

Lab 7: Höhenmessung und Sensorfusion

1. Einleitung

Bei der *Sensorfusion* werden Messungen von mehreren Sensoren *kombiniert* («fusioniert»), sodass die resultierende Schätzung, statistisch gesehen, besser ist als die Messung oder Schätzung der relevanten Grösse mit nur einem Sensor.

Aufgabe 1: Sensorfusion für Höhenmessung

Dieses Beispiel ist eine Erweiterung der Kalman-basierten Schätzung der Gebäudehöhe aus den Vorlesungsslides.

Nehmen Sie an, dass die wahre Gebäudehöhe 50 m beträgt und dass Sie zwei unterschiedlich genaue Höhenmessgeräte zur Verfügung haben. Diese können auf komplett verschiedenen Technologien basieren. Ein Gerät (Sensor $S1$) misst die Gebäudehöhe mit einer 1σ -Genauigkeit von 5 m und das andere Gerät (Sensor $S2$) mit einer 1σ -Genauigkeit von 6 m.



Abbildung 1: «BIGBOY» ist ein Wohn- und Geschäftsgebäude in Winterthur mit einer Höhe von 50 m.

Aufgabe 1.1:

Sie möchten eine möglichst genaue Schätzung (möglichst geringe Messunsicherheit) der Gebäudehöhe haben. Macht es Sinn beide Sensoren zu benutzen oder reicht es den genaueren zu nehmen?

Mehr Daten \Rightarrow genauer (Daten haben eine Korrelation)

Aufgabe 1.2:

Angenommen die Höhenmessungen (in Meter) von $S1$ sind

$$y1[n] = \{43.34, 38.35, 42.75, 51.66, 51.95, 52.25, 49.34, 50.91, 47.61, 54.31\}$$

und die Höhenmessungen von $S2$

$$x[n+1] = Ax[n] + \underbrace{Bu[n]}_{=0} \Rightarrow A=1, B=0$$

$$y[n] = \begin{pmatrix} y_1[n] \\ y_2[n] \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$y_2[n] = \{46.80, 60.09, 44.74, 47.09, 45.72, 42.95, 48.84, 48.35, 59.18, 48.50\}$.

- a) Gehen Sie davon aus, dass die einzelnen Höhenmessungen, welche mit einem Gerät erfasst wurden unabhängig sind und dass die Fehler der beiden Geräte unabhängig sind. Entwerfen Sie einen Kalman Filter basierten Algorithmus, der die Messungen sequenziell verarbeitet, um möglichst genau die Gebäudehöhe zu schätzen. Geben Sie die geschätzte Höhe sowie die Unsicherheit an.

Empfohlene Schritte

- Bestimmen Sie das Zustandsraummodell, insbesondere die A, B und C Matrizen. Welche Dimension hat der Messvektor? $\Rightarrow 2$ $R = 25$
- Bestimmen Sie die Rauschparameter (Noisevarianzen) R und Q. $Q = 36$
- Gehen Sie wie im Beispiel der Slides von einer initialen Schätzung der Höhe von 60 m aus.
- Entwerfen Sie den Kalman Filter und plotten Sie die Zustandsschätzung (Mittelwert und Varianz) sowie den Kalman Gain.

Geschätzte Höhe	Unsicherheit des Schätzers

- b) Bestimmen Sie die «fusionierte» Höhenschätzung mittels der sogenannten «Inverse-Variance Weighting» Methode (https://en.wikipedia.org/wiki/Inverse-variance_weighting). Bestimmen Sie hierfür jeweils den Mittelwert μ_{S1} und μ_{S2} der Höhenmessung pro Messgerät und die Varianzen $\sigma_{\mu_{S1}}^2$ und $\sigma_{\mu_{S2}}^2$ der Mittelwerte. Berechnen Sie schlussendlich die erhaltene Höhenschätzung μ_{FUSED} mittels

$$\mu_{FUSED} = \sigma_{combined}^2 (\sigma_{\mu_{S1}}^{-2} \cdot \mu_{S1} + \sigma_{\mu_{S2}}^{-2} \cdot \mu_{S2}),$$

wobei

$$\sigma_{combined}^2 = (\sigma_{\mu_{S1}}^{-2} + \sigma_{\mu_{S2}}^{-2})^{-1}.$$

Vergleichen Sie diese Schätzung mit der Kalman-Filter Lösung. Was stellen Sie fest? Könnte die Variance Weighting Methode direkt angewendet werden, wenn sich die Höhe ändert (z.B. Höhenschätzung eines sich bewegenden Aufzugs)?

Aufgabe 1.3

- a) Installieren Sie die **Phyphox** App auf Ihrem Android oder iOS Smartphone <https://phyphox.org/>. Diese App ermöglicht den Zugriff auf eine Vielzahl von Sensoren, die in modernen Smartphones verbaut sind. Neben Zugriff auf optische und akustische Sensoren, ermöglicht die App Zugriff auf verschiedene mechanische Sensoren. In praktisch jedem Smartphone sind heutzutage eine IMU (Beschleunigungs- und Drehratensensor), ein Magnetfeldsensor sowie ein barometrischer Drucksensor verbaut.



Abbildung 2: MEMS barometrische Drucksensoren (ca. 2 mm x 2 mm), die in Smartphones und Smart Watches und Drohnen verbaut sind.

- b) Messen Sie mit der Phyphox App für ca. 30 s den Druck. Exportieren Sie die Messdaten als .csv Datei und lesen Sie diese z.B. mittels der pandas Library ein. Leiten Sie daraus eine Messungenauigkeit (Varianz) für Ihren Drucksensor her.
- c) Gehen Sie nun ins Erdgeschoss des TS-Gebäudes und nehmen Sie den dortigen atmosphärischen Druck auf (z.B. durch einen Screenshot). Gehen Sie im Anschluss in die vierte Etage und messen Sie nochmals den Druck.
- d) Die Formel für den hydrostatischen Druck lautet:

$$p(h) = \rho g h + p_0.$$

Nehmen Sie an, dass die Erdbeschleunigung $g = 9.81 \frac{m}{s^2}$ beträgt. Die Dichte der Luft ist temperaturabhängig und sollte von Ihnen daher im Internet recherchiert werden.

Was für einen Höhenunterschied haben Sie gemessen?

- e) Fusionieren Sie Ihre Höhenmessung mit Messungen von mindestens 3 weiteren Studierenden. Benutzen Sie hierfür die »Inverse-Variance Weighting« Methode. Welche fusionierte Höhenmessung haben Sie errechnet?

Höhenmessung (mit einem Smartphone)	Höhenmessung (fusioniert)

Technical data

Parameter	Technical data
Package dimensions	2.0 x 2.0 x 0.75 mm ³ metal lid LGA
Operating range (full accuracy)	Pressure: 300 ... 1250 hPa
Supply voltage VDDIO	1.08 V ... 3.6 V
Supply voltage VDD	1.65 V ... 3.6 V
Interface	I ² C (up to 1.0 MHz), I3C, and SPI (3 and 4 wire, up to 10 MHz)
Average typical current consumption (1 Hz data rate)	1.3 µA @ 1 Hz pressure and temperature, 0.5 µA in deep standby mode
Absolute accuracy P=300 ... 1100 hPa (T=-5 ... 65°C)	±30 Pa
Relative accuracy Pressure (typ.) P=700...1100 hPa (T=15 ... 55°C)	±6 Pa (equivalent to ±0.5 m)
Noise in pressure lowest bandwidth, highest resolution	0.08 Pa
Temperature coefficient offset (typ.) P=300 hPa ... 1100 hPa (T=-5 ... 65°C)	± 0.5 Pa/K
Long-term drift (12 months)	±0.1 hPa
Solder drift	±0.3 hPa
Maximum sampling rate	480 Hz (continuous mode)

Abbildung 3: Datenblatt des BMP581 barometrischen Drucksensors (<https://www.bosch-sensortec.com/products/environmental-sensors/pressure-sensors/bmp581/>)