Autori: Andra Băltoiu, Silviu Gheorghe, Gabriel Majeri, Rebeca Oprea

Procesarea Semnalelor
Laboratorul 3
Domeniul Timp

1 Semnale periodice

Un semnal se numește *periodic* dacă valorile sale se repetă întocmai după un interval de timp T, numit perioada (principală a) semnalului, $x(t) = x(t+T)$.

Frecvența fundamentală a unui semnal periodic este $f = \frac{1}{T}$.

În practică nu se întâlnesc semnale periodice pure, deoarece semnalele reale sunt, într-o formă sau alta, afectate de zgomot, ce face ca valorile acestora să nu se repete identic. Cu toate că acest concept este teoretic, analiza acestor tipuri de semnale este importantă în dezvoltarea unor metode ce se pretează și pentru semnale aperiodice.

Cel mai simplu semnal periodic îl reprezintă semnalul sinusoidal,

$$x(t) = A\sin(2\pi f t + \phi) \tag{1}$$

În ecuația de mai sus A este amplitudinea semnalului, anume valoarea maximă pe care o poate lua semnalul.

Frecvența fundamentală, f, reprezintă numărul de oscilații pe secundă (de câte ori într-o secundă se repetă valoarea semnalului) și se măsoară în Herz ($1\,\text{Hz} = \frac{1}{\text{s}}$).

Mărimea ϕ reprezintă faza semnalului, se măsoară în radiani și se referă la poziția în cadrul perioadei în care se regăsește semnalul la $t = 0$.

Ecuația 1 se poate rescrie sub forma

$$x(t) = A\sin(\omega t + \phi) \tag{2}$$

unde ω reprezintă frecvența unghiulară și se măsoară în radiani pe secundă.

Un semnal de tipul celui de mai sus se numește semnal *sinusoidal*. Asemănător cu acesta este și semnalul în care folosim funcția cosinus în loc de sinus, denumit de asemenea semnal sinusoidal. Diferența între cele două este doar una de fază, datorită relației $\cos(x) = \sin(x + \pi/2)$.

2 Cazul discret

Alternativă discretă a semnalului descris de ecuația 1 este

$$x[n] = A\sin(2\pi f n t_s + \phi), \tag{3}$$

unde n reprezintă numărul eșantionului, iar t_s reprezintă perioada de eșantionare. Frecvența de eșantionare se definește $f_s = 1/t_s$.

Spre deosebire de semnalul sinusoidal continuu, care este periodic, cel discret este periodic doar în cazul în care raportul $N = \frac{2\pi k}{\omega}$ este număr întreg, pentru un $k \in \mathbb{Z}$.

3 Ghid Python

În plus față de bibliotecile folosite în laboratorul precedent, la acest laborator vom folosi și SciPy și `sounddevice`. Dacă nu le aveți deja instalate, le puteți descărca folosind `pip install scipy sounddevice`. Veți folosi modulele `scipy.io.wavfile`, `scipy.signal` și `sounddevice`.

Pentru a salva un semnal generat de voi în format audio puteți folosi următoarea secvență:

```
rate = int(44100)
scipy.io.wavfile.write('nume.wav', rate, signal).
```

Dacă doriți să încărcați semnalul salvat anterior pentru a-l procesa în continuare, puteți folosi

```
rate, x = scipy.io.wavfile.read('nume.wav').
```

Când lucrați cu semnale audio, este bine să folosiți frecvențe de eșantionare ca 44100 Hz sau 48000 Hz, din motive de compatibilitate cu placa de sunet și dispozitivele audio existente.

Pentru a reda audio un semnal salvat într-un `numpy.array` utilizați

```
sounddevice.play(x, fs)
sounddevice.wait()
```

unde *fs* reprezintă frecvența de eșantionare, de exemplu `fs = 44100`.

4 Exerciții

1. Generați un semnal sinusoidal folosind funcția sinus (`np.sin`) cu o amplitudine, frecvență și fază aleasă de voi. Generați apoi un semnal folosind funcția cosinus (`np.cos`) astfel încât, pe orizontul de timp ales, acesta să fie identic cu semnalul sinus. Verificați afișându-le grafic în două subplot-uri diferite. 1p

2. Generați un semnal sinusoidal de amplitudine egală cu 1 și cu o frecvență aleasă de voi. Încercați 4 valori **diferite** pentru fază. Afișați toate semnalele pe același grafic. 1p

3. Generați două semnale cu forme de undă diferite (ex. unul sinusoidal, celălalt sawtooth) pe același orizont de timp și adunați-le eșantioanele. Afișați grafic cele două semnale inițiale și suma lor, fiecare în câte un subplot. 1p

4. Generați două semnale cu aceeași formă de undă, dar de frecvențe diferite, și concatenați-le (puneți-le unul după celălalt în același vector). Redați audio rezultatul și notați ce observați. 1p

   Observație: Intervalul de frecvențe pe care îl poate percepe urechea umană este aproximativ 40–20000 Hz. Semnalele voastre ar trebui să aibă frecvențele fundamentale în acest interval dacă vreți să le puteți auzi. Frecvența de eșantionare ar trebui să fie 44100 Hz.

5. Generați un semnal sinusoidal de frecvență 200 Hz, eșantionat la o frecvență de 500 Hz pe un interval de timp ales de voi (dar suficient de mic cât să puteți distinge oscilațiile). Decimați-l la 1/4 din frecvența inițială (păstrați doar al 4-lea fiecare element din vector). 1p

(a) Afișați grafic semnalul inițial și cel decimat și comentați diferențele. 0.5p

(b) Repetați decimarea (tot la $1/4$ din frecvența inițială) pornind acum de la al doilea sau de la al treilea element din vector. Ce observați? Este decimarea invariantă în timp? 0.5p

6. În practică se operează des cu următoarea aproximare: pentru valori mici ale lui α, $\sin(\alpha) \approx \alpha$. Verificați dacă această aproximare este bună, reprezentând grafic cele două curbe ($f(x) = x$ și $f(x) = \sin(x)$) pentru valori în intervalul $[-\pi/2, \pi/2]$. 1p