

# DS 06- Base TC200 Tecdrone

Avec Correction

PTSI

Mercredi 08 juin 2022

## Table des matières

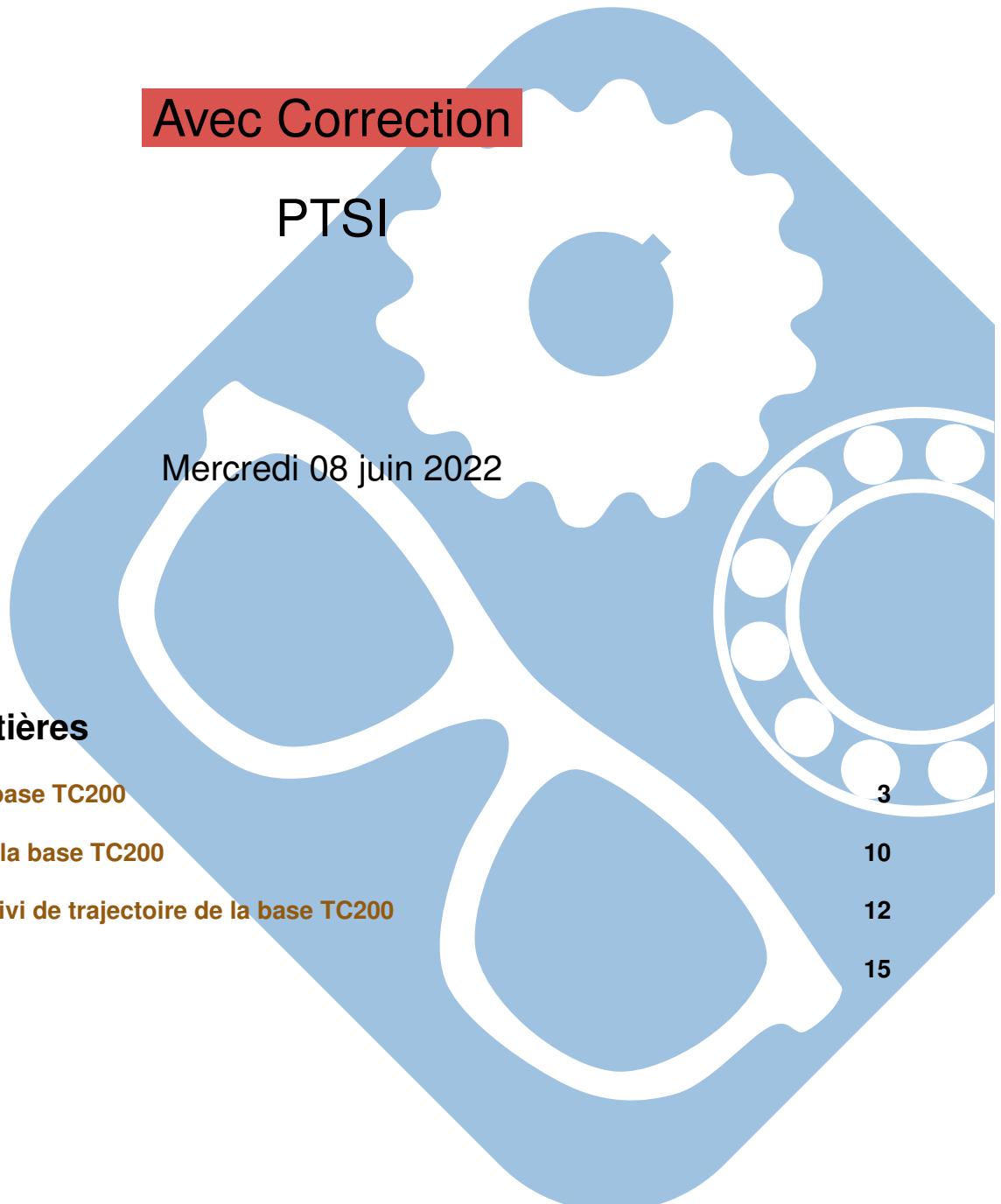
- I Structure de la base TC200
- II Motorisation de la base TC200
- III Validation du suivi de trajectoire de la base TC200
- IV Conclusion

3

10

12

15



# Base TC200 Tecdron

Dans l'industrie, il est désormais possible d'associer des tâches robotisées et des tâches manuelles. Après l'essor des robots collaboratifs, Tecdron, entreprise Française basée à La Rochelle, propose une base mobile nommée TC200, capable de recevoir différents types de bras robotisés - dont des bras collaboratifs - mais aussi de se déplacer de manière autonome dans un environnement industriel complexe composé de robots et d'humains.

Afin de respecter la confidentialité de ce système, les données et résultats présentés dans ce sujet sont approchés et limitatifs par rapport à la solution industrielle réelle.

La base TC200 est utilisée dans le cadre du vissage automatisé de pièces d'avionique dans une carlingue (figure 2).

La base est le support d'un robot de vissage équipé de sa propre commande pour ses mouvements et d'une reconnaissance d'image par caméra afin de bien identifier les emplacements où devront être réalisés les vissages.

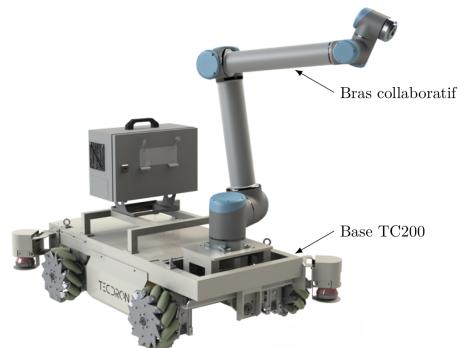


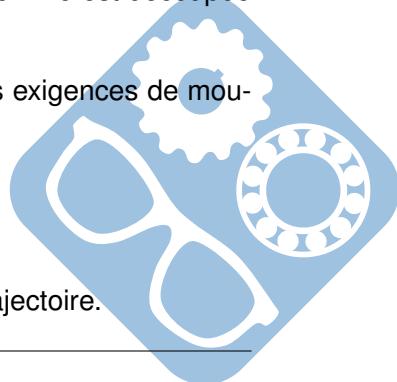
Figure 1 – Base TC200 munie d'un bras collaboratif



Figure 2 – Base TC200 dans l'application de vissage étudiée

L'étude proposée dans ce sujet a pour but de valider les solutions technologiques retenues pour permettre à la base TC200 de suivre une trajectoire de consigne définie à l'avance. Elle est découpée en plusieurs parties :

- l'analyse et la validation de la structure de la base TC200 pour satisfaire les exigences de mouvements souhaités,
- l'étude et la validation des performances des motorisations des roues,
- la modélisation dynamique de l'ensemble de la base TC200,
- la validation de la commande des motorisations dans le cadre du suivi de trajectoire.



# I Structure de la base TC200

**Objectif** Analyser et valider la structure de la base TC200.

## I.1 Présentation de la base TC200

La figure 3 présente la finalité générale du système et la figure 4 ses cas d'utilisation.

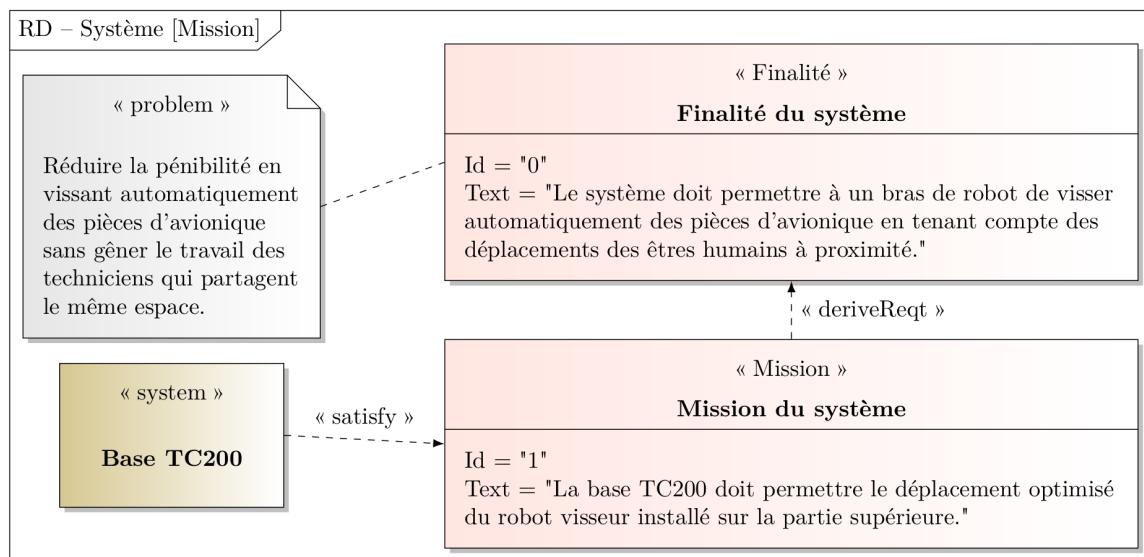


Figure 3 – Finalité du système

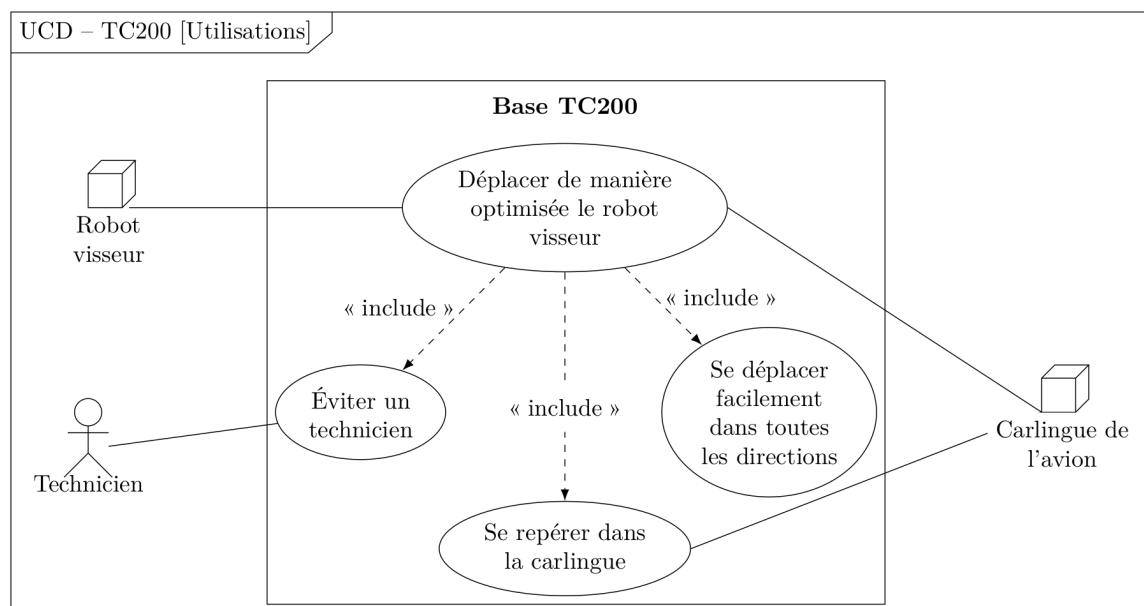


Figure 4 – Diagramme des cas d'utilisation du système

La base TC200 doit répondre aux exigences de la figure 5 qui seront validées tout au long du sujet.

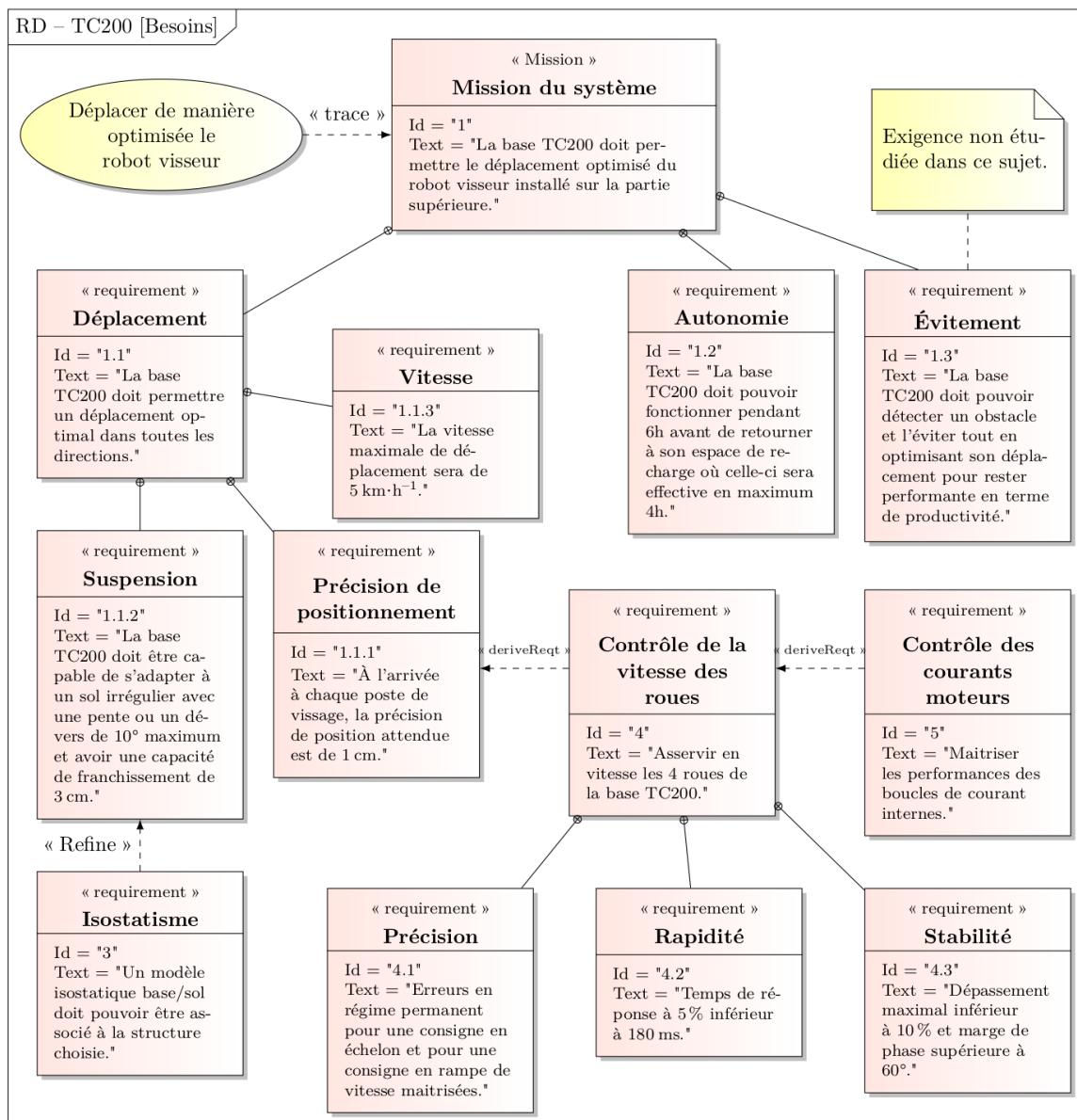


Figure 5 – Diagramme des exigences de la base TC200

## I.2 Analyse de la solution de déplacement de la base TC200

**Objectif** Analyser le pilotage de la base TC200 pour suivre une trajectoire de consigne.

Le diagramme de définition de blocs de la base TC200 est donné à la figure 6.

**Question 1** À l'aide de la figure 6, compléter le document réponse qui détaille l'organisation structurale d'une des motorisations.

Les mouvements possibles de la base TC200 par rapport au sol de la carlingue sont deux translations et une rotation. Chaque roue est équipée de sa propre motorisation. Deux modélisations de la base TC200 sont fournies sur la figure 20, sous la forme de schémas cinématiques. Sur ces modèles, pour chaque roue, seul le rouleau en contact avec le sol est représenté. Toutes les liaisons sont considérées comme parfaites, donc sans jeu et sans adhérence, avec des géométries de contact géométriquement parfaites. Tous les rouleaux représentés sont considérés en contact avec le sol.

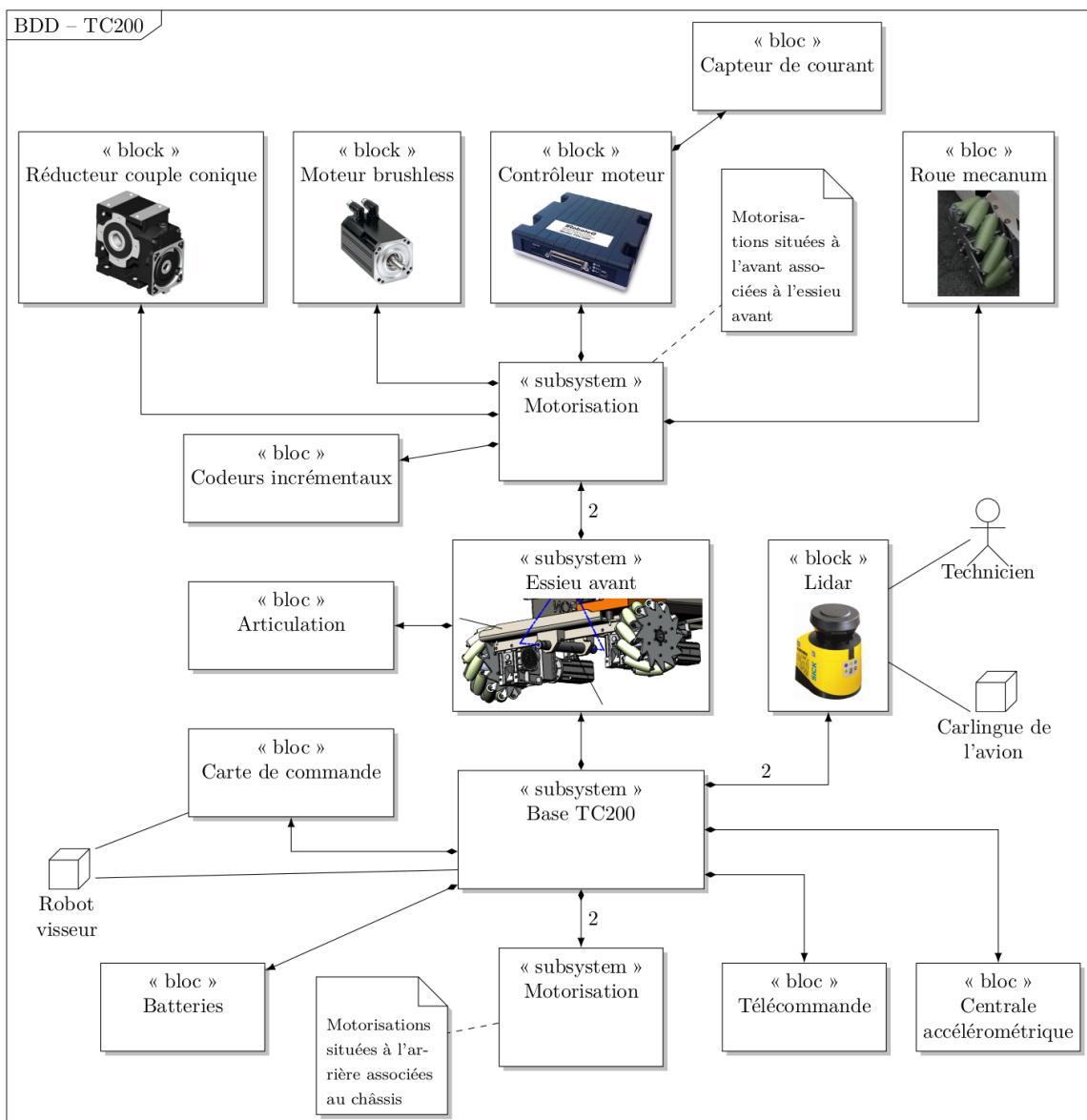


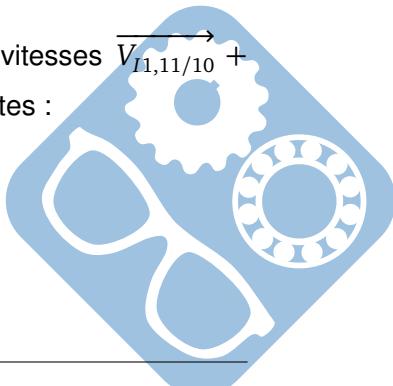
Figure 6 – Diagramme de définition de blocs de la base TC200

**Question 2** Dans ces hypothèses et en s'appuyant sur des graphes des liaisons, déterminer les degrés d'hyperstatisme des modèles 1 et 2. Justifier la solution adoptée par le constructeur, correspondant au modèle 2, compte tenu de l'exigence 3.

Le paramétrage figure dans le tableau 1 et les valeurs dimensionnelles dans le tableau 2.

**Question 3** Montrer qu'il est possible à partir de la loi de composition des vitesses  $\overrightarrow{V_{I1,11/10}} + \overrightarrow{V_{I1,10/1}} + \overrightarrow{V_{I1,1/0}} = \overrightarrow{0}$  d'obtenir les deux équations scalaires suivantes :

$$\begin{cases} V_x - b\omega + r\dot{\beta}_{11}\frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \\ V_y + a\omega + (r+R)\omega_{10} + r\dot{\beta}_{11}\frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \end{cases}$$



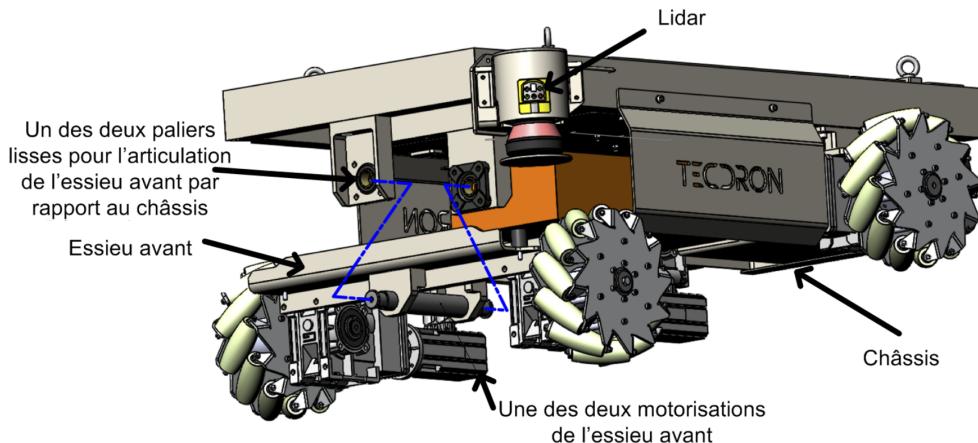


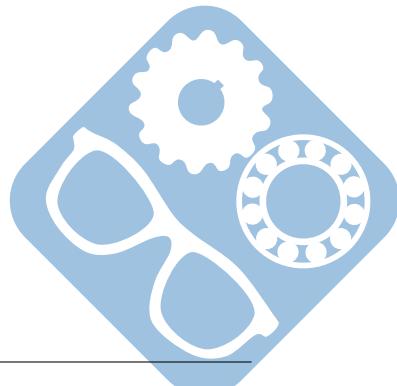
Figure 7 – Détails de la base TC200

Solide	Base associée	Paramétrage
Sol 0	$(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$	
Châssis 1	$(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$	$(\vec{x}_0, \vec{x}_1) = \theta, (\vec{y}_0, \vec{y}_1) = \theta, \vec{z}_0 = \vec{z}_1$ , $\vec{V}_{1/0}(O) = V_x \vec{x}_1 + V_y \vec{y}_1, \vec{\Omega}_{1/0} = \dot{\theta} \vec{z}_1 = \omega \vec{z}_1$
Roue 10 (avant droite)	$(\vec{x}_{10}, \vec{y}_{10}, \vec{z}_{10})$	$\vec{\Omega}_{10/1} = \omega_{10} \vec{x}_1, \vec{OA}_1 = a \vec{x}_1 + b \vec{y}_1, \vec{B}_1 A_1 = R \vec{z}_1$
Rouleau 11 (en contact avec le sol en $I_1$ )	$(\vec{x}_{11}, \vec{y}_{11}, \vec{z}_{11})$	$(\vec{x}_1, \vec{x}_{11}) = (\vec{y}_1, \vec{y}_{11}) = \alpha_{11} \vec{z}_1, \vec{\Omega}_{11/10} = \dot{\beta}_{11} \vec{x}_{11},$ $\vec{I}_1 B_1 = r \vec{z}_1$
Roue 20 (avant gauche)	$(\vec{x}_{20}, \vec{y}_{20}, \vec{z}_{20})$	$\vec{\Omega}_{20/1} = \omega_{20} \vec{x}_1, \vec{OA}_2 = -a \vec{x}_1 + b \vec{y}_1, \vec{B}_2 A_2 = R \vec{z}_1$
Rouleau 21 (en contact avec le sol en $I_2$ )	$(\vec{x}_{21}, \vec{y}_{21}, \vec{z}_{21})$	$(\vec{x}_1, \vec{x}_{21}) = (\vec{y}_1, \vec{y}_{21}) = \alpha_{21} \vec{z}_1, \vec{\Omega}_{21/20} = \dot{\beta}_{21} \vec{x}_{21},$ $\vec{I}_2 B_2 = r \vec{z}_1$
Roue 30 (arrière gauche)	$(\vec{x}_{30}, \vec{y}_{30}, \vec{z}_{30})$	$\vec{\Omega}_{30/1} = \omega_{30} \vec{x}_1, \vec{OA}_3 = -a \vec{x}_1 - b \vec{y}_1, \vec{B}_3 A_3 = R \vec{z}_1$
Rouleau 31 (en contact avec le sol en $I_3$ )	$(\vec{x}_{31}, \vec{y}_{31}, \vec{z}_{31})$	$(\vec{x}_1, \vec{x}_{31}) = (\vec{y}_1, \vec{y}_{31}) = \alpha_{31} \vec{z}_1, \vec{\Omega}_{31/30} = \dot{\beta}_{31} \vec{x}_{31},$ $\vec{I}_3 B_3 = r \vec{z}_1$
Roue 40 (arrière gauche)	$(\vec{x}_{40}, \vec{y}_{40}, \vec{z}_{40})$	$\vec{\Omega}_{40/1} = \omega_{40} \vec{x}_1, \vec{OA}_4 = a \vec{x}_1 - b \vec{y}_1, \vec{B}_4 A_4 = R \vec{z}_1$
Rouleau 41 (en contact avec le sol en $I_4$ )	$(\vec{x}_{41}, \vec{y}_{41}, \vec{z}_{41})$	$(\vec{x}_1, \vec{x}_{41}) = (\vec{y}_1, \vec{y}_{41}) = \alpha_{41} \vec{z}_1, \vec{\Omega}_{41/40} = \dot{\beta}_{41} \vec{x}_{41},$ $\vec{I}_4 B_4 = r \vec{z}_1$

Tableau 1 – Paramétrage cinématique

Paramètre	Valeur
Rayon des roues (sans rouleau)	$R = 127 \text{ mm}$
Rayon des rouleaux	$r = 19,1 \text{ mm}$
Demi-voie avant ou arrière	$a = 350 \text{ mm}$
Demi-empattement	$b = 376,5 \text{ mm}$
Angles des rouleaux 11 et 31	$\alpha_{11} = \alpha_{31} = -45^\circ$
Angles des rouleaux 21 et 41	$\alpha_{21} = \alpha_{41} = 45^\circ$

Tableau 2 – Valeurs dimensionnelles



Par des relations de même type, il est possible d'ajouter les six équations scalaires suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} V_x - b\omega - r\dot{\beta}_{21}\frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \\ V_y - a\omega + (r+R)\omega_{20} + r\dot{\beta}_{21}\frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \\ V_x + b\omega + r\dot{\beta}_{31}\frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \\ V_y - a\omega + (r+R)\omega_{30} + r\dot{\beta}_{31}\frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \\ V_x + b\omega - r\dot{\beta}_{41}\frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \\ V_y + a\omega + (r+R)\omega_{40} + r\dot{\beta}_{41}\frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \end{array} \right.$$

Les paramètres cinématiques du châssis par rapport au sol sont notés sous la forme d'une matrice colonne  $V$  et l'ensemble des vitesses angulaires des roues par rapport au châssis sous la forme d'une matrice colonne  $W$  définies par :

$$V = \begin{pmatrix} \omega \\ V_x \\ V_y \end{pmatrix} \text{ et } W = \begin{pmatrix} \omega_{10} \\ \omega_{20} \\ \omega_{30} \\ \omega_{40} \end{pmatrix}$$

**Question 4** Déterminer la matrice  $M$  telle que  $W = M \cdot V$ .

La vitesse standard de la base TC200 est de  $1m \cdot s^{-1}$ , inférieure à la vitesse maximale des exigences de  $5km \cdot h^{-1}$ .

**Question 5** Déterminer  $W_1$ ,  $W_2$  et  $W_3$  correspondant respectivement à des paramètres de mouvements de la base définis par  $V_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ ,  $V_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$  et  $V_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$  (c'est à dire  $W_1 = M \cdot V_1, \dots$ ).

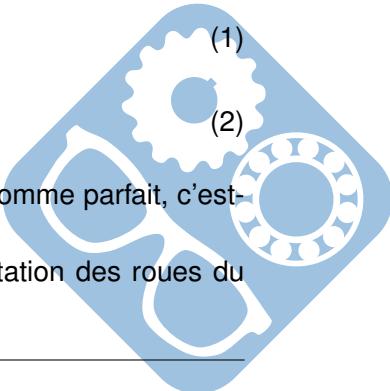
Connaissant  $W$ , expliquer s'il est possible de déterminer de manière unique  $V$ . Commenter ce résultat vis-à-vis de l'exigence 3.

Pour la suite du sujet, le mouvement étudié se limite à une translation de la base TC200. Les vitesses de rotation de consigne des roues par rapport au châssis s'expriment alors plus simplement en fonction des paramètres du mouvement sous la forme :

$$\begin{aligned} \omega_{10}(t) &= \omega_{30}(t) = \frac{V_x(t) - V_y(t)}{r+R} \\ \omega_{20}(t) &= \omega_{40}(t) = -\frac{V_x(t) + V_y(t)}{r+R} \end{aligned}$$

Dans cette partie, l'asservissement de vitesse des actionneurs est considéré comme parfait, c'est-à-dire que les vitesses réelles sont égales aux vitesses de consigne.

La figure 8 propose un graphe d'états pour la commande des vitesses de rotation des roues du robot. Dans ce graphe d'états, la variable  $e$  est une variable interne.



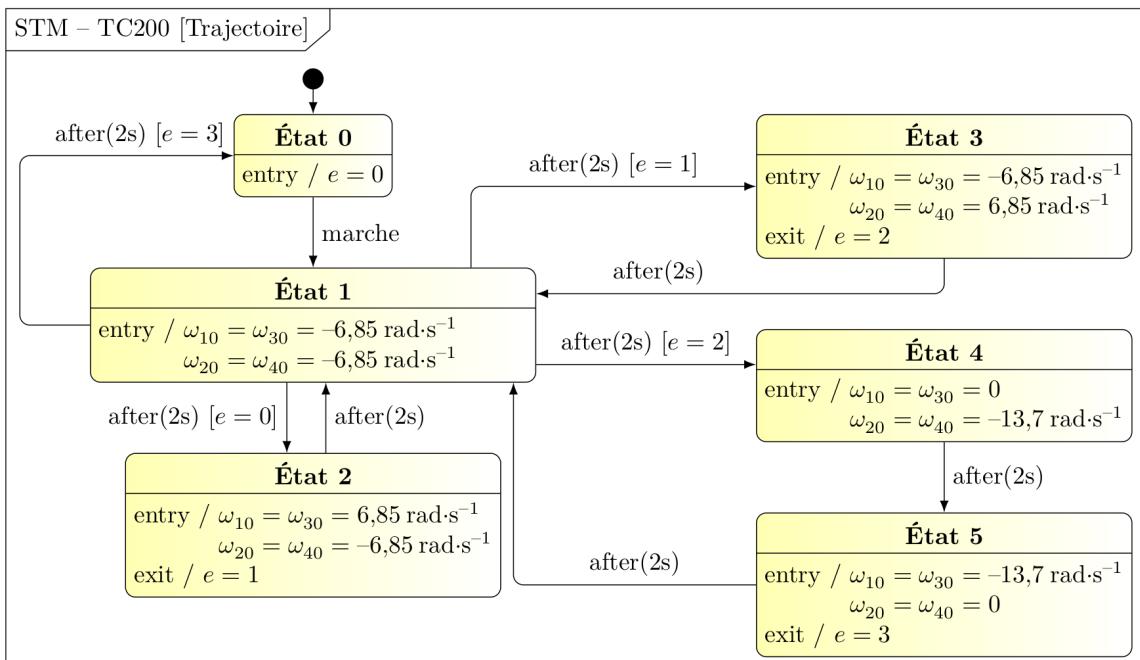


Figure 8 – Graphe d'états des mouvements de la base TC200

**Question 6** Tracer sur le document réponse, la trajectoire du point O de la base TC200 correspondant à ce graphe d'états, après appui sur le bouton marche et en s'appuyant sur les relations 1 et 2.

C'est la qualité de l'asservissement de vitesse des motorisations étudié dans les parties suivantes qui permet de suivre correctement cette trajectoire de consigne.

Le modèle 2 précédent nécessite le recours à une articulation de type pivot, de l'essieu avant par rapport au châssis, qui doit résister aux contraintes mécaniques.

### I.3 Validation du dimensionnement de l'articulation de l'essieu avant

**Objectif** Valider le dimensionnement de l'axe de l'articulation de l'essieu avant par rapport au châssis.

Une modélisation de type poutre est proposée pour l'axe de l'articulation entre l'essieu avant et le châssis sur la figure 9. Le paramétrage spécifique utilisé dans cette figure est indépendant du paramétrage utilisé dans tout le reste du sujet.

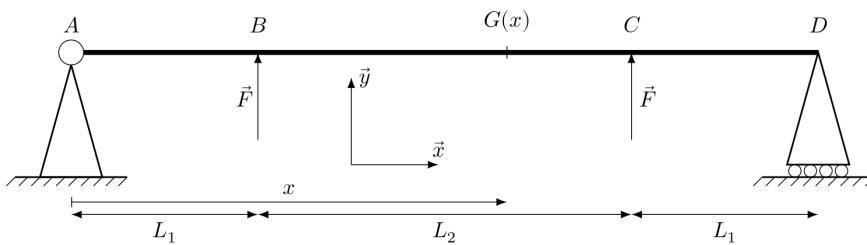


Figure 9 – Modélisation spécifique à la validation du dimensionnement de l'articulation essieu/châssis

Les deux actions mécaniques exercées par l'essieu avant sur l'axe sont modélisées par les deux torseurs d'actions mécaniques  $\left\{ \begin{array}{c} F \\ 0 \end{array} \right\}_B$  et  $\left\{ \begin{array}{c} F \\ 0 \end{array} \right\}_C$  avec  $F = 500$  N. L'action mécanique associée à la pesanteur n'est pas prise en compte. La liaison en A sera modélisée par une pivot d'axe ( $A, \vec{z}$ ) et

celle en D par une ponctuelle de normale ( $D, \vec{y}$ ). L'exigence attendue pour cette articulation est détaillée dans le tableau 3.

L'axe est un cylindre en acier de diamètre  $d = 15mm$ , modélisé par une poutre droite (figure 9). Les hypothèses de Navier-Bernoulli sont considérées vérifiées.

Le moment quadratique de l'axe cylindrique est  $I_{G,\vec{z}} = \frac{\pi d^4}{64}$ . Les dimensions sont  $L_1 = 50mm$  et  $L_2 = 150mm$ .

**Question 7** Déterminer les actions mécaniques exercées par les appuis sur la poutre aux points A et D.

Une étude de flexion a permis de déterminer la valeur de la flexion dans la poutre :

- $M_{fz}(x) = -F \cdot x$  pour  $G \in [AB]$  ( $0 \leq x \leq L_1$ ),
- $M_{fz}(x) = -F \cdot L_1$  pour  $G \in [BC]$  ( $L_1 \leq x \leq L_1 + L_2$ ),
- $M_{fz}(x) = -F \cdot (x - 2L_1 - L_2)$  pour  $G \in [CD]$  ( $L_1 + L_2 \leq x \leq 2L_1 + L_2$ ).

Exigence	Critère	Valeur
Sollicitation de l'axe dans le domaine élastique	Limite d'élasticité	XX MPa
	Coefficient de sécurité	$\geq 5$

Tableau 3 – Exigence associée à la résistance mécanique de l'articulation de l'essieu avant

Un essai de traction réalisé sur le matériau de l'axe est présenté à la figure 10.

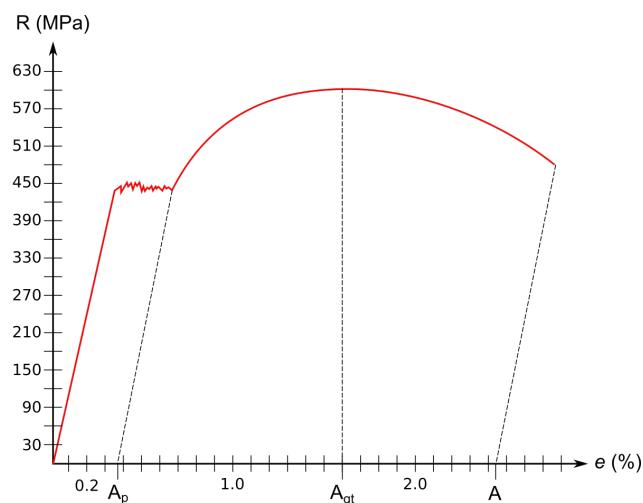


Figure 10 – Essai de traction de l'acier de l'axe

**Question 8** Déterminer sur l'essai de traction présenté, les valeurs de  $R_e$ ,  $R_m$  et  $A\%$ .

L'expression de la contrainte normale  $\sigma(x, y)$  en fonction de la distance  $y$  par rapport à la ligne neutre est donnée par la relation  $\sigma(x, y) = -\frac{M_{fz}(x)}{I_{G,\vec{z}}} y$  pour une section située à l'abscisse  $x$ .

**Question 9** Pour la section la plus sollicitée ( $|M_{fz}(x)|$  maximum), déterminer l'expression de la contrainte maximale et faire l'application numérique pour  $y = \frac{d}{2}$ .

**Question 10** Conclure sur le respect des exigences du tableau 3.

## II Motorisation de la base TC200

### II.1 Validation des machines et des contrôleurs

Afin de déplacer la base TC200, il faut contrôler les vitesses ainsi que les couples de chacune des machines conformément à la commande de la figure 11, qui montre la structure de l'asservissement d'une des machines, qui est la même pour toutes les chaînes de motorisation. Cet asservissement nécessite une boucle interne de courant (en fait des 3 courants des enroulements de la machine) pour maîtriser également le couple.

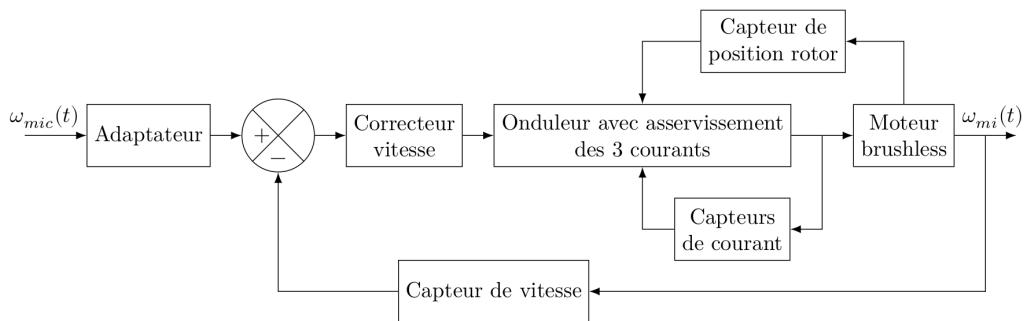


Figure 11 – Structure de l'asservissement d'une des motorisations

**Question 11** Donner la définition d'un onduleur.

### II.2 Étude de la boucle de courant

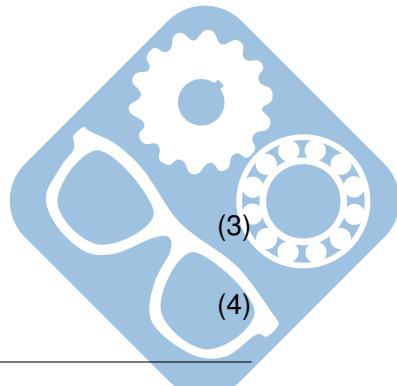
**Objectif** Valider les performances de la boucle de courant.

C'est le contrôle du couple instantané  $C_{em}(t)$  de chaque moteur qui permet de contrôler la vitesse, y compris en régime transitoire. Ce contrôle est délicat puisqu'il dépend des courants instantanés des trois phases et de la position du rotor obtenue par le traitement des signaux issus des codeurs incrémentaux. Une commande plus rapide et plus efficace consiste à travailler dans un système diphasé fictif équivalent grâce à un modèle mathématique adapté (transformation de Park) dans le plan « dq »(d pour direct et q pour quadrature).

Le courant  $i_d(t)$  est asservi à une valeur nulle. Les équations obtenues sont :

$$V_q(t) = R_{eq}i_q(t) + L_{eq} \frac{di_q(t)}{dt} + K_e \omega_m(t)$$

$$C_{em}(t) = K_t i_q(t) = C_f(t) + J_{eq} \frac{d\omega_m(t)}{dt}$$



$L_{eq}$	(H)	inductance équivalente d'induit sur l'axe d supposée égale à celle sur l'axe q
$R_{eq}$	( $\Omega$ )	résistance équivalente d'enroulement statorique
$J_{eq}$	( $kg \cdot m^2$ )	inertie équivalente ramenée au rotor moteur
$\omega_m(t)$	( $rad \cdot s^{-1}$ )	vitesse de rotation du rotor
$C_f(t)$	( $N \cdot m$ )	couple de frottement
$C_{em}(t)$	( $N \cdot m$ )	couple électromagnétique supposé égal au couple moteur
$K_e$	( $V \cdot s \cdot rad^{-1}$ )	constante de force électromotrice
$K_t$	( $N \cdot m \cdot A^{-1}$ )	constante de couple
$V_q(t)$	(V)	tension d'alimentation de la phase fictive en quadrature.

Le schéma de principe de l'asservissement de courant est représenté figure 12.

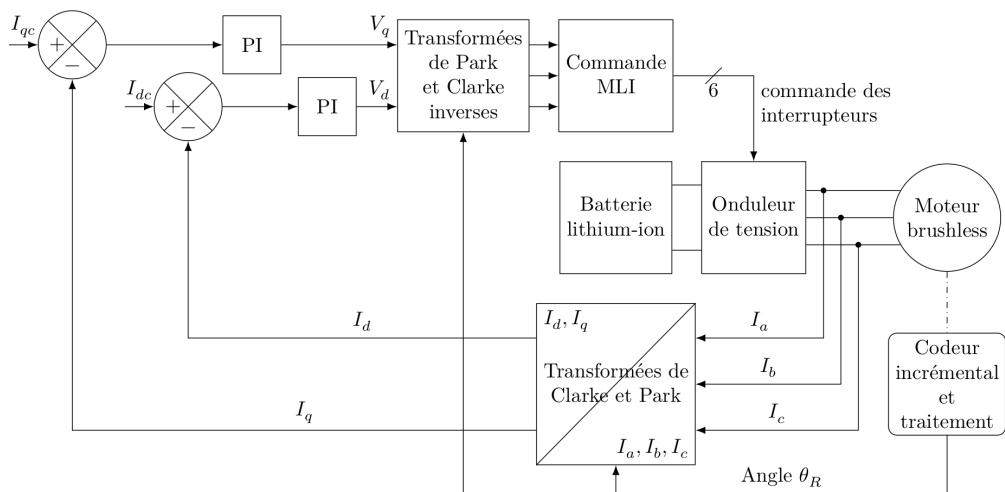


Figure 12 – Principe de l'asservissement de courant

Le courant  $i_d(t)$  est parfaitement asservi à la valeur  $i_{dc}(t) = 0$  pour la suite, ce qui permet de s'intéresser uniquement à l'asservissement du courant  $i_q(t)$ .

Avec des hypothèses simplificatrices, les boucles d'asservissement peuvent être formalisées au moyen de techniques classiques développées pour les systèmes linéaires.

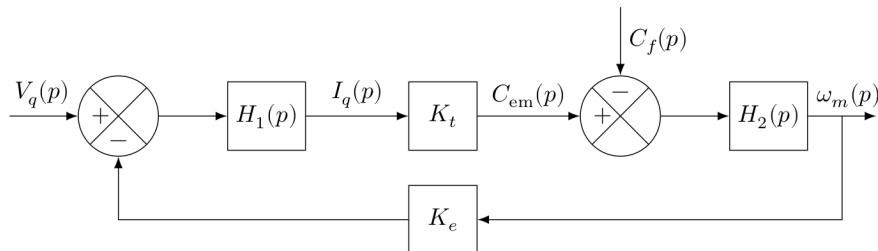


Figure 13 – Schéma bloc de la machine

**Question 12** À partir des équations temporelles 3 et 4, déterminer les expressions de  $H_1(p)$  et  $H_2(p)$  du schéma bloc de la figure 13.

**Question 13** En déduire la fonction de transfert  $T(p) = \frac{I_q(p)}{V_q(p)}$  sous forme canonique dans le cas où  $C_f(p) = 0$ .

Exigence	Critère	Performance attendue
Précision	Erreur relative en régime permanent $\mu_{i\infty} = \frac{\lim_{t \rightarrow \infty} (i_{qc}(t) - i_q(t))}{I_{qc0}}$ vis-à-vis d'un échelon de consigne de valeur $I_{qc0}$	$\mu_{i\infty} \leq 5\%$

Tableau 4 – Détail de l'exigence 5

Pour la suite, et indépendamment des résultats précédents, il est pris  $T(p) = \frac{K_0 \tau_0 p}{(1 + \tau_e p)(1 + \tau_m p)}$  avec  $\tau_e = 0.4ms$ ,  $\tau_m = 26ms$  et  $K_0 \tau_0 = 0.1s \cdot \Omega^{-1}$ .

La boucle d'asservissement de courant est représentée sur la figure 14 où  $C_1(p)$  représente le correcteur PI de fonction de transfert  $C_1 = K_1 \frac{1 + \tau_i p}{\tau_i p}$  avec  $\tau_i = \tau_m$ .

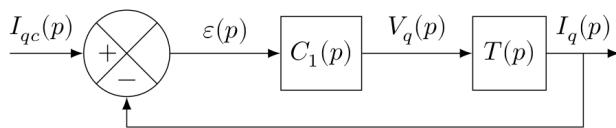


Figure 14 – Schéma bloc de l'asservissement de courant

**Question 14** Déterminer l'erreur en régime permanent  $\mu_{i\infty}$  pour une consigne en échelon de courant d'amplitude 1 A. Déterminer la valeur de  $K_1$  à choisir vis-à-vis des exigences de l'asservissement de courant en terme de précision données dans le tableau 4.

La valeur de  $K_1$  est supposée assez grande pour considérer par la suite la boucle de courant comme parfaite. L'égalité  $I_{qc}(p) = I_q(p)$  est donc admise.

La motorisation et sa commande en courant étant maintenant validées, c'est l'étude de l'asservissement en vitesse des motorisations qui va permettre d'analyser le suivi de trajectoire.

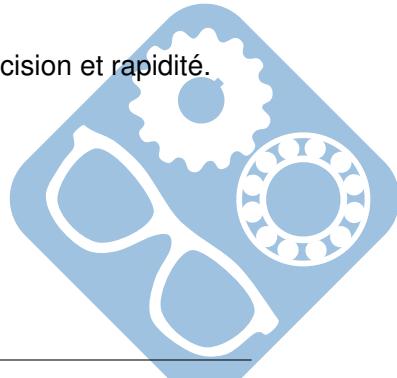
### III Validation du suivi de trajectoire de la base TC200

Le modèle de connaissance précédent peut désormais être utilisé pour valider par simulation les performances de l'asservissement de vitesse de la base TC200 puis le suivi de trajectoire.

**Objectif** Valider l'asservissement de vitesse mis en place pour que la base TC200 se déplace suivant la trajectoire de consigne souhaitée.

#### III.1 Étude l'asservissement de vitesse d'un moteur

**Objectif** Vérifier les exigences de la boucle de vitesse en termes de stabilité, précision et rapidité.



Exigence	Critère	Performance attendue
Précision	Erreur relative en régime permanent $\mu_{v\infty}$ pour une consigne en échelon d'amplitude $\omega_{mc0}$	$\mu_{v\infty} \leq 1\%$
	Erreur en vitesse en régime permanent $\Delta\omega_\infty$ pour une consigne en rampe telle que $\omega_{mc}(t) = at$	$\leq 100 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$ pour une pente de $1800 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-2}$
Rapidité	Temps de réponse à 5 %	$t_{5\%} \leq 180 \text{ ms}$
Stabilité	Dépassement maximal	$\leq 10\%$
	Marge de phase	$\geq 60^\circ$

Tableau 5 – Exigences de la boucle de vitesse

La boucle de courant étant supposée parfaite, le schéma bloc de la figure 15 correspond à l'asservissement de vitesse d'une des motorisations. Le modèle est considéré pour le moment non perturbé, c'est-à-dire  $C_f(p) = 0$ .

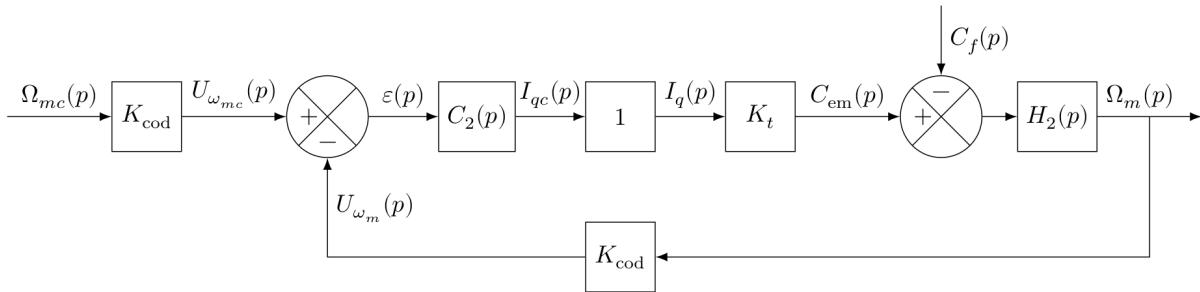


Figure 15 – Schéma bloc de l'asservissement de vitesse

Fonction de transfert	Expression	Valeur
Codeur et sa carte de traitement	$K_{cod}$	$0,2 \text{ V}\cdot\text{s}\cdot\text{rad}^{-1}$
Constante de couple	$K_t$	$0,09 \text{ N}\cdot\text{m}\cdot\text{A}^{-1}$
Correcteur de type proportionnel	$C_2(p) = K_2$	
Dynamique de la motorisation	$H_2(p) = \frac{1}{J_{eq}p}$	$J_{eq} = 1,5 \times 10^{-3} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$

Tableau 6 – Fonctions de transfert utilisées

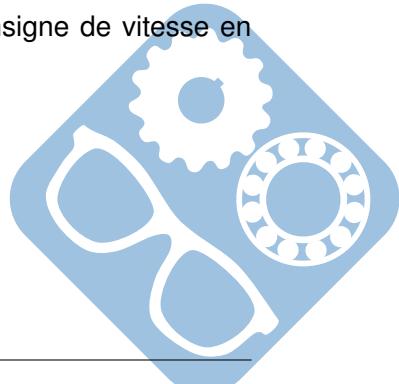
**Question 15** Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée  $K_{BF}(p) = \frac{\Omega_m(p)}{\Omega_{mc}(p)}$  pour  $C_f(p) = 0$ .

**Question 16** Justifier que cet asservissement est stable.

**Question 17** Déterminer la condition sur  $K_2$  afin de satisfaire l'exigence de rapidité du tableau 5.

**Question 18** Calculer l'erreur relative en régime permanent  $\mu_{v\infty}$  pour une consigne de vitesse en échelon de valeur  $\omega_{mc0}$ .

Les diagrammes de Bode de la FTBO sont tracés à la figure 16.



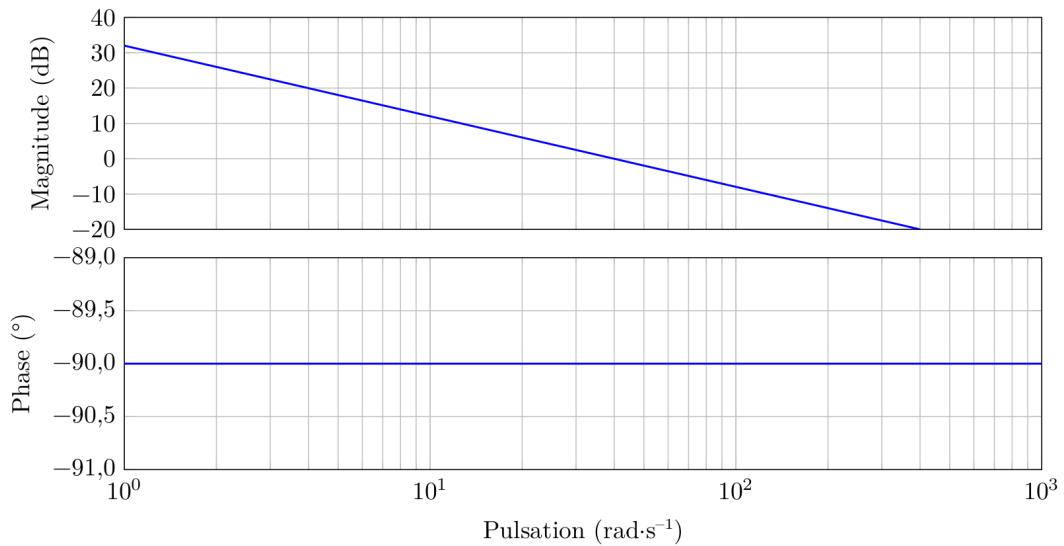


Figure 16 – Diagrammes de Bode de la FTBO

**Question 19** Identifier la valeur de  $K_2$  qui a été réellement choisie par le constructeur.

**Question 20** À partir de cette valeur, calculer l'erreur en vitesse en régime permanent  $\Delta_{\omega\infty}$  pour une consigne de vitesse en rampe de pente  $a$  et valider le critère de précision des exigences du tableau 5.

L'asservissement de vitesse non perturbé de la motorisation étant validé, il s'agit maintenant de vérifier la qualité du suivi de trajectoire de la base TC200.

### III.2 Validation des performances du suivi de trajectoire

**Objectif** Analyser et commenter les performances du suivi de trajectoire de la base TC200.

Le modèle complet de simulation des performances du suivi de trajectoire mettant en œuvre les quatre motorisations est mis en place. Il reprend l'ensemble des différents modèles de connaissance mis en place dans l'ensemble du sujet.

Les vitesses et la trajectoire de consignes sont représentées sur la figure 17.

Paramètres	Notations
Position de consigne du point $O$ par rapport au sol	$(x_c(t), y_c(t))$ dans $(\vec{x}_0, \vec{y}_0)$
Vitesse de consigne du point $O$ par rapport au sol	$\vec{V}_{c1/0}(O) = V_{xc}(t)\vec{x}_0 + V_{yc}(t)\vec{y}_0$
Vitesses de rotation de consigne des roues par rapport au châssis	$\omega_{10c}(t), \omega_{20c}(t), \omega_{30c}(t), \omega_{40c}(t)$
Position réelle du point $O$ par rapport au sol	$(x(t), y(t))$ dans $(\vec{x}_0, \vec{y}_0)$
Vitesse réelle du point $O$ par rapport au sol	$\vec{V}_{1/0}(O) = V_x(t)\vec{x}_1 + V_y(t)\vec{y}_1$
Vitesses de rotation réelles des roues par rapport au châssis	$\omega_{10}(t), \omega_{20}(t), \omega_{30}(t), \omega_{40}(t)$
Angle de rotation réel du robot par rapport au sol	$(\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1) = \theta, \vec{z}_0 = \vec{z}_1$
Vitesse de rotation réelle du robot par rapport au sol	$\vec{\Omega}_{1/0} = \dot{\theta}\vec{z}_1 = \omega\vec{z}_1$

Tableau 7 – Notations utilisées

**Question 21** En se référant au tableau 7, proposer l'expression littérale de l'écart entre la trajectoire de consigne et la trajectoire réelle en fonction du temps, en faisant apparaître les paramètres  $x_c(t)$ ,  $y_c(t)$ ,  $x(t)$  et  $y(t)$ .

Une première simulation est réalisée sans perturbation, c'est-à-dire avec  $C_f = 0$ . La figure 18 représente alors l'écart simulé entre la trajectoire réelle et la trajectoire de consigne.

**Question 22** Conclure quant au respect de l'exigence 1.1.1.

Le suivi de trajectoire non perturbé ayant été étudié, il est nécessaire d'évaluer la contribution du frottement sur la qualité du suivi de trajectoire. Pour cela, la valeur du couple de frottement ramené au niveau de chaque rotor moteur (mais différent pour chaque motorisation) est évalué et introduit dans le modèle de simulation. De plus, un couple résistant aléatoire, différent pour chaque motorisation, est ajouté dans le modèle de simulation pour simuler des perturbations variables à chaque contact roue sol. Différentes courbes issues de cette simulation sont fournies à la figure 19.

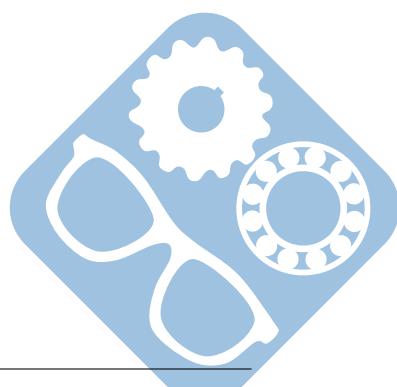
**Question 23** Conclure quant au respect de l'exigence 1.1.1 dans ce cas. Proposer une solution technologique permettant de satisfaire l'exigence de précision de positionnement.

## IV Conclusion

**Question 24** Conclure vis-à-vis de l'étude menée sur l'utilisation et l'intérêt de la base TC200 dans l'application demandée. Expliquer également pourquoi une précision de positionnement de 1 cm de la base TC200 est suffisante pour le vissage de vis d'un diamètre variable de 0,4 à 2 cm.

**Question 25** D'après les données disponibles, notamment la figure 20, présenter les étapes de la fabrication du châssis du robot, de la mise en forme du brut à la finition.

**Question 26** Décrire 3 différentes solutions techniques pour cette mise en forme du brut (qui permet d'obtenir la géométrie de la pièce de la figure 20) et l'utilisation de celle qui vous paraît la plus probable.



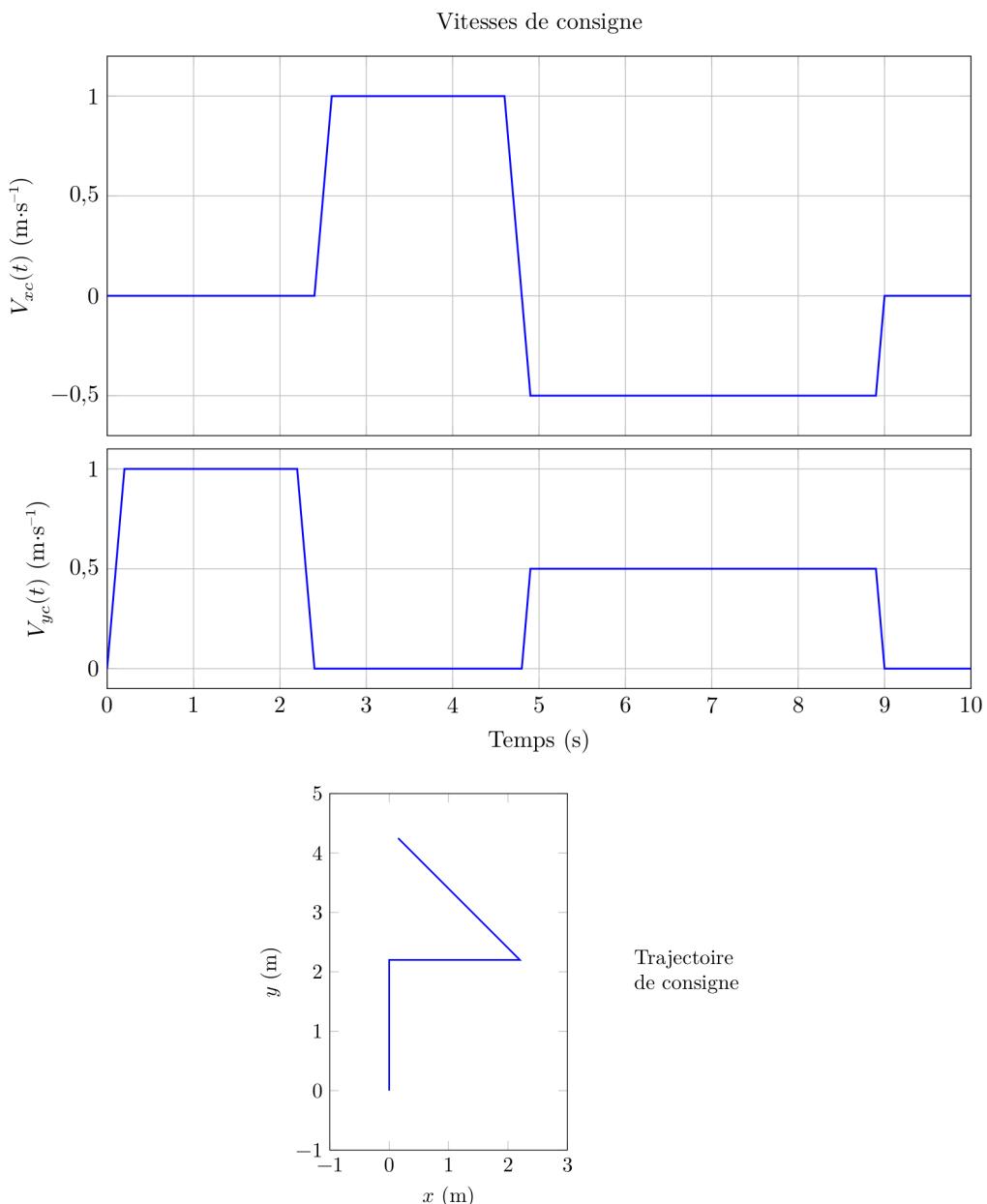
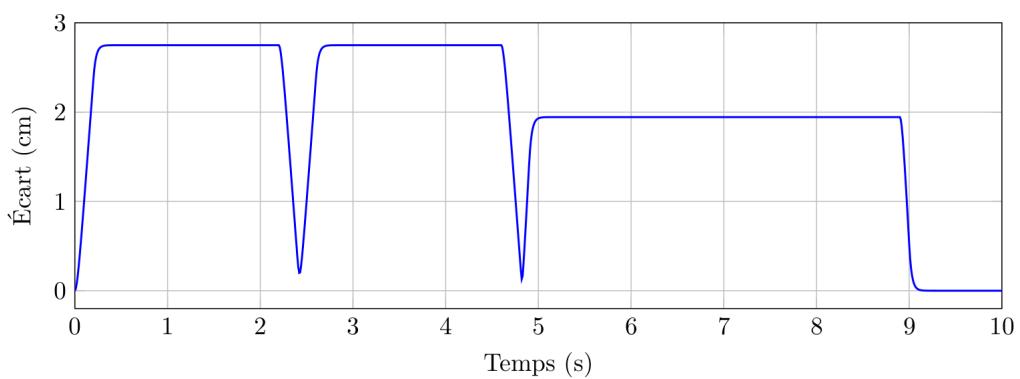


Figure 17 – Vitesses de consigne en fonction du temps et trajectoire de consigne

Figure 18 – Écart entre la trajectoire de consigne et la trajectoire réelle lorsque  $C_f = 0$

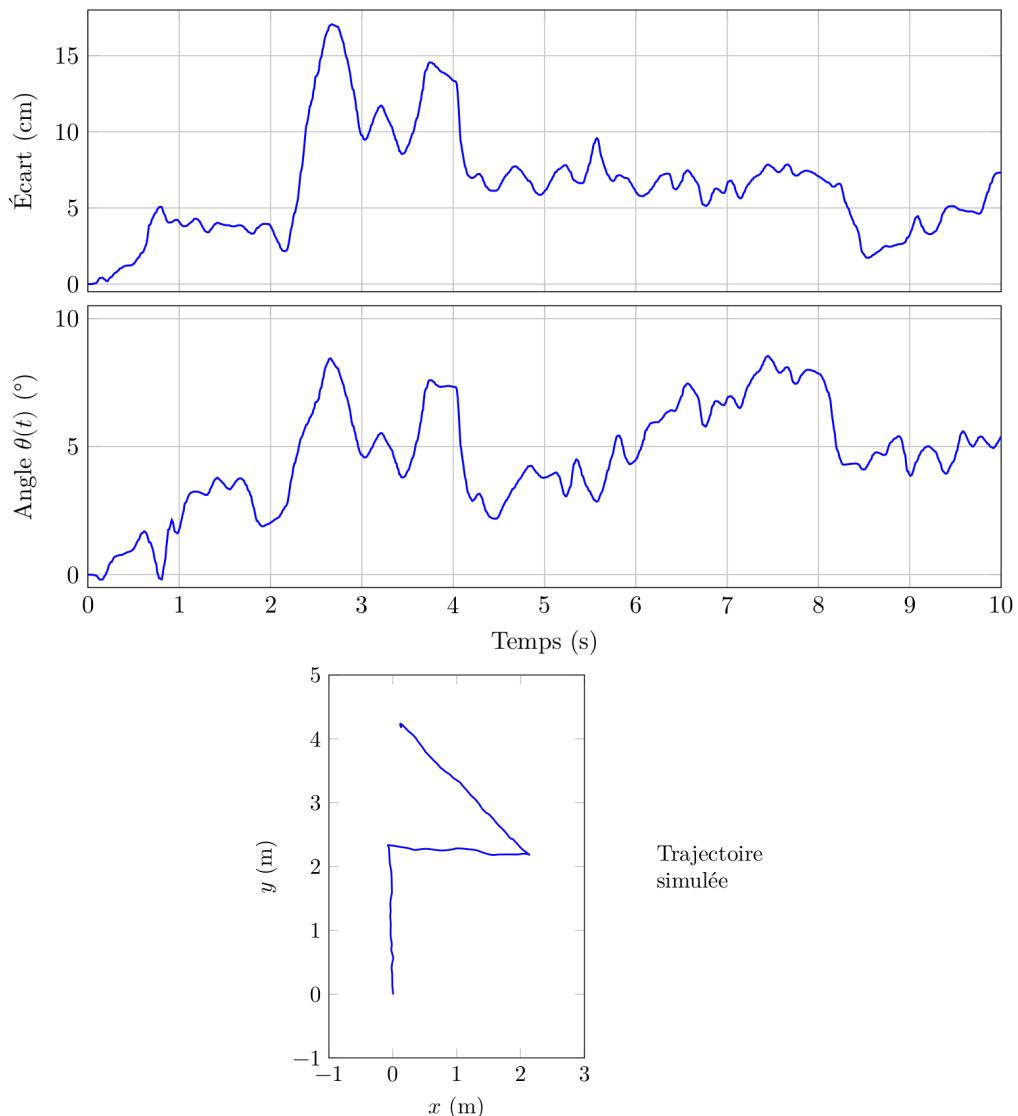
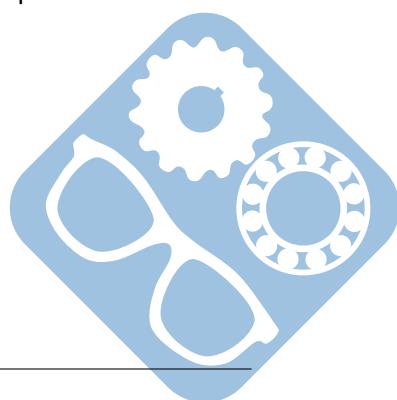
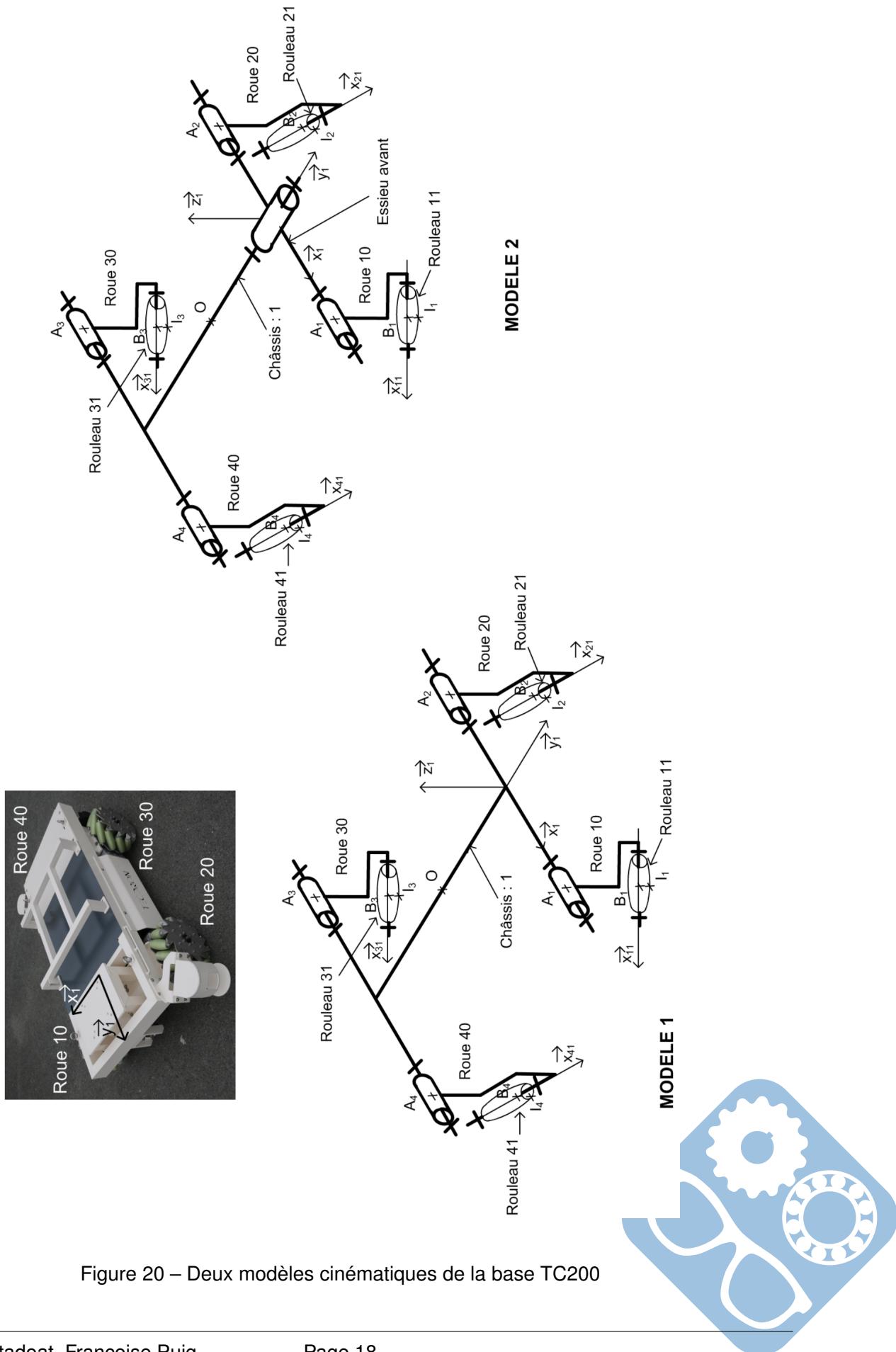


Figure 19 – Simulation avec des couples de perturbation aléatoires sur chaque moteur





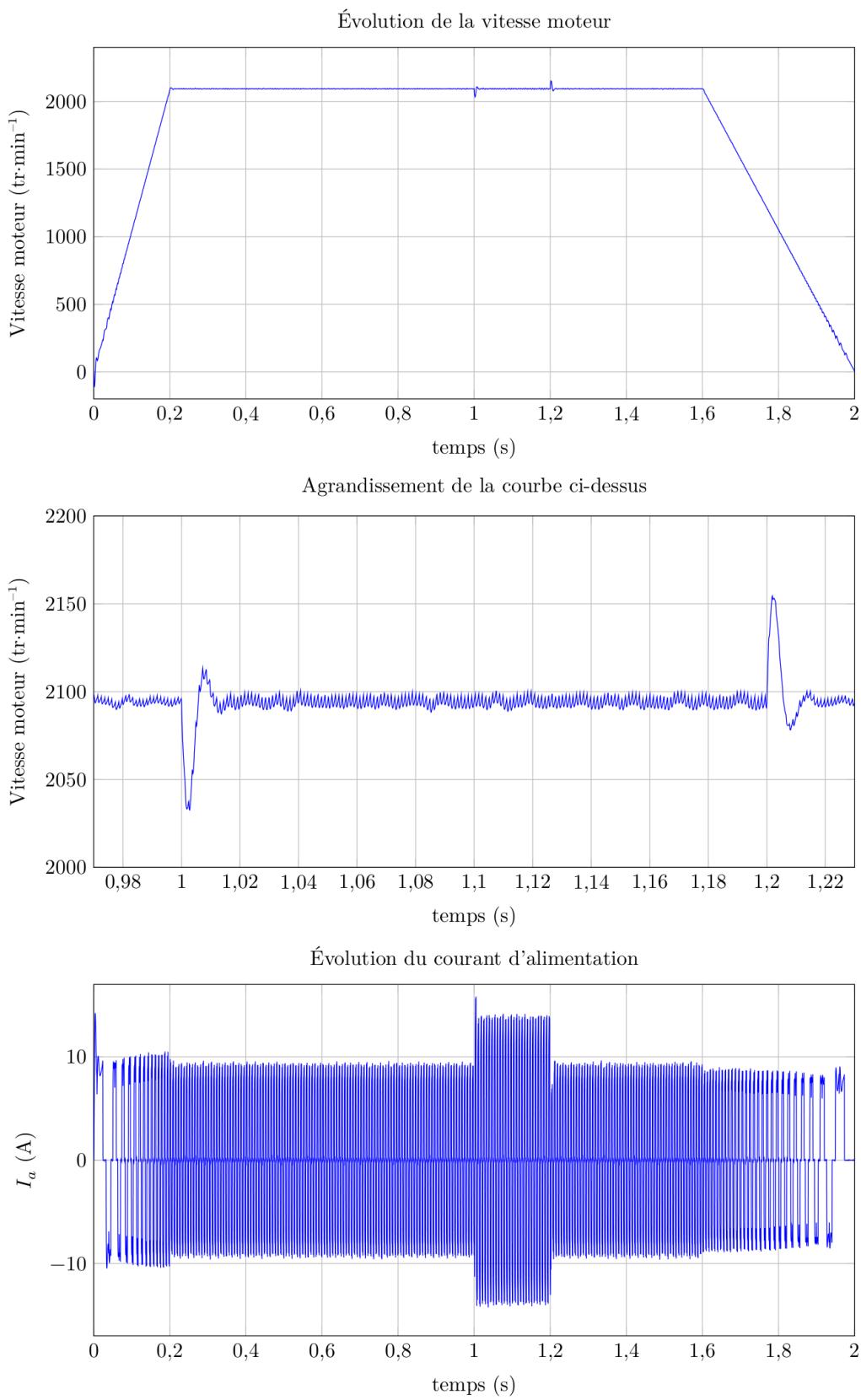
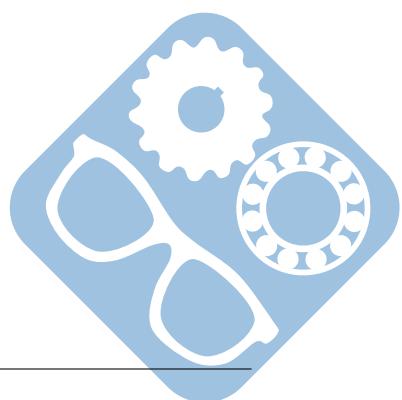
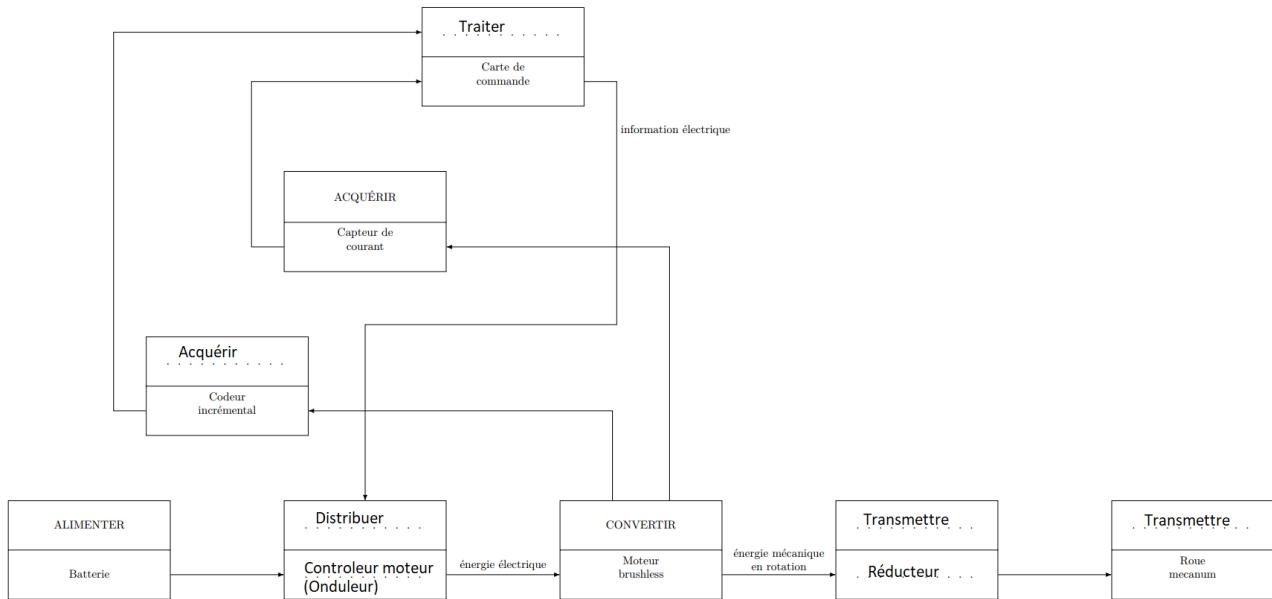


Figure 21 – Courbes obtenues avec le modèle multiphysique



## Correction

### Question 1 :



### Question 2 :

Modèle 1	Modèle 2
8 pivots et 4 ponctuelles $N_s = 8 * 5 + 4 = 44$	9 pivots et 4 ponctuelles $N_s = 9 * 5 + 4 = 49$
10 pièces	11 pièces
$h = 44 - 6 * (10 - 1) + 3 + 8 = 1$	$h = 49 - 6 * (11 - 1) + 3 + 8 = 0$
$h=1$ (hyperstatique)	$h=0$ (isostatique)

Seul le modèle 2 répond au cahier des charges et c'est bien celui retenu par le constructeur.

### Question 3 :

$$\overrightarrow{V_{I1,11/10}} + \overrightarrow{V_{I1,10/1}} + \overrightarrow{V_{I1,1/0}} = \vec{0}$$

$$r\dot{\beta}_{11}\vec{y}_{11} + (r+R)\omega_{10}\vec{y}_1 + V_x\vec{x}_1 + V_y\vec{y}_1 + a\omega\vec{y}_1 - b\omega\vec{y}_1 = \vec{0}$$

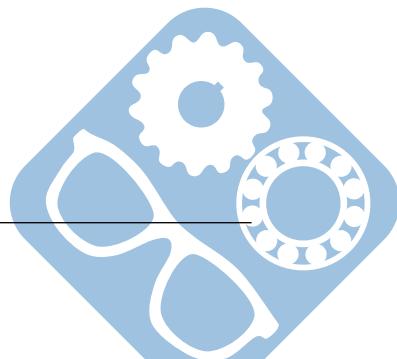
Or,  $\vec{y}_{11} = -\sin\alpha_{11}\vec{x}_1 + \cos\alpha_{11}\vec{y}_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}(\vec{x}_1 + \vec{y}_1)$

D'où  $r\dot{\beta}_{11}\frac{\sqrt{2}}{2}(\vec{x}_1 + \vec{y}_1) + (r+R)\omega_{10}\vec{y}_1 + V_x\vec{x}_1 + V_y\vec{y}_1 + a\omega\vec{y}_1 - b\omega\vec{x}_1 = \vec{0}$

Soit, en projetant sur  $\vec{x}_1$  et  $\vec{y}_1$  :

$$V_x - b\omega + r\dot{\beta}_{11}\frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$V_y + a\omega + (r+R)\omega_{10} + r\dot{\beta}_{11}\frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$



### Question 4 :

D'après les équations précédentes, et en substituant  $r\dot{\beta}_{11}\frac{\sqrt{2}}{2}$ , on obtient

## Correction

$$V_y + a\omega + (r+R)\omega_{10} - V_x + b\omega = 0$$

$$\omega_{10} = \frac{1}{r+R}(-(a+b)\omega + V_x - V_y)$$

En faisant la même chose pour les équations suivantes, on obtient :

$$M = \frac{1}{r+R} \begin{pmatrix} -(a+b) & 1 & -1 \\ a+b & -1 & -1 \\ a+b & 1 & -1 \\ -(a+b) & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

### Question 5 :

En faisant le calcul, on trouve

$$W_1 = \frac{1}{r+R} \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} W_2 = \frac{1}{r+R} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} W_3 = \frac{1}{r+R} \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$$

On peut retrouver les composantes de  $V$  à partir de  $W$ , il y a 4 équations pour 3 inconnues mais la dernière est une combinaison linéaire des trois autres, donc elle n'est pas nécessaire pour le calcul.

Cette réversibilité est possible car le système est isostatique.

### Question 6 :

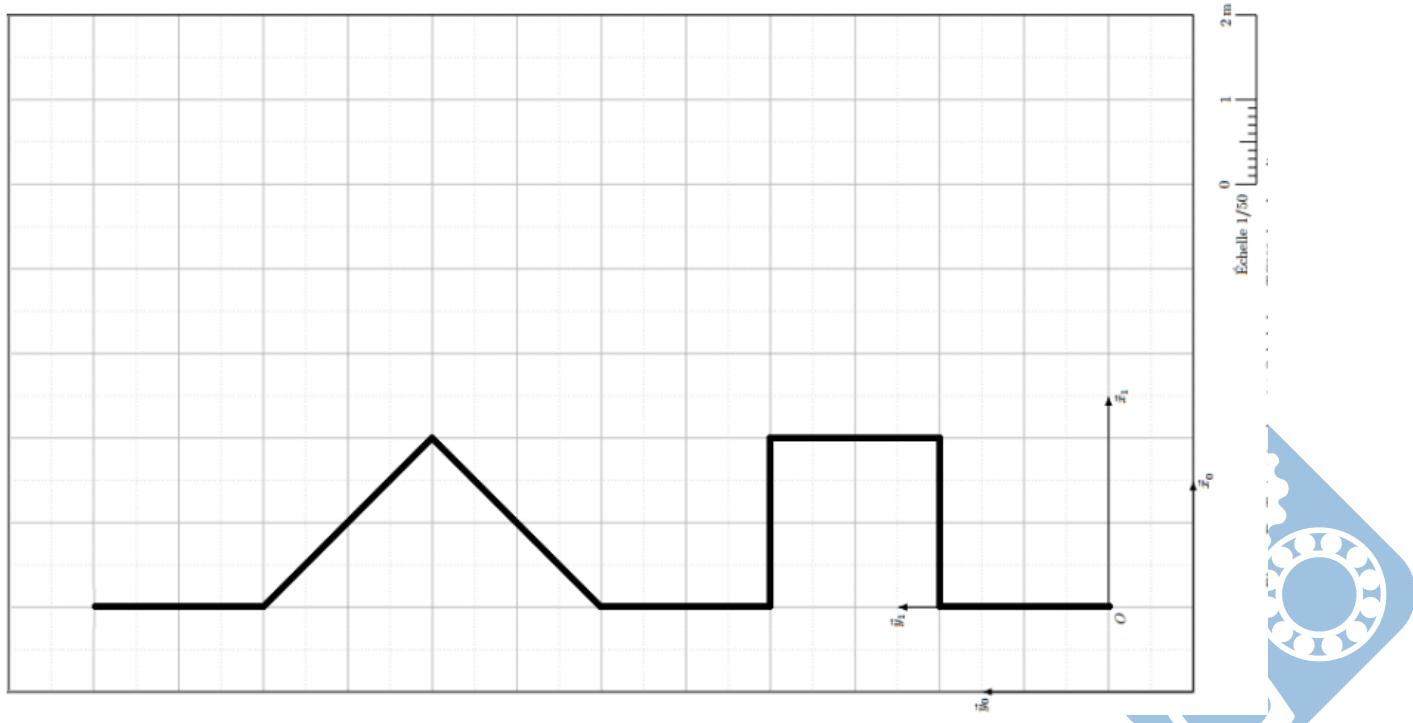
On peut déterminer :

$$- V_x(t) = -\frac{r+R}{2}(\omega_{10}(t) + \omega_{20}(t))$$

$$- V_y(t) = -\frac{r+R}{2}(\omega_{10}(t) - \omega_{20}(t))$$

Avec  $\frac{r+R}{2} = 73\text{mm}$ .

	Durée	$V_x(t)$	$V_y(t)$
État 1	2s	$0\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$	$1\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$
État 2	2s	$1\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$	$0\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$
État 3	2s	$-1\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$	$0\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$
État 4	2s	$1\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$	$1\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$
État 5	2s	$-1\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$	$1\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$



**Question 7 :**

On prendra les hypothèses d'un problème plan.

$$\text{En A, liaison pivot : } \{T_{0 \rightarrow p}\} = \begin{Bmatrix} X_A \\ Y_A \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}_A$$

$$\text{En D, liaison ponctuelle : } \{T_{0 \rightarrow p}\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ Y_A \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}_A$$

$$\text{En B, action F : } \{T_{0 \rightarrow p}\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ F \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}_B$$

$$\text{En C, action F : } \{T_{0 \rightarrow p}\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ F \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}_C$$

$$\text{On obtient après avoir tout déplacé en A : } \begin{cases} X_A = 0 \\ 2F + Y_A + Y_D = 0 \\ (2L_1 + L_2)Y_D + (2L_1 + L_2)F = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} X_A = 0 \\ Y_A = -F \\ Y_D = -F \end{cases}$$

**Question 8 :**

$Re = 450 MPa$ ,  $Rm = 60 MPa$ ,  $A\% = 2,45$ .

**Question 9 :**

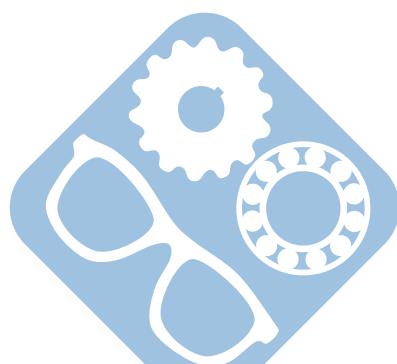
$$\sigma_{max} = \frac{F \cdot L_1 \cdot 64 \cdot d}{\pi \cdot d^4 \cdot 2} = \frac{500 \cdot 50 \cdot 64 \cdot 15}{\pi \cdot 15^4 \cdot 2} = 75 MPa$$

**Question 10 :**

$$\sigma_{max} \leq \frac{Re}{5}, \text{ donc l'exigence est respectée.}$$

**Question 11 :**

Un onduleur est un dispositif d'électronique de puissance permettant de générer des tensions et des courants alternatifs à partir d'une source d'énergie électrique continue.



## Correction

### Question 12 :

Grâce aux équations du moteur, on trouve :

$$H_1(p) = \frac{1}{R_{eq} + L_{eq}p} \text{ et } H_2(p) = \frac{1}{J_{eq}p}$$

### Question 13 :

$$\text{La fonction de transfert est } T(p) = \frac{\frac{J_{eq}}{K_e K_t} p}{1 + \frac{J_{eq} R_{eq}}{K_e K_t} p + \frac{J_{eq} L_{eq}}{K_e K_t} p^2}$$

### Question 14 :

$$\text{On commence par calculer } \epsilon(p) = \frac{\tau_i(1 + \tau_e p)}{\tau_i + K_1 K_0 \tau_0 + \tau_i \tau_e p} I_{qc}(p)$$

$$\text{Donc, } \mu_{i\infty} = \lim_{p \rightarrow 0} p \epsilon(p) = \frac{\tau_i}{\tau_i + K_1 K_0 \tau_0}$$

Il faut que cette erreur soit inférieure à 5% d'après le tableau 4.

$$\text{Donc, } K_1 \geq \frac{\tau_i(1 - 0,05)}{0,05 K_0 \tau_0} \quad K_1 \geq \frac{0,026 \cdot 0,95}{0,05 \cdot 0,1} \text{ donc } K_1 \geq 5$$

### Question 15 :

$$H_{BF} = \frac{1}{1 + \frac{J_{eq}}{K_2 K_t K_{cod}} p}$$

### Question 16 :

Il s'agit d'une fonction du premier ordre, il est donc toujours stable.

### Question 17 :

$$\text{Le temps de réponse est } 3\tau, \text{ donc } 3 \frac{J_{eq}}{K_2 K_t K_{cod}} \leq 180ms, \text{ donc } K_2 \geq \frac{5 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 9 \cdot 2 \cdot 10^{-5}}, \text{ donc } K_2 \geq 1,4$$

### Question 18 :

Comme il y a un intégrateur, l'erreur statique est nulle pour une consigne de vitesse en échelon.

### Question 19 :

La fonction de transfert représentée par ce diagramme de Bode est  $H_{BO}(p) = K_{cod} K_2 K_t \frac{1}{J_{eq} p}$ . Pour  $|H_{BO}(p)| = 1$ , on a un gain de 0dB et cela intervient pour  $\omega_{0dB} = 40rad \cdot s^{-1}$ , donc

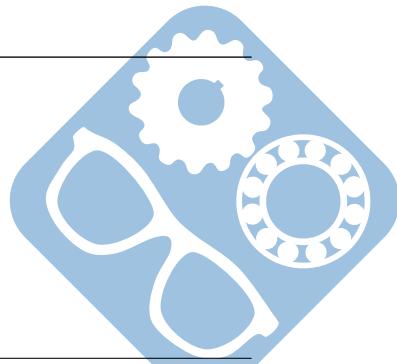
$$K_{cod} K_2 K_t \frac{1}{J_{eq} \omega_{0dB}} = 1$$

$$\text{Donc, } K_2 = \frac{J_{eq} \omega_{0dB}}{K_{cod} K_t} = \frac{0,0015 \cdot 40}{0,2 \cdot 0,09} = \frac{1}{0,3} = 3,33A.V^{-1}$$

### Question 20 :

$$\text{L'erreur est } e(p) = \Omega_{mc}(p) - \Omega_m(p) = \Omega_{mc} \left( 1 - \frac{K_{cod} K_2 K_t \frac{1}{J_{eq} p}}{1 + K_{cod} K_2 K_t \frac{1}{J_{eq} p}} \right)$$

$$\text{Avec } \Omega_{mc}(p) = \frac{a}{p^2} \text{ (rampe de pente } a).$$



## Correction

$$\Delta_{\omega\infty} = \lim_{p \rightarrow 0} pe(p) = \frac{0,0015 \cdot 1800}{0,2 \cdot 3,33 \cdot 0,09} = \frac{1,5 \cdot 100}{3,33} = 45 rad \cdot s^{-1}$$

D'après le tableau 5, l'exigence est validée.

### Question 21 :

$$e(t) = \sqrt{(x_c(t) - x(t))^2 + (y_c(t) - y(t))^2}$$

### Question 22 :

L'exigence est respectée car à chaque arrêt l'écart est inférieur à 1 cm.

### Question 23 :

L'exigence n'est pas respectée car l'écart est constamment supérieur à 1 cm. Il faut diminuer les frottements en utilisant des roulements à billes par exemple.

### Question 24 :

Les trois degrés de liberté peuvent être contrôlés indépendamment ce qui permet de répondre à l'exigence d'évitement.

Le TC200 porte un bras robotisé visseur qui permet de compenser l'erreur de positionnement de la base.

### Question 25 :

Le châssis du robot est mécano-soudé.

Les étapes sont donc :

1. Mise en forme des profilé (tubes carrés),
2. Découpage des tubes,
3. Soudage des tubes,
4. Usinage des surfaces fonctionnelles,
5. Peinture.

### Question 26 :

D'après la forme du châssis, celui-ci sera mécano-soudé par soudage à l'arc électrique, on peut donc proposer l'utilisation :

- le soudage à l'électrode enrobée,
- le soudage TIG ou TAG,
- le soudage MIG ou MAG.

