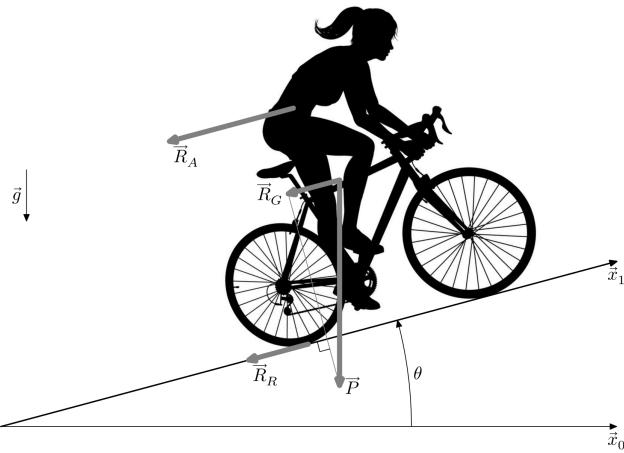


FIGURE 7 – Modélisation de la résistance au pédalage

## II.1 Modélisation de la résistance au pédalage

La résistance à la friction  $R_R = C_R \cdot M \cdot g$  dépend du contact des roues avec le terrain sur lequel évolue le cycliste.

$C_R$  dépend essentiellement de la pression de gonflage des pneumatiques ( $P_R$  en kPa), des matériaux composant les pneumatiques et de la nature du terrain. Le graphique de la figure 8 donne l'évolution de  $C_R$  (sans unité) en fonction de la pression  $P_R$ .

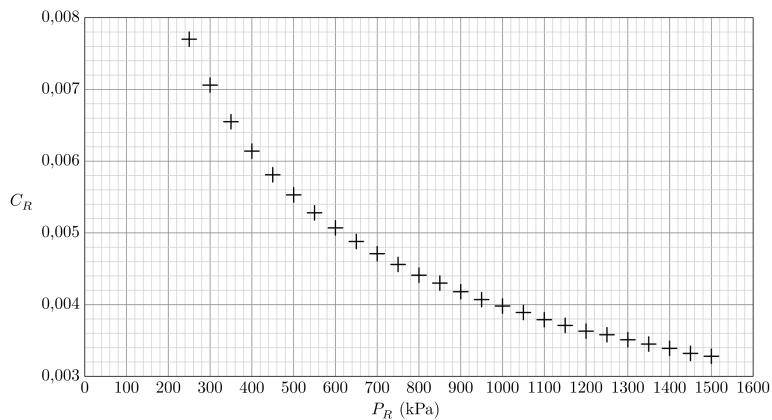


FIGURE 8 – Coefficient de roulement

**Question 7 :** Relever la valeur de  $C_R$  pour une pression de pneumatique de 950 kPa.

La résistance aérodynamique  $R_A$  est directement proportionnelle à l'aire frontale projetée du cycliste et de son vélo ( $A_p$  en  $\text{m}^2$ ), au coefficient de trainée ( $C_D$  sans unité), à la masse volumique de l'air ( $\rho$  en  $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ) et au carré de la vitesse d'écoulement de l'air sur le corps du cycliste ( $v$  en  $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ ) :  $R_A = -\vec{R}_A \cdot \vec{x}_1$ .

$R_A = 0.5\rho A_p C_D v^2$  avec  $\rho = 1.293e^{-0.124\frac{T}{h} + 273}$  où  $T$  est la température en kelvins et  $h$  l'altitude du cycliste en km. On donne  $e^{-0.124 \times 2.25} \approx 0.75$ .

**Question 8 :** Calculer  $R_A$  pour  $A_p C_D = 0.22 \text{m}^2$ ,  $v = 15 \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ , une température de 293K (soit 20 °C) et les altitudes de 0 km et de 2,25 km. Conclure sur l'effet de l'altitude sur la résistance aérodynamique et sur le fait que le vélo ne tient pas compte de cette donnée. Faire les approximations nécessaires.

**Question 9 :** Donner l'expression totale de  $R_T$ .

Plusieurs essais, rassemblés sur la figure 9, ont été réalisés sur une piste horizontale ( $\theta = 0$ ) à une altitude de 0 km, une température de 293K (20°C) et une pression des roues  $P_R$  de 950 kPa.

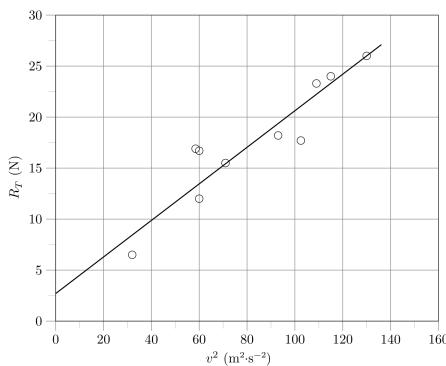


FIGURE 9 – Résistance à l'avancement

**Question 10 :** Justifier la forme obtenue sur la figure 9. Recaler la valeur du coefficient  $A_p C_D$  à partir des essais de cette figure.

Le modèle obtenu a permis de tracer les graphiques de la figure 10.

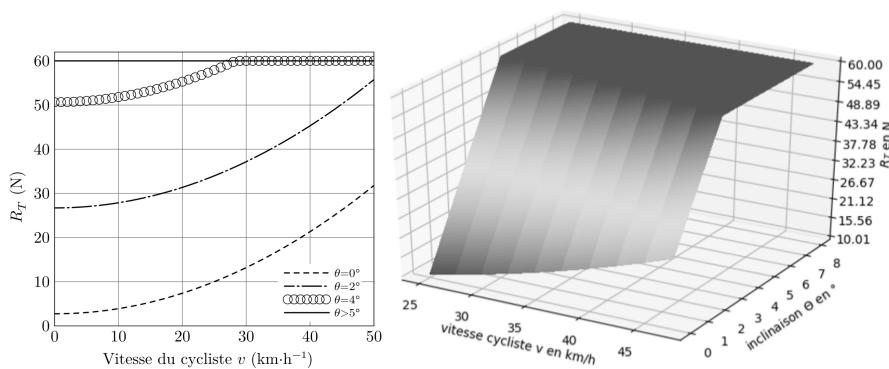


FIGURE 10 – Courbe obtenue à partir du modèle

**Question 11 :** Conclure sur la résistance maximale à l'avancement que le vélo Pro-Form TDF doit restituer à l'utilisateur.

Le modèle ainsi obtenu constitue la loi de commande du dispositif de freinage du vélo Pro-Form TDF. La partie suivante du sujet va permettre d'étudier la manière dont cet effort est réalisé et piloté.

## II.2 Dispositif de freinage

### Objectif

Vérifier la capacité du vélo Pro-Form à restituer la sensation de résistance totale à l'avancement et déterminer la commande de déplacement nécessaire au niveau des aimants du dispositif de freinage.

La partie précédente a permis de mettre en évidence la résistance totale à l'avancement  $R_T$  (en N) que le cycliste doit vaincre pour avancer. Afin que la sensation soit la plus proche possible de la réalité, un dispositif de freinage magnétique exerce un moment de freinage, noté  $M_f$  (en N · m), sur la roue arrière du vélo d'appartement. Pour cela, le moment de freinage doit respecter la relation suivante :  $RR_T = M_f$  avec  $R$ (35 cm) le rayon de la roue d'un vélo réel et  $R_T$  la résistance totale à l'avancement.



FIGURE 11 – Mesure et modélisation du couple de pédalage

La roue arrière du vélo d'appartement est assimilée à un disque métallique de rayon  $R_d$  (15 cm), d'épaisseur  $e$  (5 mm), de conductivité  $\gamma$  et tournant à une vitesse angulaire  $\omega$ . Quatre aimants sont placés de chaque côté de la roue arrière. Afin de simplifier l'étude, les quatre aimants sont assimilés à deux aimants produisant un champ magnétique  $\vec{B}$  quasi-uniforme perpendiculaire au disque sur un secteur d'angle  $\alpha$  situé entre un rayon  $R_1$  variable et  $R_2 = R_d$ . Le rayon  $R_1$  dépend de la position verticale des aimants  $\Delta y$ . L'angle  $\alpha$  est supposé constant.

Un élément de volume, noté  $dV = e \cdot dS = erdrd\theta$ , de la roue arrière est repéré par  $\overrightarrow{OP} = r \cdot \vec{x}_2$ . La force volumique de Laplace, notée  $\vec{f}_L(r)$ , s'exerçant sur un élément de volume  $dV$  est  $\vec{f}_L(r) = \frac{d\vec{F}_L}{dV} = -\gamma r \omega B^2 \vec{y}_2$ . Le moment résultant des actions de Laplace au point O se détermine à partir de la relation

$$\vec{M}_{O,\vec{f}_L} = \int_{\text{secteur}} \overrightarrow{OP} \wedge \vec{f}_L(r) dV$$

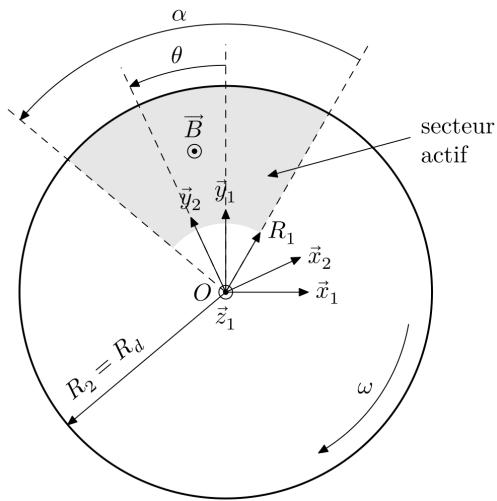
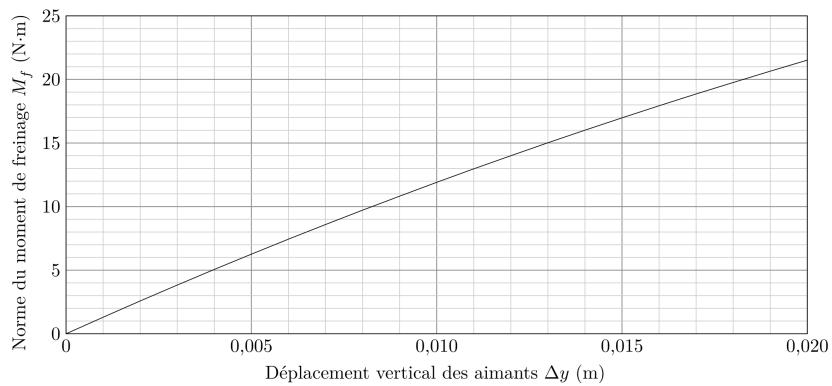


FIGURE 12 – Dispositif de freinage

**Question 12 :** Déterminer le moment résultant  $\vec{M}_{O,\vec{f}_L}$ , l'expression de la norme du moment de freinage, notée  $M_f$ . Indiquer à quel type de frottement peut être assimilé ce moment de freinage et s'il peut stopper complètement la roue arrière.

Le modèle pour la résistance totale à l'avancement est donné figure 10.

A  $25\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$ ,  $M_f = -\vec{M}_{O,\vec{f}_L} \cdot \vec{z}_1 = 0.00038(R_d^4 - R_1^4)$  (rayons en mm). La caractéristique de freinage pour une vitesse de translation de  $25\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$  est donnée figure 13.

FIGURE 13 – Norme du moment de freinage  $M_f$  pour  $v = 25\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$ 

**Question 13 :** En déduire le déplacement  $\Delta y$  nécessaire des aimants pour assurer la résistance maximale  $R_T$  à l'avancement de la figure 10.

Cette étude a donc permis de faire le lien entre la résistance à l'avancement en situation réelle et le déplacement  $\Delta y$  d'un aimant qui permet de reproduire cet effort sur un vélo d'appartement. La partie suivante permet d'étudier la manière dont est généré et piloté ce déplacement.

## II.3 Pilotage du dispositif de freinage

### Objectif

Linéariser le modèle entre le déplacement des aimants et la commande du mécanisme de déplacement.

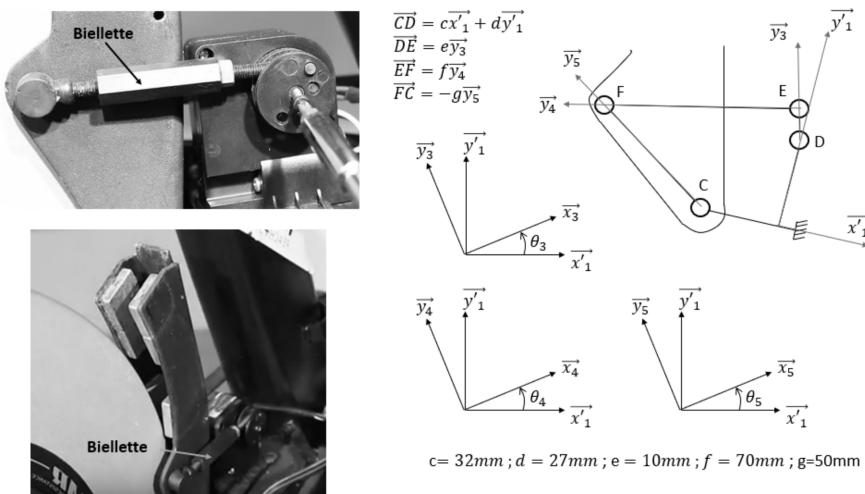


FIGURE 14 – Modèle et paramétrage du système de freinage

**Question 14 :** À partir du modèle figure 14 et à l'aide d'une fermeture géométrique, déterminer une relation sous la forme  $f(\theta_3, \theta_5) = 0$ .

La résolution numérique de l'équation précédente est réalisée en Python. Le déplacement des aimants étant proportionnel à  $\theta_5$ , il est possible de tracer l'évolution du déplacement des aimants en fonction de l'angle de commande du servomoteur  $\theta_3$ . Le résultat de la résolution est donné sur la courbe figure 15.

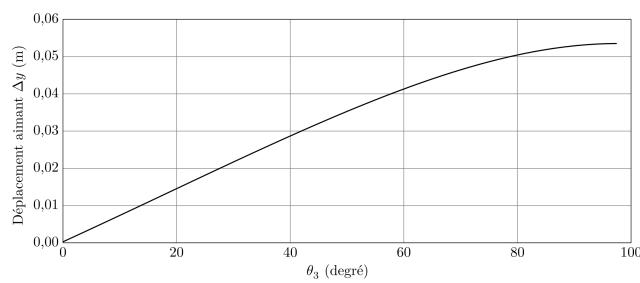


FIGURE 15 – Loi entrée sortie

**Question 15 :** Proposer, en vous aidant des figures 15 et 13, un modèle linéaire entre la norme du moment de freinage  $M_f$  en N · m et l'angle de commande  $\theta_3$  en degrés pour une vitesse de  $25\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$ .

### III Contrôle du freinage - Modélisation et réglage de la boucle de position

Le contrôle de la résistance au pédalage se fait en contrôlant la position des biellettes.

#### Objectif

Modéliser puis régler le correcteur de l'asservissement de position des biellettes permettant un contrôle du dispositif de freinage.

Afin de suivre le plus fidèlement possible le parcours souhaité, il est nécessaire de contrôler parfaitement la position des biellettes du dispositif de freinage. Pour cela, un asservissement de position est réalisé. La structure de cet asservissement est représentée figure 16.

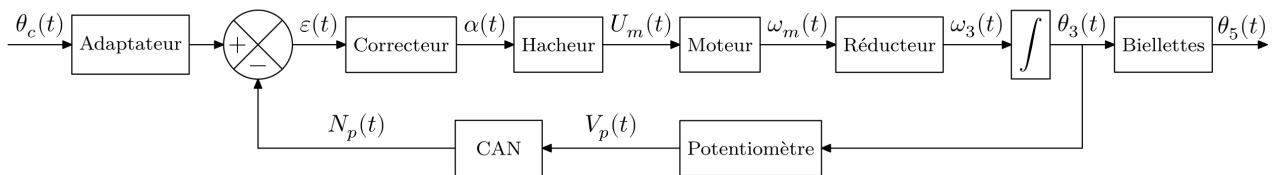
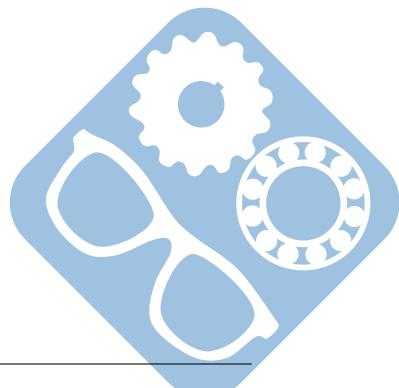


FIGURE 16 – Structure de l'asservissement de position des biellettes

Hypothèses et notations :

- le réducteur est un réducteur roue et vis sans fin, défini par son rapport de réduction  $K_{\text{red}} = \frac{\omega_3}{\omega_m} = \frac{1}{220}$ ,
- la mesure de position en sortie du réducteur roue et vis sans fin, notée  $\theta_3(p)$ , est réalisée par un potentiomètre linéaire de  $10k\Omega$ , alimenté en  $2,2V$  et d'une course de  $160^\circ$ ,
- la tension image de la position  $\theta_3(p)$  est ensuite numérisée par un convertisseur analogique-numérique (CAN) 10bits unipolaire, codé en binaire naturel et alimenté en  $0-2,2V$ ,
- le couple résistant ramené sur l'axe moteur est considéré comme négligeable.



Le schéma-bloc de l'asservissement est donné sur la figure 17.

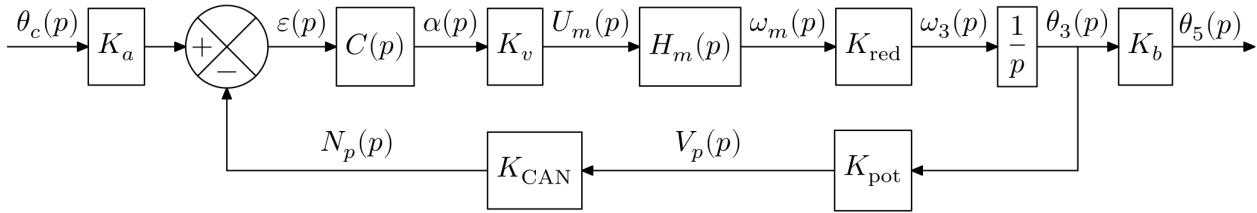


FIGURE 17 – Schéma-bloc de l'asservissement de  $\theta_5(p)$  à  $\theta_c(p)$

**Question 16 :** Déterminer les valeurs numériques de  $K_{CAN}$  et  $K_{pot}$  modélisant respectivement le CAN et le potentiomètre. En déduire la valeur de  $K_a$  en  $\text{rad}^{-1}$ .

Le variateur de vitesse associé au moteur est un hacheur quatre quadrants, alimenté par une tension  $U_0 = 12\text{V}$ , dont la structure de commande est représentée figure 18.

La loi de commande est élaborée à partir d'un rapport cyclique, noté  $\alpha$ , compris entre 0 et 255 incrément, et d'un signal, non étudié ici, permettant de déterminer le sens de rotation souhaité. Dans l'étude suivante, les interrupteurs  $T_1 - D_1$  et  $T_4 - D_4$  sont commandés pour  $t \in [0, \frac{\alpha}{255}T_d]$  puis  $T_1 - D_1$  et  $T_2 - D_2$  pour  $t \in [\frac{\alpha}{255}T_d, T_d]$ . Le chronogramme de la tension moteur correspondant est donné figure 18.

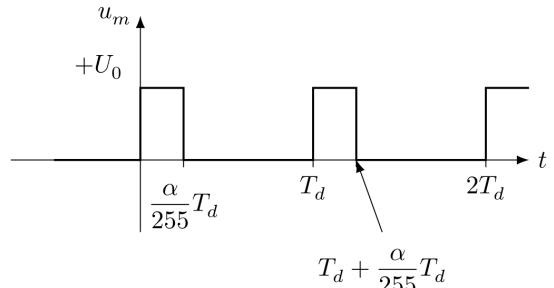
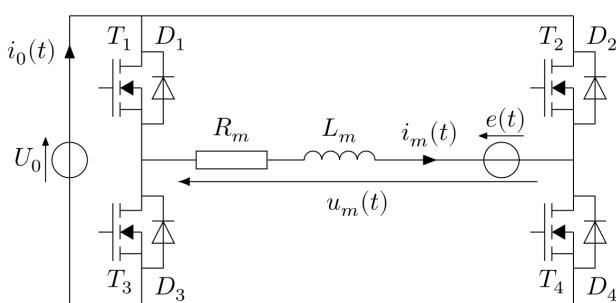


FIGURE 18 – Structure de commande et exemple de tension moteur  $u_m$ .

La période de découpage est notée  $T_d$ . La résistance  $R_m$ , l'inductance  $L_m$  et la force électro-motrice  $e(t)$  modélisent le moteur qui est une machine à courant continu à aimants permanents.

**Question 17 :** Justifier l'intérêt d'une telle structure de commande pour la commande du moteur du dispositif de freinage.

**Question 18 :** Déterminer la relation entre la valeur moyenne de  $u_m$ , notée  $\langle u_m(t) \rangle$ ,  $\alpha$  et  $U_0$ , puis tracer  $\langle u_m(t) \rangle$  en fonction du rapport cyclique  $\alpha$ .

**Question 19 :** En déduire l'expression du gain  $K_v$  sachant que dans le modèle adopté  $L(\langle u_m(t) \rangle) = U_m(p)$ .

**Question 20 :** Indiquer la non linéarité qui pourrait être prise en compte dans le schéma-bloc afin de modéliser le comportement du hacheur.

Un essai est réalisé en boucle ouverte, en imposant au moteur une variation en échelon au niveau du rapport cyclique  $\alpha(p)$  de 50 incrément (le rapport cyclique est compris entre 0 et 255 incrément) à l'instant  $t = 0,5\text{s}$ .

La mesure de vitesse en sortie du moteur se fait à l'aide d'une génératrice tachymétrique modélisée par un gain de  $0,12\text{V} \cdot \text{s}$  comme indiqué sur la figure 19. L'allure de la réponse à l'essai est donnée sur la figure B du document réponse.

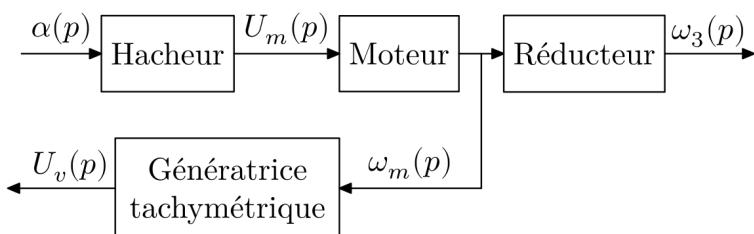


FIGURE 19 – Schéma-bloc de la mesure en boucle ouverte

**Question 21 :** Identifier un modèle, en détaillant les méthodes utilisées pour identifier les paramètres, et en réalisant les tracés sur la figure du document réponse, pour la fonction de transfert  $\frac{U_v(p)}{\alpha(p)}$ . En déduire la fonction de transfert  $H_v(p) = \frac{\omega_m(p)}{\alpha(p)}$ .

Remarque :  $H_v(p) = K_v \cdot H_m(p)$ .

Le correcteur est un correcteur proportionnel de valeur  $C(p) = K_c$ .

**Question 22 :** Déterminer l'expression de la fonction de transfert en boucle ouverte donnée figure 17, puis justifier que le critère de précision du cahier des charges est respecté.

**Question 23 :** Déterminer, en réalisant les tracés sur la figure du document réponse, la fonction de transfert en boucle ouverte  $H_{BO}(p)$  pour  $K_c = 1$ .

Pour la suite, on prendra  $H_{BO}(p) = \frac{0.76}{p(1 + \frac{p}{10})}$  pour  $K_c = 1$ .

**Question 24 :** Exprimer la fonction de transfert en boucle fermée  $H_{BF}(p) = \frac{\theta_3(p)}{\theta_c(p)}$  et exprimer ses paramètres caractéristiques, son gain statique  $K_{BF}$ , sa pulsation propre  $\omega_{0BF}$  et son amortissement  $\xi_{BF}$ .

L'abaque du temps de réponse réduit en fonction de l'amortissement est donné sur la figure 20.

**Question 25 :** Déterminer la valeur limite du correcteur proportionnel permettant de satisfaire le critère de dépassement du cahier des charges et reporter la valeur dans le tableau du document réponse de la question 27.

**Question 26 :** Déterminer la valeur limite du correcteur proportionnel permettant de satisfaire le critère de rapidité du cahier des charges et reporter la valeur dans le tableau du document réponse de la question 27. Cette valeur est à déterminer en exploitant le diagramme de Bode de la FTBO.

**Question 27 :** Conclure sur la plage de valeur du correcteur proportionnel qui permettrait de respecter tous les critères du cahier des charges en complétant le tableau du document réponse. Vous identifierez  $K_{c\min}$  et  $K_{c\max}$  sur le tracé du document réponse.

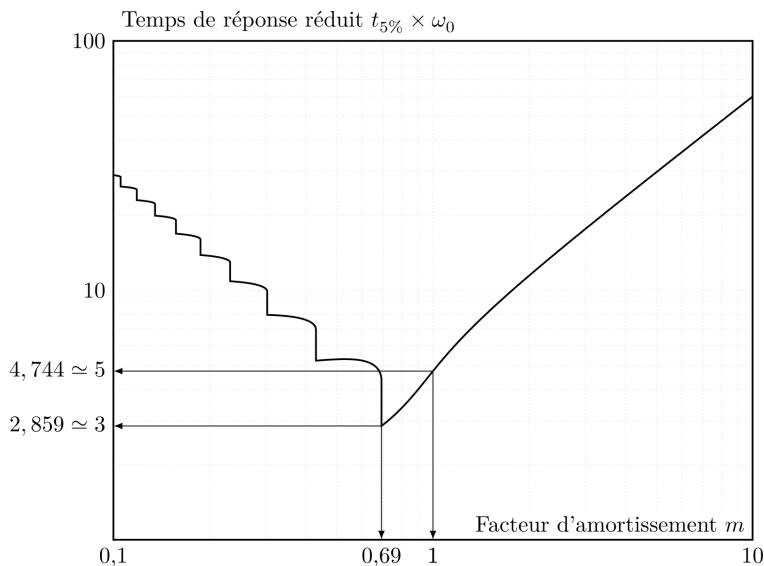


FIGURE 20 – Abaque du temps de réponse réduit en fonction de l'amortissement

## IV Étude du dispositif d'inclinaison

### IV.1 Problème de non basculement du vélo Pro-Form TDF

#### Objectif

L'objectif de l'étude est de vérifier que les dimensions du vélo sont suffisantes afin que celui-ci ne bascule pas lorsque le cycliste se met en danseuse.

Lors de l'ascension d'un col ou tout simplement en montée le vélo va s'incliner et la résistance va augmenter. Afin de moins solliciter les muscles des cuisses, le cycliste va se mettre en danseuse c'est à dire qu'il va translater son bassin afin de le mettre à la verticale de la pédale sur laquelle il faut effectuer un effort. Ainsi, le poids de son corps va l'aider à effectuer le mouvement. Le mouvement du bassin va engendrer un transfert de masse sur les appuis qui peut occasionner un décollement.

Le schéma qui permet de faire l'étude de modélisation plane est donné figure 21. Il est composé de 3 ensembles :

- le sol 0 qui est le référentiel galiléen,
- le vélo 1 qui est immobile par rapport au sol. Il est en appui sur deux liaisons sphères/plans avec frottement en D et en E. Il a une masse  $m_1$  et de centre de gravité  $G_1$ ,
- le cycliste c de masse m et un centre de gravité G. Pour cette étude, le mouvement du cycliste est une translation rectiligne suivant  $\vec{z}$  qui correspond au mouvement du bassin :  $\vec{y}_{G \in c/0} = \gamma \vec{z}$ .

$$\overrightarrow{AG} = b\vec{y} + c(t)\vec{z}, \overrightarrow{AD} = -e\vec{y} + d\vec{z}, \overrightarrow{AE} = -e\vec{y} - d\vec{z}, \overrightarrow{AG_1} = h\vec{y}.$$

Les seules actions mécaniques à prendre en compte sont :

$$\begin{aligned} \{T_{d0 \rightarrow 1}\} &= \left\{ \begin{array}{l} N_D \vec{y} + T_D \vec{z} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_D & \{T_{pes \rightarrow 1}\} &= \left\{ \begin{array}{l} -m_1 g \vec{y} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{G_1} \\ \{T_{e0 \rightarrow 1}\} &= \left\{ \begin{array}{l} N_E \vec{y} + T_E \vec{z} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_E & \{T_{pes \rightarrow 1}\} &= \left\{ \begin{array}{l} -mg \vec{y} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_G. \end{aligned}$$

Lors de la décélération ( $\gamma < 0$ ), il y a un transfert de masse qui peut engendrer le décollement au point E.

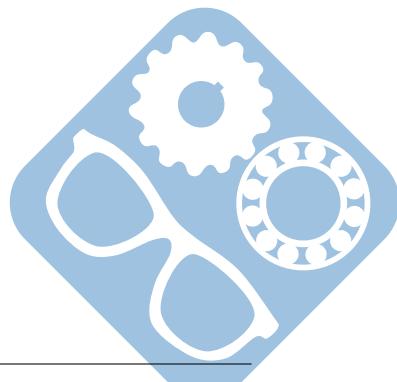
**Question 28 :** Faire un graphe des liaisons et des actions mécaniques. Le graphe ne comporte que deux ensembles {0} et {1 + c}.

L'application du Principe Fondamental de la Dynamique permet de montrer que :  
 $\overrightarrow{\delta_{D,c/0}} = \overrightarrow{M_{D,O_D \rightarrow 1}} + \overrightarrow{M_{D,O_E \rightarrow 1}} + \overrightarrow{M_{D,p \rightarrow c}} + \overrightarrow{M_{D,p \rightarrow 1}} = (b + e) \cdot m \cdot \gamma \cdot \vec{x}.$

**Question 29 :** Indiquer, puis appliquer une stratégie d'isolements permettant de déterminer  $N_E$  en fonction de b, e, m,  $\gamma$ , d,  $m_1$ , g, c.

On rappelle qu'à la limite du basculement,  $N_E = 0$ .

**Question 30 :** Calculer  $\gamma$ , l'accélération transversale, pour faire basculer le vélo et conclure sur l'exigence  $id=1.1$ .  $m_1 = 56\text{kg}$ ,  $m = 125\text{kg}$ ,  $d = 0.25\text{m}$ ,  $c = 0.2\text{m}$ ,  $h = 0.35\text{m}$ ,  $e = 0.05\text{m}$ ,  $b = 1.1\text{m}$  et  $g = 9.81\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ .



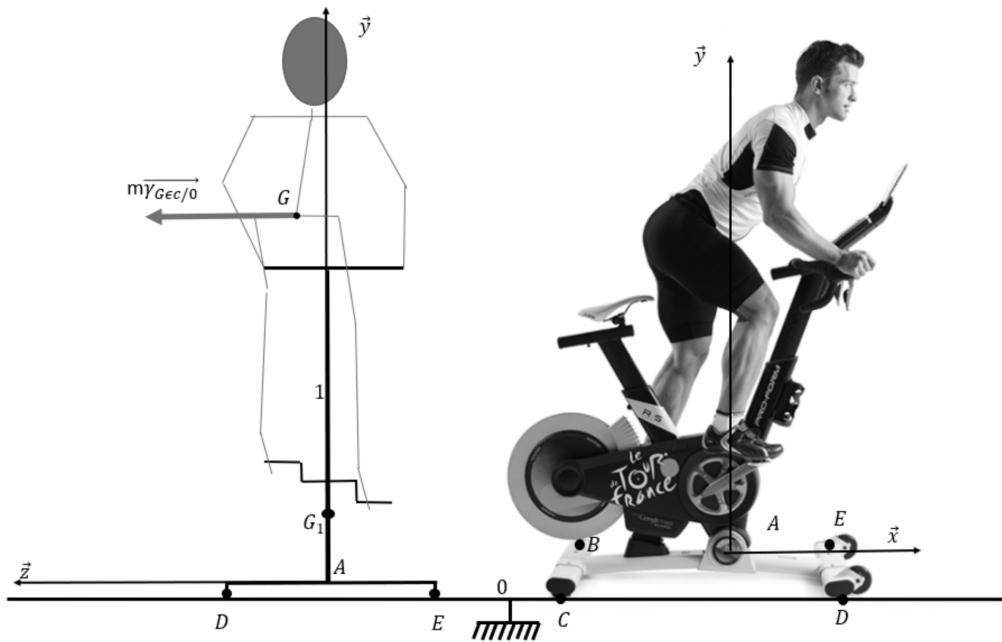


FIGURE 21 – Modélisation adoptée pour l'étude du basculement

## IV.2 Dimensionnement du vérin

### Objectif

L'objectif est de valider le dimensionnement du vérin qui permet d'incliner le vélo pour un rendu plus réaliste.

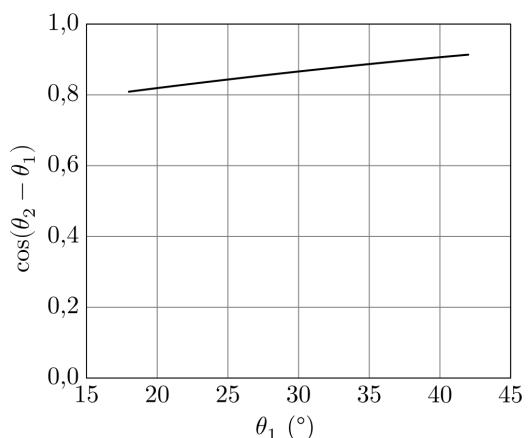
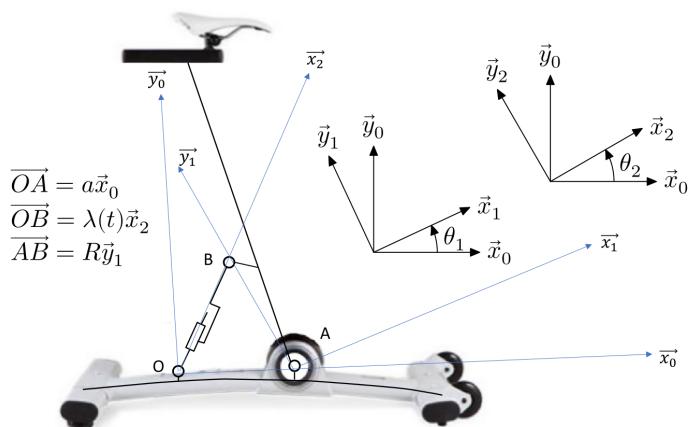
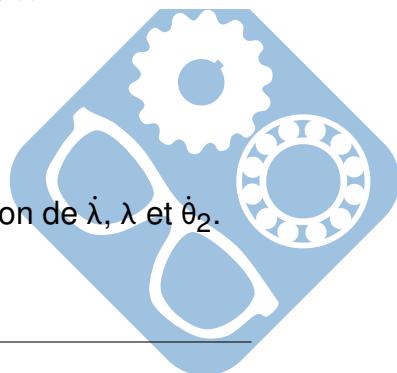


FIGURE 22 – Inclinaison

**Question 31 :** Déterminer  $\vec{V}_{B \in 1/0}$  en fonction de R,  $\dot{\theta}_1$  et  $\vec{V}_{B \in 2/0}$  en fonction de  $\lambda$ ,  $\dot{\lambda}$  et  $\dot{\theta}_2$ .

**Question 32 :** Montrer que  $\dot{\lambda} = -R\dot{\theta}_1 \cdot \cos(\theta_2 - \theta_1)$ .



**Question 33 :** Sachant que le cahier des charges impose une vitesse de rotation  $\dot{\theta}_1 = 0.023\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$  et que  $R = 250\text{mm}$  en déduire la vitesse maximale de la tige du vérin.

Dans le pire des cas, le vérin électrique doit générer en régime permanent un effort de  $1500\text{ N}$  à une vitesse de sortie de tige de  $5,2\text{mm} \cdot \text{s}^{-1}$ . Il a un rendement de  $0,3$ . Il est alimenté en monophasé  $120\text{ V}$ ,  $50\text{ Hz}$  avec un courant maximal de  $0,5\text{ A}$  et un facteur de puissance de  $\cos\varphi = 0,8$ . On rappelle que la puissance fournie vaut  $P_{fmax} = U \cdot I_{max} \cdot \cos\varphi$ .

**Question 34 :** Déterminer la puissance à fournir en régime permanent. Conclure sur la capacité de l'actionneur à pouvoir incliner le vélo pour suivre les étapes du Tour de France.

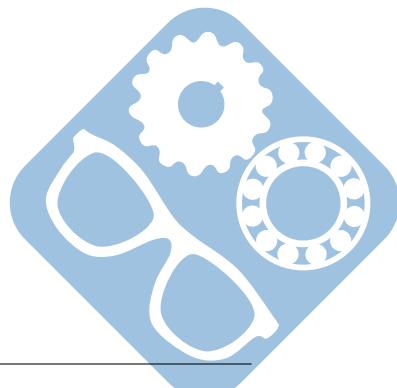
## V Synthèse

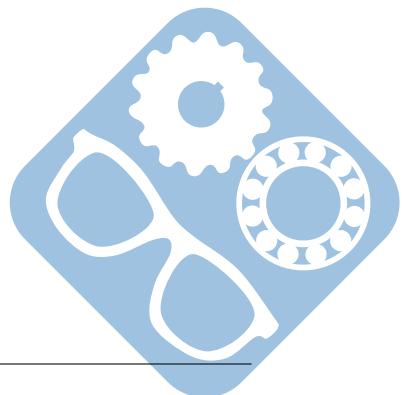
Un vélo d'appartement classique ne dispose ni du système d'inclinaison, ni de l'immersion avec Google Maps permettant de suivre les différentes étapes du Tour de France.

**Question 35 :** Remplir le tableau du document réponse, en indiquant si les exigences du cahier des charges sont vérifiées et en précisant la démarche utilisée pour les vérifier.

**Question 36 :** Remplir le tableau du document réponse, afin de comparer le vélo Pro-Form TDF avec un vélo d'appartement traditionnel en citant les avantages et les inconvénients apportés par chacun d'eux du point de vue immersion et complexité.

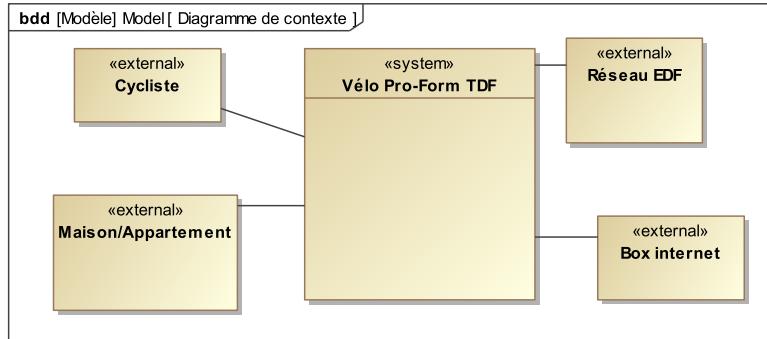
FIN



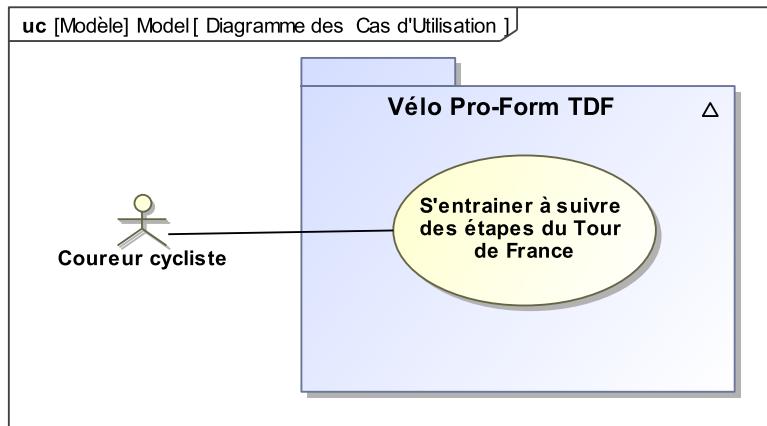


## Correction

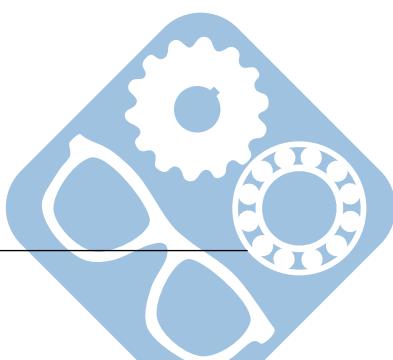
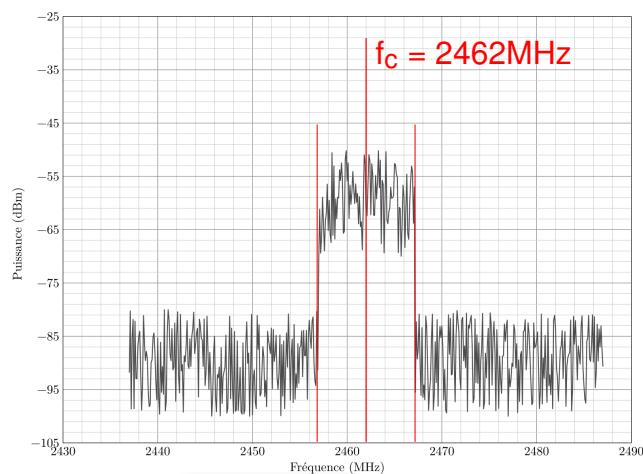
### Question 1 :



### Question 2 :



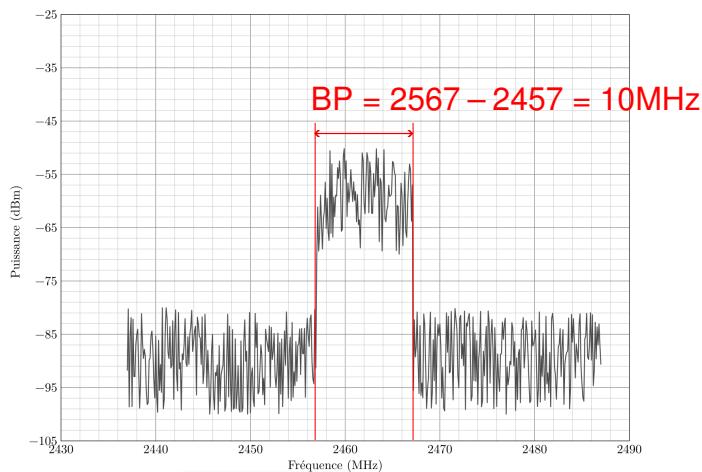
### Question 3 :



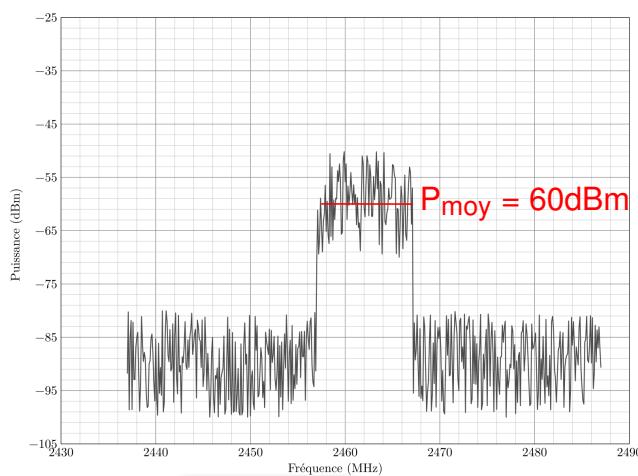
C'est le canal 11.

### Question 4 :

## Correction



### Question 5 :



	Fréquence (en GHz)	Puissance	$\Delta\text{BP}$
Cahier des charges	2,412 à 2,472	> -70dBm	> 8MHz < 22MHz
Valeur mesurée	2,462GHz	-60dBm	10MHz
Bilan	Respecté	Respecté	Respecté

Caractéristiques du réseau local et de la connexion qui pourraient impacter les performances de l'immersion :

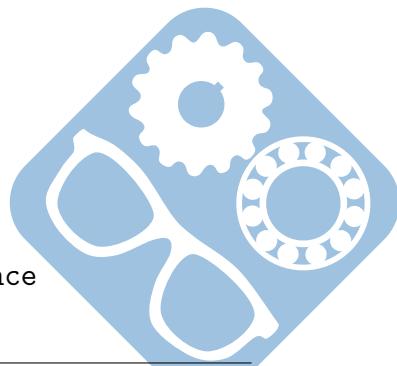
- Trop de débit dans le réseau local et éloignement du vélo avec la box,
- Connexion internet : débit de la connexion.

### Question 6 :

```

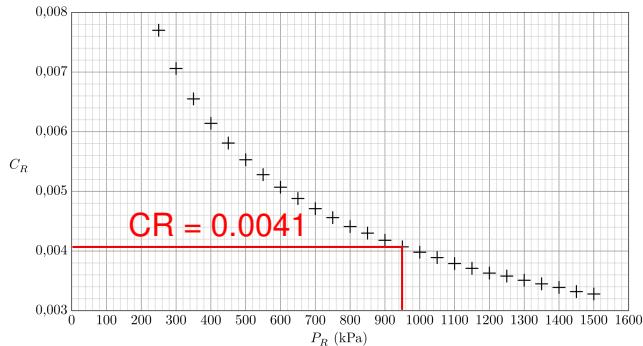
1 def calculerPentes(distance,altitude):
2     n = len(altitude)
3     Ls = [0] * (n-1) # n-1 pentes entre n altitudes
4     for i in range(n-1):
5         Ls [i] = (altitude[i+1]-altitude[i])/distance
6     return Ls

```



## Correction

### Question 7 :



### Question 8 :

— Pour  $h = 0$ ,  $R_A = 0.5 \times 1.3 \times 0.2 \times 15^2 = 13 \times 1.5 \times 1.5 = (13 + 6.5) \times 1.5 = (19.5 + 9.75) = 29.25\text{N}$ ,

— Pour  $h = 2.25$ ,  $R_A = 0.5 \times 1.3 \times 0.2 \times 0.75 \times 15^2 = 29.25 \times 0.75 = 29.25 - 7,3 = 22\text{N}$

On a donc :  $\frac{\Delta R_A}{R_A} = \frac{29.25 - 22}{29.25} = \frac{7.25}{29.25} \approx 25\%$ . Cette variation n'est pas négligeable mais la variation est très progressive et  $R_A$  dépend surtout de la vitesse.

### Question 9 :

$$R_T = (C_R + \sin\theta)Mg + 0.5 \cdot \rho A_d \cdot C_D \cdot v^2$$

### Question 10 :

Sur la figure, on trouve  $R_T = \alpha \cdot v^2 + R_{T0}$

Avec  $\alpha = \frac{17 - 2.5}{80} = \frac{14.5}{80} \approx 0.2$ , donc  $0.5 \cdot \rho \cdot A_d \cdot C_D = 0.2$ , donc  $A_d \cdot C_D = \frac{0.2}{0.5 \cdot 1.3} = \frac{0.2}{0.65} \approx 0.3\text{m}^2$

### Question 11 :

On donne  $R_{T\max} = 60\text{N}$ . D'après la figure 10, on constate que l'effort dépend bien de la vitesse jusqu'à  $4^\circ$  la plage en saturation ne sera pas utile car la vitesse de  $30\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$  semble inatteignable sur une telle pente. Par contre à partir de  $5^\circ$ , il n'y a plus de variation possible.

### Question 12 :

$$\vec{M}_{O,\vec{f}_L} = \int_{\text{secteur}} r \cdot \vec{x}_2 \wedge (-\gamma r \omega B^2 \vec{y}_2) er dr d\theta$$

$$\vec{M}_{O,\vec{f}_L} = -\gamma \cdot \omega \cdot B^2 \cdot e \cdot \vec{z}_2 \int_{r=R_1}^{r=R_2} r^3 \cdot dr \int_{\theta=0}^{\theta=\alpha} d\theta = -\gamma \cdot r \cdot \omega \cdot B^2 \cdot e \cdot \vec{z}_2 \left[ \frac{r^4}{4} \right]_{r=R_1}^{r=R_2}$$

$$\alpha = -\gamma \cdot r \cdot \omega$$

$$B^2 \cdot e \cdot \alpha \frac{R_2^4 - R_1^4}{4} \cdot \vec{z}_2$$

Donc,  $M_f = \gamma \cdot r \cdot \omega \cdot B^2 \cdot e \cdot \alpha \frac{R_2^4 - R_1^4}{4}$ , c'est proportionnel à  $\omega$ , il s'agit donc de frottement

## Correction

visqueux, il ne peut pas stopper la roue car ce freinage tend vers 0 quand la vitesse tend vers 0.

### Question 13 :

$$R_{T\max} = 60\text{N}, \text{ or } M_{f\max} = R \cdot R_{T\max} = 0,35 \times 60 = 21\text{N} \cdot \text{m}.$$

Sur la courbe, on lit donc  $\Delta y = 0.0195\text{m}$ .

### Question 14 :

$$\vec{CD} + \vec{DE} + \vec{EF} + \vec{EC} = \vec{0}$$

$$(c\vec{x}_1 + d\vec{y}_1) + e\vec{y}_3 + f\vec{y}_4 - g\vec{y}_5 = \vec{0}$$

$$\text{Projection sur } \vec{x} : c + 0 - e \cdot \sin\theta_3 - f \cdot \sin\theta_4 + g \cdot \sin\theta_5 = 0$$

$$\text{Projection sur } \vec{y} : 0 + d + e \cdot \cos\theta_3 + f \cdot \cos\theta_4 - g \cdot \cos\theta_5 = 0$$

Comme  $\cos^2\theta_4 + \sin^2\theta_4 = 1$ , on a alors :

$$f^2 = (c - e \cdot \sin\theta_3 + g \cdot \sin\theta_5)^2 + (-d - e \cdot \cos\theta_3 + g \cdot \cos\theta_5)^2$$

### Question 15 :

$$\text{D'après la figure 13, on sait que } M_f = k \cdot \Delta y \text{ avec } k = \frac{21}{0,02}$$

D'après la figure 15, on peut essayer de linéariser la relation et ainsi obtenir  $\Delta y = \frac{0,02}{27}\theta_3$ .

$$\text{Ainsi, } M_f = \frac{21}{27}\theta_3 = \frac{7}{9}\theta_3 \approx 0.75\theta_3.$$

### Question 16 :

$$K_{CAN} = \frac{N_{\max}}{V_{\max}} = \frac{2^n}{V_{\max}} = \frac{2^{10} - 1}{2.2} = \frac{1023}{2.2} \approx 500 \text{ inc} \cdot V^{-1}$$

$$K_{pot} = \frac{V_{\max}}{\theta_{3\max}} = \frac{2.2}{160 \cdot \pi/180} \approx 0,8V \cdot \text{rad}^{-1}$$

### Question 17 :

Il faut disposer d'un hacheur réversible en tension (pont en H) pour pouvoir piloter le moteur dans 2 sens de rotation différents.

### Question 18 :

$$\langle u_m \rangle = \frac{1}{T_d} \int_0^{T_d} u_m(t) \cdot dt = \frac{1}{T_d} \int_0^{\frac{\alpha \cdot T_d}{255}} U_0 \cdot dt = \frac{\alpha}{255} U_0$$

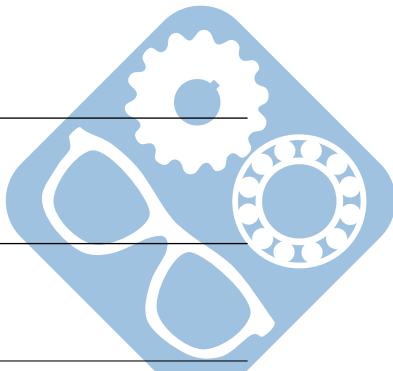
### Question 19 :

$$K_v = \frac{U_0}{255} = \frac{12}{255} \approx 4.8 \cdot 10^{-2} V \cdot \text{inc}^{-1}$$

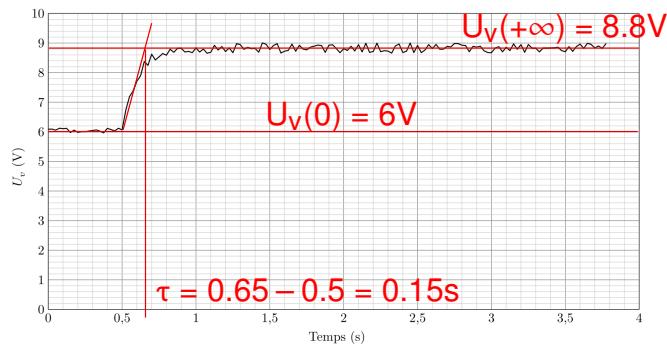
### Question 20 :

Le hacheur génère une saturation à  $\pm U_0 = \pm 12V$ .

### Question 21 :



## Correction



On reconnaît un ordre 1 avec un gain  $K = \frac{U_v(+\infty) - U(0)}{\Delta\alpha} = \frac{8.8 - 6}{50} = \frac{2.8}{50} = 5.6 \cdot 10^{-2} \text{ V} \cdot \text{inc}^{-1}$   
 et une constante de temps  $\tau = 0.15 \text{ s}$ .

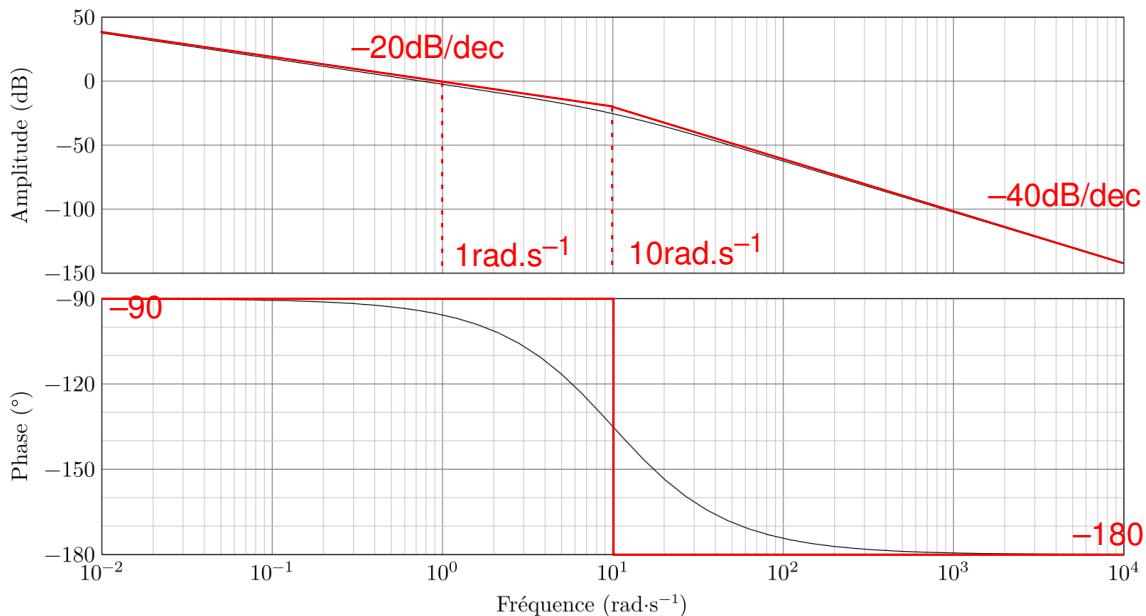
$$\frac{U_v(p)}{\alpha(p)} = \frac{\omega_m(p) \cdot K_{gen}}{\alpha(p)} = K_{gen} \cdot H_v(p), \text{ donc } H_v(p) = \frac{k}{K_{gen}} \cdot \frac{1}{1 + \tau \cdot p} = \frac{0.46}{1 + 0.1 \cdot p}$$

### Question 22 :

$$H_{BO}(p) = K_C \cdot K_V \cdot \frac{K_m}{1 + \tau \cdot p} \cdot \frac{K_{red}}{p} \cdot K_{pot} \cdot K_{CAN}$$

$H_{BO}(p)$  est de classe 1 donc l'erreur statique est nulle (en absence de perturbation au niveau du moteur qui serait avant l'intégration). L'asservissement permet de suivre parfaitement la consigne de position.

### Question 23 :



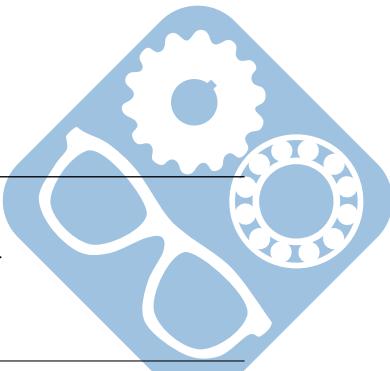
C'est un système d'ordre 2 et de classe 1.

Son fonction de transfert est  $H(p) = \frac{K}{p^2 \cdot c \cdot (1 + \tau \cdot p)}$ .

Avec  $\tau = 0.1$  et  $K \approx 1$

### Question 24 :

$$H_{BF}(p) = K_{pot} K_{CAN} K_c K_V \frac{K_m}{1 + \tau \cdot p} \cdot \frac{K_{red}}{p} \cdot \frac{1}{1 + K_{pot} K_{CAN} K_c K_V \frac{K_m}{1 + \tau \cdot p} \cdot \frac{K_{red}}{p}}$$



## Correction

$$H_{BF}(p) = \frac{1}{1 + \frac{1}{K_{pot} K_{CAN} K_c K_v K_m K_{red}} \cdot p + \frac{\tau}{K_{pot} K_{CAN} K_c K_v K_m K_{red}} \cdot p^2}$$

En prenant la forme du second ordre, on obtient :

- $K_{BF} = 1$ ,
- $\omega_{0BF} = \sqrt{\frac{K_{pot} K_{CAN} K_c K_v K_m K_{red}}{\tau}}$ ,
- $\xi_{BF} = \frac{1}{2\sqrt{K_{pot} K_{CAN} K_c K_v K_m K_{red}\tau}}$

### Question 25 :

Le dépassement est inférieur à 5% si  $\xi \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

$$\text{Donc, } K_c \leq \frac{1}{2K_{pot} K_{CAN} K_v K_m K_{red}\tau} = \frac{1}{2K_{BO}\tau}$$

$$\text{Donc, } K_c \leq \frac{1}{2 \cot 0,76 \cdot 0,1}$$

$$\text{Donc, } K_c \leq \frac{10}{1,5}$$

$$\text{Donc, } K_c \leq 6,5$$

### Question 26 :

Le temps de réponse le plus court correspond à  $\xi = \frac{\sqrt{2}}{2}$ , dans ce cas,  $t_{R5\%} \cdot \omega_0 = 3$ ,

$$\text{donc } \left( \omega_0 = \sqrt{\frac{K_{pot} K_{CAN} K_c K_v K_m K_{red}}{\tau}} \right) \geq \frac{3}{t_{R5\%}} \text{ donc } K_c \geq \frac{9}{t_{R5\%}^2} \frac{\tau}{K_{pot} K_{CAN} K_c K_v K_m K_{red}} =$$

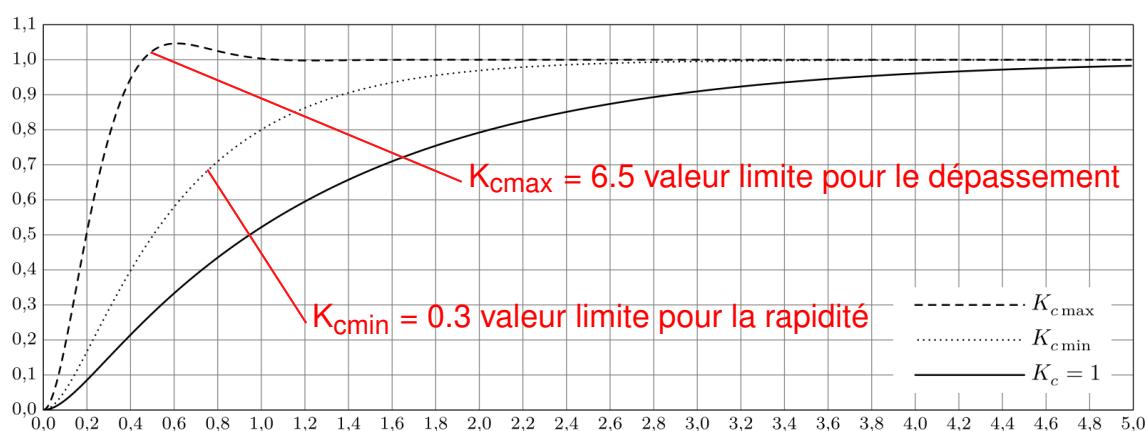
$$\frac{9}{t_{R5\%}^2} \cdot \frac{\tau}{K_{BO}}$$

$$K_c \geq \frac{9}{2^2} \frac{0,1}{0,76}$$

$$K_c \geq \frac{0,9}{3},$$

$$\text{donc } K_c \geq 0,3.$$

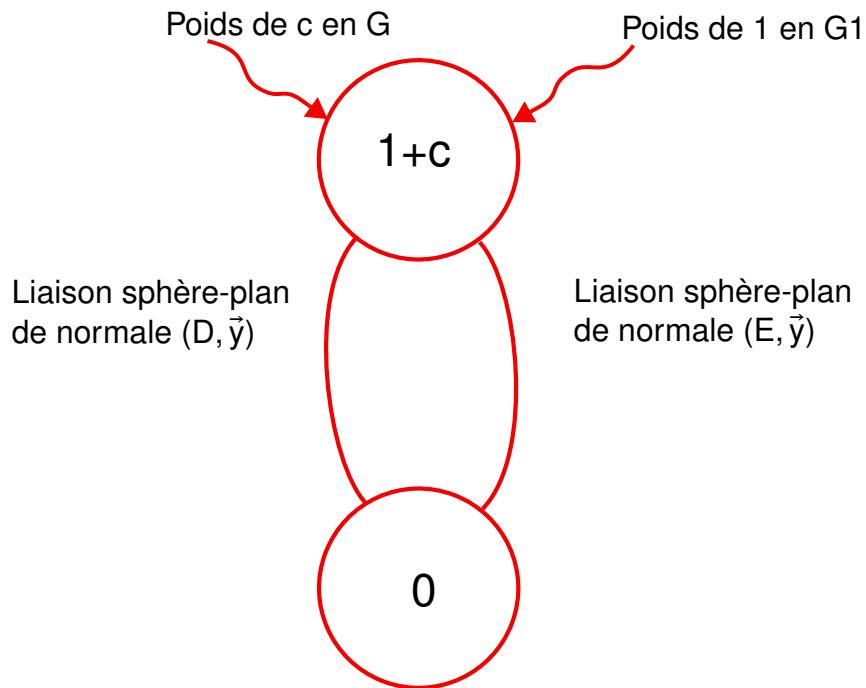
### Question 27 :



## Correction

Critère	Valeurs de $K_c$
Dépassemement	$K_c \leq 6.5$
Précision	$K_c$ indifférent
Rapidité	$0.3 \leq K_c$
Bilan	$0.3 \leq K_c \leq 6.5$

### Question 28 :



### Question 29 :

- Sphère-plan D :  $\overrightarrow{M_{D,O_D \rightarrow 1}} = \vec{0}$ ,
  - Sphère-plan E :  $\overrightarrow{M_{D,O_E \rightarrow 1}} = 2d \cdot N_E \vec{x}$ ,
  - Poids du cycliste :  $\overrightarrow{M_{D,p \rightarrow c}} = -(d - c)mg \vec{x}$ ,
  - Poids du vélo :  $\overrightarrow{M_{D,p \rightarrow 1}} = -dm_1g \vec{x}$ .
- $$\overrightarrow{\delta_{D,c/0}} = \overrightarrow{M_{D,O_D \rightarrow 1}} + \overrightarrow{M_{D,O_E \rightarrow 1}} + \overrightarrow{M_{D,p \rightarrow c}} + \overrightarrow{M_{D,p \rightarrow 1}}$$
- En projection sur  $\vec{x}$  :  $(b + e) \cdot m \cdot \gamma = 0 + 2dN_E - (d - c)mg - dm_1g$
- Soit  $N_E = \frac{m \cdot \gamma \cdot (b + e) + (dm_1 + (d - c)m) \cdot g}{2d}$

### Question 30 :

A la limite du basculement  $N_E = 0$  donc  $m\gamma(b + e) + (dm_1 + (d - c)m)g = 0$

$$\gamma = -\frac{dm_1 + (d - c)m}{(b + e)m}g = -\frac{0.25 \times 56 + (0.25 - 0.2) \times 125}{(1.1 + 0.05) \cdot 56} \cdot 9.81 = -\frac{14 + 6.5}{60} \cdot 10 \approx -\frac{20}{60} \cdot 10$$

$$\gamma \approx -3m \cdot s^{-1}$$

Le cahier des charges est respecté car le vélo restera stable sous une accélération de  $0.5m \cdot s^{-2} < |\gamma| = 3.08m \cdot s^{-1}$ .

## Correction

### Question 31 :

$$\overrightarrow{V_{B \in 1/0}} = \overrightarrow{V_{A \in 1/0}} + \overrightarrow{BA} \wedge \overrightarrow{\Omega_{1/0}} = \vec{0} - R \cdot \vec{y}_1 \wedge \dot{\theta}_1 \vec{z}_1$$

$$\overrightarrow{V_{B \in 1/0}} = -R \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \vec{x}_1$$

$$\overrightarrow{V_{B \in 2/0}} = \dot{\lambda}(t) \cdot \vec{x}_2 + \lambda(t) \left[ \frac{\vec{x}_2}{dt} \right]_{R_0}$$

$$\overrightarrow{V_{B \in 2/0}} = \dot{\lambda}(t) \cdot \vec{x}_2 + \lambda(t) \cdot \dot{\theta}_2 \cdot \vec{y}_2$$

### Question 32 :

$$\overrightarrow{V_{B \in 2/0}} = \overrightarrow{V_{B \in 1/0}} \text{ car liaison pivot entre 1 et 2 en B.}$$

$$\text{Projeter sur } \vec{x}_2 : -R \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \vec{x}_1 \cdot \vec{x}_2 = \dot{\lambda}(t)$$

$$\text{Soit } \dot{\lambda}(t) = -R \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \cos(\theta_2 - \theta_1).$$

### Question 33 :

$$\dot{\lambda}_{\max} = -R \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \cos(\theta_2 - \theta_1)_{\max}$$

$$\dot{\lambda}_{\max} = -0.25 \cdot 0.023 \cdot 0.9 = -10^{-3} \cdot \frac{23}{4} \cdot 0.9$$

$$\dot{\lambda}_{\max} = -10^{-3} \cdot (5.75 - 0.575) = -5.18 \cdot 10^{-3} \cdot \text{s}^{-1}$$

### Question 34 :

— Puissance utile :  $P_U = F \cdot \dot{\lambda}_{\max}$ ,

— Puissance électrique à fournir au moteur :  $P = \frac{P_U}{\eta_v} = \frac{F \cdot \dot{\lambda}_{\max}}{\eta_v} = \frac{1500 \cdot 5.2 \cdot 10^{-3}}{0.3} = 14.4 \text{W}$ ,

— Puissance absorbée maximale :  $P_{a,\max} = U \cdot I_{\max} \cdot \cos\phi = 120 \cdot 0.5 \cdot 0.8 = 48 \text{W}$

$P_{a,\max} = 48 \text{W} > P = 14.4 \text{W}$  donc la puissance disponible sera suffisante pour incliner le vélo.

### Question 35 :

Exigence	Validation	Démarche
id 1.2.1 : Permettre un parcours virtuel	validé	paramétrage de la connexion réseau, expérimentation : mesure de la puissance et de la bande passante du signal WIFI reçu par le vélo
id 1.2.2 : Donner la sensation de résistance au pédalage	validé	modèle de l'action résistive jusqu'à 4° + programmation de la loi de commande modèle de l'asservissement pour régler le correcteur simulation pour vérifier les performances
id 1.1 : Incliner le vélo autour de l'axe longitudinal	validé	modèle cinématique pour établir la vitesse maximale du vérin à prévoir modèle énergétique pour vérifier le dimensionnement de l'alimentation.

### Question 36 :

## Correction

	Inconvénients	Avantages
Vélo Pro-Form TDF	Nécessité du Wifi et d'internet Consomme de l'énergie Le contrôle de l'effort dépend du parcours Plus cher et sans doute plus lourd Risque de pannes important	Plus ludique : immersion Plus stimulant : le parcours éventuellement trop difficile est un challenge
Vélo traditionnel	Nécessité de régler l'effort manuellement Moins stimulant : pas d'immersion, challenge moins concret (passage d'un niveau d'effort au suivant)	Effort toujours adapté à l'intensité souhaitée, Moins cher et sans doute plus facile à déplacer, Pas besoin de se connecter

