

Séquence : 02  
Document : TD02  
Renaud Costadoat  
Conservatoire National des Arts et Métiers

le cnam

## Travaux dirigés



# 1 Etude d'un essai de traction

## 1.1 Essai continu

Un essai de traction est utilisé afin de caractériser le comportement d'un matériau métallique. Dans cet exemple, on choisira un acier dont la désignation est X2CrNiMo15-8-1.

Cet essai de traction est effectué sur une éprouvette cylindrique dont le diamètre initial est  $D_0=10\text{mm}$  et la longueur initiale est  $L_0=50\text{mm}$ .

Après la rupture de l'éprouvette, le diamètre de la section de rupture est  $D_f=6,9\text{mm}$ .

La courbe de l'effort  $F$  en fonction de la déformation conventionnelle (exprimée en %) est donnée ci-dessous.

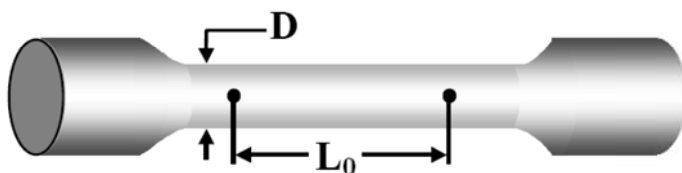


Figure 1 – Epreuve de traction



Figure 2 – Machine de traction

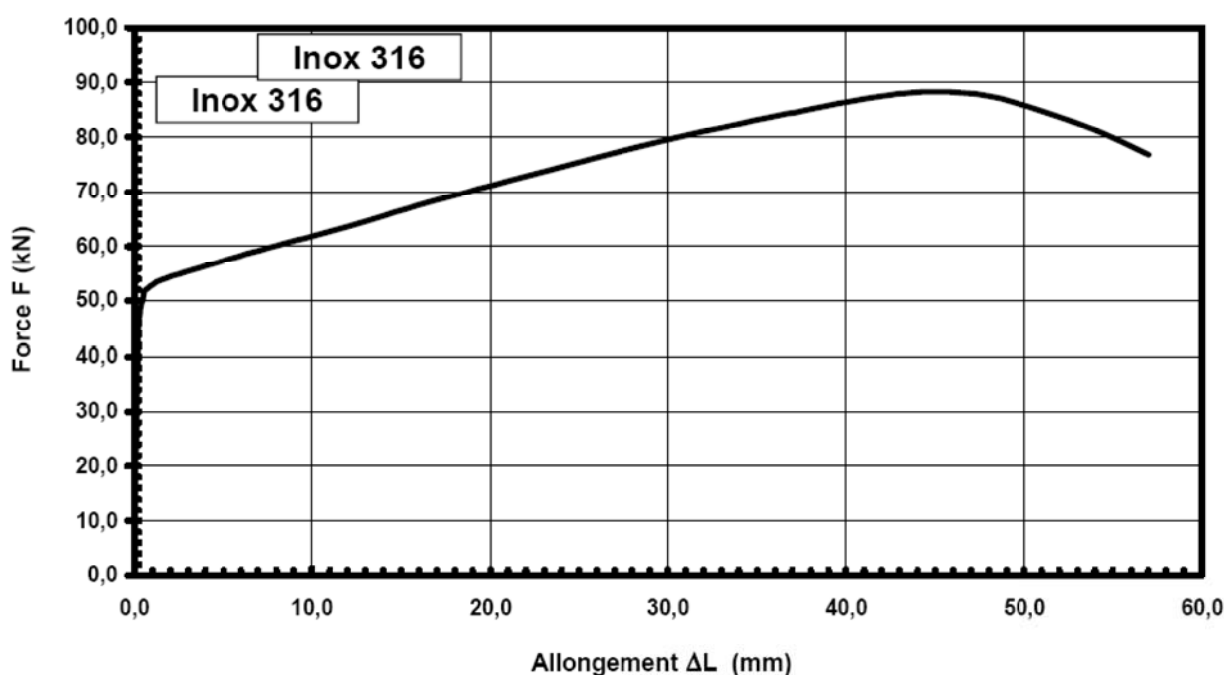


Figure 3 – Courbe conventionnelle de l'essai de traction

**Question 1 :** Déterminez, à l'aide de la courbe conventionnelle de traction, les caractéristiques suivantes :

- Limite conventionnelle d'élasticité à 0,2% de déformation plastique  $R_{p0,2\%}$ ,
- Résistance maximale à la rupture par traction  $R_m$ ,
- Allongement à rupture pour cent  $A\%$ .

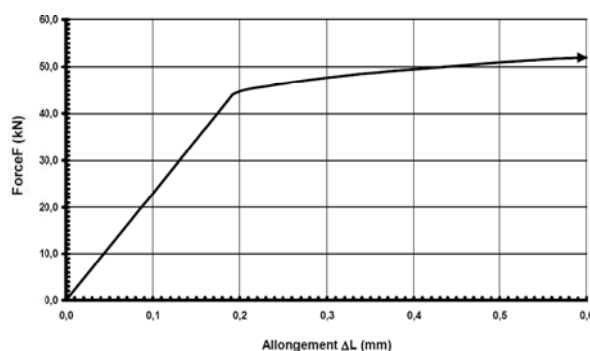


Figure 4 – Zoom sur l'origine de la courbe conventionnelle

**Question 2 :** D'après les données de départ, déterminez le coefficient de striction exprimé en pour cent  $Z\%$ .

## 1.2 Evaluation de la fragilité

Il existe deux façons de déterminer une évaluation de la fragilité d'un matériau :

- par un essai de traction,
- par un essai de flexion-choc Charpy.

**Question 3 :** A l'aide du résultat présenté sur la figure 11 donner une valeur permettant de caractériser la fragilité du matériau. Tracer sur la figure 11 en vert la courbe correspondant à un matériau moins fragile et en rouge celle d'un matériau plus fragile.

La suite va utiliser l'autre moyen d'évaluer la fragilité (ou son contraire : la résilience/tenacité) d'un matériau.

## 2 Essai de résilience

La résilience caractérise la capacité d'un matériau à absorber les chocs sans se rompre. Ce risque est amplifié aux basses températures.

Pour le test de résilience, la taille de l'éprouvette est normalisée (55x10x10 mm et entaille en U au milieu sur une hauteur de 5 mm).

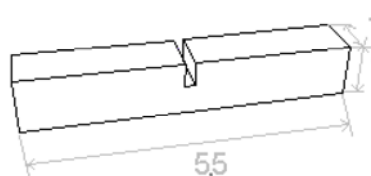


Figure 5 – Eprouvette pour un essai de résilience

**Question 4 :** Déterminer la section  $S$  de l'éprouvette au niveau de l'entaille.



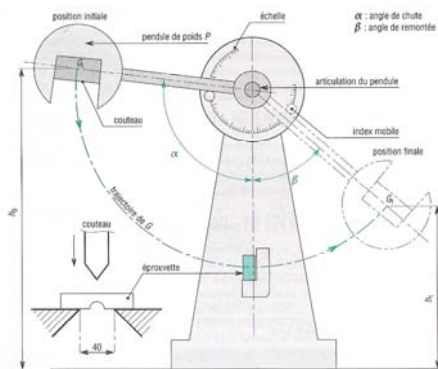


Figure 6 – « Mouton de Charpy »

Pour le test de résilience, la machine est appelée pendule « Mouton de Charpy ».

La manipulation consiste à :

1. relever le marteau (masse contenant le couteau) à une certaine hauteur,
2. placer l'éprouvette au niveau le plus bas du passage du marteau,
3. lâcher la masse.

Le couteau, dans sa course, va percuter l'éprouvette et la casser, y perdant une partie de son énergie gagnée grâce à sa mise en hauteur. L'énergie absorbée par l'éprouvette est égale à la perte d'énergie du marteau, donc à sa perte d'énergie potentielle.

- au départ :  $W_0 = m.g.H_0$ ,
  - après le test :  $W_1 = m.g.H_1$ ,
- $H_0 = 1m$ ,
  - $G = 9.81m.s^{-2}$ ,
  - $m = 5kg$ , il s'agit de la masse du marteau.

Alors,  $\Delta W = m.g.(H_0 - H_1)$ , ainsi une image de la fragilité peut être déterminée.

L'expérience va être réalisée sur deux éprouvettes réalisée dans le même matériau, mais dont l'un aura été écroui. L'écrouissage d'un métal est le durcissement d'un métal sous l'effet de sa déformation plastique (définitive).

- Matériau non écroui :  $H_1 = 0.18m$ ,
- Matériau écroui :  $H_1 = 0.75m$ .

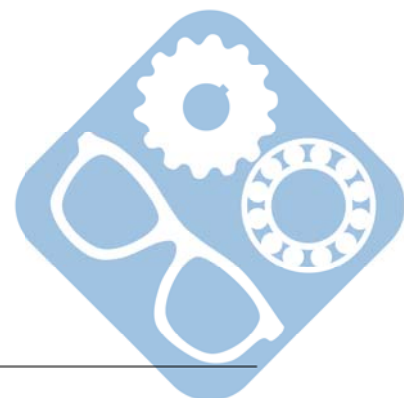
**Question 5 :** Déterminer l'image de la résilience  $\Delta W/S$  en  $daJ.cm^{-2}$  pour ces deux éprouvettes, où S est la section de l'éprouvette au niveau de l'entaille.

### 3 Essai de fatigue

Les caractéristiques mécaniques peuvent aussi concerner des chargements répétés afin de caractériser la fatigue d'un matériau.

**Question 6 :** Déterminez le nombre de cycle (le nombre d'alternance) que peut subir la pièce, soumise à des efforts d'amplitude 500Mpa, avant sa rupture.

**Question 7 :** Déterminez la limite d'endurance  $\sigma_D$  de cet acier.





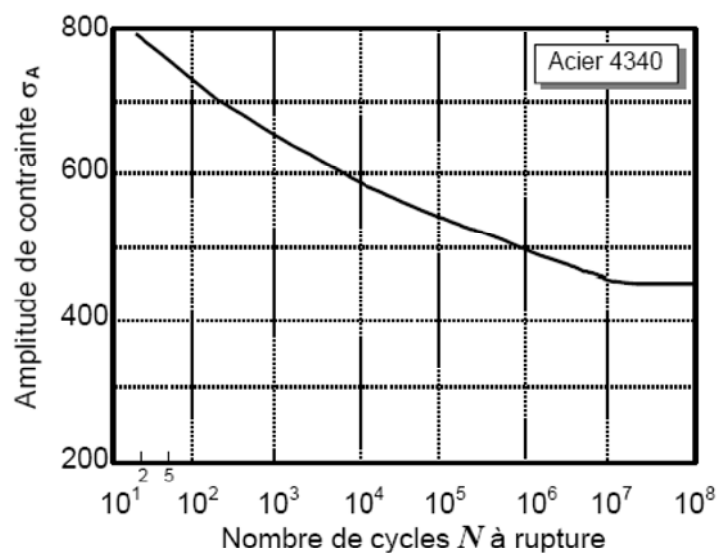


Figure 7 – Résultat d'un essai de fatigue sur cette éprouvette

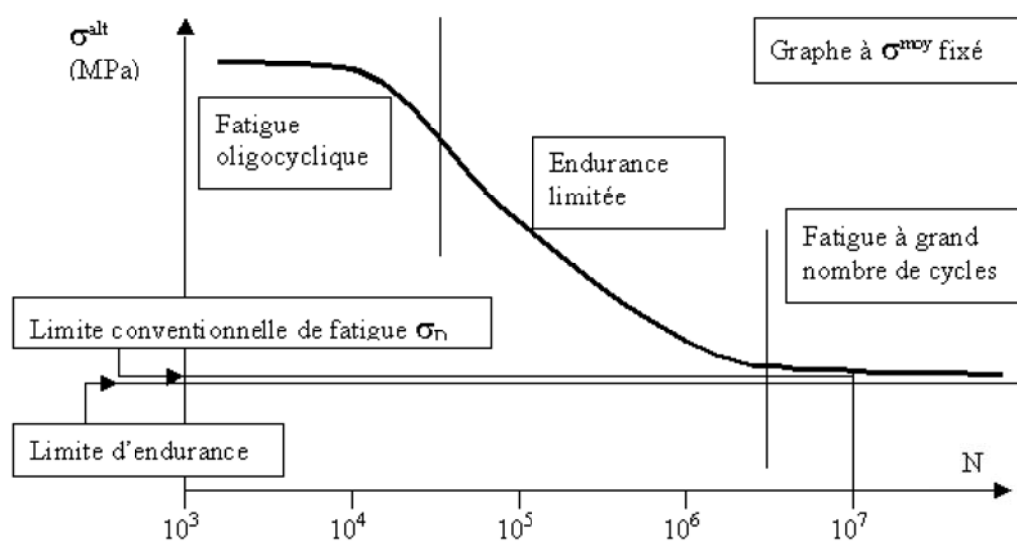
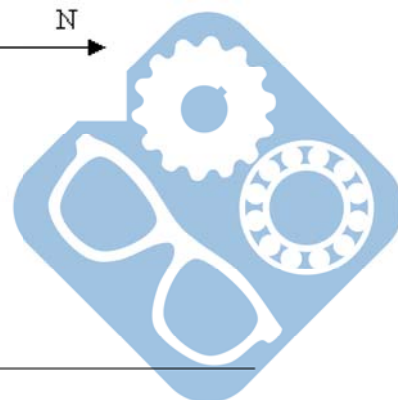


Figure 8 – Aide à la lecture d'un essai de fatigue



## 4 Serrage par dilatation

On souhaite assembler 2 pièces 1 et 2. La pièce 1 à un diamètre de 40,05mm et la pièce 2 de 40,01mm.

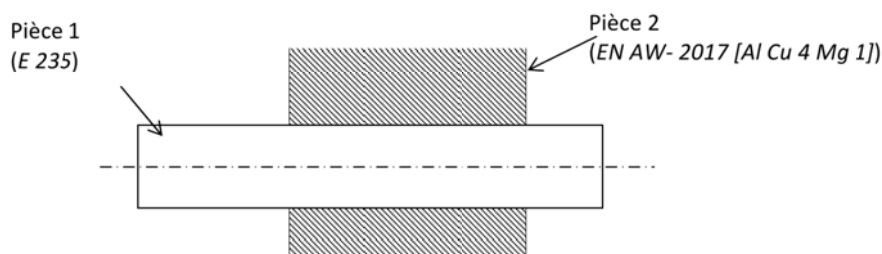


Figure 9 – Serrage par dilatation

**Question 1 :** Calculez le serrage radial à 20 °C. Il s'agit de la différence de rayon des éléments à assembler.

**Question 2 :** Que devient ce serrage à température de fonctionnement (120 °C) ?

Attention, ce calcul est approximatif. Il suppose une déformation nulle de l'extérieur de la pièce 2.

## 5 Calcul de masse

On souhaite déterminer la masse de la bielle représentée ci-contre (dont la géométrie a été simplifiée).

Matériau : 25CrMo4-1.

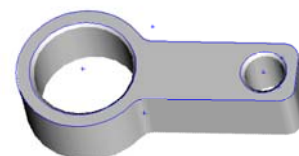


Figure 10 – Pièce étudiée

On propose décomposition de la figure 10 en volumes élémentaires avec les dimensions suivantes ( $L=100\text{mm}$ ,  $e=10\text{mm}$ ,  $R=20\text{mm}$ ,  $r=18\text{mm}$ ,  $d=5\text{mm}$ ).

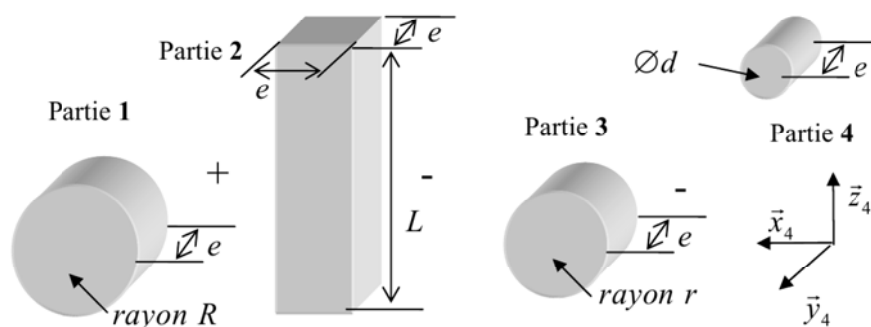


Figure 11 – Décomposition en volumes élémentaires

## 6 Rame d'aviron

L'objectif de l'étude est de concevoir une rame d'aviron.



Figure 12 – Rame en PVC



Figure 13 – Rame en bois

**Question 3 :** Etablir l'ensemble des critères et les niveaux associés que doit respecter une rame d'aviron.

**Question 4 :** Afin de déterminer le choix d'un matériau, il sera considéré que cet aviron est susceptible d'être utilisé dans de l'eau de mer ou bien dans de l'eau douce. La rame devra avoir une masse de 200g, pour un volume  $V = 2.25.10^{-4} m^3$ . Sa limite d'élasticité sera de 70MPa et son module d'Young de 10MPa.

Proposer un matériau en utilisant les abaques suivants. Dessiner l'allure de la courbe de traction du matériau en question.

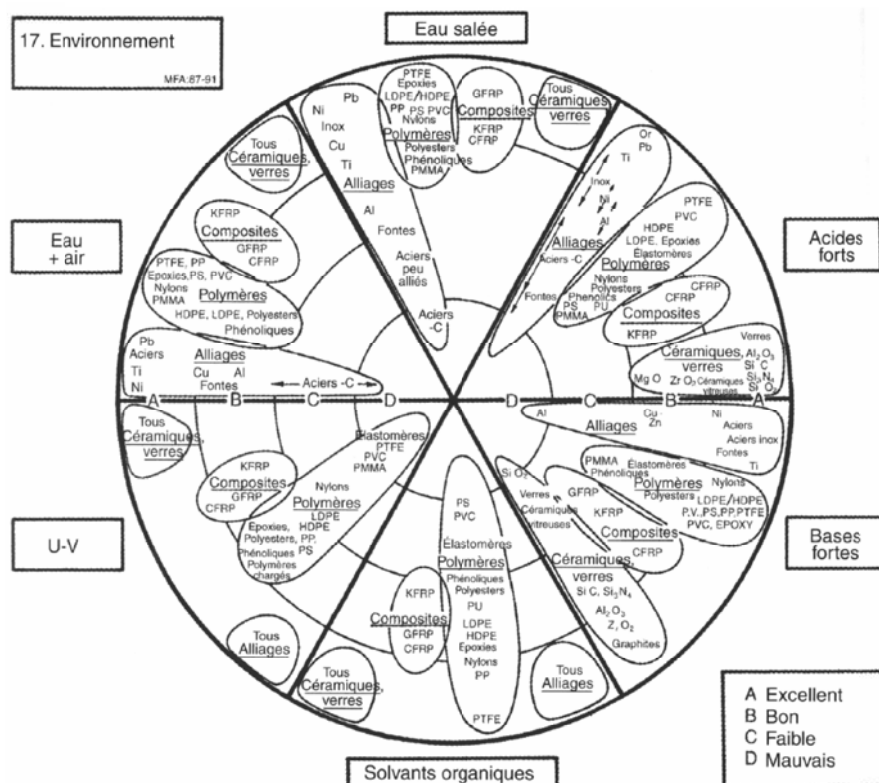
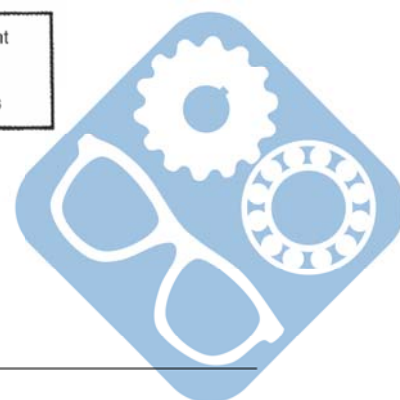


Figure 14 – Environnement



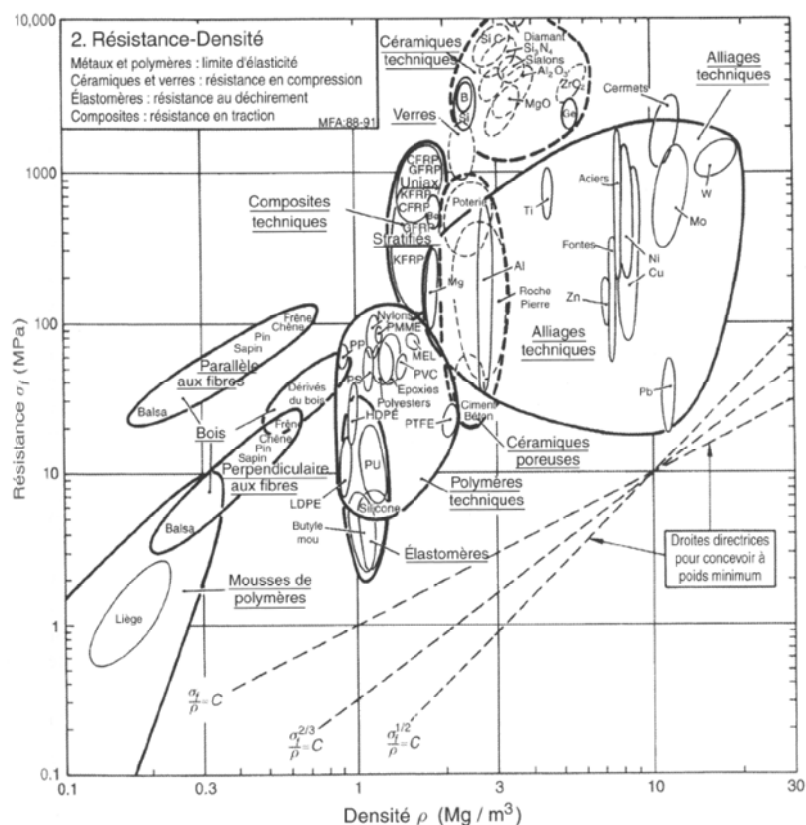


Figure 15 – Résistance/Densité

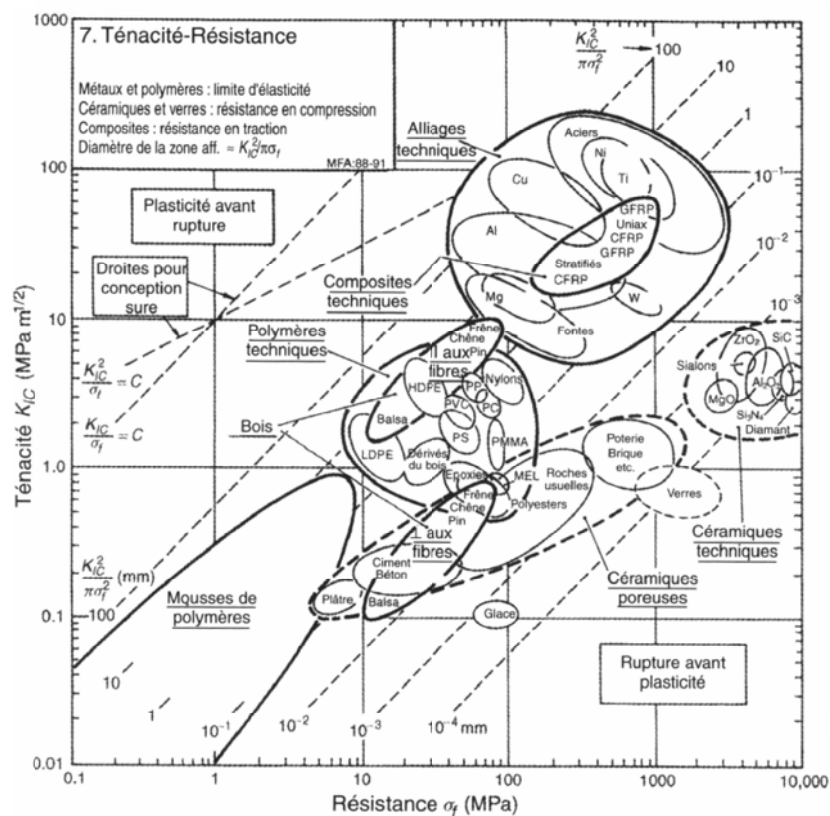
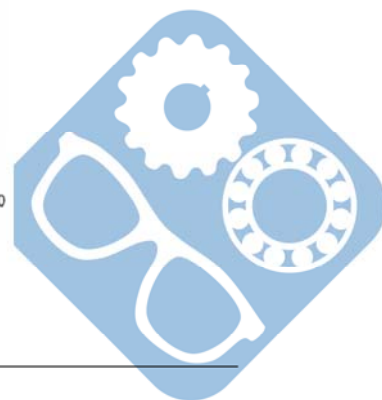


Figure 16 – Tenacité/Résistance





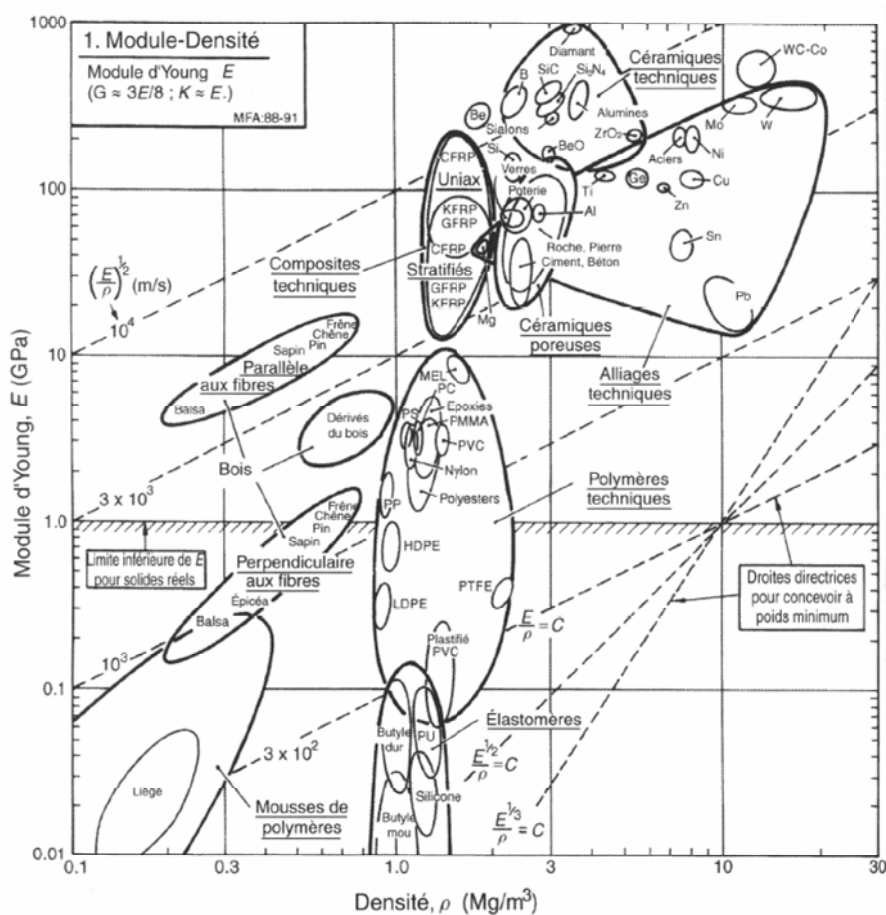
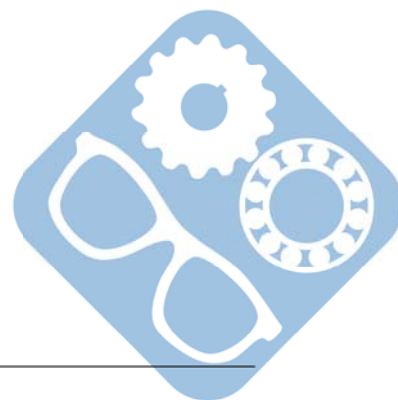


Figure 17 – Module d'Young/Densité



## 7 Arbre de boîte de vitesse



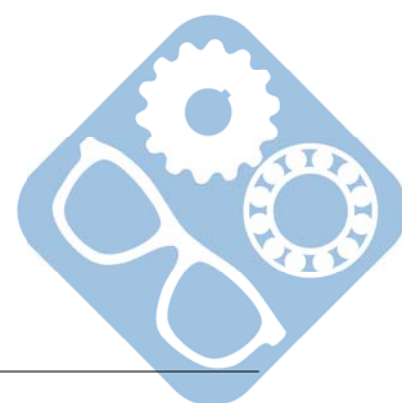
Figure 18 – Boite de vitesse

Les arbres de cette boîte de vitesse sont soumis à différentes sollicitations. En effet, celles-ci varient le long de l'arbre en fonction des efforts extérieurs générés par les engrenages.



Figure 19 – Boite de vitesse

Nous proposons de faire l'étude de résistance de l'arbre (9) aux efforts extérieurs. L'étude sera menée au moment où la roue dentée (10) est actionnée. La chaîne de transmission (14) et le dispositif de freinage ne sont pas actionnés et n'ont aucune action mécanique sur l'arbre (9).



Soit  $R(A, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  le repère lié à l'arbre (9) modélisé par une poutre d'axe  $(A, \vec{x})$ , figure 20.

Le roulement à bille (7) est modélisé par une liaison rotule sans frottement de centre A.

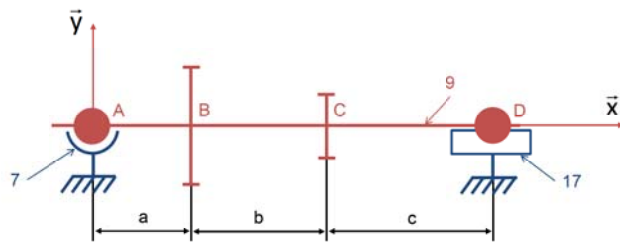


Figure 20 – Boîte de vitesse

On note par  $\{T_{7 \rightarrow 9}\}_A = \begin{Bmatrix} X_A & 0 \\ Y_A & 0 \\ Z_A & 0 \end{Bmatrix}_A$  le torseur d'action mécanique de (7) sur (9).

Le roulement à aiguilles (17) est modélisé par une liaison linéaire annulaire sans frottement d'axe  $(D, \vec{x})$ .

On note par  $\{T_{17 \rightarrow 9}\}_D = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y_D & 0 \\ Z_D & 0 \end{Bmatrix}_D$  le torseur d'action mécanique de (17) sur (9).

L'action de la roue dentée motrice (2) sur l'arbre (9) est modélisée au point B par le torseur  $\{T_{2 \rightarrow 9}\}_B = \begin{Bmatrix} X_B & L_B \\ Y_B & 0 \\ Z_B & N_B \end{Bmatrix}_B$

L'action de la roue dentée (11) sur l'arbre (9) est modélisée au point C par le torseur  $\{T_{11 \rightarrow 9}\}_C = \begin{Bmatrix} X_C & L_C \\ Y_C & 0 \\ Z_C & N_C \end{Bmatrix}_C$

On pose  $\overrightarrow{AB} = a \cdot \vec{x}$ ,  $\overrightarrow{BC} = b \cdot \vec{x}$  et  $\overrightarrow{CD} = c \cdot \vec{x}$ .

Application numérique :

Constantes géométriques :  $a=20\text{mm}$ ,  $b=40\text{mm}$ ,  $c=50\text{mm}$ .

Action de 2 sur 9 au point B :  $X_B = 364\text{N}$ ,  $Y_B = -388\text{N}$ ,  $Z_B = 1000\text{N}$ ,  $L_B = 3.10^4\text{N.mm}$  et  $N_B = -10910\text{N.mm}$ .

Action de 11 sur 9 au point C :  $X_C = -14506\text{N}$ ,  $Y_C = 5330\text{N}$ ,  $Z_C = 2000\text{N}$ ,  $L_C = -3.10^4\text{N.mm}$  et  $N_C = 217590\text{N.mm}$ .

**Question 1 :** Déterminer les torseurs des actions mécaniques des liaisons aux points A et D.

**Question 2 :** Déterminer le torseur des efforts de cohésion tout au long de la ligne moyenne de la poutre droite. En déduire les types de sollicitations pour les différentes parties de la poutre.

**Question 3 :** Tracer les diagrammes de sollicitation tout au long de la ligne moyenne de la poutre. En déduire le point le plus sollicité de la poutre.

## 8 Panneau solaire



Figure 21 – Panneau solaire

Le panneau solaire suivant est soumis à la pression du vent sur le côté, la surface projetée offrant une résistance au vent est équivalente à un rectangle de 300x400mm.

- Matériau : tube  $\Phi 45 \times 2$  en acier, longueur 3m,
- $E = 240 \text{ GPa}$ ,
- Module d'élasticité  $Re = 74000 \text{ MPa}$ .

*Hypothèses* : La pression maxi du vent est estimée à  $2 \times 10^{-3} \text{ N.cm}^{-2}$ , réduite à une résultante en bout du pied (A). La formule du moment quadratique est la suivante pour un cylindre :  $I_G = \frac{\pi \cdot R^4}{2} = \frac{\pi \cdot d^4}{32}$ .

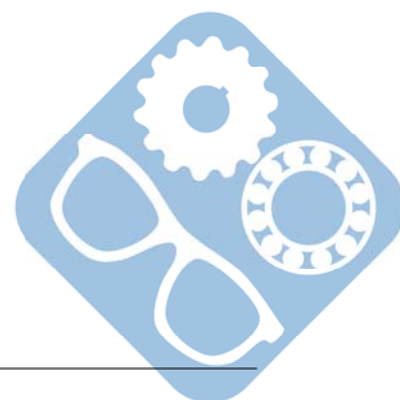


**Question 1 :** Calculer le moment quadratique du tube  $I_{G,z}$ .

**Question 2 :** Sur le segment [AB]

- Déterminer le torseur de cohésion
- En déduire le type de sollicitation

**Question 3 :** Tracer le diagramme des efforts tranchants.





**Question 4 :** Tracer le diagramme des moments fléchissants

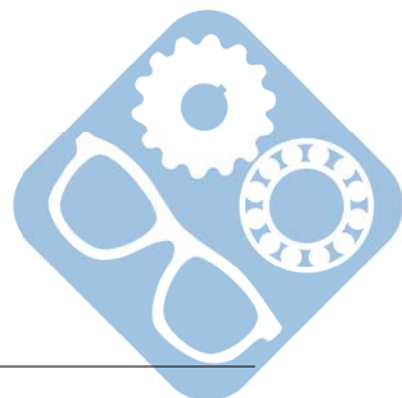


**Question 5 :** Déterminer le moment fléchissant maximum

**Question 6 :** Calculer la contrainte maximum

**Question 7 :** Calculer la flèche en A.

Ce calcul peut s'effectuer à partir de la formule suivante.  $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{M_f}{E \cdot I_{G,z}}$

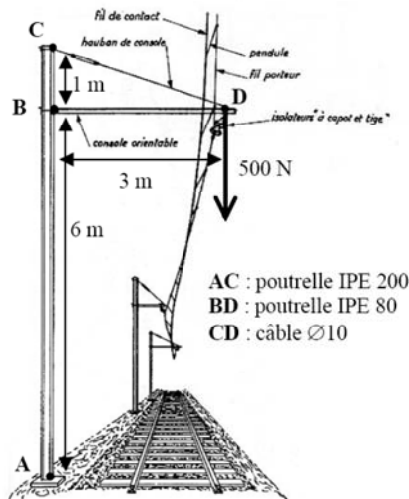


## 9 TD Caténaire

### 9.1 Introduction

Les **caténaires** sont des câbles électriques suspendus servant à l'alimentation des locomotives électriques.

Leur maintien en suspension est assuré par des **supports** régulièrement espacés le long de la voie.



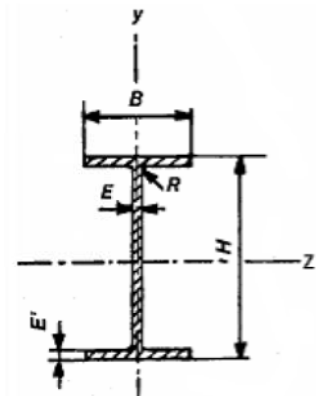
Nous allons étudier ces supports afin de déterminer quels sont les contraintes subies par leurs différents éléments.

### 9.2 Données

- Les liaisons en B, C et D sont assimilables à des **liaisons rotules**,
- La liaison en A est une **liaison encastrement**,
- Les pièces sont en **acier** dont voici les caractéristiques :
  - Module de Young :  $E = 200\text{GPa} = 2.10^{11}\text{Pa}$ ,
  - Limite élastique :  $\sigma_E = 300\text{MPa} = 3.10^8\text{Pa}$ .

Les caractéristiques géométriques des profilés IPE sont les suivantes :

- IPE80 :  $h = 80\text{mm}$ ,  $S = 764\text{mm}^2$ ,  $8,01.10^4\text{mm}^4$ ,
- IPE200 :  $h = 200\text{mm}$ ,  $S = 2850\text{mm}^2$ ,  $1,943.10^7\text{mm}^4$ .



#### Question 1 : Équilibre des poutres

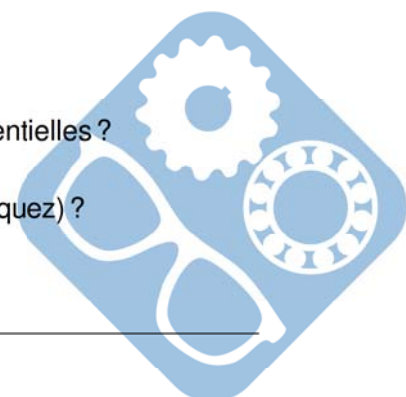
Les poutres CD et BD n'étant soumises qu'à 2 forces, comment se traduit l'application du P.F.S. ? Quel type de sollicitations rencontrera-t-on alors dans ces poutres ?

#### Question 2 : Équilibre du nœud D

Le nœud D est en équilibre sous l'action de 3 forces :  $\vec{F}_{catenaire \rightarrow D}$  que vous connaissez la direction de  $\vec{F}_{CD \rightarrow D}$  et de  $\vec{F}_{BD \rightarrow D}$  (voir question précédente). La somme vectorielle de ces 3 forces devant être nulle, déterminez alors l'intensité de  $\vec{F}_{CD \rightarrow D}$  et de  $\vec{F}_{BD \rightarrow D}$ .

#### Question 3 : Contraintes dans la poutre CD

- Cette poutre est-elle soumise à de la traction ou de la compression ?
- Les contraintes engendrées dans le matériau sont-elles normales ou tangentielles ?
- Déterminez la valeur de la contrainte dans le matériau.
- La poutre risque-t-elle d'être déformée au delà de sa limite élastique (expliquez) ?

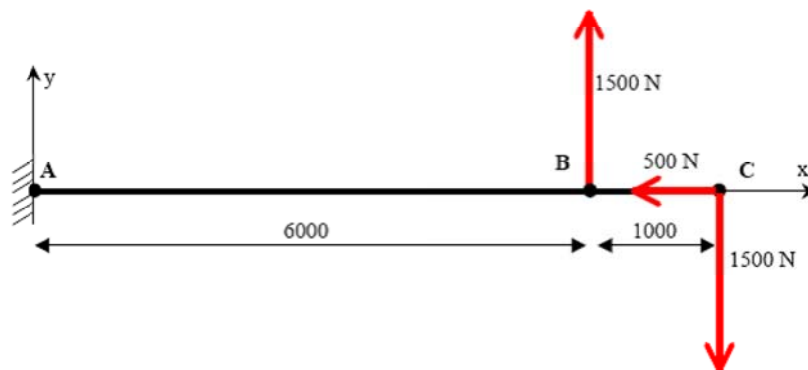


**Question 4 :** Contraintes dans la poutre BD

- Cette poutre est-elle soumise à de la traction ou de la compression ?
- Les contraintes engendrées dans le matériau sont-elles normales ou tangentielles ?
- Déterminez la valeur de la contrainte dans le matériau.
- La poutre risque-t-elle d'être déformée au delà de sa limite élastique (expliquez) ?

**9.3 Étude de la poutre AC**

Les questions précédentes nous ont permis de déterminer les actions mécaniques exercées en B et en C sur la poutre AC.



**Question 5 :** Bilan des actions mécaniques. Écrire les torseurs  $\{T_{CD/AC}\}$ ,  $\{T_{BD/AC}\}$  et  $\{T_{Sol/AC}\}$  des actions mécaniques extérieures exercées sur la poutre AC, exprimés en leur point d'application.

Application du P.F.S. et résolution.

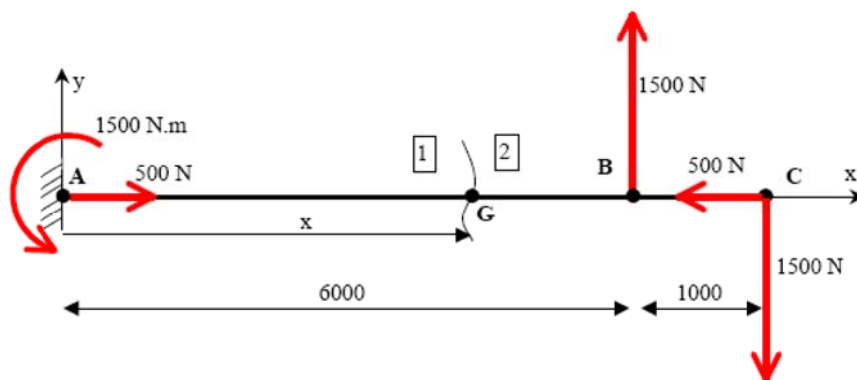
L'application du P.F.S. nous permet de déterminer l'action mécanique inconnue dont voici l'expression sous forme de torseur :

$$\{T_{Sol/AC}\} = \begin{Bmatrix} 500 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1500 \end{Bmatrix}_A$$

Ce résultat sera à utiliser pour la suite de la résolution du problème.

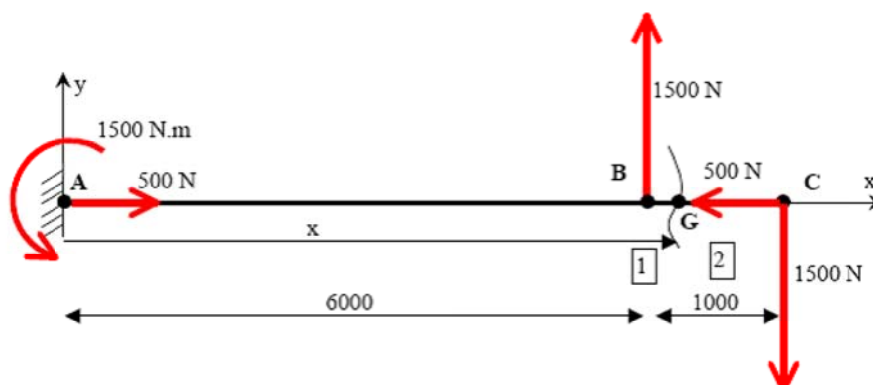
**Question 6 :** Torseur de cohésion

Entre A et B



Déterminez au point G le torseur de cohésion sur la portion de poutre AB. Donnez la nature des sollicitations engendrées par chacun des termes non nuls du torseur de cohésion.

Entre B et C



Déterminez au point G le torseur de cohésion sur la portion de poutre BC.

Donnez la nature des sollicitations engendrées par chacun des termes non nuls du torseur de cohésion.

**Question 7 :** Diagrammes de sollicitations Tracez les diagrammes d'effort normal  $N$ , d'effort tranchant  $T$  et de moment fléchissant  $M_f$  en fonction de  $x$ .

**Question 8 :** Contraintes dans le matériau

Donnez l'expression des contraintes normales engendrées par chacune des sollicitations.

Donnez l'expression de la contrainte normale totale engendrée par  $N$  et  $M_f$ .

**Question 9 :** Critère d'endommagement

Calculez la valeur maximum de  $\sigma$ .

La poutre risque-t-elle d'être déformée au delà de sa limite élastique (expliquez) ?

