

Aproximación numérica y errores

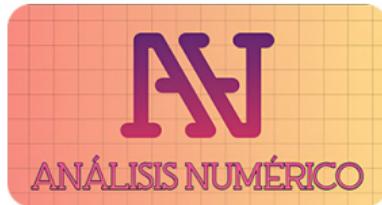
Tema 1

Ing. Angel Brito Segura

angel.brito@fi.unam.edu



Facultad de Ingeniería, UNAM



Contenido



Introducción

Aproximación numérica y errores

Conceptos clave



Métodos Numéricos

- Proceso matemático *iterativo*.
- Aproximación a una solución específica con un cierto error previamente determinado.
- Herramientas alternativas para resolver problemas matemáticos reales.

Análisis Numérico

- Rama de las matemáticas, cuyos límites no son del todo precisos.
- Encargado del diseño de algoritmos para lograr simular procesos matemáticos complejos aplicados a procesos del mundo real.
- Transformación de datos obtenidos de un fenómeno real a funciones aproximadas.

Historia de los métodos numéricos I



El concepto de Análisis Numérico no fue creado hasta 1947 en que se fundó el Instituto de Análisis Numérico en la Universidad de California.

- **1650 a.C.:** Creación de los Papiros de Rhyad: escritura de métodos para resolver expresiones matemáticas sin álgebra.
- **250 a.C.:** Euclides crea el Método de Exhausión que permite aproximar figuras geométricas consecutivamente dentro de un círculo para obtener una aproximación a π .
- **Siglo IX d.C.:** Al Juarism crea los algoritmos.
- **1623:** John Napier inventa los huesos de Napier: arreglos prácticos de logaritmos en tablas.
- **Siglo XVII:** Isaac Newton crea los procesos de interpolación polinomial.
- **Siglo XVIII:** Leibniz crea el Cálculo diferencial.
- **1768:** Euler crea soluciones aproximadas a ecuaciones diferenciales con el principio de la integración numérica. Jacob Stirling y Brook Taylor presentan el Cálculo de diferencias finitas.

Historia de los métodos numéricos II



- **1890:** IBM tabula el censo estadounidense empleando las máquinas de tarjetas perforadas de Herman Hollerith.
- **1931:** Vannevar Bush diseña el analizador diferencial: computador analógico electromecánico.
- **1944:** John von Neumann redacta el primer informe sobre EDVAC. En distintas universidades de Estados Unidos se desarrollan proyectos sobre computadoras cuya aplicación (secreta) será apoyar a la milicia en cálculos balísticos (ecuaciones diferenciales).
- **1950:** J.H. Wilkinson construye la ACE (Automatic Computing Engine) para resolver cálculos con matrices.

Aplicaciones



Gracias a la gran evolución que han tenido los métodos numéricos y su implementación en potentes computadoras, es posible modelar el choque de un vehículo o hacer el análisis aerodinámico estructural de un avión. A continuación se muestran algunas aplicaciones:

- Simulación de fenómenos físicos: dinámica de fluidos, transferencia de calor, mecánica de sólidos, electromagnetismo, entre otros
- Análisis estructural: diseño y optimización de estructuras en ingeniería civil, mecánica y aeroespacial.
- Procesamiento de señales e imágenes: filtrado, compresión, reconocimiento de patrones en audio, video e imágenes médicas.



Definiciones

Una **aproximación** es un valor cercano a uno considerado como real o verdadero. Esta cercanía o diferencia con este valor, se conoce como **error**.

Exactitud

- Capacidad de medir un valor cercano al de la magnitud real.
- Implica precisión, pero no al contrario.
- Cercanía de un número o de una medida al valor verdadero que se supone representa.

Precisión

- Capacidad de generar resultados similares o idénticos.
- Repite mediciones exactas cuando éstas se realizan consecutivamente.
- Cifras significativas que se toman en un resultado o para realizar cálculos.



Clasificación de los errores

Del modelo (*inherentes*)

- Producto de factores intrínsecos a la naturaleza, al ambiente y las personas mismas.
- Imposibles de remediar aunque pueden minimizarse.
- No pueden cuantificarse pero si clasificarse:
 - **Incertidumbres**: dimensiones físicas que nunca podrán ser medidas en forma exacta debido a la naturaleza de la materia y a las imperfecciones de los instrumentos de medición.
 - **Verdaderas equivocaciones**: producidas en la lectura de instrumentos de medición o en el traslado de información que son inadvertidas.

Del método

- Limitante en la representación y manipulación de cantidades numéricas utilizadas en los cálculos.
- Dispositivos como calculadoras y computadoras las utilizan al manipular grandes cantidades.



Cuantificación de los errores

Error absoluto

Diferencia entre el valor verdadero (real) y un aproximado:

$$E = |V_{Real} - V_{Aproximado}|$$

Error relativo

Expresión en porcentaje de un error absoluto:

$$e = \frac{|V_{Real} - V_{Aproximado}|}{|V_{Real}|} \times 100$$



Referencias

- [1] R. L. Burden y J. D. Faires, *Numerical Analysis*. Brooks Cole, 2005.
- [2] S. C. Chapra y R. P. Canale, *Métodos Numéricos para Ingenieros*. McGraw-Hill Interamericana, 2007.
- [3] J. H. Mathews y K. D. Fink, *Métodos Numéricos con MATLAB*. Prentice Hall, 2000.