Kapitel 3

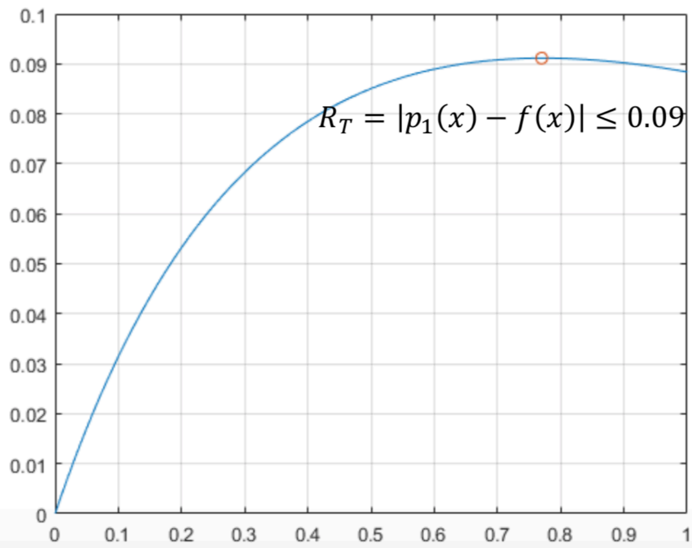
Exempel 3.2
Bestäm interpolationspolynomet till punkterna $(-1,-3)$, $(0,-3)$, $(1,-1)$, $(2,9)$ med Newtons form.

x_i	f_i
-1	-3
0	-3
1	-1
2	9

$$p_n(x) = c_0 + c_1(x - x_0) + c_2(x - x_0)(x - x_1) + \cdots + c_n(x - x_0)(x - x_1)\cdots(x - x_{n-1})$$

Exempel 3.3
Ge en gräns för trunkeringsfelet vid linjär interpolation av $f(x) = \sqrt{1+x}$ mellan punkterna $x = 0$ och $x = 3$.

$$|R_T| = |p_1(x) - f(x)| \leq \max_x \left| \frac{f^{(n+1)}(\xi(x))}{(n+1)!}(x - x_0)(x - x_1)\cdots(x - x_n) \right|$$



Exempel 3.5
Betrakta splineinterpolation till funktionen $f(x) = x^{1/4}$ i punkterna 16, 81, 256. Bestäm den linjär spline som interpolerar f i punkterna.

x_i	f_i
16	2
81	3
256	4

$$s(x) = \begin{cases} s_1(x) = a_1(x-16) + b_1 & 16 \le x \le 81 \\ s_2(x) = a_2(x-256) + b_2 & 81 \le x \le 256 \end{cases}$$

Exempel 3.6 (3.12 b)
Funktionen $f(x) = x^3 + x^2 + 1$, $0 \le x \le 1$ ska approximeras med en kubisk spline $s(x)$, som interpolerar $f(x)$ i punkterna $x = 0, 0.5, 1$.
Bestäm $s(x)$ då så kallade naturliga randvillkor $s''(0) = s''(1) = 0$ ska gälla.

x_i	f_i
0	1
0.5	1.375
1	3

Exempel 3.7
Betrakta splineinterpolation till funktionen $f(x) = x^{1/4}$ i punkterna 16, 81, 256. Bestäm den kubisk spline som interpolerar f i punkterna då randvillkoren $s'(256) = f'(256)$, $s''(256) = f''(256)$ ska gälla.

x_i	16	81	256
f_i	2	3	4