Carlito

Universiteit Antwerpen
Faculteit Wetenschappen

Computersystemen en -architectuur

Datarepresentatie

Tim Apers

Tim.Apers@uantwerpen.be

Academiejaar 2024 – 2025

Opdracht

- PDF met instructies (te vinden op de MSDL-website, onder "Data Representation")
- `http://msdl.uantwerpen.be/people/hv/teaching/ComputerSystemsArchitecture`
- Individueel oplossen
- Eindoplossing duidelijk opschrijven en <u>fluoriseren</u>
- **Deadline**: donderdag 13 november 2022 22u00
- Indienen via **Blackboard**
- Telt mee voor eindtotaal
- Belangrijke voorbereiding voor het examen!

Naar base 10

Polynomial method

$$1100.01_2 = 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 + 0 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2} = 12.25_{10}.$$

$$8325.71_9 = 8 \cdot 9^3 + 3 \cdot 9^2 + 2 \cdot 9^1 + 5 \cdot 9^0 + 7 \cdot 9^{-1} + 1 \cdot 9^{-2} = 6098.79_{10}$$

$$\cdots b_3 b_2 b_1 b_0 . b_{-1} b_{-2} b_{-3} \cdots$$

$$\cdots + b_3 \cdot k^3 + b_2 \cdot k^2 + b_1 \cdot k^1 + b_0 \cdot k^0 + b_{-1} \cdot k^{-1} + b_{-2} \cdot k^{-2} + b_{-3} \cdot k^{-3} + \cdots$$

Base 10 naar base 8

$$359.732_{10}$$

Remainder method

Quotiënt	Rest	Positie
$359/8 = 44$	$\mathbf{7}$	LSB
$44/8 = 5$	$\mathbf{4}$	
$5/8 = 0$	$\underline{\mathbf{5}}$	MSB

Multiplication method

$$0.732 \cdot 8 = \underline{\mathbf{5}}.856$$
$$0.856 \cdot 8 = \mathbf{6}.848$$
$$0.848 \cdot 8 = \mathbf{6}.784$$
$$0.784 \cdot 8 = \mathbf{6}.272$$
$$0.272 \cdot 8 = \mathbf{2}.176$$
$$\dots$$

$$\underline{5}47.\underline{5}6662_8$$

Base 3 naar base 7

1. Zet om naar base 10 (polynomial method)

$$2110.12_3 = 2 \cdot 3^3 + 1 \cdot 3^2 + 1 \cdot 3^1 + 0 \cdot 3^0 + 1 \cdot 3^{-1} + 2 \cdot 3^{-2} = 66.55\ldots_{10}$$

2. Zet daarna om naar base 7 (remainder en multiplication method)

$$66.55\ldots_{10}$$

Quotiënt	Rest	Positie
$66/7 = 9$	$\mathbf{3}$	LSB
$9/7 = 1$	$\mathbf{2}$	
$1/7 = 0$	$\underline{\mathbf{1}}$	MSB

$$0.5555 \cdot 7 = \underline{\mathbf{3}}.8885$$

$$0.8885 \cdot 7 = \mathbf{6}.2195$$

$$0.2195 \cdot 7 = \mathbf{1}.5365$$

$$0.5365 \cdot 7 = \mathbf{3}.7555$$

$$\ldots$$

$$\underline{1}23.\underline{3}613_7$$

Negatieve getallen in binair

- **Signed magnitude**: eerste bit is sign bit (0 = positief, 1 = negatief)

  $25 = 0001\ 1001 \implies -25 = 1001\ 1001_2$
- **Ones' complement**: invert alle bits

  $25 = 0001\ 1001 \implies -25 = 1110\ 0110_2$
- **Two's complement**: invert alle bits, tel één erbij op

  $25 = 0001\ 1001 \implies -25 = 1110\ 0111_2$
- **Excess-128**: tel 128 erbij op, zet om naar binair
  - $12 \implies 12 + 128 = 140 = 10001100_2$
  - $-12 \implies -12 + 128 = 116 = 01110100_2$
- **Excess-K**

Floating point

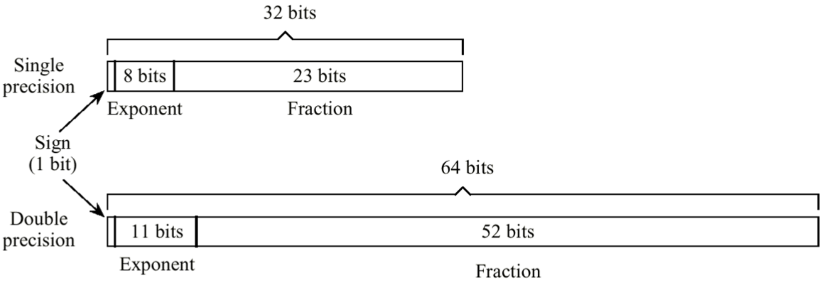
1. **Voorbeeld:** 26-bit normalised floating point formaat in base 5
2. **Conversie naar correcte base**: $-1878.48_{10} = -30003.22_5$
3. **Normalisatie**:
   - één cijfer voor de komma: $-3.000322 \cdot 5^4$
   - of een nul voor de komma: $-0.3000322 \cdot 5^5$
4. **Binaire voorstelling**:
   - Sign bit (negatief = 1)
   - 4-bit excess-7 exponent (5+7=12)
   - 7 significante 3-bit cijfers in base-5

-	12	(0 .)	3	0	0	0	3	2	2
1	1100		011	000	000	000	011	010	010

IEEE-754

Overzicht

- Floating point in base 2
- Exponent: excess-127 (32-bit) of excess-1023 (64-bit)
- Mantisse met “verborgen” bit gelijk aan 1



IEEE-754 (single precision)

Conversie

1. **Normalised base 2 floating point**: $-1.100101_2 \cdot 2^4$
2. **Bereken sign bit**: negatief $\implies$ 1
3. **Bereken exponent in excess-127**: $4 \implies 4 + 127 = 131_{10} = 10000011_2$
4. **Bereken mantisse**:
   - Verwijder eerste bit: 1.100101 $\implies$ 100101
   - Zet om naar 23-bits: 100101 $\implies$ 10010100000000000000000
5. **Voeg alles samen**: 1 10000011 10010100000000000000000

IEEE-754

Denormalised

- Getallen kleiner dan 2^{-126} voorstellen in IEEE-754
- Exponent op 0000 0000 zetten (exponent is dan -126 en niet -127)
- Gevolg: hidden bit is 0
- Voorbeeld:

$$
\begin{aligned}
-1.01 \cdot 2^{-133} &= -1.01 \cdot 2^{-7} \cdot 2^{-126} \\
&= -0.\underline{000000101} \cdot 2^{-126} \\
&= 1\ \ 0000\ 0000\ \underline{000\ 0001\ 01}00\ 0000\ 0000\ 0000
\end{aligned}
$$

IEEE-754

Speciale waardes

$$
\begin{aligned}
-0 &= \texttt{1 0000 0000 000 0000 0000 0000 0000 0000} \\
+\mathrm{NaN} &= \texttt{0 1111 1111 001 0010 0000 0100 1000 0000} \\
-\infty &= \texttt{1 1111 1111 000 0000 0000 0000 0000 0000}
\end{aligned}
$$