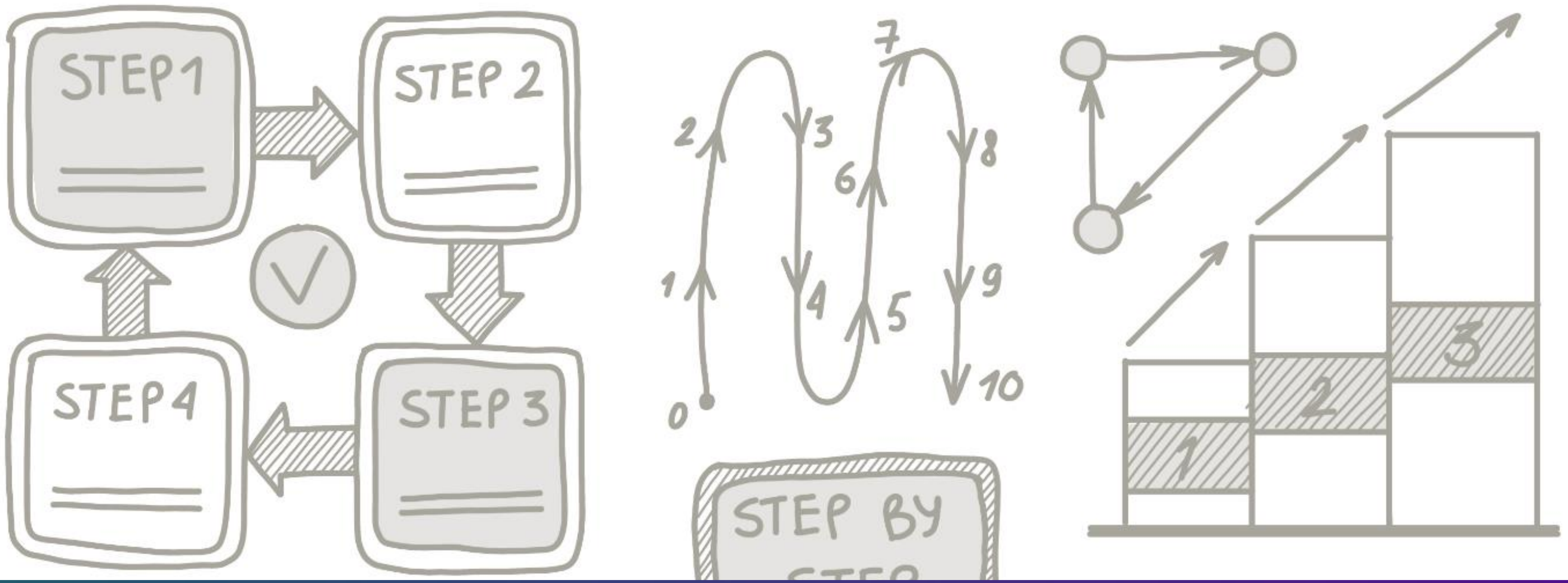
приоритет2030^
лидерами становятся

Оператор БПЛА: фотограмметрия и дистанционное зондирование

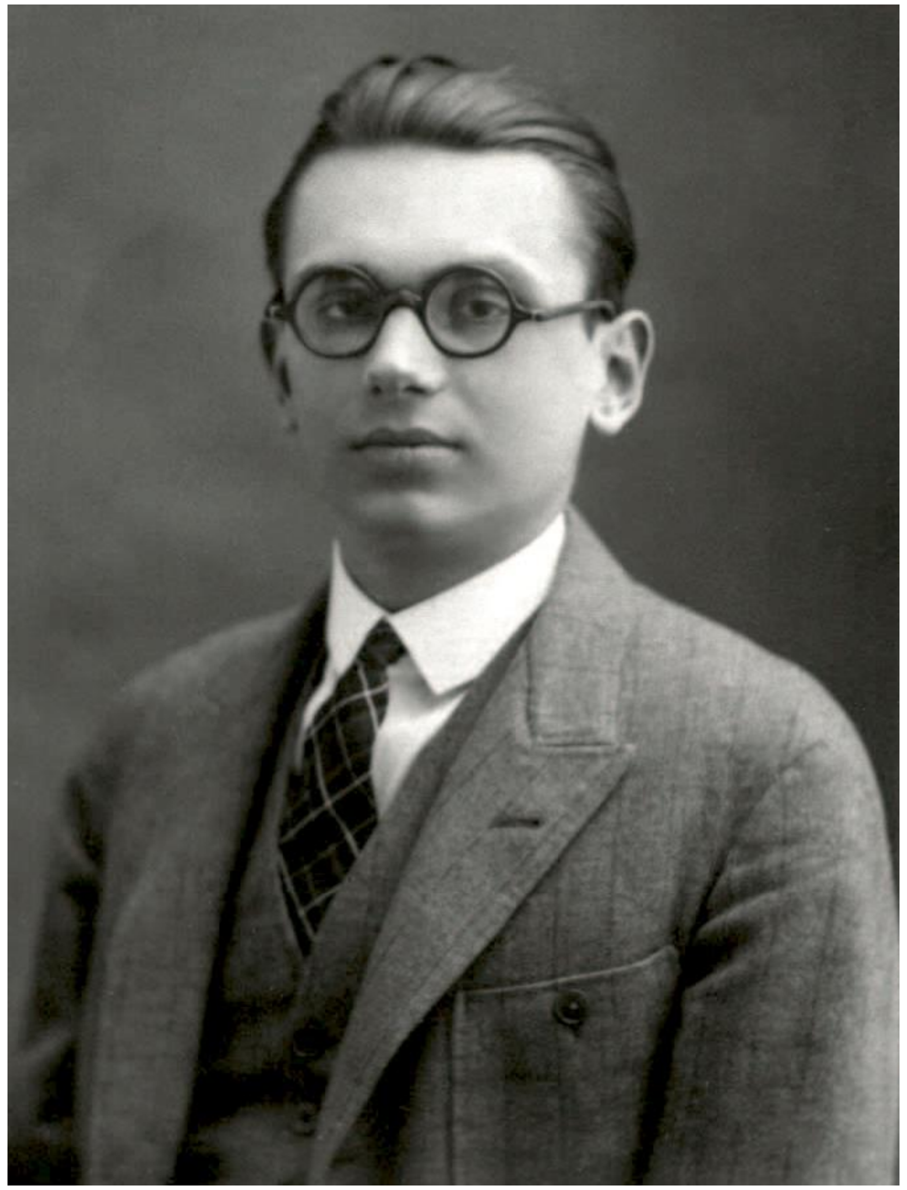
Алгоритм и его свойства



ЕМЕЛЬЯНОВ ЭДУАРД ПАВЛОВИЧ

Понятие алгоритма

Алгоритмом называется строго определенная последовательность действий, определяющих процесс перехода от исходных данных к искомому результату.



Курт Гедель

«Любая достаточно сильная, непротиворечивая формальная система содержит истинные утверждения, которые невозможно доказать средствами самой этой системы»

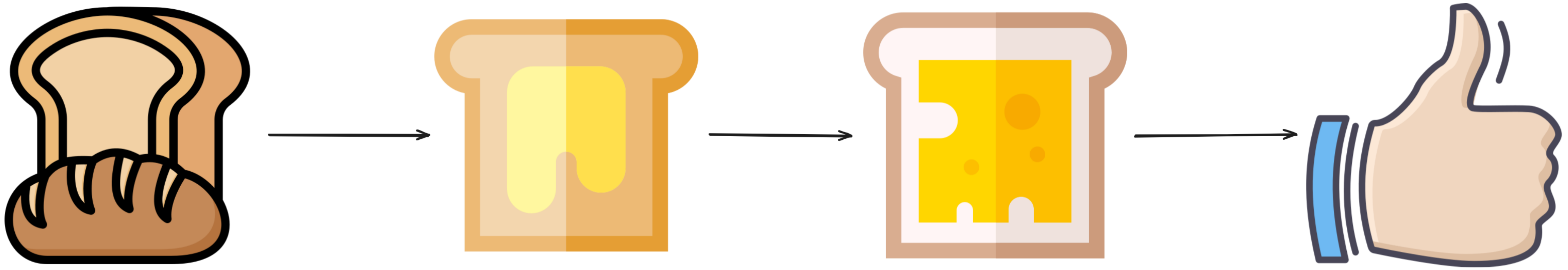
Понятие алгоритма

«Однажды крестьянину понадобилось перевезти через реку волка, козу и капусту. У крестьянина есть лодка, в которой может поместиться, кроме самого крестьянина, только один объект – или волк, или коза, или капуста. Если крестьянин оставит без присмотра волка с козой, то волк съест козу; если крестьянин оставит без присмотра козу с капустой, коза съест капусту. В присутствии же крестьянина «никто никого не ест»».

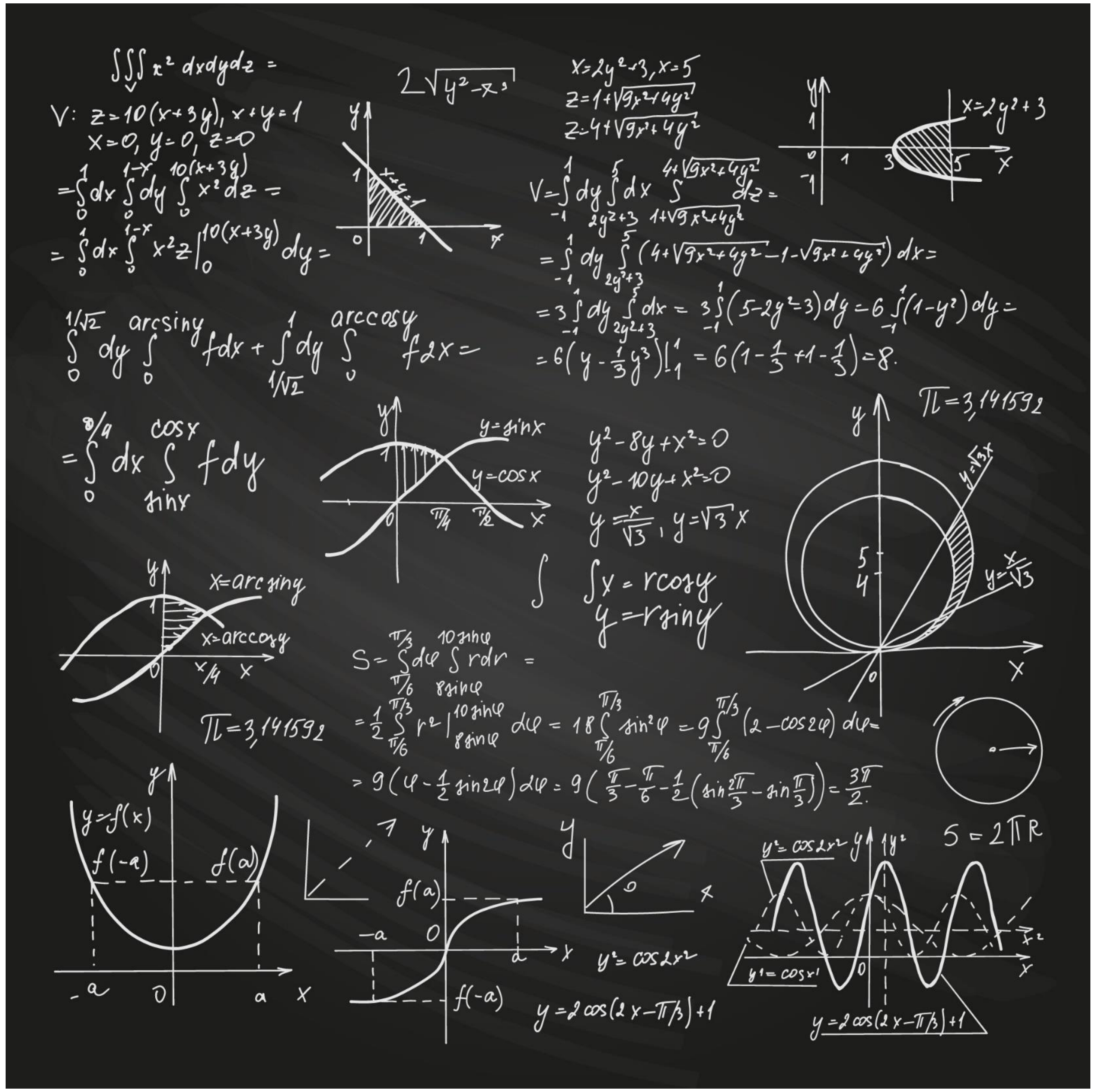
#	→	←	Результат
0	–	–	В К Кап | ~~ |
1	К	–	В Кап | ~~ | К
2	Кап	К	В К | ~~ | Кап
3	В	–	Кап | ~~ | В К
4	Кап	–	| ~~ | В К Кап

Свойства алгоритма

- Дискретность
- Детерминированность (Однозначность)
- Результативность
- Конечность
- Массовость



Словесно-формульный способ

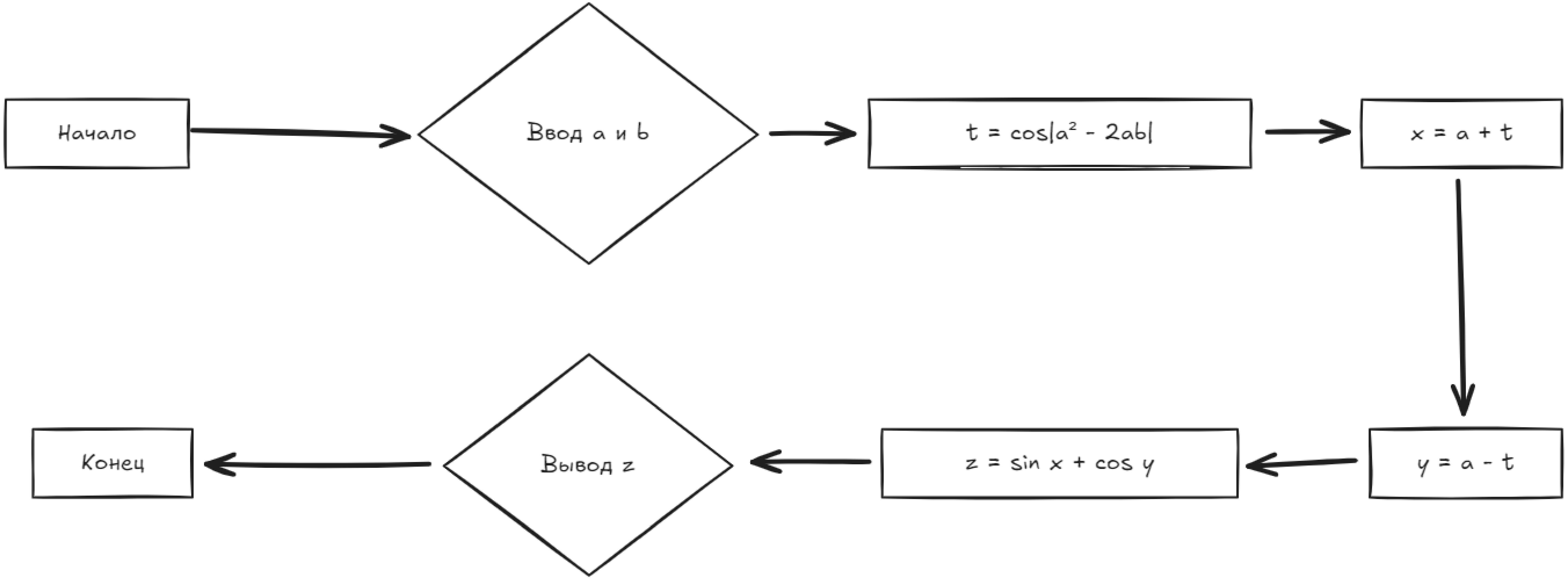


$$y_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

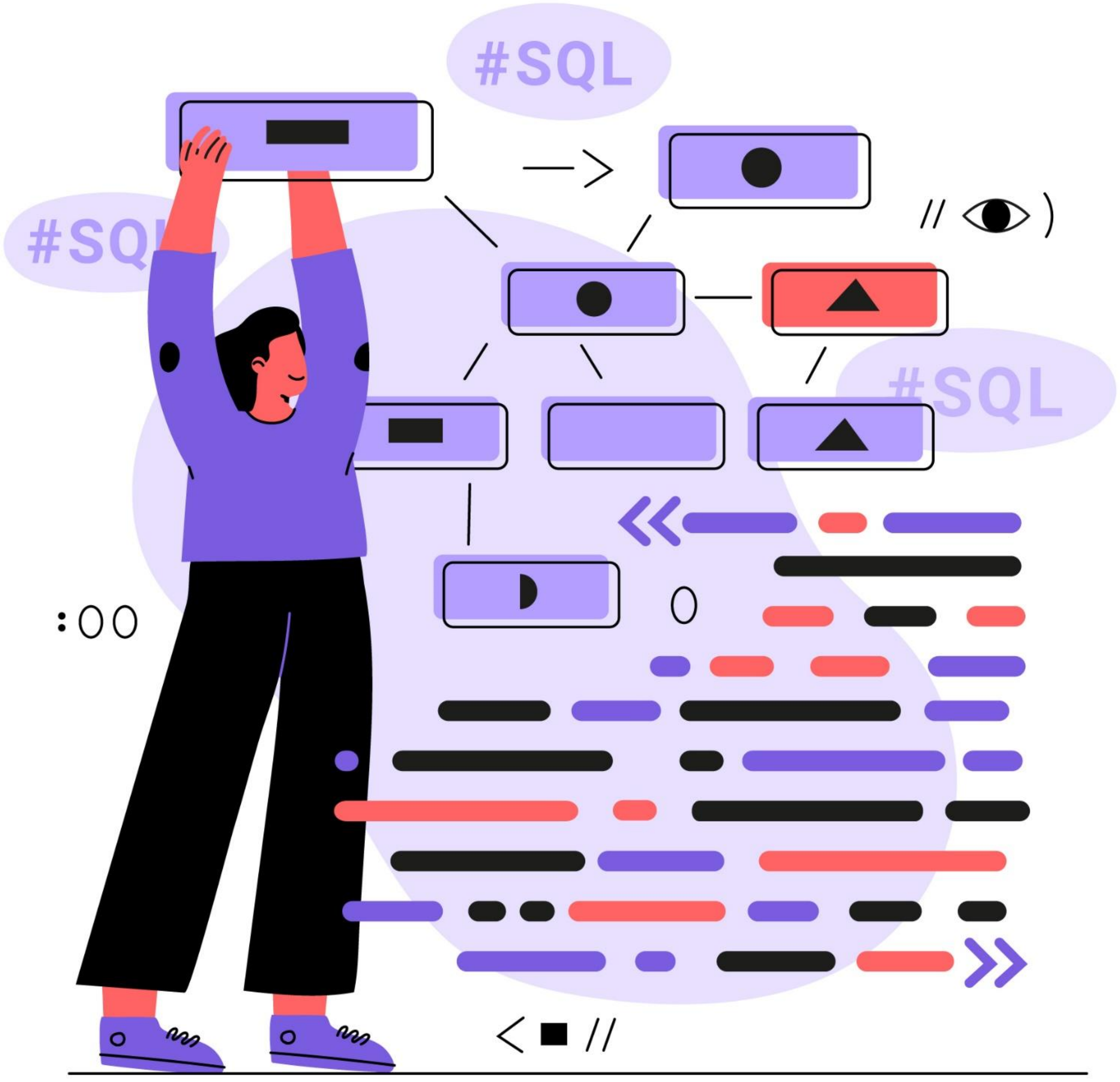
Графический способ

	Начало и конец алгоритма
	Блок ввода-вывода информации
	Блок обработки. Внутри блока записываются формулы, обозначения операций и функций
	Блок выбора. Внутри блока записываются условия выбора следующего действия алгоритма
	Блок заголовка цикла с параметром

Графический способ



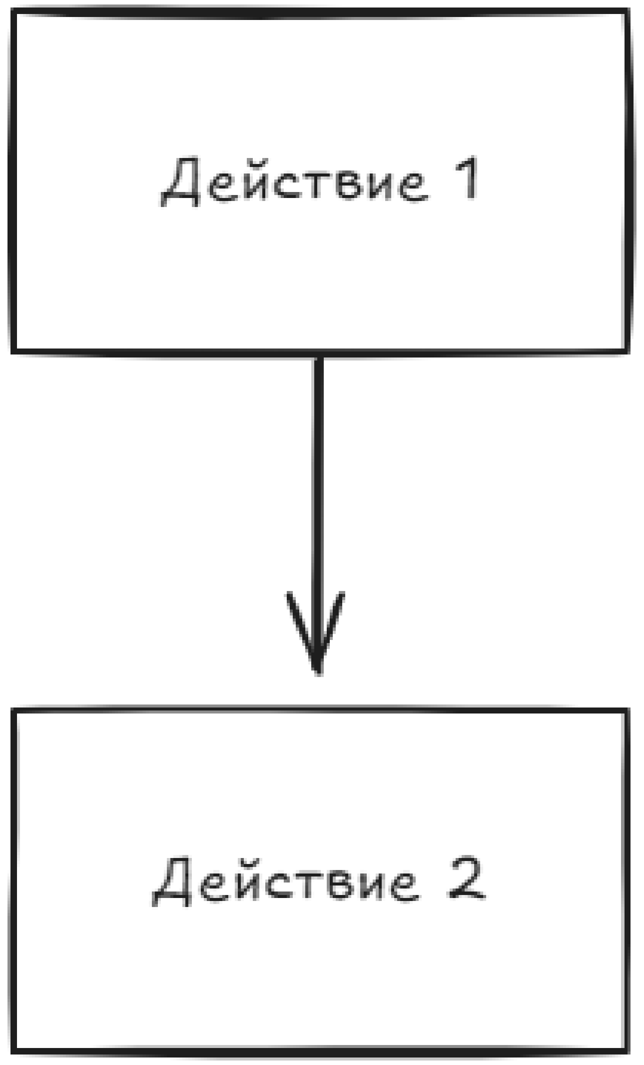
Псевдокод

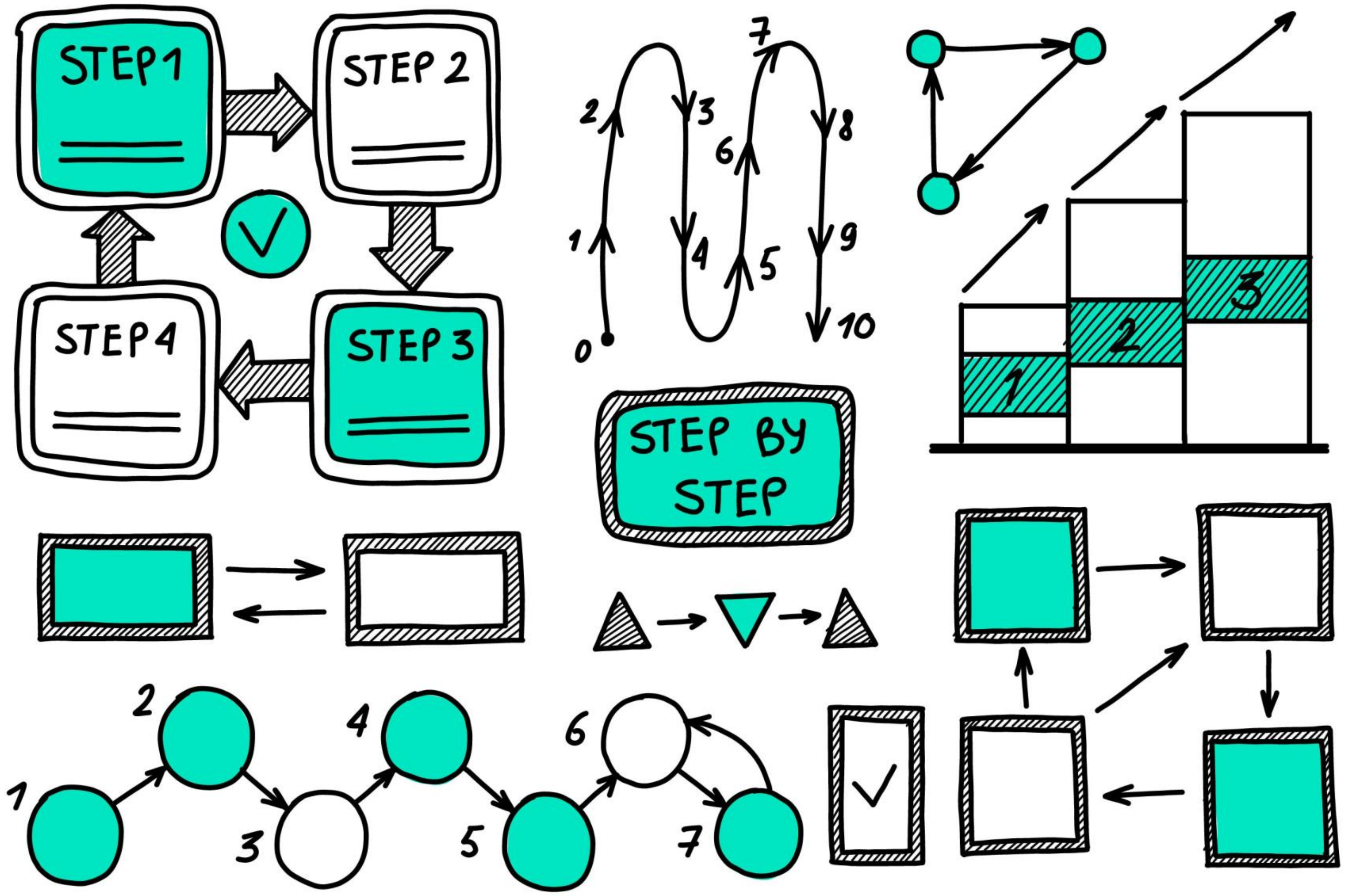



```
import math

a = float(input("Введите значение a: "))
b = float(input("Введите значение b: "))

t = math.cos(abs(a**2 - 2*a*b))

x = a + t
y = a - t

z = math.sin(x) + math.cos(y)

print(f"Результат {z = }")
```

Линейные алгоритмы

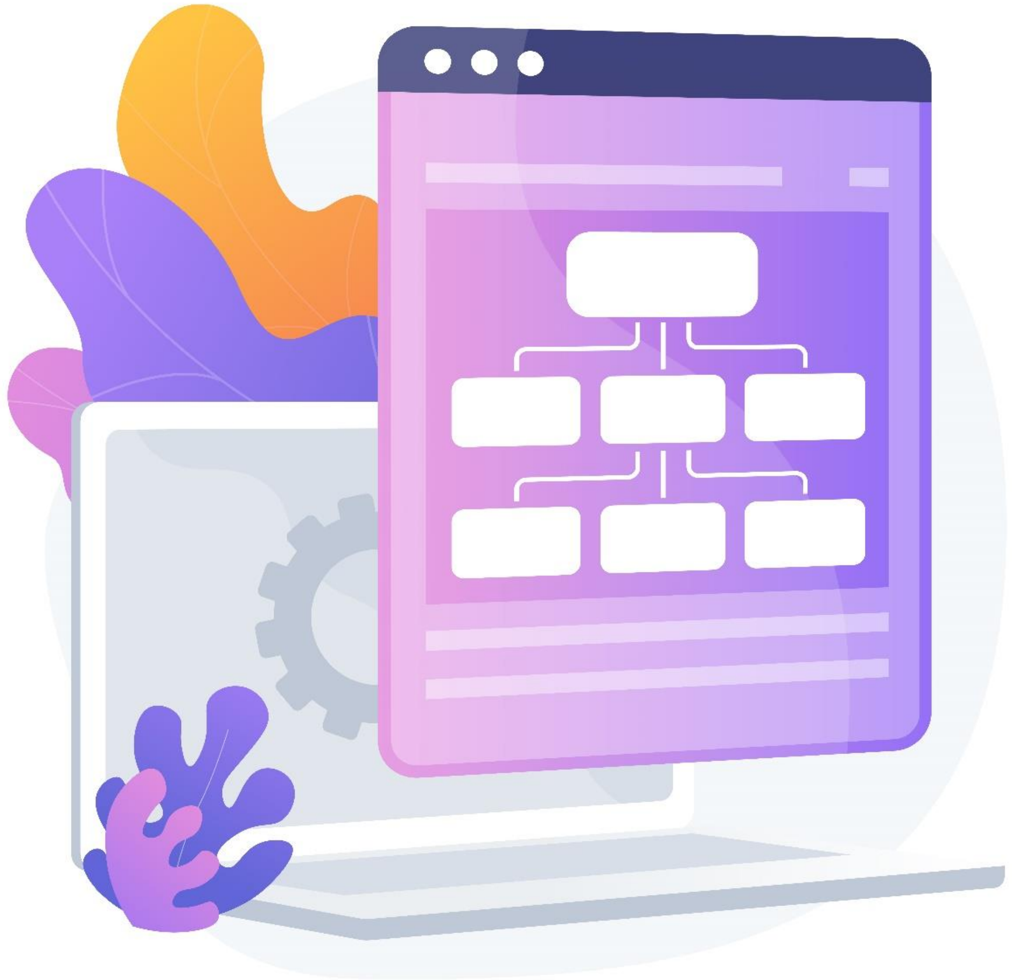
Линейный алгоритм – это алгоритм, в котором действия выполняются только один раз и строго в том порядке, в котором они записаны.

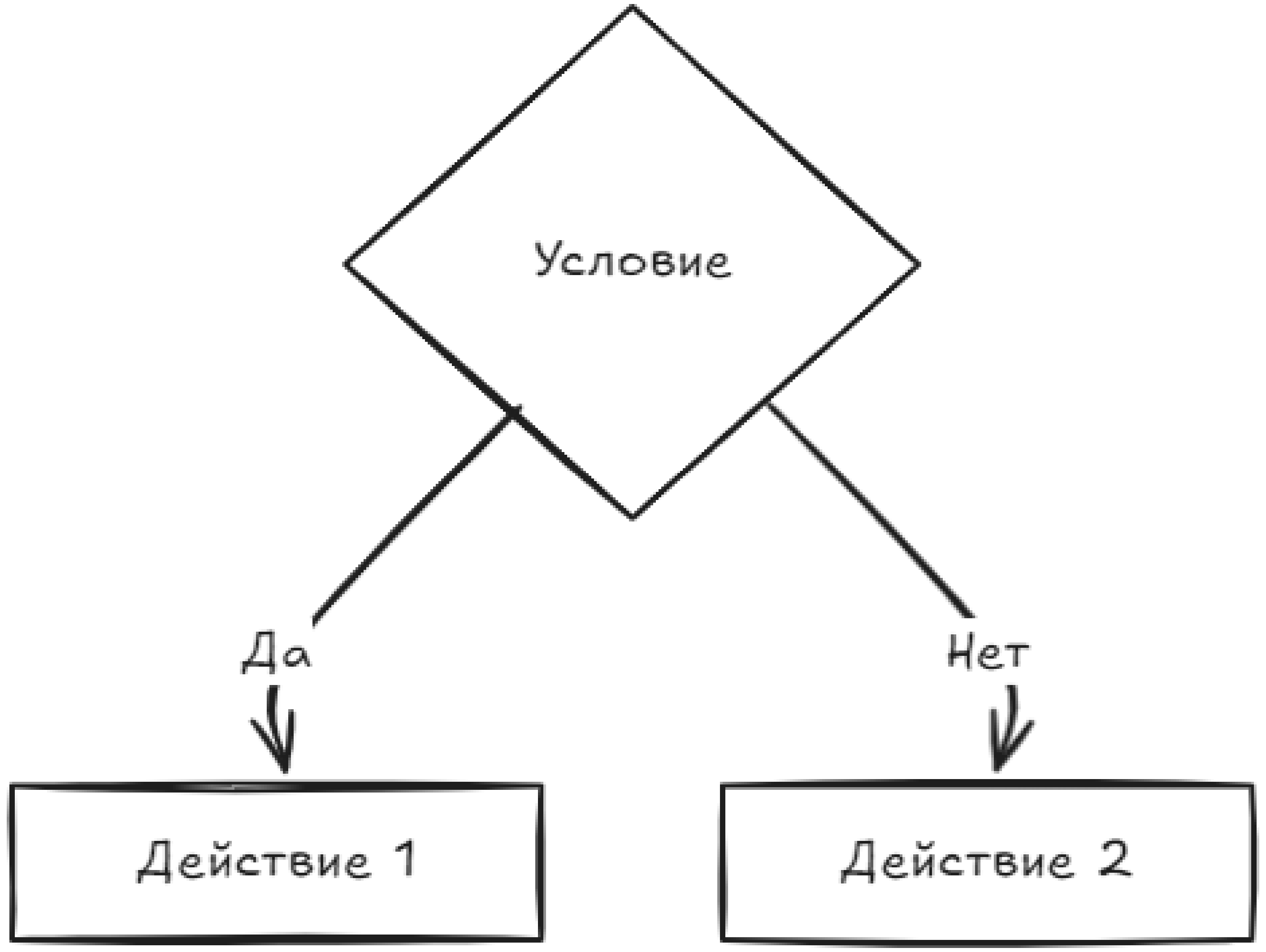




Разветвляющиеся алгоритмы

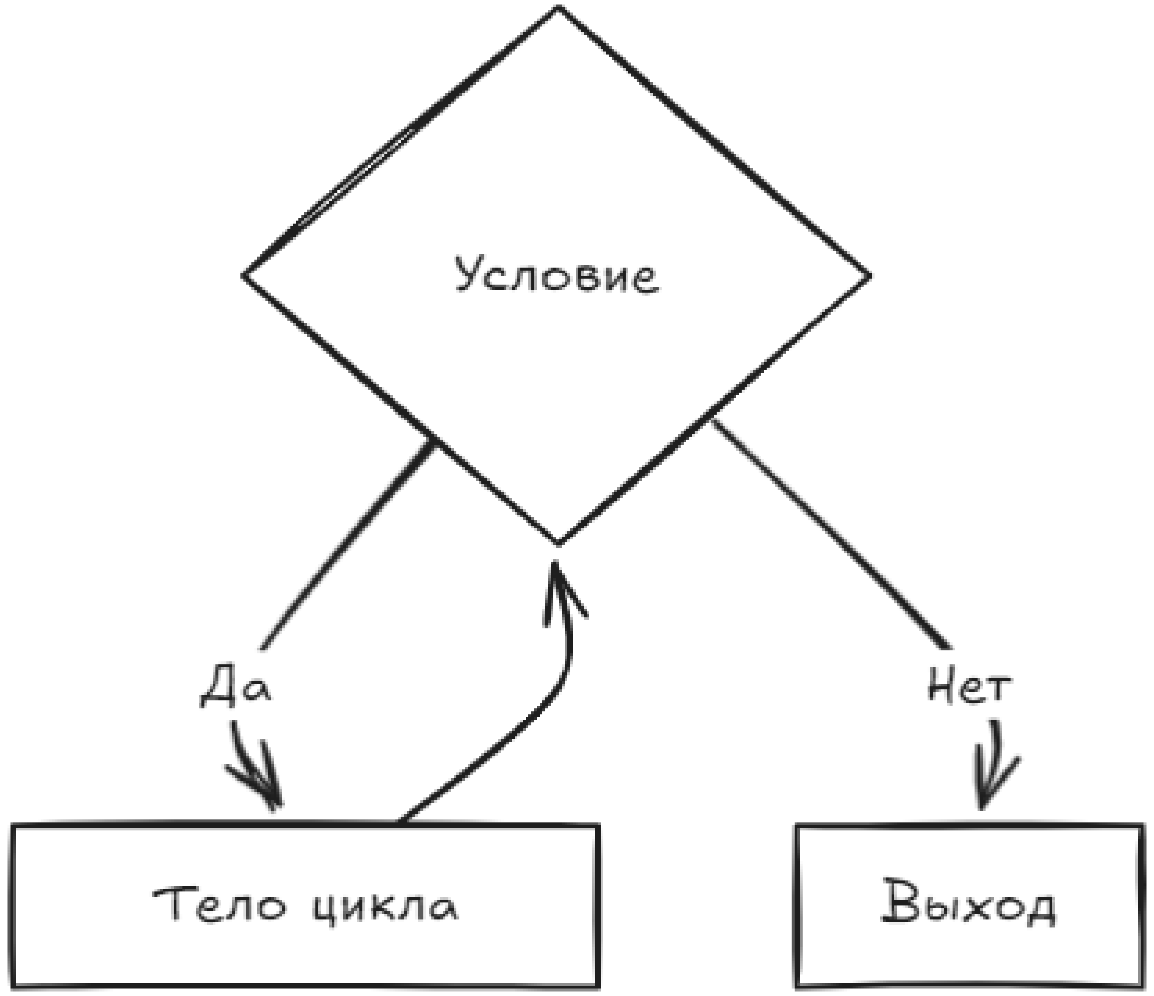
Разветвляющийся алгоритм – это алгоритм, в котором то или иное действие выполняется после анализа условия.





Циклические алгоритмы

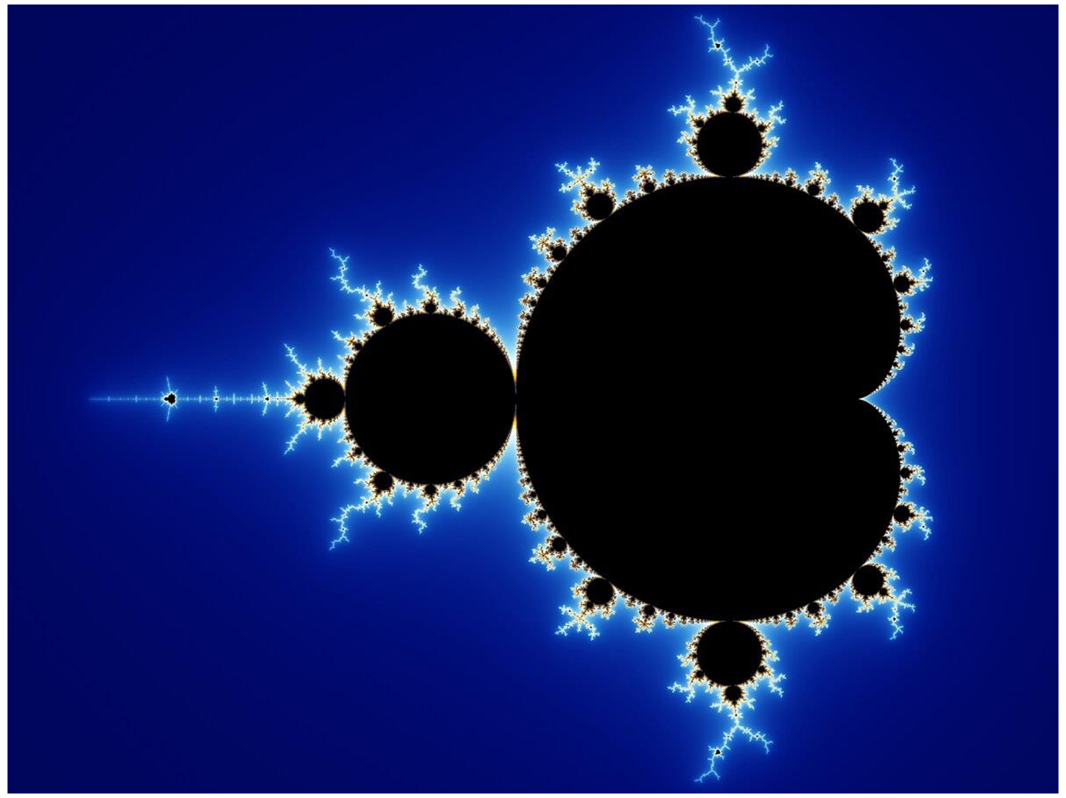
Циклический алгоритм (цикл) – это алгоритм, в котором группа операторов выполняется несколько раз подряд.



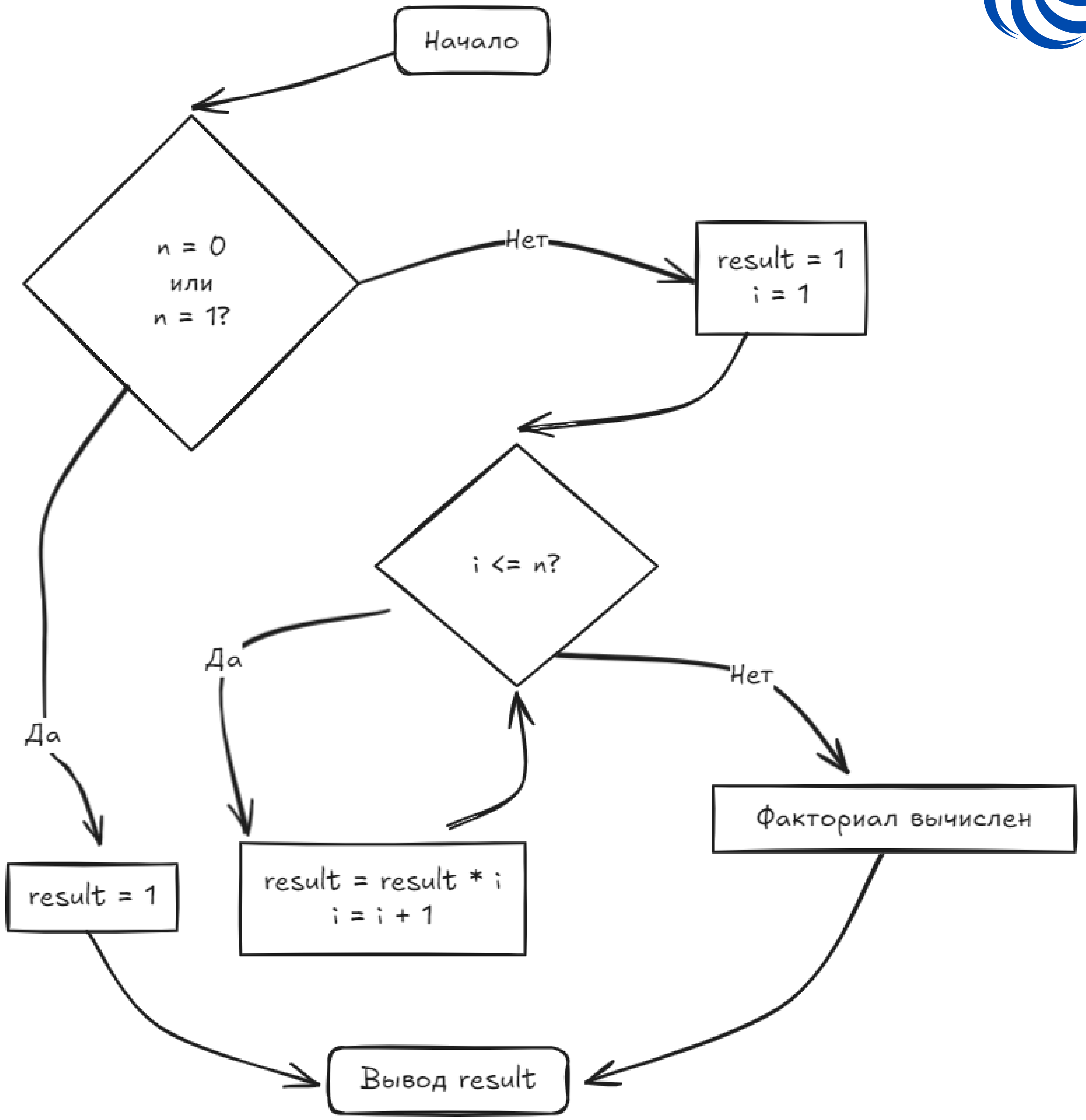
Рекурсивные алгоритмы

Рекурсивные алгоритм – алгоритм, организованный таким образом, что в процессе выполнения команд на каком-либо шаге он прямо или косвенно *обращается сам к себе*.

$$n! = 1 * 2 * 3 * \ldots * n$$



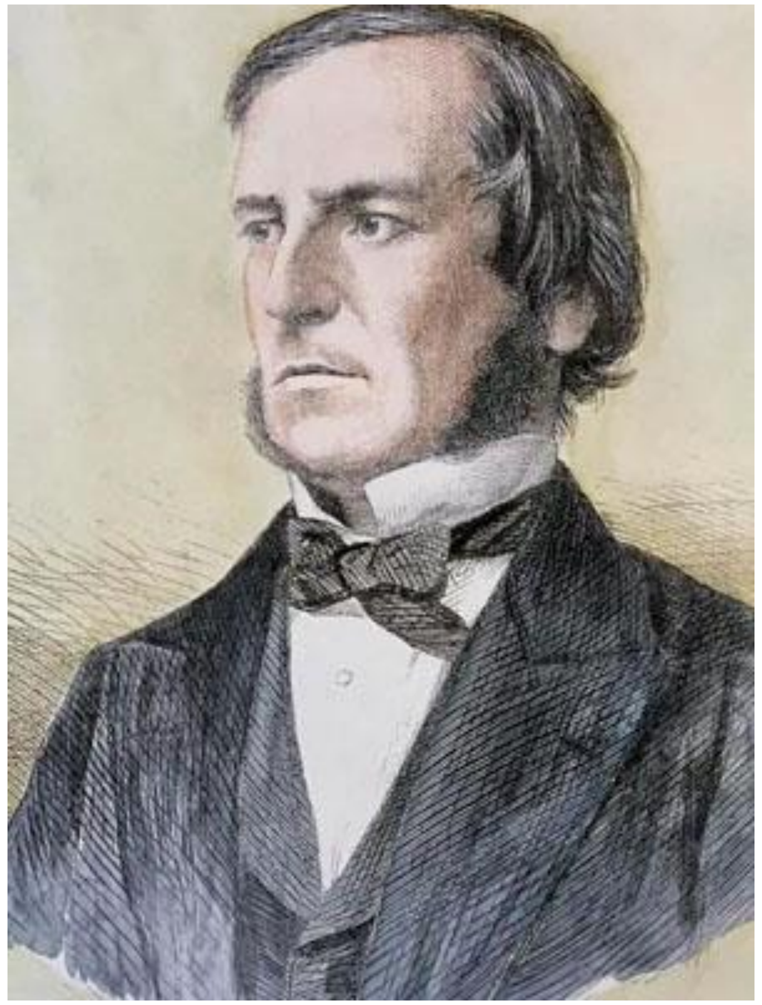
Множество Мандельброта



Алгебра логики

Логика – это наука о законах и формах мышления, математическая же логика занимается применением формальных математических методов для решения логических задач.

Алгебра логики – раздел математической логики, в котором изучаются логические операции над высказываниями.



Джордж Буль

Конъюнкция и дизъюнкция

Конъюнкция – логическое умножение («И»): $and, \&, \cap$

Дизъюнкция – логическое сложение («ИЛИ»): $or, |, \cup$

A	B	$A \cap B$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

A	B	$A \cup B$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

$$A \wedge B \wedge C = 1$$

$$A \vee B \vee C = 0$$

Исключающее ИЛИ и отрицание

Исключающее ИЛИ – XOR: $XOR, \oplus, \neq$

Инверсия – логическое отрицание («НЕ»): $not, \neg$

A	B	$A \oplus B$
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	0

A	$\neg A$
1	0
0	

Импликация и эквивалентность

Импликация: $imp, \rightarrow$

Эквивалентность: $\leftrightarrow$

A	B	$A \rightarrow B$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

A	B	$A \leftrightarrow B$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

Понятие логической формулы

Логическая формула – любое простое высказывание, а также сложное высказывание, образованное из простых с помощью логических связок.

$$F = (\overline{A \to B} \wedge A)$$

Рангом формулы F назовем число логических операций, с помощью которых эта формула образована.

$$r(F)$$

Правила чтения и аксиомы

- Отрицание
- Конъюнкция
- Дизъюнкция
- XOR
- Импликация
- Эквивалентность

Аксиома тождества

$$A = A$$

Аксиома исключения третьего

$$A \vee \overline{A} = 1$$

Аксиома непротиворечия

$$A \wedge \overline{A} = 0$$

Законы алгебры логики

Закон коммутативности

$$A \wedge B = B \wedge A$$

$$A \vee B = B \vee A$$

Закон ассоциативности

$$(A \wedge B) \wedge C = A \wedge (B \wedge C)$$

$$(A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C)$$

Закон констант

$$A \wedge 1 = A \quad A \vee 0 = A$$

$$A \vee 1 = 1 \quad A \wedge 0 = 0$$

Закон дистрибутивности

$$A \wedge (B \vee C) = (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$$

$$A \vee (B \wedge C) = (A \vee B) \wedge (A \vee C)$$

Закон равносильности

$$A \wedge A = A$$

$$A \vee A = A$$

Закон двойного отрицания

$$\overline{\overline{A}} = A$$

Законы алгебры логики

Законы де Моргана

$$\overline{A \wedge B} = \overline{A} \vee \overline{B}$$

$$\overline{A \vee B} = \overline{A} \wedge \overline{B}$$

Законы идемпотентности

$$A \wedge A = A$$

$$A \vee A = A$$

Законы поглощения

$$A \vee (A \wedge B) = A$$

$$A \wedge (A \vee B) = A$$

Закон склеивания

$$(A \wedge B) \vee (A \wedge \overline{B}) = A$$

$$(A \vee B) \wedge (A \vee \overline{B}) = A$$

Закон дополнения

$$A \vee \overline{A} = 1 \qquad A \wedge \overline{A} = 0$$

$$\overline{1} = 0 \qquad \overline{0} = 1$$

Законы алгебры логики

Закон импликации

$$A \to B = \overline{A} \vee B$$

Закон отрицания импликации

$$\overline{A \to B} = A \wedge \overline{B}$$

Контрапозиция

$$A \to B = \overline{B} \to \overline{A}$$

Закон расщепления

$$A \to (B \to C) = (A \wedge B) \to C$$

Определение эквивалентности

$$A \Leftrightarrow B = (A \to B) \wedge (B \to A)$$

Альтернативное определение эквивалентности

$$A \Leftrightarrow B = (A \wedge B) \vee (\overline{A} \wedge \overline{B})$$

Отрицание эквивалентности

$$\overline{A \Leftrightarrow B} = A \oplus B$$

Доказательство законов

$$\overline{A \vee B} = \overline{A} \wedge \overline{B}$$

A	B	$\overline{A \cup B}$	$\overline{A} \cap \overline{B}$
0	0	1	1
0	1	0	0
1	0	0	0
1	1	0	0

Упрощение логических выражений

$$(A \wedge B) \vee (A \wedge \overline{B}) \vee (\overline{A} \wedge B)$$

Упрощение логических выражений

$$(A \wedge B) \vee (A \wedge \overline{B}) \vee (\overline{A} \wedge B)$$

Применяем закон склеивания

$$(A \wedge B) \vee (A \wedge \overline{B}) = A \wedge (B \wedge \overline{B}) = A \wedge 1 = A$$

Упрощение логических выражений

$$(A \wedge B) \vee (A \wedge \overline{B}) \vee (\overline{A} \wedge B)$$

Применяем закон склеивания

$$(A \wedge B) \vee (A \wedge \overline{B}) = A \wedge (B \wedge \overline{B}) = A \wedge 1 = A$$

Подставляем результат обратно

$$(A \wedge B) \vee (A \wedge \overline{B}) \vee (\overline{A} \wedge B) = A \vee (\overline{A} \wedge B)$$

Упрощение логических выражений

$$(A \wedge B) \vee (A \wedge \overline{B}) \vee (\overline{A} \wedge B)$$

Применяем закон склеивания

$$(A \wedge B) \vee (A \wedge \overline{B}) = A \wedge (B \wedge \overline{B}) = A \wedge 1 = A$$

Подставляем результат обратно

$$(A \wedge B) \vee (A \wedge \overline{B}) \vee (\overline{A} \wedge B) = A \vee (\overline{A} \wedge B)$$

Применяем дистрибутивный закон

$$A \vee (\overline{A} \wedge B) = (A \vee \overline{A}) \wedge (A \vee B) = 1 \wedge (A \vee B) = A \vee B$$

Упрощение логических выражений

$$(A \wedge B) \vee (A \wedge \overline{B}) \vee (\overline{A} \wedge B) = A \vee B$$

A	B	$\overline{A}$	$\overline{B}$	$A \cap B$	$A \cap \overline{B}$	$\overline{A} \cap B$	Левая часть	Правая часть
0	0	1	1	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0	1	1	1
1	0	0	1	0	1	0	1	1
1	1	0	0	1	0	0	1	1

Упрощение логических выражений

$$(A \to B) \land (A \to C) \land (B \to C)$$

Упрощение логических выражений

$$(A \to B) \wedge (A \to C) \wedge (B \to C)$$

Заменяем импликации

$$A \to B = \overline{A} \vee B$$
$$A \to C = \overline{A} \vee C$$
$$B \to C = \overline{B} \vee C$$

Упрощение логических выражений

$(A \to B) \wedge (A \to C) \wedge (B \to C)$

Заменяем импликации

$A \to B = \overline{A} \vee B$

$A \to C = \overline{A} \vee C$

$B \to C = \overline{B} \vee C$

Получаем

$(A \to B) \wedge (A \to C) \wedge (B \to C) = (\overline{A} \vee B) \wedge (\overline{A} \vee C) \wedge (\overline{B} \vee C)$

Упрощение логических выражений

$$(A \to B) \land (A \to C) \land (B \to C)$$

Заменяем импликации

$$A \to B = \overline{A} \lor B$$

$$A \to C = \overline{A} \lor C$$

$$B \to C = \overline{B} \lor C$$

Получаем

$$(A \to B) \land (A \to C) \land (B \to C) = (\overline{A} \lor B) \land (\overline{A} \lor C) \land (\overline{B} \lor C)$$

Применяем дистрибутивный закон к первым двум скобкам

$$(\overline{A} \lor B) \land (\overline{A} \lor C) = \overline{A} \lor (B \land C)$$

Упрощение логических выражений

$$(A \to B) \wedge (A \to C) \wedge (B \to C)$$

Заменяем импликации

$$A \to B = \overline{A} \vee B$$

$$A \to C = \overline{A} \vee C$$

$$B \to C = \overline{B} \vee C$$

Получаем

$$(A \to B) \wedge (A \to C) \wedge (B \to C) = (\overline{A} \vee B) \wedge (\overline{A} \vee C) \wedge (\overline{B} \vee C)$$

Применяем дистрибутивный закон к первым двум скобкам

$$(\overline{A} \vee B) \wedge (\overline{A} \vee C) = \overline{A} \vee (B \wedge C)$$

Получаем

$$(\overline{A} \vee B) \wedge (\overline{A} \vee C) \wedge (\overline{B} \vee C) = [\overline{A} \vee (B \wedge C)] \wedge (\overline{B} \vee C)$$

Упрощение логических выражений

$$(A \to B) \wedge (A \to C) \wedge (B \to C)$$

Раскрываем скобки (дистрибутивный закон)

$$[\overline{A} \vee (B \wedge C)] \wedge (\overline{B} \vee C) = [\overline{A} \wedge (\overline{B} \vee C)] \vee [(B \wedge C) \wedge (\overline{B} \vee C)]$$

Упрощаем первую часть

$$\overline{A} \wedge (\overline{B} \vee C) = (\overline{A} \wedge \overline{B}) \vee (\overline{A} \wedge C)$$

Упрощаем вторую часть

$$(B \wedge C) \wedge (\overline{B} \vee C) = (B \wedge C \wedge \overline{B}) \vee (B \wedge C \wedge C)$$

Первое слагаемое

$$B \wedge C \wedge \overline{B} = B \wedge \overline{B} \wedge C = 0 \wedge C = 0$$

Второе слагаемое

$$B \wedge C \wedge C = B \wedge C$$

Упрощение логических выражений

$$(A \to B) \land (A \to C) \land (B \to C)$$

Получаем

$$(B \land C) \land (\overline{B} \lor C) = 0 \lor (B \land C) = B \land C$$

Объединяем результаты

$$[\overline{A} \land (\overline{B} \lor C)] \lor [(B \land C) \land (\overline{B} \lor C)] = (\overline{A} \land \overline{B}) \lor (\overline{A} \land C) \lor (B \land C)$$

Выносим A за скобки

$$(\overline{A} \land \overline{B}) \lor (\overline{A} \land C) \lor (B \land C) = \overline{A} \land (\overline{B} \lor C) \lor (B \land C)$$

Заметим, что можно упростить

$$\overline{A} \land (\overline{B} \lor C) \lor (B \land C) = \overline{A} \land (B \to C) \lor (B \land C)$$

$$(A \to B) \land (A \to C) \land (B \to C) = \overline{A} \land (B \to C) \lor (B \land C)$$

Упрощение логических выражений

$$(A \to B) \wedge (A \to C) \wedge (B \to C) = \overline{A} \wedge (B \to C) \vee (B \wedge C)$$

A	B	C	$A \to B$	$A \to C$	$B \to C$	Левая часть	$\overline{A}$	$B \to C$	$\overline{A} \cap (B \to C)$	$B \cap C$	Правая часть
0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1
0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1
0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0
0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0
1	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0
1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1

Спасибо за внимание