

# DS 05- Bouée houlomotrice

Avec Correction

PTSI

Samedi 26 mars 2022

## Table des matières

I Présentation	2
II Étude du cas d'utilisation : "Installer sur zone de production et entretenir"	4
III Étude du cas d'utilisation : « Recevoir de l'énergie électrique produite à partir de l'énergie houlomotrice »	5
IV Lecture de plan	12

# Bouée houlomotrice

## I Présentation

### I.1 Contexte

La houle est constituée de vagues successives nées de l'effet du vent à la surface de la mer et pouvant parfois se propager sur de très longues distances. Il s'agit d'une forme concentrée de l'énergie du vent, elle-même issue de l'énergie solaire, c'est donc une énergie renouvelable dont le potentiel n'est actuellement quasiment pas exploité.

L'énergie produite à partir de la houle est appelée houlomotrice (ou énergie des vagues). Cette énergie est le plus souvent transformée en énergie électrique.

Différents dispositifs pour exploiter cette énergie sont en développement. Même si certains d'entre eux font l'objet d'une commercialisation, aucun n'a réellement atteint le stade de la maturité industrielle, contrairement au domaine de l'énergie éolienne ou solaire.

Le dispositif étudié est une bouée houlomotrice de type « Powerbuoy »(figure 1). Il s'agit d'une structure flottante constituée :

- d'un lest, composé de deux parties (lest inférieur et lest supérieur), partie immergée fixe (ou peu mobile) grâce à un système de mouillage (amarrage) au fond marin (non représenté),
- d'un flotteur, partie émergeante flottante pouvant coulisser verticalement par rapport au lest.

Celui-ci capte l'énergie de la houle en suivant les déplacements verticaux de la surface de la mer, ce qui permet de produire de l'énergie électrique.

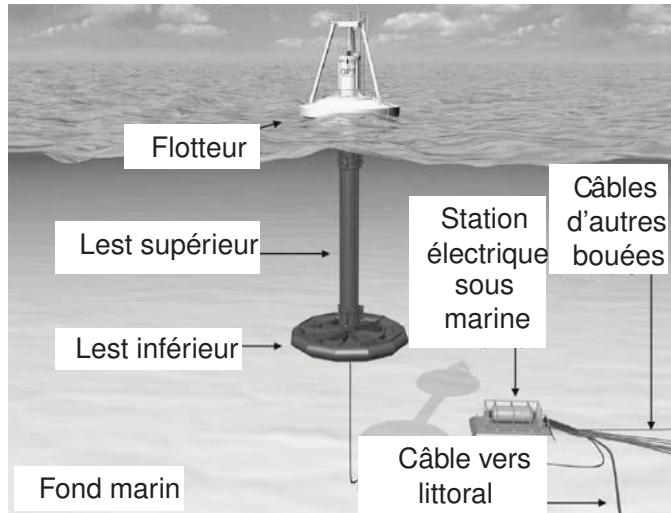


Figure 1 – Principe des bouées de type « Powerbuoy »

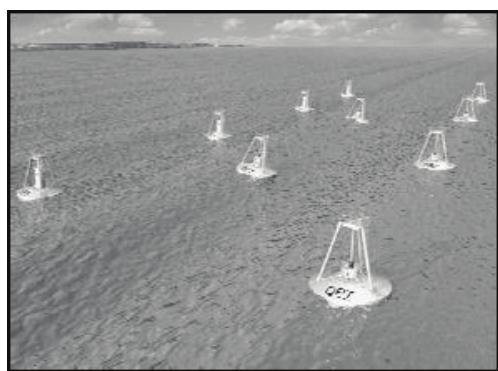


Figure 2 – Ferme marine

Les bouées houlomotrices sont généralement déployées par groupe allant jusqu'à une dizaine d'unités constituant ainsi des "fermes marines" (figure 2). Celles-ci partagent le système d'amarrage des lestes ainsi qu'une station sous marine qui permet de collecter l'énergie électrique produite et de l'envoyer au réseau électrique à terre par l'intermédiaire d'un câble sous-marin.

Le diagramme SysML des cas d'utilisation en annexe permet de mettre en évidence deux configurations que doit adopter la bouée houlomotrice :

- une configuration verticale, avec le lest inférieur complètement immergé, en phase de production d'énergie ;
- une configuration horizontale (figure 3), avec le lest inférieur partiellement immergé, en phase d'installation sur zone de production et de retour à terre pour maintenance, par simple remorquage.



Figure 3 – Configuration horizontale pour maintenance et transport

## I.2 Description du système

Le système d'absorption d'énergie est constitué de deux principaux sous-ensembles représentés sur les figure 1 et figure 4 :

- un lest immergé incluant le dispositif de conversion d'énergie ; ce lest est amarré au fond marin par des câbles ;
- un flotteur en partie immergée, lié au lest par un ensemble de liaisons ne permettant qu'une translation selon la direction  $\vec{z}$ .

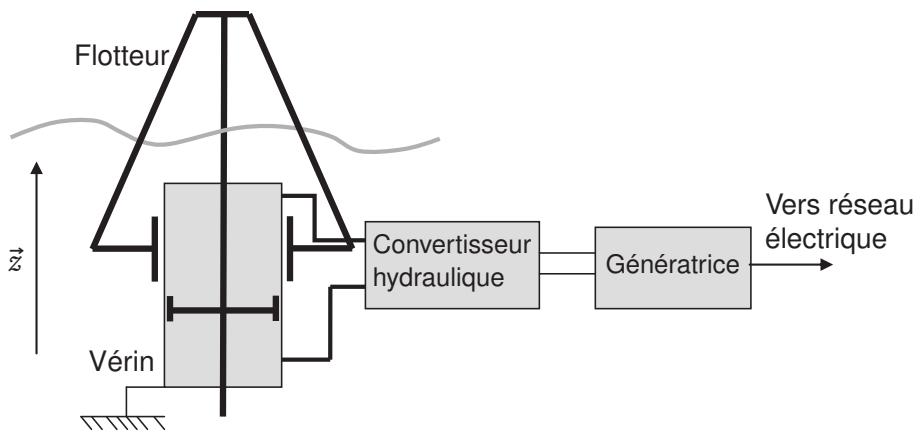
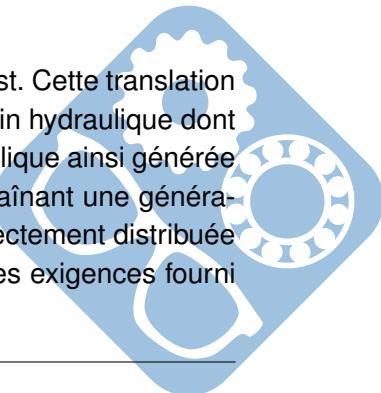


Figure 4 – Principe de fonctionnement du système houlomoteur

Le mouvement de la houle provoque le déplacement du flotteur par rapport au lest. Cette translation entraîne le système de conversion d'énergie en provoquant le déplacement d'un vérin hydraulique dont le corps est lié au lest et dont la tige et le piston sont liés au flotteur. L'énergie hydraulique ainsi générée est convertie en énergie mécanique puis électrique par un moteur hydraulique entraînant une génératrice électrique. Cette dernière doit produire une énergie électrique pouvant être directement distribuée au réseau électrique selon les spécifications définies dans le diagramme SysML des exigences fourni en annexe.



## II Étude du cas d'utilisation : "Installer sur zone de production et entretenir"

Pour passer de la configuration horizontale (phase de remorquage) à la configuration verticale (phase de production d'énergie houlomotrice), un système de ballasts est actionné au niveau inférieur du lest. En configuration remorquage, ceux-ci sont vides et assurent un équilibre de la bouée, à demie immergée, en position horizontale (figure 5). En configuration production d'énergie, ils sont partiellement remplis d'eau et assurent un équilibre du lest en position verticale en le laissant émerger de 4 m (figure 6).

On se propose dans cette partie d'analyser ces deux configurations d'équilibre afin de valider la capacité des ballasts. Seule la poussée d'Archimède sera prise en compte pour les actions de l'eau.

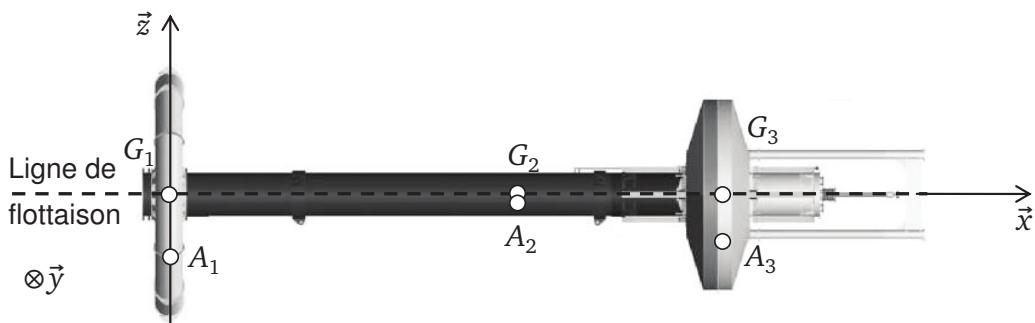


Figure 5 – Bouée en configuration horizontale

Hypothèses et données (figure 5) :

- la masse volumique de l'eau de mer est  $\rho = 1000 \text{ kgm}^{-3}$  ;
- l'accélération de la pesanteur est  $\vec{g} = -10 \cdot \vec{z}$  (en  $\text{ms}^{-2}$ ) ;
- on considère que la bouée se compose de 3 parties détaillées ci-dessous :

- La partie inférieure du lest, de centre de gravité  $G_1$ , de masse  $m_1 = 35$  tonnes et de volume  $V_1 = 130 \text{ m}^3$ , contenant le système de ballasts de volume  $V_b = 30,00 \text{ m}^3$ .
- La partie supérieure du lest, de centre de gravité  $G_2$  tel que  $\overrightarrow{G_1 G_2} = l_1 \cdot \vec{x} = 20 \cdot \vec{x}$  (en m), de masse  $m_2 = 120$  tonnes et de volume  $V_2 = 60 \text{ m}^3$ , qui sera assimilée à un cylindre de diamètre  $d_2 = 1,5 \text{ m}$  et de hauteur  $h_2 = 34 \text{ m}$ .
- Le flotteur, de centre de gravité  $G_3$  tel que  $\overrightarrow{G_1 G_3} = l_2 \cdot \vec{x} = 30 \cdot \vec{x}$  (en m), de masse  $m_3 = 25$  tonnes et de volume  $V_3 = 170 \text{ m}^3$ .

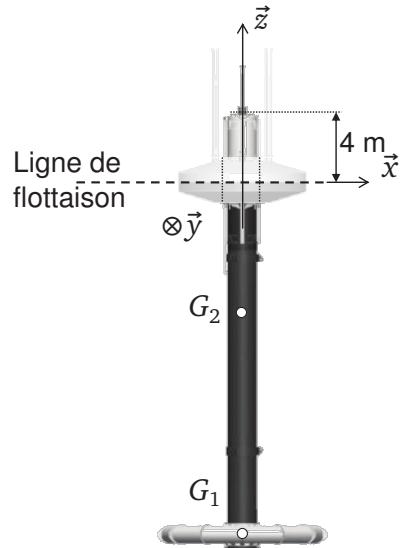


Figure 6 – Bouée en configuration verticale

### II.1 Étude en configuration remorquage

On considère que la bouée est en configuration horizontale (figure 5) à demie immergée, et que les poussées d'Archimède sur les trois parties de la bouée s'appliquent respectivement en  $A_1$ ,  $A_2$  et  $A_3$  tels que :  $\overrightarrow{G_1 A_1} = l_1 \cdot \vec{z}$ ,  $\overrightarrow{G_2 A_2} = l_2 \cdot \vec{z}$ ,  $\overrightarrow{G_3 A_3} = l_3 \cdot \vec{z}$ .

La poussée d'Archimède appliquée à la partie inférieure du lest s'exprime comme suit :

$$\overrightarrow{F_1} = 0.5 \rho V_1 g \overrightarrow{z}$$

**Question 1** Justifier l'écriture de  $\overrightarrow{F_1}$ .

**Question 2** Écrire les 6 actions qui s'exercent sur la bouée.

**Question 3** Écrire les 6 torseurs correspondants à ces actions mécaniques en  $G_1$ .

**Question 4** Valider le fait que dans cette configuration la bouée est complètement à l'équilibre.

## II.2 Étude de la configuration en production d'énergie

On considère à présent que la bouée est en configuration verticale et que le lest émerge de 4 m (figure 6). Dans cette configuration, on a alors  $\overrightarrow{G_1 G_2} = 20 \cdot \vec{z}$  (en m).

Lors de la production d'énergie, le flotteur peut se translater par rapport au lest, c'est donc l'équilibre du lest seul que l'on choisit d'étudier. On modélisera l'action du flotteur sur le lest comme celle transmissible par une liaison glissière de direction verticale  $\vec{z}$ .

**Question 5** En étudiant le volume immergé du lest, déterminer la poussée d'Archimède s'appliquant sur ce dernier.

**Question 6** En étudiant l'équilibre du lest, déterminer quel est le volume d'eau remplissant les ballasts. Comparer ce volume à la capacité maximale de ces derniers.

## III Étude du cas d'utilisation : « Recevoir de l'énergie électrique produite à partir de l'énergie houlomotrice »

### III.1 Identification des caractéristiques du site de production

Le développement de ce système en zone atlantique nord nécessite une étude préalable des périodes (ou fréquences) et des hauteurs de houle caractéristiques de la zone d'implantation de la ferme houlomotrice. Les diagrammes de la figure 7 présentent la répartition de 1480 relevés pour le mois d'octobre.

**Question 7** En considérant le système houlomoteur comme un filtre dans le domaine fréquentiel, donner la bande passante :  $[\omega_{min}, \omega_{max}]$  (en  $\text{rads}^{-1}$ ) du système afin qu'il capte convenablement la houle correspondant à 50 relevés au moins. Préciser la pulsation dominante  $\omega_n$ .

Durant la conception du système les quatre configurations de houle présentées dans le tableau 1, ont été retenues comme étant représentatives des phases de production d'énergie. Les puissances inférieures à l'état 1 seront généralement insuffisantes à la production d'énergie. Les amplitudes de houle supérieures à 4 mètres conduiront à une mise en sécurité du système.

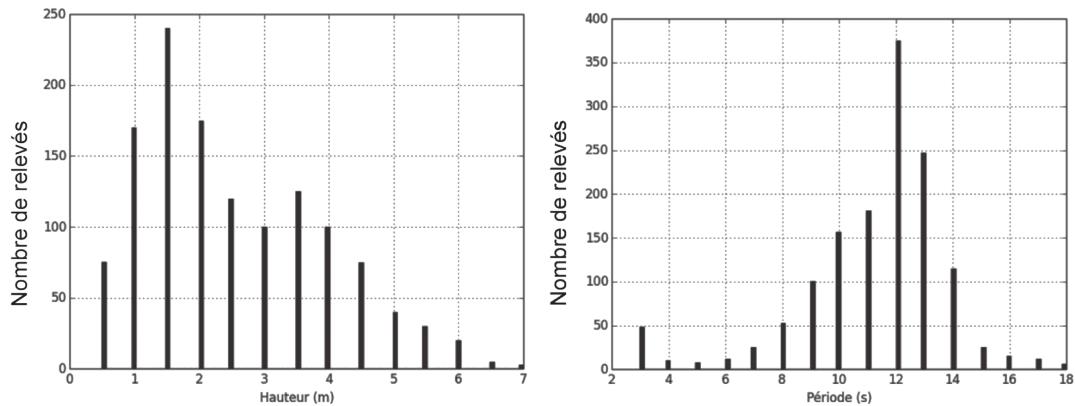


Figure 7 – Répartition des relevés de la hauteur et de la période de houle du mois d'octobre

Configurations de houle	Hauteur H (m)	Période T (s)	Puissance maximale (kW)
État 1	1,0	8,0	13,5
État 2	2,0	10,0	67,3
État 3	3,0	12,0	181,7
État 4	4,0	14,0	376,9

Tableau 1 – Paramètres associés aux états représentatifs des phases de production d'énergie

### III.2 Démarche de modélisation multiphysique

Afin d'identifier et de valider les paramètres permettant au système de capter l'énergie houlomotrice, une modélisation complète multiphysique de l'ensemble est nécessaire. Le schéma de principe du modèle est donné figure 8.

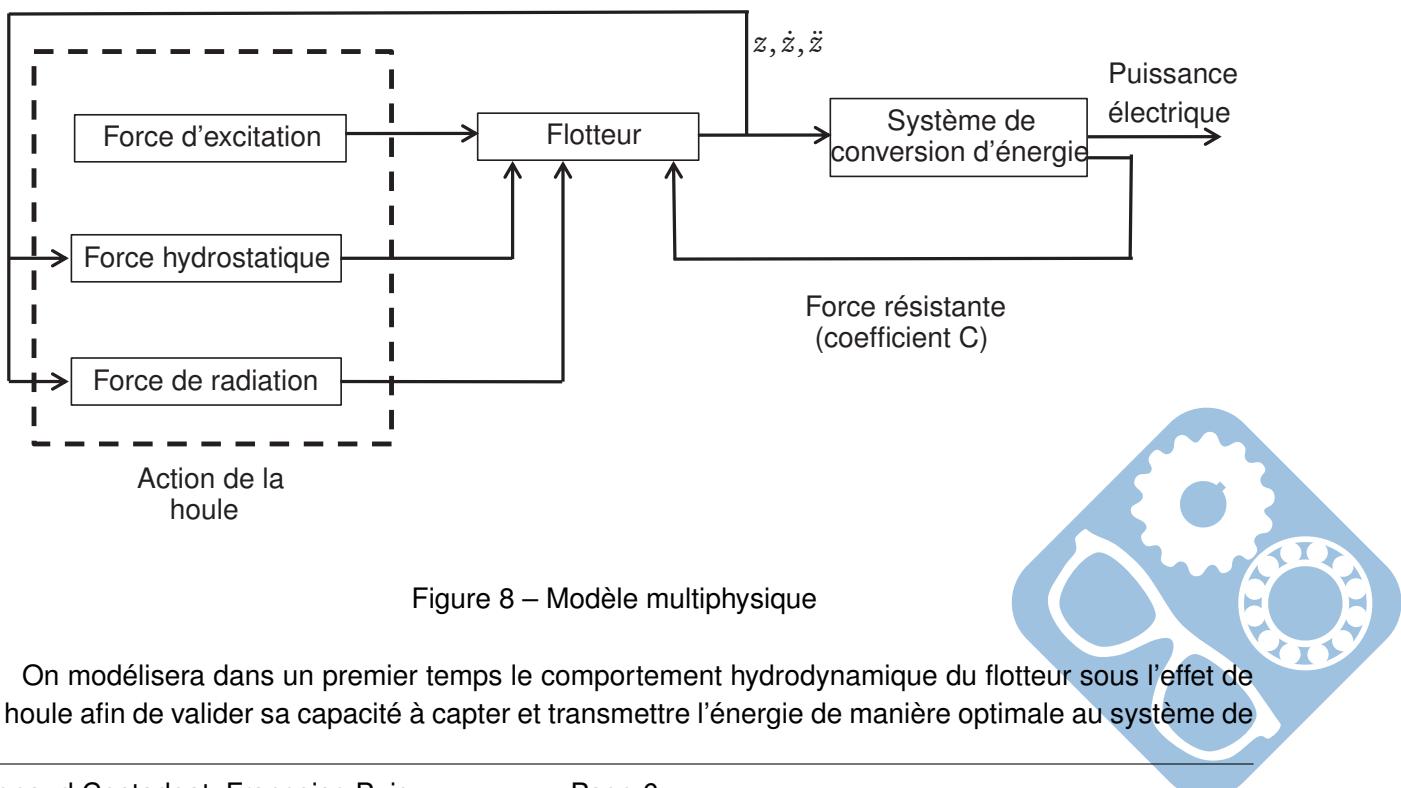


Figure 8 – Modèle multiphysique

On modélisera dans un premier temps le comportement hydrodynamique du flotteur sous l'effet de la houle afin de valider sa capacité à capter et transmettre l'énergie de manière optimale au système de

conversion d'énergie.

On modélisera dans un second temps le système de conversion d'énergie afin de vérifier et d'optimiser les paramètres influant sur la quantité d'énergie produite.

Les modèles de comportement du flotteur et du système de conversion d'énergie sont liés par l'action résistante appliquée par le dispositif de conversion sur la bouée. Un modèle multiphysique (figure 8) liant les deux modèles précédents sera utilisé pour les simulations du comportement global du système.

### III.3 Modélisation hydrodynamique et validation des dimensions du flotteur

Hypothèses et données (figure 4, page 3 et tableau 2, page 7) :

- sous l'effet de la houle, le flotteur est animé d'un mouvement de translation selon la direction verticale  $\vec{z}$ , paramétré par le déplacement  $z(t)$  par rapport à la position d'équilibre. L'ensemble lest contenant le système de conversion d'énergie est considéré fixe par rapport au référentiel terrestre supposé galiléen ;
- on se placera dans les conditions de Heaviside (conditions initiales nulles) ;
- la théorie des vagues linéaires s'applique pour l'étude des actions de la houle sur le flotteur, on peut alors décomposer les actions de la houle sur le flotteur en la somme de trois actions :
  - une force hydrostatique  $\overrightarrow{f_{hs}(t)}$  incluant les actions du poids et de la poussée d'Archimède autour de la position d'équilibre  $z = 0 \text{ m}$  :

$$\overrightarrow{f_{hs}(t)} = -\rho \cdot g \cdot S \cdot z(t) \cdot \vec{z}$$

- une force d'excitation  $\overrightarrow{f_e(t)}$  de la houle d'une hauteur  $H$  et de pulsation  $\omega$  s'exerçant sur un flotteur fixe :

$$\overrightarrow{f_e(t)} = f_e(t) \cdot \vec{z} = -\rho \cdot g \cdot S \cdot \frac{H}{2} \cdot \sin(\omega \cdot t) \cdot \vec{z}$$

- une force de radiation  $\overrightarrow{f_r(t)}$  s'exerçant sur un flotteur en mouvement dans un plan d'eau immobile :

$$\overrightarrow{f_r(t)} = -A \cdot \ddot{z}(t) \cdot \vec{z} - B \cdot \dot{z}(t) \cdot \vec{z}.$$

- l'action mécanique  $\Phi(t)$  exercée par le vérin hydraulique sur le flotteur dépend des propriétés de l'ensemble du système de conversion d'énergie incluant le moteur hydraulique et la génératrice électrique. L'action de ce système de conversion d'énergie ramenée au vérin peut être modélisée globalement comme une action résistante proportionnelle à la vitesse de translation du vérin, faisant apparaître un coefficient d'amortissement équivalent noté C.

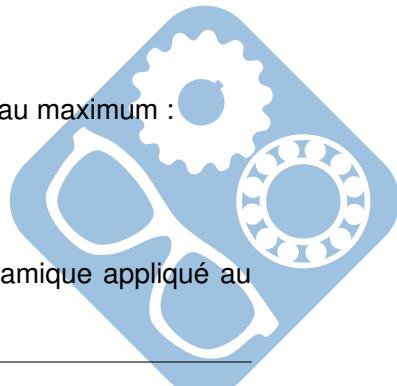
Cette action s'exprime :

$$\overrightarrow{f_v(t)} = \Phi(t) \cdot \vec{z} = -C \cdot \dot{z}(t) \cdot \vec{z}.$$

La puissance mécanique captée par le système de conversion vaudra alors au maximum :

$$P_{cap} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot [\dot{z}(t)]^2$$

L'application du théorème de la résultante du principe fondamental de la dynamique appliquée au flotteur donne l'équation suivante :



Symbol	Désignation	Valeur numérique
$\rho$	Masse volumique de l'eau	$1025 \text{ kgm}^{-3}$
$g$	Accélération de la pesanteur	$9,81 \text{ ms}^{-2}$
$S$	Section du flotteur	$12,58 \text{ m}^2$
$m$	Masse du flotteur	
$A$	Masse additionnelle de radiation	$m + A = 53 \text{ tonne}$
$B$	Amortissement de radiation	$80 \text{ kNm}^{-1}\text{s}$
$H$	Hauteur de houle	Variable
$C$	Coefficient d'amortissement équivalent	Variable $C_{min} = 100 \text{ kNm}^{-1}\text{s}$
$T$	Période de la houle	Variable

Tableau 2 – Données numériques pour la modélisation du flotteur

$$\left( \vec{f}_{hs} + \vec{f}_e + \vec{f}_r + \vec{f}_v \right) \cdot \vec{z} = m\ddot{z}$$

**Question 8** Montrer que l'on peut mettre l'équation différentielle du mouvement du flotteur paramétré par le déplacement  $z(t)$  sous la forme :

$$a_2 \cdot \ddot{z}(t) + a_1 \cdot \dot{z}(t) + a_0 \cdot z(t) = f_e(t)$$

Donner l'expression algébrique des coefficients  $a_i$  en fonction des données du tableau 2.

**Question 9** Déduire de la question précédente la fonction de transfert du flotteur, en fonction des coefficients  $a_i$ , donnant la transformée de Laplace du déplacement du flotteur  $Z(p) = L[z(t)]$  à partir de la transformée de Laplace de l'action d'excitation  $F_e(p) = L[f_e(t)]$  :

$$H_B(p) = \frac{Z(p)}{F_e(p)}$$

**Question 10** Déterminer l'expression algébrique puis numérique des paramètres caractéristiques de la fonction de transfert  $H_B(p)$  (gain statique  $K$ , coefficient d'amortissement  $\xi$  et pulsation propre non amortie  $\omega_0$ ) en fonction des données du tableau 2 (on prendra  $C = C_{min}$ ).

**Question 11** Tracer dans le plan de Bode sur le document réponse, le diagramme asymptotique de la fonction de transfert  $\frac{H_B(p)}{K}$ . Représenter l'allure du tracé réel.

**Question 12** Sur le document réponse faire apparaître la bande passante à - 6dB (plage des fréquences pour lesquelles le gain est supérieur à -6dB) du flotteur. Conclure quant à la capacité du système à capter l'énergie de la houle pour la pulsation dominante  $\omega_n$  déterminée à la question 5.

### III.4 Modélisation, validation et optimisation du système de conversion d'énergie

Le système de conversion d'énergie est schématisé sur le document réponse, question 11.

Le vérin hydraulique est entraîné par le mouvement relatif de translation entre le flotteur et le lest. La translation du piston par rapport au cylindre du vérin est donc également paramétrée par le déplacement  $z(t)$  par rapport à la position d'équilibre. La section utile du piston est notée  $S_p$ . Les pressions dans les chambres supérieure et inférieure du vérin sont notées respectivement  $P_1$  et  $P_2$ .

Un réservoir accumulateur haute pression (a) et un réservoir accumulateur basse pression (b) permettent de maintenir les pressions  $P_a$  (pression d'admission du moteur hydraulique) et  $P_b$  (pression de refoulement du moteur hydraulique) quasi-constants en régime établi.

Un ensemble de clapets anti-retour permet de générer un débit volumique unidirectionnel  $Q_m(t)$  vers le moteur hydraulique, quel que soit le sens de déplacement du piston. Le schéma et le principe des clapets anti-retour sont donnés sur la figure

Les pertes induites par ce circuit redresseur seront négligées. On pourra alors considérer en régime établi, et en première approximation, les relations suivantes entre les pressions dans les réservoirs et dans les chambres du vérin :  $P_a = \max(P_1, P_2)$ ,  $P_b = \min(P_1, P_2)$ .

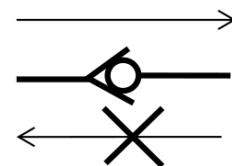


Figure 9 – Schéma de principe des clapets

**Question 13** Compléter les zones en pointillés du schéma hydraulique du document réponse en dessinant les clapets anti-retour conformément à la description précédente.

### III.4.1 Modélisation du système de contrôle de la cylindrée du moteur hydraulique

Le moteur hydraulique employé dans le dispositif de conversion mécanique est un moteur à 9 pistons axiaux, à cylindrée variable. Nous allons chercher à modéliser la partie mécanique du dispositif de commande de la cylindrée et à valider la linéarité de son comportement.

Le principe de fonctionnement du moteur hydraulique est représenté sur le schéma cinématique de la figure 10.

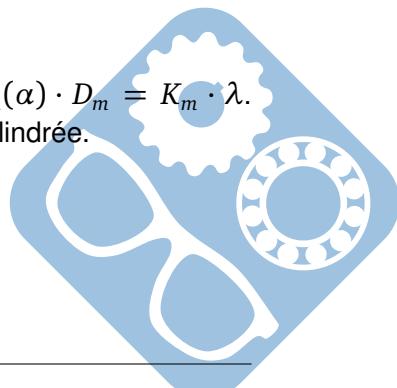
Le débit volumique  $Q_m(t)$  provenant du vérin hydraulique par l'intermédiaire du système redresseur (clapets anti-retour) alimente le moteur hydraulique. Ce débit provoque le déplacement axial des pistons  $p_i$  par rapport au rotor 3 selon  $\vec{z}_0$  ainsi que le glissement des pistons  $p_i$  par rapport au plateau 1, incliné d'un angle  $\alpha(t) = (\vec{z}_0, \vec{z}_1)$ . Le mouvement des pistons entraîne le rotor 3 du moteur hydraulique en rotation autour de l'axe  $(O, \vec{z}_0)$ . La variation de cylindrée est réalisée en modifiant l'amplitude du mouvement axial des pistons et donc en réglant l'inclinaison d'angle  $\alpha$  du plateau 1. En effet, on peut montrer que le lien entre la cylindrée du moteur et l'inclinaison du plateau est donné par la relation :  $x_m(\alpha) \cdot D_m = K_\alpha \cdot \tan(\alpha)$  où  $K_\alpha$  est une constante dépendant de la géométrie.

Le plateau 1 est entraîné en rotation autour de l'axe  $(O, \vec{y}_0)$  0 par un vérin de commande 2 lui-même piloté en translation de direction  $\vec{x}_0$  par une servovalve hydraulique. Le déplacement du vérin de commande 2 est paramétré par  $\lambda(t)$ .

$$\text{Paramètres géométriques : } \overrightarrow{OA} = r(t) \cdot \vec{z}_1 \quad \overrightarrow{IA} = -e \cdot \vec{z}_0 \quad \overrightarrow{HI} = \lambda(t) \cdot \vec{x}_0 \quad \overrightarrow{OH} = L \cdot \vec{z}_0 \\ \alpha(t) = (\vec{z}_0, \vec{z}_1) = (\vec{x}_0, \vec{x}_1)$$

**Question 14** Déterminer l'expression de  $\lambda$  en fonction de  $\alpha$ ,  $L$  et  $e$ .

**Question 15** Déduire de la question précédente le paramètre  $K_m$  tel que :  $x_m(\alpha) \cdot D_m = K_m \cdot \lambda$ . Conclure quant à la linéarité du mécanisme de commande de la cylindrée.



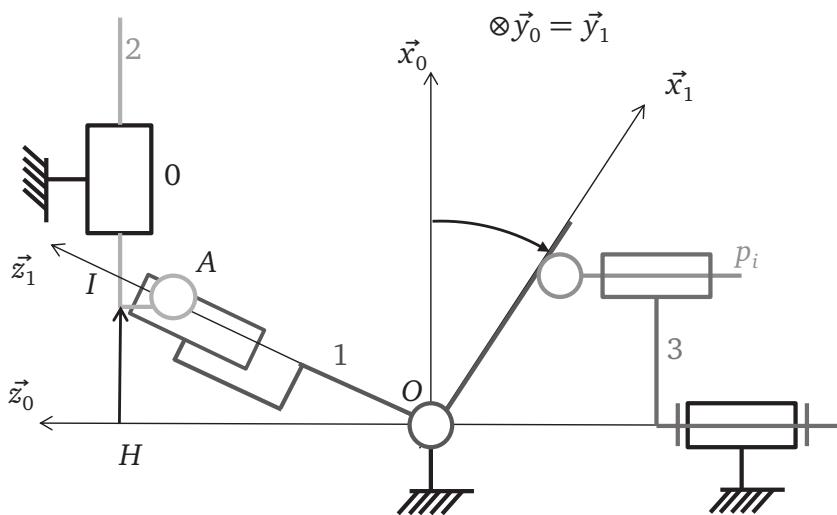


Figure 10 – Schéma cinématique du moteur hydraulique

Le comportement dynamique du système de variation de la cylindrée du moteur peut être modélisé comme un système du premier ordre tel que :

$$H_{mh}(p) = \frac{X_m(p)}{X_{mc}(p)} = \frac{K_{mh}}{1 + \tau_{mh} \cdot p}, \text{ avec } K_{mh} = 1 \text{ et } \tau_{mh} = 0,1 \text{ s.}$$

Où  $X_m(p) = L[x_m(t)]$  est le facteur de commande de la cylindrée et  $X_{mc}(p) = L[x_{mc}(t)]$  la consigne de facteur de commande de la cylindrée.

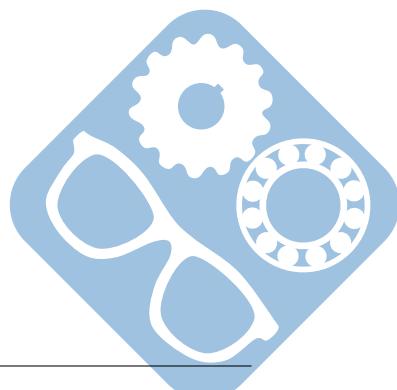
### III.4.2 Modélisation de la boucle d'asservissement de vitesse du moteur hydraulique

Le schéma-bloc à retour unitaire de l'asservissement en vitesse du moteur hydraulique est présenté sur le document réponse, question 15. L'écart en sortie de comparateur  $\epsilon(p) = \omega_{mc}(p) - \omega_m(p)$  est corrigé par un correcteur à action proportionnelle et intégrale (PI), de fonction de transfert  $C(p)$ , qui génère une consigne de facteur de commande du débit  $X_{mc}(p)$  :

$$C(p) = \frac{X_{mc}(p)}{\epsilon(p)} = \frac{K_i}{p} + K_c$$

**Question 16** Compléter la zone en pointillés du schéma-bloc du document réponse en utilisant l'équation suivante (elle n'est pas à démontrer).

$$J \cdot \frac{d\omega_m(t)}{dt} = -fcg \cdot \omega_m(t) + x_m(t) \cdot D_m \cdot \Delta P$$



Avec :

Symbol	Désignation	Valeur numérique
$D_m$	Cylindrée du moteur	$60 \text{ cm}^3 \text{ tr}^{-1}$ , soit $9,55 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 / \text{rad}$
$x_m$	Facteur de commande de la cylindrée	$\in [0, 1; 1]$
$f_{cg}$	Facteur de couple variable de la génératrice	Valeur maximale : $0,19 \text{ Nm rad}^{-1} \text{s}$
$J$	Moment d'inertie	$2 \text{ kg m}^2$
$S_p$	Section utile du piston	$0,007 \text{ m}^2$
$P_a$	Pression d'admission du moteur	$P_{a,max} = 350 \text{ bar}$ $P_{a,min} = 30 \text{ bar}$
$P_b$	Pression de refoulement du moteur	$P_{b,min} = 10 \text{ bar}$

Tableau 3 – Données numériques pour la modélisation du système de conversion d'énergie

### Système non corrigé

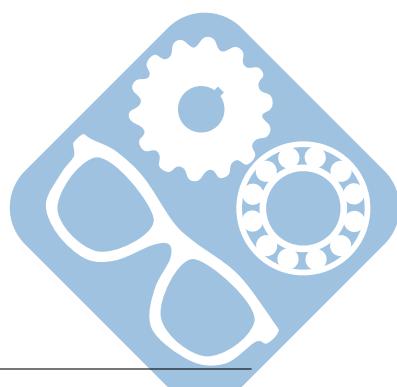
On considère d'abord que  $K_c = 1$  et  $K_i = 0$ .

**Question 17** Sous ces hypothèses, déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte FTBO(p) de l'asservissement en vitesse du moteur hydraulique sous forme canonique.

**Question 18** Donner l'expression de l'écart statique pour un échelon unitaire de vitesse de rotation. Est-ce conforme à l'exigence de précision ? Justifier alors la présence du correcteur PI dans le système.

Le tracé de la fonction de transfert en boucle ouverte dans le plan de Bode pour  $K_c = 1$ ,  $K_i = 0$  et  $\Delta P = 100 \text{ bar}$  est donné sur le document réponse, question 19.

**Question 19** Déterminer la fonction de transfert correspondant au tracé de Bode du document réponse. Présenter directement sur le diagramme les constructions nécessaires à la démonstration.



## IV Lecture de plan

### IV.1 Palier de moteur électrique

Les couvercles (1) et (2) immobilisent en translation la bague extérieure du roulement (4).

La liaison complète de ces deux couvercles avec la flasque (3) du moteur électrique est assurée par 3 vis CHC, M10, vissées de l'extérieur.

Les vis sont implantées dans le couvercle (2) sur toute l'épaisseur.

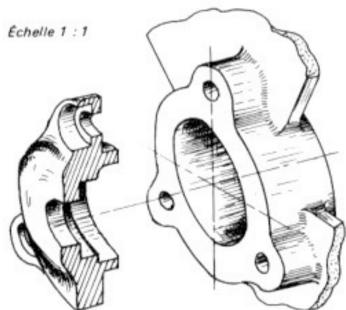


Figure 11 – Vue en perspective d'un couvercle

**Question 20** Mettre en place l'une de ces vis.

### IV.2 Cosse

Sur la coupe du document réponse, à l'échelle 2.

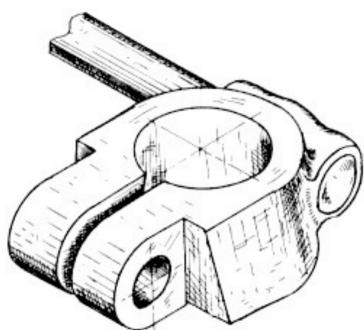


Figure 12 – Vue en perspective de la cosse

**Question 21** Mettre en place le boulon H, M8 établissant la liaison complète entre la borne (1) et la cosse (2).

**Question 22** Placer la tête du boulon vers le bas. Terminer la représentation du fraisage nécessaire à l'immobilisation en rotation de la tête du boulon.

## Correction

### Question 1 :

La poussée d'Archimède s'oppose au poids du volume d'eau déplacé, elle est donc :

- verticale (+),
- elle correspond à la moitié du volume  $0.5V_1$ , car une seule moitié immergée,
- le poids de l'eau s'obtient en multipliant le volume par la masse volumique et l'accélération de pesanteur.

### Question 2 :

$$\vec{P}_1 = -m_1 g \vec{z}$$

$$\vec{P}_2 = -m_2 g \vec{z}$$

$$\vec{P}_3 = -m_3 g \vec{z}$$

$$\vec{F}_1 = 0.5 \rho V_1 g \vec{z}$$

$$\vec{F}_2 = 0.5 \rho V_2 g \vec{z}$$

$$\vec{F}_3 = 0.5 \rho V_3 g \vec{z}$$

### Question 3 :

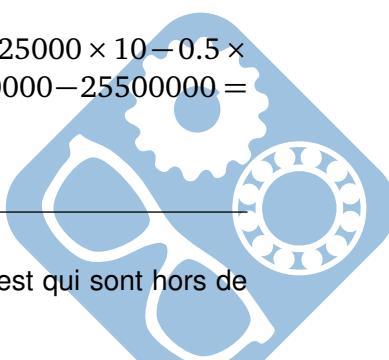
$$\begin{aligned} \{T_{P_1}\} &= \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -m_1 g & 0 \end{Bmatrix}_{G_1,B} & \{T_{P_2}\} &= \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -m_2 g & 0 \end{Bmatrix}_{G_2,B} & \{T_{P_3}\} &= \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -m_3 g & 0 \end{Bmatrix}_{G_3,B} \\ \{T_{F_1}\} &= \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0.5 \rho V_1 g & 0 \end{Bmatrix}_{A_1,B} & \{T_{F_2}\} &= \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0.5 \rho V_2 g & 0 \end{Bmatrix}_{A_2,B} & \{T_{F_3}\} &= \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0.5 \rho V_3 g & 0 \end{Bmatrix}_{A_3,B} \\ \{T_{P_1}\} &= \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -m_1 g & 0 \end{Bmatrix}_{G_1,B} & \{T_{P_2}\} &= \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & l_1 m_2 g \\ -m_2 g & 0 \end{Bmatrix}_{G_1,B} & \{T_{P_3}\} &= \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & l_2 m_3 g \\ -m_3 g & 0 \end{Bmatrix}_{G_1,B} \\ \{T_{F_1}\} &= \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0.5 \rho V_1 g & 0 \end{Bmatrix}_{G_1,B} & \{T_{F_2}\} &= \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -0.5 \rho V_2 g l_1 \\ 0.5 \rho V_2 g & 0 \end{Bmatrix}_{G_1,B} \\ \{T_{F_3}\} &= \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -0.5 \rho V_3 g l_2 \\ 0.5 \rho V_3 g & 0 \end{Bmatrix}_{G_1,B} \end{aligned}$$

### Question 4 :

$$-m_1 g - m_2 g - m_3 g + 0.5 \rho V_1 g + 0.5 \rho V_2 g + 0.5 \rho V_3 g = -35000 \times 10 - 120000 \times 10 - 25000 \times 10 + 0.5 \times 1000 \times 130 \times 10 + 0.5 \times 1000 \times 60 \times 10 + 0.5 \times 1000 \times 170 \times 10 = -350000 - 1200000 - 250000 + 650000 + 300000 + 850000 = 0$$

$$l_1 m_2 g + l_2 m_3 g - 0.5 \rho V_2 g l_1 - 0.5 \rho V_3 g l_2 = 20 \times 120000 \times 10 + 30 \times 25000 \times 10 - 0.5 \times 1000 \times 60 \times 10 \times 20 - 0.5 \times 1000 \times 170 \times 10 \times 30 = 24000000 + 7500000 - 6000000 - 25500000 = (240 + 75 - 60 - 255) * 100000 = 0$$

Le système est bien à l'équilibre statique.



### Question 5 :

Le volume immergé du lest est celui de 1, plus celui de 2, mais sans les 4 m de lest qui sont hors de l'eau.

## Correction

$V_i m = V_1 + V_2 - \frac{\pi d^2}{4} 4 = 130 + 60 - \frac{3,14 \cdot 1,5^2}{4} 4 = 130 + 60 - \frac{7}{4} 4 = 183 m^2$ , on a donc la poussée d'Archimède  $\overrightarrow{F_a} = V_i m \rho g = 183 \cdot 1000 \cdot 10 = 1830 kN$ .

### Question 6 :

Le poids du système est la somme des poids de 1, de 2 et des ballasts.

$$P_{total} = -(m_1 + m_2 + V_b \rho) g = -(155000 + V_b \cdot 1000) \cdot 10 = -1550 - V_b \cdot 10 kN$$

$$\text{Donc } V_b = \frac{(1830 - 1550)}{10} = \frac{280}{10} = 28 m^3 < 30 m^3.$$

### Question 7 :

Les périodes mesurées sur au moins 50 relevés sont comprises entre 8 et 14 secondes.

$$\text{La bande passante doit donc être } [\omega_{min}, \omega_{max}] = \left[ \frac{2\pi}{14}, \frac{2\pi}{8} \right] = [0.44, 0.79] \text{ (rad/s).}$$

La pulsation dominante correspond à une période de 12 secondes, c'est-à-dire  $\omega_n = 0,52 \text{ rad s}^{-1}$ .

### Question 8 :

$$-\rho \cdot g \cdot S \cdot z(t) + f_e(t) - A \cdot \ddot{z}(t) - B \cdot \dot{z}(t) - C \cdot \dot{z}(t) = m \ddot{z}$$

$$(m + A) \ddot{z} + (B + C) \cdot \dot{z}(t) + \rho \cdot g \cdot S \cdot z(t) = f_e(t)$$

Donc,  $a_2 = m + A$ ,  $a_1 = B + C$  et  $a_0 = \rho \cdot g \cdot S$ .

### Question 9 :

$$a_2 \cdot p^2 \cdot Z(p) + a_1 \cdot p \cdot Z(p) + a_0 \cdot Z(p) = F_e(p)$$

$$(a_2 \cdot p^2 + a_1 \cdot p + a_0) \cdot Z(p) = F_e(p)$$

$$H_B(p) = \frac{Z(p)}{F_e(p)} = \frac{1}{a_2 \cdot p^2 + a_1 \cdot p + a_0}$$

$$H_B(p) = \frac{Z(p)}{F_e(p)} = \frac{\frac{1}{a_0}}{\frac{a_2}{a_0} \cdot p^2 + \frac{a_1}{a_0} \cdot p + 1}$$

### Question 10 :

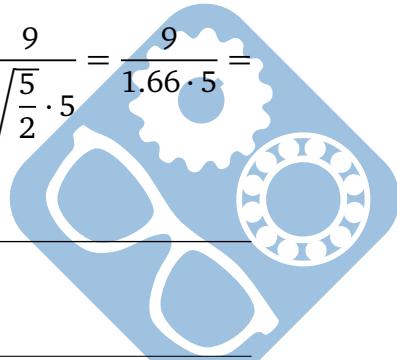
$$\text{On identifie, } K = \frac{1}{a_0} = \frac{1}{\rho \cdot g \cdot S} = \frac{1}{1000 \cdot 10 \cdot 12.5} = \frac{1}{1000 \cdot 1000 \cdot 0.125} = 8 \cdot 10^{-6} N^{-1} \cdot m$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{a_0}{a_2}} = \sqrt{\frac{\rho \cdot g \cdot S}{m + A}} = \sqrt{\frac{1}{8 \cdot 10^{-6} \cdot 50000}} = \sqrt{\frac{1}{0.4}} = \sqrt{2.5} = \frac{5}{\sqrt{10}} = \frac{5}{3} = 1.66 \text{ rad s}^{-1}$$

$$\xi = \frac{1}{2} \cdot \frac{a_1}{a_0} \cdot \sqrt{\frac{a_0}{a_2}} = \frac{a_1}{2 \cdot \sqrt{a_0 \cdot a_2}}$$

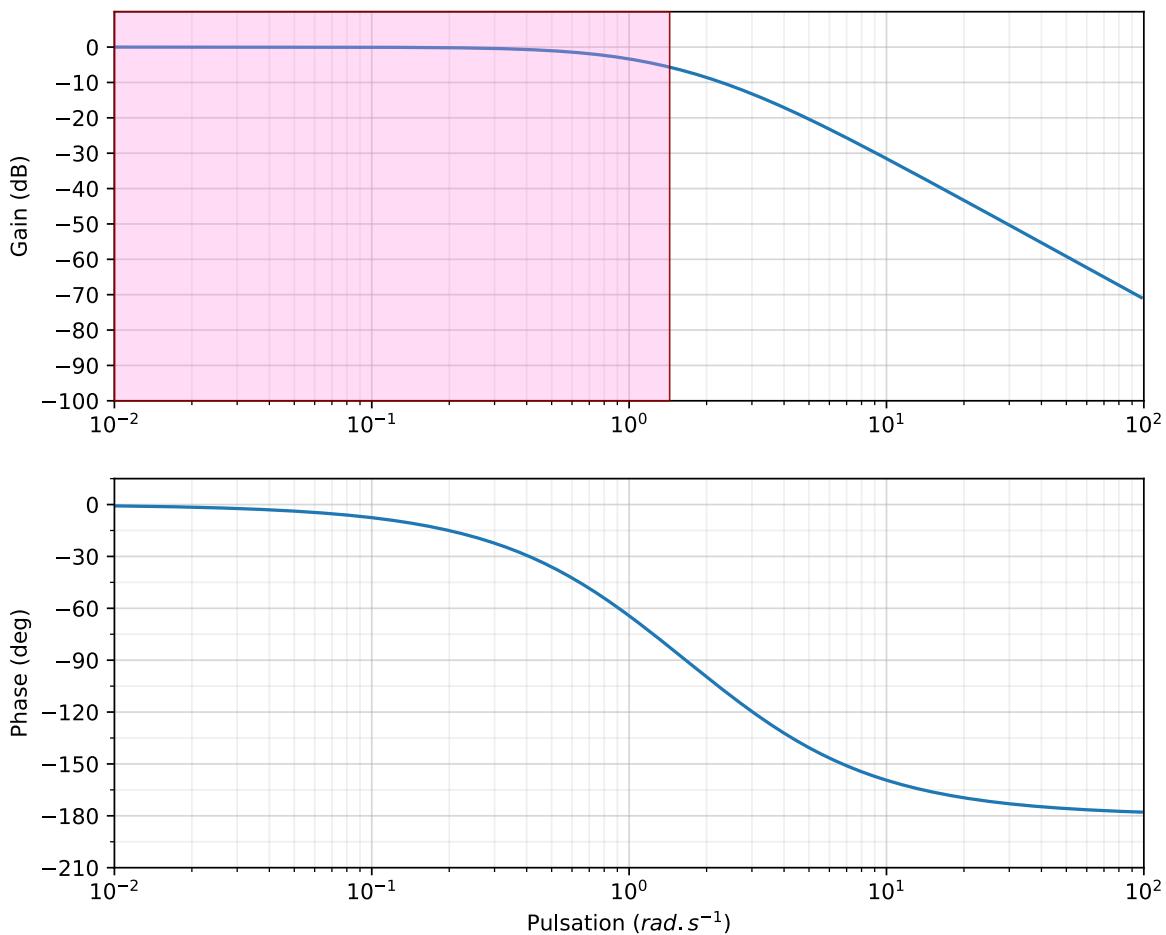
$$\xi = \frac{B + C}{2 \cdot \sqrt{\rho \cdot g \cdot S \cdot (m + A)}} = \frac{180 \cdot 10^3}{2 \cdot \sqrt{\frac{50 \cdot 10^3}{8 \cdot 10^{-6}}}} = \frac{90 \cdot 10^3}{\sqrt{\frac{50 \cdot 10^9}{8}}} = \frac{90 \cdot 10^3}{\sqrt{\frac{5}{8} \cdot 10^5}} = \frac{9}{\sqrt{\frac{5}{2} \cdot 5}} = \frac{9}{1.66 \cdot 5} =$$

$$\frac{9}{8.2} = \frac{8.2 + 0.8}{8.2} = 1.1$$



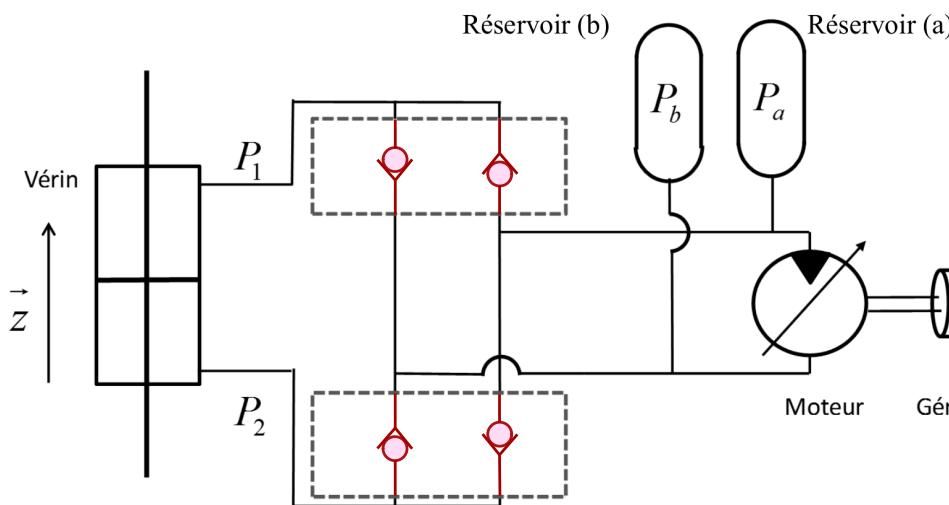
### Questions 11 12 :

## Correction



Comme il s'agit d'un second ordre avec  $\xi$  proche de 1, on sait que  $G(\omega_0)$  est proche de -6dB par rapport à l'asymptote horizontale. Donc, le gain est supérieur à -6dB pour  $\omega \in ]0, \omega_0]$ .  $\omega_n$  est bien inclus dans cette bande passante.

### Question 13 :



Si  $P_1$  augmente mouvement vers le haut, alors  $P_2$  diminue et donc  $P_a$  doit être connecté à  $P_1$  et  $P_b$  à  $P_2$ . Dans le cas d'un mouvement de descente, c'est l'inverse.

## Correction

### Question 14 :

Fermeture géométrique :  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AI} + \overrightarrow{IH} + \overrightarrow{HO} = \overrightarrow{0}$

$$r \cdot \vec{z}_1 + e \cdot \vec{z}_0 - \lambda \cdot \vec{x}_0 - L \cdot \vec{z}_0 = \vec{0}$$

— sur  $\vec{x}_0$  :  $r \sin \alpha - \lambda = 0$

— sur  $\vec{z}_0$  :  $r \cos \alpha + e - L = 0$

$$\text{Donc, } \lambda = (L - e) \tan \alpha$$

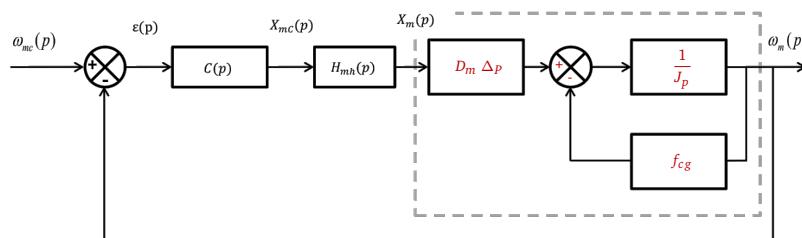
### Question 15 :

$$x_m(\alpha) \cdot D_m = K_\alpha \cdot \tan(\alpha) = K_m \cdot \lambda$$

$$\text{Donc, } K_m = \frac{K_\alpha \cdot \tan(\alpha)}{\lambda} = \frac{K_\alpha \cdot \tan(\alpha)}{(L - e) \cdot \tan(\alpha)} = \frac{K_\alpha}{L - e}$$

$K_m$  étant constant, on a ainsi une preuve de la linéarité du mécanisme de commande de la cylindrée.

### Question 16 :



$$\text{Laplace : } J p \Omega_m(p) = -f_{cg} \Omega_m(p) + X_m(p) D_m \Delta_p$$

$$\text{Donc, } \Omega_m(p) = \frac{1}{J p} (X_m(p) D_m \Delta_p - f_{cg} \Omega_m(p)), \text{ ce qui permet de compléter les blocs du schéma.}$$

### Question 17 :

$$FTBO(p) = C(p) \cdot H_{mh}(p) \cdot D_m \cdot \Delta_p \cdot \frac{\frac{1}{J \cdot p}}{1 + \frac{1}{J \cdot p} \cdot f_{cg}} = \frac{K_{mh}}{1 + \tau_{mh} p} \cdot D_m \cdot \Delta_p \cdot \frac{1}{J p + f_{cg}}$$

$$\text{Ce qui donne sous la forme canonique : } FTBO(p) = \frac{K_{mh} \cdot D_m \cdot \Delta_p}{f_{cg}} \frac{1}{(1 + \tau_{mh} p)(1 + \frac{J}{f_{cg}} p)}$$

### Question 18 :

La classe étant nulle, on sait que l'écart statique sera non nul.

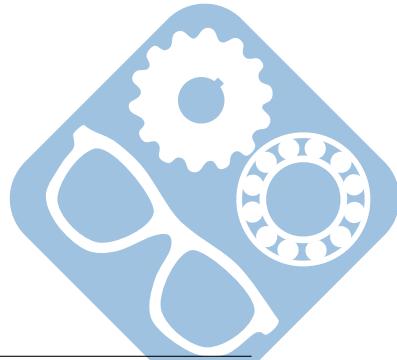
$$e_s = \lim_{x \rightarrow +\infty} \omega_{mc}(t) - \omega_m(t)$$

$$e_s = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot (\omega_{mc}(p) - \omega_m(p))$$

$$e_s = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \left( \omega_{mc}(p) - \frac{FTBO(p)}{1 + FTBO(p)} \omega_{mc}(p) \right)$$

Échelon unitaire en entrée, donc  $\omega_{mc}(p) = \frac{1}{p}$

$$e_s = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \left( 1 - \frac{FTBO(p)}{1 + FTBO(p)} \right) \cdot \frac{1}{p} = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{1}{1 + FTBO(p)} = \frac{1}{1 + K_{BO}}$$

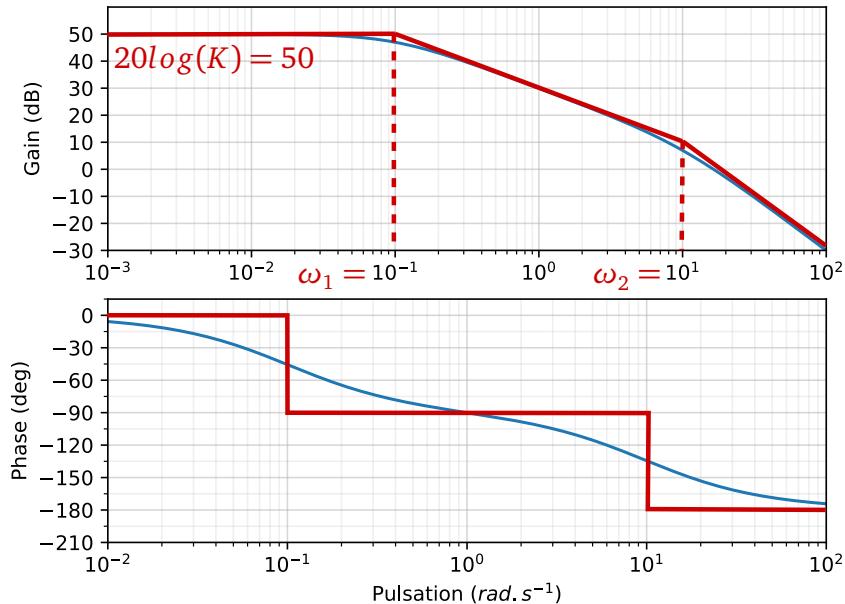


## Correction

Avec  $K_{BO} = \frac{K_{mh} \cdot D_m \cdot \Delta_p}{f_{cg}}$ .

Le cahier des charges n'est pas respecté, il faut donc mettre en place un correcteur PI.

### Question 19 :

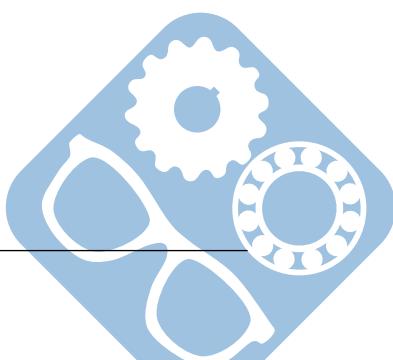


$20\log(K) = 50$ , donc  $K = 10^{2.5} = 10^2 \times 10^{0.5} \approx 100 \times 3.1 \approx 310$

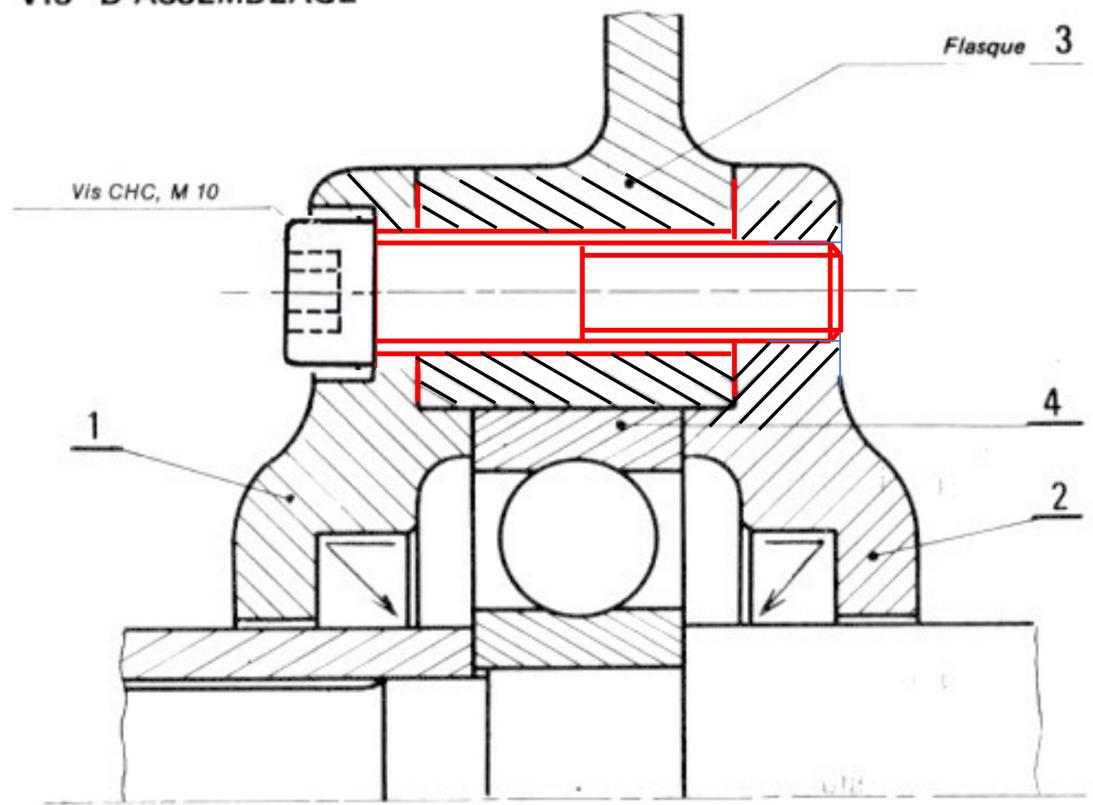
$\omega_1 = 0,1 \text{ rad s}^{-1}$   $\omega_2 = 10 \text{ rad s}^{-1}$

La fonction de transfert est alors 
$$\frac{K}{\left(1 + \frac{p}{\omega_1}\right)\left(1 + \frac{p}{\omega_2}\right)}$$

### Question 20 :



### VIS D'ASSEMBLAGE



Questions 21 22 :

### BOULON

