

## Mechanické vlnění

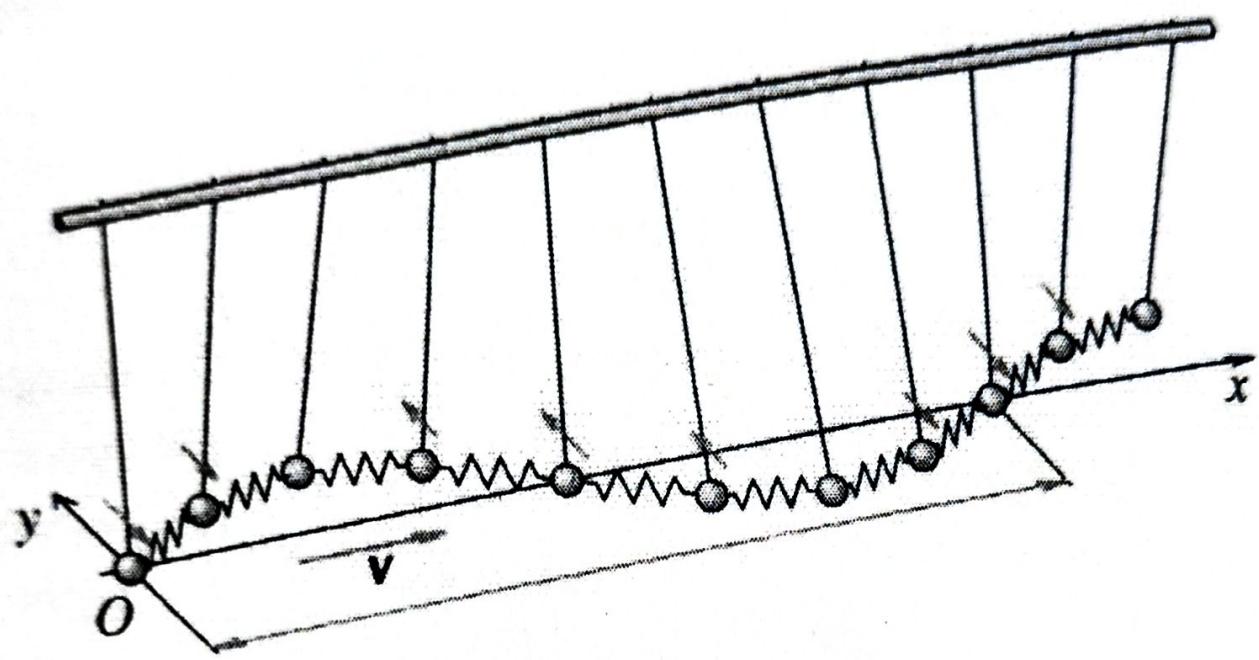
- Emisní oscilátor = pohyb 1 bodu
- Vlnění = Emisní hodně bodů, mezi kterými je vlnba
- postupné vlnění
  - K jednoho oscilátoru se nerozšíří pohyb na druhý
  - v řadě bodů - oscilátory propojené vlnou
  - přímočaré postupné vlnění - rektrusné / rozkrcené vlnění
    - body emisují kolmo na směr šíření - kmisají po osy y
    - kolmo k směru rychlosti šíření  $\vec{v}$
  - podélné postupné vlnění - šíření svazek
    - body v řadě kmisají podél směru šíření vlnění v osa x
- vlnová délka -  $\lambda = \lambda = \lambda$  = lambda
  - viz obrázek: body 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
  - v okamžiku, kdy bod 0 dočasně celý emisí, se vlnění dostalo až do bodu 8
  - $\Rightarrow \lambda = \text{vzdálenost bodů 0 a 8}$
  - $\rightarrow \lambda = \text{vzdálenost, do které se vlnění dostalo během jedné periody}$
  - $\rightarrow \lambda = \text{vzdálenost z nejbližších bodů kmisajících se stejnou fází}$

$$\lambda = N \cdot T - N = \text{rychlosť šíření vlnění}$$

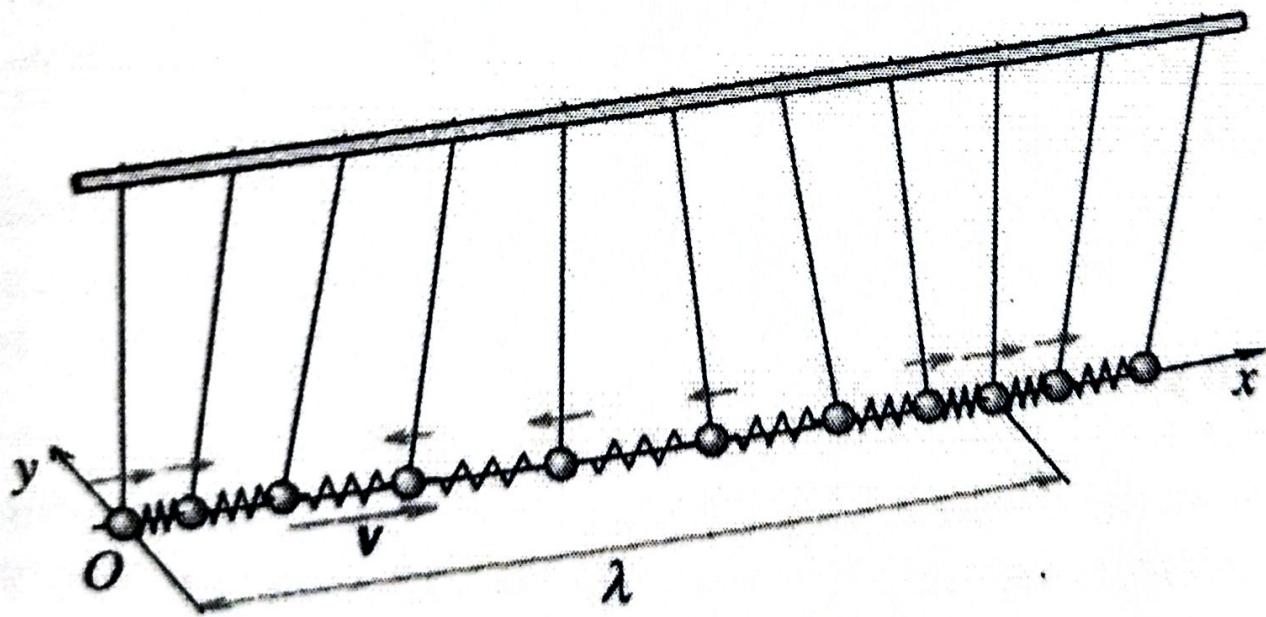
$$[X] = m$$

$$N = \frac{\lambda}{T} = f \cdot \lambda$$

- nemusíto pohyb být rychlý, ale přenos energie kmisat

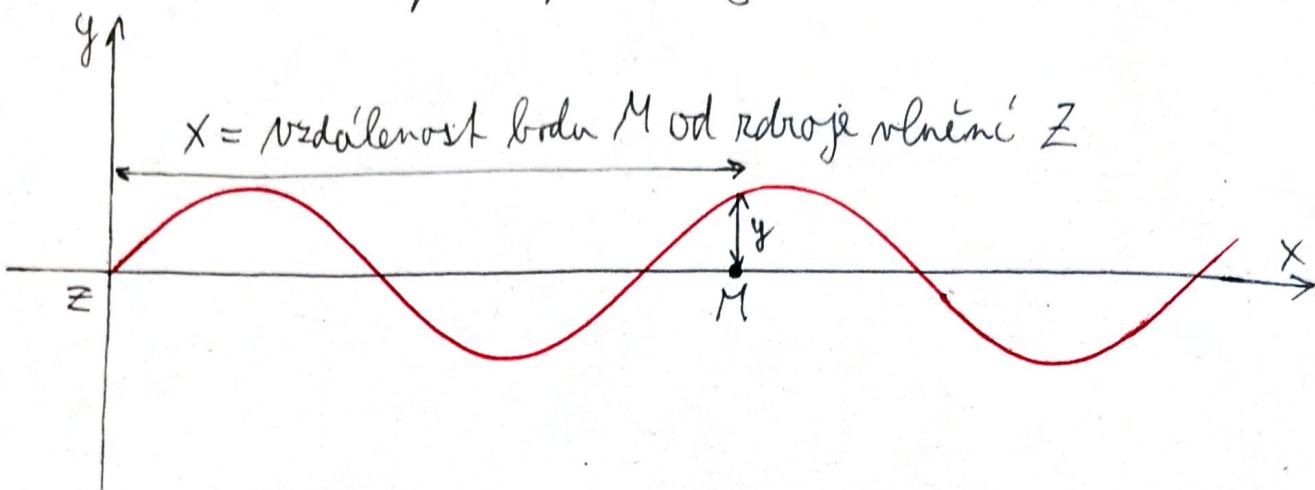


2-3 Vznik postupného vlnění



2-5 Postupné vlnění podélné

→ rovnice postupné vlny



→ graf příčného postupného vlnění v čase t

→ zobrazuje souborné výklydy všech bodů vlnění

→  $x = \nu \cdot t$  -  $\nu$  = rychlosť šíření

$t$  = doba, za kterou se vlnění dosáhlo zdroje M

→ bod M kona' Emisary' pohyb

$$\Rightarrow y = y_m \sin [\omega \cdot (t - \frac{x}{\nu})] \rightarrow \text{bod M emituje se rozpláním } \omega$$

$$y = y_m \sin \left[ \frac{2\pi}{T} \left( t - \frac{x}{\nu} \right) \right]$$

$$y = y_m \sin \left[ 2\pi \left( \frac{1}{T} - \frac{x}{\nu \cdot T} \right) \right]$$

$$\underline{y = y_m \sin \left[ 2\pi \left( \frac{1}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \right]}$$

→ funkce druh  
pozemních  
pohybových

$$\{y\} = y_m \sin \left[ 2\pi \left( f \cdot \{t\} - \frac{1}{\lambda} \cdot \{x\} \right) \right]$$

⇒ rovnice postupné vlny popisuje obecně konickou výklydu  
bodu v čase t a ve vzdálenosti x od zdroje vlnění

$$\Rightarrow funkce vlnění: \psi = 2\pi \left( \frac{1}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$$

→ příklad

$$\{y\} = 5 \cdot 10^{-4} \cdot \sin [2\pi (150 \cdot \{t\} - 2,5 \{x\})]$$

rychlosť súčinu  $N$ ,  $N_m$  vzdialosť = ?

$$\bullet \lambda = N \cdot T \Rightarrow N = f \cdot \lambda = 150 \cdot \frac{1}{2,5} \text{ m/s}$$

$$N = 60 \text{ m}^{-1}$$

$$\bullet N_m = w \cdot y_m = 2\pi f \cdot y_m = 2\pi \cdot 150 \cdot 5 \cdot 10^{-4} = 0,15\pi$$

$$N_m = 0,47 \text{ m}^{-1}$$

→ interference vlniek = sčítanie

→ existují 2 zdroje vlniek  $\Rightarrow$  sčítaním rôznej postupujúcich vln

→ bod M má od  $Z_1$  vzdálosť  $x_1$ , a od  $Z_2$  vzdálosť  $x_2$

→ jednoduchý prípad  $\Rightarrow$  stejné:  $y_m, T, \lambda$

$$Z_1: y_1 = y_m \cdot \sin [2\pi (\frac{t}{T} - \frac{x_1}{\lambda})]$$

$$\left. \begin{array}{l} * \text{Max: } d = \frac{\lambda}{2} \cdot 2\ell \\ \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{\pi}{2} \cdot 2\ell = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{na} \\ \text{druhej} \\ \text{strane} \end{array}$$

$$Z_2: y_2 = y_m \cdot \sin [2\pi (\frac{t}{T} - \frac{x_2}{\lambda})]$$

$$\left. \begin{array}{l} * \text{Min: } d = \frac{\lambda}{2} (2\ell+1) \\ \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{\pi}{2} (2\ell+1) \equiv \pi \end{array} \right\}$$

→ drahový rozdiel vlniek:  $d = x_1 - x_2$

→ fázový rozdiel vlniek

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = 2\pi \left[ \frac{t}{T} - \frac{x_2}{\lambda} - \frac{t}{T} + \frac{x_1}{\lambda} \right] = 2\pi \left( \frac{x_1 - x_2}{\lambda} \right)$$

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot d \Rightarrow \Delta\varphi \sim d \quad *$$

→ následná náchylka v bodě M:

$$y = y_1 + y_2 = y_m [\sin(\varphi_1) + \sin(\varphi_2)]$$

$$y = y_m \cdot 2 \sin \left( \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} \right) \cos \left( \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} \right) \wedge \cos(x) = \cos(-x)$$

$$y = 2 \cdot y_m \cdot \cos \left( \frac{\Delta\varphi}{2} \right) \sin \left[ \pi \left( \frac{1}{T} - \frac{x_1}{\lambda} + \frac{1}{T} - \frac{x_2}{\lambda} \right) \right]$$

$$y = 2 \cdot y_m \cdot \cos \left( \frac{\Delta\varphi}{2} \right) \sin \left[ \pi \left( \frac{2}{T} - \frac{x_1 + x_2}{\lambda} \right) \right]$$

$$y = y_m \cdot \sin \left[ 2\pi \left( \frac{1}{T} - \frac{x_1 + x_2}{2\lambda} \right) \right] \rightarrow 2 \cdot y_m \cdot \cos \left( \frac{\Delta\varphi}{2} \right) = \text{konst.}$$

→ obecné

$$y = \sum_{i=1}^n y_i$$

→ interferenční maximum

→ pokud  $d = \text{násobek } \lambda$

⇒ amplituda výsledných kmitů je největší možná

→ interferenční minimum

→ pokud  $d = \text{lichý násobek } \frac{1}{2} \lambda$

⇒ amplituda výsledných kmitů je nejméně možná

→ kmity se mohou i úplně vymazat

→ příklady

$$2) \quad \{y\} = 0,1 \cdot \sin [2\pi(5 \cdot \{x\} - 3,3 \cdot \{x\})]$$

$y_m, \lambda, N = ?$

$$\bullet \underline{y_m = 0,1 \text{ m} = 10 \text{ cm}}$$

$$\bullet \lambda = \frac{1}{3,3} = \underline{0,30 \text{ m}}$$

$$\bullet N = \lambda \cdot f = \frac{5}{3,3} = \underline{1,51 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}$$

$$3) \quad f = 0,4 \text{ Hz}$$

$$y_m = 5 \text{ cm} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$X = 45 \text{ cm} = 0,45 \text{ m}$$

$$\Delta = 12 \Delta$$

$$\lambda = 60 \text{ cm} = 0,6 \text{ m}$$

$y, \text{ rovnice postupné vlny} = ?$

$$\{y\} = 5 \cdot 10^{-2} \cdot \sin [2\pi(0,4 \cdot \{x\} - \frac{10}{6} \cdot \{x\})]$$

$$y = 5 \cdot 10^{-2} \cdot \sin [2\pi(0,4 \cdot 12 - \frac{10}{6} \cdot 0,45)] \text{ m}$$

$$\underline{y = 0,02 \text{ m} = 2 \text{ cm}}$$

4)  $\varphi_0 = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \text{rovnice postupné vlny} = ?$

$$\{y\} = 5 \cdot 10^{-2} \cdot \sin [2\pi(0,4 \cdot \{x\} - \frac{5}{3} \cdot \{x\}) + \frac{\pi}{4}]$$

$$\{y\} = 5 \cdot 10^{-2} \cdot \sin [\pi(0,8 \cdot \{x\} - \frac{10}{3} \cdot \{x\} + 0,25)]$$

## • stojaté vlnění

### • odraz vlnění na pevném konci

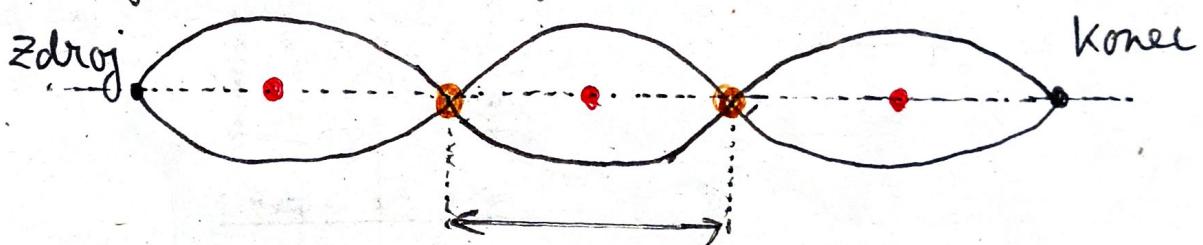
- poslední bod v řadě nemůže - je upevněný
- ⇒ odraz má opačnou fazu než původní vlnění

### • odraz vlnění na volném konci

- poslední bod v řadě emisí zády
- ⇒ odraz má stejnou fazu jako původní vlnění

→ stojaté vlnění vznikne složením postupného a odraženého vlnění

- emisory = body, které emisují s největší amplitudou
- vzaly = body, které nemisují -  $y_m=0$
- body mimo mimo emisory s mírnými amplitudami



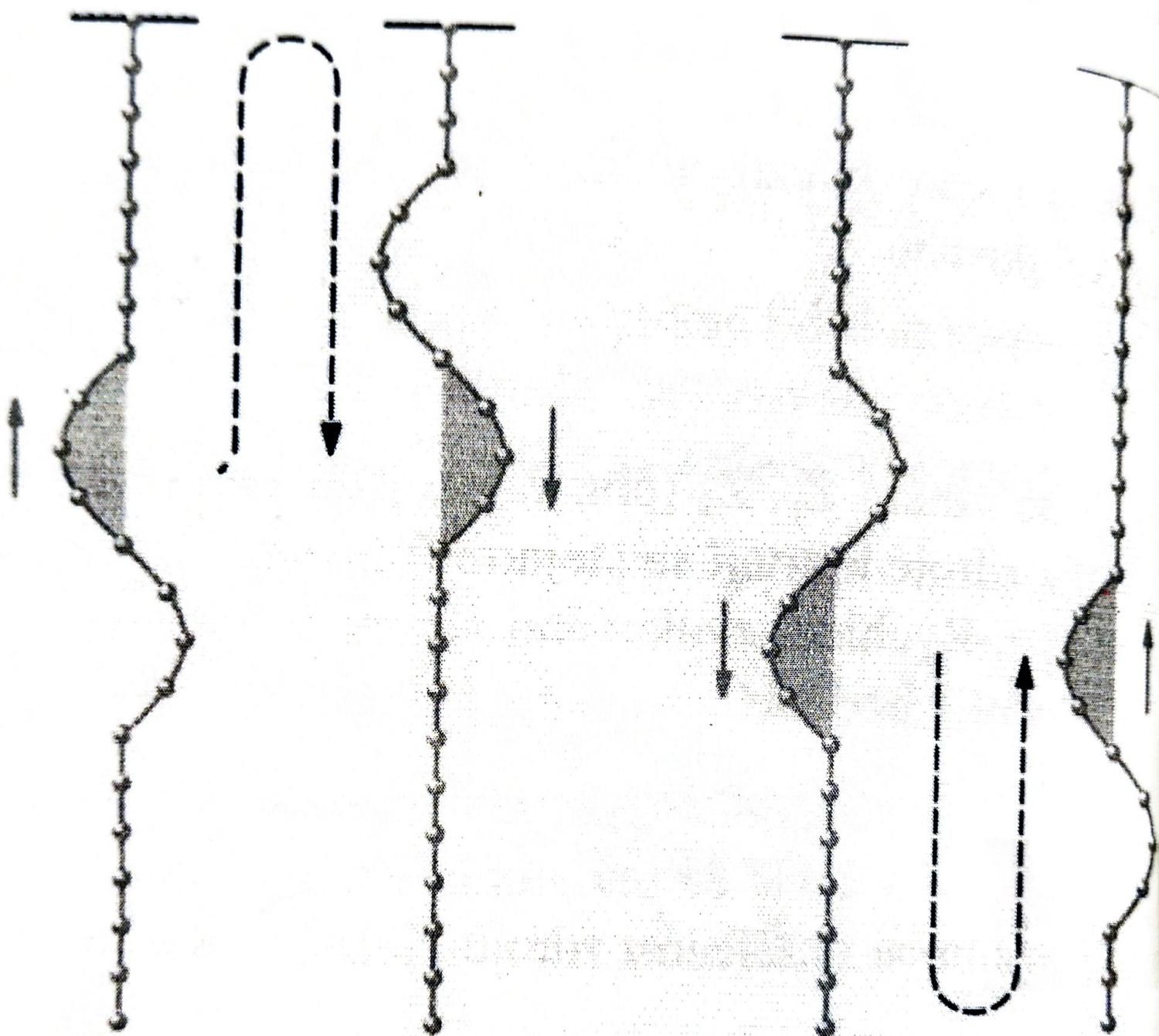
↳ body mezi sousedními vlny emisují se stejnou periodou

$$\rightarrow \text{vzdálenost sousedních vln} = \frac{\lambda}{2}$$

$$\rightarrow \text{vzdálenost emisory a vln} = \frac{\lambda}{4}$$

→ nedochází k přenosu energie mezi body  
- pouze se  $E_k$  bodu mění na  $E_p$  a naopak

zahlíme u postupného vlnění & němu dochází



**2-13** Odraz vlnění  
na pevném konci

**2-14** Odraz vlnění  
na volném konci

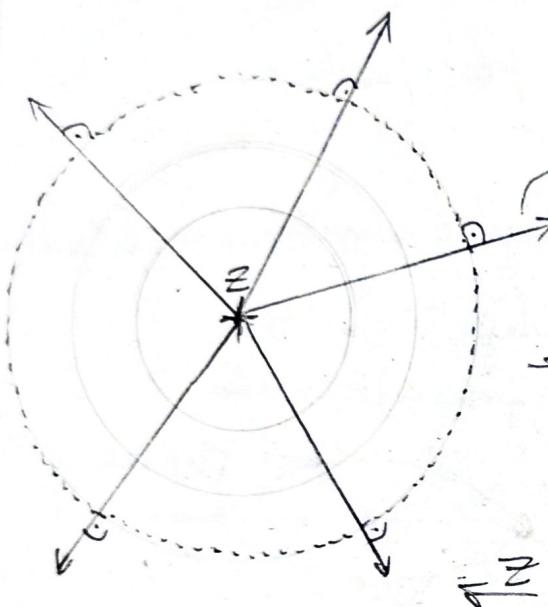
## Vlnění v izotropním prostředí

- i. prostředí = všechny jsou stejně podmínky

→ bodový zdroj, ze kterého se vlnění šíří  
všemi směry stejnou rychlosťí

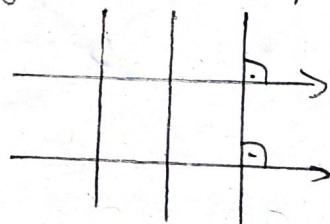
→ body, do kterých se dosáhlo za určitou dobu  
tvorí kulovou plochu = vlnoplocha

↳ množina bodů, které emisí se  
stejnou fází a mají stejnou vzdálenost od Z



→ fázy rozdělují směr šíření  
a jsou kolmé na vlnoplochy

→ před bychom byli hodně daleko od zdroje,  
že by kulová vlnoplocha připomínala rovinu



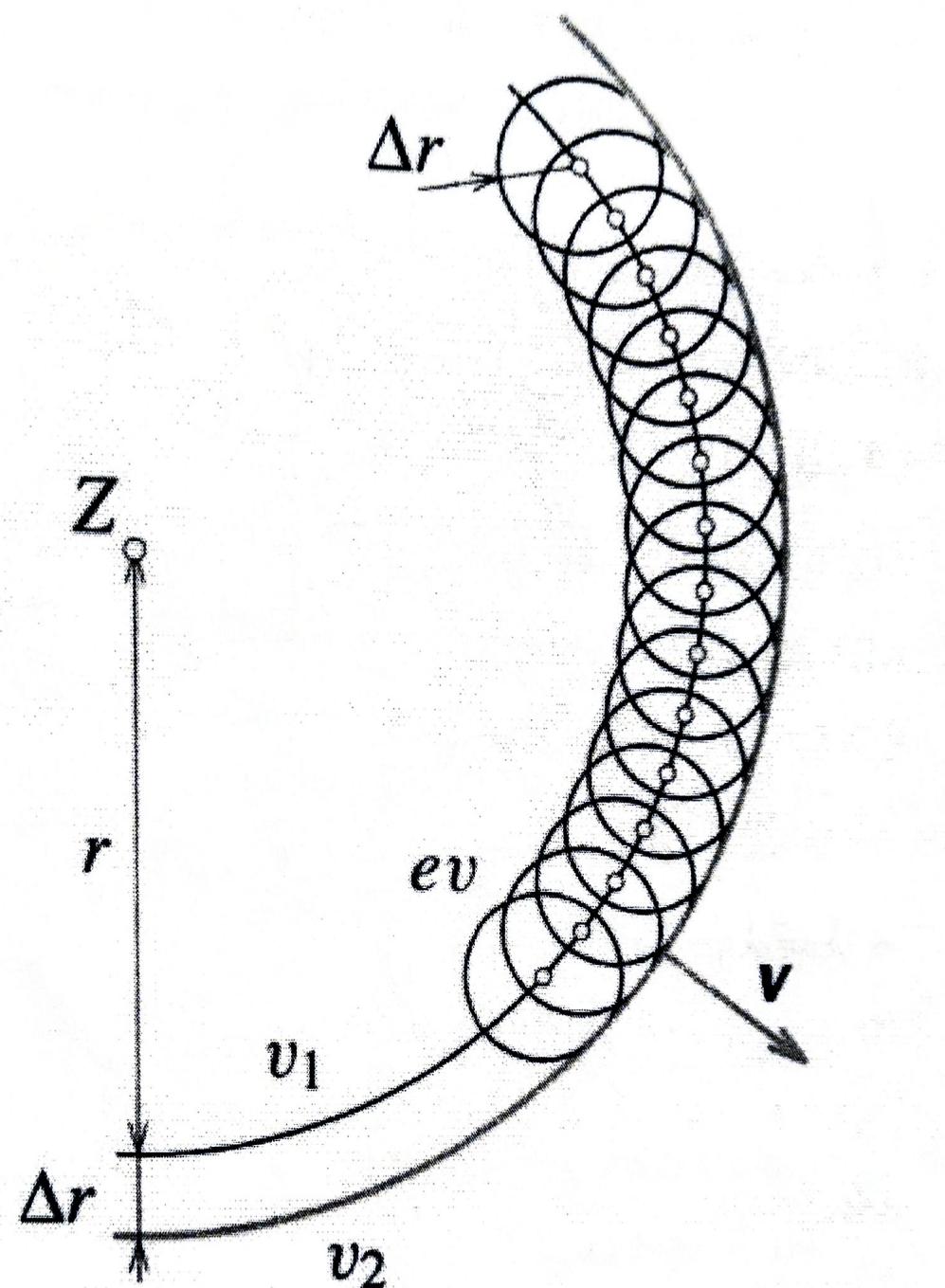
## Huygensiův princip

→ každý bod vlnoplochy emisí = je zdroj elementárního  
vlnění, které se šíří v elementárních vlnoplochách

→ vlnoplocha v následujícím časovém odstupu  
bude obalovou plochou elementárních vlnoploch

→ fáze = kolmice k vlnoploše  $\Rightarrow$  rozdělují směr  
šíření

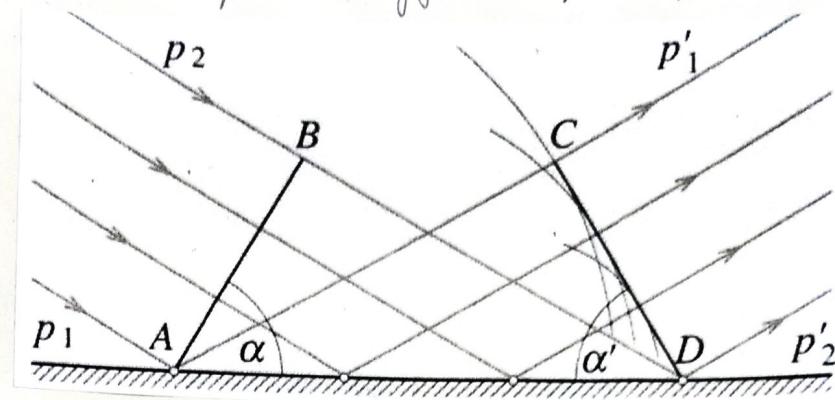
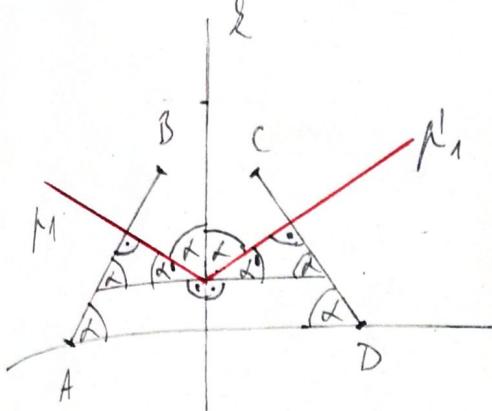
→ fáze se rozděl všude jinde než  
je na obalové ploše vlnoplocha



2-21 K výkladu Huygensova principu

→ Odrاز vlnění → rážem odrazu -

→ odrاز vlnění na ploše podle Huygenvova principu



$\alpha$  = dopadající rovina vlnoplocha

$\alpha' = \alpha$

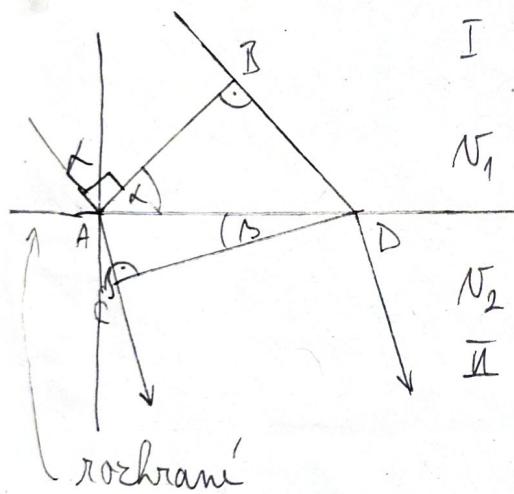
→ úhel dopadu určuje paprsek a osa  $\ell$

→ odrážející plochou určuje vlnu dopadu

→ rážem odrazu: úhel dopadu = úhel odrazu a odrážející plochou bývá výplň plochoviny než je vysoký

→ Lom vlnění → rážem lomu

bývá výplň plochoviny než je vysoký



→ v prostředí I a II jsou jiné rychlosti šíření vlnění

→ za tu dobu co se vlnění z B dostane do D, se z A dostane do C

$$\Rightarrow |BD| = N_1 \cdot t \quad |AC| = N_2 \cdot t$$

$$\Rightarrow \sin(\beta) = \frac{|BD|}{|AD|} \Rightarrow |BD| = |AD| \cdot \sin(\beta)$$

$$\Rightarrow \sin(\beta) = \frac{|AC|}{|AD|} \Rightarrow |AC| = |AD| \cdot \sin(\beta)$$

$$\Rightarrow \frac{|BD|}{|AC|} = \frac{N_1}{N_2} \Rightarrow \frac{\sin(\beta)}{\sin(\alpha)} = \frac{N_1}{N_2} = m = \text{index lomu}$$

$\alpha$  = úhel dopadu

$N_1 < N_2 \rightarrow \beta > \alpha \rightarrow$  rážem lomu

$\beta$  = úhel lomu

$N_2 > N_1 \rightarrow \beta < \alpha$

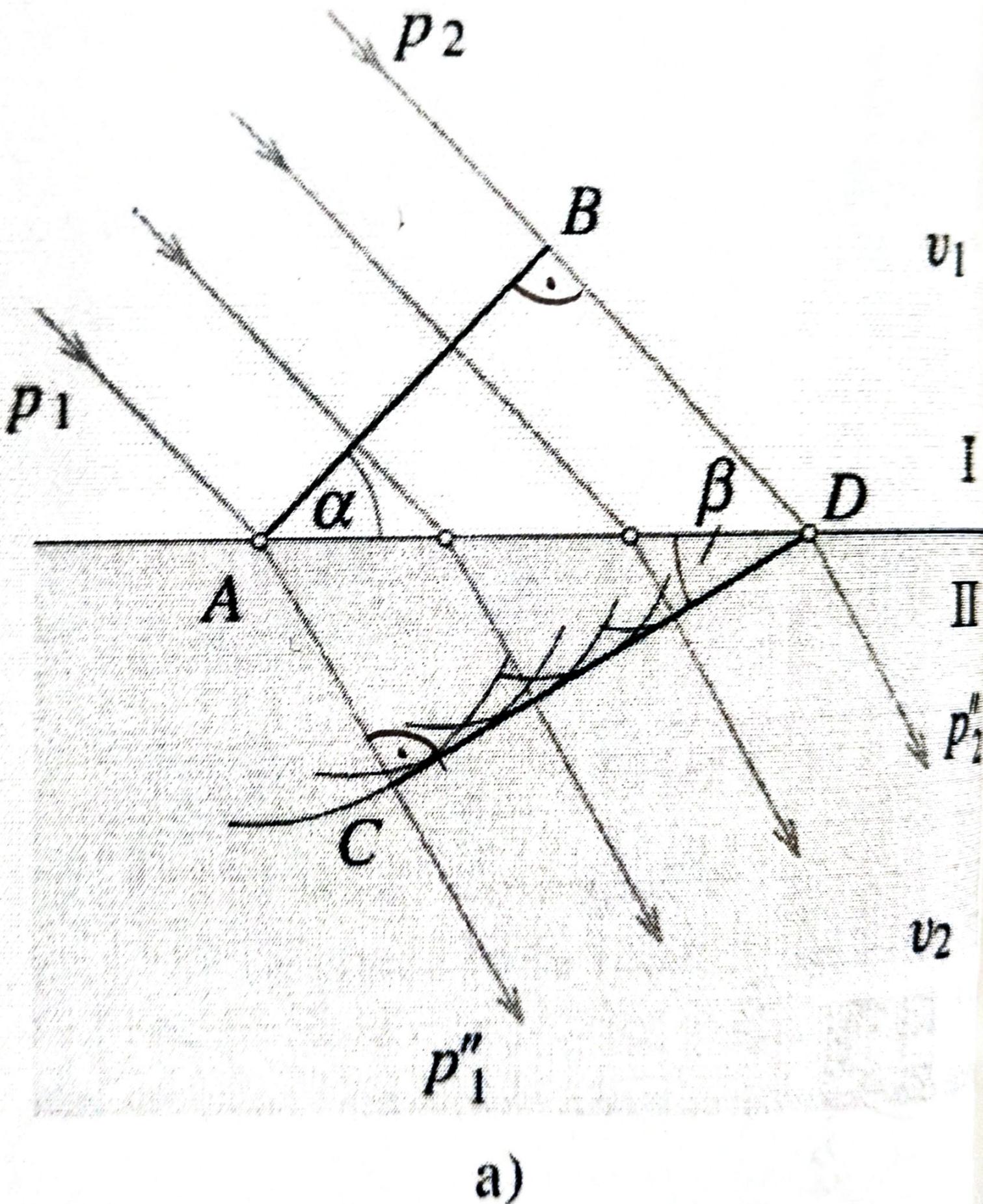
→ vlnění narazilo na rohovou hraniču prostředí

→ vlnění se rozdělily (jeho část)

→ a část se může lámout a propustit do druhého prostředí

→ při nahnězení odrazu se vlnění mísí

→ část L se absorbuje



a)

## 2-25 Lom vlnění



evropský  
sociální  
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání  
pro konkurenčeschopnost

## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

- 1) Napnutým vláknem se šíří postupné příčné vlnění frekvence 350 Hz a vlnové délky 30 cm.

Vypočítejte:

- fázovou rychlosť šíření vlnění,
- fázový rozdiel kmitánia dvou bodov vlákna, ktoré sú od seba vzdialenosť 225 mm,
- nejmenšia vzdálosť medzi dvoma body vlákna, ktoré kmitajú s opačnými fázami.

$$(a) v = \lambda f = 105 \text{ m.s}^{-1}; b) \Delta\varphi = 2\pi \frac{\Delta x}{\lambda} = \frac{3}{2}\pi; c) \Delta x = \lambda \frac{\Delta\varphi}{2\pi} = \frac{\lambda}{2} = 0,15 \text{ m})$$

- 2) Stojaté vlnění vzniklo interferencí dvou proti sobě postupujících příčných postupných vlnění frekvence 0,8 kHz a rychlosť šíření 1 160 m.s<sup>-1</sup>. Vypočítejte vzdálosť sousedných uzlů stojatého vlnění.

$$(l = \frac{v}{2f} = 0,725 \text{ m} (= 725 \text{ mm}))$$

- 3) Membrána reproduktoru kmitá harmonicky s frekvencí 1 760 Hz. Vypočítejte vlnovou délku zvukového vlnění, které se od reproduktoru šíří:

- ve vzduchu, kde je za daných podmienok rychlosť šířenja zvuku 334,4 m.s<sup>-1</sup>,
- ve vode, kde sa zvuk šíri rychlosťou 1 452 m.s<sup>-1</sup>.

$$(\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \lambda_a = 0,19 \text{ m} (= 19 \text{ cm}); \lambda_b = 0,825 \text{ m} (= 82,5 \text{ cm}))$$

- 4) Zvukové vlnění o frekvenci 440 Hz (komorní a) vzniká kmitáním zdroje s amplitudou výchylky 0,1 mm a s nulovou počáteční fází. Okolním prostredím se vlnění šíří fázovou rychlosťou 320 m.s<sup>-1</sup>.

- Sestavte rovnici postupné vlny uvedeného vlnění a vypočítejte jeho vlnovou délku.
- Vypočítejte okamžitou výchylku, rychlosť a zrychlenie hmotného bodu ve vzdálosťi 8 cm od zdroja v čase t = 12,75 ms.

$$(a) \{y\} = 1 \cdot 10^{-4} \sin \pi(880\{t\} - 2,75\{x\}); \lambda = \frac{v}{f} = \frac{8}{11} \text{ m} \doteq 0,727 \text{ m};$$

$$b) y = 1 \cdot 10^{-4} \sin \pi(880\{t\} - 2,75\{x\}) \text{ m} = 0;$$

$$\nu = 2\pi f y_m \cos \pi(880\{t\} - 2,75\{x\}) = -0,088\pi \text{ m.s}^{-1} \doteq -0,276 \text{ m.s}^{-1} (= -\nu_m);$$

$$a = -4\pi^2 f^2 y_m \sin \pi(880\{t\} - 2,75\{x\}) = 0$$

- 5) Zvuk o frekvenci 170 Hz se šíří ve vzduchu rychlosťou 340 m.s<sup>-1</sup>, ve vode rychlosťou 1 450 m.s<sup>-1</sup>. Vypočítejte:

- úhel lomu zvukového vlnění, dopadá-li ze vzduchu na vodní hladinu pod úhlem dopadu 10°,
- maximální úhel dopadu, při kterém projde zvuk hladinou ze vzduchu do vody,
- vlnovou délku zvuku ve vzduchu a ve vodě.

# MECHANICKÉ VLNĚNÍ

1)  $f = 350 \text{ Hz}$

$$\lambda = 300 \text{ mm}$$

a)  $v = ?$

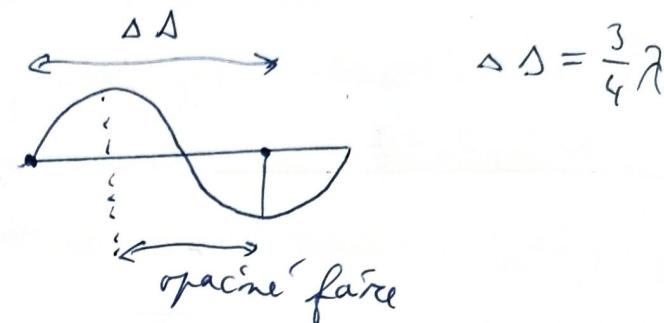
b)  $\Delta \Delta = 225 \text{ mm} \rightarrow \Delta \varphi = ?$

c) opací fara  $\rightarrow \Delta = ?$

c)  $\Delta = \frac{\lambda}{2} = 150 \text{ mm}$

a)  $v = \lambda f = 350 \cdot 0,3 \text{ m/s} = 105 \text{ m/s}$

b)  $\Delta \varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \Delta \Delta = 2\pi \cdot \frac{225}{300} = \frac{3}{2}\pi$



2)  $f = 800 \text{ Hz}$

$$v = 1160 \text{ m/s}$$

$\lambda = ?$

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{1}{2} \lambda = \frac{1}{2} \frac{v}{f} = \frac{1160}{1600} \text{ m} = 725 \text{ mm}$$

3)  $f = 1760 \text{ Hz}$

$$\frac{v_1, v_2}{\lambda}$$

$\lambda = ?$

$$\lambda = \frac{v}{f} \dots$$

a)  $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{320}{440} \text{ m} = 727 \text{ mm} \quad \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{727} = \frac{1}{8}$

4)  $f = 440 \text{ Hz}$

$$y_m = 0,1 \text{ mm}$$

$$v = 320 \text{ m/s}$$

a)  $\lambda = ?$

b)  $x = 8 \text{ cm} \quad \left. \begin{array}{l} y, v, a = ? \\ t = 12,75 \text{ ms} \end{array} \right\}$

$$b) \left. \begin{array}{l} \{y\} = y_m \sin \left[ 2\pi (440 \{t\} - \frac{11}{8} \{x\}) \right] \\ \{y\} = 10^{-4} \sin \left[ \pi (880 \{t\} - 2,75 \{x\}) \right] \end{array} \right\}$$

$$\{v\} = 10^{-4} \cos \left[ \pi (880 \{t\} - 2,75 \{x\}) \right] \cdot \pi 880$$

$$v = -\pi \cdot 0,088 \text{ m/s} = -0,276 \text{ m/s}$$

$a = 0$

5)  $f = 170 \text{ Hz}$

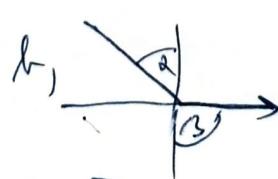
$$v_1 = 340 \text{ m/s}$$

$$v_2 = 1450 \text{ m/s}$$

a)  $\alpha = 10^\circ \rightarrow \beta = ?$

b)  $\alpha_m = ?$

a)  $\frac{v_1}{v_2} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \Rightarrow \beta = \arcsin \left( \frac{v_2}{v_1} \sin \alpha \right) = 47,8^\circ$



$$\Rightarrow \alpha_m = \arcsin \left( \frac{v_1}{v_2} \right) = 13,56^\circ$$

$$\beta = \frac{\pi}{2}$$

$$\sin \beta = 1$$