| Tangent

$$y = f'(a)(x-a) + f(a)$$

| Normal

$$K_{\text{tangent}} * K_{\text{normal}} = -1$$

$$K_{\text{normal}} = -\frac{1}{f'(a)} = -\frac{1}{K_{\text{tangent}}}$$

| Lokalt minimum

y	↘		↗
y'	$-$	0	$+$
y''		$+$	

| Lokalt maximum

y	↗		↘
y'	$+$	0	$-$
y''		$-$	

| Terasspunkt

y	↘		↘	↗		↗
y'	$-$	0	$-$	$+$	0	$+$
y''		0			0	

| Grader till radianer

$$\text{radianer} = \text{grader} * \frac{\pi}{180}$$

| Radianer till grader

$$\text{grader} = \text{radianer} * \frac{180}{\pi}$$

| Kedjeregeln

$$y = f(g(x))$$

$$y' = f'(g(x)) * g'(x)$$

| Produktregeln

$$y = f(x) * g(x)$$

$$y' = f'(x) * g(x) + f(x)g'(x)$$

| Kvotregeln

$$y = \frac{f(x)}{g(x)}$$

$$y' = \frac{f'(x) * g(x) - f(x)g'(x)}{g(x)^2}$$

| Derivatans definition

$$f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{f(x+b) - f(x)}{h}$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

| Rotlagar

$$\sqrt{a} * \sqrt{b} = \sqrt{ab}$$

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

$$\sqrt{a^2 b} = |a|\sqrt{b}$$

$$\frac{\sqrt{a}}{b} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b^2}} = \sqrt{\frac{a}{b^2}}$$

| Potensregler

$$a^x a^y = a^{x+y}$$

$$a^x b^x = (ab)^x$$

$$\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$$

$$\frac{a^x}{b^x} = (\frac{a}{b})^x$$

$$(a^x)^y = a^{xy}$$

$$a^{1/n} = \sqrt[n]{a}, \quad (n \in \mathbb{Z}, n \geq 2)$$

| Logaritmer

Potensform	Logaritmform
$a^x = b$	$x = \log_a b$
$2^x = 32$	$x = \log_2 32$
$e^x = 3$	$x = \ln 3$

| Logaritmregler

$$\log AB = \log A + \log B$$

$$\log \frac{A}{B} = \log A - \log B$$

$$\log A^x = x \log A$$

| Intervall

$$[a,b] \Leftrightarrow a \leq x \leq b$$

$$]a,b] \Leftrightarrow (a,b] \Leftrightarrow a < x \leq b$$

$$(a,b) \Leftrightarrow a < x < b$$

| Avståndsformeln

$$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

| Cirkelns ekvation

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$$

| Funktioner

∗ Injektiv

För varje värde y finns det högst ett värde x så att $f(x) = y$

∗ Surjektiv

Varje värde y är nåbart av minst ett x där $f(x) = y$

∗ Bijektiv

Både injektiv och surjektiv

| Inverterbar

En funktion är inverterbar endast om den är bijektiv

- ∗ $f^-1(f(x)) = x$
- ∗ $D_f^{-1} = V_f$
- ∗ $V_f^{-1} = D_f$

Exempel:

$$y = ax + b$$

1. Få x fritt

$$x = \frac{y-b}{a}$$

2. Byt från x till y

$$y = \frac{x-b}{a}$$

| Gränsvärden

1. $\lim_{x\to\infty} \frac{3-4^x+5x^3-\ln x^2}{7*4^x-8x^{70}+\arctan x}$
   Bryt ut snabbast växande term
2. $\lim_{x\to 0} \frac{\ln(1+2x)}{\sin 3x}$
   Variabelbyte, standardgränsvärden
3. $\sqrt{4x^2-5x+2} - 2x$
   Förläng med konjugat
4. $\frac{x-4}{x^2-16}$
   Faktoriesera
5. $\frac{0}{0}$
   Variabelbyte alt. derivera täljare och nämnare var för sig (L'Hôpital)

| Hierarki då $x \to \infty$

Snabbare totalt sett till vänster, snabbare inom klassen högst upp. Klasserna är fakultet, exponential, polynomial och logaritmisk - i den ordningen.

$$x! > \begin{array}{c} e^x \\ 3^{\sqrt{x}} \\ 2^x \end{array} > \begin{array}{c} x^2+2 \\ x \\ \sqrt{x} \end{array} > \begin{array}{c} (\ln x)^3 \\ \lg x \\ \ln(\ln x) \end{array}$$

| Variabelbyte

$$\lim_{x\to 0} \frac{1}{x} = \left[\begin{array}{ll} t = \frac{1}{x} & x = \frac{1}{t} \\ t \to \infty & \text{då } x \to 0 \end{array} \right]$$

$$= \lim_{t\to\infty} t$$

| Asymptot

∗ Lodrät

Då nämnaren blir 0.

$$\frac{1}{x^2-1} : \begin{array}{l} x = -1 \\ x = 1 \end{array}$$

∗ Vågrät

Då täljare är av samma eller lägre grad än nämnaren.

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x+2}{x^2-1}$$

∗ Sned

Då täljaren är av högre grad än nämnaren. Polynomdividera

$$\frac{P}{Q} = K + \frac{R}{Q}$$

Notera att R är av lägre grad än Q, $\frac{R}{Q} \to 0$

| Konjugat

Finns en lösning $x = 1 + i$ finns även en lösning $x = 1 - i$. Faktorer blir då $(x-1-i)$ och $(x-1+i)$. Produkten av faktorerna blir en reell faktor $(x^2 - 2x + 2)$ som kan användas vid vidare polynomdivision för att hitta resterande lösningar.

| Skissa graf

∗ Hitta asymptoter

Testa gränser. Om ett intervall är givet, testa detta, annars oändligheten; $\lim_{x\to\infty}$, $\lim_{x\to-\infty}$, $\lim_{x\to+0}$ och $\lim_{x\to-0}$. Testa även för lodräta, vågräta och sneda asymptoter. Skissa dessa

∗ Extremvärden

Lös $f'(x) = 0$. Kontrollera om minimum eller maximum via teckentabell eller f''. Sätt in lösta x i $f(x)$ och skissera punkterna. Skissera även var funktionen skär origo

Standardderivator

$f(x)$	$f'(x)$
x^a	ax^{a-1}
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$
e^x	e^x
a^x	$a^x \ln a$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$\log_a x$	$\frac{1}{x}\log_a e = \frac{1}{x \ln a}$
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$\tan x$	$\frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x$
$\arcsin x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \quad (-1 < x < 1)$
$\arccos x$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \quad (-1 < x < 1)$
$\arctan x$	$\frac{1}{1+x^2}$

Trigonometriska samband

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$
$$\sin x = \sin(\pi - x)$$
$$\cos x = \cos(-x)$$
$$\sin(-x) = -\sin(x)$$
$$\cos(\pi - x) = -\cos x$$
$$\sin(\frac{\pi}{2} - x) = \cos x$$
$$\cos(\frac{\pi}{2} - x) = \sin x$$
$$\cos(2x) = 2\cos^2 x - 1$$
$$\sin(2x) = 2\sin x \cos x$$
$$\sin^2(\frac{x}{2}) = \frac{1 - \cos x}{2}$$
$$\sin^2 x = \sin^2(\frac{2x}{2}) = \frac{1 - \cos(2x)}{2}$$
$$\cos^2(\frac{x}{2}) = \frac{1 + \cos x}{2}$$
$$\cos^2 x = \cos^2(\frac{2x}{2}) = \frac{1 + \cos(2x)}{2}$$

Standardgränsvärden

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$
$$\lim_{x\to \infty} \frac{\sin x}{x} = 0$$
$$\lim_{x\to 0} \frac{\arcsin x}{x} = 1$$
$$\lim_{x\to \infty} \frac{\arcsin x}{x} = 0$$
$$\lim_{x\to 0} \frac{\tan x}{x} = 1$$
$$\lim_{x\to 0} \frac{\arctan x}{x} = 1$$
$$\lim_{x\to \infty} \frac{\arctan x}{x} = 0$$
$$\lim_{x\to \infty} \frac{\sin \frac{n}{x}}{\frac{n}{x}} = 1$$
$$\lim_{x\to \infty} \frac{\arcsin \frac{n}{x}}{\frac{n}{x}} = 1$$
$$\lim_{x\to \infty} \frac{\tan \frac{n}{x}}{\frac{n}{x}} = 1$$
$$\lim_{x\to \infty} \frac{\arctan \frac{n}{x}}{\frac{n}{x}} = 1$$
$$\lim_{x\to 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$$
$$\lim_{x\to \infty} \frac{\ln(1+x)}{x} = 0$$
$$\lim_{x\to 0} x^a \ln x = 0, a > 0$$
$$\lim_{x\to \pm\infty} (1 + \frac{1}{x})^x = e$$
$$\lim_{x\to 0} (1 + x)^{1/x} = 1$$
$$\lim_{x\to \infty} \arctan x = \frac{\pi}{2}$$
$$\lim_{x\to -\infty} \arctan x = -\frac{\pi}{2}$$
$$\lim_{x\to \infty} \sin x \quad \text{ej definierat}$$
$$\lim_{x\to \infty} \cos x \quad \text{ej definierat}$$
$$\lim_{x\to 0} \frac{1}{x} = \infty$$
$$\lim_{x\to 0^+} \ln x = -\infty$$
$$\lim_{x\to \infty} \ln x = \infty$$
$$\lim_{x\to -\infty} e^x = 0$$
$$\lim_{x\to \infty} e^x = \infty$$
$$\lim_{x\to \infty} e^{-x} = 0$$

Standardvinklar

$Vinkel$	$0°$ / 0	$30°$ / $\frac{\pi}{6}$	$45°$ / $\frac{\pi}{4}$	$60°$ / $\frac{\pi}{3}$	$90°$ / $\frac{\pi}{2}$	$120°$ / $\frac{2\pi}{3}$	$135°$ / $\frac{3\pi}{4}$	$150°$ / $\frac{5\pi}{6}$	$180°$ / π
sin	$\frac{\sqrt{0}}{2}$	$\frac{\sqrt{1}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{4}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{1}}{2}$	$\frac{\sqrt{0}}{2}$
cos	$\frac{\sqrt{4}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{1}}{2}$	$\frac{\sqrt{0}}{2}$	$-\frac{\sqrt{1}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{4}}{2}$
tan	$\sqrt{\frac{0}{4}}$	$\sqrt{\frac{1}{3}}$	$\sqrt{\frac{2}{2}}$	$\sqrt{\frac{3}{1}}$	$\bullet$	$-\sqrt{\frac{3}{1}}$	$-\sqrt{\frac{2}{2}}$	$-\sqrt{\frac{1}{3}}$	$-\sqrt{\frac{0}{4}}$