

# Att studera matematik

## Hur man knäcker nöten

Matematik är

- Ett stort logiskt tankeexperiment utan slut där alla som vill är välkomna att delta - matematiken existerar endast som tankar och idéer i vår hjärna
- Via bl.a. logik och mönster minst lika besläktat med filosofi och konst som med naturvetenskap.
- En abstrakt teori för problemlösning - där man söker efter så enkla lösningar som möjligt på svåra problem.
- I många avseende sitt eget språk som är kompakt och fri från dubbeltydighet. Ingen symbolik etc. Ett koncist språk.
- "roligt" och utmanande - du får vara kreativ och använda din fantasi - och ger träning i uthållighet abstrakt tänkande.

Att matematik är abstrakt gör det möjligt att se hur samma lösningsmetod kan användas i olika tillämpningar. Lär man sig matematik utifrån en tillämpning (linjär algebra) så har man svårt att se en tillämpning i ett annat sammanhang.

Varför behöver vi matematik när vi har datorer?

Tja, kan vi lita på dem och är de egentligen så effektiva?

Exempel 1.

En dator exploderar vid en felaktig beräkning. Är  $6/2(1+2)$  lika med 1 eller 9?

Exempel 2.

Datorer är ovanligt korkade om man inte vet hur man ska utnyttja dem. Antag att vi vill avgöra om ekvation  $x^2 - 991y^2 = 1$  har några positiva heltalslösningar. Tar lång tid att testa.

### Klassrumsschizofreni

Se presentation.

Lärare

Teori: definitioner, satser och bevis.

Exempel för att bidra till teorin.

Uppgifter kopplas till teorin - inte till exempel.

Student:

Teori: definitioner och satser.

Exempel är jätteviktigt. Ingen koppling till teori.

Uppgifter kopplas till exempel - sammanvävt.

### En studietriangel

Tre viktiga processer som hänger ihop:

Läsa -> Lösa -> Skriva -> Läsa -> ...

Råd: arbeta med alla tre parallellt.

För att kunna

- Lösa ett problem måste man kunna läsa och förstå teorin.
- Förmedla en lösning behöver man kunna skriva matematik. Skriva och formulera sig matematiskt.

Genom att öva både i läsning och skrivning förstår du bättre.

## Att läsa matematik

En matematisk text kan sällan läsas som skönlitteratur från pärm till pärm.

Var beredd på att läsa flera gånger.

1. Skumma först genom texten - vilka är huvudresultaten? Kan ske innan föreläsningen.
2. Läs om - hoppa över alltför tekniska detaljer.
3. Läs om - ta nu itu med detaljerna och markera t.ex. i marginalen det du inte förstår.
4. Läs om - försök rita ut så många frågetecken som möjligt. Förståelse för vad som händer.
5. Nu är du redo att börja lösa övningsuppgifter.

Läs gärna i spiral - kapitel, avsnitt, stycke. 1-2-1-2-3-1-2-3-4-1-....

Vanliga fraser som verkligen betyder något, inte bara för texten:  
och eller inte "om... så..." "om och endast om" "för alla" "det existerar"

Konstruera egna exempel utifrån en definition eller sats.

Ifrågasätt allt, t.ex. genom att hitta på egna exempel som inte passar in på en definition. Eller undersök vad som händer om man ändrar i förutsättningarna i en sats.  
Formler är inte bilder utan kan som vanlig text läsas från vänster till höger.

### Några exempel:

$1/\sin x$ : ett genom sinus av  $x$

$x^n + 1$  : plus ett *eller*  $x$  upphöjt med  $n$ , därefter ned till basen och plus ett.

$x^{n+1}$  :  $x$  upphöjt till exponenten  $n$  plus ett.

Lyssna på föreläsningarna hur läraren utläser formeln. Finns även i form av en definition.

### Exempel (att läsa mellan raderna).

Studera följande utdrag ur en fiktiv kursbok.

Står aldrig i texten - analysera själv.

**Sats** Låt  $a$  och  $b$  vara reella tal. Om  $a \neq 0$ , så har ekvationen  $ax = b$  den entydiga lösningen  $x = b/a$ .

En möjlig analys av texten:

- Varför måste  $a$  vara skild från 0?
- Om  $a = b = 0$ , så  $0 \cdot x = 0$ , d.v.s.  $x$  kan vara vad som helst. Men vi är bara intresserade av entydiga lösningar. Sen ska det vara reella tal.
- Aha!
- För att  $ax = b$  överhuvudtaget ska vara läsbar måste  $a \neq 0$ .
- Formeln på lösningen avslöjar också en del, ty division med 0 inte är möjligt.
- Nu är vi redo att läsa beviset. Vi har koll på vad satsen säger. Kan även analysera vad som krävs för att analysera.

### Exempel (Att reda ut detaljer på kladdpapper)

Låt oss säga att du kört fast och förstår inte följande fras i kursboken eller dina föreläsninganteckningar: "...eftersom [...] från presentation...] så följer det att...".

Fram med kladdpapper: efter några olika försök kanske du provat att manipulera uttrycket i parentes och finner då att: (se presentation). Renskriv därefter och spara. Bra för repetition.

### Exempel (Men varför måste vi bevisa saker?)

Antal områden som en cirkel delas in i då man med räta linjer förbinder ett antal godtyckliga valda punkter på cirkeln: Se presentation.

Låt  $A(n)$  beteckna antal områden som fås när  $n$  punkter på cirkeln förbinds med reta linjer. Vi fann i bilden att t.ex.  $A(3) = 4$  och  $A(6) = 31$ . Man kan visa att det finns en formel (se presentation). Oavsett vilka  $n$  punkter man väljer på cirkeln.

### Att skriva matematik

- Skriv fullständiga meningar och tänk på stavningen.
- Följ befintliga skrivregler.
- En formel ska alltid ingå i en mening.
- Inled aldrig en mening med en formel.
- I matematiken tolkas  $x$  och  $X$  som olika objekt. Exempelvis är stora bokstäver mängder och små bokstäver ett element hämtat ur en mängd. Kursiv stil på beteckning.
- Texten bestämmer också hur man läser en formel:  
**då är  $a < b$  utläses då är  $a$  mindre än  $b$**   
**antag att  $a < b$  utläses antag att  $a$  är mindre än  $b$**   
**låt  $a < b$  utläses låt  $a$  vara mindre än  $b$**
- Läs högt för dig själv för att kontrollera läsrytmen.

Exempel (Äsch, låt läsaren gissa vad jag menar!)

$n$  hel tal & ojämn. Då  $N^2$  är "osså" udda.

Några fel:

- Inled aldrig med en formel
- Skriv beteckningar med kursiv stil -  $n$  skrevs i rak
- Följ befintliga skrivregler - särskrivning
- Introducera inte förkortningar för ord - &
- "Ojämn" finns inte i matematiken
- Vad är " $N$ " för något? Kanske " $n$ " i föregående mening? En mängd? Skrevs i kursiv stil
- Hur ska " $N^2$ " tolkas?
- Talspråk - "osså"
- Andra meningen avslutas inte med punkt

Istället:

Låt  $n$  vara ett udda heltal. Då är  $n^2$  också udda.

### Att lösa matematiska problem

En problemlösare ska kunna lösa nya problem och å krävs nya idéer och metoder. Övning ger färdighet. Identifiera de olika delarna i problemställningen.

Vet: vad vet jag?

Vill: vad vill jag?

Utgå mer från definitioner och satser än exempel. Undvik med andra ord "Xeroxmetoden".

Xeroxmetoden: man slår upp sidan i boken där övningsuppgifterna finns, bläddrar tillbaka för att hitta ett exempel och lös utifrån exemplet, jämför med facit och går vidare med nästa uppgift.

1. Är svaret rimligt?
2. Kan jag kontrollera svaret?
3. I så fall hur?
4. Har jag löst uppgiften korrekt?
5. Finns det något alternativt till tillvägagångssätt?

6. Ta en titt i facit (om det behövs).
7. Allra sist, renskriv lösningen.

### Allmänna råd

- Huvudansvaret för dina studieresultat är ditt.
- Studera regelbundet och se alltid till att var utvilad. Sitter du och gäspar så är det nästan bättre att gå hem och ta igen det sen.
- Sträva efter en bra studiemiljö.
- Arbeta i grupp. Förklara för varandra.
- Renskriv dina anteckningar. Lägg till egna reflektioner. Lämna plats för fler kommentarer. Numrera sidorna.
- När du kör fast (vilket alla gör då och då):  
Ta en paus och låt hjärnan bearbeta det i lugn och ro.  
Om du själv inte kan ta dig loss, fråga.  
Om du inte förstår svaret, fråga igen.
- Ha papper och penna till hands. Kanske vaknar i natten och kommer på lösningen till ett problem.

Problemlösningen är ingen tävling - hellre kämpigt med några få uppgifter än många på kort tid. Lära sig så mycket som möjligt.

### Tips

1. Skjut inte upp studierna - tiden går fortare än vad man tror. Skjut inte upp saker för tiden springer iväg.
2. Planera det dagliga pluggandet - dela upp uppgifter över vardagar, t.ex. 20 uppgifter på en vecka, räkna 4st varje vardag. Bra sätt att få rutin på sig själv och dessutom inte oroa sig för matten.
3. Arbeta i grupp - hitta ett par kompisar som du kan plugga tillsammans med. Det är mycket roligare och lättare.
4. Repetera kursinnehållet - man förstår mer.
5. Ställ frågor
6. Förbered dig innan föreläsningarna - läs igenom kapitel i förväg. Enklare hänger med i föreläsningen.
7. Finn studiemotivation - du ska vara motiverad att plugga och tycka att det är kul.
8. Öva, öva och återigen öva - gör gärna svåra uppgifter fler gånger.
9. Var aktiv under lektionerna - gå på alla föreläsningar och räkneövningar. Reflektera över det som sägs. Gör egna anteckningar och frågetecken över vad som behövs repeteras.
10. Hitta din optimala studiemiljö - stäng av tv:n och datorn om det hjälper dig.

Studera tillsammans från början av kursen, med flera träffar per vecka där ni tillsammans och kontinuerligt planerar vad ni ska göra med tydliga mål samt hjälpts åt.

**Att studera matematik. Läs häftet som finns i itslearning.**