

Procesarea Semnalelor

Laboratorul 5

Eșantionare și zgomot

1 Eșantionarea trece-bandă

Reamintim că un semnal **limitat în bandă** (*bandlimited*) este un semnal ale cărui componente de frecvență sunt 0 (sau nesemnificative) în afara unui interval $[-B \text{ (Hz)}, B \text{ (Hz)}]$.

Semnalele limitate în bandă, centrate în $f_c \neq 0$, pot fi eșantionate corect și la frecvențe mai mici decât frecvența Nyquist prin centarea unei replici în 0. Intervalul $[0, f_c]$ este astfel utilizat eficient. Procedura poartă numele de **eșantionare trece-bandă** (*bandpass sampling*).

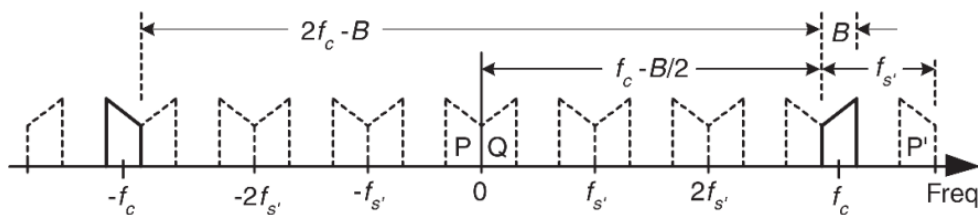


Figura 1: Eșantionarea trece-bandă

[Sursa imaginii](#)

Ca orice eșantionare, și aceasta produce replici, iar pentru a evita alierea, este necesar ca acestea să nu se suprapună. O reprezentare grafică a unei astfel de situații este în figura 1. Condițiile pentru o eșantionare eficientă sub-Nyquist, pentru un număr m de replici,

sunt așadar:

$$\frac{2f_c - B}{m} \geq f_s \geq \frac{2f_c + B}{m + 1}$$
$$f_s > 2B$$

2 Decibelul

Puterea (instantanee) a unui semnal este exprimată ca pătratul magnitudinii $P(t) = |x(t)|^2$. **Decibelul** măsoară puterea unui semnal în raport cu o putere de referință, în scară logaritmică

$$P_{\text{dB}} = 10 \log_{10} \left(\frac{P}{P_0} \right) \text{ dB}$$

Definirea puterii în termeni relativi la o referință vine din istoria unității de măsură în domeniul telecomunicațiilor, unde este necesară transmiterea unui semnal pe distanțe lungi fără pierderea calității acestuia.

Similar puterii, alte proprietăți ale unui semnal pot fi exprimate în dB: amplitudinea, energia. Nivelul de intensitate a sunetului se măsoară de asemenea în dB, unde intensitatea de referință este limita percepției umane, $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$.

O altă utilizare frecventă a acestei unități de măsură o reprezintă caracterizarea unui semnal achiziționat sau a unui canal de comunicație din perspectiva prezenței **zgomotului**. Raportul semnal-zgomot este definit ca raportul de putere

$$\text{SNR} = \frac{P_{\text{semnal}}}{P_{\text{zgomot}}} = \left(\frac{A_{\text{semnal}}}{A_{\text{zgomot}}} \right)^2$$

Reprezentat în dB, raportul devine $\text{SNR}_{\text{dB}} = 10 \log_{10} (\text{SNR})$.

3 Ghid Python

Reprezentare grafică

Dacă doriți ca funcția `stem` să nu afișeze și liniile verticale, iar culoarea folosită să nu fie cea implicită, puteți folosi secvența de mai

jos. Parametrul pentru culoare, transmis ca *string* între apostrofuri (*red* în exemplul de mai jos) poate fi transmis și prin codul acesteia în format **hexazecimal**.

```
markerline, _, _ = axs[0].stem(x2, y2,
                                linefmt='none', basefmt='none')
markerline.set_markerfacecolor('red')
markerline.set_markeredgecolor('red')
```

4 Exerciții

1. Prespuneți că într-o incintă temperatura este controlată astfel încât să se obțină o periodicitate noapte-zi asemănătoare unei sinusoide; maximul de temperatură (1°C) se atinge la ora 12:00, minimul (-1°C) la ora 24:00, nu există variații între zile. Începeți să măsurați temperatura din incintă într-o zi de miercuri, la ora 12:00. 3p
 - (a) Dacă măsurați temperatura la fiecare 2 ore, care va fi **frecvența de eșantionare** (exprimată **în Hz**)? 0.5p
 - (b) Care este **perioada** semnalului de temperatură și care este **frecvența** acestuia? Este eșantionarea din subpunctul precedent **corectă** în sensul teoremei Nyquist? Care este **intervalul de perioadă maximă** la care trebuie măsurată temperatura astfel încât să îndeplinească criteriul de eșantionare Nyquist? 0.5p
 - (c) Afișați **grafic** cu o curbă sinusoidală de temperatură pentru o săptămână și eșantioanele (semnalate grafic prin puncte) obținute cu frecvența de eșantionare de la punctul (a). Afișați conținutul variabilei în care rețineți axa timpului. 0.5p
 - (d) Dacă măsurați temperatura **o dată la 5 ore**, în ce zi și la ce oră veți obține **din nou** valoarea din primul eșantion (cel de miercuri, ora 12:00)? 0.5p
 - (e) Generați eșantioanele pentru **noua perioadă de eșantionare** (5 ore). Afișați-le pe un nou grafic folosind funcția `plt.plot()`. Ce observați? 0.5p
 - (f) Creați un nou grafic în care afișați eșantioanele gene-

rate la subpunctul precedent folosind, de data aceasta, `plt.stem()`. Adăugați pe acest grafic, cu alte culori, sinusoida și eșantioanele de la subpunctul (c). 0.5p

2. Generați și afișați grafic o sinusoidă de frecvență și fază aleasă de voi, dar ale cărei valori minime și maxime (atinse) să fie 3, respectiv 7. 1p

3. Calculați frecvența optimă (cea mai eficientă) de eșantionare sub-Nyquist pentru un semnal de bandă $B = 10$ Hz centrat în jurul lui $f_c = 90$ Hz pentru următoarele 3 valori posibile ale numărului de replici: a) $m = 1$, b) $m = 2$, c) $m = 4$. 1p

4. Puterea unui semnal este $P_{\text{semnal}} = 90$ dB. Se cunoaște raportul semnal-zgomot, $\text{SNR}_{\text{dB}} = 80$ dB. Care este puterea zgomotului?

Indicație: deoarece nu știți puterea de referință față de care se măsoară aceste puteri în decibeli, ar trebui să găsiți răspunsul fără a face conversia în watts. 1p