

Proposition de corrigé

Concours : Concours Centrale-Supélec

Année : 2022

Filière : TSI

Épreuve : Sciences Industrielles pour l'Ingénieur

Ceci est une proposition de corrigé des concours de CPGE, réalisée bénévolement par des enseignants de Sciences Industrielles de l'Ingénieur et d'Informatique, membres de l'[UPSTI](https://www.upsti.fr) (Union des Professeurs de Sciences et Techniques Industrielles).

La distribution et la publication de ce document sont strictement interdites !

Conditions de diffusion

Ce document n'a pas vocation à être diffusé, et sa consultation est exclusivement réservée aux adhérents de l'UPSTI.

Les adhérents peuvent en revanche s'en inspirer librement pour toute utilisation pédagogique.

Si vous constatez que ce document est disponible en téléchargement sur un site tiers, veuillez s'il vous plaît nous en informer [à cette adresse](#), afin que nous puissions protéger efficacement le travail de nos adhérents.

Licence et Copyright

Toute représentation ou reproduction (même partielle) de ce document faite sans l'accord de l'UPSTI est **interdite**. Seuls le téléchargement et la copie privée à usage personnel sont autorisés (protection au titre des [droits d'auteur](#)).

L'équipe UPSTI

I. Récupération du parcours virtuel sur Internet

I.A. Paramétrage et communication avec Internet

_____ Objectif _____

Paramétrer le réseau local pour connecter le vélo à Internet et y récupérer les données d'altitude nécessaires pour suivre une étape du Tour de France.

Question 1 Indiquer la topologie du réseau, ainsi que le type de réseau utilisé à domicile lors de l'utilisation du vélo Pro-Form TDF.

La topologie du réseau est **en étoile** : tous les périphériques sont connectés à la box (par câble ou par WIFI).

Le type du réseau est **LAN** (Local Area Network)

Question 2 Donner la différence entre adresse physique et adresse logique. Indiquer l'ensemble des adresses logiques possibles pour le vélo Pro-Form TDF.

Adresse physique : adresse MAC qui est dédiée à un matériel réseau et qui identifie ce périphérique de façon unique.

Adresse logique : adresse de la machine dans le réseau (si le réseau est local, une adresse identique peut être affectée à une autre machine d'un autre réseau local).

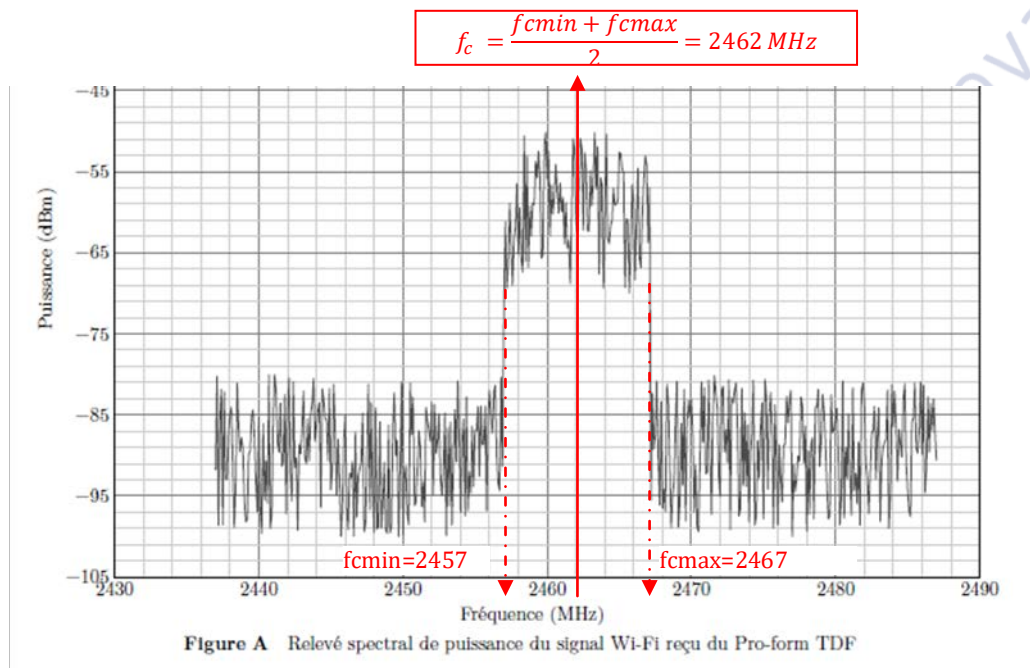
Adresses logiques possibles du réseau local 192.168.1.0 (adresse réseau obtenue par un ET logique entre les adresses IP et le masque 255.255.255.0 dont les 3 premiers octets sont donc remplis de 1 et de dernier octet de 0) varient de 192.168.1.1 à 192.168.1.254 (192.168.1.0 est réservé à l'adresse réseau ; 192.168.1.255 est réservée pour la diffusion de groupe). Si on retire les adresses déjà présentes dans le réseau local : 192.168.1.3 ; 192.168.1.7 à 192.168.1.12 ; 192.168.1.14 à 192.168.1.254.

I.B. Vérification de la qualité de connexion Wi-Fi du vélo Pro-Form TDF

Objectif

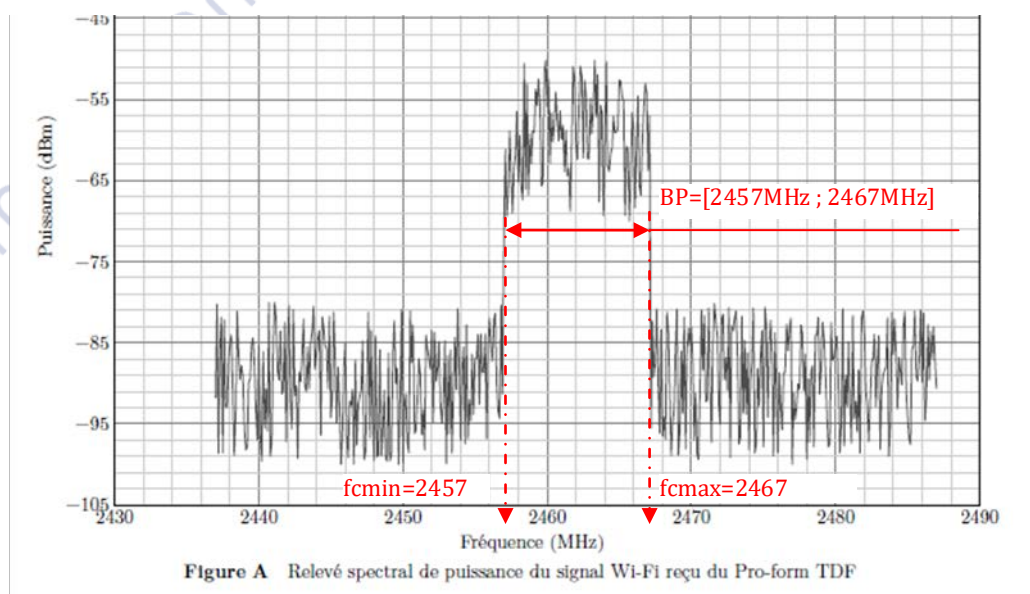
Vérifier que le signal reçu correspond à la norme d'une liaison Wi-Fi 2,4 GHz en France et permet un fonctionnement fluide de l'immersion.

Question 3 Sur la figure A, effectuer les tracés permettant d'estimer la fréquence centrale, notée f_c , du signal Wi-Fi reçu. Identifier le canal utilisé pour la transmission.



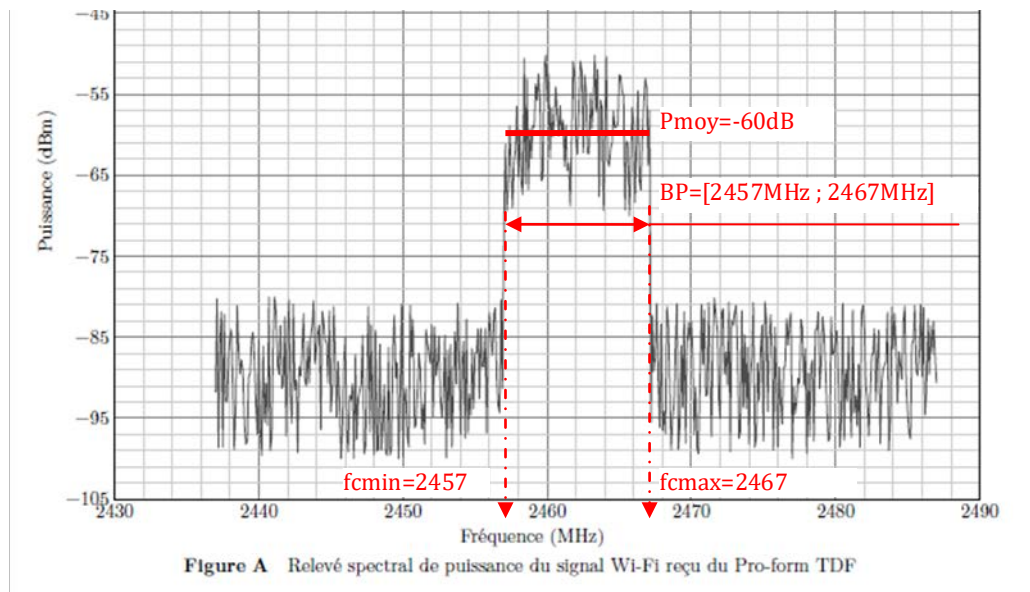
La fréquence $f_c = 2462\text{MHz}$ correspond au canal 11 (2,462GHz).

Question 4 Sur la figure A, effectuer les tracés nécessaires, afin de mesurer la bande passante du signal reçu et indiquer si elle respecte celle définie dans le cahier des charges.



Cette bande passante respecte le cahier des charge car $8\text{MHz} < \Delta\text{BP} = 10\text{MHz} < 22\text{MHz}$.

Question 5 Estimer la valeur de la puissance moyenne reçue dans la bande passante. Conclure, sous forme de tableau, sur la qualité de la connexion Wi-Fi du vélo Pro-Form TDF. Indiquer deux caractéristiques du réseau local et de la connexion qui pourraient impacter les performances de l'immersion.



La puissance $P_{moy} = -60\text{dB}$ est estimée en se plaçant sensiblement au centre des oscillations.

	fréquence (en GHz)	puissance	ΔBP
cahier des charges	2,412 à 2,472	$> -70\text{dBm}$	$> 8\text{MHz}$ $< 22\text{MHz}$
valeur mesurée	2,462GHz	-60dBm	10MHz
bilan	respecté	respecté	respecté

Caractéristiques susceptibles d'impacter la qualité de l'immersion :

- réseau local :
 - présence d'une machine avec une adresse IP identique,
 - trop de données dans le réseau local (notamment pour le Wifi qui concerne le vélo),
 - éloignement entre le vélo et la box qui pourra abaisser la puissance reçue,
- connexion internet : débit de données, délivrées par le fournisseur d'accès, insuffisant

I.C. Récupération des données d'altitude à partir de Google Maps

Objectif

Évaluer la possibilité de récupérer les pentes d'un parcours afin de commander le système d'inclinaison du vélo Pro-Form TDF.

Question 6 En utilisant les API Google, on a obtenu l'altitude d'une suite de points P_0, P_1, \dots, P_n régulièrement espacés le long du parcours de P_0 à P_n . Écrire en Python une fonction d'entête

```
def calculerPentes(distance:float, altitude:[float]) -> [float]:
```

qui prend en argument la distance le long du parcours entre deux points successifs quelconques P_i et P_{i+1} et une liste donnant l'altitude de chaque point P_i . Cette fonction renvoie une liste dont l'élément d'indice i donne la pente, en pourcent, de la portion du parcours située entre les points P_i et P_{i+1} .

Ainsi, si la connexion Internet est bonne, il est possible de récupérer des pentes tous les 100 m le long d'un parcours ce qui permet de suivre le plus fidèlement possible le trajet sur google maps. Maintenant que cette information de pente est disponible, il faut la traduire en résistance au pédalage ce qui est l'objet de la prochaine partie.

```
def calculerPentes(distance:float, altitude:[float]) -> [float]:
```

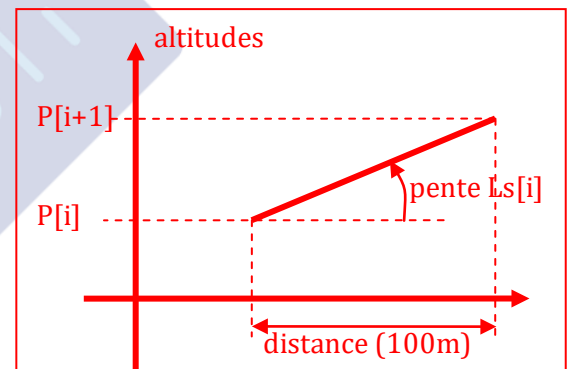
```
    n = len(altitude)
```

```
    Ls = [0] * (n-1)      # n-1 pentes entre n altitudes
```

```
    for i in range(n-1):
```

```
        Ls[i] = (altitude[i+1]-altitude[i])/distance
```

```
    return Ls
```



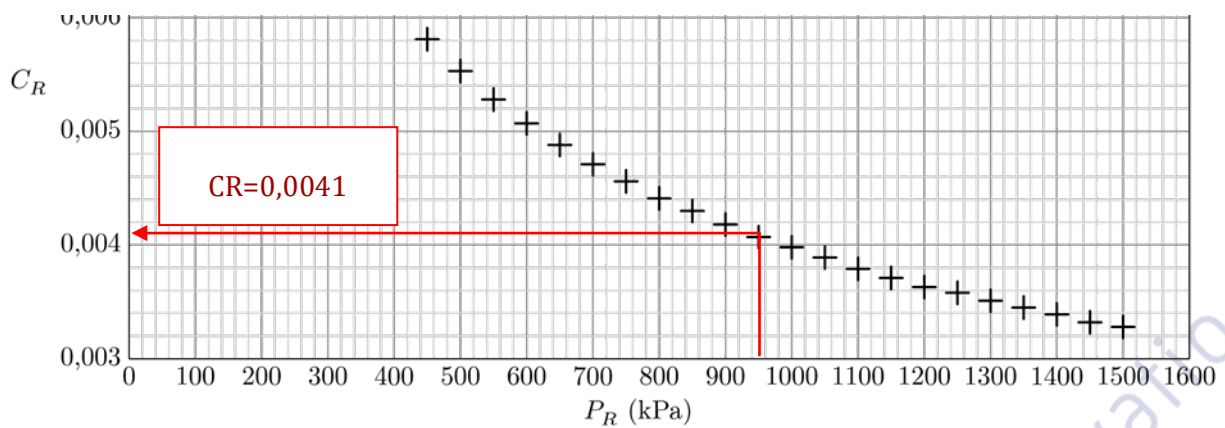
II. Résistance au pédalage

Objectif

Modéliser l'action mécanique de résistance totale à l'avancement en fonction de la vitesse du cycliste et du dénivelé du terrain. Cette action mécanique servira au réglage de la résistance au pédalage du vélo Pro-Form TDF.

II.A. Modélisation de la résistance au pédalage

Question 7 Relever la valeur de C_R pour une pression de pneumatique de 950 kPa.



Question 8 Calculer R_A pour $A_p C_D = 0,22 \text{ m}^2$, $v = 15 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, une température de 293 K (soit 20 °C) et les altitudes de 0 km et de 2,25 km. Conclure sur l'effet de l'altitude sur la résistance aérodynamique et sur le fait que le vélo ne tient pas compte de cette donnée.

$$R_A = 0,5 \cdot 1,293 \cdot e^{-0,124h} \cdot \frac{273}{T} \cdot A_p C_D \cdot v^2$$

- pour $h=0$: $R_A = 0,5 \cdot 1,293 \cdot 1 \cdot \frac{273}{293} \cdot 0,22 \cdot 15^2$ $R_A = 29,8 \text{ N}$
- pour $h=2,25 \text{ km}$: $R_A = 0,5 \cdot 1,293 \cdot e^{-0,124 \cdot 2,25} \cdot \frac{273}{293} \cdot 0,22 \cdot 15^2$ $R_A = 22 \text{ N}$

Effet de l'altitude $\frac{\Delta R_A}{R_A} = \frac{29,8 - 22,6}{29,8} = 24,1\%$ pas forcément négligeable mais cette variation est très lente et R_A dépend surtout de la vitesse puisqu'elle est au carré.

Question 9 Donner l'expression totale de R_T .

$$R_T = (C_R + \sin(\theta))Mg + 0,5 \cdot \rho \cdot A_d C_D \cdot v^2$$

Question 10 Justifier la forme obtenue sur la figure 9. Recaler la valeur du coefficient $A_p C_D$ à partir des essais de cette figure.

Pour $\theta=0$: $R_T = C_R Mg + 0,5 \cdot \rho \cdot A_d C_D \cdot v^2$ de la forme $R_0 + \alpha \cdot x$ (droite de pente α)

$$\text{avec } x = v^2 ; R_0 = C_R Mg \text{ et } \alpha = 0,5 \cdot \rho \cdot A_d C_D$$

$$\text{A partir de la pente de la courbe, on en déduit } A_d C_D = \frac{\alpha}{0,5 \cdot \rho} \quad A_d C_D = \frac{(27-3)/135}{0,5 \cdot 1,293} \quad A_d C_D = 0,275 \text{ m}^2$$

Question 11 Conclure sur la résistance maximale à l'avancement que le vélo Pro-Form TDF doit restituer à l'utilisateur.

$R_{T\max} = 60 \text{ N}$ imposé par le système.

D'après la figure 10, on constate que l'effort dépend bien de la vitesse jusqu'à 4° (il est peu probable qu'un cycliste aille à plus de $30 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ sur une inclinaison de la route de 4° qui correspond à une pente de 7%).

Par contre à partir de 5° (pente de 8,7%), il n'y aura plus de variation possible de l'effort résistant, ce qui ne rendra pas bien compte des pentes les plus raides qui peuvent dépasser 20%.

II.B. Dispositif de freinage

Objectif

Vérifier la capacité du vélo Pro-Form à restituer la sensation de résistance totale à l'avancement et déterminer la commande de déplacement nécessaire au niveau des aimants du dispositif de freinage.

Question 12 Déterminer le moment résultant, $\vec{M}_{0,\vec{f}L}$, exercé par le frein magnétique sur la roue arrière. En déduire l'expression de la norme du moment de freinage, notée M_f . Indiquer à quel type de frottement peut être assimilé ce moment de freinage et s'il peut stopper complètement la roue arrière.

$$\begin{aligned}\vec{M}_{0,\vec{f}L} &= \int_{\text{secteur}} r \cdot \vec{x}_2 \wedge (-\gamma \cdot r \cdot \omega \cdot B^2 \cdot \vec{y}_2) \cdot e \cdot r \cdot dr \cdot d\theta \\ &= -\gamma \cdot r \cdot \omega \cdot B^2 \cdot e \cdot \vec{z}_2 \int_{r=R_1}^{r=R_2} r^3 \cdot dr \int_{\theta=0}^{\theta=\alpha} d\theta = -\gamma \cdot r \cdot \omega \cdot B^2 \cdot e \cdot \vec{z}_2 \left[\frac{r^4}{4} \right]_{r=R_1}^{r=R_2} \alpha\end{aligned}$$

$$\vec{M}_{0,\vec{f}L} = -\gamma \cdot r \cdot \omega \cdot B^2 \cdot e \cdot \alpha \cdot \frac{R_2^4 - R_1^4}{4} \vec{z}_2$$

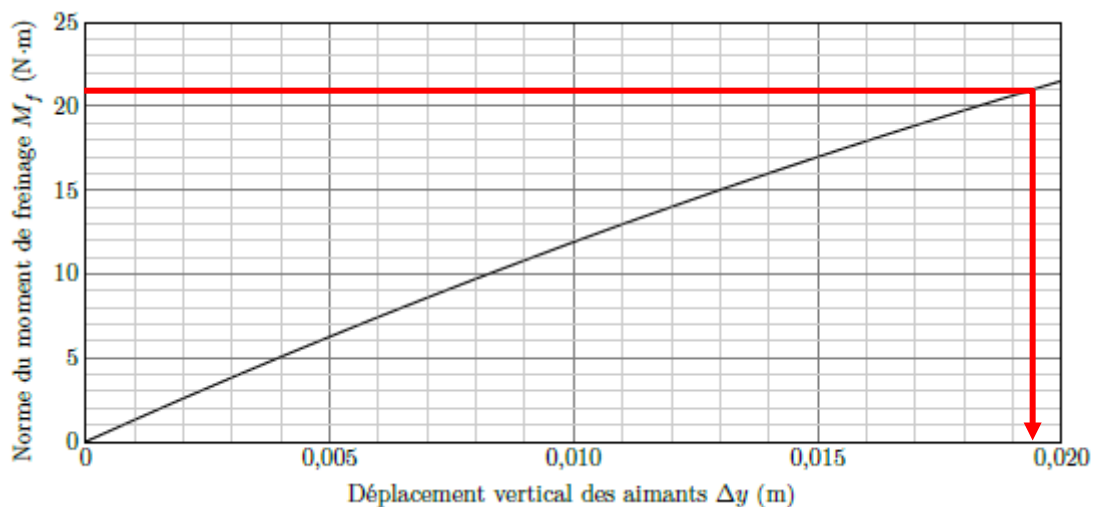
soit $M_f = \gamma \cdot r \cdot \omega \cdot B^2 \cdot e \cdot \alpha \cdot \frac{R_2^4 - R_1^4}{4}$

De la forme $M_f = f \cdot \omega$: c'est du freinage visqueux qui est d'autant plus efficace que ω est grand mais qui devient peu efficace à basse vitesse et stoppera la roue de façon lente.

Question 13 En déduire le déplacement Δy nécessaire des aimants pour assurer la résistance maximale R_T à l'avancement de la figure 10.

$$M_f = R \cdot R_T \quad M_f = 0,35 \cdot 60 \quad M_f = 21 \text{ Nm}$$

D'après la figure 13, il faut $\Delta y = 0,0195 \text{ m}$.



II.C. II.C – Pilotage du dispositif de freinage

Objectif

Linéariser le modèle entre le déplacement des aimants et la commande du mécanisme de déplacement.

Question 14 À partir du modèle figure 14 et à l'aide d'une fermeture géométrique, déterminer une relation sous la forme $(\theta_3, \theta_5) = 0$.

$$\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{EC} = \vec{0}$$

$$(c\vec{x}_1 + d\vec{y}_1) + e\vec{y}_3 + f\vec{y}_4 - g\vec{y}_5 = \vec{0}$$

- Projection sur \vec{x}_1 : $c + 0 - e \cdot \sin(\theta_3) - f \cdot \sin(\theta_4) + g \cdot \sin(\theta_5) = 0$
- Projection sur \vec{y}_1 : $0 + d + e \cdot \cos(\theta_3) + f \cdot \cos(\theta_4) - g \cdot \cos(\theta_5) = 0$

On isole les termes faisant intervenir θ_4 pour chacune des projections

- $f \cdot \sin(\theta_4) = -e \cdot \sin(\theta_3) + g \cdot \sin(\theta_5)$ (1)
- $f \cdot \cos(\theta_4) = -e \cdot \cos(\theta_3) + g \cdot \cos(\theta_5)$ (2)

On utilise la propriété $\cos^2(\theta_4) + \sin^2(\theta_4) = 1$, pour éliminer l'angle θ_4 des relations en combinant les 2 projections $(1)^2 + (2)^2$:

$$f^2 = (-e \cdot \sin(\theta_3) + g \cdot \sin(\theta_5))^2 + (-e \cdot \cos(\theta_3) + g \cdot \cos(\theta_5))^2$$

$$f^2 = e^2 + g^2 - 2eg((\sin(\theta_3)\sin(\theta_5) + \cos(\theta_3)\cos(\theta_5)))$$

$$-f^2 + e^2 + g^2 - 2eg\cos(\theta_3 - \theta_5) = 0$$

Question 15 Proposer, en vous aidant des figures 15 et 13, un modèle linéaire entre la norme du moment de freinage M_f en N·m et l'angle de commande θ_3 en degrés pour une vitesse de 25 km·h⁻¹.

Figure 13 : $M_f = \frac{M_{fmax}}{\Delta y_{max}} \Delta y$ avec $\Delta y_{max} = 0,02m$

Figure 14 : $\Delta y = \frac{\Delta y_m}{28^\circ} \theta_3$ où 28° est l'angle correspondant à $\Delta y_{max} = 0,02m$

Soit $M_f = \frac{M_{fmax}}{28^\circ} \theta_3$

$$M_f = 0,75 \theta_3$$

III. Contrôle du freinage - Modélisation et réglage de la boucle de position

Objectif

Modéliser puis régler le correcteur de l'asservissement de position des biellettes permettant un contrôle du dispositif de freinage.

III.A. Hypothèses et notations

Question 16 Déterminer les valeurs numériques de K_{CAN} et K_{pot} modélisant respectivement le CAN et le potentiomètre. En déduire la valeur de K_a en rad^{-1} .

$$K_{CAN} = \frac{N_{max}}{V_{max}} \quad K_{CAN} = \frac{2^n}{V_{max}} \quad K_{CAN} = \frac{2^{10}}{2,2} \quad K_{CAN} = 465 \text{ inc. V}^{-1}$$

$$K_{pot} = \frac{V_{max}}{\theta_{3max}} \quad K_{pot} = \frac{2,2}{160 \cdot \pi / 180} \quad K_{pot} = 0,788 \text{ V. rad}^{-1}$$

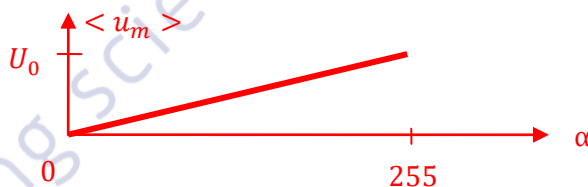
Question 17 Justifier l'intérêt d'une telle structure de commande pour la commande du moteur du dispositif de freinage.

Il faut disposer d'un hacheur réversible en tension (pont en H) pour pouvoir piloter le moteur dans 2 sens de rotation différents (Δy croissant ou Δy décroissant).

Question 18 Déterminer la relation entre la valeur moyenne de u_m , notée $\langle u_m(t) \rangle$, α et U_0 , puis tracer $\langle u_m(t) \rangle$ en fonction du rapport cyclique α .

$$\langle u_m \rangle = \frac{1}{T_d} \int_0^{T_d} u_m(t) \cdot dt = \frac{1}{T_d} \int_0^{\frac{\alpha T_d}{255}} U_0 \cdot dt$$

$$\langle u_m \rangle = \frac{\alpha}{255} U_0$$



Question 19 En déduire l'expression du gain K_v sachant que dans le modèle adopté $\mathcal{A}(\langle u_m(t) \rangle) = U_m(p)$.

$$K_v = \frac{U_0}{255} \quad K_v = \frac{12}{255} \quad K_v = 4,71 \text{ V. inc}^{-1}$$

Question 20 Indiquer la non linéarité qui pourrait être prise en compte dans le schéma-bloc afin de modéliser le comportement du hacheur.

Le hacheur génère une saturation à $\pm U_0 = \pm 12 \text{ V}$.

Question 21 Identifier un modèle, en détaillant les méthodes utilisées pour identifier les paramètres, et en réalisant les tracés sur la figure du document réponse, pour la fonction de transfert $\frac{U_v(p)}{\alpha(p)}$. En déduire la fonction de transfert $H_v(p) = \frac{\omega_m(p)}{\alpha(p)}$.

Remarque : $H_v(p) = K_v H_m(p)$

Ordre 1 car pas de dépassement et tangente non nulle à $t=0,5$ (instant de l'échelon).

$$\frac{U_v(p)}{\alpha(p)} = \frac{k}{1+\tau.p}$$

avec $k = \frac{\Delta U_v(\infty)}{\Delta \alpha(\infty)} = \frac{U_v(\infty) - U_v(0)}{\Delta \alpha(\infty)}$ $k = \frac{8,8-6}{50}$ $k = 5,6.10^{-2} V.inc^{-1}$

τ tel que $\Delta U_v(\tau) = 0,63. \Delta U_v(\infty) = 1,8 V$ soit graphiquement $\tau=0,1s$

(évalué à partir de l'instant de l'échelon à $t=0,5s$)

+

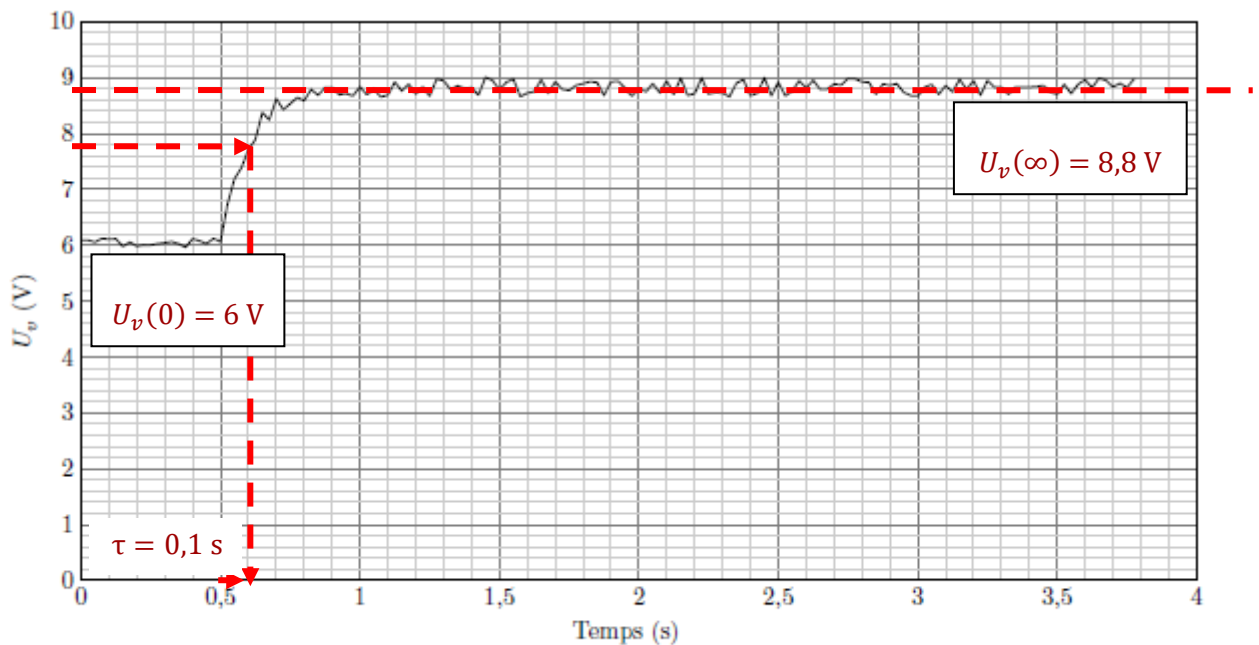


Figure B Réponse à l'essai

$\frac{U_v(p)}{\alpha(p)} = K_t H_v(p)$ donc $H_v(p) = \frac{k}{K_t} \cdot \frac{1}{1+\tau.p}$ où τ est la constante de temps du moteur (hacheur constant : K_v)

Finalement $H_v(p) = \frac{0,467}{1+0,1.p}$

Question 22 Déterminer l'expression de la fonction de transfert en boucle ouverte donnée figure 17, puis justifier que le critère de précision du cahier des charges est respecté.

$$H_{BO}(p) = K_c K_v \cdot \frac{K_m}{1+\tau p} \cdot \frac{K_{red}}{p} K_{pot} K_{CAN}$$

$H_{BO}(p)$ est de classe 1 donc l'erreur statique est nulle (en absence de perturbation au niveau du moteur qui serait avant l'intégration).

L'asservissement permet de suivre parfaitement la consigne de position.

Question 23 Déterminer, en réalisant les tracés sur la figure C, la valeur limite du correcteur proportionnel permettant de satisfaire le critère de stabilité du cahier des charges et reporter la valeur dans le tableau de la figure E du document réponse.

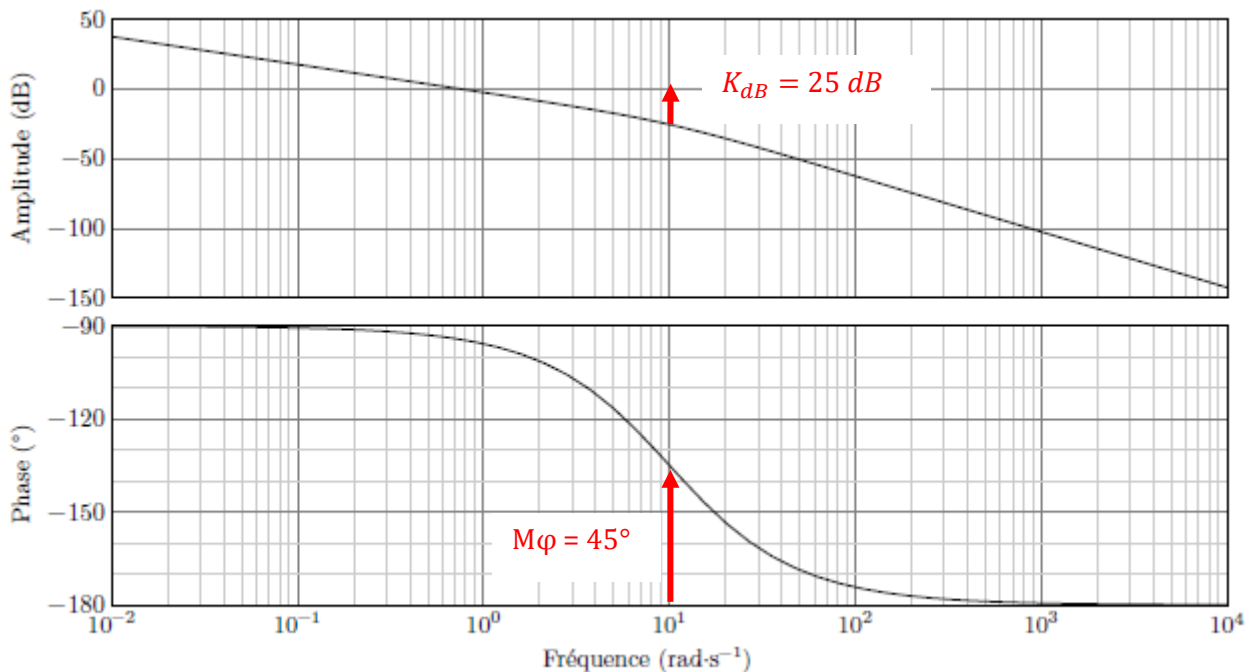


Figure C Diagramme de Bode de $H_{BO}(p)$

$$K_c \leq 10^{K_{dB}/20} = 17,8$$

Question 24 Exprimer la fonction de transfert en boucle fermée $H_{BF}(p) = \frac{\theta_3(p)}{\theta_c(p)}$ et exprimer ses paramètres caractéristiques, son gain statique K_{BF} , sa pulsation propre ω_{0BF} et son amortissement m_{BF} .

L'abaque du temps de réponse réduit en fonction de l'amortissement est donné sur la figure 20.

$$H_{BF}(p) = K_{pot}K_{CAN}K_cK_v \cdot \frac{K_m}{1 + \tau p} \cdot \frac{K_{red}}{p} \cdot \frac{1}{1 + K_{pot}K_{CAN}K_cK_v \cdot \frac{K_m}{1 + \tau p} \cdot \frac{K_{red}}{p}}$$

$$H_{BF}(p) = K_{pot}K_{CAN}K_cK_vK_mK_{red} \cdot \frac{1}{(1 + \tau p) \cdot p + K_{pot}K_{CAN}K_cK_vK_mK_{red}}$$

$$H_{BF}(p) = \frac{1}{1 + \frac{1}{K_{pot}K_{CAN}K_cK_vK_mK_{red}}p + \frac{\tau}{K_{pot}K_{CAN}K_cK_vK_mK_{red}}p^2}$$

de la forme $H_{BF}(p) = \frac{K_{BF}}{1 + \frac{2m_{BF}}{\omega_{0BF}}p + \frac{1}{\omega_{0BF}^2}p^2}$

avec $K_{BF} = 1$

$$\omega_{0BF} = \sqrt{\frac{K_{pot}K_{CAN}K_cK_vK_mK_{red}}{\tau}}$$

$$m_{BF} = \frac{\omega_{0BF}}{2K_{pot}K_{CAN}K_cK_vK_mK_{red}} \text{ soit } m_{BF} = \frac{1}{2\sqrt{K_{pot}K_{CAN}K_cK_vK_mK_{red} \cdot \tau}}$$

Question 25 Déterminer la valeur limite du correcteur proportionnel permettant de satisfaire le critère de dépassement du cahier des charges et reporter la valeur dans le tableau de la figure E.

$$\text{Dépassement } D_{1\%} \leq 5\% \rightarrow m_{BF} \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{soit } \frac{1}{2\sqrt{K_{pot}K_{CAN}K_cK_vK_mK_{red}}\tau} \geq \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow K_c \leq \frac{1}{2K_{pot}K_{CAN}K_vK_mK_{red}\tau} = \frac{1}{2 \cdot K_{BO} \cdot \tau}$$

$$K_c \leq \frac{1}{2 \cdot 0,76 \cdot 0,1} \quad K_c \leq 6,58$$

Question 26 Déterminer la valeur limite du correcteur proportionnel permettant de satisfaire le critère de rapidité du cahier des charges et reporter la valeur dans le tableau de la figure E. Cette valeur est à déterminer en exploitant le diagramme de Bode de la FTBO.

$$\text{Le plus rapide } m_{BF} = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ (Abaque des temps réduit) : } t_{5\%} \cdot \omega_0 = 3 \text{ donc } \left(\omega_0 = \sqrt{\frac{K_{pot}K_{CAN}K_cK_vK_mK_{red}}{\tau}} \right) \geq \frac{3}{t_{5\%}}$$

$$\text{donc } K_c \geq \frac{9}{t_{5\%}^2} \cdot \frac{\tau}{K_{pot}K_{CAN}K_vK_mK_{red}} = \frac{9}{t_{5\%}^2} \cdot \frac{\tau}{K_{BO}} \quad K_c \geq \frac{9}{2^2} \cdot \frac{0,1}{0,76} \quad K_c \geq 0,296$$

Question 27 Conclure sur la plage de valeur du correcteur proportionnel qui permettrait de respecter tous les critères du cahier des charges en complétant le tableau de la figure E.

Critère	Valeurs de Kc
Stabilité	$K_c \leq 17,8$
Dépassement	$K_c \leq 6,58$
Précision	Kc indifférent
Rapidité	$0,296 \leq K_c$
Bilan	$0,296 \leq K_c \leq 6,58$

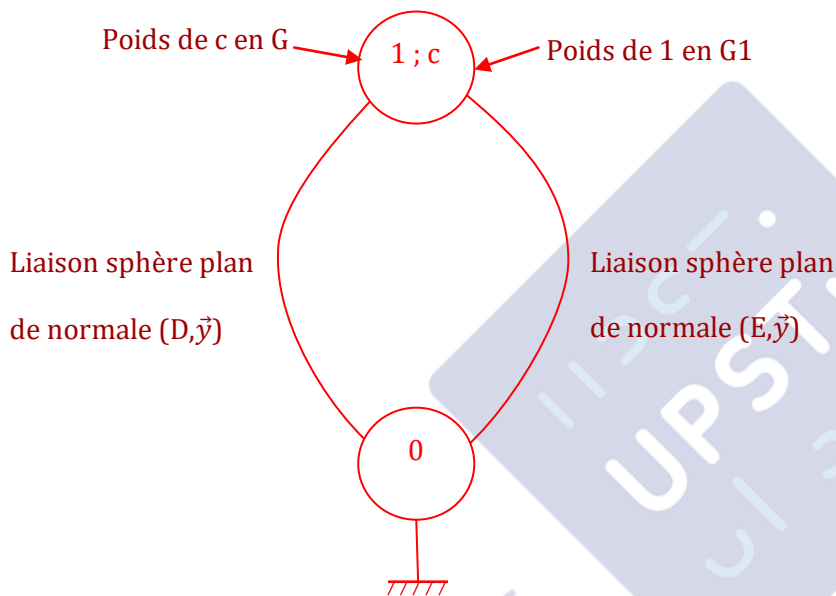
IV. Étude du dispositif d'inclinaison

IV.A. Problème de non basculement du vélo Pro-Form TDF

_____ Objectif _____

L'objectif de l'étude est de vérifier que les dimensions du vélo sont suffisantes afin que celui-ci ne bascule pas lorsque le cycliste se met en danseuse.

Question 28 Faire un graphe des liaisons et des actions mécaniques. Le graphe ne comporte que deux ensembles $\{0\}$ et $\{1 + c\}$.



Remarque : en réalité les 2 liaisons sont des liaisons linéaires rectilignes de direction \vec{x} et de normale \vec{y} associée à une symétrie plane (A, \vec{y}, \vec{z}) :

$$\{T\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y & 0 \\ 0 & N \end{Bmatrix}_{A,R} \quad \text{et symétrie plane } (A, \vec{y}, \vec{z}) \rightarrow \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{A,R}$$

Liaison parfaite à laquelle est ajoutée une composante de frottement Z pour la résultante.

Question 29 Indiquer, puis appliquer une stratégie d'isollements permettant de déterminer N_E en fonction de $b, e, m, \gamma, d, m_1, m, g, c$.

On peut appliquer le principe fondamental de la statique à 1 puis le principe fondamental de la dynamique à c en D.

Cela revient à écrire le principe fondamental de la dynamique à {1,c} puisque le torseur dynamique de 1 est nul. L'idéal est d'écrire tous les torseurs en D (point où se situe l'inconnue que l'on ne cherche pas) par Varignon ou/et par la méthode du bras de levier.

Moment des actions en D :

- sphère-plan de centre D : $\overrightarrow{M_{D,O_D \rightarrow 1}} = \vec{0}$
- sphère plan de centre E : $\overrightarrow{M_{D,O_E \rightarrow 1}} = 2d \cdot N_E \cdot \vec{x}$
- Poids du cycliste : $\overrightarrow{M_{D,p \rightarrow c}} = -(d - c) \cdot m \cdot g \cdot \vec{x}$
- Poids du vélo : $\overrightarrow{M_{D,p \rightarrow 1}} = -d \cdot m_1 \cdot g \cdot \vec{x}$

Torseur dynamique du cycliste en translation horizontale :

$$\{\mathcal{D}_{c/0}\}_G = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{Rd_{c/0}} = m \cdot \gamma \cdot \vec{z} \\ \overrightarrow{\delta_{G,c/0}} = \vec{0} \end{array} \right\}_G$$

Varignon pour calculer le moment dynamique en D :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{\delta_{D,c/0}} &= \overrightarrow{\delta_{G,c/0}} + \overrightarrow{DG} \wedge \overrightarrow{Rd_{c/0}} = (\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AG}) \wedge \overrightarrow{Rd_{c/0}} = [(e \cdot \vec{y} - d \cdot \vec{z}) + (b \cdot \vec{y} + c \cdot \vec{z})] \wedge (m \cdot \gamma \cdot \vec{z}) \\ \overrightarrow{\delta_{D,c/0}} &= (b + e) \cdot m \cdot \gamma \cdot \vec{x} \end{aligned}$$

Finalement on applique le théorème du moment dynamique en D à l'ensemble {1,c} :

$$\overrightarrow{\delta_{D,c/0}} = \overrightarrow{M_{D,O_D \rightarrow 1}} + \overrightarrow{M_{D,O_E \rightarrow 1}} + \overrightarrow{M_{D,p \rightarrow c}} + \overrightarrow{M_{D,p \rightarrow 1}}$$

En projection sur \vec{x} : $(b + e) \cdot m \cdot \gamma = 0 + 2d \cdot N_E - (d - c)m \cdot g - d \cdot m_1 \cdot g$

$$\text{Soit } N_E = \frac{m \cdot \gamma (b + e) + (d \cdot m_1 + (d - c)m) \cdot g}{2d}$$

Question 30 Calculer l'accélération transversale pour faire basculer le vélo et conclure sur l'exigence id = 1.1. $m_1 = 56 \text{ kg}$, $m = 125 \text{ kg}$, $d = 0,25 \text{ m}$, $c = 0,20 \text{ m}$, $h = 0,35 \text{ m}$, $e = 0,05 \text{ m}$, $b = 1,10 \text{ m}$, $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

A la limite du basculement $N_E = 0$ donc $m \cdot \gamma (b + e) + (d \cdot m_1 + (d - c)m) \cdot g = 0$

$$\gamma = - \frac{d \cdot m_1 + (d - c)m}{(b + e)m} g$$

$$\gamma = - \frac{0,25 \cdot 56 + (0,25 - 0,2) \cdot 125}{(1,1 + 0,05) \cdot 125} 9,81 \quad \gamma = -3,08 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

Le cahier des charges est respecté car le vélo restera stable sous une accélération de $0,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} < |\gamma| = 3,08 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ (seuil du basculement)

IV.B. Dimensionnement du vérin

Objectif

L'objectif est de valider le dimensionnement du vérin qui permet d'incliner le vélo pour un rendu plus réaliste.

Question 31 Déterminer $\vec{V}_{B \in 1/0}$ en fonction de R et $\dot{\theta}_1$ et $\vec{V}_{B \in 2/0}$ en fonction de $\dot{\lambda}$, λ et $\dot{\theta}_2$.

$$\vec{V}_{B \in 1/0} = \vec{V}_{A \in 1/0} + \overrightarrow{BA} \wedge \overrightarrow{\Omega_{1/0}} = \vec{0} - R \cdot \vec{y}_1 \wedge \dot{\theta}_1 \cdot \vec{z}_1$$

$$\vec{V}_{B \in 1/0} = -R \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \vec{x}_1$$

$$\vec{V}_{B \in 2/0} = \left[\frac{d(\overrightarrow{OB})}{dt} \right]_0 = \left[\frac{d(\lambda(t) \vec{x}_2)}{dt} \right]_0 = \dot{\lambda}(t) \vec{x}_2 + \lambda(t) \left(\frac{d\vec{x}_2}{dt} \right)_0$$

D'après la formule de Bour : $\left(\frac{d\vec{x}_2}{dt} \right)_0 = \overrightarrow{\Omega_{2/0}} \wedge \vec{x}_2 = \dot{\theta}_2 \cdot \vec{z}_2 \wedge \vec{x}_2 = \dot{\theta}_2 \cdot \vec{y}_2$

Finalement $\vec{V}_{B \in 2/0} = \dot{\lambda}(t) \vec{x}_2 + \lambda(t) \cdot \dot{\theta}_2 \cdot \vec{y}_2$

Question 32 Montrer que $\lambda = -R \dot{\theta}_1 \cos(\theta_2 - \theta_1)$.

$\vec{V}_{B \in 1/0} = \vec{V}_{B \in 2/0}$ car 1 et 2 sont en liaison pivot en B.

On projette cette égalité sur \vec{x}_2 : $-R \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \vec{x}_1 \cdot \vec{x}_2 = \dot{\lambda}(t)$

Soit $\dot{\lambda}(t) = -R \cdot \dot{\theta}_1 \cos(\theta_2 - \theta_1)$

Question 33 Sachant que le cahier des charges impose une vitesse de rotation $\dot{\theta}_1 = 0,023 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ et que $R = 250 \text{ mm}$, en déduire la vitesse maximale de la tige du vérin.

$$\dot{\lambda}_{\max} = -R \cdot \dot{\theta}_1 \cos(\theta_2 - \theta_1) |_{\max}$$

$$\dot{\lambda}_{\max} = -0,25 \cdot 0,023 \cdot 0,9$$

$$\dot{\lambda}_{\max} = -5,18 \text{ mm} \cdot \text{s}^{-1}$$

Question 34 Déterminer la puissance à fournir en régime permanent. Conclure sur la capacité de l'actionneur à pouvoir incliner le vélo pour suivre les étapes du Tour de France.

Puissance utile : $P_u = F \cdot \dot{\lambda}_{\max}$

Puissance électrique à fournir à l'entrée du moteur : $P = \frac{P_u}{\eta_v}$ $P = \frac{F \cdot \dot{\lambda}_{\max}}{\eta_v}$ $P = \frac{1500 \cdot 5,2 \cdot 10^{-3}}{0,3}$ $P = 14,4 \text{ W}$

Puissance absorbée maximale : $P_{a_{\max}} = UI_{\max} \cos(\varphi)$ $P_{a_{\max}} = 120 \cdot 0,5 \cdot 0,8$ $P_{a_{\max}} = 48 \text{ W}$

$P_{a_{\max}} = 48 \text{ W} > P = 14,4 \text{ W}$ donc la puissance disponible sera suffisante pour incliner le vélo.

V. Synthèse

Question 35 Remplir le tableau de la figure F du document réponse, en indiquant si les exigences du cahier des charges sont vérifiées et en précisant la démarche utilisée pour les vérifier.

Exigence	Validation (validé, non validé)	Démarche (modélisation, simulation, expérimentation)
id 1.2.1 : Permettre un parcours virtuel	validé	<ul style="list-style-type: none"> paramétrage de la connexion réseau expérimentation : mesure de la puissance et de la bande passante du signal WIFI reçu par le vélo
id 1.2.2 : Donner la sensation de résistance au pédalage	validé	<ul style="list-style-type: none"> modèle de l'action résistive jusqu'à 4° + programmation de la loi de commande modèle de l'asservissement pour régler le correcteur simulation pour vérifier les performances
id 1.1 : Incliner le vélo autour de l'axe longitudinal	validé	<ul style="list-style-type: none"> modèle cinématique pour établir la vitesse maximale du vélin à prévoir modèle énergétique pour vérifier le dimensionnement de l'alimentation.

Question 36 Remplir le tableau de la figure G du document réponse, afin de comparer le vélo Pro-Form TDF avec un vélo d'appartement traditionnel en citant les avantages et les inconvénients apportés par chacun d'eux du point de vue immersion et complexité.

	Inconvénients	Avantages
Vélo Pro-Form TDF	<ul style="list-style-type: none"> Nécessité du Wifi et d'internet Consomme de l'énergie Le contrôle de l'effort dépend du parcours Plus cher et sans doute plus lourd Risque de pannes important 	<ul style="list-style-type: none"> Plus ludique : immersion Plus stimulant : le parcours éventuellement trop difficile est un challenge
Vélo traditionnel	<ul style="list-style-type: none"> Nécessité de régler l'effort manuellement Moins stimulant : pas d'immersion, challenge moins concret (passage d'un niveau d'effort au suivant) 	<ul style="list-style-type: none"> Effort toujours adapté à l'intensité souhaitée, Moins cher et sans doute plus facile à déplacer, Pas besoin de se connecter

• • • FIN • • •