

| **Tangent**

$$y = f'(a)(x - a) + f(a)$$

| **Normal**

$$K_{\text{tangent}} * K_{\text{normal}} = -1$$

$$K_{\text{normal}} = -\frac{1}{f'(a)} = -\frac{1}{K_{\text{tangent}}}$$

| **Lokalt minimum**

$$\begin{array}{ccccc} y & & \searrow & & \nearrow \\ y' & - & 0 & + & \\ y'' & & + & & \end{array}$$

| **Lokalt maximum**

$$\begin{array}{ccccc} y & & \nearrow & & \searrow \\ y' & + & 0 & - & \\ y'' & & - & & \end{array}$$

| **Terasspunkt**

$$\begin{array}{ccccccc} y & & \searrow & & \searrow & & \nearrow \\ y' & - & 0 & - & + & 0 & + \\ y'' & & 0 & & & 0 & \end{array}$$

| **Grader till radianer**

$$\text{radianer} = \text{grader} * \frac{\pi}{180}$$

| **Radianer till grader**

$$\text{grader} = \text{radianer} * \frac{180}{\pi}$$

| **Kedjeregeln**

$$y = f(g(x))$$

$$y' = f'(g(x)) * g'(x)$$

| **Produktregeln**

$$y = f(x) * g(x)$$

$$y' = f'(x) * g(x) + f(x)g'(x)$$

| **Kvotregeln**

$$y = \frac{f(x)}{g(x)}$$

$$y' = \frac{f'(x) * g(x) - f(x)g'(x)}{g(x)^2}$$

| **Derivatans definition**

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x + h) - f(x)}{h}$$

$$= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

| **Rotlagar**

$$\sqrt{a} * \sqrt{b} = \sqrt{ab}$$

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

$$\sqrt{a^2b} = |a|\sqrt{b}$$

$$\frac{\sqrt{a}}{b} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b^2}} = \sqrt{\frac{a}{b^2}}$$

| **Potensregler**

$$a^x a^y = a^{x+y}$$

$$a^x b^x = (ab)^x$$

$$\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$$

$$\frac{a^x}{b^x} = \left(\frac{a}{b}\right)^x$$

$$(a^x)^y = a^{xy}$$

$$a^{1/n} = \sqrt[n]{a}, \quad (n \in \mathbb{Z}, n \geq 2)$$

| **Logaritmer**

Potensform	Logaritmform
$a^x = b$	$x = \log_a b$
$2^x = 32$	$x = \log_2 32$
$e^x = 3$	$x = \ln 3$

| **Logaritmregler**

$$\log AB = \log A + \log B$$

$$\log \frac{A}{B} = \log A - \log B$$

$$\log A^x = x \log A$$

| **Intervall**

$$[a, b] \Leftrightarrow a \leq x \leq b$$

$$]a, b[\Leftrightarrow (a, b] \Leftrightarrow a < x \leq b$$

$$(a, b) \Leftrightarrow a < x < b$$

| **Avståndsformeln**

$$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

| **Cirkelns ekvation**

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$$

| **Funktioner**

*** Injektiv**

För varje värde y finns det högst ett värde x så att $f(x) = y$

*** Surjektiv**

Varje värde y är nåbart av minst ett x där $f(x) = y$

*** Bijektiv**

Både injektiv och surjektiv

| **Inverterbar**

En funktion är inverterbar endast om den är bijektiv

$$* f^{-1}(f(x)) = x$$

$$* D_f^{-1} = V_f$$

$$* V_f^{-1} = D_f$$

Exempel:

$$y = ax + b$$

- Få x fritt

$$x = \frac{y - b}{a}$$

- Byt från x till y

$$y = \frac{x - b}{a}$$

| **Gränsvärden**

- $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3-4^x+5x^3-\ln x^2}{7*4^x-8x^{70}+\arctan x}$
Bryt ut snabbast växande term
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+2x)}{\sin 3x}$
Variabelbyte, standardgränsvärden
- $\sqrt{4x^2 - 5x + 2} - 2x$
Förläng med konjugat
- $\frac{x-4}{x^2-16}$
Faktoriesera
- $\frac{0}{0}$
Variabelbyte alt. derivera täljare och nämnare var för sig (L'Hôpital)

| **Hierarki då $x \rightarrow \infty$**

Snabbare totalt sett till vänster, snabbare inom klassen högst upp. Klasserna är fakultet, exponential, polynomial och logaritmisk - i den ordningen.

$$x! > \frac{e^x}{2^x} > \frac{x^2+2}{\sqrt{x}} > \frac{(\ln x)^3}{\ln(\ln x)}$$

| **Variabelbyte**

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} = \left[\begin{array}{ll} t = \frac{1}{x} & x = \frac{1}{t} \\ t \rightarrow \infty \text{ då } x \rightarrow 0 \end{array} \right]$$

$$= \lim_{t \rightarrow \infty} t$$

| **Asymptot**

*** Lodrät**

Då nämnaren blir 0.

$$\frac{1}{x^2 - 1} : \begin{array}{ll} x = -1 \\ x = 1 \end{array}$$

*** Vågrät**

Då täljare är av samma eller lägre grad än nämnaren.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + 2}{x^2 - 1}$$

*** Sned**

Då täljaren är av högre grad än nämnaren. Polynomdividera

$$\frac{P}{Q} = K + \frac{R}{Q}$$

Notera att R är av lägre grad än Q , $\frac{R}{Q} \rightarrow 0$

| **Konjugat**

Finns en lösning $x = 1 + i$ finns även en lösning $x = 1 - i$. Faktorer blir då $(x - 1 - i)$ och $(x - 1 + i)$. Produkten av faktorerna blir en reell faktor $(x^2 - 2x + 2)$ som kan användas vid vidare polynomdivision för att hitta resterande lösningar.

| **Skissa graf**

*** Hitta asymptoter**

Testa gränser. Om ett intervall är givet, testa detta, annars oändligheten; $\lim_{x \rightarrow \infty}$, $\lim_{x \rightarrow -\infty}$, $\lim_{x \rightarrow +0}$ och $\lim_{x \rightarrow -0}$. Testa även för lodräta, vågräta och sneda asymptoter. Skissa dessa

*** Extremvärden**

Lös $f'(x) = 0$. Kontrollera om minimum eller maximum via teckentabell eller f'' . Sätt in lösta x i $f(x)$ och skissera punkterna. Skissera även var funktionen skär origo

| **Standardderivator**

$f(x)$	$f'(x)$
x^a	ax^{a-1}
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
\sqrt{x}	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$
e^x	e^x
a^x	$a^x \ln a$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$\log_a x$	$\frac{1}{x} \log_a e = \frac{1}{x \ln a}$
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$\tan x$	$\frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x$
$\arcsin x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \quad (-1 < x < 1)$
$\arccos x$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \quad (-1 < x < 1)$
$\arctan x$	$\frac{1}{1+x^2}$

| **Trigonometriska samband**

$$\begin{aligned} \sin^2 x + \cos^2 x &= 1 \\ \sin x &= \sin(\pi - x) \\ \cos x &= \cos(-x) \\ \sin(-x) &= -\sin(x) \\ \cos(\pi - x) &= -\cos x \\ \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) &= \cos x \\ \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) &= \sin x \\ \cos(2x) &= 2\cos^2 x - 1 \\ \sin(2x) &= 2\sin x \cos x \\ \sin^2\left(\frac{x}{2}\right) &= \frac{1 - \cos x}{2} \\ \sin^2 x &= \sin^2\left(\frac{2x}{2}\right) = \frac{1 - \cos(2x)}{2} \\ \cos^2\left(\frac{x}{2}\right) &= \frac{1 + \cos x}{2} \\ \cos^2 x &= \cos^2\left(\frac{2x}{2}\right) = \frac{1 + \cos(2x)}{2} \end{aligned}$$

| **Standardgränsvärden**

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} &= 1 \\ \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} &= 0 \\ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin x}{x} &= 1 \\ \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\arcsin x}{x} &= 0 \\ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} &= 1 \\ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan x}{x} &= 1 \\ \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\arctan x}{x} &= 0 \\ \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin \frac{n}{x}}{\frac{n}{x}} &= 1 \\ \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\arcsin \frac{n}{x}}{\frac{n}{x}} &= 1 \\ \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\tan \frac{n}{x}}{\frac{n}{x}} &= 1 \\ \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\arctan \frac{n}{x}}{\frac{n}{x}} &= 1 \\ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} &= 1 \\ \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(1+x)}{x} &= 0 \\ \lim_{x \rightarrow 0} x^a \ln x &= 0, a > 0 \\ \lim_{x \rightarrow \pm \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x &= e \\ \lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{1/x} &= e \\ \lim_{x \rightarrow \infty} \arctan x &= \frac{\pi}{2} \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} \arctan x &= -\frac{\pi}{2} \\ \lim_{x \rightarrow \infty} \sin x &\text{ ej definierat} \\ \lim_{x \rightarrow \infty} \cos x &\text{ ej definierat} \\ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} &= \infty \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x &= -\infty \\ \lim_{x \rightarrow \infty} \ln x &= \infty \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} e^x &= 0 \\ \lim_{x \rightarrow \infty} e^x &= \infty \\ \lim_{x \rightarrow \infty} e^{-x} &= 0 \end{aligned}$$

| **Standardvinklar**

$Vinkel$	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°
	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
sin	$\frac{\sqrt{0}}{2}$	$\frac{\sqrt{1}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{4}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{1}}{2}$	$\frac{\sqrt{0}}{2}$
cos	$\frac{\sqrt{4}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{1}}{2}$	$\frac{\sqrt{0}}{2}$	$-\frac{\sqrt{1}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{4}}{2}$
tan	$\sqrt{\frac{0}{4}}$	$\sqrt{\frac{1}{3}}$	$\sqrt{\frac{2}{2}}$	$\sqrt{\frac{3}{1}}$	•	$-\sqrt{\frac{3}{1}}$	$-\sqrt{\frac{2}{2}}$	$-\sqrt{\frac{1}{3}}$	$-\sqrt{\frac{0}{4}}$