

# Procesarea Semnalelor

## Laboratorul 8

### Transformata Fourier — Aplicații

## 1 Componenta continuă a unui semnal

Cerința unui exercițiu din [laboratorul 4](#) se referea la generarea unei sinusoide care să ia valori în intervalul  $[3, 7]$ . Figura [1](#) prezintă o soluție a acestui exercițiu, pentru un semnal a cărui frecvență caracteristică este  $f_0 = 40$  Hz. Spre deosebire de o sinusoidă obișnuită, media acestui semnal nu este 0. Atunci când un semnal are media diferită de 0, se spune că acesta are o **componentă continuă** (numită și *DC offset*). Formula generală pentru un semnal sinusoidal cu componentă continuă  $x_0$  este

$$x(t) = x_0 + A \cos(2\pi f_0 t + \phi) \quad (1)$$

Prezența acesteia în semnal poate fi observată în transformata Fourier a semnalului: modulul transformatei are o valoare semnificativă pentru frecvența 0 Hz. Graficul de jos din Figura [1](#) prezintă transformata Fourier a semnalului.

Componenta continuă poate apărea din cauza prezenței unui curent în componentele sistemului de achiziție a semnalului, până la convertirea acestuia din semnal analog în semnal digital. În cele mai multe cazuri, înlăturarea acestui offset (sau centrarea semnalului în 0) este prima etapă în prelucrarea unui semnal, deoarece poate influența negativ etapele următoare. Există însă și situații în care adăugarea unui offset poate fi utilă.

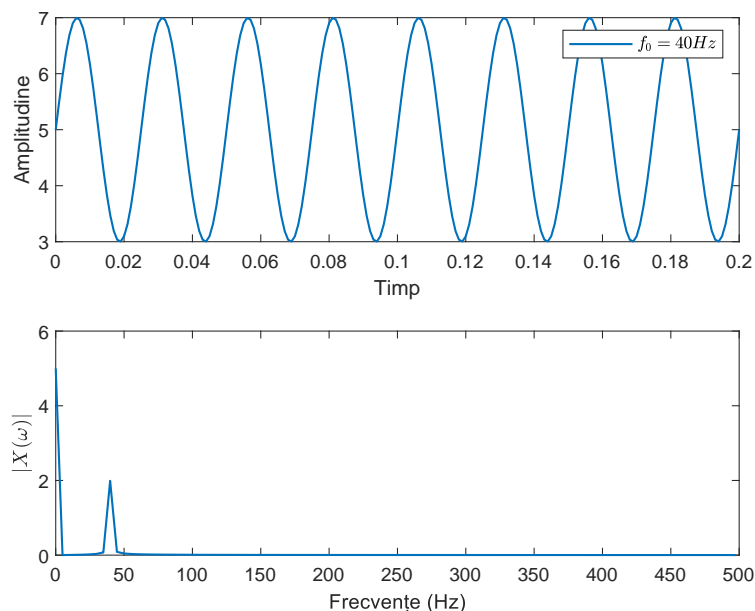


Figura 1: Semnal sinusoidal cu componentă continuă

## 2 Aplicație

În laboratorul de astăzi veți lucra cu un semnal real. Setul de date [BulletTrain\\_Timeseries\\_data](#) conține numărul de mașini care trec printr-o intersecție, măsurat din oră în oră. Fișierul `Train.csv`<sup>1</sup> conține **18288 eșantioane** din acest semnal.

Acesta poate fi vizualizat în Figura 2. Datorită perioadei mari de timp pe care a fost făcută măsurătoarea, caracteristicile semnalului sunt greu de observat, în afară de tendința generală de creștere a volumului de mașini. Nu confundați această tendință cu **componenta continuă** (media) a semnalului!

---

<sup>1</sup>Numele fișierului se referă la faptul că acesta reprezintă setul de antrenare pentru problema de predicție a traficului.

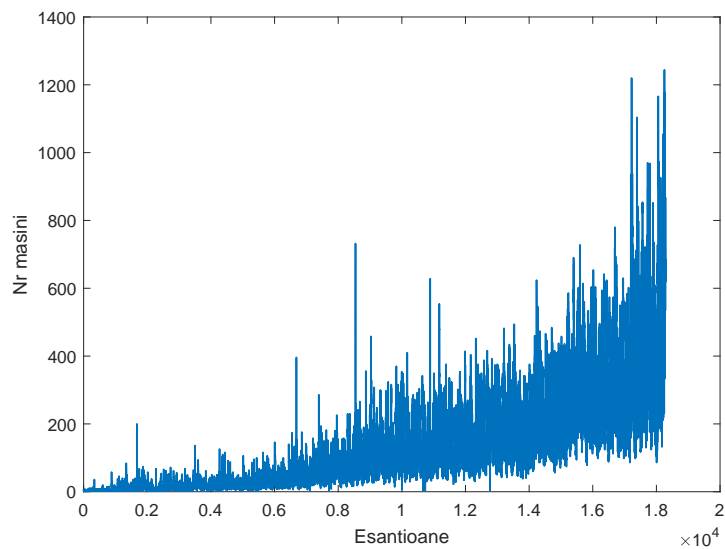


Figura 2: Semnal reprezentând numărul de mașini care trec printr-o intersecție

Dacă vizualizăm, în schimb, o perioadă mai scurtă de timp, putem observa mai bine semnalul. Figura 3 reprezintă o perioadă de aproximativ o lună și jumătate.

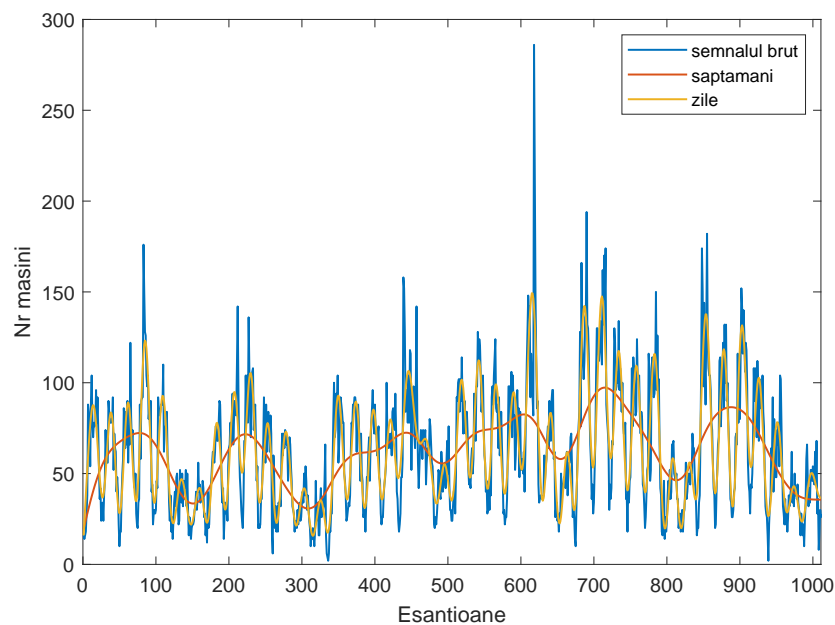


Figura 3: Numărul de mașini care trec printr-o intersecție într-o perioadă de o lună și jumătate

Semnalul prezintă **zgomot** (*noise*) și **evenimente singulare** (*outliers*). Acestea sunt componente de frecvență înaltă și apar în reprezentarea în timp ca *spikes*. Însă caracteristicile semnalului pot fi observate și corelate cu procesul care l-a generat: trafic mare 5 zile pe săptămână, trafic redus în weekend; crescut în timpul zilei, scăzut în timpul nopții. Cu alte cuvinte, semnalul prezintă mai multe componente periodice. Cu galben este sugerată componenta ce ține de zile, iar cu portocaliu cea legată de traficul săptămânal.

**Notă:** Curba galbenă este obținută prin **filtrare** componentelor de frecvență înaltă — veți afla mai multe despre această operație în laboratorul următor. Curba portocalie nu are neapărat o semnificație precisă, ea are mai degrabă valoare de sugestie.

### 3 Ghid Python

În acest laborator veți folosi bibliotecile `numpy` și `matplotlib.pyplot`.

Pentru a citi un fișier de tip `csv` și a-l salva într-o variabilă, utilizați secvența de cod

```
x = numpy.genfromtxt('myfile.csv', delimiter=',')
```

Transformata Fourier a semnalului reținut în variabila `x` se poate obține utilizând funcția

```
X = np.fft.fft(x)
```

Deoarece eșantioanele semnalului nostru sunt doar numere reale, spectrul obținut va fi simetric față de origine. Pentru eficiență și pentru a simplifica pașii următori, putem folosi în schimb

```
X = np.fft.rfft(x)
```

care ne va returna un vector de lungime  $N/2$  (unde  $N$  este lungimea semnalului original), conținând doar o jumătate din spectru.

Modulul transformatei se poate calcula folosind

```
X = np.abs(X/N)
```

Pentru a genera vectorul de frecvențe pentru care este calculată transformata, utilizați

```
f = Fs * np.linspace(0, N//2, N//2 + 1) / N
```

unde  $F_s$  reprezintă frecvența de eșantionare a semnalului.

## 4 Exerciții

Scopul acestor exerciții este de a analiza semnalul de trafic.

1. Care este **frecvența de eșantionare** a semnalului de trafic? (revedeți secțiunea pentru detalii despre cum a fost achiziționat acesta) 0.6p
2. Ce **interval de timp** acoperă eșantioanele din fișier? 0.6p
3. Presupunând că semnalul a fost eșantionat **corect** (fără aliere) și **optim**, care este **frecvența maximă** prezentă în semnal? 0.6p
4. Utilizați funcția `np.fft.rfft(x)` pentru a calcula **transformata Fourier** a semnalului și afișați grafic **modulul transformatei**.  
Deoarece valorile pe care le veți calcula sunt în Hz, este important să definiți corect frecvența de eșantionare (astfel încât valorile de frecvențe pe care le obțineți utilizând ultima secvență de cod din Secțiunea 3 să aibă o interpretare corectă din punct de vedere fizic). 0.6p
5. Prezintă acest semnal o **componentă continuă**? Dacă da, eliminați-o și afișați semnalul rezultat. Dacă nu, specificați cum ați determinat acest fapt. 0.6p
6. Care sunt frecvențele principale conținute în semnal, așa cum apar ele în transformata Fourier? Mai exact, determinați **primele 4 cele mai mari valori** ale modulului transformatei și specificați căror frecvențe (în Hz) le corespund. Căror fenomene periodice din semnal se asociază fiecare? 1p
7. Începând de la un eșantion ales de voi (după cel al 1000-lea), reprezentați, pe un grafic separat, **o lună de trafic**. Alegeți eșantionul de start astfel încât reprezentarea să înceapă într-o **zi de luni**. 1p
8. Nu se cunoaște data la care a început măsurarea acestui semnal. Concepeți o **metodă** (descrieți în cuvinte) prin care să determinați, doar analizând semnalul în timp, această dată. Comentați ce neajunsuri ar putea avea soluția propusă și care sunt factorii de care depinde acuratețea ei. 1p