

构造具有垛田特征的斑图模型

北京师范大学 陈睿，陈笠恒，青文涛

(北京师范大学数学科学学院，北京市海淀区 100091)

蔡永强 讲师

摘要：本文旨在研究垛田形成的规律和机制，提出优化斑图模型和反应扩散方程的方法，以提高其与真实垛田形状的契合度。首先，对垛田实拍图进行图像特征分析和边界提取，并建立了斑图模型和反应扩散方程。随后，对反应扩散方程进行了优化调整，将图像处理得到的垛田特征数据纳入其中，从而提高模型的预测精度和适用性。最后，探讨未来的研究方向，包括数据采集和处理优化、模型优化和验证、监测和预警系统研发、应用推广和拓展、智能农业发展、多学科交叉研究等方面。这些工作的实施将进一步推动垛田研究的发展，促进农业生产的可持续发展和环境保护。我们相信，通过不断深入研究和创新，我们能够更好地理解 and 应对垛田形成的挑战，为农业生产和环境保护做出更大的贡献。

关键词：图灵斑图，反应扩散方程，垛田，特征提取

一、研究背景

我们研究的主要对象是垛田这一局部地貌。垛田是中国南方沿湖或河网低湿地区用开挖网状深沟或小河的泥土堆积而成的垛状高田，现今垛田主要分布在泰州市射阳湖南端尽头的兴化市中东部的的水网密布的湖荡地区，其独特的气候、海拔等自然环境和修筑堤坝、保漕济运和耕地开垦等社会历史条件造就了垛田奇观。

目前对于垛田的研究限于人文社科类型，自然地理要素、社会变迁和该地区人民对当地自然环境的开发利用是研究垛田形成机制的主要方向；而从数学角度进行的定量人文地理问题研究较少。从这一方面考虑，通过了解垛田的地貌特征、原始的耕作方式和农耕文化，运用数学理论进行研究，将有利于垛田这一特色地貌的保护，促进使用针对性的科技手段进一步对垛田进行日常耕作和合理的开发利用。另外，本项目从垛田的形态特征入手，研究其作为斑图的形成机制。由于垛田非自然形成，无法用现有的斑图模型进行匹配，也无法利用现成的扩散方程进行模拟，因此需要先提取垛田的形态特征，分析其与自然斑图的共同点和存在的差异，进而构造新的方程、生成新的斑图，对垛田进行拟合。

图灵斑图（Turing pattern）是自然界中许多化学和生物系统中出现的一种图案形态，常常由两种物质在反应扩散系统中的相互作用所导致。在不考虑物理方面的作用和现象的情况下，可以通过简单的数学模型来描述这些图案形态。

一个具有垛田特征的斑图模型可以被描述为以下反应扩散方程组：

作者简介：陈睿（2003-）、男，福建厦门人，北京师范大学在读本科生。青文涛（2003-）、男，四川广元人，北京师范大学在读本科生。陈笠恒（2003-）、男，福建厦门人，北京师范大学在读本科生。

$$\begin{cases} \frac{dU(x,y)}{dt} = D_U \Delta U + f(U,V) \\ \frac{dV(x,y)}{dt} = D_V \Delta V + g(U,V) \end{cases}$$

其中 U 和 V 分别表示两种化学物质的浓度, D 是它们的扩散系数, $f(U,V)$ 和 $g(U,V)$ 是它们之间的反应函数。

我们认识到, 垛田并非完全自然形成, 其中人为因素非常重要, 所以现有的 Turing 斑图模型能否直接应用在垛田上, 还需实验检验。由于垛田斑图中, 水是连通的, 而大多数 Turing 斑图并不满足连通性, 因此我们认为有必要根据垛田的一些几何特征, 构造新的斑图模型。

以此为目标, 项目组针对于自然斑图有差异的图像特征, 对上述方程的不同参数进行适当修改, 并设置了新的参数来改变相应的图像特征。经过调试, 我们改进后的 Gray-Scott 模型反应扩散方程, 能够求解得到接近于垛田形态的斑图。其反应扩散方程可以表示为:

$$\begin{cases} \frac{dU(x,y)}{dt} = D_U \Delta U - UV^2 + f(1-U) \\ \frac{dV(x,y)}{dt} = D_V \Delta V + UV^2 - (f+k)V \end{cases}$$

其中 f 和 k 是模型参数, 控制了反应过程的速率和物质的消耗。这个模型可以产生各种各样的图案形态, 包括斑点、条纹和蜂窝状等。在该斑图中, 线条分段明显, 且特定部位能表现出连通性。

通过数值模拟求解这个反应扩散方程组, 得到化学物质的浓度分布, 进而可视化出垛田特征图案, 一种较为典型的斑图如下图所示。

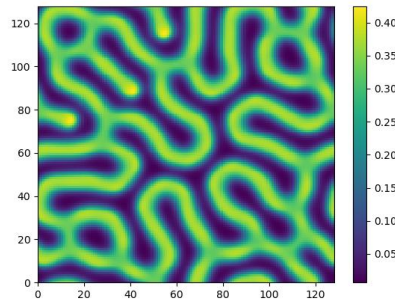


图 1: 典型斑图

总之, 图灵斑图是一种广泛存在于自然界中的图案形态, 可以通过反应扩散模型来描述和模拟。通过对模型参数和初值的调节, 可以产生各种不同的图案形态, 这为研究自然界中的垛田特征提供了有力工具。

由于影响垛田形成的人为因素比较复杂，包括机器设备、操作流程、环境条件等多个方面，因此收集影响垛田形成的人为因素较为困难。在搜集和分析这些因素时，本项目的主要难点在于以下这些问题：

1.数据获取困难：很多垛田生产企业不愿意分享其生产数据，或者数据质量不足、缺乏相关属性信息，导致难以搜集足够的数据来进行分析。

2.数据质量差：由于生产现场环境复杂，垛田图像难以拍摄，存在拍摄角度、光照、分辨率等方面的问题，导致数据质量不稳定、存在误差。

3.多因素影响：垛田形成涉及到多个因素，如操作流程、机器设备、环境条件等，这些因素相互作用，难以独立分析其对垛田形成的影响，需要进行多因素分析。

二、研究方法

对垛田实拍图进行图像特征分析和边界提取，我们按照以下步骤进行：

1.预处理图像：将图像进行灰度化、平滑滤波、边缘增强等操作，以便更好地进行后续分析。

(1) 灰度化：将彩色图像转换为灰度图像，使用 OpenCV 中的 `cvtColor` 函数，将图像转换为灰度格式。

灰度化：

$$gray(x, y) = 0.229R(x, y) + 0.587G(x, y) + 0.114B(x, y)$$

(2) 平滑滤波：使用高斯滤波或中值滤波去除噪声，使用 OpenCV 中的 `GaussianBlur` 或 `medianBlur` 函数。

高斯滤波：

$$G(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$$

(3) 边缘增强：使用拉普拉斯算子或 Sobel 算子对图像进行边缘增强，使用 OpenCV 中的 `Laplacian` 或 `Sobel` 函数。

Sobel 算子：

$$G_x = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot I, G_y = \begin{bmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \cdot I$$

2.特征提取：采用形态学操作提取图像的形态特征，使用图像分割算法提取不同颜色或亮度区域的特征，使用纹理分析方法提取图像的纹理特征。

(1) 形态学操作：使用形态学操作对图像进行特征提取，如膨胀、腐蚀、开运算、闭运算等操作提取斑点、条纹等形态特征。使用 OpenCV 中的 dilate、erode、morphologyEx 函数。

膨胀操作：

$$Dilation(A, B) = \bigcup \{b \in B\} shift(b)(A)$$

(2) 图像分割：使用图像分割算法将图像分成不同的区域，如阈值分割、区域生长、分水岭等算法。使用 OpenCV 中的 threshold、cv::connectedComponents、watershed 函数。

阈值分割：

$$T(x, y) = \begin{cases} 1 & I(x, y) > T \\ 0 & I(x, y) \leq T \end{cases}$$

(3) 纹理分析：使用纹理分析方法提取图像的纹理特征，如 Gabor 滤波器、小波变换等算法。使用 OpenCV 中的 cv::filter2D、cv::getGaborKernel 函数。

Gabor 滤波器：

$$g(x, y, \theta, \lambda, \psi, \gamma) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{x'^2 + y'^2}{2\sigma^2}} \cos(2\pi \frac{x'}{\lambda} + \psi)$$

3.边界提取：使用边缘检测算法如 Sobel、Canny 等进行边缘检测，将图像中物体的边缘提取出来，再使用形态学操作、霍夫变换等算法进一步优化边缘提取效果。

(1) 边缘检测：使用边缘检测算法对图像进行边缘检测，如 Sobel、Canny 等算法，相应地使用 OpenCV 中的 Sobel、Canny 函数。

(2) 边缘优化：对边缘进行优化，去除小的孤立点和不连续的边缘，使用形态学操作、霍夫变换等算法。使用 OpenCV 中的 dilate、erode、HoughLinesP 函数。

Canny 算子：

$$Canny(I) = NonMaxSupp(G) \cdot DoubleThreshold(G) \cdot LinkEdges(G)$$

霍夫变换：

$$r = x \cos \theta + y \sin \theta$$

4.统计分析：通过对图像特征和边界进行统计分析，得出图像的一些特征参数，如条纹长度、粗细、密度、分布等。这些参数为我们进一步理解图像的特征和垛田特征形成的原理提供了有力支撑。

5.不同的垛田实拍图具有不同的特征和形态，因此我们根据具体情况选择合适的算法和方法进行分析。同时，在进行图像分析时去除噪声和干扰，以确保分析结果的准确性和可靠性。

针对数据收集和分析中的主要难点，我们采取了以下具体的解决方案：

1.提高数据质量: 在数据采集时, 尽量选择合适的拍摄角度、光照环境和分辨率等参数, 确保数据的准确性和稳定性, 同时使用图像增强和纠偏算法提高数据质量。

2.多因素分析: 在进行数据分析时, 考虑到多个因素的相互作用, 使用多元统计方法分析多个变量之间的关系, 找出主要的影响因素, 并制定针对性的改进措施。

3.建立模型: 将垛田形成的机理建立模型, 并根据模型进行模拟和分析, 有效地预测和控制垛田形成的过程, 为反应扩散方程的模拟和新的斑图模型的构造提供科学依据。

通过预处理图像、特征分析、边界提取和统计等步骤, 我们进一步理解了垛田形成的机制和规律, 实现垛田的分类和识别, 为构建符合垛田特征的反应扩散方程做好基础准备。

由于一般斑图模型还不能准确解释垛田, 因此我们继续比较和总结垛田斑图和图灵斑图的差异, 利用现有的模型, 结合更多的数据集, 对垛田斑图进行改进。我们从以下几个方面入手, 优化斑图模型和反应扩散方程, 以提高其与真实垛田形状的契合度。

1.模型优化

(1) 优化模型参数: 斑图模型的参数设置对于模型输出结果有着至关重要的影响。因此, 我们通过对垛田真实数据进行大量的拟合试验, 来优化斑图模型的参数设置, 提高其与真实垛田形状的契合度。

(2) 增加物理约束: 斑图模型和反应扩散方程都是基于一定的物理学原理和实验数据进行建模的。我们通过增加物理约束, 如添加质量守恒定律、动量守恒定律、能量守恒定律等, 以减少误差并提高模型的精度。

(3) 机器学习算法: 机器学习算法在处理大量数据和复杂模型的问题上有着很好的表现。我们通过引入机器学习算法来提高模型的精度, 例如使用卷积神经网络 (CNN) 等深度学习模型来进行垛田斑图的图像识别和预测。

(4) 融合多种模型: 在前期的模拟和比较分析中, 单独的斑图模型有一定局限性, 并且不能很好地匹配垛田特征。因此我们通过融合多种模型的方法, 综合考虑斑图模型、反应扩散方程和机器学习模型等, 以提高模型的预测能力和精度。

(5) 数据增强技术: 由于后期的研究工作涉及到大量的实验数据, 因此, 我们使用了数据增强技术来增加训练数据集的多样性和数量, 例如旋转、平移、缩放等变换, 以提高模型的准确性和预测精度。

2.反应扩散方程的改良与优化

我们创建的反应扩散方程的具体表达式如下所示:

设 $C(x,t)$ 为多种物质在空间位置 x 和时间 t 的浓度, C 是一个向量, D 为扩散系数, k 为反应速率常数, 则反应扩散方程可以表示为:

$$\frac{\partial C(x,t)}{\partial t} = D\Delta C(x,t) + kC(x,t)$$

针对这一方程，我们进一步采取了以下措施进行改良和优化：

(1) 将通过数据分析拟合得到的扩散系数和反应速率函数作为反应扩散方程中的具体参数，以提高模型的准确度和逼真度。

(2) 将图像处理得到的垛田特征数据作为反应扩散方程中的边界条件，以更好地模拟垛田的真实形态和边界。

(3) 利用图像处理技术，获取垛田的形态和结构特征参数，并将这些参数作为反应扩散方程中的参数，通过优化调整，使得模型输出的结果更加贴近真实垛田。

(4) 将垛田特征数据与反应扩散方程相结合，进一步优化模型的精度和适用性，提高预测结果的准确性。

对于具体数学表达式的优化调整，我们通过反应扩散方程的参数设置、边界条件的调整以及初值的设定等方式进行。同时，在优化调整过程中，我们还重点关注反应扩散方程中的各项参数与垛田特征数据之间的联系，以充分利用垛田特征数据的信息，提高反应扩散方程的预测精度。

三、研究成果

项目组在充分进行资料查找和文献调研的基础上，开展了初步研究。前期的研究工作主要包括图像采集、数据分析、特征提取等。首先我们搜集了垛田的卫星图像和数据信息，典型的垛田如下图所示，下文我们均使用右侧图像的典型区域进行处理和展示。



图 2：典型垛田航拍图

我们使用 Python 语言编写了程序，以进行垛田图像的处理，并提取河道连通性、田埂线条和转角、以及分段部位等图像的关键特征。首先我们对卫星和无人机拍摄的原始垛田图像进行了预处理，包括灰度化、平滑滤波和边缘增强，得到结果如下：



图 3：灰度化（左）、平滑滤波（中）和边缘增强（右）处理后的图像

接下来，我们计算了图像的灰度共生矩阵和纹理特征，并输出其对比度、能量和熵值如下：

```
Contrast: [[403.93683209 748.68533805 575.85409223 811.25655394]]
Energy: [[0.01441662 0.01228637 0.01345083 0.01212313]]
Image Entropy: [7.205479]
```

同时，我们运用腐蚀和膨胀两种形态学操作，提取图像的斑点和条纹等特征，结果如下图所示。

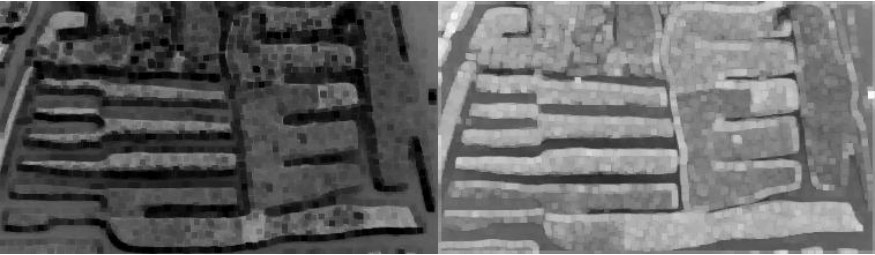


图 4：腐蚀（左）和膨胀（右）处理后的图像

此外，我们使用图像分割算法中的阈值分割，将图像分为不同区域，绘制出的二值图如下图所示。

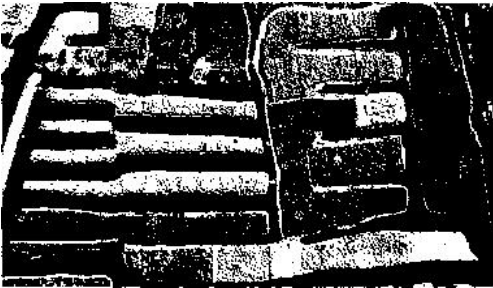


图 5：阈值分割二值图

以上是对图像的各种特征进行提取的操作及结果。接下来，我们采用了 Sobel 边缘检测算法对灰度图像进行了边界提取，并再一次使用形态学操作和霍夫变换，去除了图像中小的孤立点和不连续的边界，进一步优化边界提取结果。

在构建反应扩散方程时，为了更贴近垛田的形成条件，我们将垛田所在地的自然地理条件纳入考虑。我们收集了垛田的气候、土壤等数据；经过分析，我们最终将 5 项数据作为主要评价指标，并以此为依据拟合出反应扩散方程中的反应速率函数 r 和物质消耗函数 K 。线性拟合结果如下：

$$r = r_0(1 + 0.563T + 0.368H + 0.174W + 0.672S + 0.661P)$$

$$K = K_0(1 + 0.704T + 0.453H + 0.182W + 0.349S + 0.237P)$$

反应速率函数 r 和物质消耗函数 K

其中 r_0 和 K_0 表示初始值， T 表示温度， H 表示湿度， W 表示风速， S 表示土壤条件， P 表示植被条件。

接下来，我们将拟合得到的两个参数函数代入反应扩散方程。我们将 C 定义为一个由 U 和 V 构成的 2 维向量；由于反应中两种物质 U 和 V 的扩散系数 D 已经考虑各种可能影响垛

田形成的因素,且反应中的参数是根据垛田所在地的自然条件和农业管理等数据拟合得到的,因此得到调参后的反应扩散方程如下:

$$\frac{\partial C(x,t)}{\partial t} = D\Delta C + r \cdot C \cdot (1 - \frac{C}{K})$$

为了使原始图像和最终生成的斑图更为接近,即提高两者在各种特征上的相似性,我们对图像进行了匹配特征分析。基于图像特征的匹配方法,克服了利用图索灰度信息进行匹配的缺点,由于图像的特征点比像素点少,匹配过程计算量减少;特征点的匹配度量值对位置的变化较敏感,提高了匹配精确度;而特征点提取过程减少了全局噪声的影响,对灰度变化和图像形变有较好适应能力。考虑到这些原因,我们统计了图像的斑点特征如下:

Spot Density: 134
Spot Distribution: 21.19402985074627

本文中的斑点是指灰度图中与周围有灰度区别的区域。其中斑点密度 (Spot Density) 表示单位面积中斑点的个数,对于垛田图像而言即垛块的个数,密度越高反应速率越高;斑点分布 (Spot Distribution) 指图像区域中所有斑点大小的平均值,代表了垛块的实际分布情况。

对特征斑点进行检测后,我们分析了垛田具有连通性的区域,根据斑点轮廓创建与原始图像大小相同的新的斑图。原始的垛田图像经过灰度化处理得到灰度图像,经过阈值分割得到二值图,利用这两种图像以及斑点特征统计结果,我们生成了垛田斑图如下图所示。

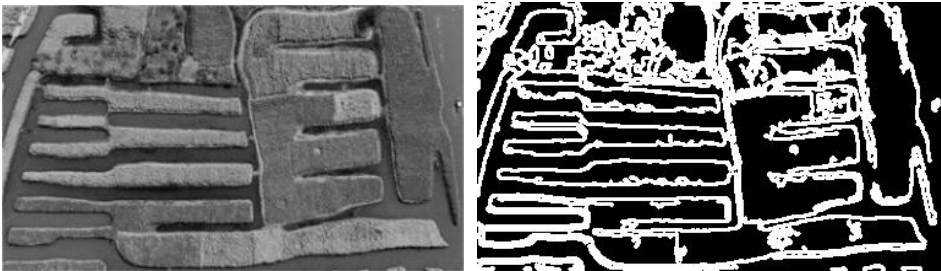


图 6: 灰度图 (左) 与垛田斑图 (右)

至此,我们寻找到了以实际自然条件为依据调整参数后的反应扩散方程,并生成了垛田特征斑图。但两者之间还未很好地融合,我们将在后续研究中逐步优化方程、提高匹配度,改进和完善方程和模型。

四、总结与展望

我们的研究过程总结如下:对垛田图像进行特征分析和边界提取,对自然斑图模型的反应扩散方程进行模拟;结合垛田所在地区的气候等自然条件拟合扩散系数,对反应扩散方程进行优化调整;将图像处理得到的垛田特征数据作为参考,提高模型的预测精度和适用性。

我们主要完成了两部分的工作:一是将影响垛田形成的因素作为参数进行拟合,将一般的反应扩散方程优化为调参后可能生成具有一定垛田特征形态斑图的方程;二是通过多步骤图像处理,用原始垛田图像的相关特征作为条件,生成了与原图近似程度高的斑图。对于两

部分工作的结合,即使用调参后的反应扩散方程实际生成具有垛田某些特征的斑图,仍在研究过程中。之后我们将进一步学习编程理论以及方程数值解相关知识,不断尝试攻克这一最终目标。

基于我们的工作和研究成果,我认为我们的研究对农业生产水平进步和环境保护等方面有许多积极作用:

1.农田管理与优化:通过对垛田的特征分析和边界提取,可以实现对农田的精细化管理。了解垛田的形态和结构特征,可以优化灌溉、施肥和农药喷洒等农田管理措施,提高农作物生长质量和产量。

2.环境保护与土壤保持:垛田的形成与土壤侵蚀密切相关。通过研究垛田形成的规律和机制,可以提供科学依据,制定合理的土壤保持措施,减少土壤侵蚀和水土流失,保护农田生态环境。

3.气象灾害预警与风险评估:垛田的形态和分布与气象灾害(如暴雨、洪水等)密切相关。通过对垛田特征的分析,可以预测和评估气象灾害对农田的影响,提前采取措施减少灾害损失。

4.智能农业技术发展:结合垛田的特征分析和边界提取技术,可以发展智能农业技术,如机器视觉与无人机技术结合,实现对垛田的自动化识别和监测,提高农业生产的自动化水平和效率。

5.土壤科学研究与农业生产改进:通过深入研究垛田形成的物理、化学机制,可以揭示土壤水分、养分分布与垛田形态的关系,为土壤科学研究和农业生产改进提供理论支持。

以上研究在垛田特征分析、边界提取和反应扩散方程优化方面的应用前景广阔,将为农田管理、环境保护、灾害预警、智能农业技术发展以及土壤科学研究提供重要的理论和技术支持。这些工作将能够让我们对研究的对象有更加深刻的理解,从而更好地开展接下来的研究。同时,如果以上的想法可以得到实施,还将进一步推动垛田研究的发展,促进农业生产的可持续发展和环境保护。

参考文献

- [1]袁兴中,范存祥,林志斌,林海波,陈君钰.垛基果林湿地恢复——岭南农业文化遗产的重生[J].三峡生态环境监测,2021,6(02):36-44.DOI:10.19478/j.cnki.2096-2347.2021.02.05.
- [2]师晓洁,吴迪,郭巍.圩-垛田景观格局下的“水-田-村”布局模式[J].风景园林,2022,29(02):53-58.DOI:10.14085/j.fjyl.2022.02.0053.06.
- [3]姚盈旭.运西诸湖水环境变迁影响下江淮湖洼平原圩-垛-塘乡土景观研究[D].北京林业大学,2020.DOI:10.26949/d.cnki.gblyu.2020.000804.