

DS 04- Gyropode à usage professionnel HUBLEX

Avec Correction

PTSI

Jeudi 19 décembre 2024

Table des matières

I	Génération de la consigne des vitesses moteurs	4
II	Étude de l'asservissement en intensité des moteurs	7
III	Gestion du parc de Hublex	11
IV	Annexe	12

Gyropode à usage professionnel HUBLEX

Présentation générale

Le système étudié dans ce sujet, appelé Hublex, est un gyropode professionnel destiné à faciliter le déplacement des collaborateurs au sein d'entreprises, administrations, hôpitaux... lorsque ces lieux sont de grandes tailles. La figure 1 montre un exemple d'utilisation dans l'entrepôt d'une entreprise de logistique. Il est en effet prouvé que les déplacements piétons sur les lieux de travail peuvent générer, s'ils sont répétitifs, des fatigues extrêmes ainsi que des troubles musculo-squelettiques. Il n'est pas rare, par exemple, qu'au cours d'une journée, des employés marchent plusieurs kilomètres sur leur lieu de travail, parfois sous la forme de micro-déplacements. C'est dans ce contexte qu'a été conçu, en France, le Hublex.

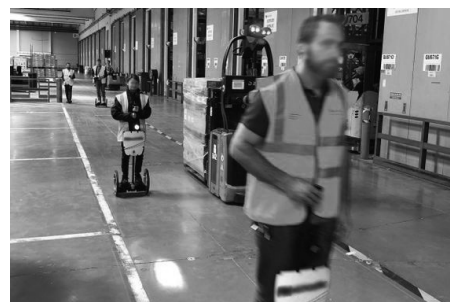


FIGURE 1 – Hublex en utilisation dans une entreprise de logistique

Ce gyropode doit permettre de réduire la fatigue des collaborateurs afin d'augmenter leur bien-être. Sa particularité est d'avoir été spécifiquement créé pour s'intégrer dans un environnement de travail grâce à des caractéristiques techniques qui le différencient des gyropodes classiques :

- Prise en main en moins de 5 minutes,
- Maniabilité optimisée,
- Faible largeur, inférieure à 40 cm,
- Léger, moins de 12 kg,
- Utilisable 24 h/24 grâce à sa batterie interchangeable.

On peut voir, figure 2, une vue générale du produit. Les principales exigences du système sont présentées dans le diagramme d'exigences de la figure 15.

Description du produit Le Hublex se caractérise par une conception originale alliant une structure et une motorisation à la fois épurées mais aussi très modernes (voir figure 3). Le châssis est constitué de pièces évidées et les roues sont sans moyeu (« hubless » en anglais).



FIGURE 2 – Vue générale du Hublex

La liaison pivot entre chaque roue et le châssis est astucieusement réalisée par l'intermédiaire de liaisons quasi ponctuelles, ce qui permet de limiter le coût et la quantité de matière nécessaire à sa réalisation.

Chaque roue possède sa propre motorisation constituée d'une machine synchrone avec autopilotage permettant de s'affranchir de l'utilisation d'un réducteur. La transmission se résume à un galet directement lié à l'arbre moteur entraînant la roue (voir figure 4).

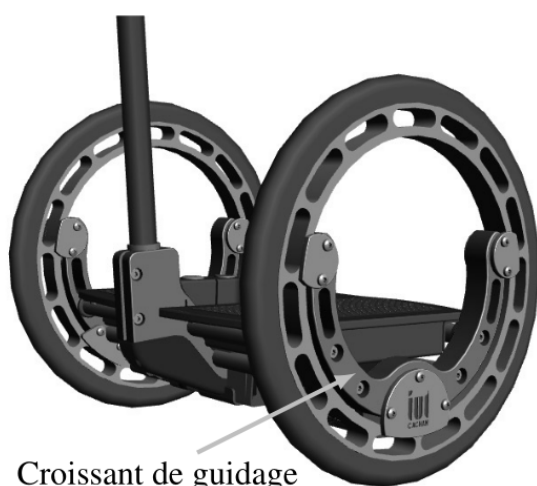


FIGURE 3 – Vue extérieure de la structure

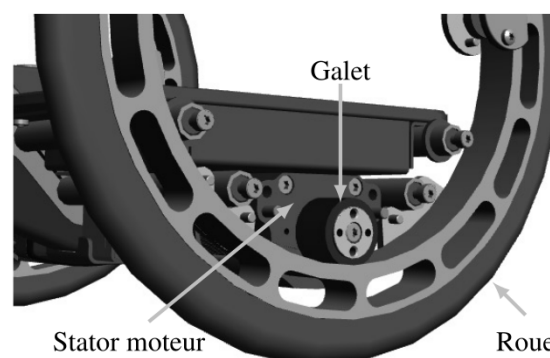


FIGURE 4 – Détail de la transmission par galet (sans croissant de guidage)

Principe de fonctionnement général

Les principaux composants constituant un Hublex sont rassemblés dans le diagramme de bloc interne (figure 5).

Le pilote commande la direction et la vitesse. Pour avancer ou reculer, il influe sur l'inclinaison du châssis du Hublex en se penchant en avant ou en arrière. Cette inclinaison, mesurée grâce à une centrale inertielle, correspond à une consigne d'accélération imposée par le pilote. Lorsqu'il se penche, l'équilibre de l'ensemble Hublex + pilote est assuré par le Hublex lui-même grâce à un asservissement visant à le redresser.

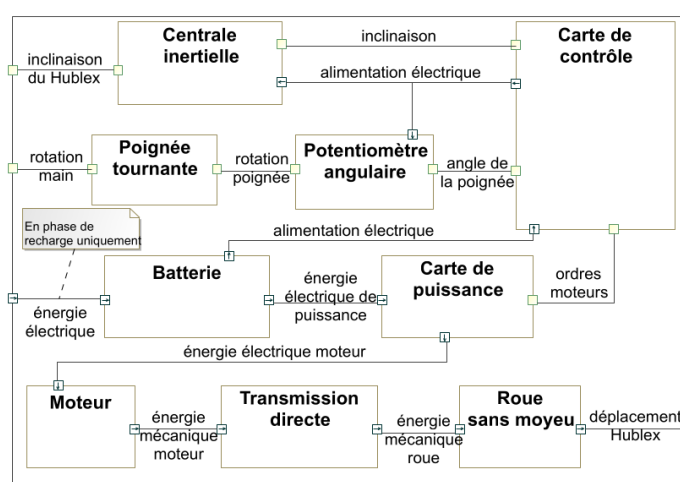


FIGURE 5 – Diagramme de bloc interne

La trajectoire du Hublex est, quant à elle, imposée par le pilote à l'aide d'une poignée située au bout du manche qu'il tourne en fonction de la direction souhaitée. Ainsi, la vitesse de chaque moteur est construite à partir de ces deux commandes. C'est la carte de contrôle qui génère la consigne d'intensité électrique imposée au moteur par l'intermédiaire d'un onduleur situé dans la carte de puissance.

Question 1 : Compléter le schéma fonctionnel du document réponse, en précisant le nom des composants associés aux fonctions, ainsi que le type de chaque flux (I pour information, E pour énergie, M pour matière). On y reportera uniquement les composants présents dans le diagramme de bloc interne (figure 5).

I Génération de la consigne des vitesses moteurs

Objectif : analyser le comportement cinématique du Hublex en virage et sur sol plat, afin d'obtenir la consigne de vitesse à imposer aux moteurs permettant de répondre notamment aux exigences « 1.1.1 » et « 1.4.3 ».

I.1 Paramétrage du Hublex en trajectoire circulaire

Le Hublex dispose de deux moteurs permettant d'entraîner chaque roue indépendamment l'une de l'autre. Le mode de transmission utilisé est un mode direct par friction, de rapport $k = 0.092$, entre un galet solidaire de l'arbre moteur gauche **4** et la jante de la roue gauche **2**. Ainsi, $\omega_{21} = k \cdot \omega_{41}$ et $\omega_{31} = k \cdot \omega_{51}$. La transmission côté droit est identique. Les arbres moteurs gauche **4** et droit **5** ne sont pas représentés.

On note $\overrightarrow{V_{M,S_i/R_j}}$ la vitesse du point M dans le mouvement du solide S_i par rapport au repère R_j .

Le paramétrage est donné sur les figures 6, 7 et 8. On définit :

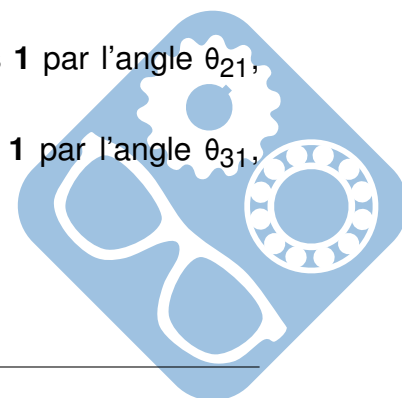
- Le repère $R_0(O_0, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ lié au sol **0**,
- Le repère $R_1(O_1, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ lié au châssis **1** du Hublex, avec O_1 le point situé au centre du châssis **1** et sur l'axe de rotation des roues tel que $\overrightarrow{V_{O_1,S_1/R_0}} = V \cdot \vec{y}_1$,
- Le repère $R_2(A, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ lié à la roue gauche **2**, avec A le centre de la roue gauche,
- Le repère $R_3(B, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$ lié à la roue droite **3**, avec B le centre de la roue droite.

On note le vecteur constant $\overrightarrow{AB} = L \cdot \vec{x}_1$ et R le rayon d'une roue.

On s'intéresse à une trajectoire du Hublex (châssis **1**) par rapport au sol de type circulaire, de centre O_0 et de rayon de courbure r_c , telle que définie figure 8. Les roues sont en contact avec le sol au point I (pour la roue gauche **2**) et au point J (pour la roue droite **3**). On fera l'hypothèse de roulement sans glissement des roues sur le sol en ces points. Le graphe des liaisons associé est donné figure 9.

On définit :

- La position angulaire du châssis **1** par rapport au sol **0** par l'angle θ_{10} , autour de $\vec{z}_0 = \vec{z}_1$ tel que $\theta_{10} = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$,
- La position angulaire de la roue gauche **2** par rapport au châssis **1** par l'angle θ_{21} , autour de $\vec{x}_1 = \vec{x}_2$ tel que $\theta_{21} = (\vec{y}_1, \vec{y}_2) = (\vec{z}_1, \vec{z}_2)$,
- La position angulaire de la roue droite **3** par rapport au châssis **1** par l'angle θ_{31} , autour de $\vec{x}_1 = \vec{x}_3$ tel que $\theta_{31} = (\vec{y}_1, \vec{y}_3) = (\vec{z}_1, \vec{z}_3)$.



On note :

- Les vitesses angulaires associées : $\omega_{10} = \frac{d\theta_{10}}{dt}$, $\omega_{21} = \frac{d\theta_{21}}{dt}$, $\omega_{31} = \frac{d\theta_{31}}{dt}$,
- La vitesse de rotation de l'arbre moteur gauche **4** (respectivement arbre moteur droit **5**), non représenté sur les figures, par rapport au châssis **1** par ω_{41} (respectivement ω_{51}).

I.2 Étude de la cinématique pour une trajectoire circulaire

Question 2 : A partir de la figure 8, écrire $\overrightarrow{O_0O_1}$ dans la base R_1 .

Déterminer $\overrightarrow{V_{O_1,S_1/R_0}} = \left[\frac{d\overrightarrow{O_0O_1}}{dt} \right]_{R_0}$. En déduire la relation entre V , r_c et ω_{10} .

Question 3 : En utilisant l'hypothèse de roulement sans glissement ($\overrightarrow{V_{I,S_2/R_0}}$ et $\overrightarrow{V_{J,S_3/R_0}}$) ainsi que le résultat de la question 2, établir la relation entre V , ω_{10} , ω_{21} et les constantes L et R .

Question 4 : En déduire l'expression de la vitesse de rotation du moteur gauche ω_{41} en fonction de V , ω_{10} , du rapport de transmission k et d'autres paramètres géométriques.

Question 5 : En déduire la relation entre V , ω_{10} et la vitesse de rotation du moteur droit ω_{51} .

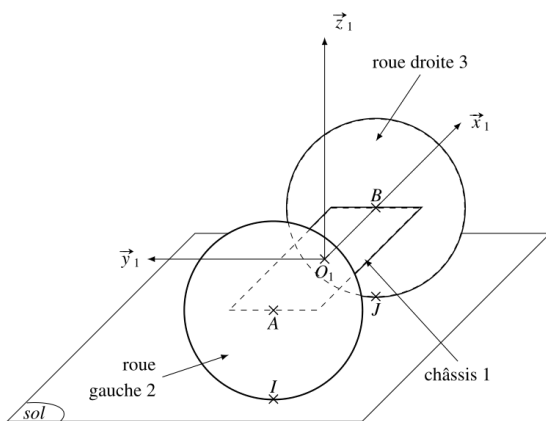


FIGURE 6 – Paramétrage du Hublex en perspective

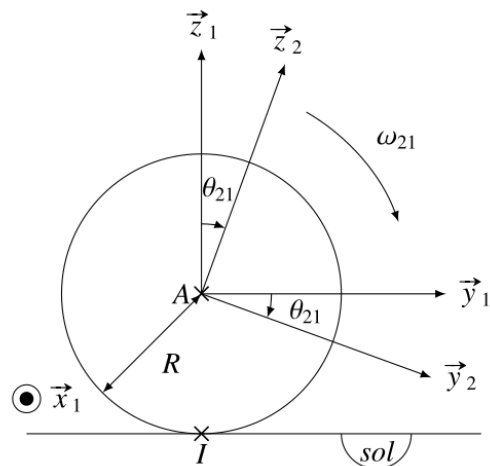


FIGURE 7 – Paramétrage de la roue gauche 2

I.3 Génération de la consigne de taux de rotation

La vitesse angulaire à imposer aux moteurs dépend donc de deux consignes fournies par le pilote : une consigne de vitesse V_c générée à partir de l'inclinaison du gyropode et une consigne de taux de rotation ω_{10c} obtenue en tournant la poignée d'un angle δ au niveau du manche et mesurée par un potentiomètre angulaire numérique.



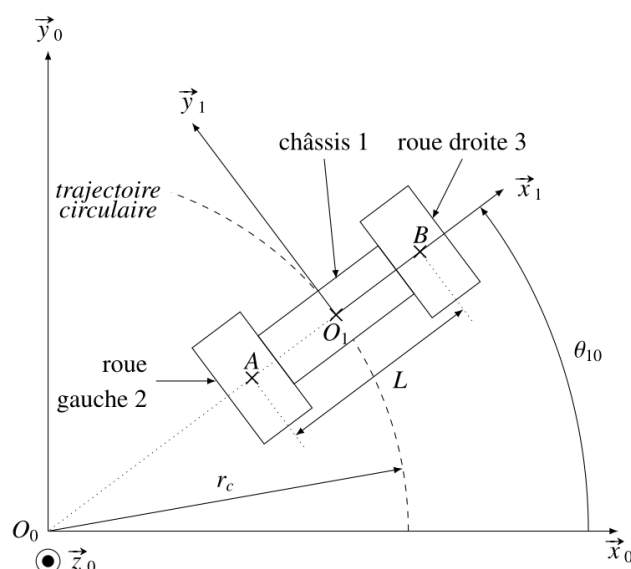


FIGURE 8 – Hublex dans une trajectoire circulaire

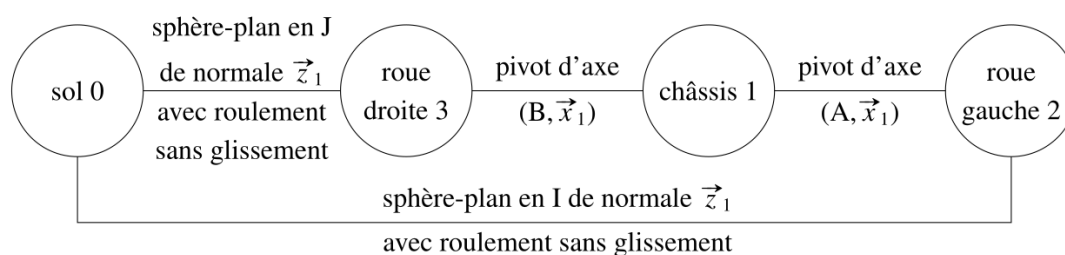


FIGURE 9 – Graphe des liaisons

Pour recueillir la consigne de virage imposée par le pilote, on utilise un potentiomètre numérique ayant 360° d'amplitude et fournissant une image de la position angulaire de la poignée sous forme d'un mot binaire de 10bits soit 2^{10} incréments (inc). La rotation de la poignée est mécaniquement bloquée entre les angles -45° et $+45^\circ$. L'absence de rotation de la poignée (i.e. $\delta = 0^\circ$) correspond au mot binaire valant 0 qui représente une consigne de trajectoire rectiligne.

Question 6 : Donner la résolution de ce capteur, c'est-à-dire sa précision angulaire en $^\circ \cdot \text{inc}^{-1}$.

Question 7 : Donner le nombre d'incrément effectivement mesurables avec la poignée du Hublex, ainsi que la plage des valeurs centrée autour de 0.

Pour des raisons de sécurité et de confort, l'exigence « 1.4.3 » impose que l'accélération centrifuge dans un virage soit limitée à $a_{f \max} = 0.5 \cdot g$, avec $g = 9.81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ l'accélération de la pesanteur. Cette accélération centrifuge est définie par le rapport $a_f = \frac{v^2}{r_c}$.

Question 8 : Établir la relation entre a_f , V et ω_{10} . En déduire la valeur maximale $\omega_{10 \max}$ du taux de rotation admissible satisfaisant l'exigence « 1.4 » et ses sous-exigences.

On considère que la valeur $\omega_{10 \max}$ est associée à un rayon de courbure minimal atteint lorsque $\delta = 45^\circ$ (poignée tournée au maximum) et que le rayon de courbure maximal est obtenu pour $\delta = 0^\circ$ (poignée au centre). En choisissant un modèle de proportionnalité inverse, on obtient les deux relations suivantes reliant les consignes de vitesse des deux moteurs à la consigne fournie par le pilote en se penchant (liée à V) et à la consigne issue de la poignée (liée à δ) :

$$V - L \cdot \frac{g \cdot \delta}{V \cdot \pi} = -R \cdot k \cdot \omega_{41}, \quad (1)$$

$$V + L \cdot \frac{g \cdot \delta}{V \cdot \pi} = -R \cdot k \cdot \omega_{51}. \quad (2)$$

Question 9 : Compléter le schéma bloc du document réponse, représentant la génération des commandes des deux moteurs à partir des consignes données par le pilote permettant de respecter l'exigence « 1.1.1 » notamment.

II Étude de l'asservissement en intensité des moteurs

Objectif : modéliser la chaîne d'asservissement en intensité du moteur afin de déterminer les paramètres du correcteur permettant de respecter l'exigence « 1.7.1.1 » et ses sous-exigences.

Modélisation du moteur Le moteur brushless associé à son électronique de commande peut se modéliser par les équations d'une machine à courant continu. Les paramètres du modèle associé sont une résistance interne R (en Ω), une inductance L (en H) et un coefficient de couplage K_e (en $V \cdot s \cdot \text{rad}^{-1}$ ou en $N \cdot m \cdot A^{-1}$).

On notera $i(t)$ l'intensité traversant l'induit (en A), $u(t)$ la tension aux bornes de l'induit (en V), $e(t)$ la force contre-électromotrice (en V), $C_m(t)$ le couple utile délivré par l'action du stator du moteur sur l'arbre (en $N \cdot m$) et $\omega_m(t)$ la vitesse de rotation de l'arbre moteur (en $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$). Dans le domaine de Laplace, ces grandeurs seront notées respectivement $I(p)$, $U(p)$, $E(p)$, $C_m(p)$ et $\Omega_m(p)$, avec p la variable dans le domaine de Laplace. On se place dans les conditions d'Heaviside.

On notera J_{eq} l'inertie équivalente des masses mobiles mises en jeu ramenée sur l'arbre moteur. On modélisera les différents frottements par un frottement visqueux générant un couple résistant, rapporté à l'arbre moteur, proportionnel à la vitesse de rotation de l'arbre moteur et de coefficient f ($f > 0$).

On rappelle les équations caractéristiques associées :

$$u(t) = e(t) + R \cdot i(t) + L \cdot \frac{di(t)}{dt} \quad (3)$$

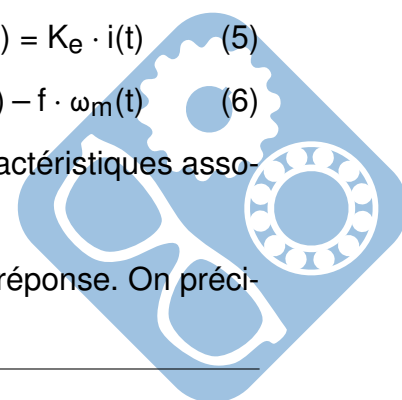
$$e(t) = K_e \cdot \omega_m(t) \quad (4)$$

$$C_m(t) = K_e \cdot i(t) \quad (5)$$

$$J_{eq} \frac{d\omega_m(t)}{dt} = C_m(t) - f \cdot \omega_m(t) \quad (6)$$

Question 10 : Donner, dans le domaine de Laplace, les 4 équations caractéristiques associées au modèle de machines à courant continu.

Question 11 : Compléter alors le schéma bloc du moteur du document réponse. On précisera la grandeur associée à chaque lien.



Question 12 : Donner l'expression de la fonction de transfert $H_m(p) = \frac{I(p)}{U(p)}$. La mettre sous la forme canonique suivante : $H_m(p) = K_m \cdot \frac{1 + \tau_m \cdot p}{1 + \frac{2 \cdot z_m}{\omega_{0m}} \cdot p + \frac{1}{\omega_{0m}^2} \cdot p^2}$

Asservissement du moteur en intensité L'architecture retenue pour contrôler le couple moteur est un asservissement en intensité, image du couple moteur (voir équation (5)). Le schéma bloc est représenté figure 10. Un convertisseur IU fournit au calculateur une tension $u_{ic}(t)$ image de l'intensité de consigne $i_c(t)$, proportionnelle à cette dernière de coefficient K_{IU} . De même, l'intensité réelle $i(t)$, mesurée par un capteur d'intensité de coefficient K_{capt} , a pour image $u_{im}(t)$. L'écart, noté $\varepsilon(t) = u_{ic}(t) - u_{im}(t)$, est traité par le correcteur de fonction de transfert $C(p)$, qui impose la tension $u(t)$ aux bornes du moteur.

On note $I_c(p)$, $U_{ic}(p)$, $U_{im}(p)$, $\varepsilon(p)$ les transformées de Laplace respectives de $i_c(t)$, $u_{ic}(t)$, $u_{im}(t)$ et $\varepsilon(t)$.

On donne la fonction de transfert du moteur : $H_m(p) = K_m \cdot \frac{1 + \tau_m \cdot p}{1 + \frac{2 \cdot z_m}{\omega_{0m}} \cdot p + \frac{1}{\omega_{0m}^2} \cdot p^2}$.

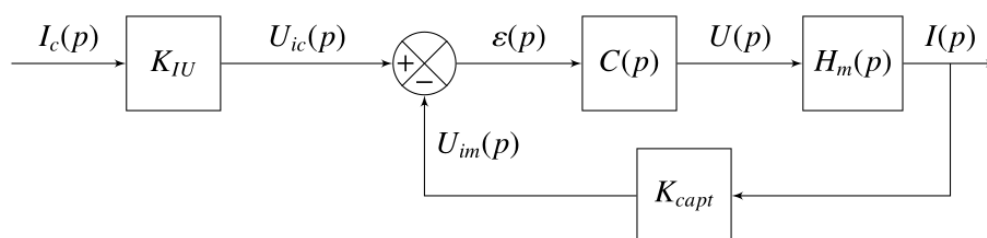


FIGURE 10 – Schéma bloc de l'asservissement en intensité

Question 13 : Préciser, en justifiant, quelle valeur donner à K_{IU} , caractéristique du convertisseur IU.

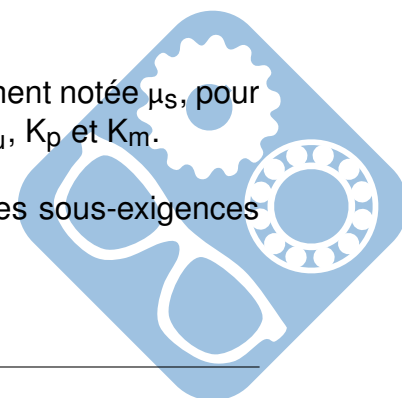
On prend, dans un premier temps, un correcteur purement proportionnel : $C(p) = K_p$.

On en déduit la fonction de transfert $H_I(p) = \frac{I(p)}{I_c(p)}$:

$$H_I(p) = \frac{K'}{1 + K'} \cdot \frac{1 + \tau_m \cdot p}{1 + \frac{\frac{2 \cdot z_m}{\omega_{0m}} + K' \tau_m}{1 + K'} \cdot p + \frac{1}{\omega_{0m}^2 (1 + K')} \cdot p^2}, \text{ avec } K' = K_{IU} \cdot K_p \cdot K_m.$$

Question 14 : Calculer l'expression littérale de l'erreur en régime permanent notée μ_s , pour une entrée indicielle (i.e. $I_c(p)$ est un échelon unitaire), en fonction de K_{IU} , K_p et K_m .

Question 15 : Conclure, lorsque cela est possible, quant au respect des sous-exigences de l'exigence « 1.7.1.1 » avec ce type de correcteur.



La figure 11 présente les diagrammes de Bode en boucle ouverte de l'asservissement étudié, en prenant $K_p = 10$.

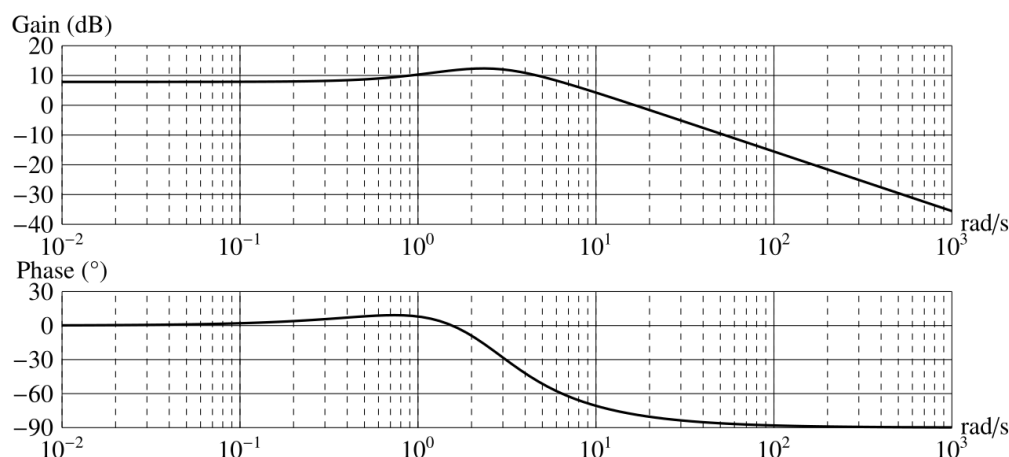


FIGURE 11 – Diagrammes de Bode en boucle ouverte pour $K_p = 10$

Dans un deuxième temps, il est décidé d'utiliser un correcteur de type proportionnel intégral. Sa fonction de transfert est notée : $C(p) = K_p + \frac{K_i}{p}$.

Question 16 : Préciser l'influence de ce correcteur sur les performances du système. Justifier le choix de ce type de correcteur dans le cas étudié.

On souhaite régler le correcteur afin de respecter les performances de précision et de stabilité.

Question 17 : Compléter le tableau de variations du Gain (dB) et de la Phase (°). Tracer sur le document réponse, les diagrammes de Bode asymptotique du correcteur pour $K_p = 10$ et $K_i = 1000$. On précisera les valeurs numériques associées aux valeurs caractéristiques.

Pour la suite, on va s'intéresser aux trois exigences suivantes :

- « 1.7.1.1.3 » : Pour $\omega = 100 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$, le gain en db doit être supérieur à 0db,
- « 1.7.1.1.4 » : A la pulsation pour laquelle le gain vaut 0dB, la phase doit être supérieure à $-180 + 70 = -110^\circ$,
- « 1.6.1.1 » : qui ne nécessite pas d'explication.

Question 18 : Vérifier les exigences (parmi les 3 précédentes) qu'il est possible de vérifier pour la correction proportionnelle (figure 11). Proposer une modification de la valeur de K_p si besoin pour valider ces exigences.

Avec le réglage précédent, on obtient les diagrammes de Bode en boucle ouverte (figure 12) et les réponses temporelles (figure 13), pour un échelon d'intensité $i_c(t)$ de 2A.

Question 19 : Vérifier les exigences (parmi les 3 précédentes) qu'il est possible de vérifier pour le réglage du correcteur Pi (figures 12 et 13).

Le correcteur reste inchangé. Afin de palier le problème identifié précédemment, on apporte une dernière évolution au sein du calculateur. Cela permet de respecter les exigences de l'asservissement.

La figure 14 présente les réponses temporelles du système pour un échelon d'intensité $i_c(t)$ de 2A.

Question 20 : Préciser quelle ultime modification a apporté le constructeur afin de respecter les exigences de l'asservissement.

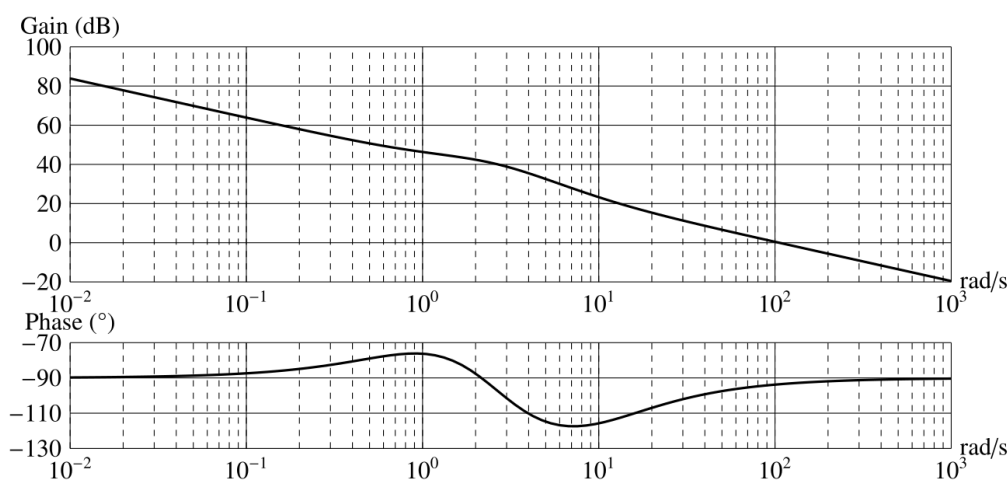


FIGURE 12 – Diagrammes de Bode en boucle ouverte avec réglage du correcteur PI effectué

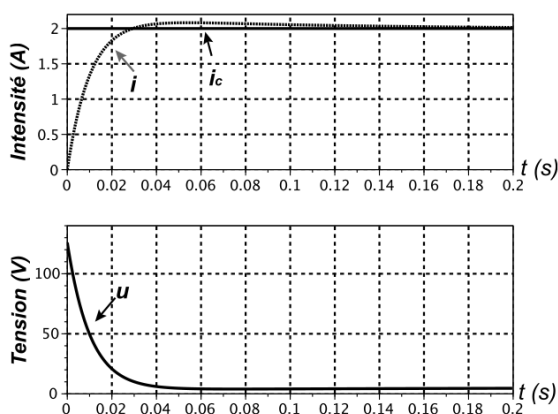


FIGURE 13 – Réponses temporelles avec réglage du correcteur PI effectué

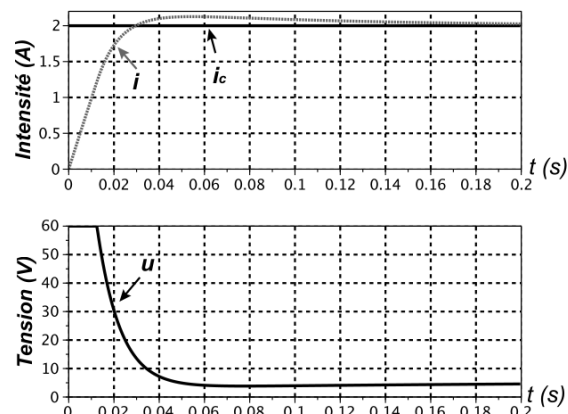
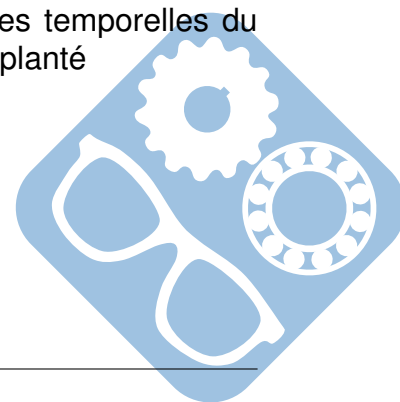


FIGURE 14 – Réponses temporelles du système finalement implanté



III Gestion du parc de Hublex

Objectif : Analyser et concevoir des fonctions informatiques nécessaires à un programme permettant la gestion d'une flotte de Hublex.

Le Hublex a été conçu pour être commercialisé sous forme d'une flotte partagée. Dans ce cadre, deux applications ont été développées : la première permet de réaliser des réservations en ligne (on parlera de phase de réservation) et la seconde permet d'attribuer un Hublex précis à une réservation (on parlera de phase de planification).

On s'intéresse tout d'abord à la base de données associée à l'application permettant de réserver un Hublex. Elle contient l'ensemble des informations liées aux réservations et aux utilisateurs.

Les heures de début et de fin de réservations sont toujours des heures pleines (par exemple : 13 :00, 14 :00, 15 :00 ...) et les opérateurs usuels (somme, soustraction, comparaison,...) sont autorisés sur les données au format time.

Chaque soir est extrait de la base de données l'ensemble des réservations pour le lendemain. Chaque réservation est stockée sous forme d'une liste contenant trois éléments :

- un identifiant,
- une heure de début de réservation,
- une durée.

Ainsi la liste [5,14,3] représente la réservation numéro 5, commençant à 14 h et d'une durée de 3 heures.

L'ensemble des réservations d'une journée est stocké dans la liste nommée `extraction` contenant une ou plusieurs réservations (on fera l'hypothèse qu'il y a toujours au moins une réservation).

On pourra prendre l'exemple suivant :

```
extraction = [[1,9,3], [2,18,1], [3,11,4], [4,17,2], [5,14,3], [6,12,2], [7,9,8]]
```

Une flotte de n Hublex (n un entier non nul, on considérera $n = 3$ pour exemple) étant disponible, une application simple a été développée afin de répartir les réservations sur les n Hublex disponibles, avec comme contrainte de répartir la charge (c'est-à-dire la durée de réservation) au mieux entre les différents Hublex.

Avant de procéder à cette affectation, le choix a été fait de trier les réservations en fonction de leur durée, les réservations les plus longues représentant les charges les plus importantes et devant donc être affectées en premier. Pour cela la fonction `tri_reservations` est utilisée.

Ainsi, l'instruction `tri_reservations(extraction)` qui utilise cette fonction modifie la liste de départ pour obtenir une nouvelle version de la liste `extraction` :

```
extraction = [[7,9,8], [3,11,4], [1,9,3], [5,14,3], [4,17,2], [6,12,2], [2,18,1]]
```

Question 21 : Écrire en langage Python une fonction `conflit2(R1,R2)` prenant en argument deux listes représentant deux réservations `R1` et `R2` et renvoyant un booléen indiquant si les deux réservations sont en conflit potentiel, c'est-à-dire que l'intersection de leurs deux créneaux horaires est non vide. Par exemple `conflit2([5,14,3], [7,9,8])` renvoie `True` (la réservation numéro 7 se termine à 17h, après le début de la réservation numéro 5) et `conflit2([5,14,3], [6,12,2])` renvoie `False` (la réservation numéro 6 se termine à 14h, soit avant ou au début de la réservation numéro 5).

Question 22 : En exploitant la fonction `conflit2`, écrire en langage Python une fonction `sans_conflitL(R1,L)` prenant deux arguments : une liste R1 représentant une réservation et une liste L contenant plusieurs listes (liste de listes) représentant des réservations. Cette fonction devra renvoyer un booléen indiquant si la réservation R1 est en conflit avec au moins l'une des réservations contenues dans L.

Par exemple `sans_conflitL([5,14,3],[[4,17,2],[6,12,2],[2,18,1]])` renvoie True et `sans_conflitL([5,14,3],[[7,9,8],[3,11,4],[1,9,3]])` renvoie False.

Question 23 : Écrire en langage Python une fonction `ind_max` prenant en argument une liste et renvoyant l'indice de position de la valeur maximale.

Par exemple, `ind_max([3,5,8,6,7])` renvoie 2 et `ind_max([5,9,4,9])` renvoie 1. **On n'utilisera pas les fonctions/méthodes définies dans Python comme la fonction `max` ou la méthode `index` propre aux listes.**

IV Annexe

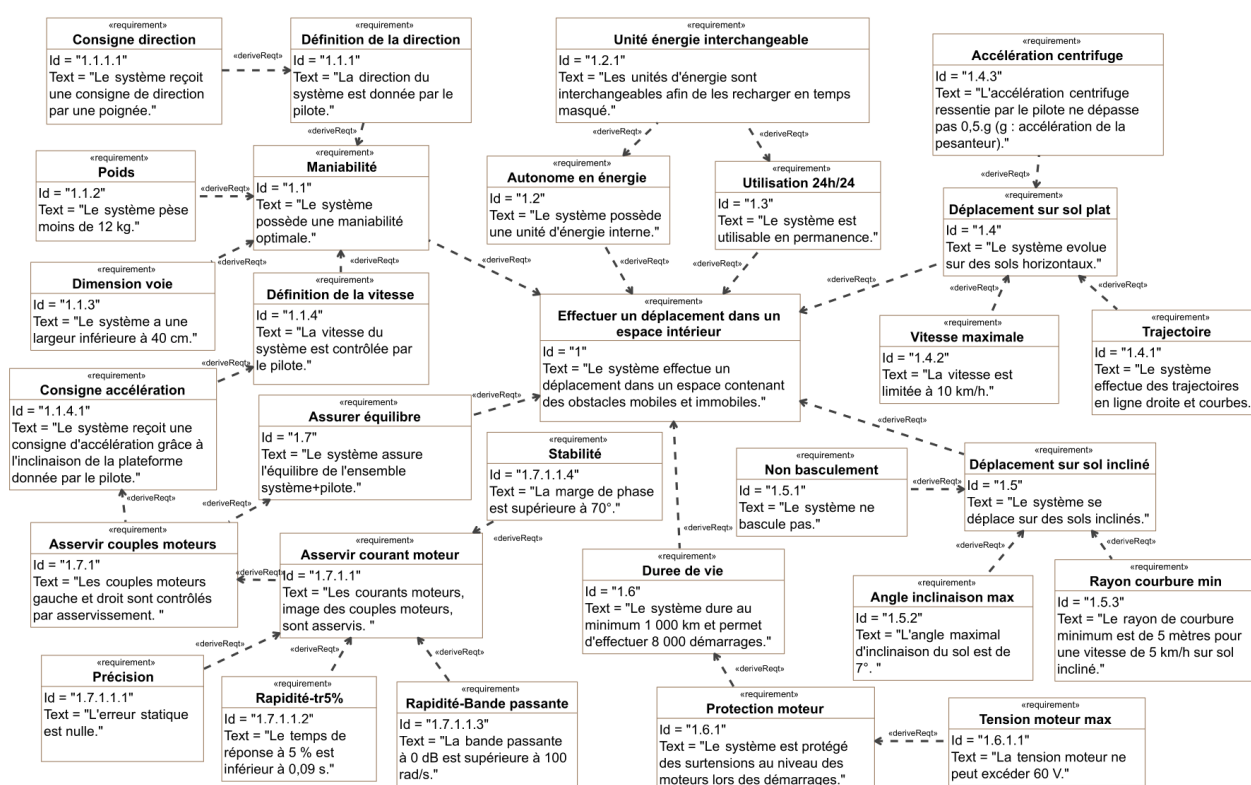
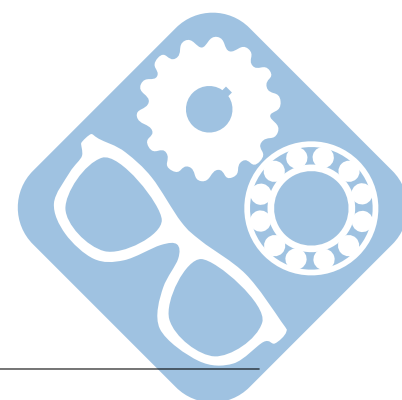
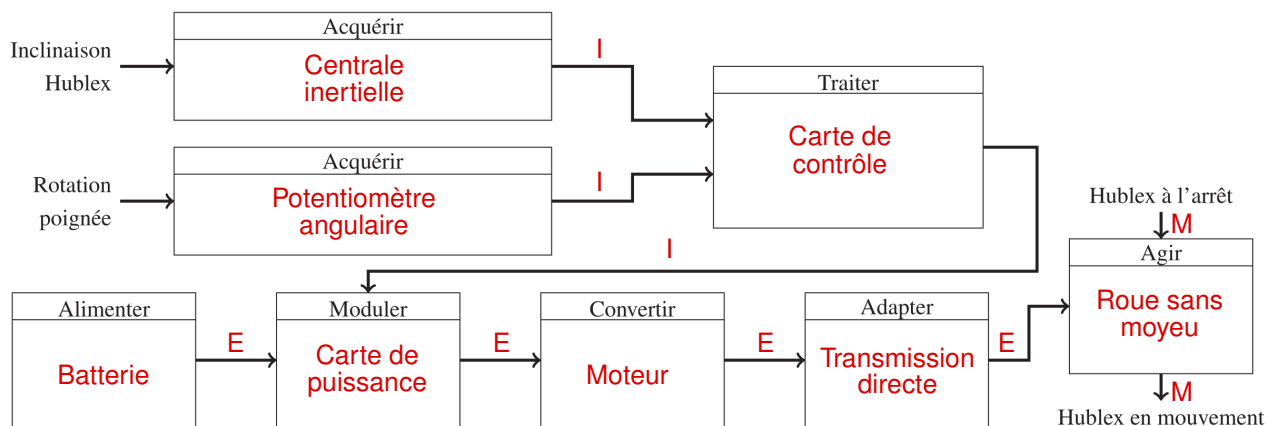


FIGURE 15 – Diagramme des exigences

FIN



Question 1 :



Question 2 :

$$\left[\frac{d\vec{O_0O_1}}{dt} \right]_{R_0} = r_c \cdot \left[\frac{d\vec{x}_1}{dt} \right]_{R_0} = r_c \cdot \vec{\Omega}_{1/0} \wedge \vec{x}_1 = r_c \cdot \omega_{10} \cdot \vec{y}_1 = V \cdot \vec{y}_1, \text{ ainsi, } V = r_c \cdot \omega_{10}$$

Question 3 :

$$\vec{V}_{A \in 2/0} = \vec{V}_{I \in 2/0} + \vec{AI} \wedge \vec{\Omega}_{2/0} = -R \cdot \vec{z}_1 \wedge (\omega_{21} \cdot \vec{x}_1 + \omega_{10} \cdot \vec{z}_1) = -R \cdot \omega_{21} \cdot \vec{y}_1 = \vec{V}_{A \in 2/1} + \vec{V}_{A \in 1/0} = \left(r_c - \frac{L}{2} \right) \cdot \omega_{10} \cdot \vec{y}_1$$

$$\text{Donc, } V - \frac{L}{2} \cdot \omega_{10} + R \cdot \omega_{21} = 0$$

Question 4 :

$$V - \frac{L}{2} \cdot \omega_{10} + R \cdot k \cdot \omega_{41} = 0 \text{ donc } \omega_{41} = \frac{\frac{L}{2} \cdot \omega_{10} - V}{R \cdot k}$$

Question 5 :

$$\vec{V}_{J \in 3/0} = \vec{0} \Rightarrow \vec{V}_{B \in 3/0} = \vec{V}_{J \in 3/0} + \vec{BJ} \wedge \vec{\Omega}_{3/0} = -R \cdot \omega_{31} \cdot \vec{y}_1$$

$$\vec{V}_{B \in 3/0} = \vec{V}_{B \in 3/1} + \vec{V}_{B \in 1/0} = \left(r_c + \frac{L}{2} \right) \cdot \omega_{10} \cdot \vec{y}_1$$

$$\text{Donc } -R \cdot \omega_{31} = \left(r_c + \frac{L}{2} \right) \cdot \omega_{10} = V + \frac{L}{2} \cdot \omega_{10}$$

$$-R \cdot k \cdot \omega_{51} = V + \frac{L}{2} \cdot \omega_{10}$$

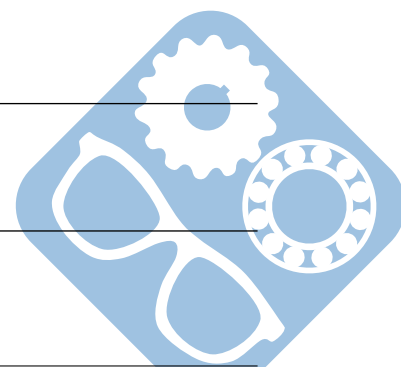
$$\omega_{51} = -\frac{V + \frac{L}{2} \cdot \omega_{10}}{R \cdot k}$$

Question 6 :

$$\text{La résolution est de } \frac{360^\circ}{2^{10} \text{inc}} = 0.35^\circ \cdot \text{inc}^{-1}$$

Question 7 :

$$-45^\circ \leq \theta \leq 45^\circ \text{ donc } \frac{90^\circ \cdot 1024}{360^\circ} = 256 \text{ valeurs, soit de } -128 \text{ à } 128.$$



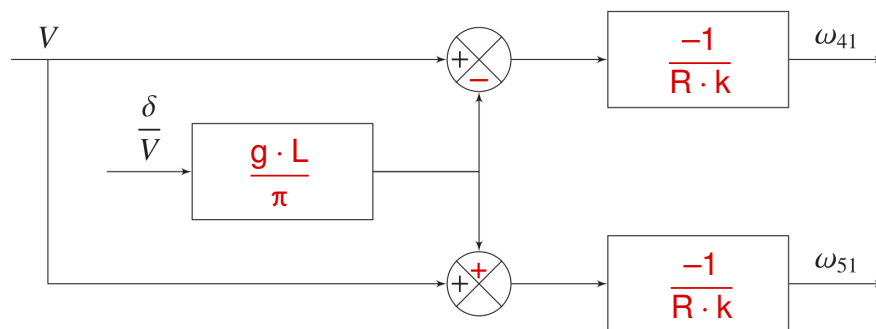
Correction

Question 8 :

$$\alpha_f = \frac{v^2}{r_c} = \frac{V^2}{\omega_{10}} = V \cdot \omega_{10}$$

$$\text{Donc } \omega_{10 \max} = \frac{\alpha_{f \max}}{V_{\max}} = \frac{0,5 \cdot 9,81}{\frac{10 \cdot 10^3}{3600}} = \frac{3,6 \cdot 0,5 \cdot 9,81}{10} = 1,75 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}.$$

Question 9 :



Question 10 :

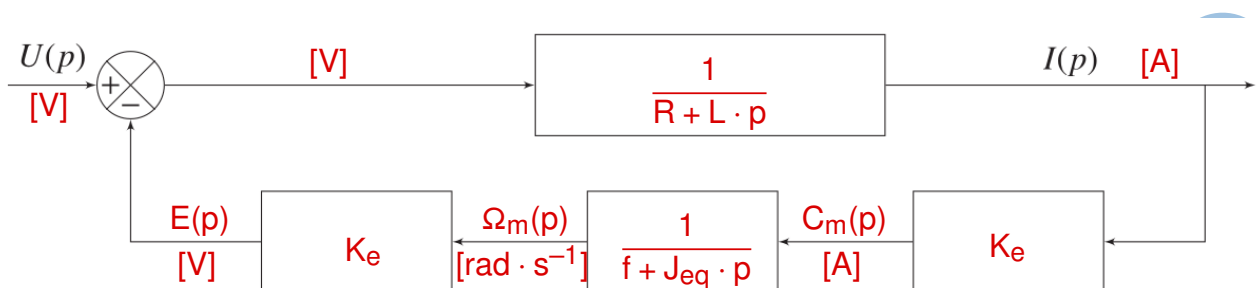
$$U(p) = E(p) + R \cdot I(p) + L \cdot p \cdot I(p)$$

$$E(p) = K_e \cdot \Omega_m(p)$$

$$C_m(p) = K_e \cdot I(p)$$

$$J_{eq} \cdot p \cdot \Omega_m(p) = C_m(p) - f \cdot \Omega_m(p)$$

Question 11 :



Correction

Question 12 :

$$H_m(p) = \frac{1}{R + L \cdot p} \cdot \frac{1}{1 + \frac{K_e^2}{(R + L \cdot p) \cdot (f + J_{eq} \cdot p)}} = \frac{f + J_{eq} \cdot p}{(R + L \cdot p) \cdot (f + J_{eq} \cdot p) + K_e^2} =$$

$$\frac{f + J_{eq} \cdot p}{(K_e^2 + R \cdot f) + (R \cdot J_{eq} + L \cdot f) \cdot p + (L \cdot J_{eq}) \cdot p^2}$$

$$H_m(p) = K_m \cdot \frac{1 + \tau_m \cdot p}{1 + \frac{2 \cdot z_m}{\omega_{0m}} \cdot p + \frac{1}{\omega_{0m}^2} \cdot p^2}$$

Avec :

$$\begin{aligned} - K_m &= \frac{f}{K_e^2 + R \cdot f} \\ - \tau_m &= \frac{J_{eq}}{f} \\ - z_m &= \frac{R \cdot J_{eq} + L \cdot f}{2 \sqrt{L \cdot J_{eq} \cdot (K_e^2 + R \cdot f)}}, \\ - \omega_{0m} &= \sqrt{\frac{K_e^2 + R \cdot f}{L \cdot J_{eq}}}. \end{aligned}$$

Question 13 :

On veut $\varepsilon(p) = 0$ quand $I(p) = I_c(p)$ quelle que soit la consigne $I_c(p)$ avec $\varepsilon(p) = K_{IU} \cdot I_c(p) - K_{capt} \cdot I(p)$.

Soit $0 = I_c(p) \cdot (K_{IU} - K_{capt})$ On doit donc régler $K_{IU} = K_{capt}$

Question 14 :

D'après le théorème de la valeur finale $\mu_s = \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \varepsilon(p)$.

$$\text{Avec } I_c(p) = \frac{1}{p}, \varepsilon(p) = I_c(p) \cdot \left(1 - \frac{K'}{1 + K'} \cdot \frac{1 + \tau_m \cdot p}{1 + \frac{\frac{2 \cdot z_m}{\omega_{0m}} + K' \cdot \tau_m}{1 + K'} \cdot p + \frac{1}{\omega_{0m}^2 \cdot (1 + K')} \cdot p^2} \right)$$

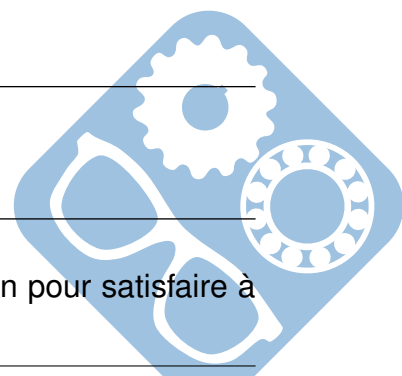
$$\text{Donc } \mu_s = \frac{1}{1 + K'} = \frac{1}{1 + K_{iu} \cdot K_p \cdot K_m}$$

Question 15 :

$\mu_s \neq 0$ donc l'exigence 1.7.1.1.1 n'est pas satisfaite

Question 16 :

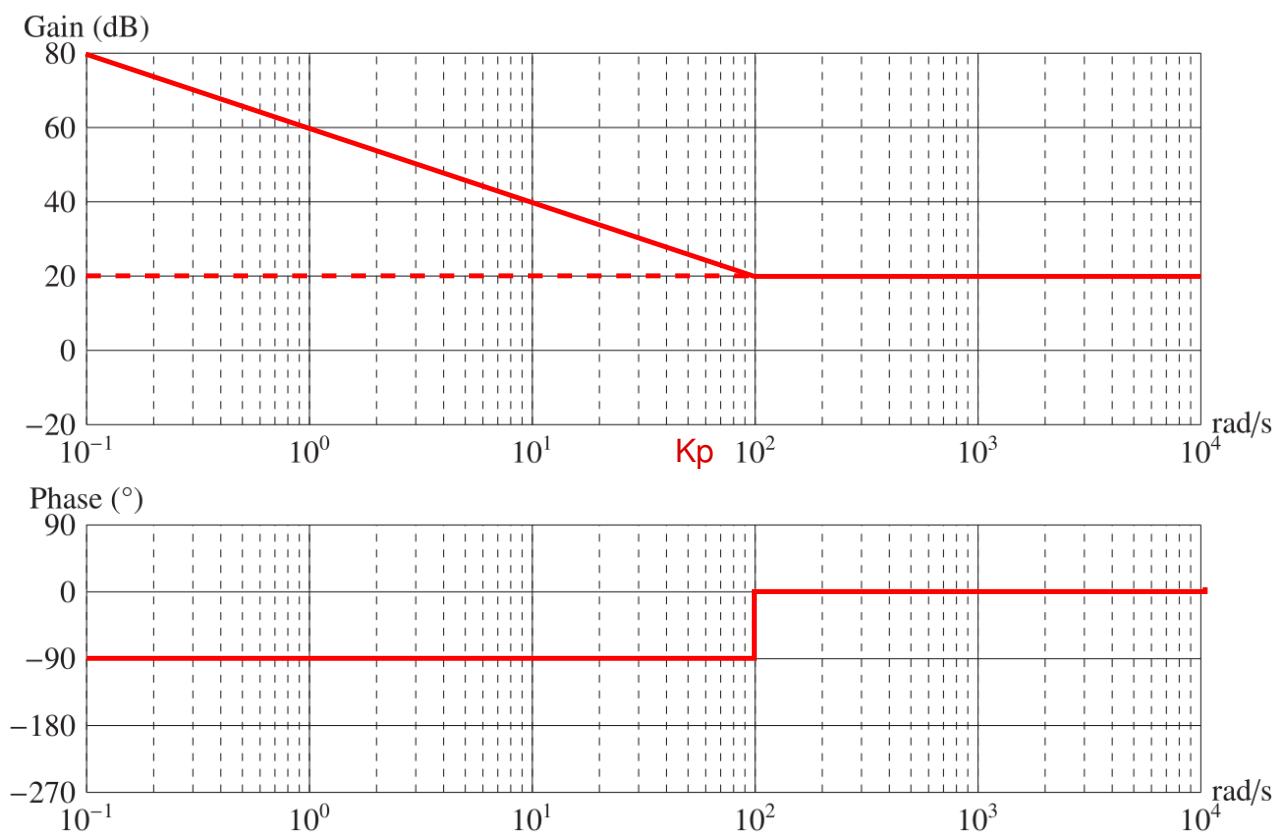
Le correcteur proportionnel intégral utilisé permet d'améliorer la précision pour satisfaire à l'exigence « 1.7.1.1.1 ».



Question 17 :

$$C(p) = K_p + \frac{K_i}{p} = K_i \cdot \frac{1}{p} \cdot \left(\frac{K_p}{K_i} \cdot p + 1 \right)$$

ω	0	$\frac{K_i}{K_p}$	$\frac{K_i}{K_p}$	$+\infty$
Gain (db)	$20 \log \left(\frac{K_i}{p} \right) = 20 \log(K_i) - 20 \log(p)$ Pente de -20dB/dec		$20 \log(K_p)$	
Phase ($^\circ$)	-90°		0°	



Question 18 :

Sur la figure 11, la valeur de déphasage reste supérieure à -110° donc l'exigence de stabilité « 1.7.1.1.4 » est satisfaite indépendamment de la valeur de réglage de K_p .

L'exigence « 1.7.1.1.4 » demande un gain positif pour $\omega = 100\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$. Sur la figure 11, on relève GdB ($100\text{rad} \cdot \text{s}^{-1} = -16\text{dB}$ pour $K_p = 10$).

$$16$$

Il faut donc multiplier K_p par $10^{\frac{16}{20}} \approx 6,31$, soit $K_p = 63,1$.

Question 19 :

Par lecture, on voit que l'exigence « 1.7.1.1.3 » est satisfaite.

Sur la figure 12, on relève pour ω_{OdB} une phase égale à $\approx -85^\circ > -110^\circ$, l'exigence « 1.7.1.1.4 » est satisfaite.

Sur la figure 13, on relève un pic de tension au démarrage avec une tension supérieure à 60V. Ce réglage ne permet pas de satisfaire à l'exigence « 1.6.1.1 ».

Correction**Question 20 :**

Afin de satisfaire à l'exigence « 1.6.1.1 », le constructeur a ajouté une saturation en tension à 60V.

Question 21 :

```
30 def conflit2(R1,R2):
31     if R1[1]>= R2[1] and R2[1]+R2[2]>R1[1]:
32         return True
33     elif R1[1]<R2[1] and R1[1]+R1[2]>R2[1]:
34         return True
35     else:
36         return False
```

Question 22 :

```
30 def sans_conflitL(R1,L):
31     for reservation in L:
32         if conflit2(R1,reservation):
33             return False
34     return True
```

Question 23 :

```
30 def ind_max(liste):
31     indice=0
32     val_max=liste[indice]
33     for i in range(1,len(liste)):
34         if liste[i]> val_max:
35             indice=i
36             val_max =liste[indice]
37     return indice
```

