

# 1 Le moteur à courant continu

Soient les équations différentielles du moteur à courant continu suivantes :

$$u(t) = R \cdot i(t) + L \cdot \frac{di(t)}{dt} + e(t) \quad (1)$$

$$e(t) = K_e \cdot \omega(t) \quad (2)$$

$$C_m(t) = K_c \cdot i(t) \quad (3)$$

$$C_m(t) = J \cdot \frac{d\omega(t)}{dt} \quad (4)$$

Avec :

- R en  $\Omega \equiv V \cdot A^{-1}$ ,
- L en H  $\equiv V \cdot A^{-1} \cdot s$ ,
- $K_e$  en  $V \cdot rad^{-1} \cdot s$ ,
- $K_c$  en  $N \cdot m \cdot A^{-1}$ ,
- J en  $kg \cdot m^2$ ,

**Question 1 :** Écrire ces équations dans le domaine de Laplace.

**Question 2 :** Écrire une équation liant  $\Omega(p)$  et  $U(p)$  avec les constantes des équations précédentes.

**Question 3 :** Écrire la fonction de transfert  $H(p) = \frac{\Omega(p)}{U(p)}$  sous la forme canonique, donner son ordre et sa classe.

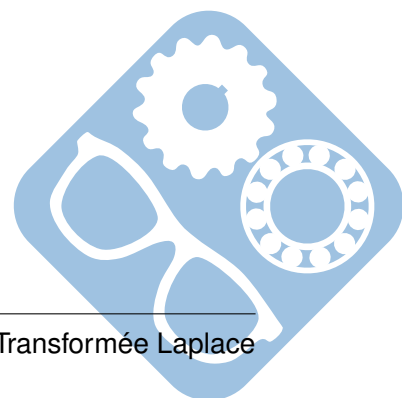
On donne les formes classiques des fonctions de transfert du premier et du second ordre :

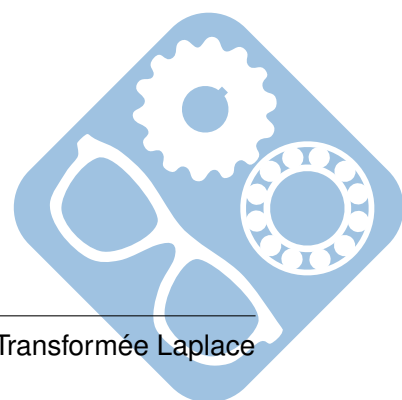
$$H(p) = \frac{K}{1 + \tau \cdot p} \text{ et } H(p) = \frac{K}{1 + \frac{2 \cdot \xi}{\omega_0} \cdot p + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$$

**Question 4 :** Déterminer  $(K, \tau)$  ou  $(K, \xi, \omega_0)$  en fonction du modèle qui paraît le plus adapté et des constantes du système d'équation.

**Question 5 :** Déterminer et justifier les unités de ces valeurs caractéristiques à partir de celles des constantes du système d'équation.

FIN





## Question 1 :

$$U(p) = R \cdot I(p) + L \cdot p \cdot I(p) + E(p) \quad (5)$$

$$E(p) = K_e \cdot \Omega(p) \quad (6)$$

$$C_m(p) = K_c \cdot I(p) \quad (7)$$

$$C_m(p) = J \cdot p \cdot \Omega(p) \quad (8)$$

## Question 2 :

$$U(p) = (R + L \cdot p) \cdot \frac{J \cdot p \cdot \Omega(p)}{K_c} + K_e \cdot \Omega(p)$$

$$U(p) = \left( (R + L \cdot p) \cdot \frac{J \cdot p}{K_c} + K_e \right) \cdot \Omega(p)$$

## Question 3 :

$$H(p) = \frac{\Omega(p)}{U(p)} = \frac{1}{(R + L \cdot p) \cdot \frac{J \cdot p}{K_c} + K_e} = \frac{\frac{1}{K_e}}{1 + \frac{R \cdot J}{K_e \cdot K_c} \cdot p + \frac{L \cdot J}{K_e \cdot K_c} \cdot p^2}. \text{ Fonction d'ordre 2 et de}$$

classe 0.

## Question 4 :

$$K = \frac{1}{K_e}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{K_e \cdot K_c}{L \cdot J}}$$

$$\xi = \sqrt{\frac{K_e \cdot K_c}{L \cdot J}} \cdot \frac{R \cdot J}{2 \cdot K_e \cdot K_c} = \frac{R \cdot \sqrt{J}}{2 \sqrt{K_e \cdot K_c \cdot L}}$$

## Question 5 :

$$[K] = \text{rad} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{V}^{-1}$$

$$[\omega_0] = \sqrt{\frac{\text{V} \cdot \text{rad}^{-1} \cdot \text{s} \cdot \text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}}{\text{V} \cdot \text{A}^{-1} \cdot \text{s} \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^2}} = \sqrt{\frac{\text{V} \cdot \text{rad}^{-1} \cdot \text{s} \cdot \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}}{\text{V} \cdot \text{A}^{-1} \cdot \text{s} \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^2}} = \text{s}^{-1}$$

$$[\xi] = \frac{\text{V} \cdot \text{A}^{-1} \cdot \sqrt{\text{kg} \cdot \text{m}^2}}{\sqrt{\text{V} \cdot \text{rad}^{-1} \cdot \text{s} \cdot \text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1} \cdot \text{V} \cdot \text{A}^{-1} \cdot \text{s}}} = \frac{\text{V} \cdot \text{A}^{-1} \cdot \sqrt{\text{kg} \cdot \text{m}^2}}{\sqrt{\text{V} \cdot \text{rad}^{-1} \cdot \text{s} \cdot \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1} \cdot \text{V} \cdot \text{A}^{-1} \cdot \text{s}}} = 1$$

