

DS 05- Robot Trooper

Avec Correction

PTSI

Samedi 18 mars 2023

Table des matières

- | | |
|----------------------------------------|----|
| I Problématique et objectif | 2 |
| II Cahier des charges | 2 |
| III Déplacement du robot | 4 |
| IV Prise des pots | 10 |
| V Proposition d'une solution technique | 15 |

Robot Trooper

I Problématique et objectif

En culture hors-sol (figure 1), il faut constamment déplacer les pots pour profiter de la lumière, pour regrouper les cultures, isoler celles qui posent problème, ... Ce travail est pénible physiquement et les pépiniéristes peinent à trouver de la main d'œuvre pour réaliser ces tâches quotidiennes difficiles.

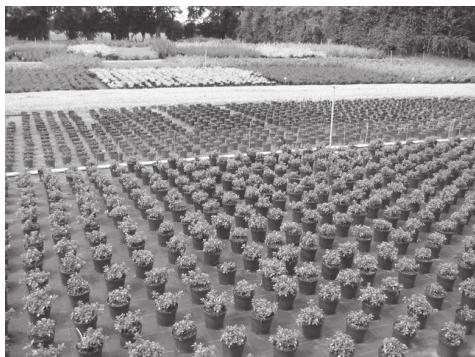


Figure 1 – Exemple de culture hors-sol



Figure 2 – Robot TROOPER de la société INSTAR ROBOTICS

La Startup INSTAR ROBOTICS, spécialisée dans le développement de robots d'assistance, a conçu le robot TROOPER qui permet de répondre à ce besoin (figure 2).

L'objectif du travail proposé dans cette épreuve est de justifier les solutions techniques retenues par la société INSTAR ROBOTICS dans le but de respecter le cahier des charges élaboré en partenariat avec des pépiniéristes.

II Cahier des charges

Les spécifications que doit respecter le robot sont directement liées aux contraintes imposées par la culture hors-sol.

Une des contraintes majeures est la vitesse à laquelle le robot doit se déplacer et réaliser les opérations de prise/dépose de pots afin d'être si possible aussi rapide qu'une personne.

Un exemple de tâche à réaliser consiste à déplacer 4 rangées de 6 pots d'une zone à une autre. Le robot doit prendre les 6 pots de la rangée 1 de la zone 1, puis les déplacer dans la rangée 1 de la zone 2, de même pour les autres rangées.

On note T_p le temps de prise d'une rangée de 6 pots, égal au temps de dépose (ce temps inclut toutes les manœuvres et est estimé à 30 s). On suppose que le robot se déplace à la vitesse constante V en ligne droite sur une distance $L = 10m$ séparant les rangées de chaque zone (figure 3). La distance entre deux rangées d'une zone est notée $\ell = 50cm$.

Un employé qui utilise un chariot à pousser (pour déplacer 6 pots à chaque fois) met un temps total T_m pour réaliser cette tâche de repositionnement de 4 rangées de pots.

Question 1 Déterminer la vitesse V , supposée constante, à laquelle doit se déplacer le robot en ligne droite pour réaliser la tâche au maximum en T_m secondes en fonction de L , ℓ , T_m et T_p . Faire l'application numérique pour une durée T_m de 320 secondes.

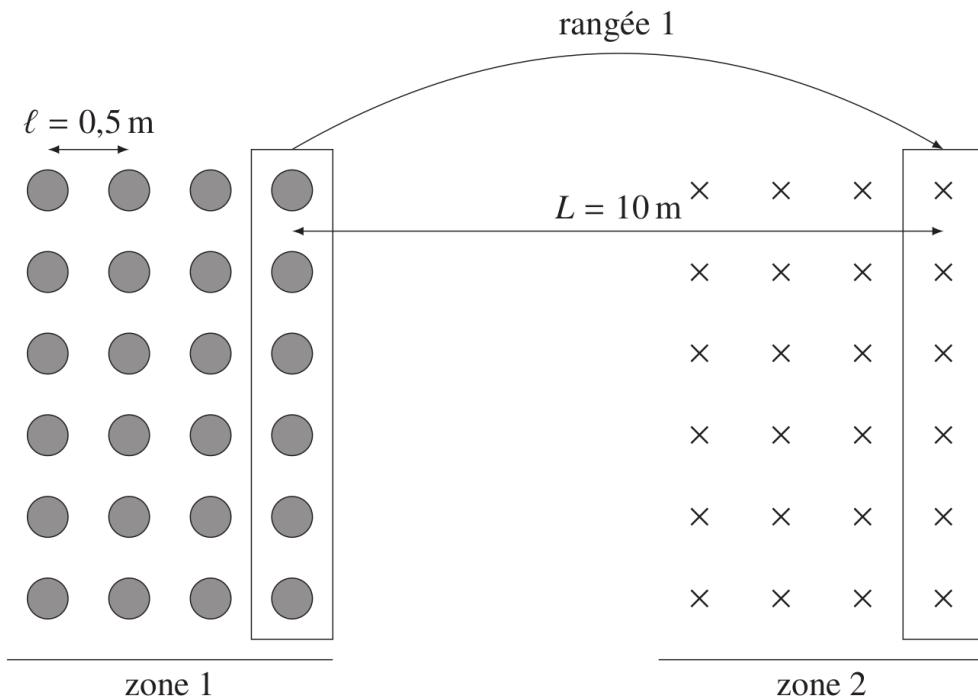


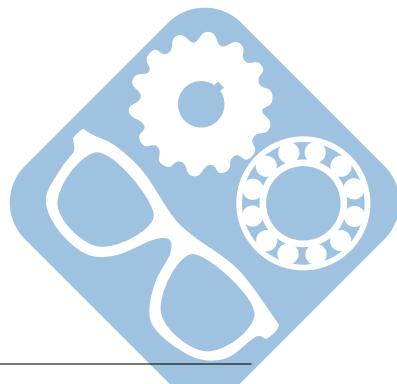
Figure 3 – Tâche à effectuer par le robot

Les autres éléments du cahier des charges pourraient être justifiés de la même manière. Le diagramme des exigences de la figure 4 liste les éléments principaux utiles pour le dimensionnement du robot.

Le robot est constitué de plusieurs chaînes d'énergie et d'information. Nous analyserons dans un premier temps les chaînes d'énergie et d'information relatives au déplacement du robot, puis, dans un second temps, celles relatives à la prise et dépose des pots.

Pour se déplacer, le robot utilise deux roues motorisées indépendantes à l'avant et deux roues folles à l'arrière. Le robot embarque une batterie pouvant délivrer jusqu'à 100 Volts. Une carte de commande dédiée à chaque moteur utilise l'information d'un codeur incrémental monté sur chaque axe moteur pour donner des ordres au hacheur pilotant ce même moteur. Un réducteur permet d'adapter la vitesse de rotation du moteur pour la transmettre à la roue. Pour permettre au robot de se diriger correctement, un dispositif LIDAR (Laser Imaging Detection And Ranging : émetteur/récepteur infrarouge) fournit des informations sur l'environnement à un micro-ordinateur qui se charge d'envoyer des consignes aux cartes de commande des moteurs. L'utilisateur peut communiquer avec le robot à l'aide d'une tablette en Bluetooth.

Question 2 À l'aide des informations ci-dessus, compléter les chaînes d'énergie et d'information pour le déplacement du robot.



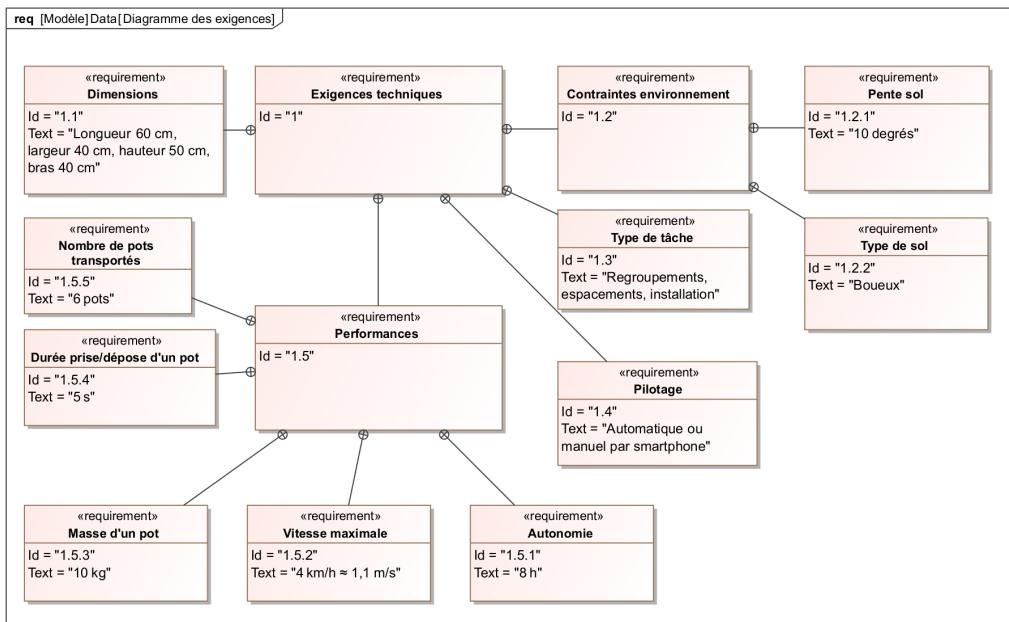


Figure 4 – Diagramme des exigences du robot Trooper

III Déplacement du robot

Nous allons montrer tout d'abord la nécessité d'asservir en vitesse les moteurs pour assurer un déplacement correct du robot.

III.1 Nécessité d'un asservissement en vitesse

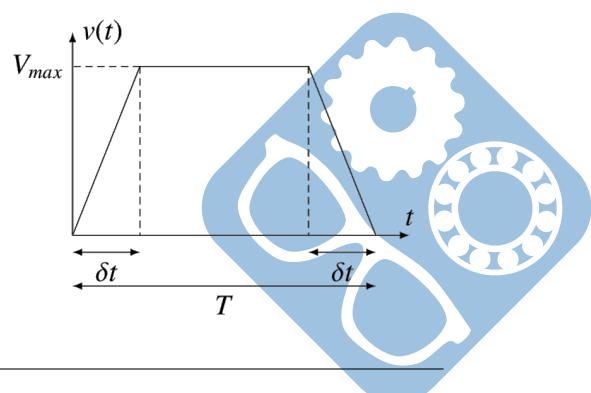
Chaque roue motorisée du robot a pour rayon $r = 15\text{cm}$ et le rapport de réduction du réducteur associé à chaque moteur vaut $k_r = \frac{1}{40}$.

Les caractéristiques d'un moteur sont :

- $J_m = 3,4 \cdot 10^{-3} \text{kg} \cdot \text{m}^2$ moment d'inertie de l'ensemble motoréducteur ramené sur l'arbre moteur,
- $k_m = 0,2 \text{Nm} \cdot \text{A}^{-1}$ constante de couple (égale à la constante de vitesse),
- $R_m = 1\Omega$ résistance interne du moteur,
- vitesse maximale du moteur égale à $3000 \text{tr} \cdot \text{min}^{-1}$.

Question 3 Vérifier que les éléments choisis permettent de respecter le critère de vitesse maximale défini dans le diagramme des exigences.

On souhaite que le robot se déplace selon une loi trapèze de vitesse avec V_{max} la vitesse maximale du robot (du diagramme des exigences) pour parcourir une distance $D = 10\text{m}$. On donne le temps total $T = 10\text{s}$ et on cherche la durée d'accélération égale à la durée de décélération δt . Pour la question suivante, on suppose, de manière simplifiée, que le robot suit parfaitement cette consigne.



Question 4 Déterminer l'expression du temps δt pour respecter le déplacement souhaité en fonction de D , T et V_{max} . Faire l'application numérique.

On suppose que les deux moteurs sont identiques. Les équations qui caractérisent le comportement en ligne droite du robot sont les suivantes :

$$u_m(t) = R_m i_m(t) + k_m \omega_m(t) \quad (1)$$

$$2C_m(t) - C_r(t) = J \frac{d\omega_m(t)}{dt} \quad (2)$$

$$C_m(t) = k_m i_m(t) \quad (3)$$

$$v(t) = k_t \omega_m(t) \quad (4)$$

Avec $\omega_m(t)$ est la vitesse angulaire d'un moteur, $u_m(t)$ la tension de commande d'un moteur, $i_m(t)$ le courant traversant chaque moteur et $C_m(t)$ le couple exercé par un moteur.

$C_r(t)$ est un couple résistant global supposé nul dans un premier temps pour Q5 et Q6. J est le moment d'inertie équivalent de l'ensemble en mouvement ramené sur un arbre moteur. $v(t)$ est la vitesse du robot en ligne droite par rapport au sol.

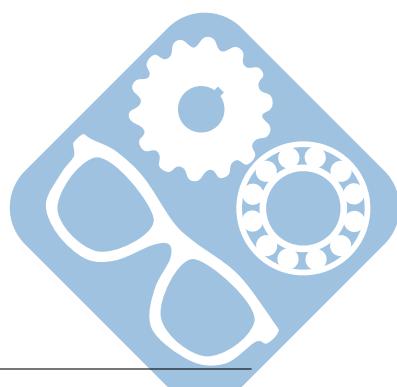
Question 5 Déterminer l'équation différentielle vérifiée par $v(t)$ avec $u_m(t)$ comme entrée. Vérifier que $v(t) = \alpha_0(t - \tau_m + \tau_m e^{\frac{-t}{\tau_m}})$ est solution de l'équation différentielle pour une consigne de tension $u_m(t) = \frac{u_0}{\delta t} \cdot t \cdot u(t)$, où $u(t)$ est un échelon unitaire. On suppose que $v(0) = 0$. On donnera l'expression de α_0 et τ_m en fonction de u_0 , δt et des constantes intervenant dans les équations du moteur.

La figure 5 montre la réponse du robot à une tension de commande en trapèze. La courbe de vitesse simulée est tracée ainsi que la courbe de vitesse de consigne fournie.

Question 6 En s'aidant de l'expression de la vitesse donnée précédemment, estimer la valeur de τ_m à partir de la courbe de vitesse réelle. Faire apparaître le tracé sur la figure du Document Réponse.

Au regard des simulations effectuées, on constate qu'on peut confondre la vitesse de consigne avec la vitesse simulée et ainsi travailler directement avec le profil de vitesse de consigne pour des études cinématiques.

Le robot évolue sur un terrain souvent boueux et accidenté, ce qui engendre des perturbations sur les roues, le robot ne se déplace alors plus à la vitesse souhaitée. De plus, pour des courants trop faibles, les roues ne tournent pas à cause des frottements. La vitesse de déplacement du robot est donc asservie à une vitesse de consigne notée $v_c(t)$.



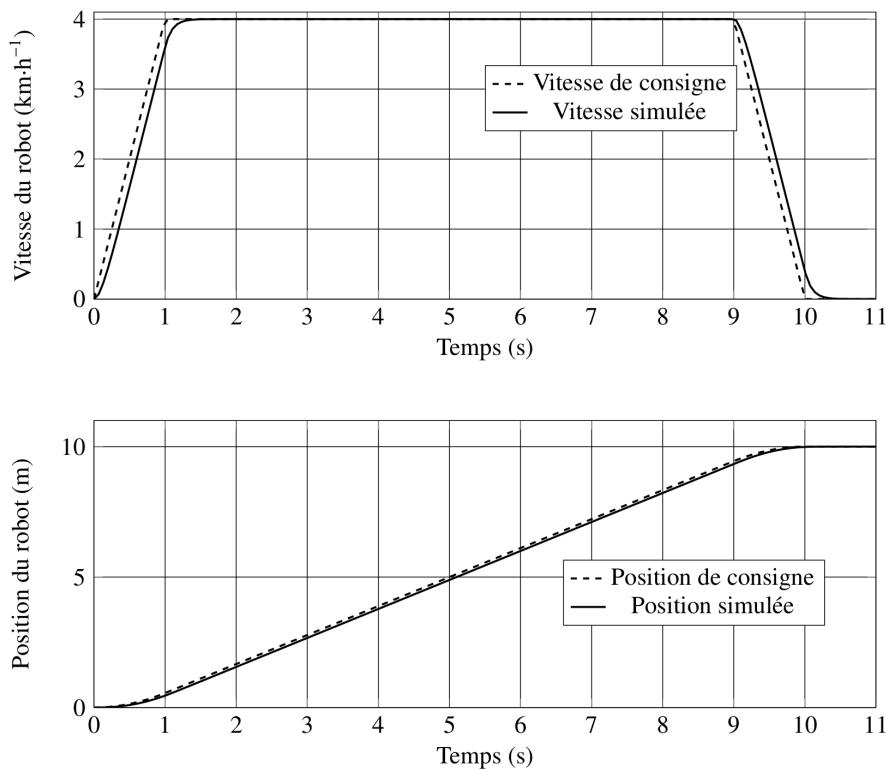


Figure 5 – Simulation du déplacement du robot en réponse à une consigne en trapèze

Un adaptateur de gain K_a convertit la consigne $v_c(t)(m \cdot s^{-1})$ en une valeur numérique notée $n_c(t)$.

Cette valeur numérique est comparée à l'image $n_m(t)$ de la vitesse de rotation des moteurs $\omega_m(t)$ déterminée à l'aide d'un codeur incrémental de gain K_c . Celui-ci délivre 628 informations (ou inc) par tour de moteur.

L'écart $\varepsilon(t)$ ainsi formé est adapté par un ensemble correcteur amplificateur dont la fonction de transfert sera notée $C(p)$ pour fournir la tension d'alimentation $u_m(t)$ aux moteurs.

La vitesse de rotation des moteurs $\omega_m(t)$ est adaptée par l'ensemble réducteur-roue de gain k_t pour obtenir la vitesse $v(t)$ de déplacement du robot.

Des perturbations sur les moteurs sont prises en compte sous la forme d'un couple résistant noté $C_r(t)$.

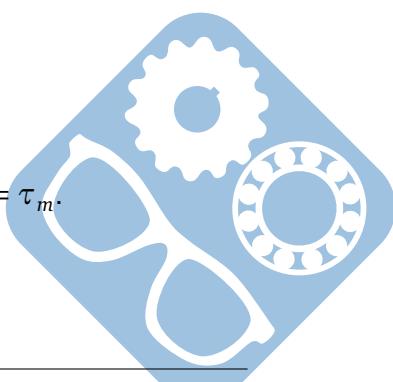
Question 7 À partir des équations (1), (2) et (3), déterminer la relation $\Omega_m(p) = H_m(p).U_m(p) + H_r(p).C_r(p)$ où l'on précisera l'expression de $H_m(p)$ et $H_r(p)$ sous forme canonique.

Question 8 Compléter le schéma-bloc de l'asservissement de vitesse linéaire du robot en utilisant les indications précédentes. Préciser la valeur numérique de K_c en inc/rad . Donner l'expression de K_a permettant d'assurer un asservissement correct.

On choisit de prendre un correcteur de la forme $C(p) = K_p \frac{1 + \tau_i p}{\tau_i p}$.

Question 9 Nommer le correcteur et justifier le choix de ce correcteur.

On prend pour valeur de τ_i la valeur de la constante de temps du moteur : $\tau_i = \tau_m$.



Compte tenu de la valeur choisie pour K_a , le schéma-bloc de l'asservissement de vitesse peut être mis sous forme de schéma-bloc à retour unitaire dont la Fonction de Transfert en Boucle Ouverte est :

$$FTBO(p) = C(p) \frac{K_m K_c}{1 + \tau_m p}$$

avec $K_m K_c = 500 \text{ inc} \cdot s^{-1} \cdot V^{-1}$ et $\tau_m = 0,1 \text{ s}$.

Question 10 Déterminer la valeur de K_p pour que le temps de réponse à 5% en boucle fermée soit égal à 0,3 s.

La figure 6 représente la réponse du robot pour une consigne en trapèze en utilisant un correcteur bien réglé et en prenant en compte des perturbations de type **frottement sec**. Pour prendre en compte le couple C_r dans la simulation, un bloc non-linéaire a été introduit dans le schéma-bloc pour aboutir à cette réponse.

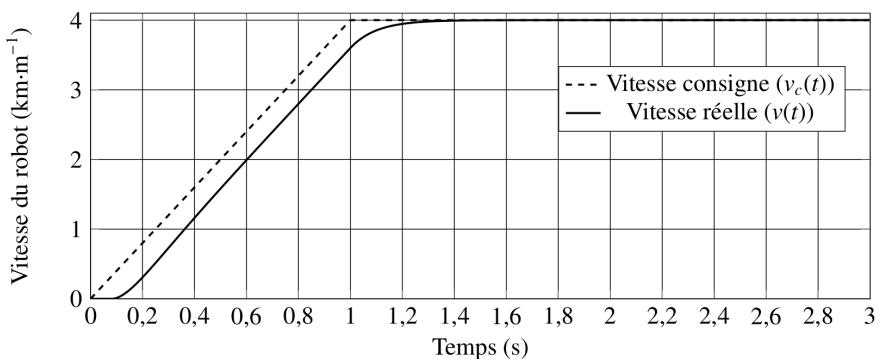


Figure 6 – Simulation de la vitesse du robot asservi en réponse à une consigne en trapèze

Question 11 Entourer sur la courbe la zone qui montre que la perturbation a été prise en compte. Préciser quelle non-linéarité (à choisir parmi saturation, seuil, hystérésis) a été retenue. Conclure sur la pertinence de l'asservissement de vitesse mis en place vis-à-vis des performances attendues.

III.2 Comportement en pente

La motorisation retenue permet de déplacer le robot sur sol horizontal même en présence d'une perturbation de type frottement sec. Il faut cependant vérifier qu'elle permet également au robot de gravir des pentes comme indiqué dans le diagramme des exigences (Id 1.2.1), ce qui correspond à une perturbation supplémentaire.

On se place dans le cas où le robot supporte 6 pots de masse $m = 10 \text{ kg}$ chacun. On note $M = 60 \text{ kg}$ la masse du robot. On associe au sol le repère $(O, \vec{x}, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ incliné d'un angle $\alpha = (\vec{y}, \vec{y}_0) = (\vec{z}, \vec{z}_0)$ constant par rapport à l'horizontale.

Le robot se déplace en ligne droite selon (O, \vec{y}_0) à la vitesse $v(t)$, en phase de montée. On note $C_m(t)$ le couple appliqué par chaque moteur pour faire avancer le robot. Les liaisons sont toutes supposées parfaites énergétiquement et le robot roule sans glisser sur le sol (figure 7).

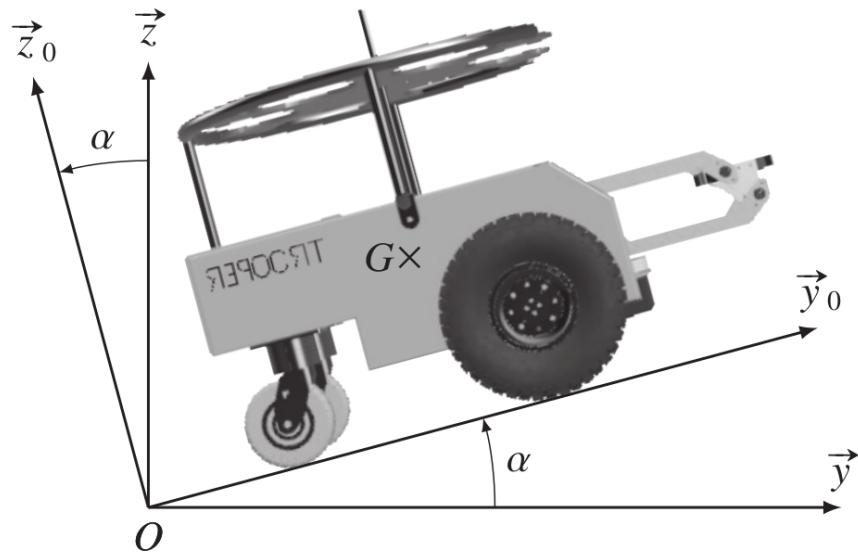


Figure 7 – Paramétrage pour l'étude en pente du robot (représenté sans les pots)

On rappelle que $v(t) = k_t \omega_m(t)$. On négligera l'inertie des réducteurs et des roues.

Une application du théorème de l'énergie cinétique au robot en mouvement, a permis d'écrire l'équation qui décrit le mouvement du robot en pente suivante :

$$M_{eq} \frac{dv(t)}{dt} = \frac{1}{r_{eq}} C_m(t) - F_{r,eq}.$$

Avec $M_{eq} = M + 6m$, $r_{eq} = \frac{k_t}{2}$ et $F_{r,eq} = (M + 6m)g \sin \alpha$.

Pour vérifier le dimensionnement des moteurs, on utilise les valeurs suivantes pour les constantes précédentes : $M_{eq} \approx 120\text{kg}$, $r_{eq} \approx 2 \cdot 10^{-3}\text{m}$, $F_{r,eq} \approx 200\text{N}$.

On considère à nouveau la loi de pilotage définie précédemment sous forme de trapèze avec $V_{max} = 1,1\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, $\delta t = 1\text{s}$ et $T = 10\text{s}$.

Question 12 Tracer l'évolution de $C_m(t)$ au cours du temps compte tenu de l'évolution souhaitée de $v(t)$. Préciser les valeurs caractéristiques sous forme littérale, puis numérique.

Question 13 À l'aide des équations du moteur, déterminer le couple maximal développé par un moteur lorsqu'il est alimenté sous 100V. Vérifier alors que la motorisation est adaptée à une montée en pente du robot.

III.3 Pilotage du robot

La société qui développe le robot propose une application sur tablette qui permet, soit de piloter manuellement le robot, soit de lui faire réaliser des tâches automatisées.

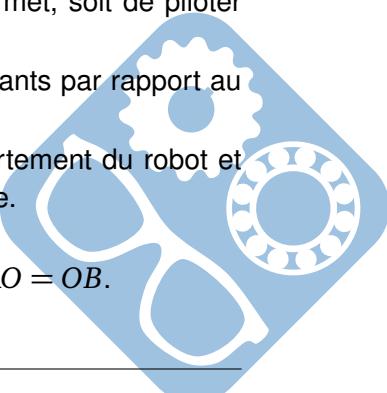
Pour cela, le robot utilise le LIDAR qui détermine la position des pots environnants par rapport au robot.

Pour pouvoir se déplacer dans toutes les directions, il faut contrôler le comportement du robot et notamment définir correctement les consignes de vitesse de chaque roue motorisée.

Le paramétrage du robot est donné sur la figure 8.

La distance séparant les centres des roues motrices au point O est notée $e = AO = OB$.

Le rayon d'une roue est noté r .



On suppose que le mouvement du robot noté 1 par rapport au sol noté 0 est défini par le torseur cinématique $\{V_{1/0}\} = \begin{Bmatrix} \dot{\theta}\vec{z} \\ V\vec{y}_1 \end{Bmatrix}$. On note A' le point de contact de la roue gauche avec le sol et B' le point de contact de la roue droite avec le sol. On note ω_d (respectivement ω_g) les vitesses de rotation des roues droite (notée d) et gauche (notée g) par rapport au robot 1.

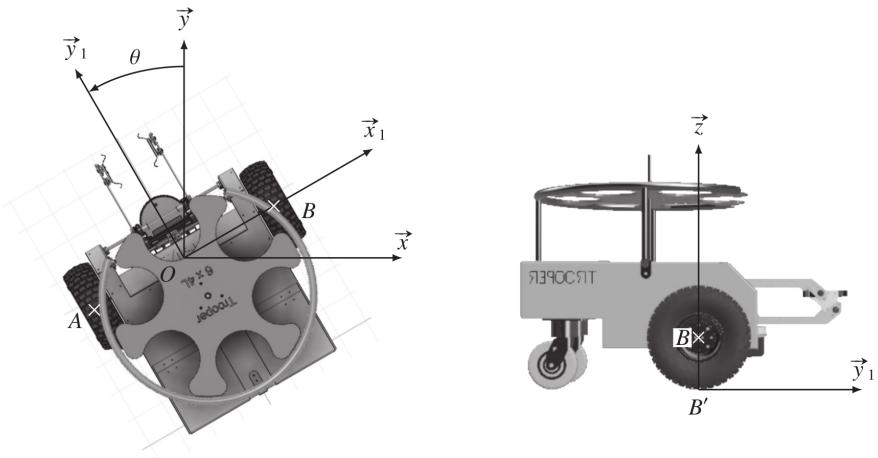


Figure 8 – Paramétrage du robot en virage

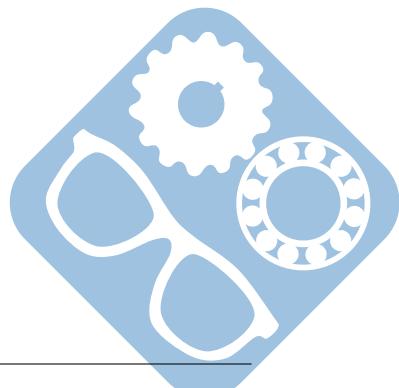
Question 14 Déterminer la vitesse $\vec{V}(A' \in g/0)$ en fonction de V , ω_g , $\dot{\theta}$, e et r . De même, sans détailler les calculs, donner l'expression de $\vec{V}(B' \in d/0)$ en fonction de V , ω_d , $\dot{\theta}$, e et r .

Question 15 En utilisant l'hypothèse de roulement sans glissement en A' et en B', montrer que $\dot{\theta} = C_1(\omega_g - \omega_d)$ et $V = -C_2(\omega_d + \omega_g)$ où C_1 et C_2 sont des constantes positives à exprimer en fonction des données.

Il existe deux modes de pilotage manuel (figure 9).

Dans le premier cas (pilotage direct), on contrôle la vitesse de chaque roue grâce à deux curseurs : le robot est difficile à déplacer.

Dans le second cas (pilotage indirect), un premier curseur permet de spécifier la vitesse du centre du robot entre $-V_c$ et $+V_c$ et un autre curseur permet de contrôler la vitesse de rotation du robot $\dot{\theta}$ entre $-\omega_c$ et $+\omega_c$ (rotation autour de l'axe (O, \vec{z})). En utilisant le curseur de vitesse d'avance uniquement on peut faire avancer ou reculer le robot. Si on utilise uniquement le deuxième curseur (vitesse de rotation du robot), on peut le faire tourner sur place vers la gauche ou vers la droite.



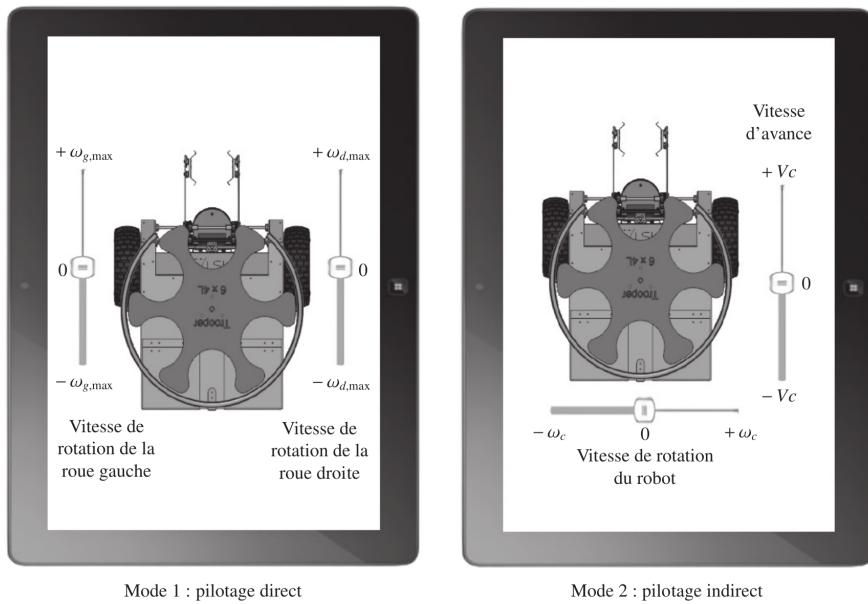


Figure 9 – Application de pilotage du robot

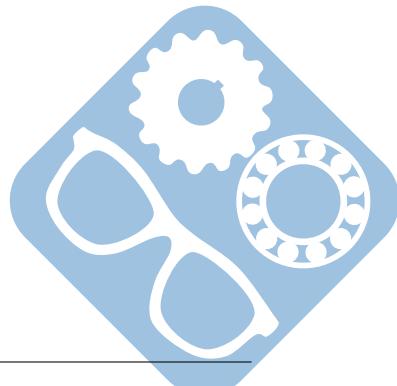
Question 16 Indiquer les consignes qu'il faut imposer à chaque roue pour obtenir les quatre déplacements souhaités en fonction de C_1 , C_2 , V_c et ω_c .

IV Prise des pots

La deuxième fonction principale du robot est de pouvoir prendre et déposer des pots d'une taille donnée. L'objectif de cette partie est d'analyser le mécanisme de prise et dépose des pots.

IV.1 Solution brevetée

La société INSTAR ROBOTICS a déposé un brevet concernant la solution permettant de prendre les pots (figure 10). Cette solution utilise deux moteurs, l'un pour rapprocher les bras et l'autre pour les lever et placer un pot dans une zone pouvant contenir 6 pots (magasin). Des capteurs permettent de détecter lorsque les bras sont en position ouverte (bras complètement écartés) ou en position fermée (pinces en contact l'une avec l'autre). De même, des capteurs permettent de détecter la position haute et la position basse des bras. En position haute, il suffit d'ouvrir les bras pour que le pot soit bien placé dans la zone de stockage des pots. Pour détecter qu'il est possible de lever un pot, le courant i parcourant les moteurs est utilisé. S'il dépasse une valeur i_0 , cela veut dire que le pot est serré suffisamment fort entre les deux mains et qu'il est possible de le lever.



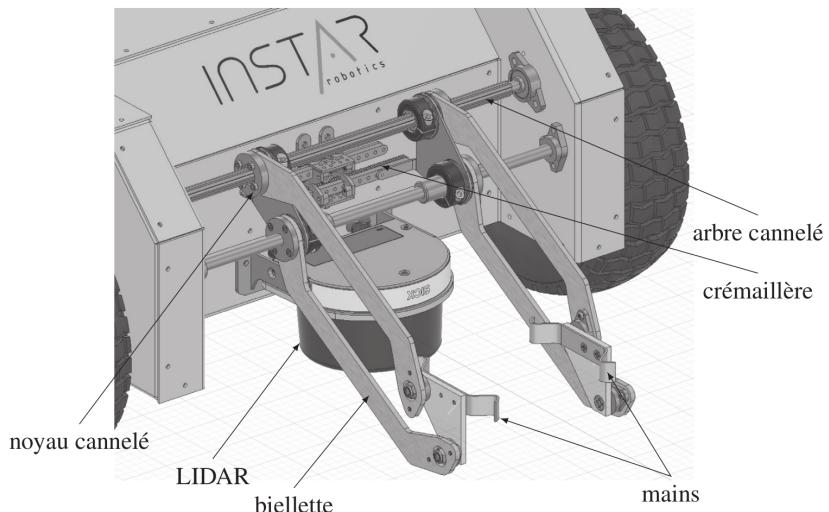


Figure 10 – Description du mouvement bras

La zone de stockage des pots est mise en mouvement par un moteur asservi en position qui réalise 1/6e de tour lorsqu'un pot est correctement positionné.

Question 17 Proposer une solution mécanique (uniquement le nom de la solution) permettant de réaliser 1/6e de tour sans avoir besoin d'asservir le moteur.

La solution retenue pour prendre les pots est donnée sur le schéma cinématique de la figure 11.

Question 18 Indiquer quel moteur entraîne le rapprochement des bras (M_1 ou M_2) et celui qui permet de soulever le pot. Justifier pourquoi les " mains " se déplacent toujours parallèlement au sol et ce que cela implique sur les pots.

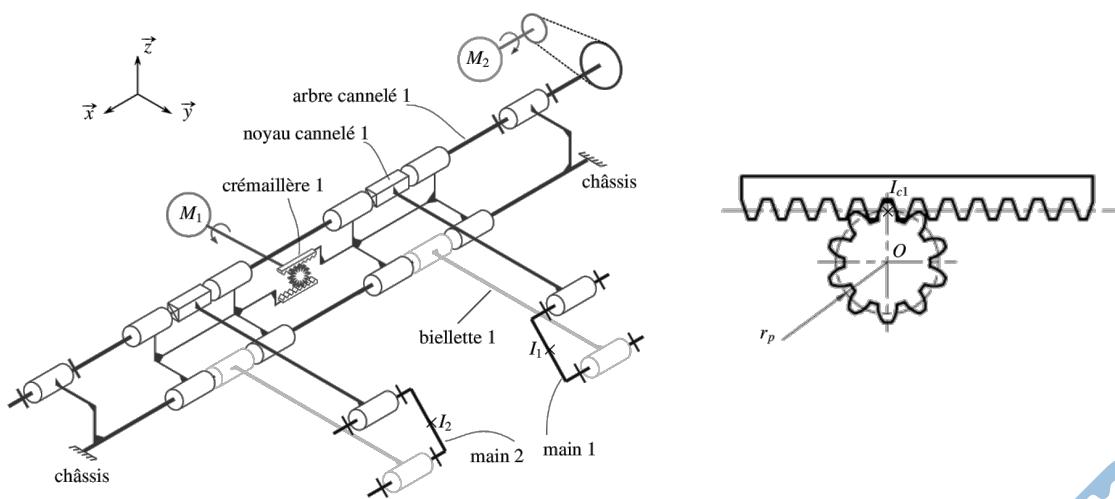


Figure 11 – Cinématique du système de prise des pots

Le mouvement entre chaque crémaillère et le châssis est réalisé par quatre liaisons pivot glissant (figure 12).

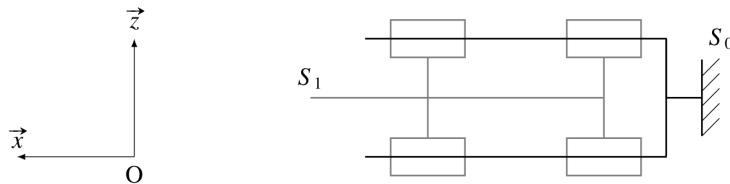


Figure 12 – Modélisation simplifiée des liaisons entre la crémaillère et le châssis

Question 19 Déterminer le degré d'hyperstatisme (modèle spatial) associé à cet ensemble de liaisons (figure 12) et indiquer la conséquence d'une telle solution.

Le mouvement d'élévation d'une main est réalisé par un mécanisme qui peut être modélisé comme sur la figure 13.

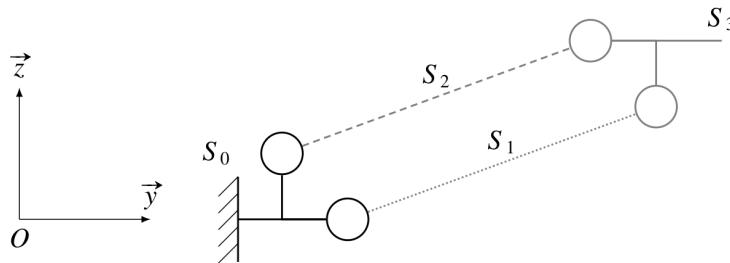


Figure 13 – Modélisation simplifiée du mécanisme d'élévation

Question 20 Proposer une modélisation isostatique sans changer le nombre de liaisons du modèle de la figure 13. Faire le calcul du degré d'hyperstatisme de la solution proposée en précisant bien les mobilités, en considérant le modèle spatial. Réaliser un schéma cinématique dans le plan ($\vec{y}O\vec{z}$) de la solution isostatique.

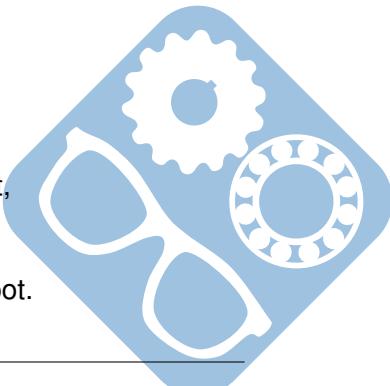
Les motoréducteurs retenus pour prendre et soulever les pots délivrent un couple maximal de $12Nm$.

Leur vitesse maximale est égale à $200tr \cdot min^{-1}$. Le pignon du dispositif pignon-crémaillère possède $Z = 20dents$. Le pas entre les dents sur la crémaillère est égal à $p = 10mm$. Le rayon du pignon vaut ainsi $r_p = \frac{Zp}{2\pi}$. On suppose que les pinces sont en contact ponctuel avec un pot de masse $m = 10kg$ sans contact avec le sol.

L'accélération de la pesanteur est notée $-g \cdot \vec{z}$ avec $g = 10m \cdot s^{-2}$.

On note :

- $\{T_{main1 \rightarrow pot}\} = \left\{ \begin{array}{c} N_1 \vec{x} + T_1 \vec{z} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{I_1}$, l'action mécanique de la main 1 sur le pot,
- $\{T_{main2 \rightarrow pot}\} = \left\{ \begin{array}{c} -N_2 \vec{x} + T_2 \vec{z} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{I_2}$, l'action mécanique de la main 2 sur le pot.



Le coefficient de frottement entre les pinces et le pot est pris égal à $f_p = 0,3$. Ainsi, à la limite du glissement, on pourra écrire $T_i = f_p N_i$ ($i = 1$ ou $i = 2$).

Question 21 En isolant le pot, déterminer les composantes normales minimales N_1 et N_2 à appliquer de chaque côté du pot.

L'action mécanique d'une crémaillère sur le pignon est simplement modélisée par un glisseur de résultante portée par \vec{x} appliquée en un point I_{ci} ($i = 1$ ou $i = 2$), comme sur la figure 14. A ces actions s'ajoute le couple moteur d'axe (O, \vec{z}). On suppose l'ensemble à l'équilibre.

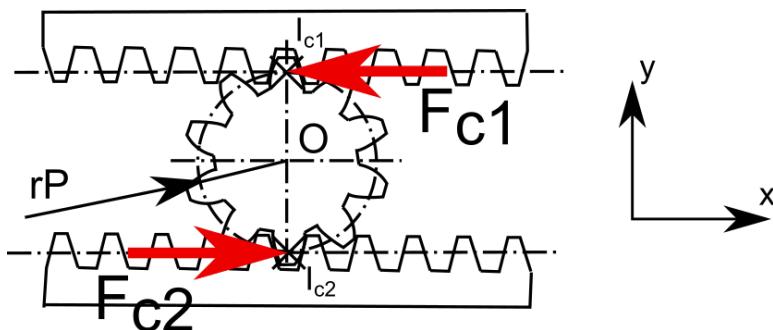


Figure 14 – Paramétrage pignon crémaillère

Question 22 Isoler le pignon et en déduire C_0 en fonction de r_p et de F_{c1} .

Question 23 Isoler l'ensemble $\sum_1 = \{\text{crémaillère } 1 + \text{biellette } 1 + \text{noyau cannelé } 1 + \text{main } 1\}$, soumis aux actions mécaniques extérieures suivantes : action du pignon sur la crémaillère $F_{c1}\vec{x}$, l'action du pot sur la main en I_1 , et action du châssis. En déduire que le couple minimal vaut $C = r_0 mg$ en donnant l'expression de r_0 en fonction de r_p et f_p . Sachant que $r_0 = 106mm$, vérifier si le motoréducteur retenu est satisfaisant.

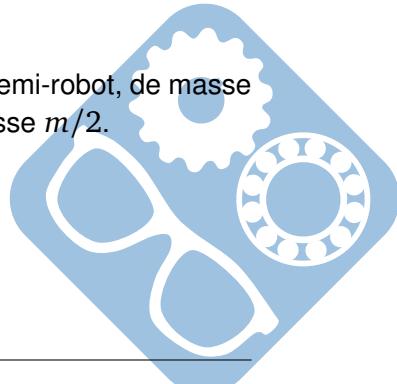
IV.2 Basculement

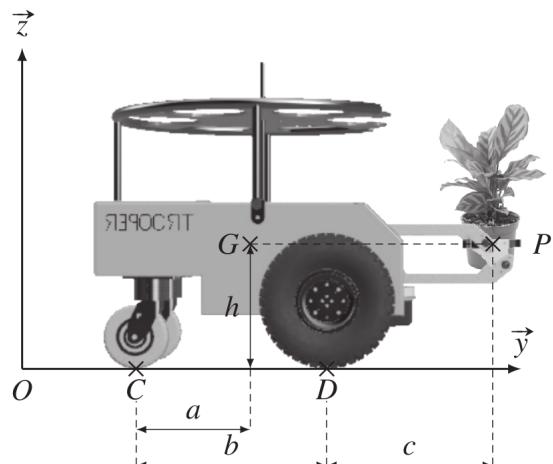
Lors de la prise d'un pot, il est possible que le robot bascule. Pour éviter ce problème, la batterie a été placée à l'arrière pour décaler le centre de gravité. L'objectif des questions suivantes est de déterminer la masse d'un pot provoquant le basculement du robot.

Question 24 Décrire la situation la plus défavorable en fonction de la position des bras et du nombre de pots sur le robot.

On utilise le paramétrage de la figure 14. On note $M = 60kg$ la masse du robot à vide et $m = 10kg$ la masse d'un pot. Le centre de gravité du robot à vide est noté G et le centre de gravité du pot est noté P.

Le problème est supposé symétrique et plan, ce qui permet de considérer un demi-robot, de masse $M/2$, en contact en deux points C et D avec le sol et qui porte un demi-pot de masse $m/2$.





Données :

$$\begin{aligned}a &= 30 \text{ cm} \\b &= 45 \text{ cm} \\c &= 40 \text{ cm} \\h &= 30 \text{ cm}\end{aligned}$$

Figure 15 – Paramétrage pour l'étude du basculement

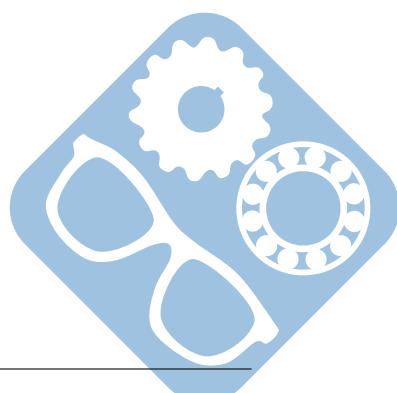
On suppose que les actions mécaniques en C et D sont des glisseurs de résultantes :

$$\vec{F}(\text{sol} \rightarrow \text{roue arrière}) = N_C \vec{z} + T_C \vec{y} \text{ et } \vec{F}(\text{sol} \rightarrow \text{roue avant}) = N_D \vec{z} + T_D \vec{y}$$

Question 25 En précisant le système isolé et en choisissant une seule équation issue du principe fondamental de la statique, déterminer l'expression de l'effort normal sur la roue arrière N_C en fonction de g , a , b , c , M et m .

Le basculement intervient lorsque $N_c = 0$

Question 26 En déduire la masse maximale d'un pot qui entraîne ce basculement. Conclure vis-à-vis du diagramme des exigences.



V Proposition d'une solution technique

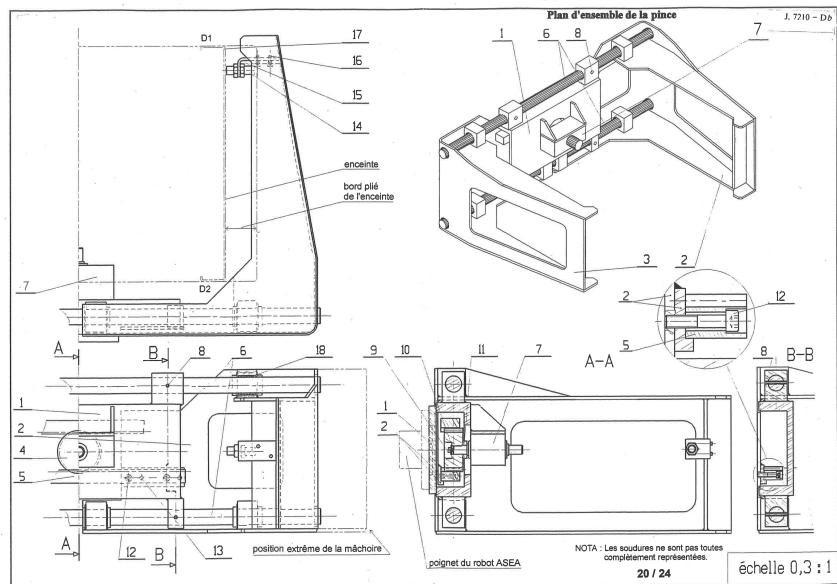
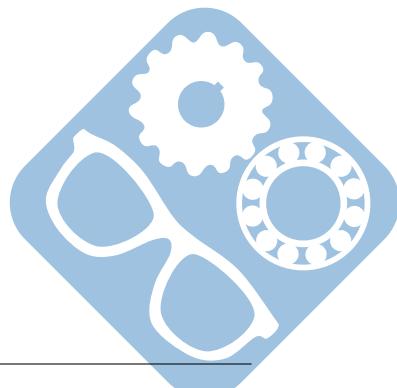
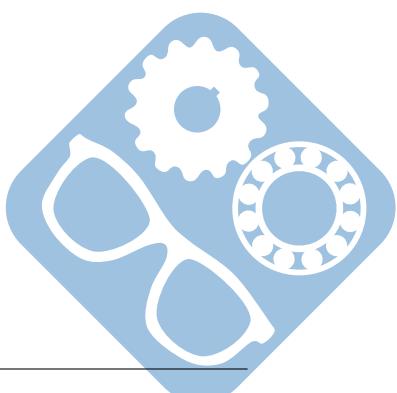


Figure 16 – Proposition de solution technique

La figure 16 présente une solution technique pour la préhension des pots.

Question 27 Colorier l'ensemble des classes d'équivalence de ce système.





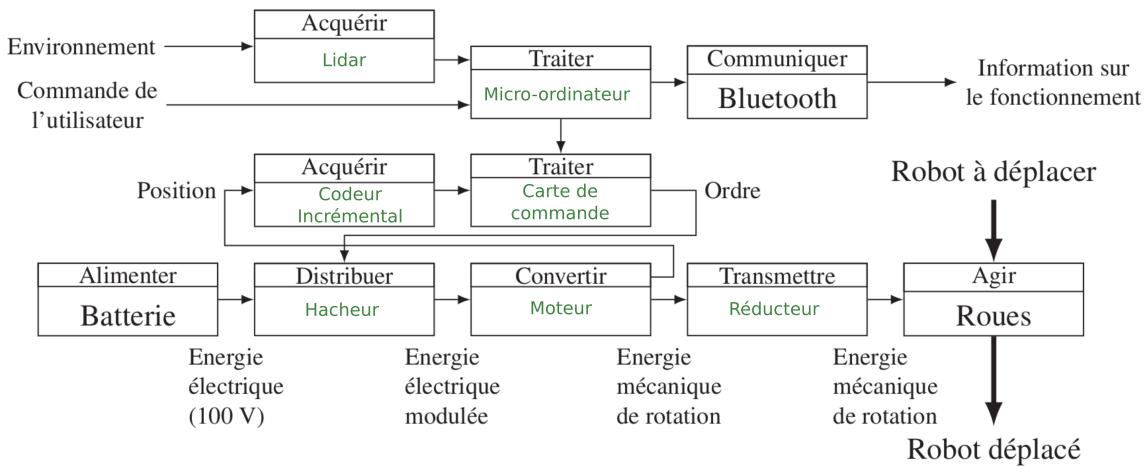
Correction

Question 1 :

Pour déplacer les 4 rangées, il faut 4 déplacements de 1 vers 2 ($L = 10m$) et 3 déplacements de 2 vers 1 ($L + \ell = 10,5m$).

$$T_m = 2 \cdot 4 \cdot T_p + \frac{7L + 3\ell}{V} \text{ soit } V = \frac{7L + 3\ell}{T_m - 8T_p} = 0,89 m \cdot s^{-1}$$

Question 2 :



Question 3 :

$$V_{max} = \omega_m k_r r = 3000 \frac{2\pi}{60} \frac{1}{40} 0,15 = 1,18 m \cdot s^{-1} > 1,1 m \cdot s^{-1}.$$

L'exigence 1.5.2 est donc vérifiée.

Question 4 :

La distance D correspond à l'aire sous la courbe.

$$D = \frac{V_{max}\delta t}{2} + V_{max}(T - 2\delta t) + \frac{V_{max}\delta t}{2} = V_{max}(T - \delta t)$$

$$\text{Donc, } \delta t = T - \frac{D}{V_{max}} = 0,91 s.$$

Question 5 :

A partir des équations du moteur, on obtient : $u_m(t) = \frac{R_m J}{2k_m k_t} \frac{dv(t)}{dt} + \frac{k_m}{k_t} v(t)$

$$v(t) = \alpha_0 \left(t - \tau_m + \tau_m e^{\frac{-t}{\tau_m}} \right), \text{ donc } \frac{dv(t)}{dt} = \alpha_0 \left(1 - e^{\frac{-t}{\tau_m}} \right)$$

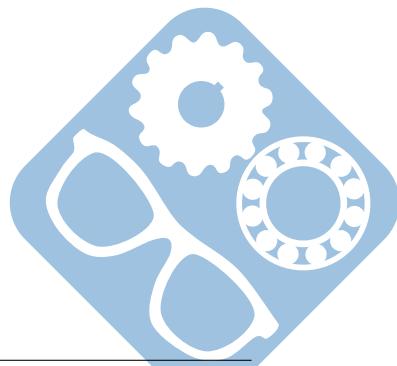
En remplaçant dans l'équation précédente on obtient :

$$\frac{u_0}{\delta t} t = \frac{R_m J}{2k_m k_t} \alpha_0 \left(1 - e^{\frac{-t}{\tau_m}} \right) + \frac{k_m}{k_t} \alpha_0 \left(t - \tau_m + \tau_m e^{\frac{-t}{\tau_m}} \right)$$

$$\frac{k_m}{k_t} \alpha_0 t - \frac{u_0}{\delta t} t + \frac{R_m J}{2k_m k_t} \alpha_0 \left(1 - e^{\frac{-t}{\tau_m}} \right) - \frac{k_m}{k_t} \alpha_0 \tau_m \left(1 - e^{\frac{-t}{\tau_m}} \right) = 0$$

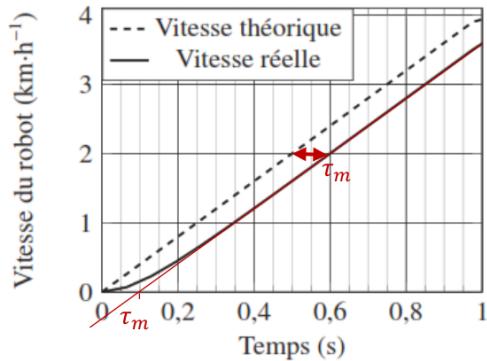
$$\text{Donc, } \frac{k_m}{k_t} \alpha_0 = \frac{u_0}{\delta t} \text{ et } \frac{R_m J}{2k_m k_t} \alpha_0 = \frac{k_m}{k_t} \alpha_0 \tau_m$$

$$\text{Donc, } \alpha_0 = \frac{u_0 k_t}{\delta t k_m} \text{ et } \tau_m = \frac{R_m J}{2k_m^2}.$$



Correction

Question 6 :



Quand $t \rightarrow +\infty$, $v(t)$ tend vers une droite d'équation $v(t) = \alpha_0(t - \tau_m)$.

Ainsi, $\tau_m = 0, 1s$.

Question 7 :

En passant dans Laplace avec les CI nulles :

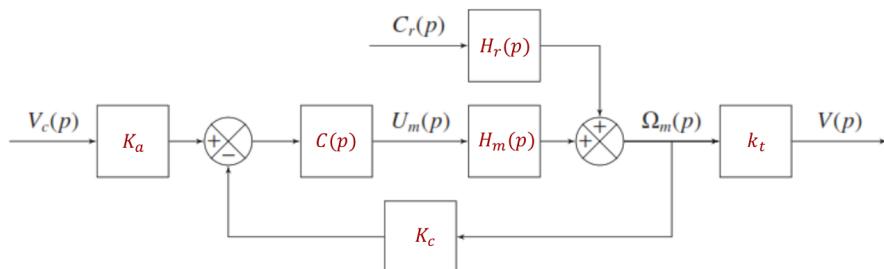
$$U_m(p) = R_m I_m(p) + k_m \Omega_m(p)$$

$$2C_m(p) - C_r(p) = J p \Omega_m(p)$$

$$C_m(p) = k_m I_m(p).$$

$$\text{On a alors : } H_m(p) = \frac{\frac{1}{k_m}}{\frac{R_m J}{2k_m^2} p + 1} \text{ et } H_r(p) = -\frac{\frac{R_m}{2k_m^2}}{\frac{R_m J}{2k_m^2} p + 1}.$$

Question 8 :



$$K_c = 628 inc/tr = \frac{628}{2\pi} inc/rad, \text{ soit } k_c \approx 100 inc/rad.$$

$$\epsilon(t) = 0 \text{ lorsque } v(t) = v_c(t), \text{ donc } k_a = \frac{k_c}{k_t}.$$

Question 9 :

$C(p) = K_p \frac{1 + \tau_i p}{\tau_i p}$ est un correcteur PI (Proportionnel-Intégral). Il augmente la classe de la FTBO de 0 à 1 cela augmente la précision de la réponse à un échelon.



Question 10 :

$$\text{Comme } \tau_i = \tau_m, FTBO(p) = \frac{K_m K_c K_p}{\tau_m p}$$

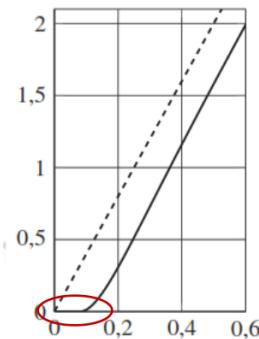
Correction

La FTBF a un retour unitaire, donc :

$$FTBF(p) = \frac{\frac{K_m K_c K_p}{\tau_m p}}{1 + \frac{K_m K_c K_p}{\tau_m p}} = \frac{1}{1 + \frac{\tau_m p}{K_m K_c K_p}}$$

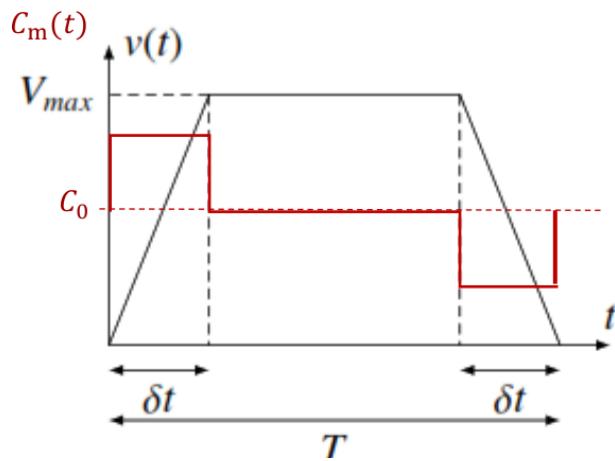
$$t_{r5\%} = \frac{3\tau_m}{K_p K_m K_c} = 0,3, \text{ donc } K_p = \frac{10\tau_m}{K_m K_c} = 0,002$$

Question 11 :



Le seuil présent dans la zone entourée représente des frottements secs. La perturbation a donc été prise en compte. La présence d'une perturbation montre qu'il est nécessaire de mettre en place un asservissement.

Question 12 :



Pour $0 \leq t \leq \delta t$, $\frac{dv(t)}{dt} = \frac{V_{max}}{\delta t}$, donc $C_m = r_{eq}(M_{eq} \frac{V_{max}}{\delta t} + F_{r,eq}) = 0,66 Nm$

Pour $\delta t \leq t \leq T - \delta t$, $v(t) = V_{max}$, donc $C_m = C_0 = r_{eq}F_{r,eq} = 0,4 Nm$

Pour $T - \delta t \leq t \leq T$, $\frac{dv(t)}{dt} = -\frac{V_{max}}{\delta t}$, donc $C_m = r_{eq}(-M_{eq} \frac{V_{max}}{\delta t} + F_{r,eq}) = 0,136 Nm$

Question 13 :

On reprend les équations (1) et (3) : $u_m(t) = R_m i_m(t) + k_m \omega_m(t)$ et $C_m(t) = k_m i_m(t)$.

$$\text{Soit } C_m(t) = \frac{k_m}{R_m} u_m(t) - \frac{k_m^2}{R_m} \omega_m(t)$$

Correction

Le couple moteur est maximal au démarrage, il vaut $C_{max} = \frac{k_m}{R_m} u_m(t)$.

Avec $u_m(t) = 100V$, on trouve $C_{max} = 20Nm >> 0,66Nm$ (Question 12).

Question 14 :

$$\vec{V}(A' \in g/0) = \vec{V}(O \in g/0) + A\vec{O} \wedge \vec{\Omega}(g/0) = \vec{V}(O \in 1/0) + A\vec{O} \wedge (\vec{\Omega}(g/1) + \vec{\Omega}(1/0)).$$

$$\vec{V}(A' \in g/0) = V\vec{y}_1 + (r\vec{z} + e\vec{x}_1) \wedge (\omega_g \vec{x}_1 + \dot{\theta}\vec{z})$$

$$\vec{V}(A' \in g/0) = (V + r\omega_g - e\dot{\theta})\vec{y}_1$$

$$\text{De même, } \vec{V}(B' \in d/0) = (V + r\omega_d + e\dot{\theta})\vec{y}_1$$

Question 15 :

Roulement sans glissement en A' et en B' donc $\vec{V}(A' \in g/0) = \vec{0}$ et $\vec{V}(B' \in d/0) = \vec{0}$, donc :
 $V + r\omega_g - e\dot{\theta} = 0$ et $V + r\omega_d + e\dot{\theta} = 0$.

$$\text{Donc, } r(\omega_g - \omega_d) - 2e\dot{\theta} = 0 \text{ et } 2V + r(\omega_g + \omega_d) = 0$$

$$\text{Donc, } \dot{\theta} = \frac{r}{2e}(\omega_g - \omega_d) \text{ et } V = -\frac{r}{2}(\omega_g + \omega_d)$$

$$\text{Donc } C_1 = \frac{r}{2e} \text{ et } C_2 = -\frac{r}{2}.$$

Question 16 :

Mouvement	V	$\dot{\theta}$	ω_g	ω_d
Avant	V_c	0	$-\frac{V_c}{2C_2}$	$-\frac{V_c}{2C_2}$
Arrière	$-V_c$	0	$\frac{V_c}{2C_2}$	$\frac{V_c}{2C_2}$
Gauche	0	ω_c	$-\frac{2\omega_c}{C_1}$	$\frac{2\omega_c}{C_1}$
Droite	0	$-\omega_c$	$\frac{2\omega_c}{C_1}$	$-\frac{2\omega_c}{C_1}$

Question 17 :

On aurait pu utiliser un mécanisme à Croix de Malte à 6 branches, ou un moteur pas à pas.

Question 18 :

Le moteur M_1 permet le rapprochement des mains (il agit sur l'engrenage pignon-crémaillère).

Le moteur M_2 permet le levage des pots.

Le guidage des mains par rapport au châssis est assuré par un mécanisme à 4 barres (parallélogramme) : on a alors un mouvement de translation.

Question 19 :

$h = m - N_c + 6\mu$ avec :

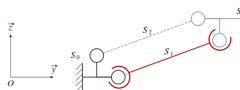
- $m = 1$ (1 mobilité utile, la translation sur \vec{x} , et aucune mobilité interne),
- $N_c = 8$ (4 pivots glissants),
- $\mu = 3$ (4 liaisons – 2 solides +1)

D'où $h = 11$ très hyperstatique, ce qui apporte de la rigidité au mécanisme mais aussi des problématiques d'assemblage.



Correction

Question 20 :



Les liaisons S_0/S_1 et S_3/S_1 peuvent être remplacées par des rotules

On a alors 1 mobilité utile + 1 mobilité interne, et 8 inconnues cinématiques (2 pivots + 2 sphériques)

Soit $h = m - N_c + 6\mu = 2 - 8 + 6 \cdot 1 = 0$ isostatique.

Question 21 :

On isole le pot, soumis aux actions mécaniques suivantes : Action de pesanteur $\vec{P} = -mg\vec{z}$.

$$\{T_{main1 \rightarrow pot}\} = \left\{ \begin{array}{c} N_1 \vec{x} + T_1 \vec{z} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{I_1}$$

$$\{T_{main2 \rightarrow pot}\} = \left\{ \begin{array}{c} -N_2 \vec{x} + T_2 \vec{z} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{I_2}$$

On applique alors le théorème de la résultante statique au pot en équilibre, en projection sur \vec{x} et \vec{z} :

On a donc : $N_1 - N_2 = 0$ et $T_1 + T_2 - mg = 0$.

On se place à la limite du glissement : $T_1 = f_p N_1$ et $T_2 = f_p N_2$.

$$\text{On obtient alors } N_1 = N_2 = \frac{mg}{2f_p}.$$

Question 22 :

Isoler le pignon. BAM : couple C_0 et actions des 2 crémaillères en $I_{c1}(-F_{c1}\vec{x})$ et $I_{c2}(F_{c2}\vec{x})$.

Théorème de la résultante statique : $F_{c1} = F_{c2}$.

Le théorème du moment statique en O sur \vec{y} : $C_0 = 2r_p F_{c1}$.

Question 23 :

Théorème de la résultante statique sur \vec{x} : $F_{c1} - N_1 = 0$.

$$\text{Donc, } C_0 = 2r_p F_{c1} = 2r_p N_1 = r_p \frac{mg}{f_p}.$$

Donc, $r_p = \frac{r_p}{f_p}$ et ainsi $C_0 = 10,6Nm < 12Nm$ donc le moteur retenu est donc satisfaisant.

Question 24 :

La situation la plus défavorable est celle de la figure 15 car le bras est tendu et porte un pot et aucun pot n'est chargé sur le robot ce qui aurait tendance à le lasser pour éviter son basculement.

Question 25 :

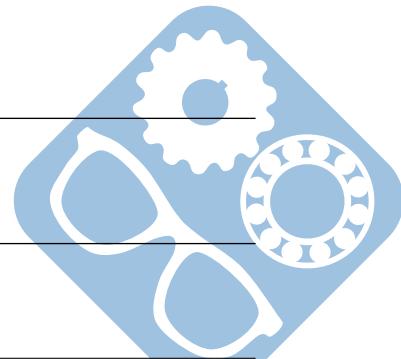
Isoler {robot + pot}. BAM : pesanteur et contact avec le sol.

Théorème du moment statique en D sur \vec{x} :

$$-bN_c + (b-a)\frac{Mg}{2} - c\frac{mg}{2} = 0 \text{ d'où : } N_c = \frac{(b-a)Mg - cmg}{2b}$$

Question 26 :

On obtient alors $m = \frac{b-a}{c}M = 22,5kg$ l'exigence 1.5.3 est donc validée.



Question 27 :

Correction

