

Тип задачи: теоретическая.

Баллы: 5.

Количество подзадач: 2.

1 Введение: функция DISCHARGE

В данной задаче будем искать поток методом проталкивания предпотока.

Рассмотрим функцию DISCHARGE, реализуемую следующим образом:

```
1 Function DISCHARGE(u)
2 while  $e(u) > 0$  do
3    $v = u.current$ ;
4   if  $v == NIL$  then
5     RELABEL( $u$ );
6      $u.current = u.N.head$ ;
7   else
8     if  $c_f(u, v) > 0$  and  $h(u) == h(v) + 1$  then
9       PUSH( $u, v$ );
10    else
11       $u.current = u.next$ ;
12    end
13  end
14 end
```

2 Problem A. Simple For

Рассмотрим следующую схему выполнения алгоритм проталкивания предпотока:

```
1 while can do push or relabel do
2   for  $v \in V$  do
3     if  $v \neq s$  and  $v \neq t$  then
4       DISCHARGE( $v$ );
5     end
6   end
7 end
```

Задача А: Докажите, что такой алгоритм корректно находит максимальный поток за время $O(V^3)$.

Указание: рассмотрите потенциал $\Phi = \max\{h(v) | v \in V \setminus \{s, t\}, v - \text{избыточная вершина}\}$.

3 Problem B. Simple Queue

Пусть переполненные вершины хранятся в очереди; алгоритм на каждом шаге достает из очереди вершину и применяет к ней DISCHARGE; при этом все непереполненные вершины, которые в процессе DISCHARGE становятся переполненными, добавляются в конец очереди.

Задача В: Докажите, что и такой алгоритм корректно находит максимальный поток за время $O(V^3)$.