

Ilkka Lehikoinen
013787637

Aineopintojenharjoitustyö:
Tietorakenteet ja algoritmit

Verkon vahvasti yhtenäiset komponentit

Määrittelydokumentti

Suunnattua verkkoa, jossa jokaisesta solmusta on polku jokaiseen solmuun, sanotaan vahvasti yhtenäiseksi. Jos verkko ei ole vahvasti yhtenäinen niin se voidaan jakaa vahvasti yhtenäisiin komponentteihin, eli sellaisiin osiin, joissa jokaisesta solmusta on polku jokaiseen saman vahvasti yhtenäisen komponentin solmuun.

Kukin solmu voi kuulua vain yhteen vahvasti yhtenäiseen komponenttiin. Jos kaksi solmua kuuluu samaan vahvasti yhtenäiseen komponenttiin, niin niiden välillä on polut kumpaankin suuntaan. Ja toisaalta, jos ne eivät kuulu samaan vahvasti yhtenäiseen komponenttiin, niin niiden välillä ei ole polkua kumpaakaan tai toiseen suuntaan.

Monet suunnatuissa verkoissa (Directed Graph) toimivat algoritmit jakavat verkon ensin vahvasti yhtenäisiin komponentteihin (Strongly Connected Components), jonka jälkeen varsinainen algoritmi suoritetaan kullekin komponentille erikseen ja lopuksi tulokset yhdistetään komponenttien rakenteen mukaan.[1, s.615] Tämän vuoksi verkon vahvasti yhtenäisten komponenttien tehokas löytäminen on tärkeää.

Harjoitustyössä on tarkoitus löytää suunnatusta verkosta vahvasti yhtenäiset komponentit mahdollisimman tehokkaasti. Ensisijaisesti työssä testataan luentomonisteessa ja Cormenin kirjassakin esiteltyä Kosarajun algoritmia:

Algoritmissa tehdään ensin verkon syvyysuuntainen läpikäynti ja laitetaan solmut pinoon niistä poistumisen mukaisessa järjestyksessä. Tämän jälkeen verkkoon suoritetaan transpoosi, jossa solmujen väliset kaaret käännetään osoittamaan vastakkaiseen suuntaan. Seuraavaksi suoritetaan uudelleen syvyysuuntainen läpikäynnillä alkaen pinon pinnalta. Tällöin aina kun yhdestä solmusta ei enää pääse muihin solmuihin, niin ollaan löydetty vahvasti yhtenäinen komponentti. Näin jatketaan niin kauan kuin pinossa on solmuja, joita ei ole vielä käsitelty.

Tämä on aikavaativuudeltaan $O(V+E)$, kun transpoosi tehdään vieruslistaan, jos verkko on matriisina niin sen transpoosi vie aikaa $O(V^2)$.

Vertailukohtaa verkon vahvasti yhtenäisten komponenttien etsintään haetaan Trajanin ja Path based algoritmeista.

Tarjan[2]:

Tarjanissa suoritetaan syvyysuuntainen läpikäyntejä niin kauan kuin verkossa on vielä käymättömiä solmuja. Solmut laitetaan pinoon sitä mukaan kun ne käsitellään. Kun läpikäynti palaa niihin alipuusta, solmu otetaan pinosta ja tutkitaan onko se jonkin vahvasti yhtenäisen komponentin juuri, jolloin sitä ennen pinosta poistetut solmut muodostavat vahvasti yhtenäisen komponentin.

Path Based[3]:

Algoritmi suorittaa verkolle ensin syvyysuuntaisen läpikäynnin pitäen samanaikaisesti yllä kahta pinoa, joista toinen ylläpitää tietoa niistä solmuista, joita ei vielä ole liitetty mihinkään vahvasti yhtenäiseen komponenttiin. Solmut ovat pinossa siinä järjestyksessä, jossa syvyysuuntainen läpikäynti ne löysi. Toisessa pinossa ovat solmut, joiden ei vielä ole todettu kuuluvan keskenään eri vahvasti yhtenäisiin komponentteihin.

Lähteet:

[1] Introduction to Algorithms 3rd ed. T. H. Corman, C.E. Leiserson, R. L. Rivest, C. Stein. The MIT Press 2009.

[2] http://en.wikipedia.org/wiki/Tarjan%27s_strongly_connected_components_algorithm

[3] http://en.wikipedia.org/wiki/Path-based_strong_component_algorithm