

# DS 01- Balance de cuisine

PTSI

Samedi 21 septembre 2024

## Table des matières

- I Présentation
- II Cahier des charges d'une balance
- III Modélisation

2

2

2

# Balance de cuisine

## I Présentation

Une balance de cuisine est un accessoire indispensable afin de doser les ingrédients à mettre dans une recette.



FIGURE 1 – Balance de cuisine

## II Cahier des charges d'une balance

**Question 1 :** Tracer le diagramme des cas d'utilisation de la balance de cuisine.

**Question 2 :** Tracer le diagramme de contexte de la balance de cuisine.

## III Modélisation

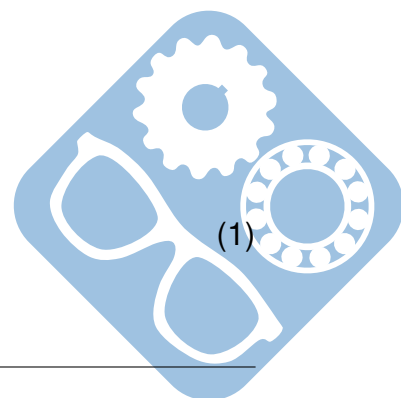
On souhaite modéliser le comportement de la balance par un système :

- Masse,
- Ressort,
- Amortisseur.

L'équation qui régit le comportement de ce modèle est la suivante :

$$m_b \cdot \frac{d^2x(t)}{dt^2} = -k \cdot x(t) - f \cdot \frac{dx(t)}{dt} + p(t)$$

(1)



Avec :

- $x(t)$  : position de la balance,
- $p(t)$  : poids de l'objet sur la balance.
- $k = 2000 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$  : raideur du ressort,
- $f = 700 \text{ N} \cdot \text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$  : coefficient d'amortissement,
- $m_b = 1 \text{ kg}$  : masse en mouvement (masse balance),
- $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$  : accélération de pesanteur.

Pour simplifier les calculs, on négligera la masse ( $m(t)$  variable) de l'objet à peser par rapport à la masse du plateau et des pièces en mouvement. Ainsi, on aura :

$$p(t) = m(t) \cdot g \quad (2)$$

Les conditions initiales seront considérées nulles et on écrira  $X(p)$  la transformée de Laplace de la fonction  $x(t)$ .

**Question 3 :** Écrire les équations (1) et (2) dans le domaine de Laplace.

**Question 4 :** Écrire une équation liant les variables  $X(p)$  et  $M(p)$  au reste des constantes du système.

**Question 5 :** Écrire la fonction de transfert  $H(p) = \frac{X(p)}{M(p)}$  et la mettre sous la forme canonique.

**Question 6 :** Donner son gain, son ordre et sa classe. Et déterminer ses paramètres caractéristiques ( $K$  et  $\tau$ ) ou ( $K$ ,  $\xi$  et  $\omega_0$ ).

**Question 7 :** Faire l'application numérique. Préciser l'unité de ces résultats.

**Question 8 :** D'après ces résultats, justifier le signe du discriminant  $\Delta$ . Qu'en conclure sur les racines du polynôme ?

On montre que le polynôme du dénominateur peut s'écrire :

$$D(p) = 1 + 0,35 \cdot p + 5 \cdot 10^{-4} \cdot p^2$$

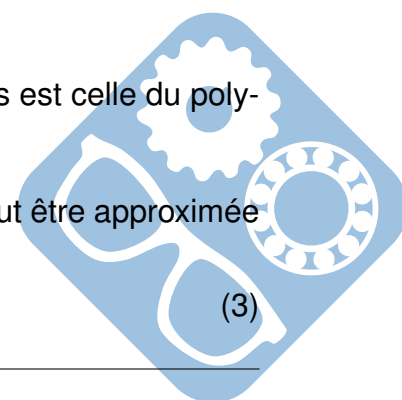
Les solutions de ce polynôme sont parmi les suivantes :

1. Solution 1 :  $p_1 = -697.13$  et  $p_2 = -2.868$
2. Solution 2 :  $p_1 = 534.23$  et  $p_2 = 0.32$
3. Solution 3 :  $p_1 = -92.13$  et  $p_2 = -123.35$
4. Solution 4 :  $p_1 = -92.13 + 4.23i$  et  $p_2 = -92.13 - 4.23i$

**Question 9 :** Déterminer en justifiant vos calculs laquelle des 4 solutions est celle du polynôme du dénominateur.

On montre que la fonction de transfert déterminée précédemment peut être approximée par la suivante :

$$H(p) = \frac{0,005}{1 + 0,3 \cdot p} \quad (3)$$



On pose une masse  $M = 200\text{g}$  sur la balance, soit  $M(p) = \frac{0.2}{p}$ .

**Question 10 :** Déterminer  $X(p)$  la réponse à cette sollicitation.

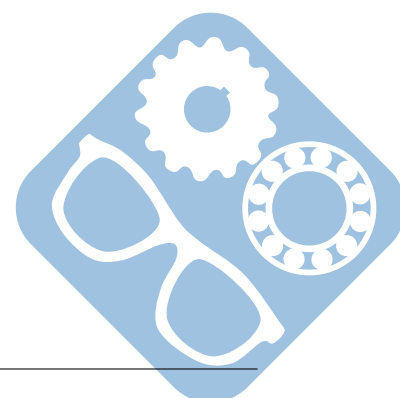
**Question 11 :** En déduire  $x(t)$  la réponse temporelle à cette sollicitation.

**Question 12 :** Déterminer le temps de réponse à 5% de ce système, c'est à dire l'instant à partir duquel la sortie vaut 95% de sa valeur finale.

**Question 13 :** Le cahier des charges demande un temps de réponse pour la balance de 1,3s, celui-ci est-il validé sur cet aspect ?

**Question 14 :** Tracer la courbe de  $x(t)$  sur le document réponse et compléter les valeurs sur les axes des abscisses et des ordonnées.

FIN



Nom: ..... Prénom: .....

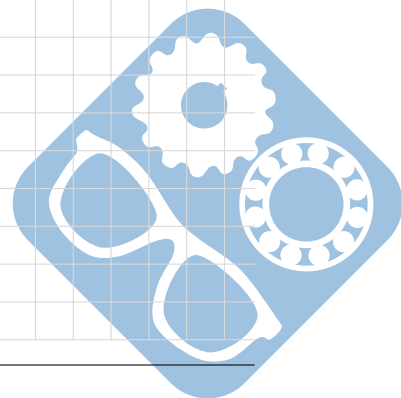
## Balance de cuisine

### Question 1 :

### Question 2 :

### Question 3 :

### Question 4 :



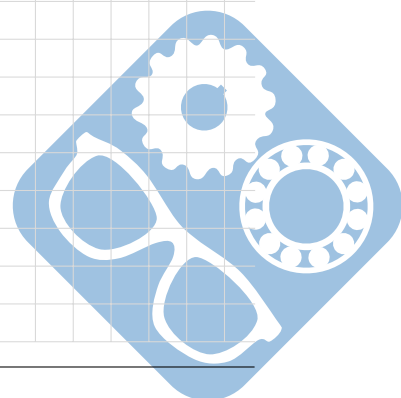
Nom: ..... Prénom: .....

## Balance de cuisine

### Question 5 :

### Question 6 :

### Question 7 :



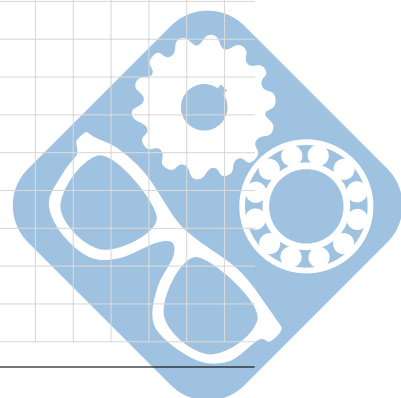
Nom: ..... Prénom: .....

## Balance de cuisine

### Question 8 :

### Question 9 :

**Question 10 :**



Nom: ..... Prénom: .....

## Balance de cuisine

### Question 11 :

**Question 12 :**

**Question 13 :**

