Тип задачи: теоретическая.

Баллы: 3.

Количество подзадач: 2.

Пусть ищем блокирующий поток в ациклической (слоистой) сети $G = (V, E)$, где исток есть вершина s, а сток - t. Пусть пропускные способности ребер (u, v) суть $c(u, v)$, а $f(u, v)$ - некий поток в этой сети. Без ограничения общности можно считать, что все вершины доступны из s, и из всех вершин доступна t. Пусть $V = V_0 \cup V_1 \cup ... \cup V_k$, $V_k = \{t\}$.

Назовем потенциалом вершины $v \in V_l, 0 \leqslant l \leqslant k$, величину $\phi(v)$, равную:

- $\sum_{w \in V_{l+1}} (c(v, w) - f(v, w))$, если $v = s$;
- $\sum_{u \in V_{l-1}} (c(u, v) - f(u, v))$, если $v = t$;
- $\min(\sum_{w \in V_{l+1}} (c(v, w) - f(v, w)), \sum_{u \in V_{l-1}} (c(u, v) - f(u, v)))$, иначе;

Назовем вершину r *ключевой*, если её потенциал минимален среди всех вершин графа.

Задача A. Докажите, что можно пропустить поток размера $\phi(r)$ через ключевую вершину r, уменьшив $\phi(r)$ до нуля;

Задача B. На основе пункта а) разработайте алгоритм поиска максимального потока за $O(|V|^3)$.