

DS 02- Robot Assistant EFFIBOT

Avec Correction

PTSI

Samedi 27 novembre 2021

Table des matières

- I Présentation du système
- II Présentation et plan de l'étude
- III Asservissement de suivi de personne
- IV Système de direction

2
2
3
7

Robot Assistant EFFIBOT

I Présentation du système



Figure 1 – Robot « Effibot »

Le sujet porte sur l'étude du robot assistant : « Effibot ». Ce robot est un robot d'aide à la personne permettant de transporter des charges lourdes. Il est actuellement développé par la société française Effidence.

Cette société développe ce robot afin de répondre au plus près au besoin des utilisateurs en proposant différentes évolutions des modèles disponibles.

Le principe du fonctionnement d'« Effibot » est relativement simple. L'utilisateur se place devant le robot qui le repère, à l'aide de différents capteurs et d'un traitement des informations. Le robot « Effibot » suit alors à une distance constante l'utilisateur.

Des sociétés, telles que la SNCF, travaillent en partenariat avec Effidence pour développer « Effibot » afin de permettre aux usagers de transporter leurs bagages.

Ce système se développe également en partenariat avec des sociétés de BTP, de logistique ou même La Poste. Son développement se fait également à l'international avec notamment Deutsch Post (La poste allemande) pour permettre au facteur de livrer dans les villes les différents colis en réduisant la pénibilité du transport.

D'autres domaines d'activités sont intéressés par ce robot, comme les secteurs agricole et militaire où les charges à transporter peuvent également être importantes.

II Présentation et plan de l'étude

Le robot « Effibot » est contrôlé par un système de commande et de navigation appelé « Effinav ». Ce système de commande est le cœur du savoir-faire de l'entreprise Effidence. La complexité de ce système « Effinav » réside dans sa capacité à gérer plusieurs sources d'informations de différents capteurs, d'en faire une synthèse et enfin d'établir la commande des différents moteurs permettant de mouvoir



Figure 2 – Utilisation du robot dans le transport de bagage

le système. Afin de respecter au mieux l'exigence de suivi d'une personne, différents points vont donc être étudié dans ce sujet :

Dans une première partie, nous étudierons une modélisation de l'asservissement de suivi d'une personne dans un cas simplifié et vérifierons les performances atteintes par le système. L'étude se fera pour un suivi de personne, en ligne droite supposée parfaitement horizontale.

Dans une seconde partie, nous nous intéresserons au système de direction à quatre roues directrices de l'« Effibot ». L'étude géométrique de ce système sera faite.

III Asservissement de suivi de personne

Le schéma-blocs fonctionnel du système d'asservissement de suivi d'une personne est présenté sur la figure suivante. On suppose que la charge est équirépartie sur chacune des roues et que le déplacement se fait en ligne droite parfaitement horizontale.

Le déplacement de l'« Effibot » est assuré par 4 roues-moteurs. Chacune des roues peut donc avoir un comportement qui lui est propre. Puisque l'étude s'effectue en ligne droite parfaitement horizontale et que la charge est équirépartie, on suppose alors un comportement équivalent pour chacune d'entre elle.

Cela nous amène à étudier l'asservissement sous cette forme :

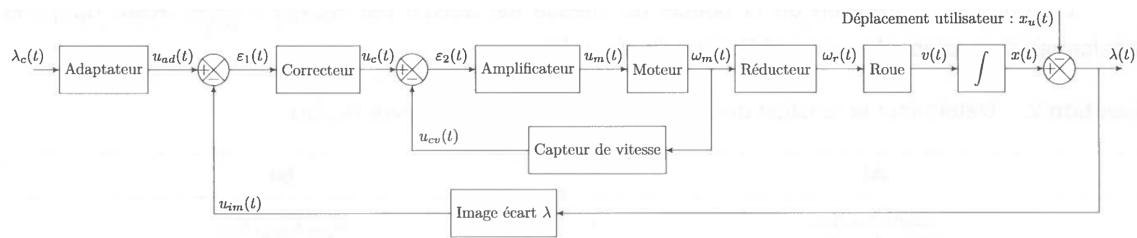


Figure 3 – Schéma-blocs fonctionnel de l'asservissement de l'Effibot

- λ_c est la consigne d'écart (en m) que l'on veut maintenir entre l'utilisateur et l'« Effibot »,
- λ est la valeur d'écart (en m) entre l'utilisateur et l'« Effibot »,

- L'adaptateur est un gain pur : K_{ad} (en $V \cdot m^{-1}$) permettant d'adapter la consigne d'écart en tension de commande,
- Le capteur « Image écart λ » renvoie une tension image de l'écart réel entre l'utilisateur et le système, celui est modélisé par un gain pur K_{im} , (en $V \cdot m^{-1}$). Cette information est en réalité issue des différents capteurs du robot et traité par le module « Effinav »,
- L'amplificateur est modélisé par un gain pur : K_{am} ,
- Le capteur de vitesse est modélisé par un gain pur : K_{cv} , (en $V \cdot s \cdot rad^{-1}$),
- Le réducteur est modélisé par un gain pur : K_r ,
- La roue de l'« Effibot » a un rayon R_r (en m),
- Le correcteur, l'amplificateur et le moteur sont modélisés dans la suite du sujet,
- Le déplacement utilisateur $x_u(t)$ sera vu comme une perturbation du système.

III.1 Modélisation des blocs

III.1.1 Modèle de l'adaptateur

On souhaite pouvoir modéliser l'asservissement du système par le schéma-blocs de la figure 4.

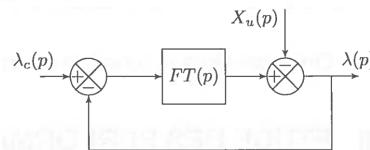


Figure 4 – Modèle simplifié de l'asservissement

Avec $\lambda_c(p), \lambda(p)$ et $X_u(p)$ les transformées de Laplace de $\lambda_c(t), \lambda(t)$ et $x_u(t)$.

Question 1 Quelle condition doit être vérifiée par K_{ad} ?

III.1.2 Modèle du moteur

Le moteur permettant la mise en rotation d'une roue est un moteur brushless DC 48 V. On peut alors le modéliser par un moteur à courant continu.

La fonction de transfert du moteur peut alors se mettre sous la forme d'une fonction de transfert du second ordre de gain K_{mot} , de facteur d'amortissement ξ_{mot} et de pulsation propre ω_{mot} .

III.1.3 Modèle de l'amplificateur de la boucle de vitesse

La fonction de transfert de la boucle de vitesse est définie par $H_{bv}(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U_c(p)}$. Avec $\Omega_m(p)$ la transformée de Laplace de $\omega(t)$ et $U_c(p)$ celle de $u_c(t)$.

Question 2 Déterminer la fonction de transfert de la boucle de vitesse $H_{bv}(p)$.

Question 3 Déterminer l'expression de K_{am} permettant d'obtenir un temps de réponse minimal de la boucle de vitesse en fonction de ξ_{mot} , K_{mot} et K_{cv} .

On pose alors la fonction de transfert de la boucle de vitesse : $H_{bv}(p) = \frac{K_{bv}}{1 + \frac{2 \cdot \xi_{bv}}{\omega_{bv}} \cdot p + \frac{p^2}{\omega_{bv}^2}}$.

III.2 Étude des performances de l'asservissement.

Objectif : Mettre en place une stratégie de recherche de correcteur afin de valider le cahier des charges du système.

Le cahier des charges concernant les performances de l'asservissement est donné ci-dessous :

Exigence	Critères	Niveaux
Suivre un utilisateur à une distance imposée	Précision Rapidité	Erreur statique nulle, $\lambda(t \rightarrow +\infty) = \lambda_c$ $\omega_{0db} \geq 35 \text{ rad.s}^{-1}$ de la boucle ouverte

D'après les différentes hypothèses et modélisations réalisées précédemment, à l'asservissement en écart de l'« Effibot »est alors le suivant :

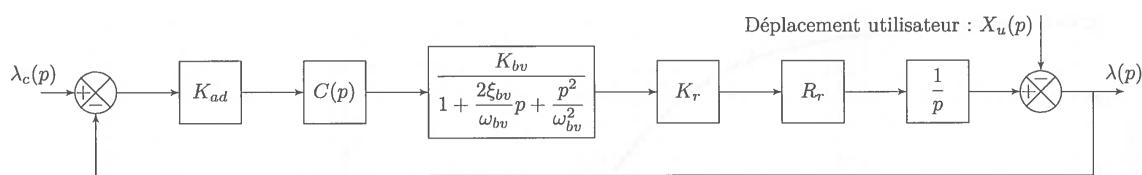


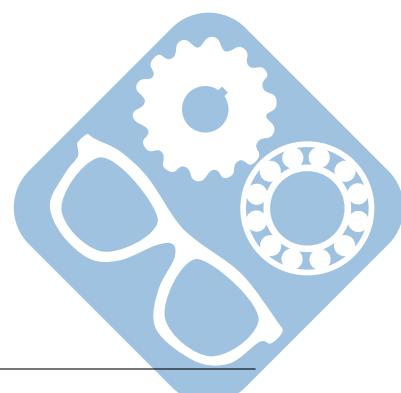
Figure 5 – Schéma bloc de l'asservissement de l'Effibot

La perturbation sera considérée comme nulle $X_u(p) = 0$. $C(p)$ est la fonction de transfert du correcteur. Dans un premier temps, on pose $C(p) = K_p$.

Question 4 Donner la fonction de transfert en boucle ouverte $FTBO(p)$.

III.2.1 Identification

On cherche à identifier les caractéristiques de la fonction de transfert précédente à partir de sa réponse fréquentielle.



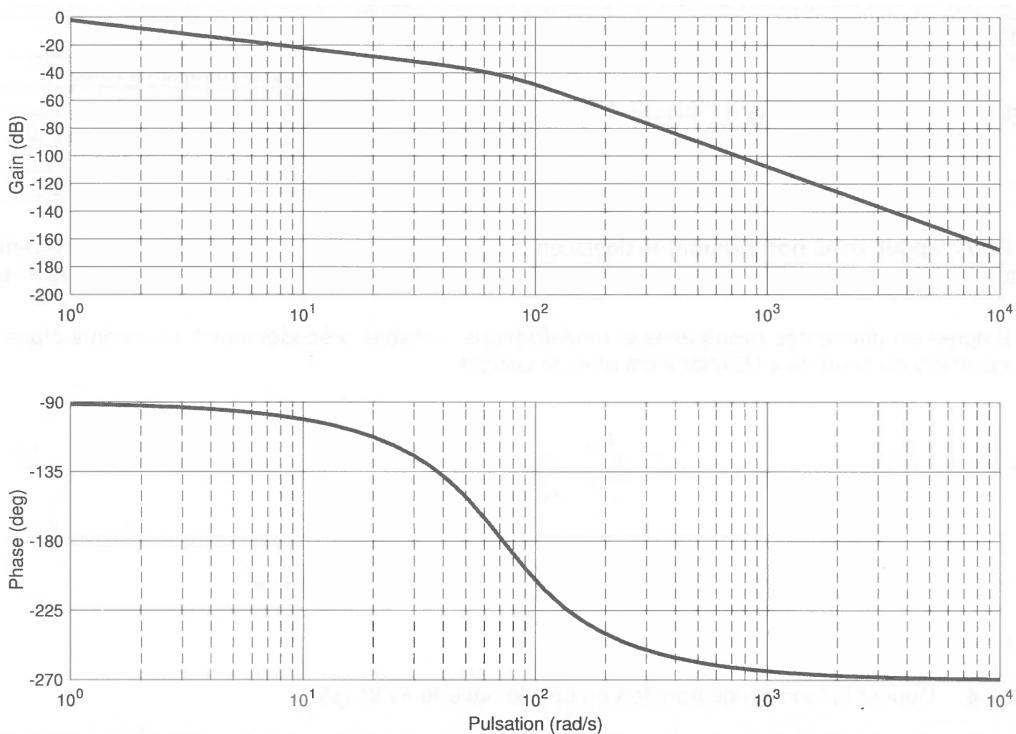


Figure 6 – Diagramme de Bode du système en boucle ouverte

Question 5 Identifier l'ordre et la classe de ce système. Cela correspond-t-il à la réponse à la question 4 ?

Question 6 Déterminer les valeurs du gain de la FTBO et de la pulsation propre ω_{bv} . Donner, en justifiant, une fourchette la plus précise possible pour le coefficient d'amortissement ξ_{bv} .

Question 7 Montrer que $\arg(FTBO(j \cdot \omega)) = -90^\circ - \arctan\left(\frac{\frac{2 \cdot \xi_{bv} \cdot \omega}{\omega_{bv}}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_{bv}^2}}\right)$.

On appelle respectivement ω_{0dB} et ω_{-135° les pulsations telles que $20 \cdot \log(|FTBO(j \cdot \omega_{0dB})|) = 0dB$ et $\arg(FTBO(j \cdot \omega_{-135^\circ})) = -135^\circ$. On choisira pour la suite, $\omega_{0dB} = \omega_{-135^\circ}$.

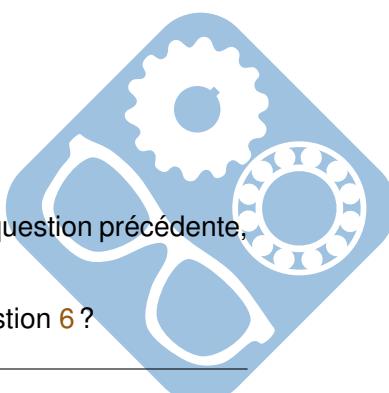
Question 8 Montrer que $20 \cdot \log(|FTBO(j \cdot \omega_{0dB})|) = 0dB$ si et seulement si $\log\left(\left|\frac{1}{FTBO(j \cdot \omega_{0dB})}\right|\right) = 0dB$.

Question 9 En déduire K_p en fonction de ω_{0dB} , ω_{bv} , ξ_{bv} , K_{ad} , K_{bv} , K_r et R_r .

Question 10 Déterminer ω_{-135° en fonction de ξ_{bv} et ω_{bv} .

Question 11 A l'aide des valeurs déterminées à la question 6 et du résultat de la question précédente, montrer que $\xi_{bv} = 1$ est une solution possible.

Question 12 Cette valeur est-elle compatible avec la fourchette donnée à la question 6 ?



III.2.2 Un deuxième correcteur

Afin d'améliorer la précision du système on se propose d'utiliser ce type de correcteur :

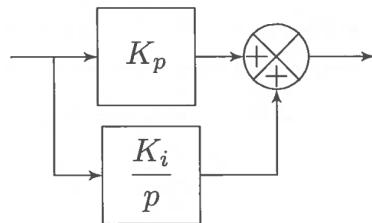


Figure 7 – Schéma bloc du nouveau correcteur proposé

On précise que K_p , est le même que celui établit précédemment. On peut mettre la fonction de transfert du correcteur sous la forme : $C(p) = K_{cor} \cdot \frac{1 + T_i \cdot p}{T_i \cdot p}$.

Question 13 Préciser les expressions de K_{cor} et T_i en fonction de K_p et K_i .

Pour la suite, on prendra $K_{cor} = 50$ et $T_i = 10$.

Question 14 Tracer, sur le document réponse, le diagramme de Bode de la fonction $\frac{T_i}{K_{cor}} \cdot \frac{1 + T_i \cdot p}{1 + T_i \cdot p}$.

Question 15 Tracer, sur le document réponse, le diagramme de Bode de la fonction $K_{cor} \cdot \frac{1 + T_i \cdot p}{T_i}$.

Question 16 Tracer, sur le document réponse, le diagramme de Bode de la fonction $C(p)$.

III.2.3 Analyse temporelle

Une simulation de l'asservissement établi met en avant une tension d'alimentation du moteur brushless de 1000V. Ceci n'est pas physiquement viable car la tension d'alimentation maximale du moteur est limitée à 48V.

Question 17 Comment se nomme le phénomène dont il faudrait alors tenir compte dans la modélisation de la simulation établie ?

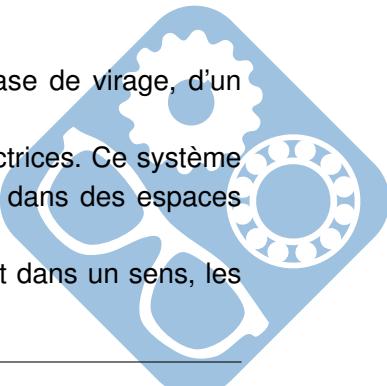
IV Système de direction

IV.1 Épure de direction

Objectif : Déterminer d'un point de vue cinématique le comportement en phase de virage, d'un véhicule à quatre roues directrices

Le système de direction de l'« Effibot » s'appuie sur un système à 4 roues directrices. Ce système a pour effet d'augmenter la manœuvrabilité du robot lorsque celui-ci doit évoluer dans des espaces étroits.

Le principe de base est relativement simple : lorsque les roues avant braquent dans un sens, les roues arrière braquent dans l'autre sens.



IV.1.1 Détermination du rayon de courbure

On s'intéresse ici à l'étude d'un système à 4 roues directrices avec un coefficient de proportionnalité q entre les angles de braquages du train avant et du train arrière. De ce fait, si l'angle de braquage avant est de Φ celui de l'arrière est alors de $q \cdot \Phi$ avec $q \in [0, 1]$.

La figure 8 représente une épure de direction d'un système à quatre roues directrices.

Hypothèses :

- $L = RF$ est la longueur d'empattement du véhicule (distance séparant les centres des trains avant et arrière),
- v_a correspond à la voie du véhicule (largeur entre les roues)
- On note $F = (x_f, y_f)$ et $R = (x_r, y_r)$ les coordonnées du centre de l'essieu avant et arrière,
- \vec{v}_f et \vec{v}_r correspondent respectivement à la vitesse instantanée au point F et au point R dans le référentiel supposé galiléen $R_0 = (O_0, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$,
- φ caractérise l'angle que fait l'axe longitudinal du véhicule avec l'axe \vec{x}_0 ,
- Φ représente l'angle de braquage moyen des roues de l'essieu avant. Cet angle représente l'angle entre la direction du vecteur \vec{v}_f et l'axe longitudinal,
- ρ_f et ρ_r sont les rayons de giration instantanés associés respectivement aux points F et R ,
- On dira ici que le rayon de courbure du virage pris par le véhicule sera égal à la distance O_0M , valant ρ ,
- Le point O_0 sera considéré comme le centre du virage.

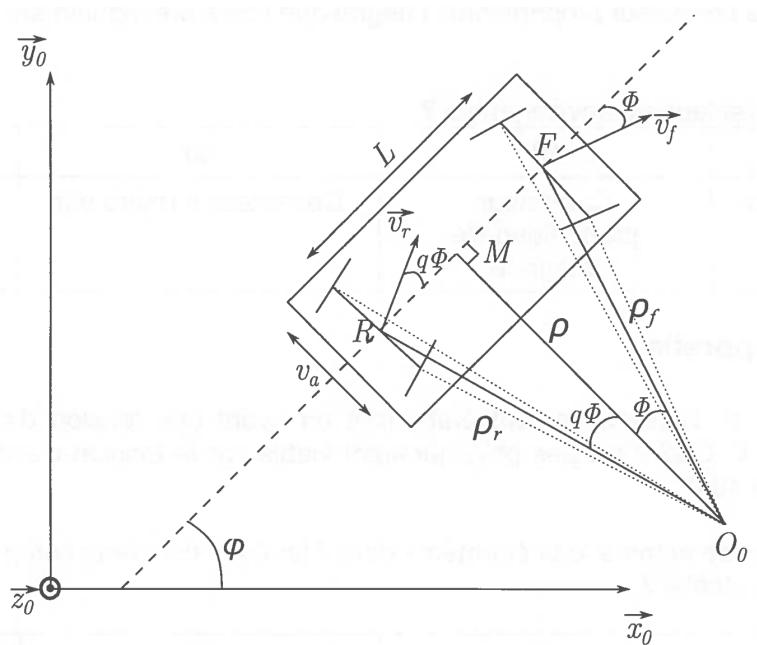


Figure 8 – Épure de direction d'un véhicule à quatre roues directrices

Question 18 Quelle est la relation liant les distances RM et MF ?

Question 19 En constatant que $RM + MF = L$, déduisez-en les expressions de RM et de MF en fonction de Φ , q et L .

Question 20 En déduire alors l'expression de ρ en fonction de Φ , q et L .

IV.1.2 Relation angulaire idéale entre les roues

Dans le reste de l'étude, on impose maintenant $q=1$. Après avoir trouvé la relation entre l'angle Φ et le rayon de courbure du virage ρ , on s'intéresse dans cette section à déterminer la relation théorique entre les angles de braquage des roues gauche et droite afin d'assurer une bonne tenue de l'« Effibot » en phase de virage.

Le système de direction est présenté en figure 9. Ce système permet une symétrie de direction entre le train avant et le train arrière. Le braquage des roues avant, gauche et droite, solidaires des fusées 3_g et 3_d est assurée via les bielles 2_g et 2_d , elles-mêmes mises en mouvement grâce à la pièce 1. La pièce 1 est mise en rotation par rapport au bâti grâce à un motoréducteur, de rapport de réduction k_{mot} , entraînant une roue dentée solidaire de la pièce 1. La bielle 4 assure la liaison angulaire entre le train avant et le train arrière. Les différentes figures sont présentées dans la base $B = (\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ liée au bâti de l'« Effibot ».

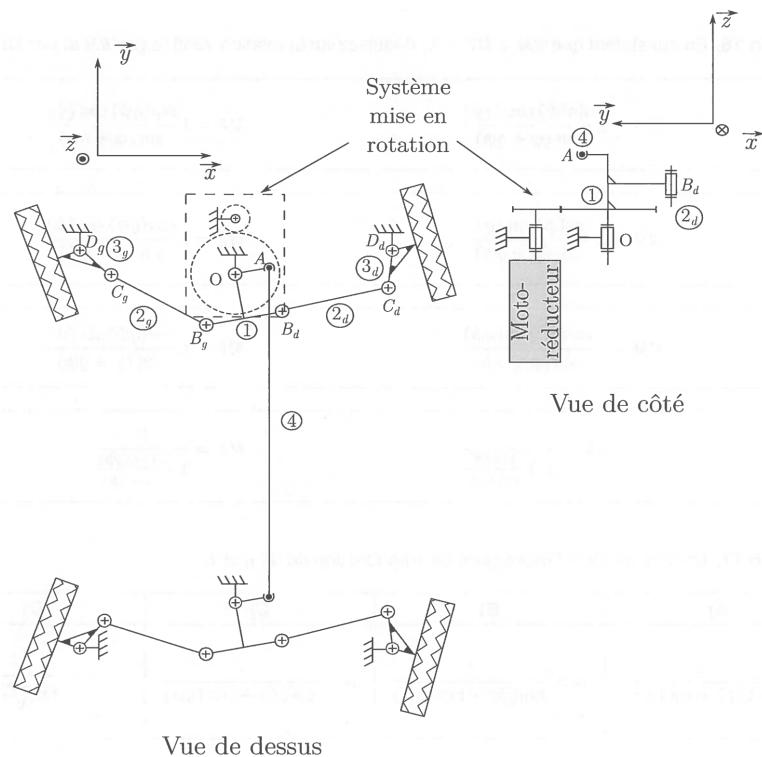
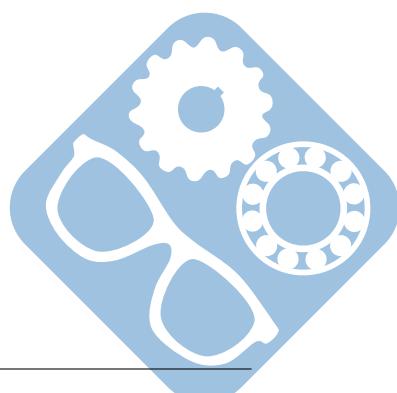


Figure 9 – Principe du système de direction

Afin d'assurer une bonne tenue en virage, il est nécessaire que les droites perpendiculaires au plan des roues se coupent en un même point O, (voir figure 10).



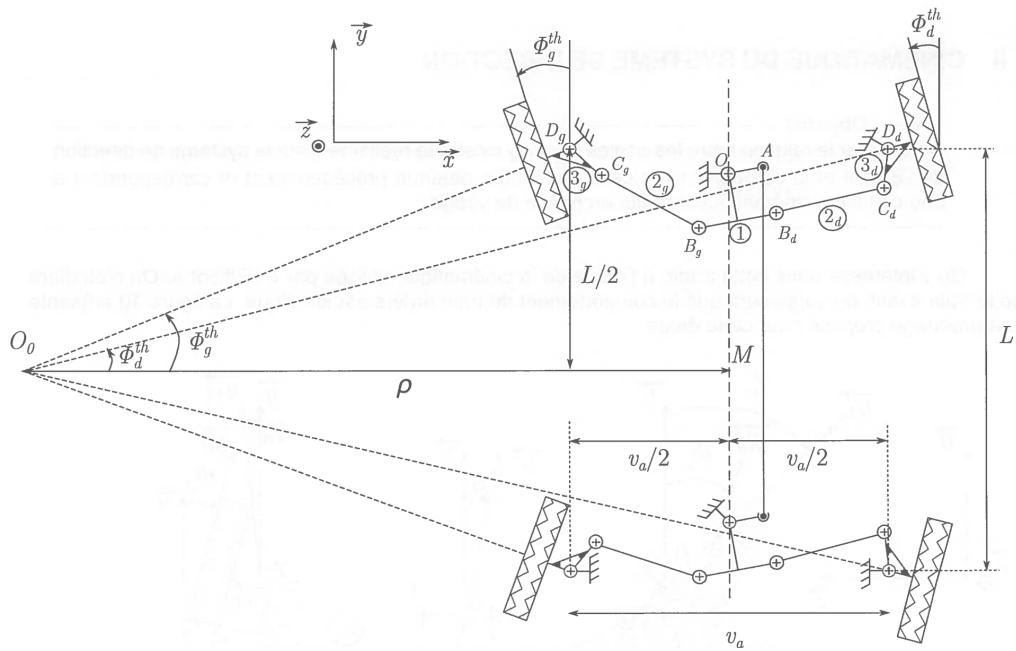


Figure 10 – Modélisation du système de direction de l'Effibot

Question 21 Déterminer la relation entre Φ_g^{th} et Φ_d^{th} .

IV.2 Cinématique du système de direction

Objectifs : Déterminer la relation entre les angles Φ_g et Φ_d existante réellement sur le système de direction de l'Effibot et la comparer avec celle, théorique, obtenue précédemment et correspondant à une condition cinématique parfaite en phase de virage.

On s'intéresse dans cette partie à l'étude de la cinématique utilisée par « l'Effibot ». On n'étudiera que le train avant, on supposera que le comportement du train arrière est identique. La figure 12 présente le paramétrage proposé pour cette étude.

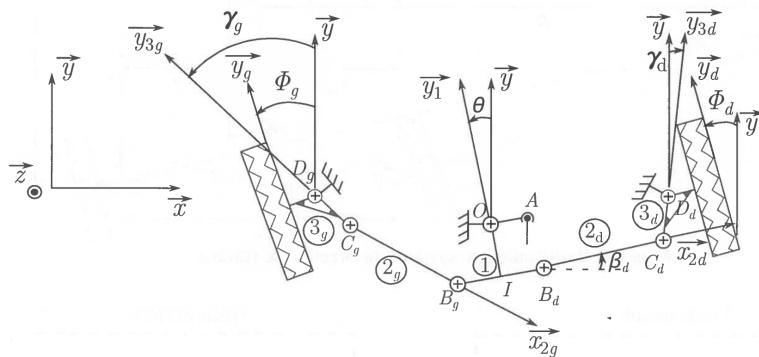


Figure 11 – Paramétrage du système de direction

Le paramètre d'entrée est l'angle θ . Les paramètres que l'on va chercher à déterminer sont les angles Φ_g et Φ_d représentatifs de l'angle de braquage des roues gauche et droite par rapport à l'axe \vec{y} .

On pose alors :



- $(\vec{x}, \vec{x}_1) = (\vec{y}, \vec{y}_1) = \theta$,
- $(\vec{x}, \vec{x}_{2g}) = (\vec{y}, \vec{y}_{2g}) = \beta_g$, $(\vec{x}, \vec{x}_{2d}) = (\vec{y}, \vec{y}_{2d}) = \beta_d$,
- $(\vec{x}, \vec{x}_{3g}) = (\vec{y}, \vec{y}_{3g}) = \gamma_g$, $(\vec{x}, \vec{x}_{3d}) = (\vec{y}, \vec{y}_{3d}) = \gamma_d$,
- $(\vec{y}, \vec{y}_g) = \Phi_g$, $(\vec{y}, \vec{y}_d) = \Phi_d$,
- \vec{y}_g et \vec{y}_d sont des vecteurs représentant la direction de braquage des roues. En ligne droite $\vec{y}_g = \vec{y}_d$,
- $(\vec{y}_{3g}, \vec{y}_g) = \delta_g$ (angle constant) et $(\vec{y}_{3d}, \vec{y}_d) = \delta_d$ (angle constant).

On présente quelques figures géométrales (notamment celles de la partie gauche du train avant).

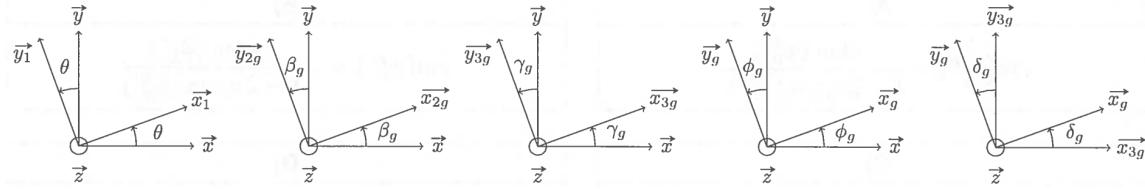


Figure 12 – Figures de changement de repère

Les différents vecteurs de la géométrie du train avant sont donnés ci-dessous :

- $\overrightarrow{OI} = -r \cdot \vec{y}_1$ (Le point O est le centre de rotation de la pièce 1 par rapport au bâti),
- $\overrightarrow{IB_g} = -b \cdot \vec{x}_1, \overrightarrow{IB_d} = b \cdot \vec{x}_1$,
- $\overrightarrow{B_g C_g} = -c \cdot \vec{x}_{2g}, \overrightarrow{B_d C_d} = c \cdot \vec{x}_{2d}$,
- $\overrightarrow{C_g D_g} = d \cdot \vec{y}_{3g}, \overrightarrow{C_d D_d} = d \cdot \vec{y}_{3d}$,
- $\overrightarrow{D_g O} = \frac{v_a}{2} \cdot \vec{x} - e \cdot \vec{y}$,
- $\overrightarrow{D_d O} = -\frac{v_a}{2} \cdot \vec{x} - e \cdot \vec{y}$

Question 22 Justifier l'écriture des deux équations suivantes :

$$-r \cdot \vec{y}_1 - b \cdot \vec{x}_1 - c \cdot \vec{x}_{2g} + d \cdot \vec{y}_{3g} + \frac{v_a}{2} \cdot \vec{x} - e \cdot \vec{y} = \vec{0} \quad (1)$$

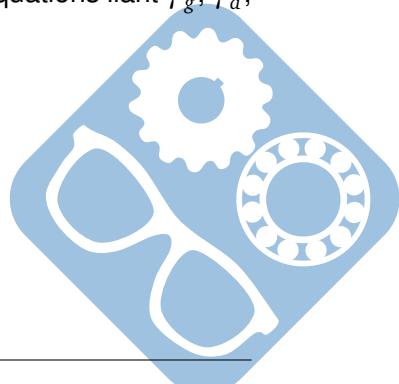
$$-r \cdot \vec{y}_1 + b \cdot \vec{x}_1 + c \cdot \vec{x}_{2d} + d \cdot \vec{y}_{3d} - \frac{v_a}{2} \cdot \vec{x} - e \cdot \vec{y} = \vec{0} \quad (2)$$

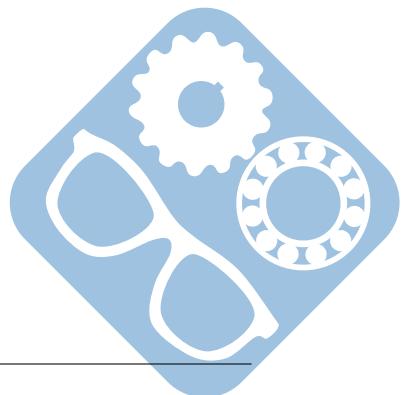
Question 23 A l'aide de la figure 12, déterminer les vecteurs des bases $B_1, B_{2g}, B_{2d}, B_{3g}, B_{3d}$ dans la base B_0 .

Question 24 Écrire les équations de la question 22 dans la base $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$.

Question 25 Après avoir projeté ces équations sur \vec{x} , \vec{y} et \vec{z} exprimer deux équations liant γ_g , γ_d , θ , r , b , c , d , e et v_a (mais pas β_g ni β_d).

Fin de l'épreuve





Correction

Question 1:

$$K_{ad} = K_{im}$$

Question 2:

$$H_{bv}(p) = \frac{K_{am} \cdot H_{mot}}{1 + K_{am} \cdot H_{mot} \cdot K_{cv}} = \frac{\frac{K_{am} \cdot H_{mot}}{1 + K_{am} \cdot K_{mot} \cdot K_{cv}}}{1 + \frac{2 \cdot \xi_{mot} \cdot p}{\omega_{mot} \cdot (1 + K_{am} \cdot K_{mot} \cdot K_{cv})} + \frac{p^2}{\omega_{mot}^2 \cdot (1 + K_{am} \cdot K_{mot} \cdot K_{cv})}}$$

Question 3:

$T_{R5\%}$ est minimal si $\xi_{bv} = 0.69$

$$\begin{aligned} \omega_{bv} &= \omega_{mot} \cdot \sqrt{1 + K_{am} \cdot K_{mot} \cdot K_{cv}} \\ \frac{2 \cdot \xi_{mot}}{\omega_{mot} \cdot (1 + K_{am} \cdot K_{mot} \cdot K_{cv})} &= \frac{2 \cdot \xi_{bv}}{\omega_{bv}} = \frac{2 \cdot 0.69}{\omega_{mot} \cdot \sqrt{1 + K_{am} \cdot K_{mot} \cdot K_{cv}}} \\ \frac{\xi_{mot}}{0.69} &= \sqrt{1 + K_{am} \cdot K_{mot} \cdot K_{cv}} \\ \left(\frac{\xi_{mot}}{0.69}\right)^2 - 1 &= K_{am} \cdot K_{mot} \cdot K_{cv} \\ K_{am} &= \left[\left(\frac{\xi_{mot}}{0.69}\right)^2 - 1 \right] \cdot \frac{1}{K_{mot} \cdot K_{cv}} \end{aligned}$$

Question 4:

$$FTBO(p) = \frac{C(p) \cdot K_{ad} \cdot K_{bv} \cdot K_r \cdot R_r}{\left(1 + \frac{2 \cdot \xi_{bv}}{\omega_{bv}} \cdot p + \frac{p^2}{\omega_{bv}^2}\right) \cdot p}$$

Question 5:

Il s'agit d'un système de classe 1 et d'ordre 3.

Question 6:

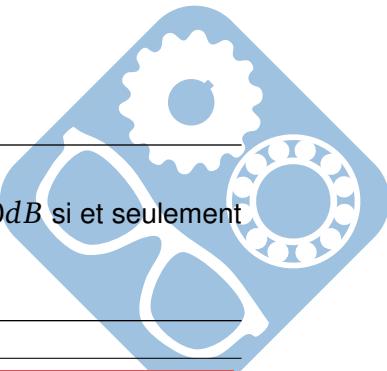
Par lecture $\omega_{bv} = 100 \text{ rad.s}^{-1}$, $K = 1$ (lecture en $\omega = 1 \text{ rad.s}^{-1}$. Il n'y a pas de résonance et pas 2 cassures, donc $\frac{\sqrt{2}}{2} < \xi_{bv} < 2$

Question 7:

$$\begin{aligned} arg(FTBO(j \cdot \omega)) &= arg \left(\frac{C(p) \cdot K_{ad} \cdot K_{bv} \cdot K_r \cdot R_r}{\left(1 + \frac{2 \cdot \xi_{bv}}{\omega_{bv}} \cdot p + \frac{p^2}{\omega_{bv}^2}\right) \cdot p} \right) = -arg \left(\frac{1 + \frac{2 \cdot \xi_{bv}}{\omega_{bv}} \cdot j \cdot \omega - \frac{\omega^2}{\omega_{bv}^2}}{K_p \cdot K_{ad} \cdot K_{bv} \cdot K_r \cdot R_r} \right) - \\ arg(j \cdot \omega) &= -90^\circ - arctan \left(\frac{\frac{2 \cdot \xi_{bv}}{\omega_{bv}} \cdot \omega}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_{bv}^2}} \right) \end{aligned}$$

Question 8:

$20 \cdot \log(|FTBO(j \cdot \omega_{0dB})|) = 0 \text{ dB}$ si et seulement si $\log(|FTBO(j \cdot \omega_{0dB})|) = 0 \text{ dB}$ si et seulement si $-\log \left(\left| \frac{1}{FTBO(j \cdot \omega_{0dB})} \right| \right) = 0 \text{ dB}$



Correction

Question 9:

$$\frac{1}{FTBO(p)} = \frac{\left(1 + \frac{2 \cdot \xi_{bv}}{\omega_{bv}} \cdot p + \frac{p^2}{\omega_{bv}^2}\right) \cdot p}{K_p \cdot K_{ad} \cdot K_{bv} \cdot K_r \cdot R_r} = \frac{\left(\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_{bv}^2}\right) + j \cdot \frac{2 \cdot \xi_{bv} \cdot \omega}{\omega_{bv}}\right) \cdot j \cdot \omega}{K_p \cdot K_{ad} \cdot K_{bv} \cdot K_r \cdot R_r}$$

$$\left| \frac{1}{FTBO(p)} \right| = \frac{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_{bv}^2}\right)^2 + \frac{4 \cdot \xi_{bv}^2 \cdot \omega^2}{\omega_{bv}^2}} \cdot \omega}{K_p \cdot K_{ad} \cdot K_{bv} \cdot K_r \cdot R_r}$$

$20 \cdot \log(|FTBO(j \cdot \omega_{0dB})|) = 0dB$ si et seulement si $\left| \frac{1}{FTBO(j \cdot \omega_{0dB})} \right| = 1$, donc

$$K_p = \frac{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega_{0dB}^2}{\omega_{bv}^2}\right)^2 + \frac{4 \cdot \xi_{bv}^2 \cdot \omega_{0dB}^2}{\omega_{bv}^2}} \cdot \omega_{0dB}}{K_{ad} \cdot K_{bv} \cdot K_r \cdot R_r}$$

Question 10:

$$-90^\circ - \arctan \left(\frac{\frac{2 \cdot \xi_{bv} \cdot \omega_{-135^\circ}}{\omega_{bv}}}{1 - \frac{\omega_{-135^\circ}^2}{\omega_{bv}^2}} \right) = -135$$

$$\arctan \left(\frac{\frac{2 \cdot \xi_{bv} \cdot \omega_{-135^\circ}}{\omega_{bv}}}{1 - \frac{\omega_{-135^\circ}^2}{\omega_{bv}^2}} \right) = 45$$

$$\frac{\frac{2 \cdot \xi_{bv} \cdot \omega_{-135^\circ}}{\omega_{bv}}}{1 - \frac{\omega_{-135^\circ}^2}{\omega_{bv}^2}} = 1$$

$$\frac{2 \cdot \xi_{bv} \cdot \omega_{-135^\circ}}{\omega_{bv}} = 1 - \frac{\omega_{-135^\circ}^2}{\omega_{bv}^2}$$

$$\frac{2 \cdot \xi_{bv} \cdot \omega_{-135^\circ}}{\omega_{bv}} = 1 - \frac{\omega_{-135^\circ}^2}{\omega_{bv}^2}$$

$$\omega_{-135^\circ}^2 + 2 \cdot \xi_{bv} \cdot \omega_{bv} \cdot \omega_{-135^\circ} - \omega_{bv}^2 = 0$$

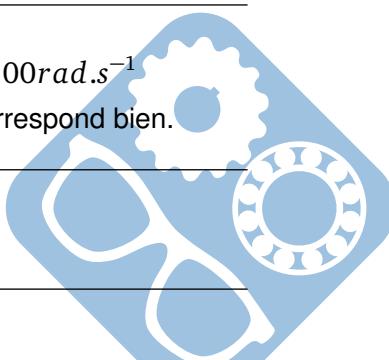
$$\Delta = 4 \cdot \xi_{bv}^2 \cdot \omega_{bv}^2 + 4 \cdot \omega_{bv}^2 = 4 \cdot \omega_{bv}^2 \cdot (\xi_{bv}^2 + 1)$$

$$\omega_{-135^\circ} = \omega_{bv} \cdot (\sqrt{\xi_{bv}^2 + 1} - \xi_{bv})$$

Question 11:

On détermine graphiquement $\omega_{-135^\circ} = 40 \text{ rad.s}^{-1}$ et on avait montré que $\omega_{bv} = 100 \text{ rad.s}^{-1}$

$$\text{Donc } \omega_{bv} \cdot (\sqrt{\xi_{bv}^2 + 1} - \xi_{bv}) = 100 \cdot (\sqrt{1+1} - 1) = 100 \cdot 0.4 = 40, \text{ cela correspond bien.}$$



Question 12:

Cette valeur est compatible avec la fourchette déterminée précédemment.

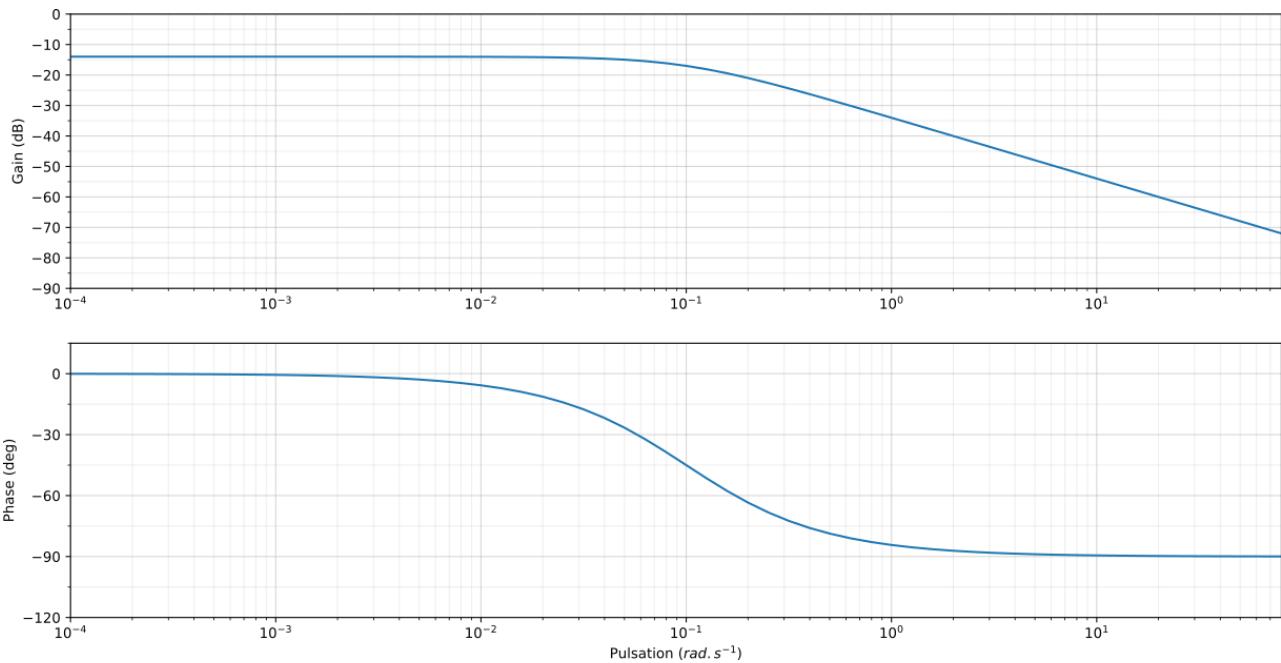
Question 13:

Correction

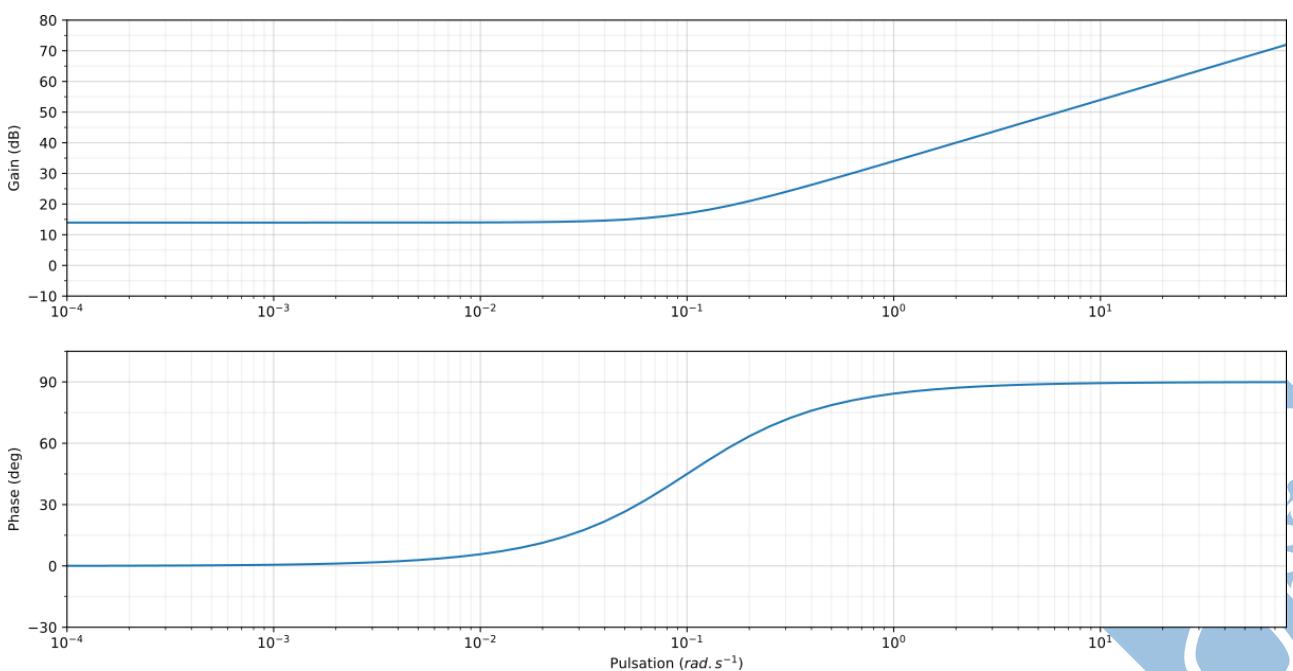
$$H_{cor(p)} = K_p + \frac{K_i}{p} = \frac{K_p \cdot p + K_i}{p} = \frac{1 + \frac{K_p}{K_i} \cdot p}{\frac{1}{K_i} p} = K_p \cdot \frac{1 + \frac{K_p}{K_i} \cdot p}{\frac{K_p}{K_i} p}$$

Donc, $K_{cor} = K_p$ et $T_i = \frac{K_p}{K_i}$

Question 14:

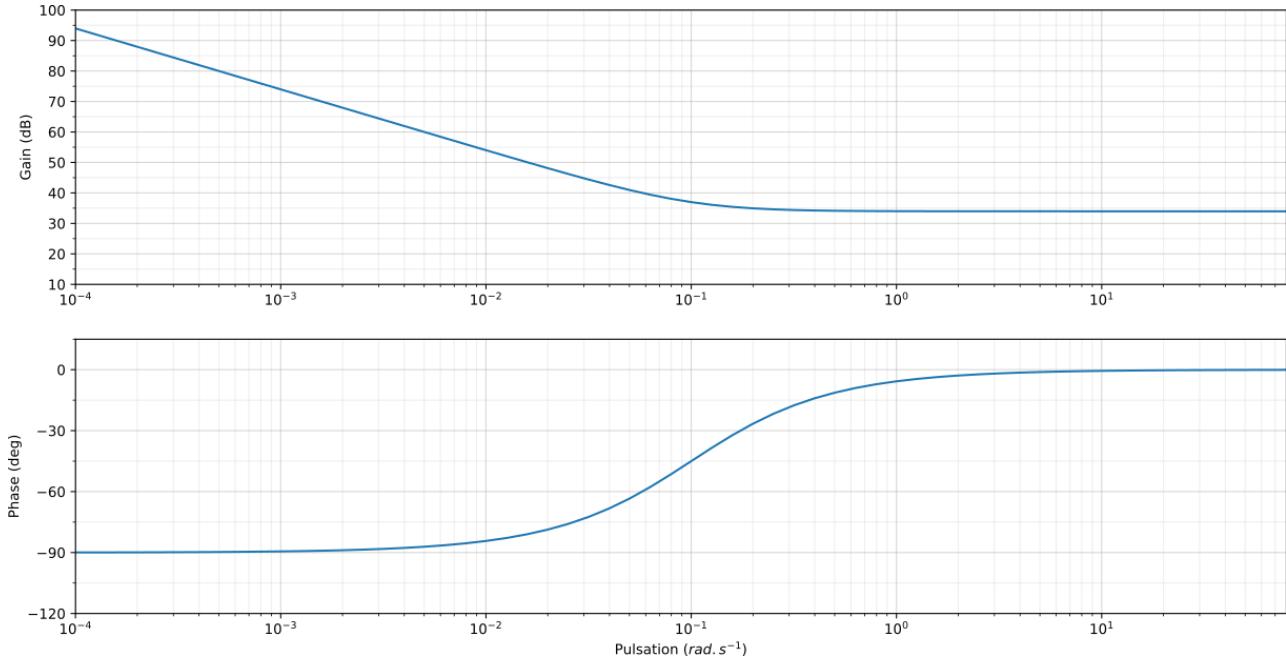


Question 15:



Correction

Question 16:



Question 17:

Il s'agit d'une saturation.

Question 18:

$$\tan(\Phi) = \frac{MF}{MO_0} \text{ et } \tan(q \cdot \Phi) = \frac{RM}{MO_0}$$

$$\text{Donc, } \frac{MF}{\tan(\Phi)} = \frac{RM}{\tan(q \cdot \Phi)}$$

Question 19:

$$RM + MF = L, \text{ donc } RM = L \cdot \frac{\tan(q \cdot \Phi)}{\tan(\Phi) + \tan(q \cdot \Phi)} \text{ et } MF = L \cdot \frac{\tan(\Phi)}{\tan(\Phi) + \tan(q \cdot \Phi)}$$

Question 20:

$$\tan(\Phi) = \frac{MF}{\rho} \text{ et } MF = L \cdot \frac{\tan(\Phi)}{\tan(\Phi) + \tan(q \cdot \Phi)}, \text{ donc } \rho = L \cdot \frac{1}{\tan(\Phi) + \tan(q \cdot \Phi)}$$

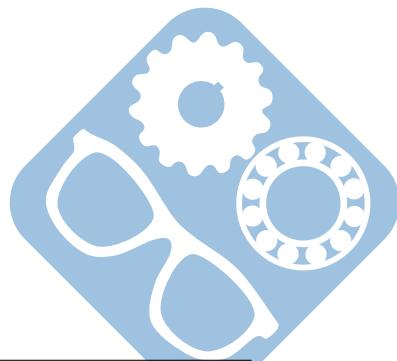
Question 21:

$$\tan(\Phi_g^{th}) = \frac{\frac{L}{2}}{\rho - \frac{v_a}{2}}$$

$$\text{Donc, } \rho = \frac{v_a}{2} + \frac{\frac{L}{2}}{\tan(\Phi_g^{th})}$$

$$\tan(\Phi_d^{th}) = \frac{\frac{L}{2}}{\rho + \frac{v_a}{2}}$$

$$\text{Donc, } \rho = -\frac{v_a}{2} + \frac{\frac{L}{2}}{\tan(\Phi_d^{th})}$$



Correction

Donc, $\tan(\Phi_g^{th}) = \frac{L \cdot \tan(\Phi_d^{th})}{L - 2 \cdot v_a \cdot \tan(\Phi_d^{th})}$ et $\tan(\Phi_d^{th}) = \frac{L \cdot \tan(\Phi_g^{th})}{L + 2 \cdot v_a \cdot \tan(\Phi_g^{th})}$

Question 22:

$$\overrightarrow{OI} + \overrightarrow{IB_g} + \overrightarrow{B_g C_g} + \overrightarrow{C_g D_g} + \overrightarrow{D_g O} = \vec{0}$$

$$\text{Donc, } -r \cdot \vec{y}_1 - b \cdot \vec{x}_1 - c \cdot \vec{x}_{2g} + d \cdot \vec{y}_{3g} + \frac{v_a}{2} \cdot \vec{x} - e \cdot \vec{y} = \vec{0}$$

$$\overrightarrow{OI} + \overrightarrow{IB_d} + \overrightarrow{B_d C_d} + \overrightarrow{C_d D_d} + \overrightarrow{D_d O} = \vec{0}$$

$$\text{Donc, } -r \cdot \vec{y}_1 + b \cdot \vec{x}_1 + c \cdot \vec{x}_{2d} + d \cdot \vec{y}_{3d} - \frac{v_a}{2} \cdot \vec{x} - e \cdot \vec{y} = \vec{0}$$

Question 23:

$$\begin{cases} \vec{x}_1 = \cos(\theta) \cdot \vec{x} + \sin(\theta) \cdot \vec{y} \\ \vec{y}_1 = -\sin(\theta) \cdot \vec{x} + \cos(\theta) \cdot \vec{y} \\ \vec{z}_1 = \vec{z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \vec{x}_{2g} = \cos(\beta_g) \cdot \vec{x} + \sin(\beta_g) \cdot \vec{y} \\ \vec{y}_{2g} = -\sin(\beta_g) \cdot \vec{x} + \cos(\beta_g) \cdot \vec{y} \\ \vec{z}_{2g} = \vec{z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \vec{x}_{2d} = \cos(\beta_d) \cdot \vec{x} + \sin(\beta_d) \cdot \vec{y} \\ \vec{y}_{2d} = -\sin(\beta_d) \cdot \vec{x} + \cos(\beta_d) \cdot \vec{y} \\ \vec{z}_{2d} = \vec{z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \vec{x}_{3g} = \cos(\gamma_g) \cdot \vec{x} + \sin(\gamma_g) \cdot \vec{y} \\ \vec{y}_{3g} = -\sin(\gamma_g) \cdot \vec{x} + \cos(\gamma_g) \cdot \vec{y} \\ \vec{z}_{3g} = \vec{z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \vec{x}_{3d} = \cos(\gamma_d) \cdot \vec{x} + \sin(\gamma_d) \cdot \vec{y} \\ \vec{y}_{3d} = -\sin(\gamma_d) \cdot \vec{x} + \cos(\gamma_d) \cdot \vec{y} \\ \vec{z}_{3d} = \vec{z} \end{cases}$$

Question 24:

$$-r \cdot \vec{y}_1 - b \cdot \vec{x}_1 - c \cdot \vec{x}_{2g} + d \cdot \vec{y}_{3g} + \frac{v_a}{2} \cdot \vec{x} - e \cdot \vec{y} = \vec{0}$$

$$-r \cdot (-\sin(\theta) \cdot \vec{x} + \cos(\theta) \cdot \vec{y}) - b \cdot (\cos(\theta) \cdot \vec{x} + \sin(\theta) \cdot \vec{y}) - c \cdot (\cos(\beta_g) \cdot \vec{x} + \sin(\beta_g) \cdot \vec{y}) + d \cdot (-\sin(\gamma_g) \cdot \vec{x} + \cos(\gamma_g) \cdot \vec{y}) + \frac{v_a}{2} \cdot \vec{x} - e \cdot \vec{y} = \vec{0}$$

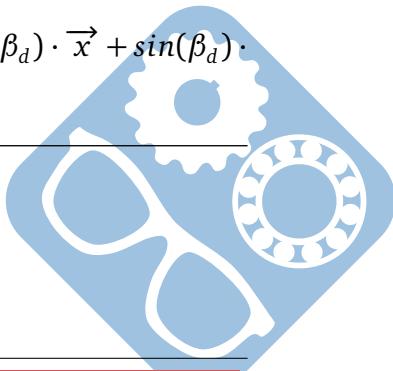
$$-r \cdot \vec{y}_1 + b \cdot \vec{x}_1 + c \cdot \vec{x}_{2d} + d \cdot \vec{y}_{3d} - \frac{v_a}{2} \cdot \vec{x} - e \cdot \vec{y} = \vec{0}$$

$$-r \cdot (-\sin(\theta) \cdot \vec{x} + \cos(\theta) \cdot \vec{y}) + b \cdot (\cos(\theta) \cdot \vec{x} + \sin(\theta) \cdot \vec{y}) + c \cdot (\cos(\beta_d) \cdot \vec{x} + \sin(\beta_d) \cdot \vec{y}) + d \cdot (-\sin(\gamma_d) \cdot \vec{x} + \cos(\gamma_d) \cdot \vec{y}) - \frac{v_a}{2} \cdot \vec{x} - e \cdot \vec{y} = \vec{0}$$

Question 25:

$$r \cdot \sin(\theta) - b \cdot \cos(\theta) - c \cdot \cos(\beta_g) - d \cdot \sin(\gamma_g) + \frac{v_a}{2} = 0$$

$$-r \cdot \cos(\theta) - b \cdot \sin(\theta) - c \cdot \sin(\beta_g) + d \cdot \cos(\gamma_g) - e = 0$$



Correction

$$\beta_g = \arccos \left(\frac{r \cdot \sin(\theta) - b \cdot \cos(\theta) - d \cdot \sin(\gamma_g) + \frac{v_a}{2}}{c} \right)$$

$$-r \cdot \cos(\theta) - b \cdot \sin(\theta) - c \cdot \sin \left(\arccos \left(\frac{r \cdot \sin(\theta) - b \cdot \cos(\theta) - d \cdot \sin(\gamma_g) + \frac{v_a}{2}}{c} \right) \right) + d \cdot$$

$$\cos(\theta) - e = 0$$

$$r \cdot \sin(\theta) + b \cdot \cos(\theta) + c \cdot \cos(\beta_d) - d \cdot \sin(\gamma_d) - \frac{v_a}{2} = 0$$

$$-r \cdot \cos(\theta) + b \cdot \sin(\theta) + c \cdot \sin(\beta_d) + d \cdot \cos(\gamma_d) - e = 0$$

$$\beta_d = \arccos \left(\frac{-r \cdot \sin(\theta) - b \cdot \cos(\theta) + d \cdot \sin(\gamma_d) + \frac{v_a}{2}}{c} \right)$$

$$-r \cdot \cos(\theta) + b \cdot \sin(\theta) + c \cdot \sin \left(\arccos \left(\frac{-r \cdot \sin(\theta) - b \cdot \cos(\theta) + d \cdot \sin(\gamma_d) + \frac{v_a}{2}}{c} \right) \right) + d \cdot$$

$$\cos(\gamma_d) - e = 0$$

