

Oefeningenreeks 6 Talen & Automaten

① $L = \{0^n 10^n \mid n \geq 1\}$

- Stel L regulier

$\Rightarrow \forall w : |w| \geq p, w = xyz \exists x, y, z$

waarbij $|xy| \leq p$

$|y| > 0$

$\forall i \geq 0 : xy^i z \in L$

- Neem $w = 0^p 10^p \in L$ en $|w| = 2p \geq p$ OK

- Aangezien $|xy| \leq p$ en $y \neq \epsilon$

$x = 0^a, y = 0^b, z = 0^{p-a-b} 10^p$

met $a+b \leq p$ en $b \geq 0$

Pomp y met $i=2$

$xy^2z = 0^a 0^{2b} 0^{p-a-b} 10^p = 0^{p+b} 10^p$

$\Rightarrow p+b > p \quad 0^{p+b} 10^p \notin 0^p 10^p \quad \nsubseteq L$

$\Rightarrow L$ is niet regulier \square OK

② ~~Waarvoor~~ $L = \{0^{n^2} \mid n \in \mathbb{N}_0\}$

- Stel L regulier

$\Rightarrow \forall w : |w| \geq p, w = xyz$

waarbij $|xy| \leq p$

$|y| > 0$

$\forall i \geq 0 : xy^i z \in L$

- Neem $w = 0^{p^2} \in L$ en $|w| = p^2 \geq p$ OK

$\exists x, y, z : x = 0^a, y = 0^b, z = 0^{p^2-a-b}$ met $a+b \leq p$ en $b > 0$

Pomp y met $i=2$: $xy^2z = 0^a 0^{2b} 0^{p^2-a-b} = 0^{p^2+b}$

$\{p^2 \mid p \in \mathbb{N}_0\} \neq \{p^2+b \mid p, b \in \mathbb{N}_0\} \quad \nsubseteq L$

$\Rightarrow L$ is niet regulier \square OK

③ $L = \{0^r 1^s \mid r \leq s\}$

* Stel L regulier

$\Rightarrow \forall w: |w| > p, w = xyz$

$\leftarrow i$

$|xy| \leq p$

$|y| > 0$

$\forall i \geq 0: xy^i z \in L$

* Neem $w = 0^p 1^p$

* $x = 0^a, y = 0^b, z = 0^{p-a-b} 1^p$ met $a+b \leq p, b > 0$

* Pomp y met $i=2$

$xy^2z = 0^a 0^{2b} 0^{p-a-b} 1^p = 0^{p+b} 1^p$
 $1^p \notin w$

* L is niet regulier \square

④ $L = \{0^{(2^n)} \mid n \in \mathbb{N}_0\}$

* Stel L regulier

$\Rightarrow \forall w: |w| > p, w = xyz \mid \begin{cases} |xy| \leq p \\ |y| > 0 \\ \forall i \geq 0: xy^i z \in L \end{cases}$

* Neem $w = 0^{(2^k)}$

* $x = 0^a, y = 0^b, z = 0^{2^k - a - b}$ en $a+b \leq p, b > 0$

* pomp y met $i=2$

$xy^2z = 0^a 0^{2b} 0^{2^k - a - b} = 0^{2^k + b}$
 \downarrow
 $\{2^k + b \neq 2^k\}$
 word

* L is niet regulier

\square