



BÀI 1. TÍNH ĐƠN ĐIỀU CỦA HÀM SỐ VÀ CỰC TRỊ

Môn Toán – Khối 12

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề).

Họ, tên học sinh:

Lớp:

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1.

Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; 1)$. B. $(2; +\infty)$.
C. $(1; +\infty)$. D. $(-1; 1)$.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
y'		$+$	0	$-$	0	$-$
y			4		4	
	$-\infty$			1		$-\infty$

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{2\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$		$-$
$f(x)$	1	$+\infty$	1

Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. Hàm số nghịch biến với mọi $x \neq 2$.
B. Hàm số nghịch biến trên tập $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.
C. Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$.
D. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$.

Câu 3.

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên \mathbb{R} và có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại

- A. $x = 10$. B. $x = 8$.
C. $x = 12$. D. $x = 17$.

x	$-\infty$	10		12		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y			-3			$-\infty$
	$-\infty$	\nearrow		\searrow	3	\nearrow

Câu 4. Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

- A. $(2; +\infty)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(-\infty; +\infty)$. D. $(0; 2)$.

Câu 5. Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$?

- A. $y = \frac{x+1}{x+3}$. B. $y = -x^3 - 3x$. C. $y = x^3 + x$. D. $y = \frac{x-1}{x-2}$.

Câu 6. Hỏi hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 3$ đồng biến trên khoảng nào?

- A. \mathbb{R} . B. $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$.
C. $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$. D. $(-1; 0)$ và $(0; 1)$.

Câu 7. Hàm số $y = x^4 - 2$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; \frac{1}{2})$. B. $(0; +\infty)$. C. $(\frac{1}{2}; +\infty)$. D. $(-\infty; 0)$.

Câu 8. Hàm số $y = -x^4 + 2x^3 - 2x - 1$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-\infty; -\frac{1}{2})$. B. $(-\frac{1}{2}; +\infty)$. C. $(-\infty; +\infty)$. D. $(-\infty; 1)$.

Câu 9. Cho hàm số $y = \frac{2x+5}{x-2}$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 3)$.
B. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -2) \cup (-2; +\infty)$.
C. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.
D. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$.

Câu 10. Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$. Mệnh đề đúng là

- A. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$, nghịch biến trên $(-1; 1)$.
B. Hàm số đồng biến trên tập \mathbb{R} .
C. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.
D. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

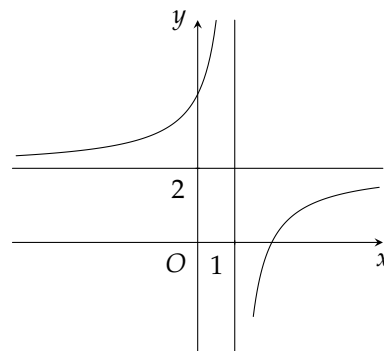
Câu 11. Trong 8 phút kể từ khi xuất phát, độ cao h (tính bằng mét) của khinh khí cầu vào tới điểm t phút được cho bởi công thức $h(t) = 6t^3 - 81t^2 + 324t$. Hỏi độ cao của khinh khí cầu giảm trong khoảng thời gian nào?

- A. Từ phút thứ 2 đến phút thứ 6. B. Từ phút thứ 3 đến phút thứ 6.
C. Từ phút thứ 4 đến phút thứ 8. D. Từ phút thứ 6 đến phút thứ 8.

Câu 12.

Đường cong ở hình bên là đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$, với a, b, c, d là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A. $y' < 0, \forall x \neq 1$. B. $y' < 0, \forall x \neq 2$.
C. $y' > 0, \forall x \neq 2$. D. $y' > 0, \forall x \neq 1$.



Câu 13. Tìm giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số $y = -x^3 + 3x - 4$.

- A. $y_{CT} = -1$. B. $y_{CT} = -2$. C. $y_{CT} = 1$. D. $y_{CT} = -6$.

Câu 14. Cho hàm số $y = 7x^3 + 9x^2 - 3x - 4$. Khẳng định nào sau đây là sai?

- A. Giá trị cực đại $y = 1$. B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = \frac{1}{7}$.
C. Giá trị cực tiểu $y = \frac{1}{7}$. D. Hàm số đạt cực đại tại $x = -1$.

Câu 15. Gọi A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4$. Tính diện tích S của tam giác OAB với O là gốc tọa độ.

- A. $S = 8$. B. $S = \sqrt{3}$. C. $S = 2$. D. $S = 4$.

Câu 16. Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4$ bằng

- A. $2\sqrt{2}$. B. $2\sqrt{5}$. C. 4. D. 2.

Câu 17. Đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$ có hai điểm cực trị A và B. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng AB?

- A. $N(1; -10)$. B. $Q(-1; 10)$. C. $M(0; -1)$. D. $P(1; 0)$.

Câu 18. Cho hàm số $y = f(x)$ có tập xác định $[-8; 8] \setminus \{2\}$ và có bảng biến thiên như hình bên dưới. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

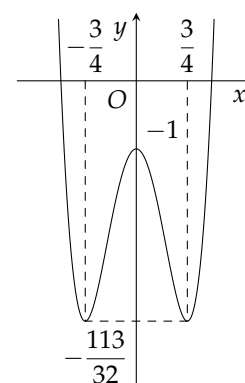
x	-8	-1	2	4	8	
y'	+	0	+	+	0	-
y	-2	1	$+\infty$	3	$-\infty$	

- A. Điểm cực tiểu của đồ thị là $(-8; -2)$. B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-8; 2)$.
C. Hàm số đạt cực trị tại $x = -1$. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 4)$.

Câu 19.

Cho hàm số có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào **sai**?

- A. Hàm số có một cực tiểu tại $x = \frac{3}{4}$ và đạt cực đại tại $x = 0$.
B. Giá trị cực đại $y = -1$ và giá trị cực tiểu $y = -\frac{113}{32}$.
C. Hàm số có một cực tiểu tại $x = -\frac{3}{4}$.
D. Hàm số có một cực đại tại $x = -\frac{3}{4}$.



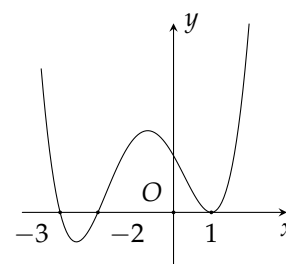
Câu 20. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có $f'(x) = x^3(x - 2019)^2(x - 2020)$. Tìm số cực trị của hàm số $y = f(x)$.

- A. 4. B. 3. C. 1. D. 2.

Câu 21.

Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} là hàm số $f'(x)$. Biết đồ thị của hàm số $f'(x)$ được cho như hình vẽ. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

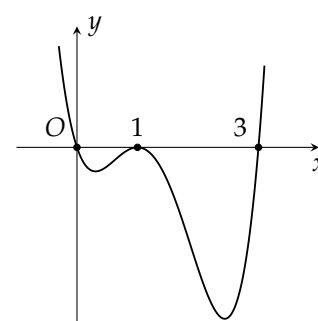
- A. $(-\infty; -3)$. B. $(0; 1)$. C. $(-3; -2)$. D. $(-\infty; -1)$.



Câu 22.

Cho hàm đa thức bậc năm $y = f(x)$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

- A. 4. B. 2.
C. 3. D. 1.



Câu 23. Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + (m+1)x^2 - (m+1)x + 1$ đồng biến trên tập xác định của nó khi và chỉ khi

- A. $-2 < m < 1$. B. $-2 \leq m \leq -1$. C. $-2 < m < -1$. D. $-1 \leq m \leq 2$.

Câu 24. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (2m-3)x - m + 2$ nghịch biến trên \mathbb{R} .

- A. $m \leq -3, m \geq 1$. B. $-3 < m < 1$. C. $-3 \leq m \leq 1$. D. $m \leq 1$.

Câu 25. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3(m+1)x^2 + 3m(m+2)x$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số thực m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. Vô số.

Câu 26. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{x+m^2}{x+4}$ đồng biến trên từng khoảng xác định của nó?

- A. 5. B. 1. C. 3. D. 2.

Câu 27. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{x+2-m}{x+1}$ nghịch biến trên các khoảng mà nó xác định?

- A. $m < -3$. B. $m \leq 1$. C. $m < 1$. D. $m \leq -3$.

Câu 28. (TN.2017-2018). Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{x-1}{x-m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;2)$.

- A. $m > 1$. B. $m \geq 1$. C. $m > 2$. D. $m \geq 2$.

Câu 29. Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + (m+1)x + 2$ có hai điểm cực trị.

- A. $m < 2$. B. $m \leq 2$. C. $m > 2$. D. $m < -4$.

Câu 30. Cho hàm số $y = 2x^3 + 3(m-1)x^2 + 6(m-2)x - 18$. Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số có hai điểm cực trị thuộc khoảng $(-5;5)$ là

- A. $(-\infty; -3) \cup (7; +\infty)$. B. $(-3; +\infty) \setminus \{3\}$.
C. $(-\infty; 7) \setminus \{3\}$. D. $(-3; 7) \setminus \{3\}$.

Câu 31. Cho hàm số $y = (m+1)x^4 - mx^2 + 3$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số có ba điểm cực trị.

- A. $m \in (-\infty; -1) \cup [0; +\infty)$. B. $m \in (-1; 0)$.
C. $m \in (-\infty; -1] \cup [0; +\infty)$. D. $m \in (-\infty; -1) \cup (0; +\infty)$.

Câu 32. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^4 + 2(m^2 - m - 6)x^2 + m - 1$ có 3 điểm cực trị?

- A. 5. B. 4. C. 3. D. 6.

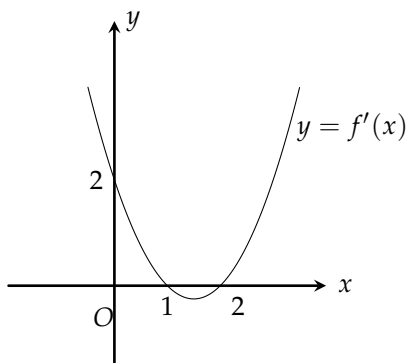
Câu 33. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} và có dấu của $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	-1	1	2	3	$+\infty$		
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Hàm số $y = f(2-3x)$ nghịch biến trên khoảng

- A. $\left(-\frac{1}{4}; 0\right)$. B. $\left(0; \frac{1}{4}\right)$. C. $\left(-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$. D. $\left(-\frac{1}{2}; 0\right)$.

Câu 34. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên \mathbb{R} . Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên dưới.



Hàm số $g(x) = f(1 + 2x - x^2)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; 2)$. B. $(0; 1)$. C. $(-\infty; 1)$. D. $(1; +\infty)$.

Câu 35. (TN.2019). Cho hàm số $f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như hình vẽ bên dưới

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$		2		$+\infty$
		-3		-1	

Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x^2 + 2x)$ là

- A. 3. B. 9. C. 5. D. 7.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'		$+$	0	$-$
y	$-\infty$	0	2	$-\infty$

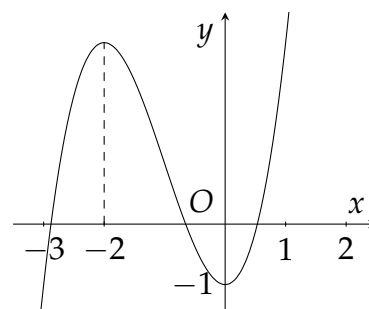
Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 2)$. b) Hàm số nghịch biến trên $(1; +\infty)$.
c) Hàm số có hai điểm cực trị. d) Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$.

Câu 2.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$.
b) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.
c) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.
d) Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$.



Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên \mathbb{R} và có đạo hàm $f'(x) = 3x^3 - 3x^2, \forall x \in \mathbb{R}$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$. b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.
c) Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị. d) Đồ thị hàm số có một điểm cực tiểu.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x) = x^4 - 2x^2 - 3$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Hàm số đã cho đạt cực đại tại $x = 0$.
b) Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x = -3$.
c) Hàm số đã cho có giá trị cực đại và cực tiểu lần lượt là $-4, -3$.
d) Đồ thị hàm số $g(x) = f(x) + 3$ có điểm cực đại là $(0; 0)$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x + 2$ bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm) KQ:

Câu 2. Cho hàm số $y = x^4 - 8x^2 + 10$ có đồ thị (C) . Gọi A, B, C là ba điểm cực trị của đồ thị (C) . Tính diện tích S của tam giác ABC . KQ:

Câu 3. Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2ax + b$ có điểm cực tiểu $A(2; -2)$. Khi đó $a + b$ bằng bao nhiêu? KQ:

Câu 4. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = -x^3 - (m - 1)x^2 + 3mx + 1$ nghịch biến trên \mathbb{R} ? KQ:

Câu 5. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{-x + 6}{x + m}$ đồng biến trên $(10; +\infty)$? KQ:

Câu 6. Tìm giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3mx + 1$ có hai điểm cực trị A, B sao cho tam giác OAB vuông tại O , với O là gốc tọa độ. KQ:

—HẾT—



BÀI 1. TÍNH ĐƠN ĐIỀU CỦA HÀM SỐ VÀ CỰC TRỊ

Môn Toán – Khối 12

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề).

Họ, tên học sinh:

Lớp:

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1.

Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; 1)$. B. $(2; +\infty)$.
C. $(1; +\infty)$. D. $(-1; 1)$.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
y			4		4			
	$-\infty$			1			$-\infty$	

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trong $(0; 1)$.

Chọn đáp án **A** ☐

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{2\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$		$-$
$f(x)$	1		1
		$+\infty$	
		$-\infty$	

Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. Hàm số nghịch biến với mọi $x \neq 2$.
B. Hàm số nghịch biến trên tập $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.
C. Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$.
D. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên, ta thấy $y' < 0 \quad \forall x \neq 2$.

Suy ra, hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng xác định.

Chọn đáp án **C** ☐

Câu 3.

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên \mathbb{R} và có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại

- A. $x = 10$. B. $x = 8$.
C. $x = 12$. D. $x = 17$.

x	$-\infty$	10	12	$+\infty$			
y'		+	0	-	0	+	
y			-3		3		$-\infty$
	$-\infty$	\nearrow		\searrow		\nearrow	

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x = 10$.

Chọn đáp án **A** \square

Câu 4. Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

- A. $(2; +\infty)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(-\infty; +\infty)$. D. $(0; 2)$.

Lời giải.

Hàm số có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

$$y' = 3x^2 - 6x, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2. \end{cases}$$

Với $x = 0, y = 2$; với $x = 2, y = -2$. Ta có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$			
y'	$+$	0	$-$	0	$+$		
y	$-\infty$	\nearrow	2	\searrow	-2	\nearrow	$+\infty$

Từ đó ta được hàm số nghịch biến trên $(0; 2)$.

Chọn đáp án **D** \square

Câu 5. Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$?

- A. $y = \frac{x+1}{x+3}$. B. $y = -x^3 - 3x$. C. $y = x^3 + x$. D. $y = \frac{x-1}{x-2}$.

Lời giải.

- Hai hàm số $y = \frac{x+1}{x+3}$ và $y = \frac{x-1}{x-2}$ không xác định trên \mathbb{R} nên loại.
- Hàm số $y = x^3 + x$ có đạo hàm $y' = 3x^2 + 1 > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$ nên đồng biến trên \mathbb{R} .

Chọn đáp án **C** \square

Câu 6. Hỏi hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 3$ đồng biến trên khoảng nào?

- A. \mathbb{R} . B. $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$.
C. $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$. D. $(-1; 0)$ và $(0; 1)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = 4x^3 - 4x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1. \end{cases}$$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$+$

Từ bảng xét dấu ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$.

Chọn đáp án **C** \square

Câu 7. Hàm số $y = x^4 - 2$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$. B. $(0; +\infty)$. C. $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. D. $(-\infty; 0)$.

Lời giải.

Ta có $y' = 4x^3$. Cho $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'	-	0	+
y	$+\infty$	-2	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

Chọn đáp án **(D)** \square

Câu 8. Hàm số $y = -x^4 + 2x^3 - 2x - 1$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$. B. $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$. C. $(-\infty; +\infty)$. D. $(-\infty; 1)$.

Lời giải.

Tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

$$y' = -4x^3 + 6x^2 - 2, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ x = 1 \end{cases}$$

Bảng xét dấu $f'(x)$

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$

Từ bảng xét dấu $f'(x)$ suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Chọn đáp án **(B)** \square

Câu 9. Cho hàm số $y = \frac{2x+5}{x-2}$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 3)$.
 B. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -2) \cup (-2; +\infty)$.
 C. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.
 D. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$.

Lời giải.

TXĐ: $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Ta có $y' = \frac{-9}{(x-2)^2} < 0$, với $\forall x \in \mathcal{D}$.

Suy ra hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$.

Chọn đáp án **(D)** \square

Câu 10. Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$. Mệnh đề đúng là

- A. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$, nghịch biến trên $(-1; 1)$.
 B. Hàm số đồng biến trên tập \mathbb{R} .
 C. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{1}{(x+1)^2} > 0, \forall x \in (-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 11. Trong 8 phút kể từ khi xuất phát, độ cao h (tính bằng mét) của khinh khí cầu vào thời điểm t phút được cho bởi công thức $h(t) = 6t^3 - 81t^2 + 324t$. Hỏi độ cao của khinh khí cầu giảm trong khoảng thời gian nào?

- A. Từ phút thứ 2 đến phút thứ 6. B. Từ phút thứ 3 đến phút thứ 6.
C. Từ phút thứ 4 đến phút thứ 8. D. Từ phút thứ 6 đến phút thứ 8.

Lời giải.

Ta có $h'(t) = 18t^2 - 162t + 324$;

$h'(t) = 0 \Leftrightarrow 18t^2 - 162t + 324 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 \\ t = 6. \end{cases}$ Bảng biến thiên:

t	0	3	6	8			
$h'(t)$		+	0	−	0	+	
$h(t)$	0		405		324		480

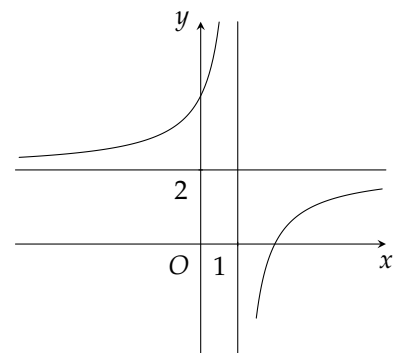
Dựa vào bảng biến thiên ta thấy khinh khí cầu giảm dần độ cao trong khoảng thời gian từ phút thứ 3 đến phút thứ 6.

Chọn đáp án **B** □

Câu 12.

Đường cong ở hình bên là đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$, với a, b, c, d là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A. $y' < 0, \forall x \neq 1$. B. $y' < 0, \forall x \neq 2$.
C. $y' > 0, \forall x \neq 2$. D. $y' > 0, \forall x \neq 1$.



Lời giải.

Từ đồ thị ta thấy hàm số tăng trên mỗi khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$ nên $y' > 0, \forall x \neq 1$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 13. Tìm giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số $y = -x^3 + 3x - 4$.

- A. $y_{CT} = -1$. B. $y_{CT} = -2$. C. $y_{CT} = 1$. D. $y_{CT} = -6$.

Lời giải.

Tập xác định: $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = -3x^2 + 3$.

$y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$		
y'		$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$			-2		$-\infty$
			-6			

Vậy $y_{\text{CD}} = y(1) = -2$; $y_{\text{CT}} = y(-1) = -6$.

Chọn đáp án **(D)** \square

Câu 14. Cho hàm số $y = 7x^3 + 9x^2 - 3x - 4$. Khẳng định nào sau đây là sai?

A. Giá trị cực đại $y = 1$.

B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = \frac{1}{7}$.

C. Giá trị cực tiểu $y = \frac{1}{7}$.

D. Hàm số đạt cực đại tại $x = -1$.

Lời giải.

Tập xác định \mathbb{R} .

$$y' = 21x^2 + 18x - 3.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x = -1 \text{ hoặc } x = \frac{1}{7}.$$

Do đó, hàm số đạt cực đại tại $x = -1, y_{\text{CD}} = 1$.

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = \frac{1}{7}, y_{\text{CT}} = -\frac{207}{49}$.

Chọn đáp án **(C)** \square

Câu 15. Gọi A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4$. Tính diện tích S của tam giác OAB với O là gốc tọa độ.

A. $S = 8$.

B. $S = \sqrt{3}$.

C. $S = 2$.

D. $S = 4$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 - 6x$ và $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = 2$.

Do đó hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là $A(0; 4), B(2; 0)$.

Diện tích tam giác vuông OAB là $S_{OAB} = \frac{1}{2}OA \cdot OB = 4$.

Chọn đáp án **(D)** \square

Câu 16. Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4$ bằng

A. $2\sqrt{2}$.

B. $2\sqrt{5}$.

C. 4.

D. 2.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = 3x^2 - 6x, y' = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 4 \\ x = 2 \Rightarrow y = 0. \end{cases}$$

Suy ra hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là $A(0; 4), B(2; 0)$.

$$\text{Do đó } AB = \sqrt{2^2 + (-4)^2} = 2\sqrt{5}.$$

Chọn đáp án **(B)** \square

Câu 17. Đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$ có hai điểm cực trị A và B . Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng AB ?

A. $N(1; -10)$.

B. $Q(-1; 10)$.

C. $M(0; -1)$.

D. $P(1; 0)$.

Lời giải.

$$y' = 3x^2 - 6x - 9; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3. \end{cases}$$

Với $x = -1 \Rightarrow y = 6; x = 3 \Rightarrow y = -26$.

Gọi $A(-1; 6), B(3; -26)$ là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số.

\Rightarrow phương trình đường thẳng $AB: \frac{x+1}{4} = \frac{y-6}{-32}$ hay $AB: 8x + y + 2 = 0$.

Ta có $8 \cdot 1 + (-10) + 2 = 0$ nên $N \in AB$.

Chọn đáp án **(A)** \square

Câu 18. Cho hàm số $y = f(x)$ có tập xác định $[-8; 8] \setminus \{2\}$ và có bảng biến thiên như hình bên dưới. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

x	-8	-1	2	4	8
y'		+	0	+	
y	-2	1	$+\infty$	3	$-\infty$

A. Điểm cực tiểu của đồ thị là $(-8; -2)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-8; 2)$.

C. Hàm số đạt cực trị tại $x = -1$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 4)$.

Lời giải.

Chọn đáp án **(B)** \square

Câu 19.

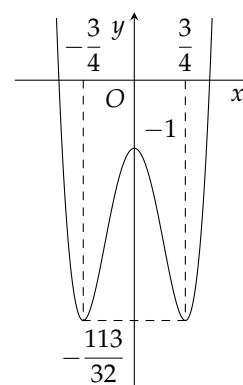
Cho hàm số có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào **sai**?

A. Hàm số có một cực tiểu tại $x = \frac{3}{4}$ và đạt cực đại tại $x = 0$.

B. Giá trị cực đại $y = -1$ và giá trị cực tiểu $y = -\frac{113}{32}$.

C. Hàm số có một cực tiểu tại $x = -\frac{3}{4}$.

D. Hàm số có một cực đại tại $x = -\frac{3}{4}$.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị ta thấy, hàm số đạt cực đại tại $x = 0, y_{CD} = -1$.

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -\frac{3}{4}$ và $x = \frac{3}{4}, y_{CT} = -\frac{113}{32}$.

Chọn đáp án **(D)** \square

Câu 20. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có $f'(x) = x^3(x - 2019)^2(x - 2020)$. Tìm số cực trị của hàm số $y = f(x)$.

A. 4.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2019 \\ x = 2020. \end{cases}$

Bảng xét dấu của đạo hàm

x	$-\infty$	0	2019	2020	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	+

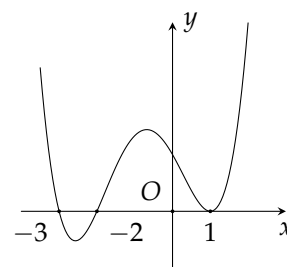
Từ bảng xét dấu suy ra hàm số có đúng 2 cực trị.

Chọn đáp án **(D)** \square

Câu 21.

Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} là hàm số $f'(x)$. Biết đồ thị của hàm số $f'(x)$ được cho như hình vẽ. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-\infty; -3)$. B. $(0; 1)$. C. $(-3; -2)$. D. $(-\infty; -1)$.



Lời giải.

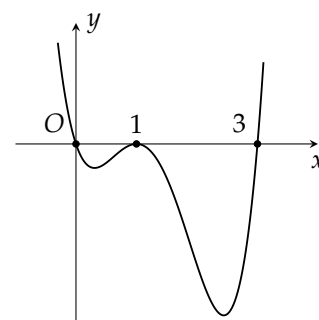
Ta có $f'(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (-3; -2)$ nên hàm số nghịch biến trên $(-3; -2)$.

Chọn đáp án **C** \square

Câu 22.


Cho hàm đa thức bậc năm $y = f(x)$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

- A. 4. B. 2.
C. 3. D. 1.



Lời giải.

Từ đồ thị, ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	1	3	$+\infty$			
y'		+	0	-	0	-	0	+
y								

Từ bảng biến thiên, ta thấy hàm số có 1 điểm cực tiểu.

Chọn đáp án **D** \square

Câu 23. Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + (m+1)x^2 - (m+1)x + 1$ đồng biến trên tập xác định của nó khi và chỉ khi

- A. $-2 < m < 1$. B. $-2 \leq m \leq -1$. C. $-2 < m < -1$. D. $-1 \leq m \leq 2$.

Lời giải.

Tập xác định \mathbb{R} .

Ta có $y' = x^2 + 2(m+1)x - (m+1)$.

Hàm số đồng biến trên tập xác định của nó khi $y' \geq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$

hay $y' = x^2 + 2(m+1)x - (m+1) \geq 0$ (1) với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Ta có $\Delta' = (m+1) \cdot (m+2)$ khi đó (1) $\Leftrightarrow \Delta' \leq 0 \Leftrightarrow (m+1) \cdot (m+2) \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq m \leq -1$.

Vậy $-2 \leq m \leq -1$.

Chọn đáp án **B** \square

Câu 24. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (2m-3)x - m+2$ nghịch biến trên \mathbb{R} .

- A. $m \leq -3, m \geq 1$. B. $-3 < m < 1$. C. $-3 \leq m \leq 1$. D. $m \leq 1$.

Lời giải.

Ta có $y' = -x^2 - 2mx + (2m - 3)$.
Hàm số nghịch biến trên \mathbb{R} khi

$$\begin{aligned} y' &\leq 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 < 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow m^2 + 2m - 3 \leq 0 \\ \Leftrightarrow -3 \leq m \leq 1. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **C** \square

Câu 25. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3(m+1)x^2 + 3m(m+2)x$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số thực m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. Vô số.

Lời giải.

Đạo hàm: $f'(x) = 3[x^2 - 2(m+1)x + m(m+2)]$; $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = m \\ x = m+2. \end{cases}$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	m	$m+2$	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	$f(m)$	$f(m+2)$	$+\infty$	

Dựa vào BBT, ta có YCBT $\Leftrightarrow (0; 1) \subset [m; m+2] \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 0 \\ m+2 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow -1 \leq m \leq 0$.

Chọn đáp án **C** \square

Câu 26. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{x+m^2}{x+4}$ đồng biến trên từng khoảng xác định của nó?

- A. 5. B. 1. C. 3. D. 2.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{4-m^2}{(x+4)^2}$.

Để hàm số đồng biến trên các khoảng xác định thì $4-m^2 > 0 \Leftrightarrow -2 < m < 2$.

Vậy có 3 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **C** \square

Câu 27. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{x+2-m}{x+1}$ nghịch biến trên các khoảng mà nó xác định?

- A. $m < -3$. B. $m \leq 1$. C. $m < 1$. D. $m \leq -3$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Có $y' = \frac{m-1}{(x+1)^2}$.

Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng của tập xác định $\Leftrightarrow \frac{m-1}{(x+1)^2} < 0, \forall x \in \mathcal{D} \Leftrightarrow m < 1$.

Chọn đáp án **C** \square

Câu 28. (TN.2017-2018). Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{x-1}{x-m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2)$.

- A. $m > 1$. B. $m \geq 1$. C. $m > 2$. D. $m \geq 2$.

Lời giải.

Đạo hàm: $y' = \frac{-m+1}{(x-m)^2}$. Với $-m+1 < 0 \Leftrightarrow m > 1$ thì $y' < 0, \forall x \neq m \Rightarrow$ hàm số đã cho nghịch biến trên từng khoảng $(-\infty; m)$ và $(m; +\infty)$. YCBT $\Leftrightarrow (-\infty; 2) \subset (-\infty; m) \Leftrightarrow m \geq 2$: (thỏa mãn).

Chọn đáp án **D** \square

Câu 29. Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + (m+1)x + 2$ có hai điểm cực trị.

- A. $m < 2$. B. $m \leq 2$. C. $m > 2$. D. $m < -4$.

Lời giải.

$$y' = 3x^2 - 6x + m + 1, \Delta' = 6 - 3m.$$

Để hàm số có hai điểm cực trị thì $y' = 0$ phải có hai nghiệm phân biệt tức là

$$\Delta' > 0 \Leftrightarrow m < 2.$$

Chọn đáp án **A** \square

Câu 30. Cho hàm số $y = 2x^3 + 3(m-1)x^2 + 6(m-2)x - 18$. Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số có hai điểm cực trị thuộc khoảng $(-5; 5)$ là

- A. $(-\infty; -3) \cup (7; +\infty)$. B. $(-3; +\infty) \setminus \{3\}$.
C. $(-\infty; 7) \setminus \{3\}$. D. $(-3; 7) \setminus \{3\}$.

Lời giải.

$$y' = 6x^2 + 6(m-1)x + 6(m-2).$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x^2 + (m-1)x + (m-2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \in (-5; 5) \\ x_2 = -m+2. \end{cases}$$

$$\text{Hàm số có hai điểm cực trị thuộc khoảng } (-5; 5) \Leftrightarrow \begin{cases} -m+2 \neq -1 \\ -5 < -m+2 < 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 3 \\ -3 < m < 7. \end{cases}$$

Chọn đáp án **D** \square

Câu 31. Cho hàm số $y = (m+1)x^4 - mx^2 + 3$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số có ba điểm cực trị.

- A. $m \in (-\infty; -1) \cup [0; +\infty)$. B. $m \in (-1; 0)$.
C. $m \in (-\infty; -1] \cup [0; +\infty)$. D. $m \in (-\infty; -1) \cup (0; +\infty)$.

Lời giải.

$$y' = 4(m+1)x^3 - 2mx = 2x[2(m+1)x^2 - m]$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 2(m+1)x^2 - m = 0 (*) \end{cases}$$

Hàm số có ba điểm cực trị khi phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt khác 0

$$\Leftrightarrow \frac{m}{m+1} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m > 0. \end{cases}$$

Chọn đáp án **D** \square

Câu 32. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^4 + 2(m^2 - m - 6)x^2 + m - 1$ có 3 điểm cực trị?

- A. 5. B. 4. C. 3. D. 6.

Lời giải.

Ta có $y' = 4x^3 + 4(m^2 - m - 6)x, \forall x \in \mathbb{R}$.

$y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x^2 = -m^2 + m + 6$.

Hàm số đã cho có 3 điểm cực trị khi và chỉ khi phương trình $x^2 = -m^2 + m + 6$ có 2 nghiệm phân biệt đôi một khác 0 $\Leftrightarrow -m^2 + m + 6 > 0 \Leftrightarrow -2 < m < 3$.

Do m là số nguyên nên $m \in \{-1, 0, 1, 2\}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 33. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} và có dấu của $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	-1	1	2	3	$+\infty$		
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Hàm số $y = f(2 - 3x)$ nghịch biến trên khoảng

- A. $\left(-\frac{1}{4}; 0\right)$. B. $\left(0; \frac{1}{4}\right)$. C. $\left(-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$. D. $\left(-\frac{1}{2}; 0\right)$.

Lời giải.

Đặt $g(x) = f(2 - 3x)$.

Ta có $g'(x) = -3f'(2 - 3x)$.

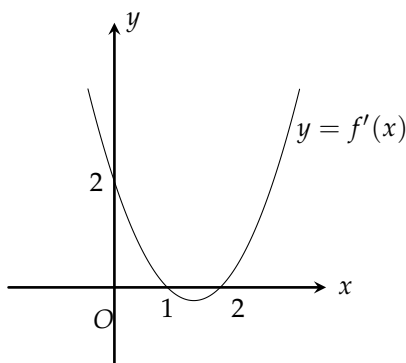
Ta thấy $g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{3} \\ x = 0 \\ x = \frac{1}{3} \\ x = 1 \end{cases}$. Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	$-\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{3}$	1	$+\infty$		
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Từ bảng biến thiên, ta thấy hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $\left(-\frac{1}{4}; 0\right)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 34. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên \mathbb{R} . Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên dưới.



Hàm số $g(x) = f(1 + 2x - x^2)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; 2)$. B. $(0; 1)$. C. $(-\infty; 1)$. D. $(1; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có $g'(x) = (2 - 2x)f'(1 + 2x - x^2)$.

$$\begin{aligned} g'(x) &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 2 - 2x = 0 \\ f'(1 + 2x - x^2) = 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ 1 + 2x - x^2 = 1 \\ 1 + 2x - x^2 = 2 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 0 \\ x = 2. \end{cases} \end{aligned}$$

Bảng xét dấu của $g'(x)$.

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
$g'(x)$		+	0	-	0	+	0	-	

Từ bảng biến thiên ta thấy, hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(-\infty; 0); (1; 2)$.

Chọn đáp án **A** \square

Câu 35. (TN.2019). Cho hàm số $f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như hình vẽ bên dưới

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$		2		$+\infty$
		\searrow	\nearrow	\searrow	\nearrow
		-3		-1	

Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x^2 + 2x)$ là

A. 3.

B. 9.

C. 5.

D. 7.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = (2x + 2)f'(x^2 + 2x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 2 = 0 \\ x^2 + 2x = a, \quad a < -1 \\ x^2 + 2x = b, \quad -1 < b < 0 \\ x^2 + 2x = c, \quad 0 < c < 1 \\ x^2 + 2x = d, \quad d > 1. \end{cases}$$

Xét hàm số $g(x) = x^2 + 2x$ xác định trên \mathbb{R} , có $y' = 2x + 2$, ta có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0	$+$
$g(x)$	$+\infty$	-1	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta được $y' = 0$ có 7 nghiệm đơn nên hàm số đã cho có 7 điểm cực trị.

Chọn đáp án **D** \square

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		+	0	+	0	-	
y							

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 2)$. b) Hàm số nghịch biến trên $(1; +\infty)$.
 c) Hàm số có hai điểm cực trị. d) Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$.

Lời giải.

Quan sát bảng biến thiên, ta có các kết quả sau:

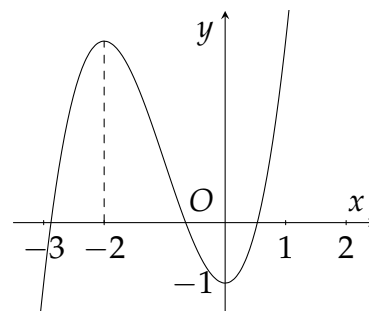
- a) Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 1)$ nên khẳng định hàm số đồng biến trên $(-\infty; 2)$ là sai.
 b) Hàm số nghịch biến trên $(1; +\infty)$.
 c) Hàm số có đúng 1 điểm cực trị là $x = 1$.
 d) Hàm số có đạt cực đại tại $x = 1$.

Chọn đáp án ☐ a sai ☒ b đúng ☐ c sai ☐ d đúng □

Câu 2.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-2, 0)$.
 b) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.
 c) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.
 d) Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$.



Lời giải.

Nếu không quen nhìn đồ thị, ta có thể từ đồ thị thiết lập lại bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y							

Suy ra

- a) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2, 0)$.
 b) Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$ nên khẳng định đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$ là sai.

c) Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

d) Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$ (chú ý $y = -1$ gọi là giá trị cực tiểu).

Chọn đáp án ☐ a đúng ☐ b sai ☐ c đúng ☐ d sai ☐

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên \mathbb{R} và có đạo hàm $f'(x) = 3x^3 - 3x^2, \forall x \in \mathbb{R}$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
- b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.
- c) Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị.
- d) Đồ thị hàm số có một điểm cực tiểu.

Lời giải.

Ta có: $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^3 - 3x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1. \end{cases}$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		-	0	-	0	+	
y	$+\infty$						$+\infty$

Suy ra

- a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
- b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ nên nghịch biến trên $(-1; 1)$.
- c) Hàm số có đúng một điểm cực trị.
- d) Hàm số có đúng một điểm cực tiểu $x = 1$.

Chọn đáp án ☐ a đúng ☐ b đúng ☐ c sai ☐ d đúng ☐

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x) = x^4 - 2x^2 - 3$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Hàm số đã cho đạt cực đại tại $x = 0$.
- b) Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x = -3$.
- c) Hàm số đã cho có giá trị cực đại và cực tiểu lần lượt là $-4, -3$.
- d) Đồ thị hàm số $g(x) = f(x) + 3$ có điểm cực đại là $(0; 0)$.

Lời giải.

Ta có $y' = 4x^3 - 4x$. Giải $y' = 0$ ta được $x = -1, x = 0, x = 1$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	-9	-3	1	$+\infty$		

- a) Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x = 0$
- b) Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại $x = -3$
- c) Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số giá trị cực đại và cực tiểu lần lượt là $-4, -3$
- d) Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số $g(x) = f(x) + 3$ có được bằng cách tịnh tiến đồ thị $y = f(x)$ lên trên 3 đơn vị. Suy ra đồ thị hàm số $g(x) = f(x) + 3$ có điểm cực đại là $(0; 0)$.

Chọn đáp án

a đúng	b sai	c sai	d sai
--------	-------	-------	-------

 ☐

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x + 2$ bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải.

★ Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

★ Đạo hàm $y' = -3x^2 + 3$.

$$\star y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \Rightarrow y = 0 \\ x = 1 \Rightarrow y = 4 \end{cases}$$

★ Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$		
y'		$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$		0		4	$-\infty$

★ Hàm số đạt cực đại tại $x = 1, y_{CD} = 4$, suy ra $A(1; 4)$.

★ Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1, y_{CT} = 0$, suy ra $B(-1; 0)$.

★ Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là $AB = \sqrt{(1+1)^2 + (4-0)^2} = 2\sqrt{5} \approx 4,47$.

Đáp án:

4,47

 ☐

Câu 2. Cho hàm số $y = x^4 - 8x^2 + 10$ có đồ thị (C). Gọi A, B, C là ba điểm cực trị của đồ thị (C). Tính diện tích S của tam giác ABC.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = 4x^3 - 16x, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 2 \end{cases}$$

Tọa độ 3 điểm cực trị của đồ thị hàm số là $A(0; 10), B(-2; -6), C(2; -6)$.

Gọi H là trung điểm BC $\Rightarrow H(0; -6)$.

Theo tính chất của hàm trùng phương nên tam giác ABC cân tại A.

$$\text{Do đó } S_{ABC} = \frac{1}{2}AH \cdot BC = \frac{1}{2}16 \cdot 4 = 32.$$

Đáp án:

32

 ☐

Câu 3. Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2ax + b$ có điểm cực tiểu $A(2; -2)$. Khi đó $a + b$ bằng bao nhiêu?

Lời giải.

$$y' = 3x^2 - 6x + 2a.$$

$$\text{Ta có hệ phương trình } \begin{cases} 4a + b = 2 \\ a = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 2. \end{cases}$$

$$\text{Vậy } a + b = 2.$$

Đáp án: **2** □

Câu 4. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = -x^3 - (m - 1)x^2 + 3mx + 1$ nghịch biến trên \mathbb{R} ?

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = -3x^2 - 2(m - 1)x + 3m.$$

Hàm số nghịch biến trên \mathbb{R} khi

$$y' \leq 0 \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 < 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow (m - 1)^2 - (-3) \cdot 3m \leq 0 \Leftrightarrow \frac{-7 - 3\sqrt{5}}{2} \leq m \leq \frac{-7 + 3\sqrt{5}}{2}.$$

Các giá trị nguyên của m thỏa mãn là $-6, -5, -4, -3, -2, -1$.

Đáp án: **6** □

Câu 5. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{-x + 6}{x + m}$ đồng biến trên $(10; +\infty)$?

Lời giải.

$$\text{Hàm số } y = \frac{-x + 6}{x + m} \text{ có tập xác định: } \mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-m\} \text{ và đạo hàm } y' = \frac{-m - 6}{(x + m)^2}.$$

Hàm số đồng biến trên khoảng $(10; +\infty)$ khi và chỉ khi $y' > 0, \forall x \in (10; +\infty)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -m - 6 > 0 \\ -m \leq 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -6 \\ m \geq -10 \end{cases} \Leftrightarrow -10 \leq m < -6.$$

Do $m \in \mathbb{Z}$ nên các giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán là $m \in \{-10; -9; -8; -7\}$.

Đáp án: **4** □

Câu 6. Tìm giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3mx + 1$ có hai điểm cực trị A, B sao cho tam giác OAB vuông tại O , với O là gốc tọa độ.

Lời giải.

$$\text{Đạo hàm } y' = -3x^2 + 3m = -3(x^2 - m).$$

Để hàm số có hai điểm cực trị $\Leftrightarrow x^2 - m = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m > 0$.

Tọa độ các điểm cực trị của đồ thị hàm số là $A(-\sqrt{m}; 1 - 2m\sqrt{m})$ và $B(\sqrt{m}; 1 + 2m\sqrt{m})$.

$$\text{Yêu cầu bài toán } \Leftrightarrow \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 0 \Leftrightarrow 4m^3 + m - 1 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{1}{2} \text{ (nhận)}.$$

Đáp án: **0,5** □

—HẾT—

BẢNG ĐÁP ÁN

ĐÁP ÁN PHẦN I

1. A	2. C	3. A	4. D	5. C	6. C	7. D	8. B	9. D	10. C
11. B	12. D	13. D	14. C	15. D	16. B	17. A	18. B	19. D	20. D
21. C	22. D	23. B	24. C	25. C	26. C	27. C	28. D	29. A	30. D
31. D	32. B	33. A	34. A	35. D					

ĐÁP ÁN PHẦN II

Câu 1. a S b Đ c S d Đ	Câu 2. a Đ b S c Đ d S
Câu 3. a Đ b Đ c S d Đ	Câu 4. a Đ b S c S d S

ĐÁP ÁN PHẦN III

Câu 1. 4,47	Câu 2. 32	Câu 3. 2	Câu 4. 6	Câu 5. 4	Câu 6. 0,5
-------------	-----------	----------	----------	----------	------------



BÀI 2. GIÁ TRỊ LỚN NHẤT, GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT CỦA HÀM SỐ

Môn Toán – Khối 12

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề).

Họ, tên học sinh:

Lớp:

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. (MH-2017). Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$				5		$-\infty$

\swarrow \nearrow \searrow
 4 $-\infty$

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $y_{\text{CD}} = 5$.

B. $y_{\text{CT}} = 0$.

C. $\min_{\mathbb{R}} y = 4$.

D. $\max_{\mathbb{R}} y = 5$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên trên đoạn $[-4; 0]$ như sau

x	-4		-3		1		0
y'		-	0	+	0	-	
y	7				3		0

\swarrow \nearrow \searrow
 -1 0

Giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-4; 0]$ là

A. -4.

B. -1.

C. 0.

D. 3.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-3; 2]$ và có bảng biến thiên như sau.

x	-3		-1		0		1		2
$f'(x)$		+	0	-	0	+	0	-	0
$f(x)$			3				2		

\swarrow \searrow \nearrow \searrow
 -2 0 1

Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 2]$. Giá trị của $M + 2m$ bằng

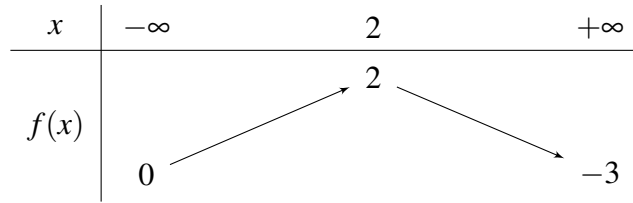
A. 6.

B. 8.

C. 3.

D. 7.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



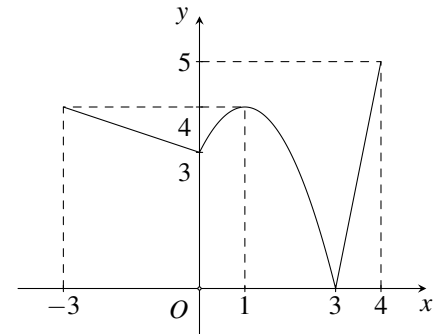
Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số trên \mathbb{R} .

- A. 2. B. 0.
C. -3. D. Không tồn tại giá trị nhỏ nhất.

Câu 5.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-3; 4]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là các giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-3; 4]$. Tính $M + m$.

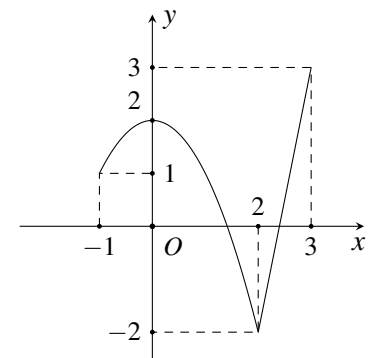
- A. 5. B. 1. C. 8. D. 7.



Câu 6.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 3]$. Giá trị của $M - m$ bằng

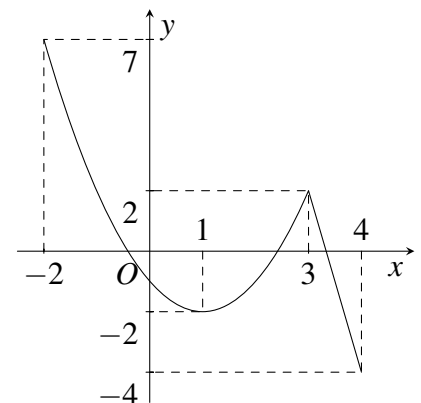
- A. 4. B. 0. C. 5. D. 1.



Câu 7.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2; 4]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-2; 4]$ bằng

- A. -2. B. 5. C. 3. D. 0.



Câu 8. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{2x-3}{x+1}$ trên $[0; 3]$ bằng

- A. $\frac{3}{4}$. B. -3. C. 2. D. $\frac{3}{2}$.

Câu 9. (TN-2020). Trên đoạn $[0; 3]$, hàm số $y = x^3 - 3x + 4$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm

- A. $x = 1$. B. $x = 0$. C. $x = 3$. D. $x = 2$.

Câu 10. (TN-2021). Trên đoạn $[1; 4]$, hàm số $y = -x^4 + 8x^2 - 13$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm

- A. $x = 4$. B. $x = 2$. C. $x = 1$. D. $x = 3$.

Câu 11. (TN-2017). Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = x^3 - 7x^2 + 11x - 2$ trên đoạn $[0; 2]$.

- A. $m = 11$. B. $m = 0$. C. $m = -2$. D. $m = 3$.

Câu 12. (TN-2020). Giá trị nhỏ nhất của của hàm số $f(x) = x^3 - 24x$ trên đoạn $[2; 19]$ bằng

- A. $32\sqrt{2}$. B. -40 . C. $-32\sqrt{2}$. D. -45 .

Câu 13. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x^2 + 3}{x - 1}$ trên đoạn $[2; 4]$.

- A. $\min_{[2;4]} y = 6$. B. $\min_{[2;4]} y = -2$. C. $\min_{[2;4]} y = -3$. D. $\min_{[2;4]} y = \frac{19}{3}$.

Câu 14. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + \sqrt{12 - 3x^2}$.

- A. $\max y = 4, \min y = 2$. B. $\max y = 4, \min y = -2$.
C. $\max y = 2, \min y = -2$. D. $\max y = 2, \min y = -4$.

Câu 15. Tính giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 3x + \frac{4}{x^2}$ trên khoảng $(0; +\infty)$.

- A. $\min_{(0;+\infty)} y = 3\sqrt[3]{9}$. B. $\min_{(0;+\infty)} y = 7$. C. $\min_{(0;+\infty)} y = \frac{33}{5}$. D. $\min_{(0;+\infty)} y = 2\sqrt[3]{9}$.

Câu 16. Gọi m là giá trị để hàm số $y = \frac{x - m^2}{x + 8}$ có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0; 3]$ bằng -2 . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $m^2 \neq 16$. B. $3 < m < 5$. C. $|m| = 5$. D. $|m| < 5$.

Câu 17. Xác định giá trị m để hàm số $y = x^2 - 2x - m + 2$ đạt giá trị nhỏ nhất trên $[0; 3]$ là 6.

- A. -7 . B. -5 . C. 7 . D. 5 .

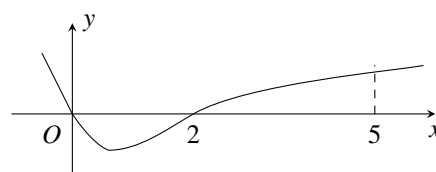
Câu 18. (TN-2022). Cho hàm số $f(x) = mx^4 + 2(m - 1)x^2$ với m là tham số thực. Nếu $\min_{[0;2]} f(x) = f(1)$ thì $\max_{[0;2]} f(x)$ bằng

- A. 2. B. -1 . C. 4. D. 0.

Câu 19.

Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} và có đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ. Biết rằng $f(0) + f(3) = f(2) + f(5)$. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0; 5]$ lần lượt là

- A. $f(5), f(2)$. B. $f(0), f(5)$.
C. $f(2), f(0)$. D. $f(1), f(3)$.



Câu 20. Sau khi phát hiện một bệnh dịch, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $f(t) = 15t^2 - t^3$ (theo kết quả khảo sát các năm vừa qua). Nếu xem $f'(t)$ là tốc độ truyền bệnh (người/ngày) tại thời điểm t thì vào ngày mà tốc độ truyền bệnh lớn nhất, số người nhiễm bệnh là bao nhiêu?

- A. 500. B. 250. C. 600. D. 75.

Câu 21. Một chất điểm chuyển động theo phương trình $S = -t^3 + 9t^2 + 21t + 9$ trong đó t tính bằng giây và S tính bằng mét. Tính thời điểm t mà tại đó vận tốc chuyển động của vật đạt giá trị lớn nhất.

- A. $t = 7$. B. $t = 5$. C. $t = 4$. D. $t = 3$.

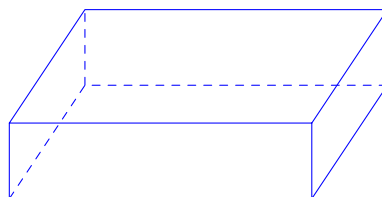
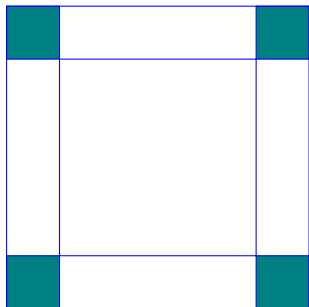
Câu 22. Khi xây nhà, chủ nhà cần làm một bồn nước thể tích là $\frac{4}{3}m^3$ bằng gạch và xi măng có dạng hình hộp đứng không có nắp, đáy là hình chữ nhật có chiều rộng là $x(m)$, chiều dài gấp 2 lần chiều rộng, chiều cao là $h(m)$. Để chi phí xây dựng là thấp nhất thì $x = x_0$ thỏa mãn

- A. $0 < x_0 < 0.8$. B. $1,2 < x_0 < 1,5$. C. $0,8 < x_0 < 1,2$. D. $1,5 < x_0 < 2$.

Câu 23. Người ta cần xây một hồ chứa nước với dạng khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng $\frac{500}{3} \text{ m}^3$. Đáy hồ là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Giá thuê nhân công để xây hồ là 500.000 đồng/m². Người ta xác định kích thước của hồ nước sao cho chi phí thuê nhân công thấp nhất và chi phí đó là

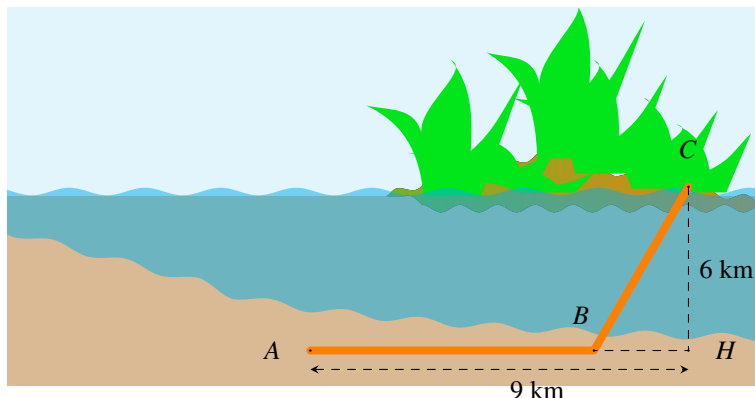
- A. 75 triệu đồng. B. 74 triệu đồng. C. 76 triệu đồng. D. 77 triệu đồng.

Câu 24. Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 12 cm. Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng x cm, rồi gập tấm nhôm lại như hình vẽ dưới đây để được một cái hộp không nắp. Tìm x để hộp nhận được có thể tích lớn nhất.



- A. $x = 2$. B. $x = 3$. C. $x = 4$. D. $x = 6$.

Câu 25. Một công ty muốn làm một đường ống dẫn từ một điểm A trên bờ đến một điểm C trên một hòn đảo. Hòn đảo cách bờ biển 6 km. Để thực hiện, công ty dự định xây dựng phần đường ống trên bờ từ A đến B và đường ống dưới nước từ B đến C (hình vẽ).



Biết giá để xây đường ống trên bờ là 50.000USD mỗi km, và 130.000USD mỗi km để xây dưới nước. Xác định đoạn đường từ A đến B để tổng chi phí xây dựng lắp đặt từ A đến C thấp nhất.

- A. 7,5 km. B. 5,5 km. C. 8 km. D. 6,5 km.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có bảng biến thiên như sau.

x	-1	0	2	3		
y'		+	0	-	0	+
y		0	↗ 5	↘ 1	↗ 4	

Gọi M và m lần lượt là GTLN và GTNN của hàm số trên $[-1; 3]$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) $m = f(2)$. b) $M = f(4)$. c) $m = f(-1)$. d) $M = f(0)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập \mathcal{D} và một số thực M . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Nếu $f(x) \leq M, \forall x \in \mathcal{D}$ thì $\max_{\mathcal{D}} f(x) = M$. b) Nếu $f(x) \geq M, \forall x \in \mathcal{D}$ thì $\min_{\mathcal{D}} f(x) = M$.
c) Nếu $f(x) = M, \forall x \in \mathcal{D}$ thì $\max_{\mathcal{D}} f(x) = M$. d) Nếu $f(x) = M, \forall x \in \mathcal{D}$ thì $\min_{\mathcal{D}} f(x) = M$.

Câu 3.

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên \mathbb{R} và có bảng biến thiên như hình bên. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 5)$.
b) Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = -2$.
c) Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng -2 .
d) Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 5 .

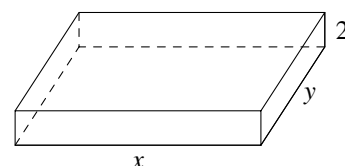
x	$-\infty$	-3			-2	$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$		-2	0		5	-2

Câu 4. Cho hàm số $y = x^2 - 4\ln(1 - x)$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = (1; +\infty)$.
b) Đạo hàm của hàm số là $y' = \frac{-2x^2 + 2x + 4}{1 - x}$.
c) Giá trị lớn nhất của hàm số trên $[-2; 0]$ là 2.
d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[-2; 0]$ là $1 - 4\ln 2$.

Câu 5.

Người ta muốn xây một bể bơi có dạng hình hộp chữ nhật, thể tích 1800 m^3 và chiều sâu 2 m (hình bên). Biết rằng chi phí xây mỗi đơn vị diện tích của đáy bể gấp hai lần so với thành bể. Gọi x (m) và y (m) là hai kích thước của mặt đáy.



- a) Thể tích bể bơi được tính theo công thức $V = 2x^2y$.
b) Mỗi liên hệ giữa x và y là $y = \frac{900}{x}$.
c) Tổng diện tích mặt bên của bể tính theo x, y là $S = 4(x + y)$.
d) Để tổng chi phí xây dựng (bao gồm mặt đáy và mặt bên) nhỏ nhất thì cần chọn chiều dài là 40 m.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 30x$ trên đoạn $[2; 19]$ bằng bao nhiêu? (làm tròn đến hàng phần chục)

KQ:

Câu 2. Một vật chuyển động theo quy luật $s = -\frac{1}{3}t^3 + 6t^2$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật di chuyển được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 9 giây, kể từ khi bắt đầu chuyển động, vận tốc (m/s) lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

KQ:

Câu 3. Gọi m và M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{1}{2}x - \sqrt{x+2}$ trên đoạn $[-1; 34]$. Tổng $S = 3m + M$ bằng bao nhiêu?

KQ:

Câu 4. Cho hàm số $y = (x+m)^3 - 3(x+m) + 1 + n$. Biết hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$ và giá trị lớn nhất của hàm số trên $[-1; 1]$ bằng 4. Tính $m + n$.

KQ:

Câu 5. Một cửa hàng bán vải Thanh Hà với giá bán mỗi kg là 50000 đồng. Với giá bán này thì cửa hàng chỉ bán được khoảng 25 kg. Cửa hàng này dự định giảm giá bán, ước tính nếu cửa hàng cứ giảm 4000 đồng cho một kg thì số vải bán được tăng thêm là 50 kg. Xác định giá bán (đơn vị nghìn đồng) để cửa hàng đó thu được lợi nhuận lớn nhất, biết rằng giá nhập về ban đầu mỗi kg là 30000 đồng.

KQ:

Câu 6. Nhà xe khoán cho hai tài xế An và Bình mỗi người lần lượt nhận 32 lít và 72 lít xăng trong một tháng. Biết rằng trong một ngày tổng số xăng cả hai người sử dụng là 10 lít. Tính tổng số ngày ít nhất để hai tài xế sử dụng hết số xăng.

KQ:

Câu 7. Ông Khoa muốn xây một cái bể chứa nước lớn dạng một khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng 288 m^3 . Đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng, giá thuê nhân công để xây bể là 500000 đồng/m^2 . Nếu ông Khoa biết xác định các kích thước của bể hợp lí thì chi phí thuê nhân công sẽ thấp nhất. Hỏi ông Khoa trả chi phí thấp nhất để xây dựng bể đó là bao nhiêu (triệu đồng)? (biết độ dày thành bể và đáy bể không đáng kể).

KQ:

Câu 8. Một thanh sắt chiều dài $AB = 100 \text{ m}$ được cắt thành hai phần AC và CB với $AC = x \text{ (m)}$. Đoạn AC được uốn thành một hình vuông có chu vi bằng AC và đoạn CB uốn thành tam giác đều có chu vi bằng CB . Tìm x (tính bằng mét, làm tròn đến hàng phần chục) để tổng diện tích của hình vuông và tam giác nhỏ nhất.

KQ:

—HẾT—



BÀI 2. GIÁ TRỊ LỚN NHẤT, GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT CỦA HÀM SỐ

Môn Toán – Khối 12

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề).

Họ, tên học sinh:

Lớp:

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. (MH-2017). Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$				5		$-\infty$

Diagram showing the function values at critical points: $+\infty \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow -\infty$.

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $y_{\text{CD}} = 5$.

B. $y_{\text{CT}} = 0$.

C. $\min_{\mathbb{R}} y = 4$.

D. $\max_{\mathbb{R}} y = 5$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta có:

- $y_{\text{CD}} = 5, y_{\text{CT}} = 4$ chọn A.
- $x_{\text{CT}} = 0, x_{\text{CD}} = 1$ nên loại B.
- Hàm số không có giá trị lớn nhất và nhỏ nhất trên \mathbb{R} nên loại $\min_{\mathbb{R}} y = 4, \max_{\mathbb{R}} y = 5$.

Chọn đáp án **A** \square

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên trên đoạn $[-4; 0]$ như sau

x	-4		-3		1		0
y'		-	0	+	0	-	
y	7				3		0

Diagram showing the function values at critical points: $7 \rightarrow -1 \rightarrow 3 \rightarrow 0$.

Giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-4; 0]$ là

A. -4.

B. -1.

C. 0.

D. 3.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-4; 0]$ là -1 tại $x = -3$.

Chọn đáp án **B** \square

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-3; 2]$ và có bảng biến thiên như sau.

x	-3	-1	0	1	2				
$f'(x)$		+	0	-	0	+	0	-	0
$f(x)$			3		2				
	-2			0			1		

Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 2]$. Giá trị của $M + 2m$ bằng

- A. 6. B. 8. C. 3. D. 7.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên, suy ra $M = 3, m = 0$. Vậy $M + 2m = 3 + 2 \cdot 0 = 3$.

Chọn đáp án **C** \square

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f(x)$		2	
	0		-3

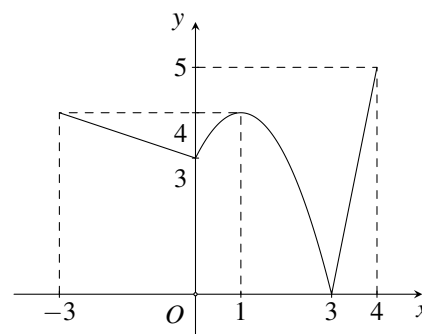
Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số trên \mathbb{R} .

- A. 2. B. 0.
C. -3. D. Không tồn tại giá trị nhỏ nhất.

Câu 5.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-3; 4]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là các giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-3; 4]$. Tính $M + m$.

- A. 5. B. 1. C. 8. D. 7.



Lời giải.

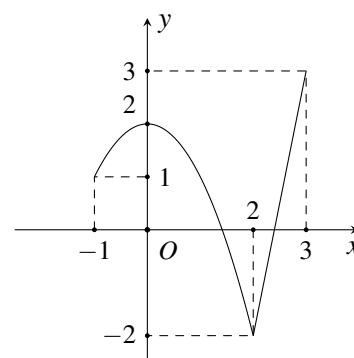
Dựa vào đồ thị hàm số ta có $\begin{cases} M = 5 \\ m = 0 \end{cases} \Rightarrow M + m = 5$.

Chọn đáp án **A** \square

Câu 6.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 3]$. Giá trị của $M - m$ bằng

- A. 4. B. 0. C. 5. D. 1.



Lời giải.

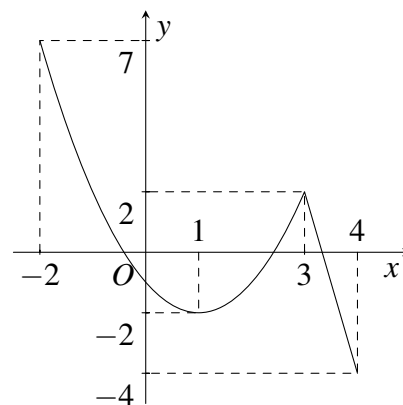
Dựa vào đồ thị ta có $M = 3, m = -2$. Do đó $M - m = 5$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 7.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2; 4]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-2; 4]$ bằng

- A. -2. B. 5. C. 3. D. 0.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị ta thấy giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất lần lượt là 7 và -4, suy ra $7 + (-4) = 3$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 8. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{2x-3}{x+1}$ trên $[0; 3]$ bằng

- A. $\frac{3}{4}$. B. -3. C. 2. D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Ta có $y' = \frac{5}{(x+1)^2} > 0 \forall x \neq -1$.

Suy ra giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{2x-3}{x+1}$ trên $[0; 3]$ bằng $y(0) = -3$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 9. (TN-2020). Trên đoạn $[0; 3]$, hàm số $y = x^3 - 3x + 4$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm

- A. $x = 1$. B. $x = 0$. C. $x = 3$. D. $x = 2$.

Lời giải.

Trên $[0; 3]$, hàm số $y = x^3 - 3x + 4$ liên tục, có đạo hàm $y' = 3x^2 - 3$ và

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \text{ (loại vì } \notin [0; 3].) \end{cases}$$

Ta có $y(0) = 4, y(1) = 2, y(3) = 22$.

Vậy hàm số đạt giá trị nhỏ nhất là 2 tại $x = 1$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 10. (TN-2021). Trên đoạn $[1; 4]$, hàm số $y = -x^4 + 8x^2 - 13$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm

- A. $x = 4$. B. $x = 2$. C. $x = 1$. D. $x = 3$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

$$\text{Ta có } y' = -4x^3 + 16x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \notin [1; 4] \\ x = 0 \notin [1; 4] \\ x = 2 \in [1; 4]. \end{cases}$$

Hàm số đã cho liên tục trên đoạn $[1; 4]$ và ta tính được $y(1) = -6; y(2) = 5$ và $y(4) = -141$.

Vậy trên đoạn $[1; 4]$ hàm số đã cho đạt giá trị lớn nhất là 5 tại điểm $x = 2$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 11. (TN-2017). Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = x^3 - 7x^2 + 11x - 2$ trên đoạn $[0; 2]$.

A. $m = 11$.

B. $m = 0$.

C. $m = -2$.

D. $m = 3$.

Lời giải.

Đạo hàm: $y' = 3x^2 - 14x + 11$ có nghiệm $x = 1 \in [0; 2]$.

Ta có $y(0) = -2; y(1) = 3; y(2) = 0 \Rightarrow m = \min_{[0;2]} y = -2$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 12. (TN-2020). Giá trị nhỏ nhất của của hàm số $f(x) = x^3 - 24x$ trên đoạn $[2; 19]$ bằng

A. $32\sqrt{2}$.

B. -40 .

C. $-32\sqrt{2}$.

D. -45 .

Lời giải.

Ta có $f'(x) = 3x^2 - 24$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2\sqrt{2} & \in [2; 19] \\ x = -2\sqrt{2} & \notin [2; 19] \end{cases}$$

$$f(2) = -40; f(19) = 6043; f(2\sqrt{2}) = -32\sqrt{2}.$$

$$\text{Vậy } \min_{[2;19]} f(x) = -32\sqrt{2}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 13. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x^2 + 3}{x - 1}$ trên đoạn $[2; 4]$.

A. $\min_{[2;4]} y = 6$.

B. $\min_{[2;4]} y = -2$.

C. $\min_{[2;4]} y = -3$.

D. $\min_{[2;4]} y = \frac{19}{3}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x - 1)^2} = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 & (\text{loại}) \\ x = 3 & \end{cases} \quad (\text{Do xét trên đoạn } [2; 4]).$$

$$y(3) = 6; y(2) = 7; y(4) = \frac{19}{3}, \text{ suy ra } \min_{[2;4]} y = 6.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 14. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + \sqrt{12 - 3x^2}$.

A. $\max y = 4, \min y = 2$.

B. $\max y = 4, \min y = -2$.

C. $\max y = 2, \min y = -2$.

D. $\max y = 2, \min y = -4$.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện: } -2 \leq x \leq 2. \text{ Đạo hàm } y' = 1 - \frac{3x}{\sqrt{12 - 3x^2}} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{12 - 3x^2} = 3x \Leftrightarrow x = \pm 1.$$

$$\text{Ta có } y(-2) = -2, y(2) = 2, y(-1) = 2, y(1) = 4. \text{ Suy ra } \max y = 4, \min y = -2.$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 15. Tính giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 3x + \frac{4}{x^2}$ trên khoảng $(0; +\infty)$.

A. $\min_{(0;+\infty)} y = 3\sqrt[3]{9}$.

B. $\min_{(0;+\infty)} y = 7$.

C. $\min_{(0;+\infty)} y = \frac{33}{5}$.

D. $\min_{(0;+\infty)} y = 2\sqrt[3]{9}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = 3 - \frac{8}{x^3} = \frac{3x^3 - 8}{x^3}; y' = 0 \Leftrightarrow 3x^3 - 8 = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{\frac{8}{3}}. \text{ Ta có bảng biến thiên:}$$

x	0	$\sqrt[3]{\frac{8}{3}}$	$+\infty$
y'		-	+
y	$+\infty$		$+\infty$

$3\sqrt[3]{9}$

Từ bảng biến thiên suy ra: $\min_{(0;+\infty)} y = 3\sqrt[3]{9}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 16. Gọi m là giá trị để hàm số $y = \frac{x-m^2}{x+8}$ có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0; 3]$ bằng -2 . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $m^2 \neq 16$. B. $3 < m < 5$. C. $|m| = 5$. D. $|m| < 5$.

Lời giải.

Hàm số đã cho liên tục trên đoạn $[0; 3]$.

Ta có $y' = \frac{9+m^2}{(x+8)^2} > 0, \forall x \in [0; 3]$.

Suy ra hàm số đã cho đồng biến trên đoạn $[0; 3]$.

Suy ra $\min_{[0;3]} y = y(0) = -\frac{m^2}{8}$.

Do đó, ta có $-\frac{m^2}{8} = -2 \Leftrightarrow m^2 = 16 \Leftrightarrow m = \pm 4$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 17. Xác định giá trị m để hàm số $y = x^2 - 2x - m + 2$ đạt giá trị nhỏ nhất trên $[0; 3]$ là 6.

- A. -7 . B. -5 . C. 7 . D. 5 .

Lời giải.

$$y' = 2x - 2$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x = 1 \in [0; 3].$$

$$y(0) = -m + 2; y(1) = -m + 1; y(3) = -m + 5.$$

$$\text{Do đó } \min_{[0;3]} y = y(1) = 6 \Rightarrow -m + 1 = 6 \Leftrightarrow m = -5.$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 18. (TN-2022). Cho hàm số $f(x) = mx^4 + 2(m-1)x^2$ với m là tham số thực. Nếu $\min_{[0;2]} f(x) = f(1)$

thì $\max_{[0;2]} f(x)$ bằng

- A. 2. B. -1 . C. 4. D. 0.

Lời giải.

$$\text{Ta có } f'(x) = 4mx^3 + 4(m-1)x.$$

- Với $m = 0$ thì $f(x) = -2x^2$ là hàm số nghịch biến trên $(0; 2)$.

Khi đó $\min_{[0;2]} f(x) = f(2)$ (không thỏa yêu cầu bài toán).

- Với $m \neq 0$ thì hàm số $y = f(x)$ có đồ thị nhận Oy làm trục đối xứng và luôn có một điểm cực trị $x = 0$.

$$\text{Khi đó, từ yêu cầu bài toán ta suy ra } \begin{cases} m > 0 \\ f'(1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ 4m + 4(m-1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Do đó } f'(x) = 2x^3 - 2x; f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \notin (0; 2) \\ x = 0 \notin (0; 2) \\ x = 1 \in (0; 2). \end{cases}$$

$$\text{Ta có } f(0) = 0, f(2) = 4, f(1) = -\frac{1}{2}.$$

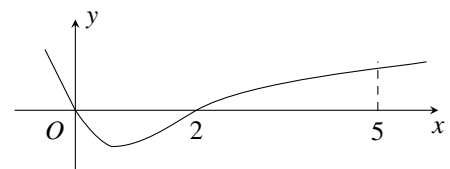
Vậy $\max_{[0;2]} f(x) = 4$ tại $x = 2$.

Chọn đáp án **C** \square

Câu 19.

Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} và có đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ. Biết rằng $f(0) + f(3) = f(2) + f(5)$. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0; 5]$ lần lượt là

- A. $f(5), f(2)$. B. $f(0), f(5)$.
C. $f(2), f(0)$. D. $f(1), f(3)$.



Lời giải.

Từ đồ thị $y = f'(x)$ trên đoạn $[0; 5]$, ta có $f'(0) = 0$ và $f'(2) = 0$ nên ta có bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$

x	$-\infty$	0	2	5	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$f(0)$	$f(2)$	$f(5)$	$+\infty$	

Suy ra $\min_{[0;5]} f(x) = f(2)$ và $f(3) > f(2) \Rightarrow f(3) - f(2) > 0$. Từ giả thiết, ta có

$$\begin{aligned} f(0) + f(3) &= f(2) + f(5) \\ \Leftrightarrow f(3) - f(2) &= f(5) - f(0) \\ \Rightarrow f(5) - f(0) &> 0 \\ \Rightarrow f(5) &> f(0). \end{aligned}$$

Suy ra $\max_{[0;5]} f(x) = \{f(0), f(5)\} = f(5)$.

Chọn đáp án **A** \square

Câu 20. Sau khi phát hiện một bệnh dịch, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $f(t) = 15t^2 - t^3$ (theo kết quả khảo sát các năm vừa qua). Nếu xem $f'(t)$ là tốc độ truyền bệnh (người/ngày) tại thời điểm t thì vào ngày mà tốc độ truyền bệnh lớn nhất, số người nhiễm bệnh là bao nhiêu?

- A. 500. B. 250. C. 600. D. 75.

Lời giải.

Ta có $f'(t) = -3t^2 + 30t$ và $f''(t) = -6t + 30$.

Lại có $f''(t) = 0 \Leftrightarrow t = 5$.

Bảng biến thiên của hàm số $f'(t)$ ($t > 0$).

t	0	5	$+\infty$
$f''(t)$	+	0	-
$f'(t)$	0	75	$-\infty$

Vậy vào ngày tốc độ truyền bệnh lớn nhất, số người nhiễm bệnh là $f(5) = 250$ người.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 21. Một chất điểm chuyển động theo phương trình $S = -t^3 + 9t^2 + 21t + 9$ trong đó t tính bằng giây và S tính bằng mét. Tính thời điểm t mà tại đó vận tốc chuyển động của vật đạt giá trị lớn nhất.

A. $t = 7$.

B. $t = 5$.

C. $t = 4$.

D. $t = 3$.

Lời giải.

Vận tốc của vật được xác định bởi: $v(t) = S' = -3t^2 + 18t + 21, t > 0$.

$v'(t) = -6t + 18; v'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 3$.

t	0	3	$+\infty$
v'	+	0	-
v	21	$v(3)$	$-\infty$

Khi đó vận tốc lớn nhất khi $t = 3$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 22. Khi xây nhà, chủ nhà cần làm một bồn nước thể tích là $\frac{4}{3} \text{ m}^3$ bằng gạch và xi măng có dạng hình hộp đứng không có nắp, đáy là hình chữ nhật có chiều rộng là $x(\text{m})$, chiều dài gấp 2 lần chiều rộng, chiều cao là $h(\text{m})$. Để chi phí xây dựng là thấp nhất thì $x = x_0$ thỏa mãn

A. $0 < x_0 < 0.8$.

B. $1,2 < x_0 < 1,5$.

C. $0,8 < x_0 < 1,2$.

D. $1,5 < x_0 < 2$.

Lời giải.

Thể tích của bồn nước là $V = 2x^2 \cdot h \Leftrightarrow \frac{4}{3} = 2x^2 \cdot h \Leftrightarrow h = \frac{4}{3x \cdot (2x)} = \frac{2}{3x^2}$.

Diện tích cần xây dựng là $S(x) = S_{\text{xq}} + S_{\text{đáy}} = 6hx + 2x^2 = \frac{4}{x} + 2x^2$.

Khảo sát hàm số $S(x)$.

Đạo hàm của hàm số là $S'(x) = \frac{-4}{x^2} + 4x$.

Do đó $S'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$ (vì $x > 0$).

x	0	1	$+\infty$
S'	-	0	+
S	$+\infty$	6	$+\infty$

Suy ra $x_0 = 1$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 23. Người ta cần xây một hồ chứa nước với dạng khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng $\frac{500}{3} \text{ m}^3$. Đáy hồ là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Giá thuê nhân công để xây hồ là 500.000 đồng/m². Người ta xác định kích thước của hồ nước sao cho chi phí thuê nhân công thấp nhất và chi phí đó là

- A. 75 triệu đồng. B. 74 triệu đồng. C. 76 triệu đồng. D. 77 triệu đồng.

Lời giải.

Gọi x, y, z ($x, y, z > 0$) lần lượt là chiều dài, chiều rộng và chiều cao của hồ nước.

Theo giả thiết, ta có
$$\begin{cases} x = 2y \\ V = xyz = \frac{500}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2y \\ z = \frac{250}{3y^2} \end{cases}.$$

Diện tích xây dựng của hồ nước là $S = xy + 2xz + 2yz = 2y^2 + 6yz = 2y^2 + \frac{500}{y}$.

Chi phí thuê nhân công thấp nhất khi diện tích nhỏ nhất.

Xét hàm số $f(y) = 2y^2 + \frac{500}{y}$ với $y > 0$.

Ta có $f'(y) = 4y - \frac{500}{y^2} = \frac{4(y^3 - 125)}{y^2}$; $f'(y) = 0 \Leftrightarrow y^3 - 125 = 0 \Leftrightarrow y = 5$.

Bảng biến thiên

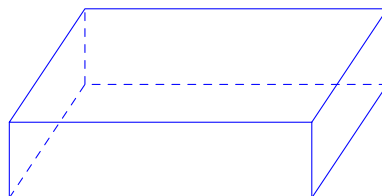
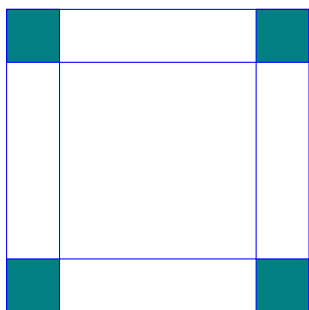
y	0	5	$+\infty$
$f'(y)$	–	0	+
$f(y)$	$+\infty$	150	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy S nhỏ nhất khi $y = 5$.

Suy ra kích thước của hồ là $x = 10 \text{ m}$; $y = 5 \text{ m}$, $z = \frac{10}{3} \text{ m}$. Tiền thuê nhân công là 75 triệu đồng.

Chọn đáp án **A** □

Câu 24. Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 12 cm. Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng $x \text{ cm}$, rồi gập tấm nhôm lại như hình vẽ dưới đây để được một cái hộp không nắp. Tìm x để hộp nhận được có thể tích lớn nhất.



- A. $x = 2$. B. $x = 3$. C. $x = 4$. D. $x = 6$.

Lời giải.

Khối hộp có: đáy là hình vuông cạnh bằng $12 - 2x$ (cm); chiều cao x (cm) với $0 < x < 6$.

Thể tích khối hộp $V = (12 - 2x)^2 \cdot x = 4x^3 - 48x^2 + 144x$.

Xét hàm $f(x) = 4x^3 - 48x^2 + 144x$ trên $(0; 6)$, ta được $\max_{(0;6)} f(x) = f(2) = 128$.

Vậy với $x = 2\text{cm}$ thể tích khối hộp lớn nhất.

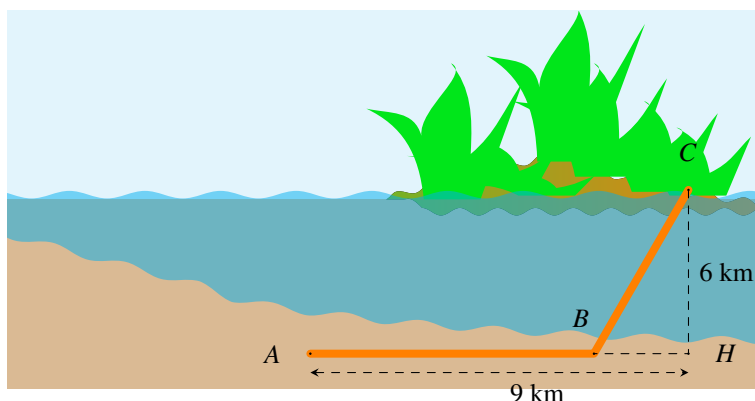
Cách 2. Ta có

$$V = (12 - 2x)^2 \cdot x = \frac{1}{4} \cdot 4x \cdot (12 - 2x) \cdot (12 - 2x) \leq \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{4x + 12 - 2x + 12 - 2x}{3} \right)^3 = 128.$$

Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow 4x = 12 - 2x \Leftrightarrow x = 2$.

Chọn đáp án **A** \square

Câu 25. Một công ty muốn làm một đường ống dẫn từ một điểm A trên bờ đến một điểm C trên một hòn đảo. Hòn đảo cách bờ biển 6 km. Để thực hiện, công ty dự định xây dựng phần đường ống trên bờ từ A đến B và đường ống dưới nước từ B đến C (hình vẽ).



Biết giá để xây đường ống trên bờ là 50.000USD mỗi km, và 130.000USD mỗi km để xây dưới nước. Xác định đoạn đường từ A đến B để tổng chi phí xây dựng lắp đặt từ A đến C thấp nhất.

- A. 7,5 km. B. 5,5 km. C. 8 km. D. 6,5 km.

Lời giải.

Đặt $x = BH$, $x \in [0; 9]$. Khi đó

$$BC = \sqrt{x^2 + 36}; AB = 9 - x$$

Chi phí xây dựng đường ống là

$$C(x) = 130.000\sqrt{x^2 + 36} + 50.000(9 - x)$$

Để chi phí khoảng 1.170.000, ta có phương trình

$$130.000\sqrt{x^2 + 36} + 50.000(9 - x) = 1.170.000 \Leftrightarrow x = \frac{5}{2}$$

Suy ra $AB = 9 - x = 6,5 \text{ km}$.

Chọn đáp án **D** \square

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có bảng biến thiên như sau.

x	-1	0	2	3			
y'		+	0	-	0	+	
y			5		1		4
	0					1	

Gọi M và m lần lượt là GTLN và GTNN của hàm số trên $[-1; 3]$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) $m = f(2)$. b) $M = f(4)$. c) $m = f(-1)$. d) $M = f(0)$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên trên $[-1; 3]$, ta có $M = f(0) = 5$ và $m = f(-1) = 0$.

Chọn đáp án ☐ a sai ☐ b sai ☐ c đúng ☐ d đúng ☐

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập \mathcal{D} và một số thực M . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Nếu $f(x) \leq M, \forall x \in \mathcal{D}$ thì $\max_{\mathcal{D}} f(x) = M$. b) Nếu $f(x) \geq M, \forall x \in \mathcal{D}$ thì $\min_{\mathcal{D}} f(x) = M$.
c) Nếu $f(x) = M, \forall x \in \mathcal{D}$ thì $\max_{\mathcal{D}} f(x) = M$. d) Nếu $f(x) = M, \forall x \in \mathcal{D}$ thì $\min_{\mathcal{D}} f(x) = M$.

Lời giải.

- a) Khẳng định này sai, cần bổ sung thêm điều kiện $\exists x_0 \in \mathcal{D}$ để $f(x_0) = M$.
b) Khẳng định này sai, cần bổ sung thêm điều kiện $\exists x_0 \in \mathcal{D}$ để $f(x_0) = M$.
c) Nếu $f(x) = M, \forall x \in \mathcal{D}$ thì $f(x)$ là hàm hằng trên \mathcal{D} (đồ thị là đường thẳng nằm ngang). Suy ra $\max_{\mathcal{D}} f(x) = M$.
d) Nếu $f(x) = M, \forall x \in \mathcal{D}$ thì $f(x)$ là hàm hằng trên \mathcal{D} (đồ thị là đường thẳng nằm ngang). Suy ra $\min_{\mathcal{D}} f(x) = M$.

Chọn đáp án ☐ a sai ☐ b sai ☐ c đúng ☐ d đúng ☐

Câu 3.

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên \mathbb{R} và có bảng biến thiên như hình bên. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 5)$.
b) Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = -2$.
c) Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng -2 .
d) Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 5 .

x	$-\infty$	-3	-2	$+\infty$		
$f'(x)$		$+$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$						

-2

0

5

-2

Lời giải.

Hàm số $y = f(x)$ không có giá trị nhỏ nhất nên phát biểu “Hàm số $y = f(x)$ có giá trị nhỏ nhất bằng $-\infty$ ” là phát biểu sai.

Chọn đáp án ☐ a sai ☐ b đúng ☐ c sai ☐ d đúng ☐

Câu 4. Cho hàm số $y = x^2 - 4\ln(1 - x)$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = (1; +\infty)$.
- b) Đạo hàm của hàm số là $y' = \frac{-2x^2 + 2x + 4}{1 - x}$.
- c) Giá trị lớn nhất của hàm số trên $[-2; 0]$ là 2.
- d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[-2; 0]$ là $1 - 4\ln 2$.

Lời giải.

Tập xác định: $\mathcal{D} = (-\infty; 1)$.

Ta có $y' = 2x + \frac{4}{1-x} = \frac{-2x^2 + 2x + 4}{1-x}$.

Khi đó $y' = 0 \Leftrightarrow -2x^2 + 2x + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 & (\text{nhận}) \\ x = 2 & (\text{loại}). \end{cases}$

Khi đó $\begin{cases} y(-2) = 4 - 4\ln 3 \approx -0,4 \\ y(-1) = 1 - 4\ln 2 \approx -1,7 \Rightarrow M = 0, N = 1 - 4\ln 2 \\ y(0) = 0. \end{cases}$

Vậy $M - N = 4\ln 2 - 1$.

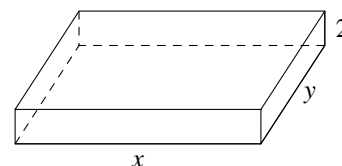
Chọn đáp án

a sai	b đúng	c sai	d đúng
-------	--------	-------	--------

 ☐

Câu 5.

Người ta muốn xây một bể bơi có dạng hình hộp chữ nhật, thể tích 1 800 m³ và chiều sâu 2 m (hình bên). Biết rằng chi phí xây mỗi đơn vị diện tích của đáy bể gấp hai lần so với thành bể. Gọi x (m) và y (m) là hai kích thước của mặt đáy.



- a) Thể tích bể bơi được tính theo công thức $V = 2x^2y$.
- b) Mỗi liên hệ giữa x và y là $y = \frac{900}{x}$.
- c) Tổng diện tích mặt bên của bể tính theo x, y là $S = 4(x + y)$.
- d) Để tổng chi phí xây dựng (bao gồm mặt đáy và mặt bên) nhỏ nhất thì cần chọn chiều dài là 40 m.

Lời giải.

- a) Thể tích của bể là $V = B \cdot h = xy \cdot h$.
- b) Với $V = xy \cdot h \Rightarrow 1800 = xy \cdot 2 \Rightarrow xy = \frac{1800}{2} = 900$.
- c) Tổng diện tích mặt bên gồm 4 hình chữ nhật (trước, sau, trái, phải) là

$$S = 2x + 2x + 2y + 2y = 4x + 4y = 4(x + y).$$

- d) Tổng diện tích của bể là $4x + 4y + xy = 4x + 4 \cdot \frac{900}{x} + 900$.
 Vì chi phí xây mỗi đơn vị diện tích của đáy bể gấp hai lần so với thành bể nên chi phí cần có là $4x + 4 \cdot \frac{900}{x} + 2 \cdot 900$.
 Đặt $f(x) = 4x + 4 \cdot \frac{900}{x} + 1800$.
 $f'(x) = 4 - \frac{3600}{x^2}$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 30$ (do $x > 0$).
 Bảng biến thiên

x	0	30	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$			

Với $x = 30\text{m}$ và $y = 30\text{ m}$ và thì chi phí xây dựng bể là thấp nhất.

Chọn đáp án ☐ a sai ☐ b đúng ☐ c sai ☐ d đúng ☐

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 30x$ trên đoạn $[2; 19]$ bằng bao nhiêu? (làm tròn đến hàng phần chục)

Lời giải.

Hàm số đã cho xác định và liên tục trên đoạn $[2; 19]$.

Ta có $f'(x) = 3x^2 - 30; f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{10} \in [2; 19] \\ x = -\sqrt{10} \notin [2; 19] \end{cases}$.

Mà $f(2) = -52; f(\sqrt{10}) = -20\sqrt{10} \approx -63,25; f(19) = 6289$.

Vậy $\min_{[2; 19]} f(x) = -20\sqrt{10} \approx -63,2$.

Đáp án: ☐

Câu 2. Một vật chuyển động theo quy luật $s = -\frac{1}{3}t^3 + 6t^2$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật di chuyển được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 9 giây, kể từ khi bắt đầu chuyển động, vận tốc (m/s) lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

Lời giải.

Vận tốc của vật được tính bởi: $v(t) = -t^2 + 12t$. Ta có $v'(t) = -2t + 12$. Bảng biến thiên:

t	0	6	9	
v'		+	0	-
v				
	0	36	27	

Dựa vào bảng biến thiên ta có vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng 36 m/s.

Đáp án: ☐

Câu 3. Gọi m và M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{1}{2}x - \sqrt{x+2}$ trên đoạn $[-1; 34]$. Tổng $S = 3m + M$ bằng bao nhiêu?

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{1}{2} - \frac{1}{2\sqrt{x+2}} = \frac{\sqrt{x+2} - 1}{2\sqrt{x+2}}$.

$y' = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x+2} = 1 \Leftrightarrow x = -1 \in [-1; 34]$

$$f(-1) = -\frac{3}{2}; f(34) = 11$$

$$\text{Vậy } m = -\frac{3}{2}; M = 11 \Rightarrow S = 3 \left(-\frac{3}{2} \right) + 11 = \frac{-9}{2} + 11 = \frac{13}{2} = 6,5.$$

Đáp án: **6,5** □

Câu 4. Cho hàm số $y = (x+m)^3 - 3(x+m) + 1 + n$. Biết hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$ và giá trị lớn nhất của hàm số trên $[-1; 1]$ bằng 4. Tính $m + n$.

Lời giải.

$$y' = 3(x+m)^2 - 3 = 3(x+m+1)(x+m-1)$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 - m = x_2 \\ x = -1 - m = x_1. \end{cases}$$

Để hàm số nghịch biến trên $(0; 2)$ thì

$$\begin{cases} 3 \cdot y'(0) \leq 0 \\ 3 \cdot y'(2) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y'(0) \leq 0 \\ y'(2) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3m^2 - 3 \leq 0 \\ 3(2+m)^2 - 3 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 1 \leq 0 \\ (2+m)^2 - 1 \leq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq m \leq 1 \\ -1 \leq 2+m \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq m \leq 1 \\ -3 \leq m \leq -1 \end{cases} \Leftrightarrow m = -1.$$

$$\text{Với } m = -1 \text{ thì } y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in [-1; 1] \\ x = 2 \notin [-1; 1]. \end{cases}$$

$$\text{Ta có } y(0) = n+3, y(1) = n+1, y(-1) = n-1 \Rightarrow \max_{[-1;1]} y = n+3 = 4 \Rightarrow n = 1.$$

$$\Rightarrow m + n = 0.$$

Đáp án: **0** □

Câu 5. Một cửa hàng bán vải Thanh Hà với giá bán mỗi kg là 50000 đồng. Với giá bán này thì cửa hàng chỉ bán được khoảng 25 kg. Cửa hàng này dự định giảm giá bán, ước tính nếu cửa hàng cứ giảm 4000 đồng cho một kg thì số vải bán được tăng thêm là 50 kg. Xác định giá bán (đơn vị nghìn đồng) để cửa hàng đó thu được lợi nhuận lớn nhất, biết rằng giá nhập về ban đầu mỗi kg là 30000 đồng.

Lời giải.

Gọi x đồng ($30000 < x < 50000$) là giá bán vải mới để cửa hàng thu được lợi nhuận lớn nhất.

Suy ra giá bán ra đã giảm là $(50000 - x)$ đồng.

$$\text{Số lượng vải bán ra đã tăng thêm là } \frac{50(50000 - x)}{4000} = 625 - 0,0125 \cdot x$$

$$\text{Tổng số vải bán được là } 25 + 625 - 0,0125x = 650 - 0,0125x.$$

$$\text{Doanh thu của cửa hàng là } (650 - 0,0125x)x.$$

$$\text{Số tiền vốn ban đầu để mua vải là } (650 - 0,0125x)30000.$$

Vậy lợi nhuận của cửa hàng là

$$(650 - 0,0125x)x - (650 - 0,0125x)30000 = -0,0125x^2 + 1025x - 19500000.$$

Ta có

$$f(x) = -0,0125x^2 + 1025x - 19500000 = -0,0125(x - 41000)^2 + 1512500 \leq 1512500.$$

$$\text{Suy ra } \max f(x) = 1512500 \text{ khi } x = 41000 \text{ đồng} = 41 \text{ nghìn đồng}.$$

Vậy giá bán mỗi cân vải là 41 nghìn đồng thì cửa hàng thu được lợi nhuận lớn nhất.

Đáp án: **41** □

Câu 6. Nhà xe khoán cho hai tài xế An và Bình mỗi người lần lượt nhận 32 lít và 72 lít xăng trong một tháng. Biết rằng trong một ngày tổng số xăng cả hai người sử dụng là 10 lít. Tính tổng số ngày ít nhất để hai tài xế sử dụng hết số xăng.

Lời giải.

Gọi x (lít) ($0 < x < 10$) là số xăng An sử dụng trong 1 ngày.

Khi đó $10 - x$ (lít) là số xăng Bình sử dụng trong 1 ngày.

Suy ra $f(x) = \frac{32}{x} + \frac{72}{10-x}$, $x \in (0; 10)$ là tổng số ngày An và Bình sử dụng hết số xăng được khoán.

Xét hàm số $f(x)$ ta có $f'(x) = -\frac{32}{x^2} + \frac{72}{(10-x)^2}$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{32}{x^2} + \frac{72}{(10-x)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -20 \notin (0; 10). \end{cases}$$

Bảng biến thiên của hàm số $f(x) = \frac{32}{x} + \frac{72}{10-x}$, $x \in (0; 10)$

x	0	4	10	
$f'(x)$		-	0	+
$f(x)$	$+\infty$		20	$+\infty$

Dựa vào BBT ta có sau ít nhất 20 ngày thì An và Bình sử dụng hết lượng xăng được khoán.

Đáp án: **20** □

Câu 7. Ông Khoa muốn xây một cái bể chứa nước lớn dạng một khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng 288 m^3 . Đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng, giá thuê nhân công để xây bể là 500000 đồng/m^2 . Nếu ông Khoa biết xác định các kích thước của bể hợp lí thì chi phí thuê nhân công sẽ thấp nhất. Hỏi ông Khoa trả chi phí thấp nhất để xây dựng bể đó là bao nhiêu (triệu đồng)? (biết độ dày thành bể và đáy bể không đáng kể).

Lời giải.

Gọi chiều rộng của đáy bể là x ($x > 0$) suy ra chiều dài của đáy bể là $2x$.

Do thể tích của bể là 288 m^3 nên chiều cao của bể là: $h = \frac{288}{2x^2} = \frac{144}{x^2}$.

Nên diện tích cần xây là: $S(x) = 2x^2 + 2xh + 2 \cdot 2x \cdot h = 2x^2 + \frac{864}{x}$.

Để chi phí là thấp nhất thì $S(x)$ là nhỏ nhất.

$$S(x) = 2x^2 + \frac{432}{x} + \frac{432}{x} \geq 3 \cdot \sqrt[3]{2x^2 \cdot \frac{432}{x} \cdot \frac{432}{x}} = 216.$$

Vậy chi phí thấp nhất để xây dựng bể là $216 \cdot 500000 = 108.000.000$ đồng.

Đáp án: **108** □

Câu 8. Một thanh sắt chiều dài $AB = 100 \text{ m}$ được cắt thành hai phần AC và CB với $AC = x$ (m). Đoạn AC được uốn thành một hình vuông có chu vi bằng AC và đoạn CB uốn thành tam giác đều có chu vi bằng CB . Tìm x (tính bằng mét, làm tròn đến hàng phần chục) để tổng diện tích của hình vuông và tam giác nhỏ nhất.

Lời giải.

Theo đề các cạnh của hình vuông có độ dài là $\frac{x}{4}$, các cạnh của tam giác đều có độ dài là $\frac{100-x}{3}$.

$$Ta \text{ có } S = \left(\frac{x}{4}\right)^2 + \left(\frac{100-x}{3}\right)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{(9+4\sqrt{3})}{144}x^2 - \frac{800\sqrt{3}}{144}x + \frac{40000\sqrt{3}}{144}.$$

Đây là hàm bậc hai có hệ số $a > 0$ nên hàm đạt giá trị nhỏ nhất khi

$$x = -\frac{b}{2a} = \frac{800\sqrt{3}}{144} \cdot \frac{144}{2 \cdot (9 + 4\sqrt{3})} \approx 43,5 \text{ m.}$$

Đáp án: 43,5 □

—HẾT—

BẢNG ĐÁP ÁN

ĐÁP ÁN PHẦN I

1. A	2. B	3. C	4. D	5. A	6. C	7. C	8. B	9. A	10. B
11. C	12. C	13. A	14. B	15. A	16. D	17. B	18. C	19. A	20. B
21. D	22. C	23. A	24. A	25. D					

ĐÁP ÁN PHẦN II

Câu 1. a S b S c Đ d Đ	Câu 2. a S b S c Đ d Đ
Câu 3. a S b Đ c S d Đ	Câu 4. a S b Đ c S d Đ
Câu 5. a S b Đ c S d Đ	

ĐÁP ÁN PHẦN III

Câu 1. -63,2	Câu 2. 36	Câu 3. 6,5	Câu 4. 0	Câu 5. 41	Câu 6. 20
Câu 7. 108	Câu 8. 43,5				



ĐỀ SỐ 3

Bài 3. ĐƯỜNG TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ Môn Toán – Khối 12

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề).

Họ, tên học sinh:

Lớp:

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 15.
Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Đường thẳng $x = a$ là một đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu điều kiện sau thỏa mãn

- A. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = a$. B. $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = +\infty$. C. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = a$. D. $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = a$.

Câu 2. Đường thẳng $y = ax + b$ ($a \neq 0$) được gọi là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu

- A. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - ax - b) = 0$ hoặc $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - ax - b) = 0$.
B. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - ax + b) = 0$ hoặc $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - ax + b) = 0$.
C. $\lim_{x \rightarrow 0} (f(x) - ax + b) = +\infty$ hoặc $\lim_{x \rightarrow 0} (f(x) - ax + b) = -\infty$.
D. $\lim_{x \rightarrow 0} (f(x) - ax - b) = -\infty$ hoặc $\lim_{x \rightarrow 0} (f(x) - ax - b) = +\infty$.

Câu 3. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ là đường thẳng

- A. $y = -1$. B. $x = -1$. C. $y = 2$. D. $x = 2$.

Câu 4. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2x-3}$ là đường thẳng

- A. $y = \frac{3}{2}$. B. $x = \frac{3}{2}$. C. $y = 0$. D. $y = \frac{1}{2}$.

Câu 5. Đồ thị hàm số $f(x) = \frac{2x-3}{x+1}$ có đường tiệm cận đứng là

- A. $y = 2$. B. $x = -1$. C. $y = -1$. D. $x = 2$.

Câu 6. Hàm số nào sau đây có đồ thị nhận đường thẳng $x = 2$ là đường tiệm cận đứng?

- A. $y = \frac{2}{x+2}$. B. $y = \frac{5x}{2-x}$.
C. $y = \frac{1}{x+1}$. D. $y = x - 2 + \frac{1}{x+1}$.

Câu 7. Đồ thị của hàm số nào sau đây có giao điểm của hai đường tiệm cận thuộc đường thẳng $y = x$?

- A. $y = \frac{2x-1}{x+3}$. B. $y = \frac{x+4}{x-1}$. C. $y = \frac{2x+1}{x+2}$. D. $y = \frac{1}{x+3}$.

Câu 8. Đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x^2-4}$ có mấy đường tiệm cận?

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.

Câu 9. Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + x - 1}{x}$ có phương trình là

- A. $y = x - 1$. B. $y = x - 2$. C. $y = x - 3$. D. $y = x + 1$.

Câu 10. Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{2x^2 - 3x + 4}{x - 1}$ có phương trình là

- A. $y = x - 1$. B. $y = 2x - 1$. C. $y = 2x + 1$. D. $y = x + 1$.

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	-	+	0	-
y	$+\infty$ ↘ -1	$-\infty$ ↗ 2	↘ $-\infty$	

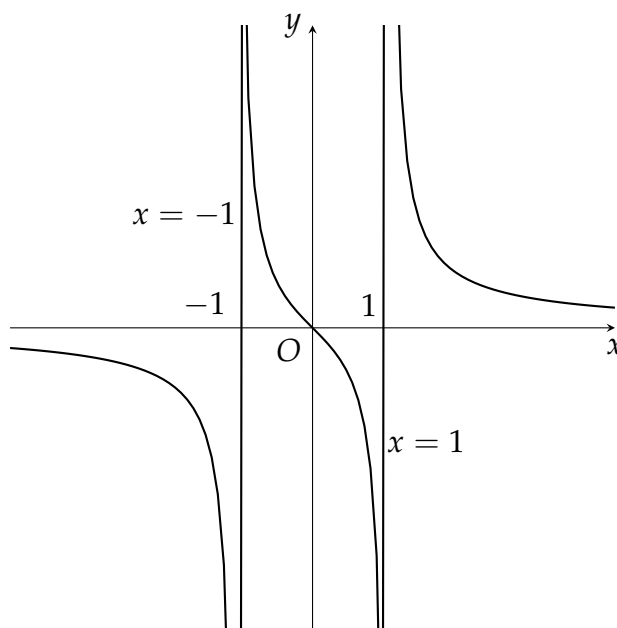
Chọn khẳng định đúng

- A. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang.
B. Đồ thị hàm số có đúng một tiệm cận đứng.
C. Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng và tiệm cận ngang.
D. Đồ thị hàm số có đúng một tiệm cận ngang.

Câu 12.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Đồ thị hàm số chỉ có 2 đường tiệm cận đứng $x = -1$ và $x = 1$.
B. Đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận.
C. Đồ thị hàm số có 4 đường tiệm cận.
D. Đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận đứng và 1 đường tiệm cận xiên.



Câu 13. Biết rằng đồ thị hàm số $y = \frac{ax + 1}{bx - 2}$ có tiệm cận đứng là $x = 2$ và tiệm cận ngang là $y = 3$. Giá trị của $a + b$ bằng

- A. 0. B. 4. C. 5. D. 1.

Câu 14. Tìm tất cả giá trị của tham số m để đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = 2mx + 3 - \frac{4}{x + 1}$ đi qua điểm $M(1; 7)$.

- A. $m = 1$. B. $m = 3$. C. $m = 2$. D. $m = -2$.

Câu 15. Tại một công ty sản xuất đồ chơi A, công ty phải chi 50000 USD để thiết lập dây chuyền sản xuất ban đầu. Sau đó, cứ sản xuất được một sản phẩm đồ chơi A, công ty phải trả 5 USD cho nguyên liệu thô và nhân công. Gọi x ($x \geq 1$) là số đồ chơi A mà công ty đã sản xuất và $T(x)$ (đơn vị USD) là tổng số tiền bao gồm cả chi phí ban đầu mà công ty phải chi trả khi sản xuất x đồ chơi A. Người ta xác định chi phí trung bình cho mỗi sản phẩm đồ chơi A là $M(x) = \frac{T(x)}{x}$. Khi x đủ lớn ($x \rightarrow +\infty$) thì chi phí trung bình (USD) cho mỗi sản phẩm đồ chơi A gần nhất với kết quả nào sau đây?

- A. 50 000. B. 50 005. C. 10. D. 5.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = 1$, $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 1$.
b) Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 3$.
c) Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ không có tiệm cận ngang.
d) Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ không có tiệm cận đứng.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{\pm 2\}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới.

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$
y'	—	—	—	
y	0 \searrow —10	$+\infty$ \searrow $-\infty$	$+\infty$ \searrow 0	

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Hàm số không có điểm cực trị. b) $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = +\infty$.
c) Đồ thị hàm số có đúng 1 tiệm cận ngang. d) Đồ thị hàm số có đúng 1 tiệm cận đứng.

Câu 3. Cho hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2 - x + 2}}{x - 1}$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.
b) Đồ thị hàm số có các đường tiệm cận ngang là $y = 1$, $y = -1$.
c) Đồ thị hàm số đã cho có tất cả 2 đường tiệm cận.
d) Các đường tiệm cận của đồ thị cùng với trục Oy tạo thành 1 đa giác có diện tích bằng 1.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{2x^2 + 2x + 5}{2x + 1}$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $y' = \frac{4(x^2 + x - 2)}{(2x + 1)^2}$.
b) Các điểm cực trị của đồ thị hàm số có tọa độ là $(-2; -3)$ và $(1; 3)$.
c) Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số có phương trình là $x = -\frac{1}{2}$.
d) Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số có phương trình là $y = x + \frac{1}{2}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6 vào ô kết quả.

Câu 1. Các đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+3}{x-1}$ tạo với hai trục tọa độ một hình chữ nhật có diện tích bằng bao nhiêu?

KQ:

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-3}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $\Delta : y = mx + m - 3$. Biết đường thẳng Δ đi qua giao điểm hai đường tiệm cận của (C). Khi đó giá trị của m bằng bao nhiêu?

KQ:

Câu 3. Cho hàm số $y = \frac{3x^2+2x}{4x+4}$. Khoảng cách từ điểm $M(3; -2)$ đến đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số này bằng bao nhiêu?

KQ:

Câu 4. Nồng độ oxygen trong hồ theo thời gian t cho bởi công thức $y(t) = 5 - \frac{15t}{9t^2+1}$, với y được tính theo mg/l và t được tính theo giờ, $t \geq 0$. Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = y(t)$ khi $t \rightarrow +\infty$ có dạng $y = a$. Giá trị của a bằng bao nhiêu?

KQ:

Câu 5. Số lượng sản phẩm bán được của một công ty trong x (tháng) được tính theo công thức $S(x) = 200 \left(5 - \frac{9}{2+x} \right)$, trong đó $x \geq 1$. Xem $y = S(x)$ là một hàm số xác định trên nửa khoảng $[1; +\infty)$. Biết $y = a$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đó. Giá trị của a bằng bao nhiêu?

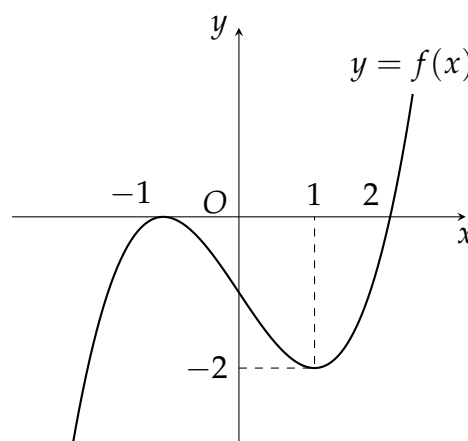
KQ:

Câu 6.

Cho hàm đa thức bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.

Đồ thị hàm số $y = \frac{(x+1)(x^2-1)}{f(x)}$ có bao nhiêu đường tiệm cận (đứng và ngang)?

KQ:



—HẾT—



ĐỀ SỐ 3

Bài 3. ĐƯỜNG TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ

Môn Toán – Khối 12

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề).

Họ, tên học sinh:

Lớp:

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 15.

Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Đường thẳng $x = a$ là một đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu điều kiện sau thỏa mãn

- A. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = a$. B. $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = +\infty$. C. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = a$. D. $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = a$.

Lời giải.

Đường thẳng $x = a$ được gọi là một đường tiệm cận đứng (hay tiệm cận đứng) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu ít nhất một trong các điều kiện sau thỏa mãn:

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = +\infty, \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = -\infty, \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = -\infty, \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = +\infty.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2. Đường thẳng $y = ax + b$ ($a \neq 0$) được gọi là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu

- A. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - ax - b) = 0$ hoặc $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - ax - b) = 0$.
B. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - ax + b) = 0$ hoặc $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - ax + b) = 0$.
C. $\lim_{x \rightarrow 0} (f(x) - ax + b) = +\infty$ hoặc $\lim_{x \rightarrow 0} (f(x) - ax + b) = -\infty$.
D. $\lim_{x \rightarrow 0} (f(x) - ax - b) = -\infty$ hoặc $\lim_{x \rightarrow 0} (f(x) - ax - b) = +\infty$.

Lời giải.

Đường thẳng $y = ax + b$, $a \neq 0$, được gọi là đường tiệm cận xiên (hay tiệm cận xiên) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0 \text{ hoặc } \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ là đường thẳng

- A. $y = -1$. B. $x = -1$. C. $y = 2$. D. $x = 2$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 2$ suy ra đường thẳng $y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 4. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2x-3}$ là đường thẳng

- A. $y = \frac{3}{2}$. B. $x = \frac{3}{2}$. C. $y = 0$. D. $y = \frac{1}{2}$.

Lời giải.

Vì $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{2x-3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{2x-3} = 0$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = 0$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 5. Đồ thị hàm số $f(x) = \frac{2x-3}{x+1}$ có đường tiệm cận đứng là

- A. $y = 2$. B. $x = -1$. C. $y = -1$. D. $x = 2$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{2x-3}{x+1} = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{2x-3}{x+1} = -\infty$ nên đường thẳng $x = -1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 6. Hàm số nào sau đây có đồ thị nhận đường thẳng $x = 2$ là đường tiệm cận đứng?

- A. $y = \frac{2}{x+2}$. B. $y = \frac{5x}{2-x}$.
C. $y = \frac{1}{x+1}$. D. $y = x-2 + \frac{1}{x+1}$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{5x}{2-x} = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{5x}{2-x} = +\infty$ nên đồ thị hàm số $y = \frac{5x}{2-x}$ nhận $x = 2$ làm tiệm cận đứng.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 7. Đồ thị của hàm số nào sau đây có giao điểm của hai đường tiệm cận thuộc đường thẳng $y = x$?

- A. $y = \frac{2x-1}{x+3}$. B. $y = \frac{x+4}{x-1}$. C. $y = \frac{2x+1}{x+2}$. D. $y = \frac{1}{x+3}$.

Lời giải.

Đáp án $y = \frac{2x-1}{x+3}$ có giao hai đường tiệm cận là $(-3; 2) \notin d$

Đáp án $y = \frac{x+4}{x-1}$ có giao hai đường tiệm cận là $(1; 1) \in d$

Đáp án $y = \frac{2x+1}{x+2}$ có giao hai đường tiệm cận là $(-2; 2) \notin d$

Đáp án $y = \frac{1}{x+3}$ có giao hai đường tiệm cận là $(-3; 0) \notin d$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 8. Đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x^2-4}$ có mấy đường tiệm cận?

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.

Lời giải.

Hàm số $y = \frac{x-2}{x^2-4} = \frac{x-2}{(x-2)(x+2)} = \frac{1}{x+2}$.

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x+2} = 0 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x+2} = 0. \end{cases}$$

Nên $y = 0$ là đường tiệm cận ngang của hàm số, hàm số có tiệm cận ngang thì không có tiệm cận xiên.

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{1}{x+2} = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{1}{x+2} = +\infty. \end{cases}$$

Nên $x = -2$ là đường tiệm cận đứng của hàm số.

Vậy hàm số có hai đường tiệm cận.

Chọn đáp án **C** □

Câu 9. Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + x - 1}{x}$ có phương trình là

- A. $y = x - 1$. B. $y = x - 2$. C. $y = x - 3$. D. $y = x + 1$.

Lời giải.

Ta có $y = \frac{x^2 + x - 1}{x} = x + 1 - \frac{1}{x}$.

Xét

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (y - (x + 1)) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-1}{x} = 0$$

Vậy đường tiệm cận xiên cần tìm của hàm số $f(x)$ có phương trình $y = x + 1$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 10. Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{2x^2 - 3x + 4}{x - 1}$ có phương trình là

- A. $y = x - 1$. B. $y = 2x - 1$. C. $y = 2x + 1$. D. $y = x + 1$.

Lời giải.

Ta có $y = \frac{2x^2 - 3x + 4}{x - 1} = 2x - 1 + \frac{3}{x - 1}$. Suy ra $y = 2x - 1$ là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

Chọn đáp án **B** □

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	—	+	0	—
y	$+\infty$ ↘ -1		2 ↗ $-\infty$	$-\infty$

Chọn khẳng định đúng

- A. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang.
B. Đồ thị hàm số có đúng một tiệm cận đứng.
C. Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng và tiệm cận ngang.
D. Đồ thị hàm số có đúng một tiệm cận ngang.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$.

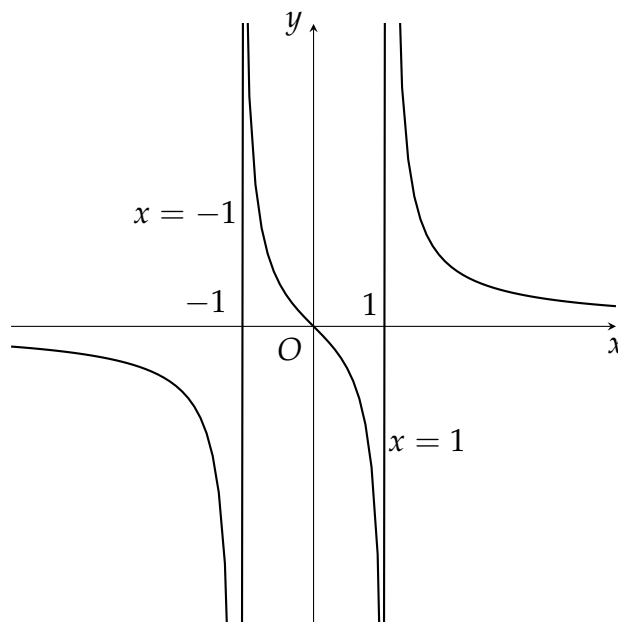
Suy ra đồ thị hàm số có đúng một tiệm cận đứng.

Chọn đáp án **B** □

Câu 12.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Đồ thị hàm số chỉ có 2 đường tiệm cận đứng $x = -1$ và $x = 1$.
- B. Đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận.
- C. Đồ thị hàm số có 4 đường tiệm cận.
- D. Đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận đứng và 1 đường tiệm cận xiên.



Lời giải.

Đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận đứng $x = -1$ và $x = 1$ và một đường tiệm cận ngang $y = 0$, hàm số không có đường tiệm cận xiên.

Chọn đáp án **(B)** ☐

Câu 13. Biết rằng đồ thị hàm số $y = \frac{ax+1}{bx-2}$ có tiệm cận đứng là $x = 2$ và tiệm cận ngang là $y = 3$. Giá trị của $a + b$ bằng

- A. 0.
- B. 4.
- C. 5.
- D. 1.

Lời giải.

Điều kiện để đồ thị hàm số $y = \frac{ax+1}{bx-2}$ có tiệm cận đứng và tiệm cận ngang là $-2a - b \neq 0$. (*)

$b \neq 0$ vì nếu $b = 0$, đồ thị hàm số $y = \frac{ax+1}{-2}$ không có tiệm cận.

Tập xác định của hàm số $y = \frac{ax+1}{bx-2}$ là $\mathcal{D} = \left(-\infty; \frac{2}{b}\right) \cup \left(\frac{2}{b}; +\infty\right)$.

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{ax+1}{bx-2} = \frac{a}{b} \Rightarrow y = \frac{a}{b}$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Theo giả thiết ta có $\frac{a}{b} = 3 \Leftrightarrow a = 3b$.

Đồ thị hàm số $y = \frac{ax+1}{bx-2}$ có $x = \frac{2}{b}$ là đường tiệm cận đứng.

Theo giả thiết ta có $\frac{2}{b} = 2 \Leftrightarrow b = 1 \Rightarrow a = 3$ (thỏa mãn điều kiện (*)).

Vậy $a + b = 4$.

Chọn đáp án **(B)** ☐

Câu 14. Tìm tất cả giá trị của tham số m để đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = 2mx + 3 - \frac{4}{x+1}$ đi qua điểm $M(1;7)$.

- A. $m = 1$.
- B. $m = 3$.
- C. $m = 2$.
- D. $m = -2$.

Lời giải.

Xét $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (y - (2mx + 3)) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-4}{x+1} = 0$.

Vậy đường tiệm cận xiên có phương trình $y = 2mx + 3$.

Đường thẳng này qua điểm $M(1;7)$, suy ra $2m \cdot 1 + 3 = 7 \Leftrightarrow m = 2$.

Chọn đáp án **(C)** ☐

Câu 15. Tại một công ty sản xuất đồ chơi A, công ty phải chi 50000 USD để thiết lập dây chuyền sản xuất ban đầu. Sau đó, cứ sản xuất được một sản phẩm đồ chơi A, công ty phải trả 5 USD cho nguyên liệu thô và nhân công. Gọi x ($x \geq 1$) là số đồ chơi A mà công ty đã sản xuất và $T(x)$ (đơn vị USD) là tổng số tiền bao gồm cả chi phí ban đầu mà công ty phải chi trả khi sản xuất x đồ chơi A. Người ta xác định chi phí trung bình cho mỗi sản phẩm đồ chơi A là $M(x) = \frac{T(x)}{x}$. Khi x đủ lớn ($x \rightarrow +\infty$) thì chi phí trung bình (USD) cho mỗi sản phẩm đồ chơi A gần nhất với kết quả nào sau đây?

- A. 50 000. B. 50 005. C. 10. D. 5.

Lời giải.

Gọi $T(x)$ (đơn vị USD) là tổng số tiền bao gồm cả chi phí ban đầu mà công ty phải chi trả khi sản xuất x đồ chơi A thì $T(x) = 50\,000 + 5x$.

Ta có

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{T(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{50\,000}{x} + 5 \right) = 5.$$

Chọn đáp án **D** ☐

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = 1$, $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 1$.
- b) Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 3$.
- c) Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ không có tiệm cận ngang.
- d) Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ không có tiệm cận đứng.

Lời giải.

a) Do $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$ nên $y = 1$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số. (1)


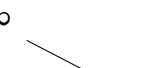
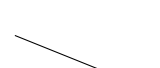
b) Do $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = +\infty$ nên $x = 3$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số. (2)

c) Từ (1) suy ra khẳng định này sai.

d) Từ (2) suy ra khẳng định này sai.

Chọn đáp án **a đúng b đúng c sai d sai** ☐

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{\pm 2\}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới.

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$
y'	—	—	—	
y	0 	$+\infty$ 	$+\infty$ 	0
		-10	$-\infty$	

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Hàm số không có điểm cực trị. b) $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = +\infty$.
 c) Đồ thị hàm số có đúng 1 tiệm cận ngang. d) Đồ thị hàm số có đúng 1 tiệm cận đứng.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy

- a) Hàm số không có điểm cực trị;
 b) $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = -10$;
 c) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 0$. Suy ra đồ thị có đúng 1 đường tiệm cận ngang là $y = 0$.
 d) $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty$ nên đồ thị hàm số có đúng 2 đường tiệm cận đứng $x = \pm 2$.

Chọn đáp án

a đúng	b sai	c đúng	d sai
--------	-------	--------	-------

 \square

Câu 3. Cho hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2 - x + 2}}{x - 1}$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.
 b) Đồ thị hàm số có các đường tiệm cận ngang là $y = 1$, $y = -1$.
 c) Đồ thị hàm số đã cho có tất cả 2 đường tiệm cận.
 d) Các đường tiệm cận của đồ thị cùng với trục Oy tạo thành 1 đa giác có diện tích bằng 1.

Lời giải.

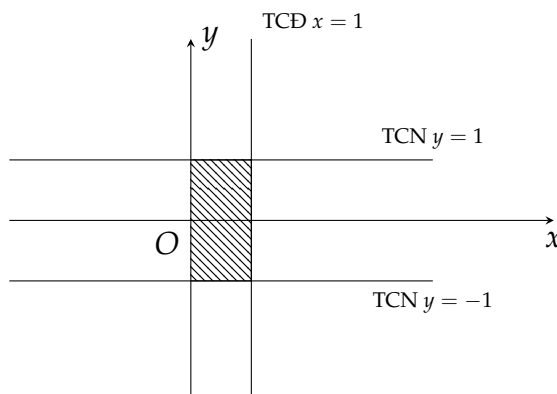
- a) Điều kiện xác định $\begin{cases} x^2 - x + 2 > 0 \text{ luôn đúng} \\ x - 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \neq 1$. Vậy tập xác định của hàm số là $\mathbb{R} \setminus \{1\}$

b) Ta có

- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$ nên $y = -1$ là đường tiệm cận ngang;
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ nên $y = 1$ là đường tiệm cận ngang;

- c) Do $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty$ nên $x = 1$ là đường tiệm cận đứng. Vậy đồ thị hàm số có tất cả 3 đường tiệm cận (2 TCN và 1 TCD).

- d) Minh họa miền giới hạn của các đường tiệm cận và trục Oy như sau:



Miền giới hạn là hình chữ nhật có diện tích là $S = 2 \cdot 1 = 2$.

Chọn đáp án

a đúng	b đúng	c sai	d sai
--------	--------	-------	-------

 ☐

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{2x^2 + 2x + 5}{2x + 1}$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $y' = \frac{4(x^2 + x - 2)}{(2x + 1)^2}$.
- b) Các điểm cực trị của đồ thị hàm số có tọa độ là $(-2; -3)$ và $(1; 3)$.
- c) Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số có phương trình là $x = -\frac{1}{2}$.
- d) Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số có phương trình là $y = x + \frac{1}{2}$.

Lời giải.

a) Ta có $y' = \frac{(2x^2 + 2x + 5)'(2x + 1) - (2x + 1)'(2x^2 + 2x + 5)}{(2x + 1)^2} = \frac{4(x^2 + x - 2)}{(2x + 1)^2}$.

b) $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$.

Thay vào hàm số, ta tính được tọa độ các điểm cực trị là $(-2; -3)$ và $(1; 3)$.

c) Điều kiện xác định $x \neq -\frac{1}{2}$.

$\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}^+} f(x) = +\infty$ nên $x = -\frac{1}{2}$ là đường tiệm cận đứng;

d) $y = \frac{2x^2 + 2x + 5}{2x + 1} = x + \frac{1}{2} + \frac{9}{2(2x + 1)}$.

Suy ra đồ thị có đường tiệm cận xiên là $y = x + \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án

a đúng	b đúng	c đúng	d đúng
--------	--------	--------	--------

 ☐

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6 vào ô kết quả.

Câu 1. Các đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x + 3}{x - 1}$ tạo với hai trục tọa độ một hình chữ nhật có diện tích bằng bao nhiêu?

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

- $\lim_{x \rightarrow 1} y = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x + 3}{x - 1} = +\infty \Rightarrow x = 1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + 3}{x - 1} = 2 \Rightarrow y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số tạo với hai trục tọa độ một hình chữ nhật có diện tích $S = 1 \cdot 2 = 2$.

Đáp án:

2

 ☐

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-3}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $\Delta : y = mx + m - 3$. Biết đường thẳng Δ đi qua giao điểm hai đường tiệm cận của (C). Khi đó giá trị của m bằng bao nhiêu?

Lời giải.

Đồ thị (C) có TCD là $x = 3$ và TCN là $y = 1$, suy ra $I(3;1)$ là giao điểm hai tiệm cận của (C).
Do $I \in \Delta \Rightarrow 1 = 3m + m - 3 \Leftrightarrow 4m - 4 = 0 \Leftrightarrow m = 1$.

Đáp án: **1** □

Câu 3. Cho hàm số $y = \frac{3x^2 + 2x}{4x + 4}$. Khoảng cách từ điểm $M(3; -2)$ đến đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số này bằng bao nhiêu?

Lời giải.

$$y = \frac{3x^2 + 2x}{4x + 4} = \frac{3}{4}x - \frac{1}{4} + \frac{1}{4x + 4}.$$

$$\text{Xét } \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(y - \left(\frac{3}{4}x - \frac{1}{4} \right) \right) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{4x + 4} = 0.$$

$$\text{Vậy đường tiệm cận xiên có phương trình } y = \frac{3}{4}x - \frac{1}{4} \Leftrightarrow 3x - 4y - 1 = 0.$$

Khoảng cách từ điểm M đến đường tiệm cận xiên là

$$d = \frac{|3 \cdot 3 - 4 \cdot (-2) - 1|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{16}{5} = 3,2$$

Đáp án: **3,2** □

Câu 4. Nồng độ oxygen trong hồ theo thời gian t cho bởi công thức $y(t) = 5 - \frac{15t}{9t^2 + 1}$, với y được tính theo mg/l và t được tính theo giờ, $t \geq 0$. Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = y(t)$ khi $t \rightarrow +\infty$ có dạng $y = a$. Giá trị của a bằng bao nhiêu?

Lời giải.

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} y(t) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \left(5 - \frac{15t}{9t^2 + 1} \right) = 5 \text{ nên } y = 5 \text{ là đường tiệm cận ngang.}$$

Đáp án: **5** □

Câu 5. Số lượng sản phẩm bán được của một công ty trong x (tháng) được tính theo công thức $S(x) = 200 \left(5 - \frac{9}{2+x} \right)$, trong đó $x \geq 1$. Xem $y = S(x)$ là một hàm số xác định trên nửa khoảng $[1; +\infty)$. Biết $y = a$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đó. Giá trị của a bằng bao nhiêu?

Lời giải.

$$\text{Ta có } S(x) = 200 \left(5 - \frac{9}{2+x} \right) = 1000 - \frac{1800}{2+x}.$$

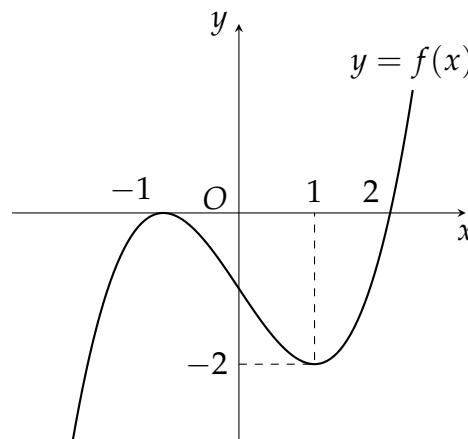
Vì $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} S(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(1000 - \frac{1800}{2+x} \right) = 1000$ nên đường thẳng $y = 1000$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

Đáp án: **1000** □

Câu 6.

Cho hàm đa thức bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.

Đồ thị hàm số $y = \frac{(x+1)(x^2-1)}{f(x)}$ có bao nhiêu đường tiệm cận (đứng và ngang)?



Lời giải.

Hàm số có dạng $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 1$ (vì là hàm bậc ba cắt trục tung tại điểm có tung độ -1)

Đồ thị hàm số đã cho đi qua các điểm có tọa độ là $(-1; 0)$, $(1; -2)$, $(2; 0)$

$$\rightarrow \begin{cases} 8a + 4b + 2c = 1 \\ -a + b - c = 1 \\ a + b + c = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = 0 \\ c = \frac{-3}{2} \end{cases}.$$

$$\rightarrow f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{3}{2}x - 1 = \frac{1}{2}(x-1)^2(x-2).$$

$$\text{Khi đó } y = \frac{(x+1)(x^2-1)}{f(x)} = \frac{(x+1)(x^2-1)}{\frac{1}{2}(x-1)^2(x-2)} = \frac{2(x+1)^2}{(x-1)(x-2)}.$$

Đồ thị hàm số trên có tiệm cận ngang $y = 2$ và tiệm cận đứng là $x = 1, x = 2$.

Vậy đồ thị hàm số $y = \frac{(x+1)(x^2-1)}{f(x)}$ có 3 đường tiệm cận.

Đáp án: 3 □

—HẾT—

BẢNG ĐÁP ÁN

ĐÁP ÁN PHẦN I

1. B	2. A	3. C	4. C	5. B	6. B	7. B	8. C	9. D	10. B
11. B	12. B	13. B	14. C	15. D					

ĐÁP ÁN PHẦN II

Câu 1. a Đ b Đ c S d S	Câu 2. a Đ b S c Đ d S
Câu 3. a Đ b Đ c S d S	Câu 4. a Đ b Đ c Đ d Đ

ĐÁP ÁN PHẦN III

Câu 1. 2	Câu 2. 1	Câu 3. 3,2	Câu 4. 5	Câu 5. 1000	Câu 6. 3
----------	----------	------------	----------	-------------	----------



ĐỀ SỐ 4

Bài 4. KHẢO SÁT SỰ BIẾN THIÊN VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ
Môn Toán – Khối 12

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề).

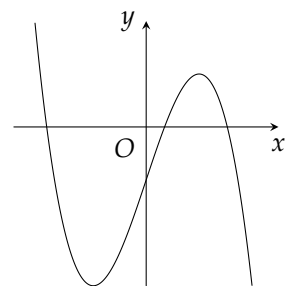
Họ, tên học sinh:

Lớp:

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 15.
Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1.

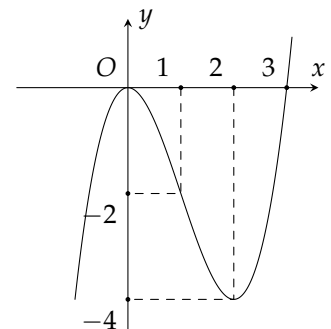
Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây.
Hàm số đó là hàm số nào?



- A. $y = -x^3 + 3x - 1$. B. $y = x^3 - 3x - 1$.
C. $y = -x^3 + 3x^2 - 1$. D. $y = -x^3 - 1$.

Câu 2.

Đồ thị hàm số nào sau đây có hình dạng như hình bên?



- A. $y = x^3 - 3x$. B. $y = x^3 - 3x^2$.
C. $y = x^3 + 3x$. D. $y = x^3 + 3x^2$.

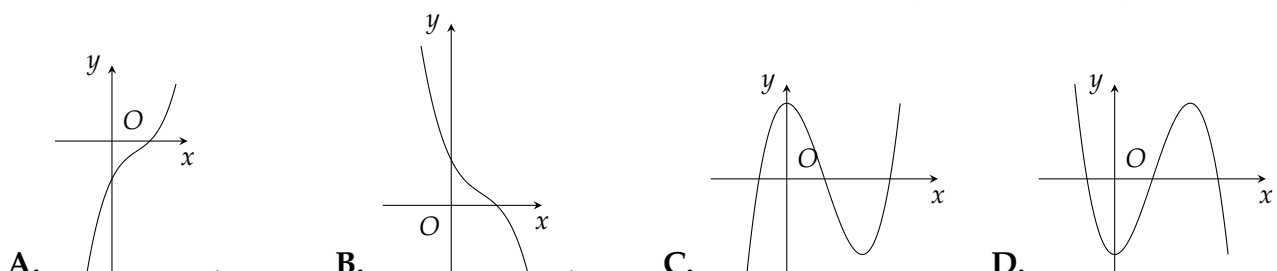
Câu 3.

Trong các hàm số sau, hàm số nào có bảng biến thiên như hình bên?

- A. $y = -\frac{1}{3}x^3 + x^2 + 3x + \frac{2}{3}$.
B. $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x - \frac{2}{3}$.
C. $y = x^3 - 3x^2 - 9x - 2$.
D. $y = -x^3 + 3x^2 + 9x - 2$.

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$		
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$			1		$-\frac{29}{3}$	$+\infty$
	$-\infty$					

Câu 4. Đồ thị của hàm số $y = -x^3 + 2x^2 - 2x + 1$ là hình nào trong 4 hình sau đây?



Câu 5.

Trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C và D dưới đây, hàm số nào có bảng biến thiên như hình bên?

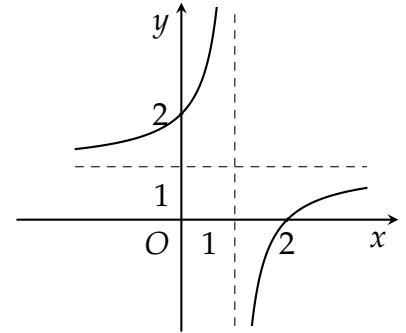
A. $y = \frac{x-2}{x+1}$.
C. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

B. $y = \frac{x+1}{x-1}$.
D. $y = \frac{x-2}{x-1}$.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	+		+
y	1	$+\infty$	$-\infty$

Câu 6. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = \frac{x-2}{x+1}$. B. $y = \frac{x+2}{x-1}$. C. $y = \frac{x+2}{x-2}$. D. $y = \frac{x-2}{x-1}$.

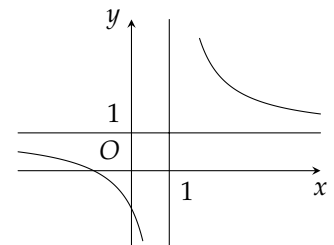


Câu 7.

Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

A. $y = \frac{x+1}{-x+1}$.
C. $y = \frac{x+1}{x-1}$.

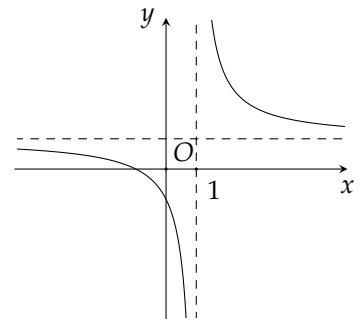
B. $y = \frac{x-1}{x+1}$.
D. $y = \frac{x-1}{-x-1}$.



Câu 8.

Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ với a, b, c, d là các số thực. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $y' < 0, \forall x \neq 1$. B. $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.
C. $y' > 0, \forall x \neq 1$. D. $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.



Câu 9.

Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình bên

A. $y = \frac{x^2 - x + 4}{x + 1}$.
C. $y = \frac{x^2 + 2x + 4}{x + 1}$.

B. $y = \frac{x^2 + x + 4}{x + 1}$.
D. $y = \frac{x^2 - 2x + 4}{x + 1}$.

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	$-\infty$	-5	$+\infty$	3	$+\infty$

Câu 10.

Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình bên

A. $y = \frac{x^2 - 2x - 4}{x + 2}$.
C. $y = \frac{x^2 - 2x + 4}{x - 2}$.

B. $y = \frac{x^2 + 2x + 4}{x + 2}$.
D. $y = \frac{x^2 - x - 4}{x - 2}$.

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'	+		+
y	$-\infty$	$+\infty$	$+\infty$

Câu 11.

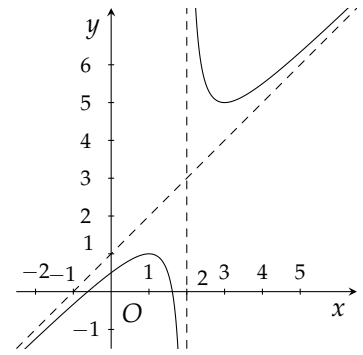
Đồ thị ở hình bên là của một trong bốn hàm số sau. Hỏi đó là hàm số nào?

A. $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 2}$.

B. $y = \frac{x^2 - 2x - 1}{x - 2}$.

C. $y = \frac{x^2 + x - 1}{x - 2}$.

D. $y = \frac{x^2 - x - 1}{x - 2}$.

**Câu 12.**

Cho hàm số $y = \frac{ax + b}{x + c}$ có đồ thị như hình bên với $a, b, c \in \mathbb{Z}$.

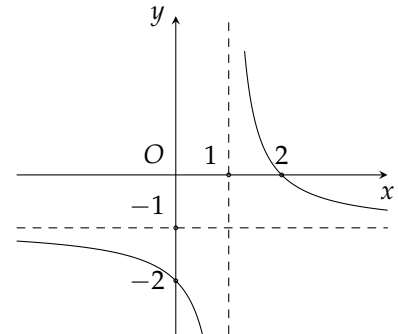
Tính giá trị của biểu thức $T = a - 3b + 2c$?

A. $T = 10$.

B. $T = -7$.

C. $T = -9$.

D. $T = 12$.



Câu 13. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên.

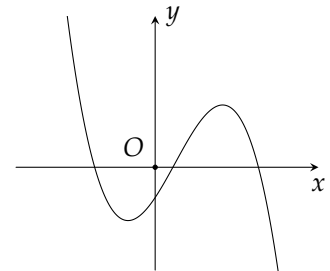
Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $a > 0, b > 0, c < 0, d < 0$.

B. $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$.

C. $a < 0, b > 0, c < 0, d < 0$.

D. $a < 0, b < 0, c < 0, d > 0$.



Câu 14. Một bể chứa ban đầu có 100 lít nước. Sau đó, cứ mỗi phút người ta bơm thêm 20 lít nước, đồng thời cho vào bể 10 gam chất khử trùng (hòa tan). Hàm số $f(t)$ thể hiện nồng độ chất khử trùng (gam/lít) trong bể sau t phút là

A. $f(t) = \frac{20t + 100}{10t}$.

B. $f(t) = \frac{10t}{20t + 100}$.

C. $f(t) = 20t + 100$.

D. $f(t) = 20,02t + 100$.

Câu 15. Hồ nuôi tôm giống của một anh nông dân chứa 30 khối nước, cứ mỗi giờ máy bơm nước sẽ bơm thêm vào hồ 4 khối nước, đồng thời anh ta cũng thêm vào 3 kg bột xử lý nước. Nồng độ (kg/khối) của bột xử lý nước trong hồ không bao giờ vượt qua

A. 12 (kg/khối).

B. 1,33 (kg/khối).

C. 1,25 (kg/khối).

D. 0,75 (kg/khối).

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 1$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Hàm số có 2 cực trị.

b) Điểm cực đại của hàm số là $x = 2$.

c) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 3)$.

d) Giá trị lớn nhất của hàm số là 3.

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{3 - 2x}{x + 1}$ có đồ thị (C). Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

- b) Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $y = 3$.
 c) Tâm đối xứng của đồ thị là $(-1; -2)$.
 d) Hàm số có bảng biến thiên như sau:

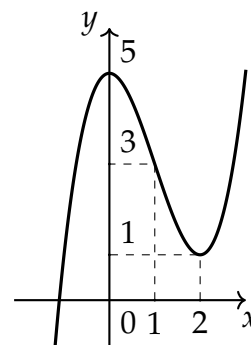
x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'	$-$		$-$
y	-2 ↘ $-\infty$		$+\infty$ ↘ -2

Câu 3.

Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình bên. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Hàm số có hai điểm cực trị.
 b) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[0; 2]$ bằng 2.
 c) Hàm số có bảng biến thiên như hình sau:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	5	1	$+\infty$	



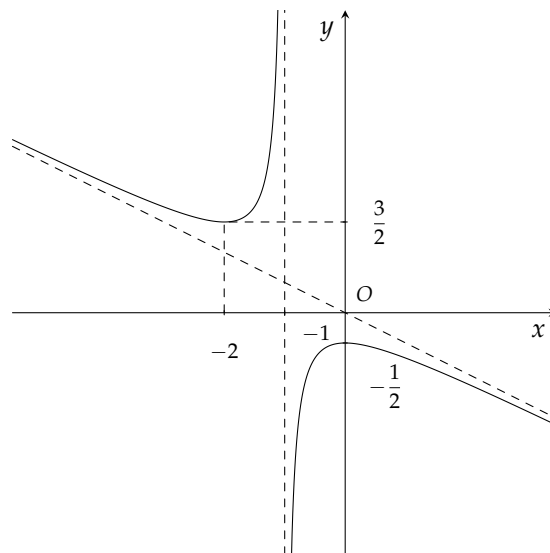
- d) Đồ thị hình bên là của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 5$.

Câu 4.

Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{ex + f}$ có đồ thị như hình bên.

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$.
 b) Hàm số đạt cực đại tại $x = -2$.
 c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $(-\infty; -1)$ là $\frac{3}{2}$.
 d) Điểm cực tiểu của hàm số là $x = -2$.



PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6 vào ô kết quả.

Câu 1. Cho hàm số $y = 2x^3 - 5x^2 + 7$. Tính giá trị của hàm số tại $x = 2$.

KQ:

Câu 2. Hàm số $y = \frac{x^2 + 3}{x + 1}$ có đường tiệm cận xiên là $y = g(x)$. Giá trị của $g(-2)$ bằng bao nhiêu?

KQ:

Câu 3.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên \mathbb{R} và có bảng biến thiên như hình bên. Phương trình $f(x) = 1$ có bao nhiêu nghiệm?

KQ:

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$		
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$			4			$+\infty$
	$-\infty$			-2		

Câu 4.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Đường tiệm cận đứng $x = a$. Hãy cho biết giá trị của a .

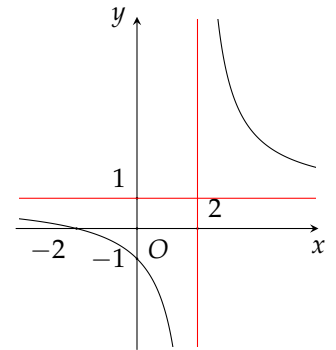
KQ:

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
y'	$-$	$-$	
y	1	$+\infty$	1

Câu 5.

Đường cong ở hình bên là đồ thị hàm số $y = \frac{ax+2}{cx+b}$ với a, b, c là các số thực. Tính $a + b + c$.

KQ:



Câu 6. Một tàu đổ bộ tiếp cận Mặt Trăng theo cách tiếp cận thẳng đứng và đốt cháy các tên lửa hãm ở độ cao 677,6 km so với bề mặt của Mặt Trăng được tính (gần đúng) bởi hàm

$$h(t) = 0,01t^3 - 1,16t^2 + 34,52t - 46,4$$

Trong khoảng thời gian t ở 50 giây đầu ($0 \leq t \leq 50$). Khoảng cách con tàu lớn nhất so với bề mặt của Mặt Trăng là bao nhiêu?

KQ:

—HẾT—



ĐỀ SỐ 4

Bài 4. KHẢO SÁT SỰ BIẾN THIÊN VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ

Môn Toán – Khối 12

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề).

Họ, tên học sinh:

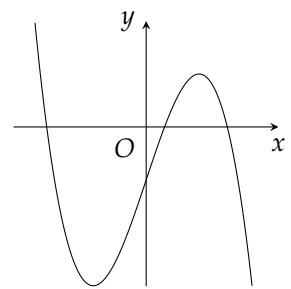
Lớp:

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 15.
Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1.

Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây.
Hàm số đó là hàm số nào?

- A. $y = -x^3 + 3x - 1$. B. $y = x^3 - 3x - 1$.
C. $y = -x^3 + 3x^2 - 1$. D. $y = -x^3 - 1$.



Lời giải.

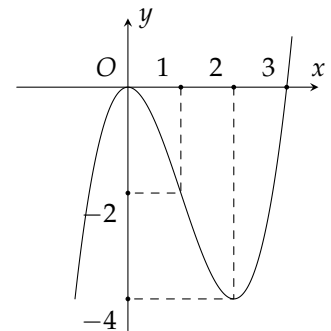
Nhận thấy đây là đồ thị hàm số bậc ba với $a < 0$ có hai điểm cực trị đều có hoành độ khác 0.

Chọn đáp án **A** ☐

Câu 2.

Đồ thị hàm số nào sau đây có hình dạng như hình bên?

- A. $y = x^3 - 3x$. B. $y = x^3 - 3x^2$.
C. $y = x^3 + 3x$. D. $y = x^3 + 3x^2$.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy hàm số đạt cực trị tại $x = 0$ và $x = 2$. Mà trong trong các hàm số trên chỉ có hàm số $y = x^3 - 3x^2$ thoả mãn.

Chọn đáp án **B** ☐

Câu 3.

Trong các hàm số sau, hàm số nào có bảng biến thiên như hình bên?

- A. $y = -\frac{1}{3}x^3 + x^2 + 3x + \frac{2}{3}$.
B. $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x - \frac{2}{3}$.
C. $y = x^3 - 3x^2 - 9x - 2$.
D. $y = -x^3 + 3x^2 + 9x - 2$.

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$		
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$			1		$-\frac{29}{3}$	$+\infty$
	$-\infty$					

Lời giải.

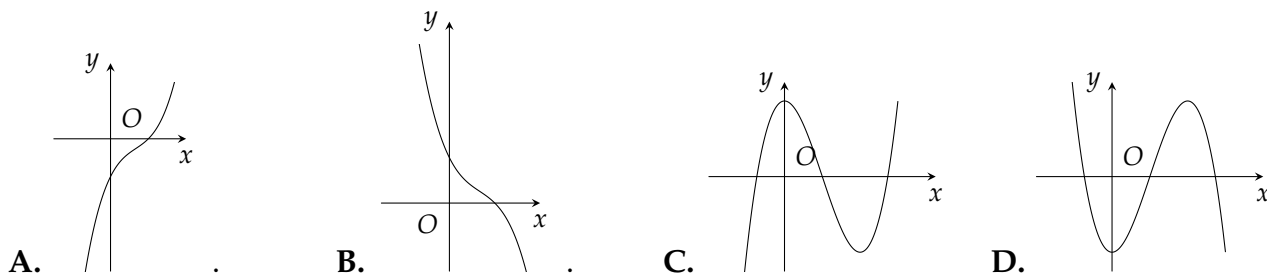
Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy:

Đây là dạng hàm số bậc 3 có hệ số $a > 0$.

Mặt khác, đồ thị hàm số đi qua điểm $(-1; 1)$ nên chọn $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x - \frac{2}{3}$.

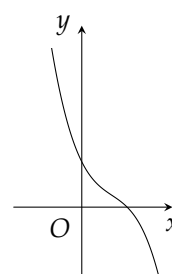
Chọn đáp án **B** ☐

Câu 4. Đồ thị của hàm số $y = -x^3 + 2x^2 - 2x + 1$ là hình nào trong 4 hình sau đây?



Lời giải.

Hàm số $y = -x^3 + 2x^2 - 2x + 1$ có $b^2 - 3ac = 2^2 - 3 \cdot (-1) \cdot (-2) = -2 < 0$ nên không có cực trị và hệ số $a = -1 < 0$ nên có đồ thị như hình bên



Chọn đáp án **B** ☐

Câu 5.

Trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C và D dưới đây, hàm số nào có bảng biến thiên như hình bên?

A. $y = \frac{x-2}{x+1}$.

B. $y = \frac{x+1}{x-1}$.

C. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

D. $y = \frac{x-2}{x-1}$.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	+		+
y	1	$+\infty$	1
		$-\infty$	

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = 1$ nên ta loại $y = \frac{x-1}{x+1}$

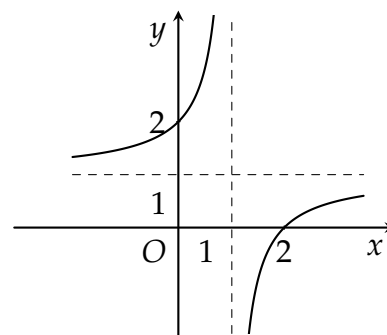
và $y = \frac{x-2}{x+1}$. Mặt khác, đồ thị hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định nên ta chọn

$y = \frac{x-2}{x-1}$.

Chọn đáp án **D** ☐

Câu 6. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = \frac{x-2}{x+1}$. B. $y = \frac{x+2}{x-1}$. C. $y = \frac{x+2}{x-2}$. D. $y = \frac{x-2}{x-1}$.



Lời giải.

Suy ra đồ thị hàm số trên là của hàm số $y = \frac{x-2}{x-1}$.

Chọn đáp án **D** ☐

Câu 7.

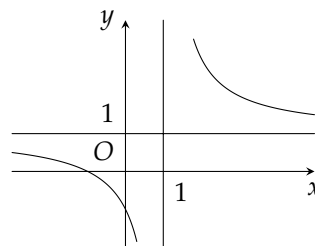
Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

A. $y = \frac{x+1}{-x+1}$.

B. $y = \frac{x - 1}{x + 1}$.

C. $y = \frac{x+1}{x-1}$.

D. $y = \frac{x-1}{-x-1}$.



Lời giải.

Đồ thị hàm số ở hình bên có tiệm cận đứng $x = 1$ và tiệm cận ngang $y = 1$, chỉ có đồ thị của hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ là thỏa mãn.

Chọn đáp án **C** ☐

Câu 8.

Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ với a, b, c, d

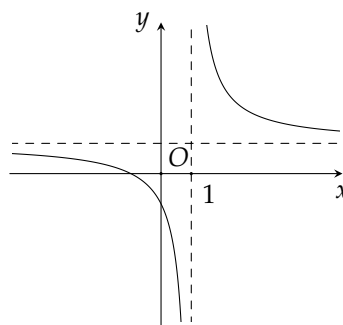
là các số thực. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $y' < 0, \forall x \neq 1$.

B. $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

C. $y' > 0, \forall x \neq 1$.

D. $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số có tập xác định là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$, hàm số luôn nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$, $(1; +\infty)$ nên $y' < 0, \forall x \neq 1$.

Chọn đáp án **B** ☐

Câu 9.

Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình bên

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y			-5		$+\infty$	$+\infty$
	$-\infty$				3	

Lời giải.

Chọn đáp án **B** ☐

Câu 10.

Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình bên

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'	$+$		$+$
y	$-\infty$	$+\infty$	$+\infty$

Lời giải.

Chọn đáp án D ☐

Câu 11.

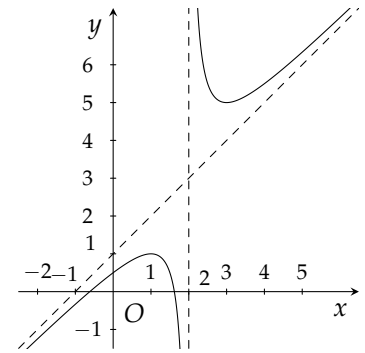
Đồ thị ở hình bên là của một trong bốn hàm số sau. Hỏi đó là hàm số nào?

A. $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 2}$.

C. $y = \frac{x^2 + x - 1}{x - 2}$.

B. $y = \frac{x^2 - 2x - 1}{x - 2}$.

D. $y = \frac{x^2 - x - 1}{x - 2}$.



Lời giải.

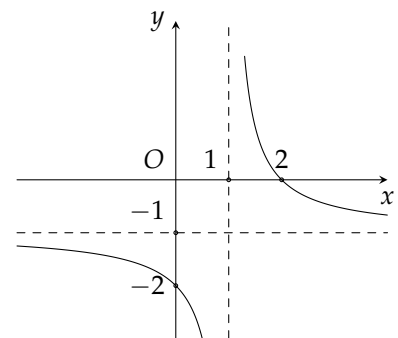
Chọn đáp án **(D)** □

Câu 12.

Cho hàm số $y = \frac{ax + b}{x + c}$ có đồ thị như hình bên với $a, b, c \in \mathbb{Z}$.

Tính giá trị của biểu thức $T = a - 3b + 2c$?

- A. $T = 10$. B. $T = -7$.
C. $T = -9$. D. $T = 12$.



Lời giải.

Dựa vào hàm số ta có tiệm cận ngang là $y = a$, tiệm cận đứng là $x = -c$. Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy tiệm cận ngang là $y = -1$ và tiệm cận đứng là $x = 1$. Suy ra $a = -1$ và $c = -1$. Ta lại thấy đồ thị đi qua điểm $(0; -2)$ nên $-2 = \frac{b}{-1} \Rightarrow b = 2$.

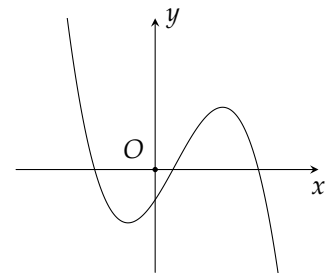
Vậy $T = a - 3b + 2c = -1 - 3 \cdot 2 + 2 \cdot (-1) = -9$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 13. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên.

Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $a > 0, b > 0, c < 0, d < 0$. B. $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$.
C. $a < 0, b > 0, c < 0, d < 0$. D. $a < 0, b < 0, c < 0, d > 0$.



Lời giải.

Phương pháp: Nhận biết dạng của đồ thị hàm số bậc ba.

Cách giải: Quan sát đồ thị hàm số, ta thấy

- Khi $x \rightarrow +\infty$ thì $y \rightarrow -\infty \Rightarrow a < 0$: Loại phương án C.
- Đồ thị hàm số cắt Oy tại điểm có tung độ âm $\Rightarrow d < 0$: Loại phương án B.
- $y = ax^3 + bx^2 + cx + d \Rightarrow y' = 3ax^2 + 2bx + c$ Hàm số có 2 cực trị trái dấu $\Rightarrow ac < 0 \Rightarrow c > 0$ (do $a < 0$): Loại phương án A.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 14. Một bể chứa ban đầu có 100 lít nước. Sau đó, cứ mỗi phút người ta bơm thêm 20 lít nước, đồng thời cho vào bể 10 gam chất khử trùng (hòa tan). Hàm số $f(t)$ thể hiện nồng độ chất khử trùng (gam/lít) trong bể sau t phút là

A. $f(t) = \frac{20t + 100}{10t}$.

B. $f(t) = \frac{10t}{20t + 100}$.

C. $f(t) = 20t + 100$.

D. $f(t) = 20,02t + 100$.

Lời giải.

Hàm số $f(t)$ thể hiện nồng độ chất khử trùng (gam/lít) trong bể sau t phút là $f(t) = \frac{20t}{40t + 200} = \frac{t}{2 + 10}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 15. Hồ nuôi tôm giống của một anh nông dân chứa 30 khối nước, cứ mỗi giờ máy bơm nước sẽ bơm thêm vào hồ 4 khối nước, đồng thời anh ta cũng thêm vào 3 kg bột xử lý nước. Nồng độ (kg/khối) của bột xử lý nước trong hồ không bao giờ vượt qua

A. 12 (kg/khối).

B. 1,33 (kg/khối).

C. 1,25 (kg/khối).

D. 0,75 (kg/khối).

Lời giải.

Số khối nước tại thời điểm t là $4t + 30$.

Số kg bột có được tại thời điểm t là $3t$.

Nồng độ bột xử lý nước có trong hồ tại thời điểm t là $f(t) = \frac{3t}{4t + 30}$, với $t \geq 0$.

Khảo sát hàm số $f(t) = \frac{3t}{4t + 30}$, với $t \geq 0$.

Đạo hàm $f'(t) = \frac{90}{(4t + 30)^2} > 0, \forall t \geq 0$.

Hàm số $f(t)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$.

Khi đó, $\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{3t}{4t + 30} = \frac{3}{4} = 0,75$.

Chọn đáp án **(D)** □

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 1$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Hàm số có 2 cực trị.

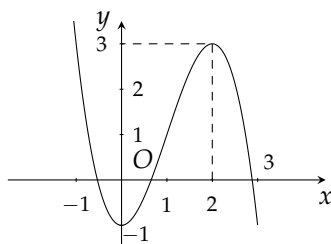
b) Điểm cực đại của hàm số là $x = 2$.

c) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 3)$.

d) Giá trị lớn nhất của hàm số là 3.

Lời giải.

Hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 1$ có đồ thị



a) Đúng. Từ đồ thị, ta khẳng định hàm số có 2 cực trị.

b) Đúng. Từ đồ thị, ta khẳng định hàm số có điểm cực đại là $x = 2$.

- c) Sai. Trên khoảng $(-1; 3)$ hàm số có đồng biến và nghịch biến.
- d) Sai. Trên \mathbb{R} không tồn tại giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên.

Chọn đáp án

a đúng	b đúng	c sai	d sai
--------	--------	-------	-------

 ☐

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{3-2x}{x+1}$ có đồ thị (C). Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.
- b) Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $y = 3$.
- c) Tâm đối xứng của đồ thị là $(-1; -2)$.
- d) Hàm số có bảng biến thiên như sau:

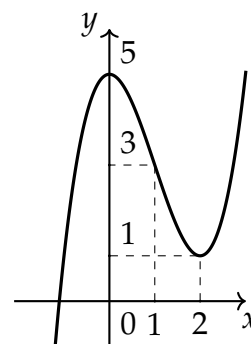
x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'	-		-
y	-2	$+\infty$	-2

Câu 3.

Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình bên. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Hàm số có hai điểm cực trị.
- b) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[0; 2]$ bằng 2.
- c) Hàm số có bảng biến thiên như hình sau:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	5	1	$+\infty$	



- d) Đồ thị hình bên là của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 5$.

Lời giải.

Đồ thị hàm số đã cho là hàm đa thức bậc ba có $a > 0$ do $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty \Rightarrow$ Loại đáp án A. Đồ thị hàm số đi qua điểm $(2; 1) \Rightarrow$ loại các đáp án B và D.

Chọn đáp án

a đúng	b sai	c đúng	d đúng
--------	-------	--------	--------

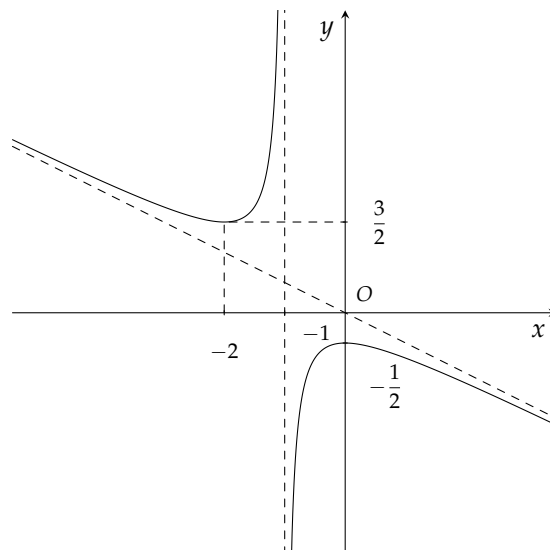
 ☐

Câu 4.

Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{ex + f}$ có đồ thị như hình bên.

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$.
- b) Hàm số đạt cực đại tại $x = -2$.
- c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $(-\infty; -1)$ là $\frac{3}{2}$.
- d) Điểm cực tiểu của hàm số là $x = -2$.



Lời giải.

- a) Sai. Hàm số đồng biến trên $(-2; -1)$, $(-1; 0)$ và nghịch biến trên $(-\infty; -2)$, $(0; +\infty)$.
- b) Sai. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -2$.
- c) Đúng.
- d) Đúng.

Chọn đáp án

a sai	b sai	c đúng	d đúng
-------	-------	--------	--------

 ☐

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6 vào ô kết quả.

Câu 1. Cho hàm số $y = 2x^3 - 5x^2 + 7$. Tính giá trị của hàm số tại $x = 2$.

Đáp án:

3			
---	--	--	--

Câu 2. Hàm số $y = \frac{x^2 + 3}{x + 1}$ có đường tiệm cận xiên là $y = g(x)$. Giá trị của $g(-2)$ bằng bao nhiêu?

Đáp án: -3

Lời giải.

Hàm số $y = \frac{x^2 + 3}{x + 1}$ có đường tiệm cận xiên là $y = g(x) = x - 1 \Rightarrow g(-2) = -3$.

Câu 3.

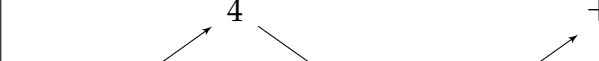
Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên \mathbb{R} và có bảng biến thiên như hình bên. Phương trình $f(x) = 1$ có bao nhiêu nghiệm?

Đáp án:

3			
---	--	--	--

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$		
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$			4			$+\infty$

Lời giải.

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$					

Đường thẳng $y = 1$ cắt đường cong $y = f(x)$ tại 3 điểm phân biệt nên phương trình $f(x) = 1$ có 3 nghiệm.

Câu 4.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Đường tiệm cận đứng $x = a$. Hãy cho biết giá trị của a .

Đáp án: 0,5

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
y'	$-$		$-$
y	$1 \rightarrow -\infty$	$+\infty \rightarrow 1$	

Lời giải.

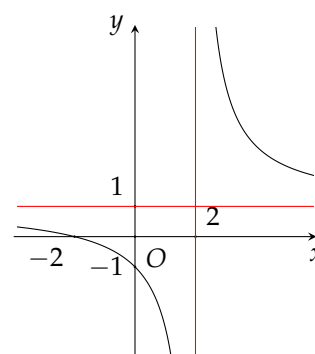
x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
y'	$-$		$-$
y	$1 \rightarrow -\infty$	$+\infty \rightarrow 1$	

Dựa vào bảng biến thiên trên, ta có đường tiệm cận đứng là $x = \frac{1}{2} = 0,5$.

Câu 5.

Đường cong ở hình bên là đồ thị hàm số $y = \frac{ax+2}{cx+b}$ với a, b, c là các số thực. Tính $a + b + c$.

Đáp án: 0



Lời giải.

Đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành tại điểm có tọa độ $(-2; 0)$ nên $\frac{-2a+2}{-2c+b} = 0$ suy ra $a = 1$.

Tiệm cận ngang của đồ thị là đường thẳng $y = 1$ nên $\frac{a}{c} = 1$ suy ra $c = a = 1$.

Tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 2$ nên $-\frac{b}{c} = 2$ suy ra $b = -2c = -2$.

Suy ra $a + b + c = 0$.

Câu 6. Một tàu đổ bộ tiếp cận Mặt Trăng theo cách tiếp cận thẳng đứng và đốt cháy các tên lửa hãm ở độ cao 677,6 km so với bề mặt của Mặt Trăng được tính (gần đúng) bởi hàm

$$h(t) = 0,01t^3 - 1,16t^2 + 34,52t - 46,4$$

Trong khoảng thời gian t ở 50 giây đầu ($0 \leq t \leq 50$). Khoảng cách con tàu lớn nhất so với bề mặt của Mặt Trăng là bao nhiêu?

Đáp án: 260

Lời giải.

Hàm số $h(t) = 0,01t^3 - 1,16t^2 + 34,52t - 46,4$.

+ Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

$$+ \text{Đạo hàm } h'(t) = 0,03t^2 - 2,32t + 34,52 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-10\sqrt{31} + 116}{3} & \in (0; 50) \\ x = \frac{10\sqrt{31} + 116}{3} & \notin (0; 50). \end{cases}$$

$$+ \begin{cases} h(0) = 34,52 \\ h(50) = 29,6 \\ h\left(\frac{-10\sqrt{31} + 116}{3}\right) = 260 \end{cases} \Rightarrow \max_{0 \leq t \leq 50} = 260.$$

Vậy trong khoảng thời gian t ở 50 giây đầu ($0 \leq t \leq 50$). Khoảng cách con tàu lớn nhất so với bề mặt của Mặt Trăng là 260 km.

—HẾT—

BẢNG ĐÁP ÁN

ĐÁP ÁN PHẦN I

1. A	2. B	3. B	4. B	5. D	6. D	7. C	8. B	9. B	10. D
11. D	12. C	13. B	14. B	15. D					

ĐÁP ÁN PHẦN II

Câu 1. a Đ b Đ c S d S	Câu 2. a S b S c Đ d Đ
Câu 3. a Đ b S c Đ d Đ	Câu 4. a S b S c Đ d Đ

ĐÁP ÁN PHẦN III

Câu 1. 3	Câu 2. -3	Câu 3. 3	Câu 4. 0,5	Câu 5. 0	Câu 6. 260
----------	-----------	----------	------------	----------	------------



ĐỀ SỐ 5

**Bài 5. ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ GIẢI QUYẾT
MỘT SỐ BÀI TOÁN LIÊN QUAN THỰC TIỄN**

Môn Toán – Khối 12

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề).

Họ, tên học sinh:

Lớp:

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.
Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Một vật chuyển động theo quy luật $s = -\frac{1}{3}t^3 + 6t^2$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật di chuyển được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 7 giây, kể từ khi bắt đầu chuyển động, tốc độ lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

- A. 24 m/s. B. 36 m/s. C. 180 m/s. D. 144 m/s.

Câu 2. Một đoàn tàu chuyển động thẳng khởi hành từ một nhà ga. Quãng đường (theo đơn vị mét (m)) đi được của đoàn tàu là một hàm số của thời gian t (theo đơn vị giây (s)) cho bởi phương trình là $S = 6t^2 - t^3$. Tìm thời điểm t mà tại đó tốc độ v (m/s) của đoàn tàu là lớn nhất?

- A. $t = 4$ s. B. $t = 1$ s. C. $t = 2$ s. D. $t = 6$ s.

Câu 3. Sau khi phát hiện một bệnh dịch, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $f(t) = 15t^2 - t^3$ (theo kết quả khảo sát các năm vừa qua). Nếu xem $f'(t)$ là tốc độ truyền bệnh (người/ngày) tại thời điểm t thì vào ngày mà tốc độ truyền bệnh lớn nhất, số người nhiễm bệnh là bao nhiêu?

- A. 500. B. 250. C. 600. D. 75.

Câu 4. Một công ty bất động sản có 40 căn hộ cho thuê. Biết rằng nếu cho thuê mỗi căn hộ với giá 3 000 000 đồng một tháng thì mọi căn hộ đều có người thuê và cứ tăng thêm giá mỗi căn hộ 100 000 đồng một tháng (theo quy định trong hợp đồng) thì sẽ có một căn hộ bị bỏ trống. Hỏi muốn có thu nhập cao nhất thì công ty đó phải cho thuê mỗi căn hộ với giá bao nhiêu một tháng?

- A. 3 500 000 đồng. B. 4 000 000 đồng. C. 3 700.000 đồng. D. 3 900 000 đồng.

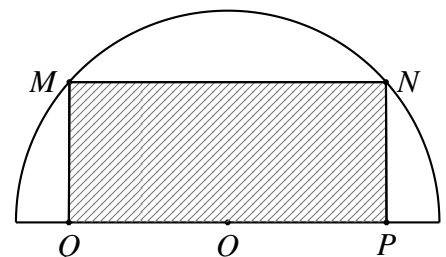
Câu 5. Một chất điểm chuyển động có vận tốc tức thời $v(t)$ phụ thuộc vào thời gian t theo hàm số $v(t) = -t^4 + 24t^2 + 500$ (m/s). Trong khoảng thời gian từ $t = 0$ (s) đến $t = 10$ (s) chất điểm đạt tốc độ lớn nhất tại thời điểm nào (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

- A. $t = 2$. B. $t = 4$. C. $t = 0$. D. $t = 1$.

Câu 6.

Từ một tấm tôn có hình dạng là nửa hình tròn bán kính $R = 3$, người ta muốn cắt ra một hình chữ nhật (hình vẽ bên). Diện tích lớn nhất có thể của tấm tôn hình chữ nhật là

- A. $\frac{9}{2}$. B. $6\sqrt{2}$. C. $9\sqrt{2}$. D. 9.



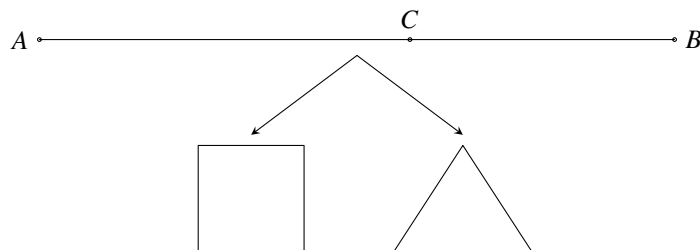
Câu 7. Một xưởng sản xuất những thùng hình hộp chữ nhật bằng nhôm không nắp và có các kích thước x, y, z (dm). Biết tỉ số hai cạnh đáy là $x : y = 1 : 3$, thể tích khối hộp bằng 18 dm^3 . Để tốn ít vật liệu nhất thì tổng $x + y + z$ bằng

- A. 10 dm. B. $\frac{26}{3}$ dm. C. 26 dm. D. $\frac{19}{2}$ dm.

Câu 8. Ông An muốn xây một bể nước dạng hình hộp chữ nhật có nắp với dung tích 3000 lít. Đáy bể là một hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Giá thuê nhân công để xây hồ là 500000 đồng cho mỗi mét vuông. Hỏi chi phí thấp nhất ông An cần bỏ ra để xây bể nước là bao nhiêu?

- A. 6490 123 đồng. B. 5 151 214 đồng. C. 7 500 000 đồng. D. 6 500 000 đồng.

Câu 9. Một thanh sắt chiều dài $AB = 100$ m được cắt thành hai phần AC và CB với $AC = x$ (m). Đoạn AC được uốn thành một hình vuông có chu vi bằng AC và đoạn CB uốn thành tam giác đều có chu vi bằng CB . Khi tổng diện tích của hình vuông và tam giác nhỏ nhất, mệnh đề nào dưới đây đúng?



- A. $x \in (52; 58)$. B. $x \in (48; 52)$. C. $x \in (40; 48)$. D. $x \in (30; 40)$.

Câu 10. Một người bán buôn Thanh Long Đỗ nhận thấy rằng: Nếu bán với giá 20000 đồng/kg thì mỗi tuần có 90 khách đến mua và mỗi khách mua trung bình 60 kg. Cứ tăng giá 2000 đồng/kg thì số khách mua hàng tuần giảm đi 1 và khi đó mỗi khách lại mua ít hơn mức trung bình 5 kg, và như vậy cứ giảm giá 2000 đồng/kg thì số khách mua hàng tuần tăng thêm 1 và khi đó mỗi khách lại mua nhiều hơn mức trung bình 5 kg. Hỏi người đó phải bán với giá mỗi kg là bao nhiêu để lợi nhuận thu được hàng tuần là lớn nhất, biết rằng người đó phải nộp tổng các loại thuế là 2200 đồng/kg (kết quả làm tròn đến hàng nghìn).

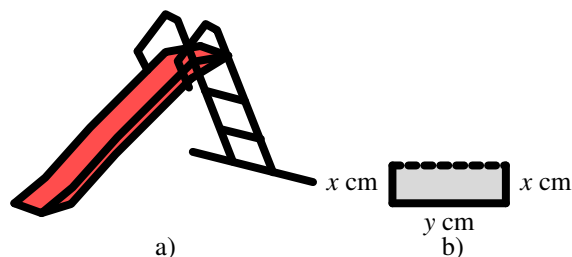
- A. 16000 đ. B. 12000 đ. C. 24000 đ. D. 22000 đ.

Câu 11. Trên sa mạc có một khu đất hình chữ nhật $ABCD$ có chiều dài $AB = 70$ km, chiều rộng $AD = 10$ km. Vận tốc trung bình của xe máy trên khu đất này là 20 km/h, riêng đi trên cạnh CD thì vận tốc là 40 km/h. Một người đi xe máy xuất phát từ A muốn đến B thì cần ít nhất bao nhiêu giờ?

- A. $\frac{7}{2}$. B. $\frac{2\sqrt{3}+7}{4}$. C. $\frac{10}{\sqrt{3}}$. D. $\frac{20}{\sqrt{3}}$.

Câu 12.

Máng trượt của một cầu trượt cho trẻ em (Hình a) được uốn từ một tấm kim loại có bề rộng 80 cm, mặt cắt được mô tả ở Hình b. Nhà thiết kế khuyến cáo, diện tích mặt cắt càng lớn thì càng đảm bảo an toàn cho trẻ em.



Hình

Với x đạt giá trị bằng bao nhiêu thì cầu trượt đảm bảo an toàn nhất cho trẻ em?

- A. $x = 16$ cm. B. $x = 18$ cm. C. $x = 22$ cm. D. $x = 20$ cm.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Một bể bơi chứa 5000 lít nước tinh khiết. Người ta bơm vào bể đó nước muối có nồng độ 30 gam muối cho mỗi lít nước với tốc độ 25 lít/phút.

- a) Sau t phút khối lượng muối trong bể là $750t$ (gam).
b) Nồng độ muối trong bể sau t phút (tính bằng tỉ số của khối lượng muối trong bể và thể tích nước trong bể, đơn vị: gam/lít) là $f(t) = \frac{30t}{200-t}$.
c) Xem $y = f(t)$ là một hàm số xác định trên nửa khoảng $[0; +\infty)$, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đó có phương trình là $y = 30$.

- d) Khi t ngày càng lớn thì nồng độ muối trong bể sẽ tiến gần đến mức 30 (gam/lít).

Câu 2. Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được cho bởi công thức

$$G(x) = 0,025x^2(30 - x)$$

trong đó x là liều lượng thuốc được tiêm cho bệnh nhân (x được tính bằng miligam, $0 < x < 30$).

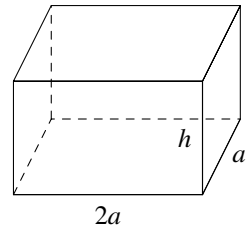
- Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân là $G(x) = 0,75x^2 - 0,025x^3$.
- Đạo hàm của $G(x)$ là $G'(x) = 1,5x + 0,075x^2$.
- Phương trình $G'(t) = 0$ có nghiệm duy nhất.
- Liều lượng thuốc cần tiêm cho bệnh nhân để huyết áp giảm nhiều nhất là 20 mg.

Câu 3. Một công ty bất động sản có 120 căn hộ cho thuê. Biết rằng nếu cho thuê mỗi căn hộ với giá 3 triệu đồng thì mỗi tháng mọi căn hộ đều có người thuê và cứ tăng thêm giá cho thuê mỗi căn hộ 100 nghìn đồng một tháng thì sẽ có 3 căn hộ bị bỏ trống. Gọi x (trăm nghìn) là số tiền tăng thêm.

- Số căn hộ còn lại sau khi tăng giá là $120 - 3x$.
- Giá một căn hộ sau khi tăng là $30 - x$ (trăm nghìn).
- Tổng số tiền công ty thu được là $S(x) = -3x^2 + 30x + 3600$ (trăm nghìn).
- Công ty thu được nhiều tiền nhất khi giá thuê mỗi căn hộ là 4 (triệu đồng).

Câu 4.

Ông A dự định sử dụng hết $5,5 \text{ m}^2$ kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng (các mối ghép nối không đáng kể). Gọi a và h lần lượt là kích thước chiều rộng và chiều cao (theo đơn vị mét).



- Tổng diện tích 5 mặt của bể là $S = 2a^2 + 2ah + 4ah = 2a^2 + 6ah$.
- Ta có $h = \frac{5,5 + 2a^2}{6a}$.
- Thể tích của bể là $V = \frac{5,5a}{3} + \frac{2a^3}{3}$.
- Bể cá có dung tích lớn nhất bằng $\frac{11\sqrt{33}}{54}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6 vào ô kết quả.

Câu 1. Một loại thuốc được dùng cho một bệnh nhân và nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân được giám sát bởi bác sĩ. Biết rằng nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân sau khi tiêm vào cơ thể trong t giờ được tính theo công thức $c(t) = \frac{t}{t^2 + 1}$ mg/L. Sau khi tiêm thuốc bao nhiêu giờ thì nồng độ thuốc trong

máu của bệnh nhân cao nhất?

KQ:

Câu 2. Một doanh nghiệp cần sản xuất một mặt hàng trong đúng 10 ngày và phải sử dụng hai máy A và B. Máy A làm việc trong x ngày cho số tiền lãi là $x^2 + 2x$ (triệu đồng), máy B làm việc trong y ngày cho số tiền lãi là $-27y^2 + 326y$ (triệu đồng). Hỏi doanh nghiệp đó cần sử dụng máy A làm việc trong bao nhiêu ngày để số tiền lãi thu được nhiều nhất? Biết rằng hai máy A và B không đồng thời làm việc và máy B làm việc không quá 6 ngày.

KQ:

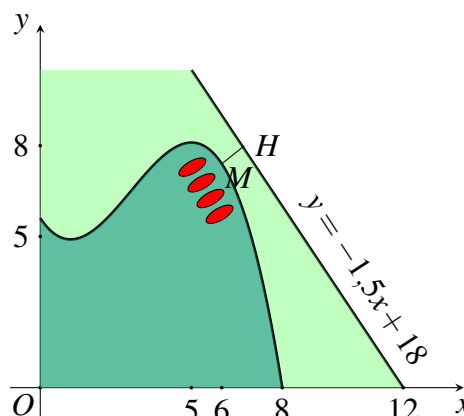
Câu 3. Bác Tôm có một cái ao có diện tích 50 m^2 để nuôi cá. Vụ vừa qua bác nuôi với mật độ 20 con/ m^2 và thu được tất cả 1,5 tấn cá thành phẩm. Theo kinh nghiệm nuôi cá thu được, bác thấy cứ thả giảm đi 8 con/ m^2 thì tương ứng sẽ có mỗi con cá thành phẩm thu được tăng thêm 0,5 kg. Hỏi vụ tới bác phải mua bao nhiêu con cá giống để đạt được tổng khối lượng cá thành phẩm cao nhất? (Giả sử không có hao hụt trong quá trình nuôi).

KQ:

Câu 4. Một cửa hàng cà phê sắp khai trương đang nghiên cứu thị trường để định giá bán cho mỗi cốc cà phê. Sau khi nghiên cứu, người quản lý thấy rằng nếu bán với giá 20 000 đồng một cốc thì mỗi tháng trung bình sẽ bán được 2 000 cốc, còn từ mức giá 20 000 đồng mà cứ tăng giá thêm 1 000 đồng thì sẽ bán ít đi 100 cốc. Biết chi phí nguyên vật liệu để pha một cốc cà phê không thay đổi là 18 000 đồng. Hỏi cửa hàng phải bán mỗi cốc cà phê với giá bao nhiêu nghìn đồng để đạt lợi nhuận lớn nhất? KQ:

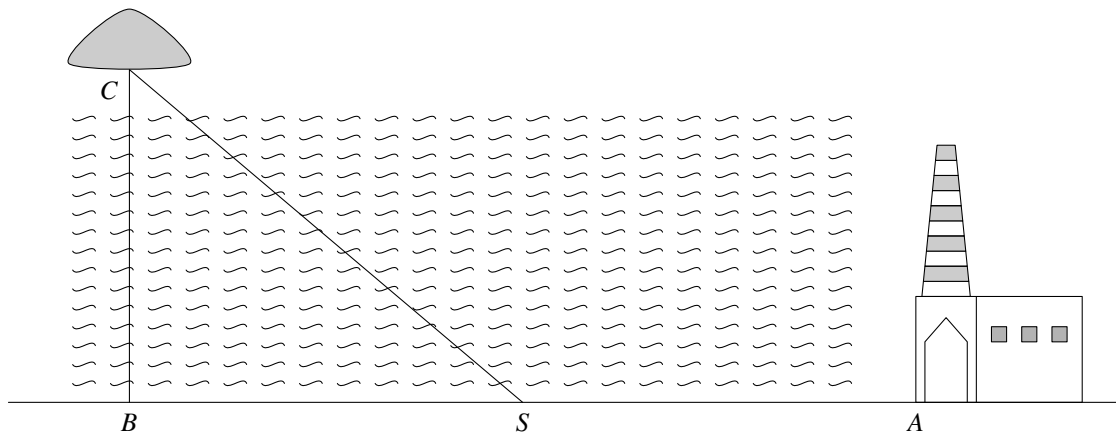
Câu 5.

Một hồ nước nhân tạo được xây dựng trong một công viên giải trí. Trong mô hình minh họa bên, nó được giới hạn bởi các trục tọa độ và đồ thị của hàm số $y = f(x) = \frac{1}{10}(-x^3 + 9x^2 - 15x + 56)$. Đơn vị độ dài trên mỗi trục là 100 m (Nguồn: A. Bigalke et al, *Mathematik, Grundkurs ma-I, Cornelsen* 2016).



Trong công viên có một con đường chạy dọc theo đồ thị hàm số $y = -1,5x + 18$. Người ta dự định xây dựng trên bờ hồ một bến thuyền đập nước sao cho khoảng cách từ bến thuyền đến con đường này là ngắn nhất. Hoành độ của điểm để xây dựng bến thuyền này bằng bao nhiêu? KQ:

Câu 6. Một đường dây điện được nối từ một nhà máy điện ở A (nằm tại bờ biển là đường thẳng AB) đến một hòn đảo C, khoảng cách ngắn nhất từ đảo về bờ biển là đoạn BC dài 1 km, khoảng cách từ B đến A là 4 km được minh họa bằng hình vẽ dưới đây.



Biết rằng mỗi km dây điện đặt dưới nước chi phí mất 5000 USD, còn đặt dưới đất chi phí mất 3000 USD. Hỏi điểm S trên bờ cách A bao nhiêu km để khi mắc dây điện từ A qua S rồi đến C có chi phí là ít nhất?

KQ:

—HẾT—



ĐỀ SỐ 5

**Bài 5. ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ GIẢI QUYẾT
MỘT SỐ BÀI TOÁN LIÊN QUAN THỰC TIỄN**

Môn Toán – Khối 12

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề).

Họ, tên học sinh:

Lớp:

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.
Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Một vật chuyển động theo quy luật $s = -\frac{1}{3}t^3 + 6t^2$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật di chuyển được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 7 giây, kể từ khi bắt đầu chuyển động, tốc độ lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

A. 24 m/s.

B. 36 m/s.

C. 180 m/s.

D. 144 m/s.

Lời giải.

Công thức vận tốc chuyển động của vật là $v(t) = s'(t) = -t^2 + 12t$.

Trên khoảng $[0; 7]$ ta có $v(t) = 36 - (t^2 - 12t + 36) = 36 - (t - 6)^2 \leq 36$ (m/s).

Do đó $\max_{[0;7]} v(t) = 36 \Leftrightarrow t = 6$.

Vậy tốc độ lớn nhất của vật trong khoảng thời gian 7 giây, kể từ khi bắt đầu chuyển động là 36 m/s.

Chọn đáp án **(B)** ☐

Câu 2. Một đoàn tàu chuyển động thẳng khởi hành từ một nhà ga. Quãng đường (theo đơn vị mét (m)) đi được của đoàn tàu là một hàm số của thời gian t (theo đơn vị giây (s)) cho bởi phương trình là $S = 6t^2 - t^3$. Tìm thời điểm t mà tại đó tốc độ v (m/s) của đoàn tàu là lớn nhất?

A. $t = 4$ s.

B. $t = 1$ s.

C. $t = 2$ s.

D. $t = 6$ s.

Lời giải.

Ta có $v(t) = s'(t) = 12t - 3t^2 = 12 - 3(t - 2)^2 \leq 12$.

Vậy $v(t)$ đạt giá trị lớn nhất tại $t = 2$ giây.

Chọn đáp án **(C)** ☐

Câu 3. Sau khi phát hiện một bệnh dịch, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $f(t) = 15t^2 - t^3$ (theo kết quả khảo sát các năm vừa qua). Nếu xem $f'(t)$ là tốc độ truyền bệnh (người/ngày) tại thời điểm t thì vào ngày mà tốc độ truyền bệnh lớn nhất, số người nhiễm bệnh là bao nhiêu?

A. 500.

B. 250.

C. 600.

D. 75.

Lời giải.

Ta có $f'(t) = -3t^2 + 30t$ và $f''(t) = -6t + 30$.

Lại có $f''(t) = 0 \Leftrightarrow t = 5$.

Bảng biến thiên của hàm số $f'(t)$ ($t > 0$).

t	0	5	$+\infty$
$f''(t)$	+	0	-
$f'(t)$	0	75	$-\infty$

Vậy vào ngày tốc độ truyền bệnh lớn nhất, số người nhiễm bệnh là $f(5) = 250$ người.

Chọn đáp án (B) □

Câu 4. Một công ty bất động sản có 40 căn hộ cho thuê. Biết rằng nếu cho thuê mỗi căn hộ với giá 3 000 000 đồng một tháng thì mọi căn hộ đều có người thuê và cứ tăng thêm giá mỗi căn hộ 100 000 đồng một tháng (theo quy định trong hợp đồng) thì sẽ có một căn hộ bị bỏ trống. Hỏi muốn có thu nhập cao nhất thì công ty đó phải cho thuê mỗi căn hộ với giá bao nhiêu một tháng?

- A. 3 500 000 đồng. B. 4 000 000 đồng. C. 3 700.000 đồng. D. 3 900 000 đồng.

Lời giải.

Gọi x là số căn hộ bị bỏ trống ($0 \leq x \leq 40$).

Vậy giá cho thuê một căn phòng là $3 + 0,1x$ (triệu đồng).

Số căn hộ cho thuê là $40 - x$.

Số tiền thu được là

$$T = (40 - x) \cdot (3 + 0,1x) = -0,1x^2 + x + 120 \Rightarrow T' = -0,2x + 1 \Rightarrow T' = 0 \Rightarrow x = 5.$$

Ta có bảng biến thiên

x	0	5	40
T'	+	0	-
T		3 500 000	

Vậy T đạt giá trị lớn nhất khi $x = 5$, khi đó giá thuê một căn phòng là 3 500 000 đồng.

Chọn đáp án (A) □

Câu 5. Một chất điểm chuyển động có vận tốc tức thời $v(t)$ phụ thuộc vào thời gian t theo hàm số $v(t) = -t^4 + 24t^2 + 500$ (m/s). Trong khoảng thời gian từ $t = 0$ (s) đến $t = 10$ (s) chất điểm đạt tốc độ lớn nhất tại thời điểm nào (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

- A. $t = 2$. B. $t = 4$. C. $t = 0$. D. $t = 1$.

Lời giải.

Ta có $v'(t) = -4t^3 + 48t = -4t(t^2 - 12)$.

Xét phương trình $v'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = \pm 2\sqrt{3}. \end{cases}$

Bài toán trở thành tìm giá trị lớn nhất của hàm số $v(t)$ trên đoạn $[0; 10]$, ta có

$$v(0) = 500, v(2\sqrt{3}) = 664, v(10) = -9260.$$

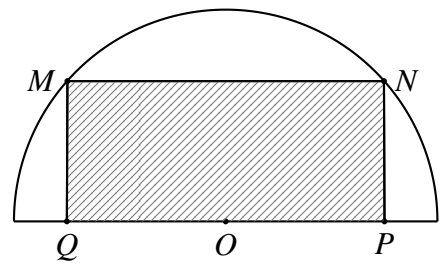
Vậy tốc độ lớn nhất khi $t = 2\sqrt{3} \approx 4$ (s).

Chọn đáp án (B) □

Câu 6.

Từ một tấm tôn có hình dạng là nửa hình tròn bán kính $R = 3$, người ta muốn cắt ra một hình chữ nhật (hình vẽ bên). Diện tích lớn nhất có thể của tấm tôn hình chữ nhật là

- A. $\frac{9}{2}$. B. $6\sqrt{2}$. C. $9\sqrt{2}$. D. 9.



Lời giải.

Đặt $OQ = x$, ($0 < x < 3$) $\Rightarrow MQ = \sqrt{MO^2 - OQ^2} = \sqrt{9 - x^2}$.

Ta có $S_{MNPQ} = PQ \cdot MQ = 2x \cdot \sqrt{9 - x^2} \leq 2 \cdot \frac{x^2 + 9 - x^2}{2} = 9$.

Dấu " $=$ " xảy ra khi $x = \frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Vậy diện tích lớn nhất của tấm tôn bằng 9.

Chọn đáp án **(D)** \square

Câu 7. Một xưởng sản xuất những thùng hình hộp chữ nhật bằng nhôm không nắp và có các kích thước x, y, z (dm). Biết tỉ số hai cạnh đáy là $x : y = 1 : 3$, thể tích khối hộp bằng 18 dm^3 . Để tốn ít vật liệu nhất thì tổng $x + y + z$ bằng

- A. 10 dm. B. $\frac{26}{3}$ dm. C. 26 dm. D. $\frac{19}{2}$ dm.

Lời giải.

Thể tích khối hộp là $V = xyz = 3x^2z = 18 \Rightarrow z = \frac{6}{x^2}$. (1)

Diện tích nhôm cần sử dụng để sản xuất khối hộp là $S = xy + 2(yz + zx)$. (2)

Thay (1) vào (2) ta có $S = 3x^2 + \frac{48}{x}$ suy ra $S' = 6x - \frac{48}{x^2}$.

Xét phương trình $S'(x) = 0 \Leftrightarrow 6x - \frac{48}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = 2$.

Vẽ bảng biến thiên ta thấy S đạt giá trị nhỏ nhất khi $x = 2, y = 6, z = \frac{3}{2}$.

Khi đó $x + y + z = \frac{19}{2}$.

Chọn đáp án **(D)** \square

Câu 8. Ông An muốn xây một bể nước dạng hình hộp chữ nhật có nắp với dung tích 3000 lít. Đáy bể là một hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Giá thuê nhân công để xây hồ là 500000 đồng cho mỗi mét vuông. Hỏi chi phí thấp nhất ông An cần bỏ ra để xây bể nước là bao nhiêu?

- A. 6490123 đồng. B. 5151214 đồng. C. 7500000 đồng. D. 6500000 đồng.

Lời giải.

Gọi x là chiều rộng bể, chiều dài bể là $2x$, diện tích đáy là $2x^2$.

Do thể tích bể là $V = 3000 \text{ lít} = 3 \text{ m}^3$ nên chiều cao bể là $\frac{3}{2x^2}$.

Diện tích xây dựng là diện tích toàn phần của bể là

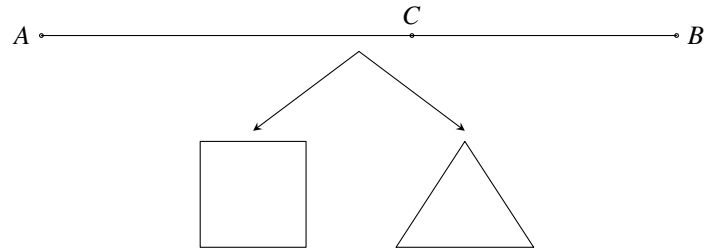
$$S = 2 \left(2x^2 + x \cdot \frac{3}{2x^2} + 2x \cdot \frac{3}{2x^2} \right) = 2 \left(2x^2 + \frac{9}{2x} \right) = 4x^2 + \frac{9}{x} + \frac{9}{x} \geq 3\sqrt[3]{81}.$$

Vậy diện tích xây dựng ít nhất là $S = 9\sqrt[3]{3}$ khi và chỉ khi $4x^2 = \frac{9}{2x} \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt[3]{9}}{2}$.

Chi phí xây dựng ít nhất là $9\sqrt[3]{3} \cdot 500000 \approx 6490123$ đồng.

Chọn đáp án **(A)** \square

Câu 9. Một thanh sắt chiều dài $AB = 100 \text{ m}$ được cắt thành hai phần AC và CB với $AC = x \text{ (m)}$. Đoạn AC được uốn thành một hình vuông có chu vi bằng AC và đoạn CB uốn thành tam giác đều có chu vi bằng CB . Khi tổng diện tích của hình vuông và tam giác nhỏ nhất, mệnh đề nào dưới đây đúng?



- A. $x \in (52; 58)$. B. $x \in (48; 52)$. C. $x \in (40; 48)$. D. $x \in (30; 40)$.

Lời giải.

Theo đề các cạnh của hình vuông có độ dài là $\frac{x}{4}$, các cạnh của tam giác đều có độ dài là $\frac{100-x}{3}$.

$$\text{Ta có } S = \left(\frac{x}{4}\right)^2 + \left(\frac{100-x}{3}\right)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{(9+4\sqrt{3})}{144}x^2 - \frac{800\sqrt{3}}{144}x + \frac{40000\sqrt{3}}{144}.$$

Đây là hàm bậc hai có hệ số $a > 0$ nên hàm đạt giá trị nhỏ nhất khi

$$x = -\frac{b}{2a} = \frac{800\sqrt{3}}{144} \cdot \frac{144}{2 \cdot (9+4\sqrt{3})} \approx 43,5 \text{ m.}$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 10. Một người bán buôn Thanh Long Đỗ nhận thấy rằng: Nếu bán với giá 20000 đồng/kg thì mỗi tuần có 90 khách đến mua và mỗi khách mua trung bình 60 kg. Cứ tăng giá 2000 đồng/kg thì số khách mua hàng tuần giảm đi 1 và khi đó mỗi khách lại mua ít hơn mức trung bình 5 kg, và như vậy cứ giảm giá 2000 đồng/kg thì số khách mua hàng tuần tăng thêm 1 và khi đó mỗi khách lại mua nhiều hơn mức trung bình 5 kg. Hỏi người đó phải bán với giá mỗi kg là bao nhiêu để lợi nhuận thu được hàng tuần là lớn nhất, biết rằng người đó phải nộp tổng các loại thuế là 2200 đồng/kg (kết quả làm tròn đến hàng nghìn).

- A. 16000 đ. B. 12000 đ. C. 24000 đ. D. 22000 đ.

Lời giải.

Giả sử giá bán thay đổi x lần, mỗi lần thay đổi 2000 đồng ($x \in \mathbb{Z}$, $x > 0$ là tăng giá, $x < 0$ là giảm giá).

Theo thực tế thì $-10 < x < 45$ (giá bán trên 0 đồng và còn ít nhất một khách).

Tổng tiền thu được sau khi thay đổi là

$$T = (90 - x)(60 - 5x)(20 + 2x - 2,2) = 10x^3 - 931x^2 + 1772x + 96120.$$

Xét hàm số $T(x) = 10x^3 - 931x^2 + 1772x + 96120$.

Bài toán trở thành tìm GTLN của $T(x)$ với $x \geq 20000$.

Ta có $T'(x) = 30(x^2 - 62,0667x + 57,4)$.

$$T' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \approx 1 \\ x \approx 61. \end{cases}$$

Bảng biến thiên của $T(x)$

x	-10	1	45
$T'(x)$	+	0	-
$T(x)$	<div style="text-align: center;"> $T_{\text{CĐ}}$ </div>		

Dựa vào bảng biến thiên suy ra T lớn nhất khi $x = 1$, tức là ta chỉ tăng giá một lần.

Vậy giá bán đưa ra để lợi nhuận cao nhất là 22000.

Chọn đáp án **D** □

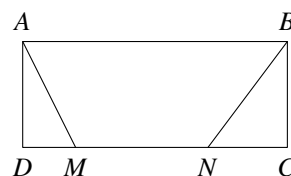
Câu 11. Trên sa mạc có một khu đất hình chữ nhật $ABCD$ có chiều dài $AB = 70$ km, chiều rộng $AD = 10$ km. Vận tốc trung bình của xe máy trên khu đất này là 20 km/h, riêng đi trên cạnh CD thì vận tốc là 40 km/h. Một người đi xe máy xuất phát từ A muốn đến B thì cần ít nhất bao nhiêu giờ?

- A. $\frac{7}{2}$. B. $\frac{2\sqrt{3}+7}{4}$. C. $\frac{10}{\sqrt{3}}$. D. $\frac{20}{\sqrt{3}}$.

Lời giải.

- Nếu không đi trên cạnh CD thì cách di chuyển nhanh từ A đến B là di chuyển trên đoạn AB , khi đó mất 3,5 giờ.
- Nếu có di chuyển trên CD giả sử từ A đi đến M , M đến N và N đến B (như hình vẽ).

Đặt $MD = m$, $NC = n$. Ta có thời gian di chuyển từ A đến B là



$$t = \frac{\sqrt{100+m^2} + \sqrt{100+n^2}}{20} + \frac{70-(m+n)}{40}.$$

Áp dụng bất đẳng thức $\sqrt{a^2+b^2} + \sqrt{c^2+d^2} \geq \sqrt{(a+c)^2 + (b+d)^2}$, ta có

$$t \geq \frac{\sqrt{20^2 + (m+n)^2}}{20} + \frac{70-(m+n)}{40},$$

dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $m = n$.

Đặt $m+n = x$, xét hàm $f(x) = \frac{\sqrt{400+x^2}}{20} + \frac{70-x}{40}$, $x \in (0, 70]$.

Ta có $f'(x) = \frac{x}{20\sqrt{400+x^2}} - \frac{1}{40}$, $x \in [0, 70]$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{400+x^2} = 2x \Leftrightarrow x = \frac{20}{\sqrt{3}}.$$

Bảng biến thiên của $f(x)$

x	0	$\frac{20}{\sqrt{3}}$	70
$f'(x)$	–	0	+
$f(x)$	$\frac{11}{4}$	$\frac{2\sqrt{3}+7}{4}$	$\frac{\sqrt{50}}{2}$

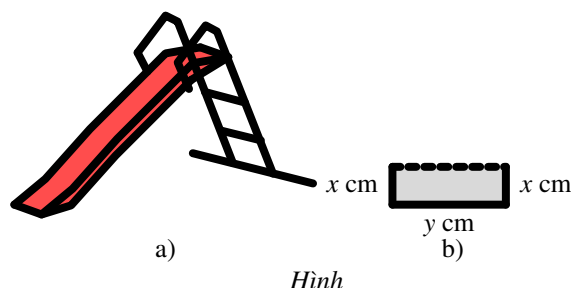
\Rightarrow giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ là $f\left(\frac{20}{\sqrt{3}}\right) = \frac{2\sqrt{3}+7}{4}$.

Vậy thời gian ngắn nhất là $\frac{2\sqrt{3}+7}{4}$ khi $m = n = \frac{x}{2} = \frac{10}{\sqrt{3}}$.

Chọn đáp án **(B)** \square

Câu 12.

Máng trượt của một cầu trượt cho trẻ em (Hình a) được uốn từ một tấm kim loại có bề rộng 80 cm, mặt cắt được mô tả ở Hình b. Nhà thiết kế khuyến cáo, diện tích mặt cắt càng lớn thì càng đảm bảo an toàn cho trẻ em.



Hình

Với x đạt giá trị bằng bao nhiêu thì cầu trượt đảm bảo an toàn nhất cho trẻ em?

A. $x = 16$ cm.

B. $x = 18$ cm.

C. $x = 22$ cm.

D. $x = 20$ cm.

Lời giải.

Do tấm kim loại có bề rộng 80 cm nên ta có: $2x + y = 80 \Leftrightarrow y = 80 - 2x$.

Để có thể thiết kế được máng trượt thì $y > 0 \Leftrightarrow 80 - 2x > 0 \Leftrightarrow x < 40$. Suy ra $0 < x < 40$.

Diện tích của mặt cắt máng trượt là $S = xy = x(80 - 2x) = -2x^2 + 80x$.

Ta có

$$S(x) = -2x^2 + 80x \text{ với } x \in (0; 40);$$

$$S'(x) = -4x + 80$$

$$S'(x) = 0 \Leftrightarrow -4x + 80 = 0 \Leftrightarrow x = 20.$$

Bảng biến thiên của hàm số $S(x)$ như sau

x	0	20	40
$S'(x)$		+	-
$S(x)$	0	800	0

Do đó, hàm số $S(x)$ đạt cực đại tại $x = 20$ và $S_{\text{CD}} = 800$.

Vậy để cầu trượt đảm bảo an toàn nhất cho trẻ em thì $x = 20$ (cm).

Chọn đáp án **D** \square

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Một bể bơi chứa 5 000 lít nước tinh khiết. Người ta bơm vào bể đó nước muối có nồng độ 30 gam muối cho mỗi lít nước với tốc độ 25 lít/phút.

a) Sau t phút khối lượng muối trong bể là $750t$ (gam).

b) Nồng độ muối trong bể sau t phút (tính bằng tỉ số của khối lượng muối trong bể và thể tích nước trong bể, đơn vị: gam/lít) là $f(t) = \frac{30t}{200 - t}$.

c) Xem $y = f(t)$ là một hàm số xác định trên nửa khoảng $[0; +\infty)$, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đó có phương trình là $y = 30$.

d) Khi t ngày càng lớn thì nồng độ muối trong bể sẽ tiến gần đến mức 30 (gam/lít).

Lời giải.

Sau t phút, khối lượng muối trong bể là

$$25 \cdot 30 \cdot t = 750t \text{ (gam)}$$

Thể tích của lượng nước trong bể là $5\,000 + 25t$ (lít).

Vậy nồng độ muối sau t phút là

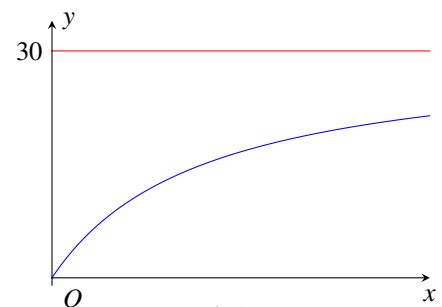
$$f(t) = \frac{750t}{5\,000 + 25t} = \frac{30t}{200 + t} \text{ (gam/lít)}.$$

Ta có

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{30t}{200 + t} = \lim_{t \rightarrow +\infty} \left(30 - \frac{6\,000}{200 + t} \right) = 30.$$

Vậy đường thẳng $y = 30$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $f(t)$

(Hình 17).



Hình 17

Ta có đồ thị hàm số $y = f(t)$ nhận đường thẳng $y = 30$ làm đường tiệm cận ngang, tức là khi t càng lớn thì nồng độ muối trong bể sẽ tiến gần đến mức 30 (gam/lít). Lúc đó, nồng độ muối trong bể sẽ gần như bằng nồng độ nước muối bơm vào bể.

a) **Đúng.**

b) **Sai.**

c) **Đúng.**

d) **Đúng.**

Chọn đáp án

a đúng	b đúng	c đúng	d đúng
--------	--------	--------	--------

 ☐

Câu 2. Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được cho bởi công thức

$$G(x) = 0,025x^2(30 - x)$$

trong đó x là liều lượng thuốc được tiêm cho bệnh nhân (x được tính bằng miligam, $0 < x < 30$).

a) Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân là $G(x) = 0,75x^2 - 0,025x^3$.

b) Đạo hàm của $G(x)$ là $G'(x) = 1,5x + 0,075x^2$.

c) Phương trình $G'(t) = 0$ có nghiệm duy nhất.

d) Liều lượng thuốc cần tiêm cho bệnh nhân để huyết áp giảm nhiều nhất là 20 mg.

Lời giải.

a) **Đúng.** Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được viết lại là $G(x) = 0,75x^2 - 0,025x^3$.

b) **Sai.** Đạo hàm của $G(x)$ là $G'(x) = 1,5x - 0,075x^2$.

c) **Sai.** Xét phương trình $G'(x) = 0 \Leftrightarrow 1,5x - 0,075x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 20. \end{cases}$

d) **Đúng.** Ta có bảng biến thiên

x	0	20	30
$G'(x)$	+	0	-
$G(x)$	0	100	0

Vậy liều lượng thuốc cần tiêm cho bệnh nhân để huyết áp giảm nhiều nhất là 20 mg.

Chọn đáp án

a đúng	b sai	c sai	d đúng
--------	-------	-------	--------

 ☐

Câu 3. Một công ty bất động sản có 120 căn hộ cho thuê. Biết rằng nếu cho thuê mỗi căn hộ với giá 3 triệu đồng thì mỗi tháng mọi căn hộ đều có người thuê và cứ tăng thêm giá cho thuê mỗi căn hộ 100 nghìn đồng một tháng thì sẽ có 3 căn hộ bị bỏ trống. Gọi x (trăm nghìn) là số tiền tăng thêm.

a) Số căn hộ còn lại sau khi tăng giá là $120 - 3x$.

b) Giá một căn hộ sau khi tăng là $30 - x$ (trăm nghìn).

c) Tổng số tiền công ty thu được là $S(x) = -3x^2 + 30x + 3600$ (trăm nghìn).

d) Công ty thu được nhiều tiền nhất khi giá thuê mỗi căn hộ là 4 (triệu đồng).

Lời giải.

a) **Đúng.** Số căn hộ bị bỏ trống là $3x$. Suy ra Số căn hộ còn lại sau khi tăng giá là $120 - 3x$.

b) **Sai.** Giá một căn hộ sau khi tăng là $30 + x$ (trăm nghìn).

c) **Đúng.** Tổng số tiền công ty thu được là $S(x) = (120 - 3x)(30 + x) = -3x^2 + 30x + 3600$.

d) **Sai.** Ta có $S'(x) = -6x + 30$. Phương trình $S'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 5$.

Bảng biến thiên

x	0	5	40
$S'(x)$	+	0	-
$S(x)$	$S(0) \nearrow S(5) \searrow S(40)$		

Từ bảng biến thiên suy ra, công ty sẽ thu được nhiều tiền nhất khi giá căn hộ là 3,5 (triệu đồng).

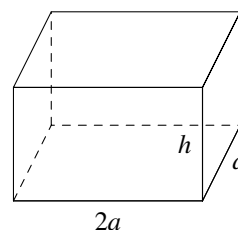
Chọn đáp án

a đúng	b sai	c đúng	d sai
--------	-------	--------	-------

 ☐

Câu 4.

Ông A dự định sử dụng hết $5,5 \text{ m}^2$ kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng (các mối ghép nối không đáng kể). Gọi a và h lần lượt là kích thước chiều rộng và chiều cao (theo đơn vị mét).



a) Tổng diện tích 5 mặt của bể là $S = 2a^2 + 2ah + 4ah = 2a^2 + 6ah$.

b) Ta có $h = \frac{5,5 + 2a^2}{6a}$.

c) Thể tích của bể là $V = \frac{5,5a}{3} + \frac{2a^3}{3}$.

d) Bể cá có dung tích lớn nhất bằng $\frac{11\sqrt{33}}{54}$.

Lời giải.

a) **Đúng.** Kích thước đáy của bể lần lượt là $2a$, a ; chiều cao bể là h ($a, h > 0$).

Tổng diện tích 5 mặt của bể là $S = 2a^2 + 2ah + 4ah = 2a^2 + 6ah$.

b) **Sai.** Theo đề bài ta có $2a^2 + 6ah = 5,5 \Leftrightarrow h = \frac{5,5 - 2a^2}{6a}$, $0 < a < \frac{5\sqrt{5}}{2}$.

c) **Sai.** Gọi V là thể tích của bể cá, ta có $V = 2a^2h = \frac{2a^2(5,5 - 2a^2)}{6a} = \frac{5,5a}{3} - \frac{2a^3}{3}$.

d) **Đúng.** Ta có $V' = \frac{5,5}{3} - \frac{6a^2}{3}$. Cho $V' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{\sqrt{33}}{6} \\ a = -\frac{\sqrt{33}}{6} \text{ (loại)} \end{cases}$

Bảng biến thiên

a	0	$\frac{\sqrt{33}}{6}$	$\frac{5\sqrt{5}}{2}$
V'	+	0	-
V	$0 \nearrow \frac{11\sqrt{33}}{54} \searrow -\infty$		

Vậy dung tích lớn nhất của bể cá bằng $\frac{11\sqrt{33}}{54} \text{ m}^3 \approx 1,17 \text{ m}^3$.

Chọn đáp án

a đúng	b sai	c sai	d đúng
--------	-------	-------	--------

 ☐

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6 vào ô kết quả.

Câu 1. Một loại thuốc được dùng cho một bệnh nhân và nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân được giám sát bởi bác sĩ. Biết rằng nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân sau khi tiêm vào cơ thể trong t giờ được tính theo công thức $c(t) = \frac{t}{t^2+1}$ mg/L. Sau khi tiêm thuốc bao nhiêu giờ thì nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân cao nhất?

Đáp án: 1

Lời giải.

Xét hàm số $c(t) = \frac{t}{t^2+1} \Rightarrow c'(t) = \frac{t^2+1-2t^2}{(t^2+1)^2} = \frac{-t^2+1}{(t^2+1)^2}$.

Cho $c'(t) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -1. \end{cases}$

Bảng biến thiên

t	0	1	$+\infty$
c'	+	0	-
c		$f(1)$	0

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân cao nhất khi $t = 1$.

Câu 2. Một doanh nghiệp cần sản xuất một mặt hàng trong đúng 10 ngày và phải sử dụng hai máy A và B. Máy A làm việc trong x ngày cho số tiền lãi là $x^2 + 2x$ (triệu đồng), máy B làm việc trong y ngày cho số tiền lãi là $-27y^2 + 326y$ (triệu đồng). Hỏi doanh nghiệp đó cần sử dụng máy A làm việc trong bao nhiêu ngày để số tiền lãi thu được nhiều nhất? Biết rằng hai máy A và B không đồng thời làm việc và máy B làm việc không quá 6 ngày.

Đáp án: 4

Lời giải.

Theo đề $x + y = 10 \Rightarrow y = 10 - x$.

Bài toán trở thành tìm x để hàm số $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất với

$$f(x) = -27(10-x)^2 + 326(10-x) + x^2 + 2x = -26x^2 + 216x + 560.$$

Vì $f(x)$ là hàm bậc hai có $a < 0$ nên đạt giá trị lớn nhất tại $x = \frac{54}{13} \approx 4$ do $(y \leq 6)$.

Vậy máy A cần được sử dụng trong 4 ngày, máy B cần được sử dụng trong 6 ngày.

Câu 3. Bác Tôm có một cái ao có diện tích 50 m^2 để nuôi cá. Vụ vừa qua bác nuôi với mật độ 20 con/m^2 và thu được tất cả $1,5$ tấn cá thành phẩm. Theo kinh nghiệm nuôi cá thu được, bác thấy cứ thả giảm đi 8 con/m^2 thì tương ứng sẽ có mỗi con cá thành phẩm thu được tăng thêm $0,5 \text{ kg}$. Hỏi vụ tới bác phải mua bao nhiêu con cá giống để đạt được tổng khối lượng cá thành phẩm cao nhất? (Giả sử không có hao hụt trong quá trình nuôi).

Đáp án: 512

Lời giải.

Số cá bác đã thả trong vụ vừa qua là $20 \cdot 50 = 1000$ con.

Gọi x là số cá giảm đi, khi đó năng suất a tăng $a = \frac{0,5 \cdot x}{8} = 0,0625 \text{ kg/con}$.

Vậy sản lượng thu được trong năm tới của bác Tôm sẽ là

$$f(x) = (1000 - x)(1,5 + 0,0625x) \text{ (kg)}.$$

Xét hàm số $f(x) = (1000 - x)(1,5 + 0,0625x) = -0,0625x^2 + 61x + 1500$.

x	0	488	1000
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	<div><div>16384</div><div><div></div><div></div></div></div>		

Vậy số cá giống cần mua là $1000 - 488 = 512$.

Câu 4. Một cửa hàng cà phê sắp khai trương đang nghiên cứu thị trường để định giá bán cho mỗi cốc cà phê. Sau khi nghiên cứu, người quản lý thấy rằng nếu bán với giá 20 000 đồng một cốc thì mỗi tháng trung bình sẽ bán được 2 000 cốc, còn từ mức giá 20 000 đồng mà cứ tăng giá thêm 1 000 đồng thì sẽ bán ít đi 100 cốc. Biết chi phí nguyên vật liệu để pha một cốc cà phê không thay đổi là 18 000 đồng. Hỏi cửa hàng phải bán mỗi cốc cà phê với giá bao nhiêu nghìn đồng để đạt lợi nhuận lớn nhất? **Đáp án: 29**

Lời giải.

Gọi x là giá bán mỗi cốc cà phê.

Khi đó, số lượng cốc bán được là $2000 - \frac{x - 20000}{1000} \cdot 100$.

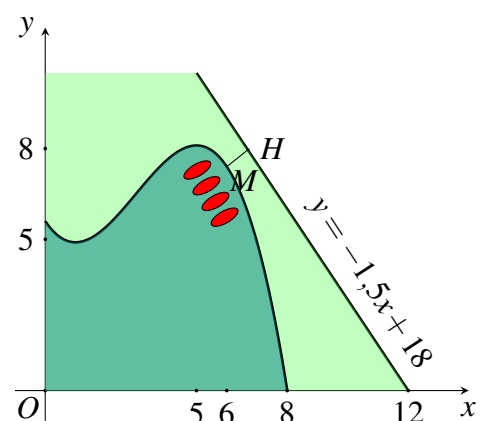
Lợi nhuận

$$f(x) = \left[2000 - \frac{x - 20000}{1000} \cdot 100 \right] (x - 18000) = -\frac{1}{10}x^2 + 5800x - 72000000$$

$$\leq f\left(-\frac{5800}{2 \cdot \frac{-1}{10}}\right) = f(29000).$$

Câu 5.

Một hồ nước nhân tạo được xây dựng trong một công viên giải trí. Trong mô hình minh họa bên, nó được giới hạn bởi các trục tọa độ và đồ thị của hàm số $y = f(x) = \frac{1}{10}(-x^3 + 9x^2 - 15x + 56)$. Đơn vị độ dài trên mỗi trục là 100 m (Nguồn: A. Bigalke et al, *Mathematik, Grundkurs ma-I, Cornelsen 2016*).



Trong công viên có một con đường chạy dọc theo đồ thị hàm số $y = -1,5x + 18$. Người ta dự định xây dựng trên bờ hồ một bên thuyền đạp nước sao cho khoảng cách từ bến thuyền đến con đường này là ngắn nhất. Khoảng cách của điểm để xây dựng bến thuyền này bằng bao nhiêu? **Đáp án: 6**

Lời giải.

Xét điểm $M(x; f(x))$ thuộc đồ thị hàm số $y = f(x) = \frac{1}{10}(-x^3 + 9x^2 - 15x + 56)$ với $0 \leq x \leq 8$.

Khoảng cách từ điểm $M(x; f(x))$ đến đường thẳng $y = -1,5x + 18 \Leftrightarrow -1,5x - y + 18 = 0$ là

$$MH = \frac{\left| -1,5x - \frac{1}{10}(-x^3 + 9x^2 - 15x + 56) + 18 \right|}{\sqrt{(-1,5)^2 + 1}} = \frac{|x^3 - 9x^2 + 124|}{10\sqrt{3,25}}.$$

Ta khảo sát hàm số $h(x) = x^3 - 9x^2 + 124$ với $0 \leq x \leq 8$.

$$h'(x) = 3x^2 - 18x;$$

$$h'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 18x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ hoặc } x = 6.$$

Bảng biến thiên

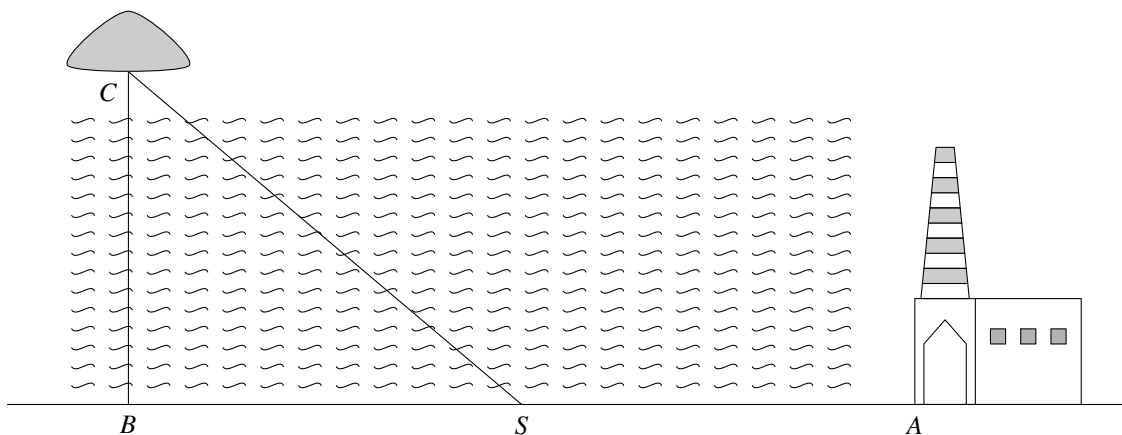
x	0	6	8
$h'(x)$	0	−	+
$h(x)$	124	16	60

Căn cứ vào bảng biến thiên, ta có $h(x) > 0$ với $0 \leq x \leq 8$;

$$\min_{[0;8]} h(x) = h(6) = 16 \text{ tại } x = 6.$$

Do đó, $\min MH = \min_{[0;8]} \frac{|x^3 - 9x^2 + 124|}{10\sqrt{3,25}} = \frac{1}{10\sqrt{3,25}} \cdot \min_{[0;8]} h(x) = \frac{1}{10\sqrt{3,25}} \cdot 16 \approx 0,8875$ và đạt được tại $x = 6$.

Câu 6. Một đường dây điện được nối từ một nhà máy điện ở A (nằm tại bờ biển là đường thẳng AB) đến một hòn đảo C, khoảng cách ngắn nhất từ đảo về bờ biển là đoạn BC dài 1 km, khoảng cách từ B đến A là 4 km được minh họa bằng hình vẽ dưới đây.



Biết rằng mỗi km dây điện đặt dưới nước chi phí mất 5000 USD, còn đặt dưới đất chi phí mất 3000 USD. Hỏi điểm S trên bờ cách A bao nhiêu km để khi mắc dây điện từ A qua S rồi đến C có chi phí là ít nhất?

Đáp án: 3,25

Lời giải.

Đặt $AS = x$ với $0 < x < 4$, khi đó $BS = 4 - x$ và $CS = \sqrt{BC^2 + BS^2} = \sqrt{1 + (4 - x)^2}$.

Chi phí lắp đặt dây điện từ A đến S là $P_1 = 3000x$.

Chi phí lắp đặt dây điện từ C đến S là $P_2 = 5000\sqrt{1 + (4 - x)^2}$.

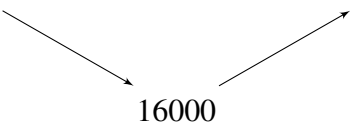
Tổng chi phí lắp đặt dây điện là $P = P_1 + P_2 = 3000x + 5000\sqrt{1 + (4 - x)^2}$.

Xét hàm $f(x) = 3000x + 5000\sqrt{1 + (4 - x)^2}$ trên khoảng $(0, 4)$.

Ta có $f'(x) = 3000 - \frac{5000(4 - x)}{\sqrt{x^2 - 8x + 17}}$, khi đó

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 5(4 - x) = 3\sqrt{x^2 - 8x + 17} \Leftrightarrow x = \frac{13}{4}.$$

Bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ như sau

x	0	$\frac{13}{4}$	4
$f'(x)$	—	0	+
$f(x)$			

Vậy để chi phí mắc dây điện là ít nhất thì điểm S cách A một khoảng là $\frac{13}{4}$ km.

—HẾT—

BẢNG ĐÁP ÁN

ĐÁP ÁN PHẦN I

1. B	2. C	3. B	4. A	5. B	6. D	7. D	8. A	9. C	10. D
11. B	12. D								

ĐÁP ÁN PHẦN II

Câu 1. a Đ b Đ c Đ d Đ	Câu 2. a Đ b S c S d Đ
Câu 3. a Đ b S c Đ d S	Câu 4. a Đ b S c S d Đ

ĐÁP ÁN PHẦN III

Câu 1. 1	Câu 2. 4	Câu 3. 512	Câu 4. 29	Câu 5. 6	Câu 6. 3,25
----------	----------	------------	-----------	----------	-------------