1 Décomposition en éléments simples

Soit la fonction de transfert :

$$\mathrm{H}(p)\frac{\mathrm{S}(p)}{\mathrm{E}(p)} = \frac{12}{p \cdot (6 + 2 \cdot p)} \tag{1}$$

Question 1 : Mettre $\mathrm{H}(p)$ sous la forme canonique.

Question 2 : Déterminer sa classe et son ordre.

Une entrée en échelon de valeur $e(t) = 3$ est imposée au système.

Question 3 : Déterminer $\mathrm{S}(p)$ la réponse à cette entrée.

Question 4 : Après une décomposition en éléments simples, déterminer les coefficient A, B, C et τ tels que :

$$\mathrm{S}(p) = \frac{\mathrm{A}}{1 + \tau \cdot p} + \frac{\mathrm{B} + \mathrm{C} \cdot p}{p^2} \tag{2}$$

Question 5 : En déduire la réponse temporelle $s(t)$.

2 Calcul de puissances

Question 6 : Dans chaque cas, donner le résultat sous la forme a^n avec a et n deux entiers relatif :

1. $3^4 \cdot 5^4$,
2. $(5^3)^{-2}$,
3. $\dfrac{2^5}{2^{-2}}$,
4. $(-7)^3 \cdot (-7)^{-5}$,
5. $\dfrac{6^5}{2^5}$,
6. $\dfrac{(30^4)^7}{2^{28} \cdot 5^{28}}$.

FIN

Question 1 :
$$H(p) = \frac{2}{p \cdot (1 + \frac{1}{3} \cdot p)}$$

Question 2 :
Classe : 1, ordre : 2

Question 3 :
$$S(p) = \frac{6}{p^2 \cdot (1 + \frac{1}{3} \cdot p)}$$

Question 4 :
$$S(p) = \frac{A}{1 + \tau \cdot p} + \frac{B + C \cdot p}{p^2}$$
$$S(p) = \frac{A \cdot p^2 + (1 + \tau \cdot p) \cdot (B + C \cdot p)}{p^2 \cdot (1 + \tau \cdot p)}$$
$$S(p) = \frac{B + (C + B \cdot \tau) \cdot p + (A + C \cdot \tau) \cdot p^2}{p^2 \cdot (1 + \tau \cdot p)}$$
or $S(p) = \dfrac{6}{p^2 \cdot (1 + \frac{1}{3} \cdot p)}$.

Par identification :
$$\tau = \frac{1}{3}$$
$$B = 6$$
$$C + B \cdot \tau = 0$$
$$A + C \cdot \tau = 0$$

Ainsi :
$$\tau = \frac{1}{3}$$
$$B = 6$$
$$C = -2$$
$$A = \frac{2}{3}$$

Question 5 :
$s(t) = -2 + 6 \cdot t + 2 \cdot e^{-3t}$

Question 6 :

1. $3^4 \cdot 5^4 = 15^4$,
2. $(5^3)^{-2} = 5^{-6}$,
3. $\dfrac{2^5}{2^{-2}} = 2^7$,
4. $(-7)^3 \cdot (-7)^{-5} = 7^{-2}$,
5. $\dfrac{6^5}{2^5} = 3^5$,
6. $\dfrac{(30^4)^7}{2^{28} \cdot 5^{28}} = \dfrac{30^{28}}{2^{28} \cdot 5^{28}} = 3^{28}$.