

CHƯƠNG

I

ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ KHẢO SÁT HÀM SỐ

BÀI 5. KHẢO SÁT SỰ BIẾN THIÊN VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ



LÝ THUYẾT.

A. SƠ ĐỒ BÀI TOÁN KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ

Bước 1. Tìm tập xác định của hàm số;

Bước 2. Tính đạo hàm $y' = f'(x)$;

Bước 3. Tìm nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$;

Bước 4. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} y$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} y$ và tìm tiệm cận đứng, ngang (nếu có);

Bước 5. Lập bảng biến thiên;

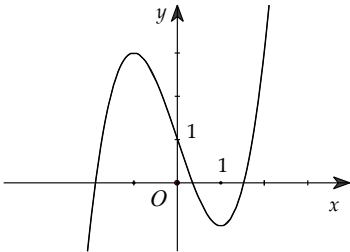
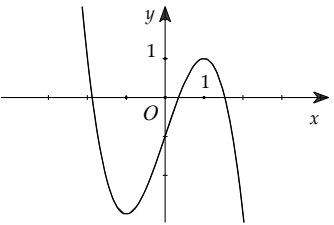
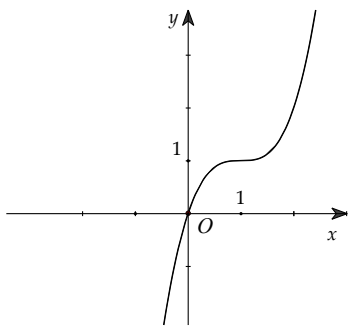
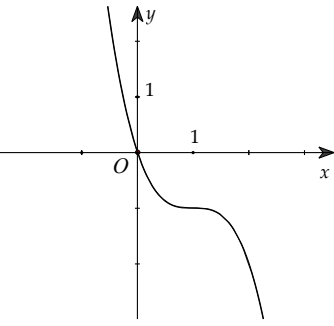
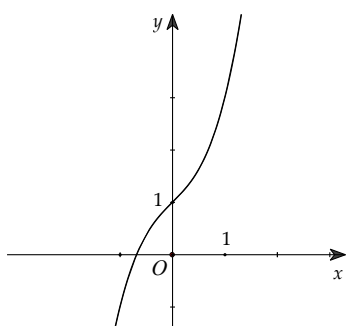
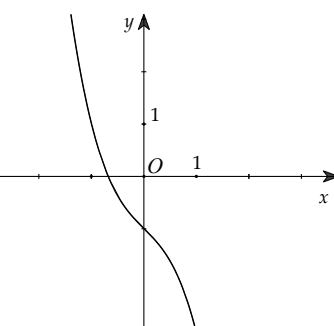
Bước 6. Kết luận tính biến thiên và cực trị (nếu có);

Bước 7. Tìm các điểm đặc biệt của đồ thị (giao với trục Ox , Oy , các điểm đối xứng, ...);

Bước 8. Vẽ đồ thị.

B. CÁC DẠNG ĐỒ THỊ CỦA CÁC HÀM SỐ THƯỜNG GẶP

1. HÀM SỐ BẬC BA $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$)

TRƯỜNG HỢP	$a > 0$	$a < 0$
Phương trình $y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt		
Phương trình $y' = 0$ có nghiệm kép		
Phương trình $y' = 0$ vô nghiệm		

MỘT SỐ VÍ DỤ VỀ BÀI TOÁN KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ

Câu 1. Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$

Lời giải:

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$

Sự biến thiên:

+ Chiều biến thiên:

$$y' = 3x^2 - 6x. \text{ Xét } y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

+ Các giới hạn tại vô cực

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 \left(1 - \frac{3}{x} + \frac{2}{x^3} \right) = +\infty; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 \left(1 - \frac{3}{x} + \frac{2}{x^3} \right) = -\infty.$$

+ Bảng biến thiên:

x					$+\infty$
y'	+ 0 - 0 +				
y	$-\infty \nearrow$ 2 \searrow -2 \nearrow $+\infty$				

Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$;

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$

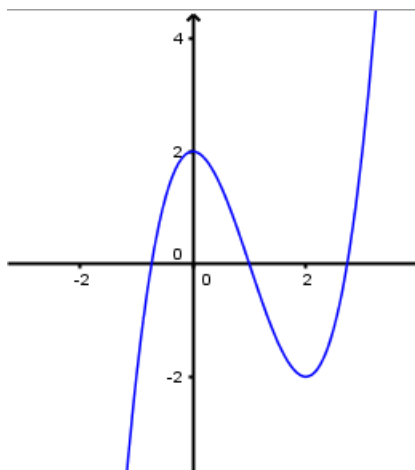
+ Cực trị :

Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$; $y_{cd} = y(0) = 2$.Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$; $y_{ct} = y(2) = -2$

+ Đồ thị

Ta có $x^3 - 3x^2 + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x^2 - 2x - 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow$ đồ thị hàm số qua điểm $A(1; 0)$.

Cho $x = 0 \Rightarrow y = 2$:Đồ thị hàm số cắt Oy tại $B(0; 2)$.



Lưu ý: Đồ thị hàm số nhận điểm $I(1; 0)$ làm tâm đối xứng. Hoành độ điểm I là nghiệm của phương trình $y'' = 0$ (Điểm uốn)

Câu 2. Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 3x + 1$

Lời giải:

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$

Sự biến thiên:

+ Chiều biến thiên:

$$y' = -3x^2 + 6x - 3 = -3(x-1)^2 \leq 0 \forall x \in \mathbb{R} . \text{Xét } y' = 0 \Leftrightarrow x = 1.$$

Suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

+ Cực trị : Hàm số không có cực trị

+ Các giới hạn tại vô cực

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 \left(-1 + \frac{3}{x} - \frac{3}{x^2} + \frac{1}{x^3} \right) = -\infty; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 \left(-1 + \frac{3}{x} - \frac{3}{x^2} + \frac{1}{x^3} \right) = +\infty.$$

+ Bảng biến thiên:

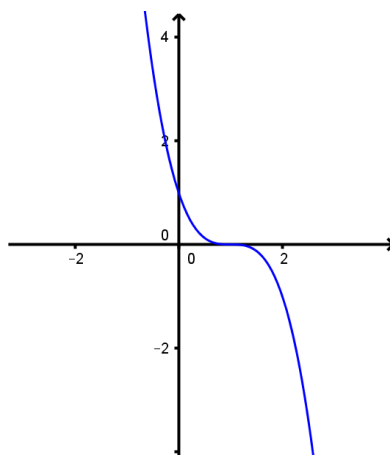
x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'		– 0 –	
y	$+\infty$		$-\infty$

Đồ thị

Ta có $-x^3 + 3x^2 - 3x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow$ đồ thị hàm số qua $A(1;0)$.

Cho $x = 0 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow$ Đồ thị hàm số cắt Oy tại $B(0;1)$.

Cho $x = 2 \Rightarrow y = -1 \Rightarrow$ Đồ thị hàm số qua $C(2;-1)$.



Lưu ý: Đồ thị hàm số nhận điểm $I(1;0)$ làm tâm đối xứng. Hoành độ điểm I là nghiệm của phương trình $y'' = 0$ (Điểm uốn).

Câu 3. Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số $y = x^3 + 1$

Lời giải:

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$

Sự biến thiên:

+ Chiều biến thiên:

$$y' = 3x^2 \geq 0 \forall x \in \mathbb{R}. \text{ Xét } y' = 0 \Leftrightarrow x = 0.$$

Suy ra hàm số luôn đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

+ Cực trị : Hàm số không có cực trị

+ Các giới hạn tại vô cực

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 = +\infty; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = -\infty.$$

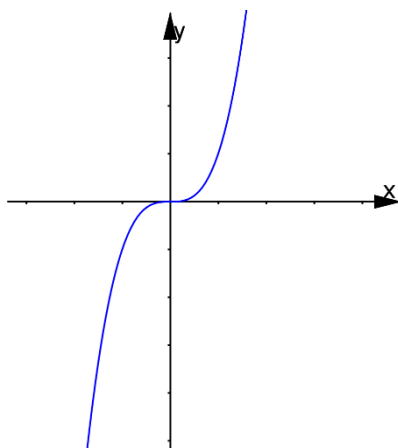
+ Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'		+ 0 –	
y	$-\infty$	0	$+\infty$

Đồ thị

Ta có $x^3 = 0 \Leftrightarrow x = 0$. Vậy đồ thị hàm số qua $O(0;0)$

Cho $x = 1 \Rightarrow y = 1$:Đồ thị hàm số cắt Oy tại $B(1;1)$.Cho $x = -1 \Rightarrow y = -1$:Đồ thị hàm số cắt qua $C(-1;-1)$.



Lưu ý: Đồ thị hàm số nhận điểm $O(0;0)$ làm tâm đối xứng. Hoành độ điểm O là nghiệm của phương trình $y'' = 0$ (Điểm uốn)

2. HÀM SỐ TRÙNG PHƯƠNG $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$)

TRƯỜNG HỢP	$a > 0$	$a < 0$
Phương trình $y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt		
Phương trình $y' = 0$ có 1 nghiệm.		

MỘT SỐ VÍ DỤ VỀ BÀI TOÁN KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ

Câu 1. Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$

Lời giải:

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$

Sự biến thiên:

+ Chiều biến thiên:

$$y' = 4x^3 - 4x = 4x(x^2 - 1). \text{ Xét } y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$$

+ Các giới hạn tại vô cực

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} x^4 \left(1 - \frac{2}{x^2} - \frac{3}{x^4} \right) = +\infty.$$

+ Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
y'		$-$	0	$+$	0	$-\infty$	0	$+$	
y	$+\infty$		-4		-3		-4		$+\infty$

Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$

Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$

+ Cực trị :

Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$; $y_{cd} = y(0) = -3$.

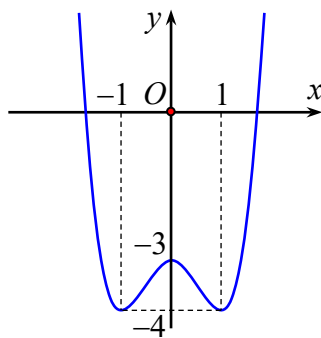
Hàm số đạt cực tiểu tại $x = \pm 1$; $y_{ct} = y(\pm 1) = -4$

Đồ thị

Ta có $x^4 - 2x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$. Vậy đồ thị hàm số qua $A(1; 0)$, $B(-1; 0)$.

Cho $x = 0 \Rightarrow y = -3$: Đồ thị hàm số cắt Oy tại $C(0; -3)$. Cho $x = \pm 2 \Rightarrow y = 5$: Đồ thị hàm số qua $D(-2; 5)$, $E(2; 5)$.

Lưu ý: Đồ thị hàm số nhận Oy làm trục đối xứng.



Câu 2. Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số $y = 4 - \frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{8}$

Lời giải:

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$

Sự biến thiên:

+ Chiều biến thiên:

$$y' = -x - \frac{x^3}{2} = -x \left(1 + \frac{x^2}{2} \right). \text{ Xét } y' = 0 \Leftrightarrow x = 0.$$

+ Các giới hạn tại vô cực

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} x^4 \left(-1 - \frac{1}{2x^2} - \frac{1}{8x^4} \right) = -\infty.$$

+ Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$
y	$-\infty$	4	$-\infty$

Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$

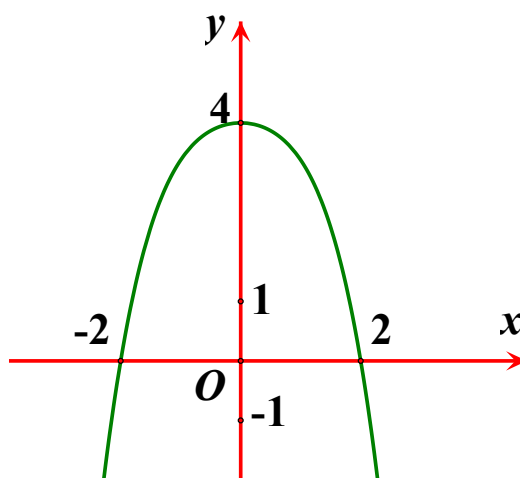
Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(0; +\infty)$

+ Cực trị :

Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$; $y_{cd} = y(0) = -3$.

Hàm số không có cực tiểu.

Đồ thị



Cho $x = \pm 2 \Rightarrow y = 0$: Đồ thị hàm qua $C(-2; 0)$, $D(2; 0)$

Lưu ý: Đồ thị hàm số nhận Oy làm trục đối xứng.

3. HÀM SỐ NHẤT BIẾN $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($c \neq 0, ad-bc \neq 0$)

$D = ad - bc > 0$	$D = ad - bc < 0$

MỘT SỐ VÍ DỤ VỀ BÀI TOÁN KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ

Câu 1. Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số $\frac{x+1}{x-1}$

Lời giải:

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

Sự biến thiên:

+ Chiều biến thiên:

$$y' = \frac{-2}{(x-1)^2}. \text{ Ta thấy } y' \text{ không xác định khi } x=1; y' \text{ luôn âm với mọi } x \neq 1$$

Vậy hàm số nghịch biến trên các khoảng $(1; +\infty)$ và $(-\infty; 1)$.

+ Cực trị :

Hàm số không có cực trị

+ Tiệm cận

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x+1}{x-1} = 1. \text{ Vậy đường thẳng } y=1 \text{ là tiệm cận ngang}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} y = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+1}{x-1} = +\infty; \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} y = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x+1}{x-1} = -\infty. \text{ Vậy đường thẳng } x=1 \text{ là tiệm cận đứng}$$

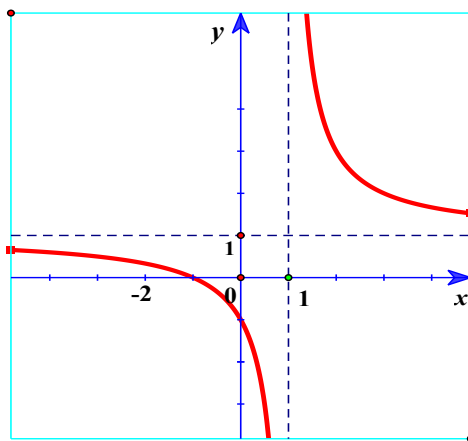
+ Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	$-$		$-$
y	1		1

\nearrow (từ 1 xuống $-\infty$) \searrow (từ $+\infty$ xuống 1)

Đồ thị

Đồ thị cắt trục tung tại điểm $A(0; -1)$ và cắt trục hoành tại điểm $B(-1; 0)$ (Hình vẽ)



Lưu ý : Giao điểm $I(1; 1)$ của hai tiệm cận là tâm đối xứng của đồ thị

Câu 2. Khảo sát và vẽ đồ thị của hàm số $y = \frac{x+1}{2x-1}$

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{2} \right\}$

Ta có $y' = \frac{-3}{(2x-1)^2} < 0$ với mọi $x \neq \frac{1}{2}$

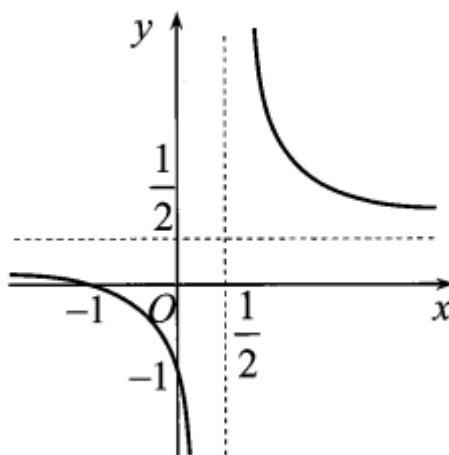
$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \frac{1}{2}$. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = \frac{1}{2}$

$\lim_{x \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^+} y = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^-} y = -\infty$. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = \frac{1}{2}$

Bảng biến thiên của hàm số có dạng:

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
	$+\infty$		
y'	—		—
y	$\frac{1}{2}$	$+\infty$	$\frac{1}{2}$
	$-\infty$		

Đồ thị hàm số có dạng:



C. MỘT SỐ PHÉP BIẾN ĐỔI ĐỒ THỊ

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C) với số $a > 0$ ta có:

- Hàm số $y = f(x) + a$ có đồ thị (C') là tịnh tiến (C) theo phương của Oy lên trên a đơn vị.
- Hàm số $y = f(x) - a$ có đồ thị (C') là tịnh tiến (C) theo phương của Oy xuống dưới a đơn vị.
- Hàm số $y = f(x + a)$ có đồ thị (C') là tịnh tiến (C) theo phương của Ox qua trái a đơn vị.
- Hàm số $y = f(x - a)$ có đồ thị (C') là tịnh tiến (C) theo phương của Ox qua phải a đơn vị.
- Hàm số $y = -f(x)$ có đồ thị (C') là đối xứng của (C) qua trục Ox .
- Hàm số $y = f(-x)$ có đồ thị (C') là đối xứng của (C) qua trục Oy .

➤ Từ đồ thị $(C): y = f(x)$ suy ra đồ thị $(C'): y = f(|x|)$.

$$\text{Ta có } y = f(|x|) = \begin{cases} f(x) & \text{khi } x \geq 0 \\ f(-x) & \text{khi } x < 0 \end{cases}$$

và $y = f(|x|)$ là hàm chẵn nên đồ thị (C') nhận Oy làm trục đối xứng.

*** Cách vẽ (C') từ (C) :**

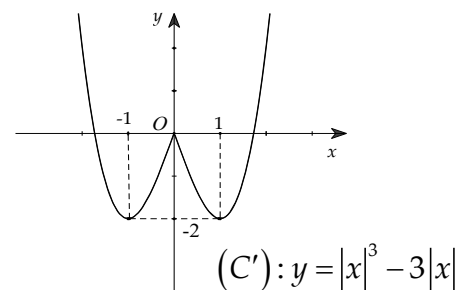
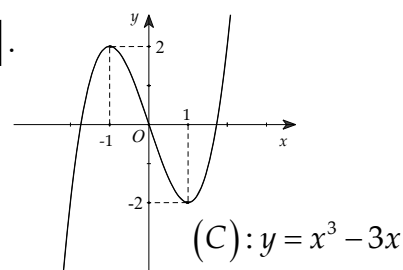
- + Giữ nguyên phần đồ thị bên phải Oy của đồ thị $(C): y = f(x)$.
- + Bỏ phần đồ thị bên trái Oy của (C) , lấy đối xứng phần đồ thị được giữ qua Oy .

Ví dụ: Từ đồ thị $(C): y = f(x) = x^3 - 3x$ suy ra đồ thị $(C'): y = |x|^3 - 3|x|$.

$$\text{Ta có: } y = |x|^3 - 3|x| = \begin{cases} x^3 - 3x & \text{khi } x \geq 0 \\ -x^3 + 3x = -(x^3 - 3x) & \text{khi } x < 0 \end{cases}$$

Cách vẽ đồ thị (C') :

- + Bỏ phần đồ thị của (C) bên trái Oy , giữ nguyên (C) bên phải Oy .
- + Lấy đối xứng phần đồ thị được giữ qua Oy .



✚ Từ đồ thị $(C): y = f(x)$ suy ra đồ thị $(C'): y = |f(x)|$.

$$\text{Ta có: } y = |f(x)| = \begin{cases} f(x) & \text{khi } f(x) \geq 0 \\ -f(x) & \text{khi } f(x) < 0 \end{cases}$$

* **Cách vẽ (C') từ (C) :**

+ Giữ nguyên phần đồ thị phía trên Ox của đồ thị $(C): y = f(x)$.

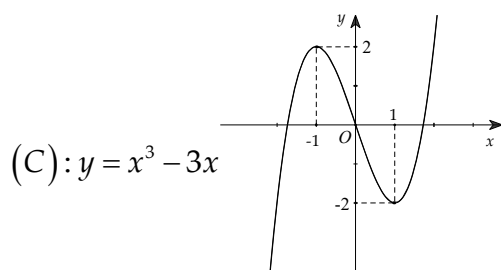
+ Bỏ phần đồ thị phía dưới Ox của (C) , lấy đối xứng phần đồ thị bị bỏ qua Ox .

Ví dụ: Từ đồ thị $(C): y = f(x) = x^3 - 3x$ suy ra đồ thị $(C'): y = |x^3 - 3x|$.

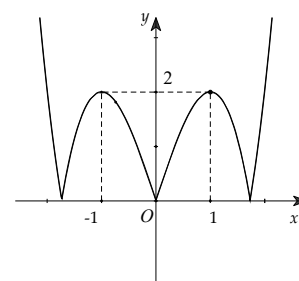
Cách vẽ đồ thị (C') :

+ Bỏ phần đồ thị của (C) dưới Ox , giữ nguyên (C) phía trên Ox .

+ Lấy đối xứng phần đồ thị bị bỏ qua qua Ox .



$$(C'): y = |x^3 - 3x|$$



Chú ý: Với dạng:

$$y = |f(|x|)| \text{ ta lần lượt biến}$$

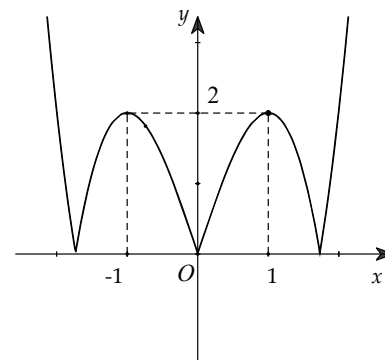
đổi 2 đồ thị $y = f(|x|)$ và $y = |f(x)|$

Ví dụ: Từ đồ thị $(C): y = f(x) = x^3 - 3x$ suy ra đồ thị

$$y = |x|^3 - 3|x|$$

Biến đổi (C) để được đồ thị $(C'): y = |x|^3 - 3|x|$.

Biến đổi $(C'): y = |x|^3 - 3|x|$ ta được đồ thị $(C''): y = ||x|^3 - 3|x||$.



✚ Từ đồ thị $(C): y = u(x).v(x)$ suy ra đồ thị $(C'): y = |u(x)|.v(x)$. $(C''): y = ||x|^3 - 3|x||$

$$\text{Ta có: } y = |u(x)|.v(x) = \begin{cases} u(x).v(x) = f(x) & \text{khi } u(x) \geq 0 \\ -u(x).v(x) = f(x) & \text{khi } u(x) < 0 \end{cases}$$

* **Cách vẽ (C') từ (C) :**

+ Giữ nguyên phần đồ thị trên miền $u(x) \geq 0$ của đồ thị $(C): y = f(x)$.

+ Bỏ phần đồ thị trên miền $u(x) < 0$ của (C) , lấy đối xứng phần đồ thị bị bỏ qua qua Ox .

Ví dụ:

a) Từ đồ thị (C): $y = f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1$ suy ra đồ thị (C'): $y = |x-1|(2x^2 - x - 1)$

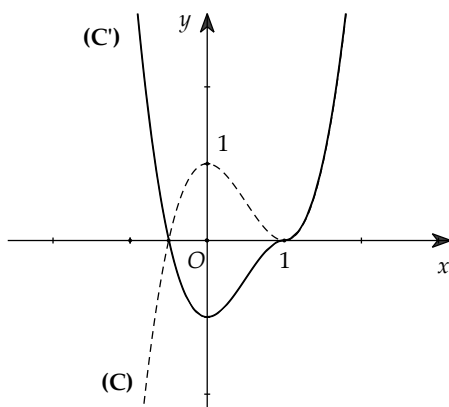
Ta có:

$$y = |x-1|(2x^2 - x - 1) = \begin{cases} f(x) & \text{khi } x \geq 1 \\ -f(x) & \text{khi } x < 1 \end{cases}$$

Đồ thị (C'):

+ Giữ nguyên (C) với $x \geq 1$.

+ Bỏ (C) với $x < 1$. Lấy đối xứng phần đồ thị bị bỏ qua Ox .



Nhận xét: Trong quá trình thực hiện phép suy đồ thị nên lấy đối xứng các điểm đặc biệt của (C): giao điểm với Ox , Oy , CĐ, CT...

b) Từ đồ thị (C): $y = f(x) = \frac{x}{x-1}$ suy ra đồ

$$\text{thị (C')}: y = \frac{x}{|x-1|}$$

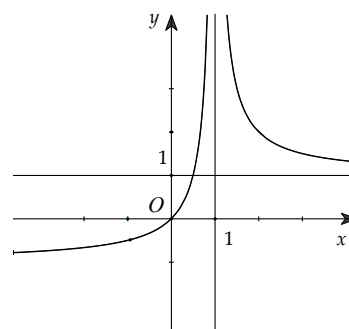
Ta có:

$$y = \frac{x}{|x-1|} = \begin{cases} \frac{x}{x-1} & \text{khi } x \in (1; +\infty) \\ -\frac{x}{x-1} & \text{khi } x \in (-\infty; 1) \end{cases}.$$

Đồ thị (C'):

+ Bỏ phần đồ thị của (C) với $x < 1$, giữ nguyên (C) với $x > 1$.

+ Lấy đối xứng phần đồ thị bị bỏ qua Ox .



Nhận xét: Đối với hàm phân thức thì nên lấy đối xứng các đường tiệm cận để thực hiện phép suy đồ thị một cách tương đối chính xác.

CHƯƠNG

I

ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ KHẢO SÁT HÀM SỐ

BÀI 5. KHẢO SÁT SỰ BIẾN THIÊN VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ



BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM TRÍCH TỪ ĐỀ THAM KHẢO VÀ ĐỀ CHÍNH THỨC CỦA BỘ GIÁO DỤC TỪ NĂM 2017 ĐẾN NAY

Câu 1: (MĐ 101-2022) Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1		1	$+\infty$	
y'		+	0	-	0	+
y	$-\infty$		2		-2	$+\infty$

- A. $y = x^4 - 2x^2$. B. $y = -x^3 + 3x$. C. $y = -x^4 + 2x^2$. D. $y = x^3 - 3x$.

Câu 2: (MĐ 102-2022) Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$	-1		1	$+\infty$	
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y						

	$-\infty$		2		-2		$+\infty$

- A. $y = -x^3 + 3x$. B. $y = x^3 - 3x$. C. $y = -x^4 + 2x^2$. D. $y = x^4 - 2x^2$.

Câu 3: (MĐ 103-2022) Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$		-2		2		$-\infty$

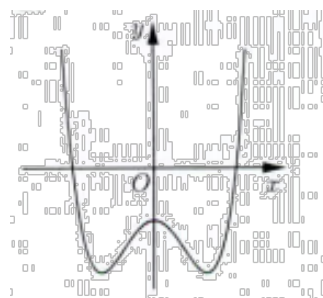
- A. $y = x^3 - 3x$. B. $y = -x^3 + 3x$. C. $y = x^2 - 2x$. D. $y = -x^2 + 2x$.

Câu 4: (MĐ 104-2022) Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$		-2		2		$-\infty$

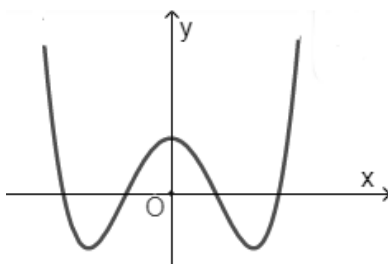
- A. $y = x^3 - 3x$. B. $y = x^2 - 2x$. C. $y = -x^3 + 3x$. D. $y = -x^2 + 2x$.

Câu 5: (TK 2020-2021) Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



- A. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$. B. $y = x^4 - 2x^2 - 1$. C. $y = x^3 - 3x^2 - 1$. D. $y = -x^3 + 3x^2 - 1$.

Câu 6: (MĐ 102 2020-2021 – ĐỢT 1) Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?

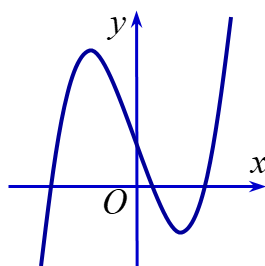


- A. $y = x^3 - 3x + 1$. B. $y = -2x^4 + 4x^2 + 1$. C. $y = -x^3 + 3x + 1$. D. $y = 2x^4 - 4x^2 + 1$.

Câu 7: (MĐ 102 2020-2021 – ĐỢT 1) Đồ thị hàm số $y = -x^4 - 2x^2 + 3$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

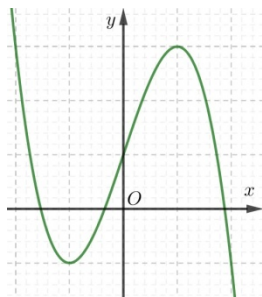
- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

Câu 8: (MĐ 103 2020-2021 – ĐỢT 1) Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



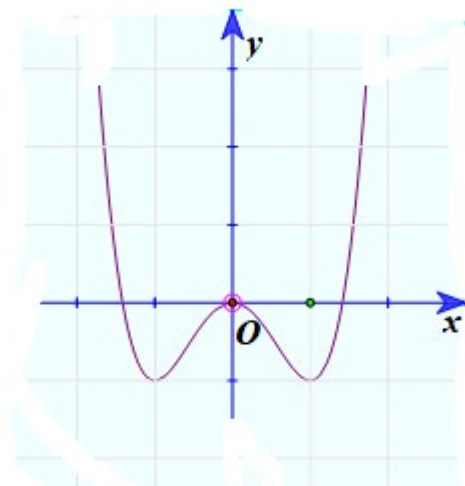
- A. $y = -x^3 - 2x + \frac{1}{2}$. B. $y = x^3 - 2x + \frac{1}{2}$. C. $y = -x^4 + 2x^2 + \frac{1}{2}$. D. $y = x^4 + 2x^2 + \frac{1}{2}$.

Câu 9: (MĐ 104 2020-2021 – ĐỢT 1) Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



- A. $y = x^3 - 3x + 1$. B. $y = x^4 + 4x^2 + 1$. C. $y = -x^3 + 3x + 1$. D. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

Câu 10: (2020-2021 – ĐỢT 1) Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên?



- A. $y = \frac{3x+1}{x+2}$. B. $y = x^2 + 2x$. C. $y = 2x^3 - x^2$. D. $y = x^4 - 2x^2$.

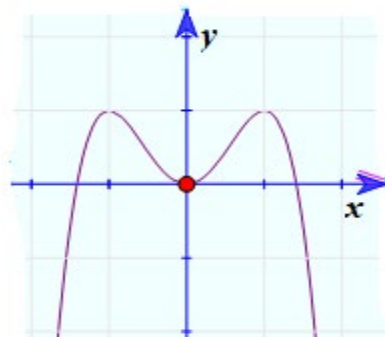
Câu 11: (2020-2021 – ĐỢT 1) Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị của hàm số $y = x^3 - x + 2$?

- A. Điểm $M(1;1)$. B. Điểm $P(1;2)$. C. Điểm $Q(1;3)$. D. Điểm $N(1;0)$.

Câu 12: (2020-2021 – ĐỢT 1) Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị của hàm số $y = x^3 + x - 2$?

- A. Điểm $M(1;1)$. B. Điểm $N(1;2)$. C. Điểm $P(1;3)$. D. Điểm $Q(1;0)$.

Câu 13: (2020-2021 – ĐỢT 1) Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình dưới đây?

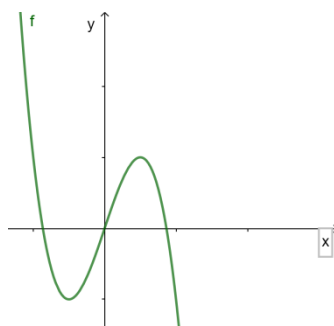


- A. $y = \frac{3x-1}{x+2}$. B. $y = x^2 - 2x$. C. $y = 2x^3 + x^2$. D. $y = -x^4 + 2x^2$.

Câu 14: (MĐ 103 2020-2021 – ĐỢT 2) Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị của hàm số $y = x^3 - x + 1$?

- A. Điểm $N(1;0)$. B. Điểm $P(1;2)$. C. Điểm $Q(1;3)$. D. Điểm $M(1;1)$.

Câu 15: (MĐ 103 2020-2021 – ĐỢT 2) Hàm số nào dưới đây có đồ thị đường cong trong hình bên?

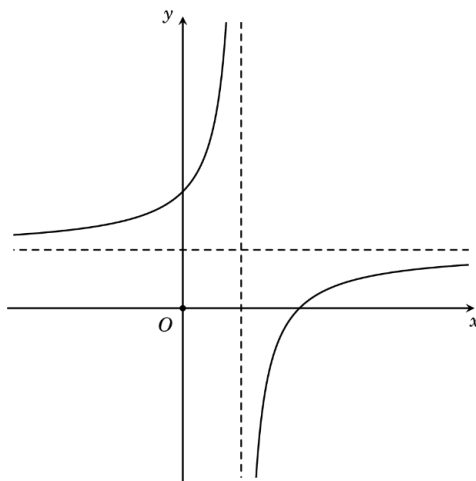


- A. $y = -x^3 + 3x$. B. $y = x^4 - x^2$. C. $y = \frac{2x+1}{x+2}$. D. $y = x^2 + x$.

Câu 16: (MĐ 104 2020-2021 – ĐỢT 2) Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị của hàm số $y = x^3 + x - 1$?

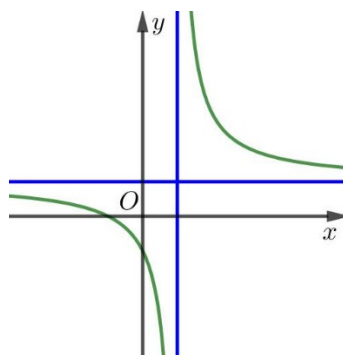
- A. Điểm $Q(1;3)$. B. Điểm $M(1;2)$. C. Điểm $N(1;1)$. D. Điểm $P(1;0)$.

Câu 17: (MĐ 103 2020-2021 – ĐỢT 1) Biết hàm số $y = \frac{x+a}{x-1}$ (a là số thực cho trước và $a \neq -1$) có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



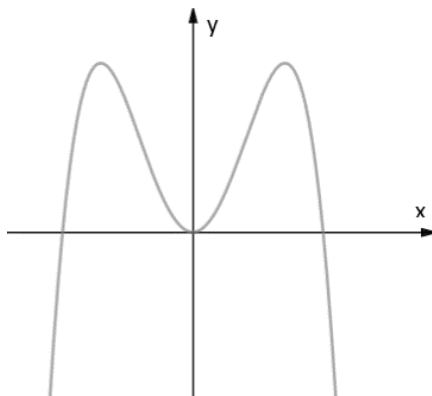
- A. $y' > 0, \forall x \neq 1$. B. $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. C. $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$. D. $y' < 0, \forall x \neq 1$.

Câu 18: (MĐ 104 2020-2021 – ĐỢT 1) Biết hàm số $y = \frac{x+a}{x-1}$ (a là số thực cho trước, $a \neq -1$) có đồ thị như trong hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



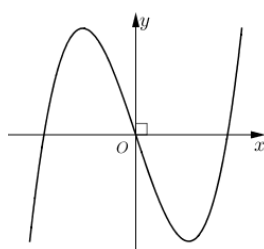
- A. $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$. B. $y' < 0, \forall x \neq 1$. C. $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. D. $y' > 0, \forall x \neq 1$.

Câu 19: (Đề Minh Họa 2020 Lần 1) Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong dưới đây?



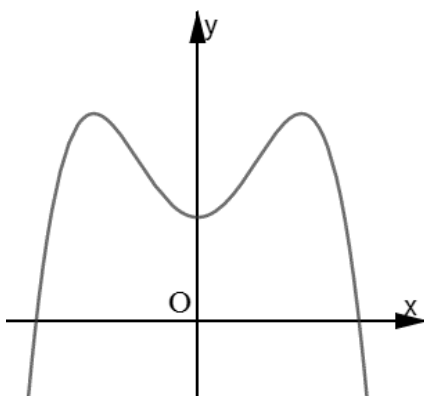
- A. $y = -x^4 + 2x^2$. B. $y = x^4 - 2x^2$. C. $y = x^3 - 3x^2$. D. $y = -x^3 + 3x^2$.

Câu 20: (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2) Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



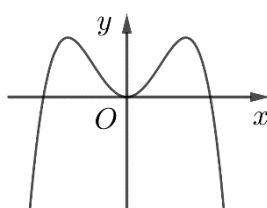
- A. $y = x^3 - 3x$. B. $y = -x^3 + 3x$. C. $y = x^4 - 2x^2$. D. $y = -x^4 + 2x^2$.

Câu 21: (Mã 101 - 2020 Lần 1) Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



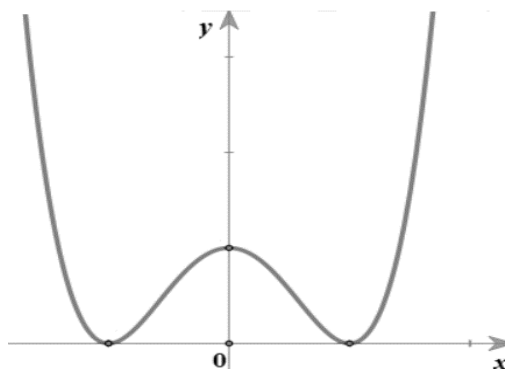
- A. $y = x^3 - 3x^2 + 1$. B. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$. C. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$. D. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

Câu 22: (Mã 102 - 2020 Lần 1) Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



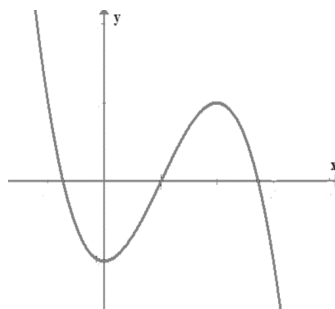
- A. $y = -x^4 + 2x^2$. B. $y = -x^3 + 3x$. C. $y = x^4 - 2x^2$. D. $y = x^3 - 3x$.

Câu 23: (Mã 104 - 2020 Lần 1) Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



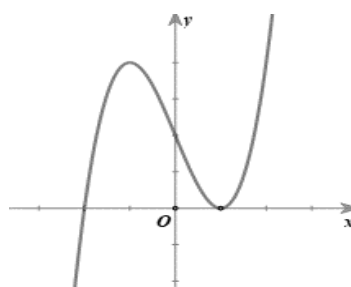
- A. $y = x^4 - 2x^2 + 1$. B. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$. C. $y = x^3 - 3x^2 + 1$. D. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

Câu 24: (Mã 101 - 2020 Lần 2) Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong hình bên



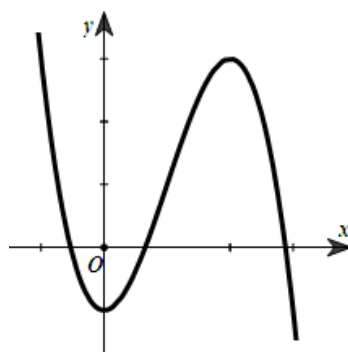
- A. $y = x^4 - 2x^2 - 2$ B. $y = -x^3 + 2x^2 - 2$ C. $y = x^3 - 3x^2 - 2$ D. $y = -x^4 + 2x^2 - 2$

Câu 25: (Mã 104 2017) Đường cong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



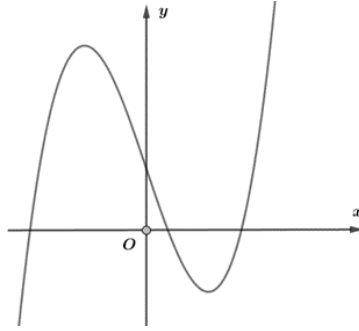
- A. $y = -x^3 + 3x + 2$ B. $y = x^4 - x^2 + 1$ C. $y = x^4 + x^2 + 1$ D. $y = x^3 - 3x + 2$

Câu 26: (Mã 102 - 2020 Lần 2) Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



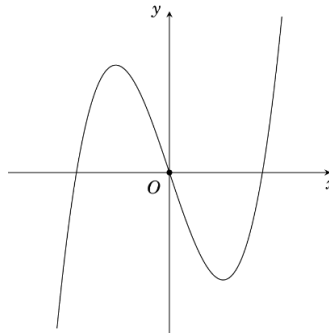
- A. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$. B. $y = x^4 - 2x^2 - 1$. C. $y = x^3 - 3x^2 - 1$. D. $y = -x^3 + 3x^2 - 1$.

Câu 27: (Mã 103 - 2020 Lần 2) Đồ thị của hàm số dưới đây có dạng như đường cong bên?



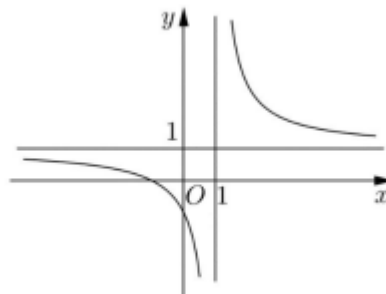
- A. $y = x^3 - 3x + 1$. B. $y = x^4 - 2x^2 + 1$. C. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$. D. $y = -x^3 + 3x + 1$.

Câu 28: (Mã 104 - 2020 Lần 2) Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



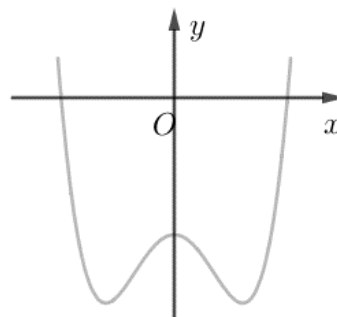
- A. $y = x^4 + 2x^2$. B. $y = -x^3 - 3x$. C. $y = x^3 - 3x$. D. $y = -x^4 + 2x^2$.

Câu 29: (Đề Tham Khảo 2019) Đường con trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



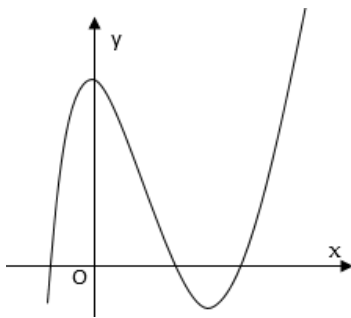
- A. $y = \frac{2x-1}{x-1}$ B. $y = \frac{x+1}{x-1}$ C. $y = x^4 + x^2 + 1$ D. $y = x^3 - 3x - 1$

Câu 30: (Mã 103 2019) Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên?



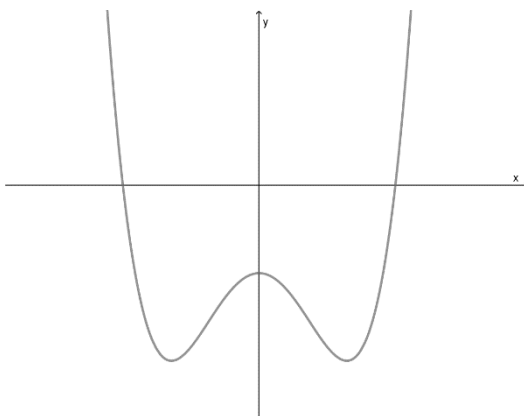
- A. $y = x^3 - 3x^2 - 2$. B. $y = x^4 - 2x^2 - 2$. C. $y = -x^3 + 3x^2 - 2$. D. $y = -x^4 + 2x^2 - 2$.

Câu 31: (Mã 101 2019) Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên?



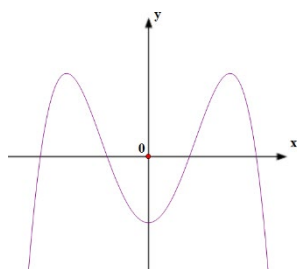
- A. $y = x^3 - 3x^2 + 3$. B. $y = -x^3 + 3x^2 + 3$. C. $y = x^4 - 2x^2 + 3$.s D. $y = -x^4 + 2x^2 + 3$.

Câu 32: (Mã 102 2018) Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



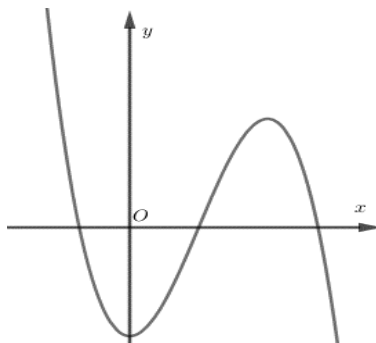
- A. $y = -x^3 + x^2 - 1$ B. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$ C. $y = x^3 - x^2 - 1$ D. $y = x^4 - 2x^2 - 1$

Câu 33: (Mã 101 2018) Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



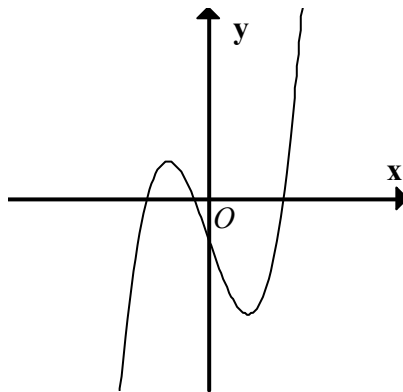
- A. $y = x^3 - 3x^2 - 1$ B. $y = -x^3 + 3x^2 - 1$ C. $y = -x^4 + 3x^2 - 1$ D. $y = x^4 - 3x^2 - 1$

Câu 34: (Mã 104 2018) Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



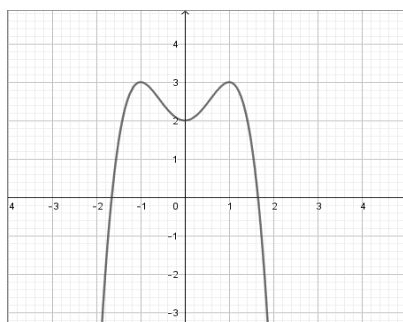
- A. $y = x^4 - x^2 - 2$ B. $y = -x^4 + x^2 - 2$ C. $y = -x^3 + 3x^2 - 2$ D. $y = x^3 - 3x^2 - 2$

Câu 35: (Mã 103 2018) Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



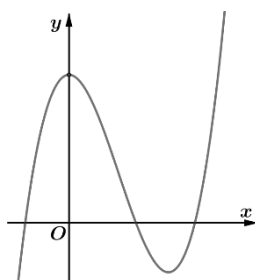
- A. $y = x^3 - 3x - 1$ B. $y = x^4 - 3x^2 - 1$ C. $y = -x^3 - 3x - 1$ D. $y = -x^4 + x^2 - 1$

Câu 36: (Đề Tham Khảo 2018) Đường cong trong hình bên là của đồ thị hàm số nào dưới đây?



- A. $y = x^3 - 3x^2 + 2$ B. $y = -x^3 + 3x^2 + 2$ C. $y = -x^4 + 2x^2 + 2$ D. $y = x^4 - 2x^2 + 2$

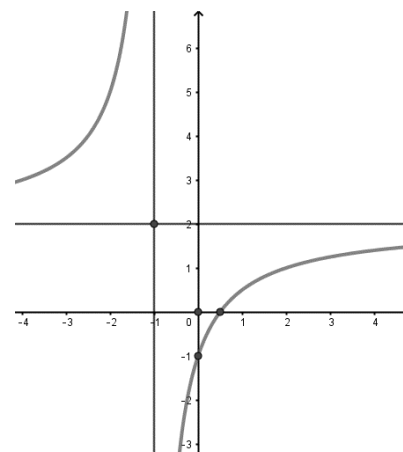
Câu 37: (Mã 110 2017) Đường cong ở hình bên dưới là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



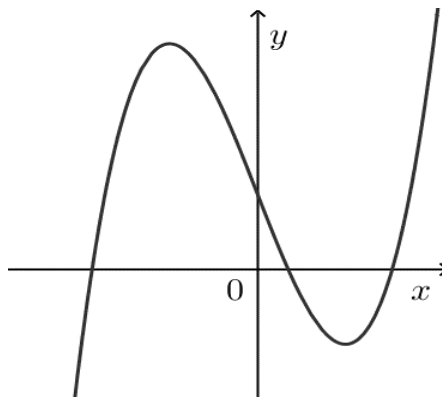
- A. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$ B. $y = x^3 - 3x^2 + 3$ C. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$ D. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

Câu 38: (Đề Tham Khảo 2017) Cho đường cong hình vẽ bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?

- A. $y = \frac{2x+1}{x-1}$ B. $y = \frac{2x+3}{x+1}$
C. $y = \frac{2x-1}{x+1}$ D. $y = \frac{2x-2}{x-1}$

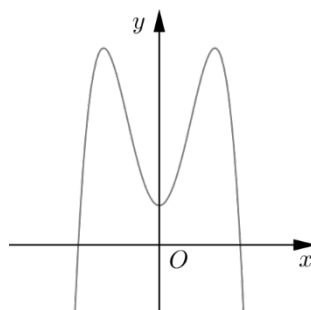


Câu 39: (Đề Minh Họa 2017) Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



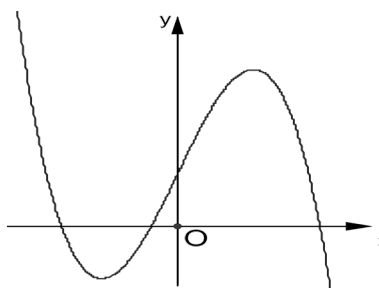
- A.** $y = x^3 - 3x + 1$ **B.** $y = -x^3 + 3x + 1$ **C.** $y = x^4 - x^2 + 1$ **D.** $y = -x^2 + x - 1$

Câu 40: (Mã 104 2019) Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên?



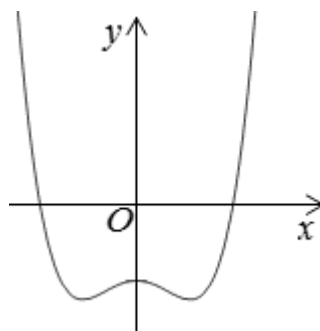
- A.** $y = 2x^4 - 4x^2 + 1$ **B.** $y = -2x^3 + 3x + 1$ **C.** $y = 2x^3 - 3x + 1$ **D.** $y = -2x^4 + 4x^2 + 1$

Câu 41: (Mã 102 2019) Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên



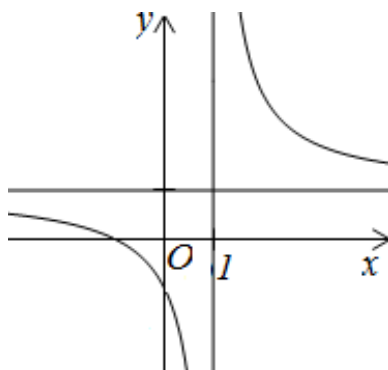
- A.** $y = -x^3 + 3x + 1$. **B.** $y = x^3 - 3x + 1$. **C.** $y = x^4 - 2x^2 + 1$. **D.** $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

Câu 42: (Mã 123 2017) Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



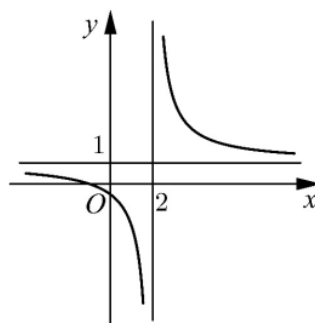
- A.** $y = x^4 - x^2 - 1$ **B.** $y = -x^4 + x^2 - 1$ **C.** $y = x^3 - x^2 - 1$ **D.** $y = -x^3 + x^2 - 1$

Câu 43: (Mã 123 2017) Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ với a, b, c, d là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



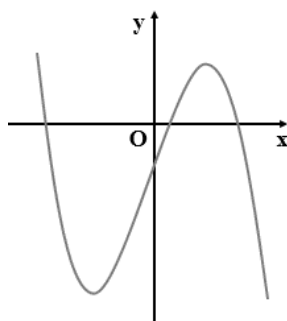
- A. $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$ B. $y' > 0, \forall x \neq 1$ C. $y' < 0, \forall x \neq 1$ D. $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$

Câu 44: (Mã 105 2017) Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ với a, b, c, d là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



- A. $y' > 0, \forall x \neq 1$ B. $y' < 0, \forall x \neq 1$ C. $y' < 0, \forall x \neq 2$ D. $y' > 0, \forall x \neq 2$

Câu 45: (Đề Minh Họa 2020 Lần 1) Cho hàm số $y = ax^3 + 3x + d$ ($a, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



- A. $a > 0, d > 0$. B. $a < 0, d > 0$. C. $a > 0, d < 0$. D. $a < 0, d < 0$.

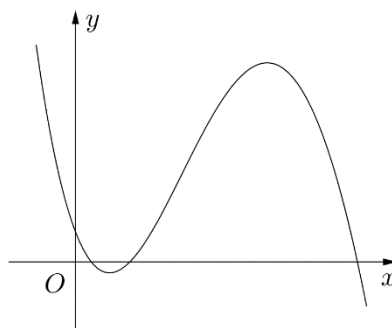
Câu 46: (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2) Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+1}{bx+c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	+		+
$f(x)$	1	$+\infty$	1

Trong các số a, b và c có bao nhiêu số dương?

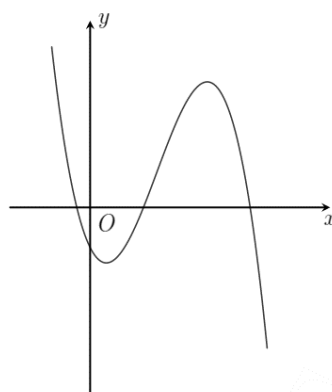
- A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.

Câu 47: (Mã 101 - 2020 Lần 1) Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?



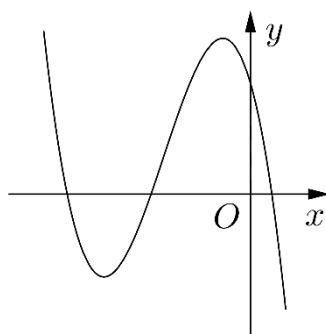
- A. 4. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 48: (Mã 102 - 2020 Lần 1) Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các hệ số a, b, c, d ?



- A. 4. B. 3. C. 1. D. 2.

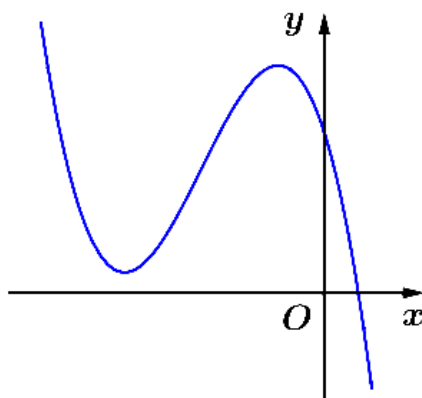
Câu 49: (Mã 103 - 2020 Lần 1) Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?

- A. 4. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 50: (Mã 104 - 2020 Lần 1) Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?



- A. 4. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 51: (Mã 102 - 2020 Lần 2) Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	2	1	$+\infty$	

Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?

- A. 2. B. 4. C. 1. D. 3.

Câu 52: (Mã 103 - 2020 Lần 2) Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$			1		-1		$+\infty$
	$-\infty$						

Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?

- A. 3. B. 4. C. 2. D. 1.

Câu 53: (Mã 101 - 2020 Lần 2) Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	4	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$		3		$+\infty$	
	$-\infty$		-5		

Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?

- A. 2. B. 4. C. 1. D. 3.

Câu 54: (Mã 104 - 2020 Lần 2) Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	4	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$			-1		-5		$+\infty$
	$-\infty$						

Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?

- A. 4. B. 2. C. 3. D. 1.

CHƯƠNG

I

ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM
ĐỂ KHẢO SÁT HÀM SỐ

BÀI 5. KHẢO SÁT SỰ BIẾN THIÊN VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ



BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM TRÍCH TỪ ĐỀ THAM KHẢO VÀ ĐỀ CHÍNH THỨC
CỦA BỘ GIÁO DỤC TỪ NĂM 2017 ĐẾN NAY

Câu 1: (MĐ 101-2022) Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1		1	$+\infty$	
y'		+	0	-	0	+
y	$-\infty$		2		-2	$+\infty$

A. $y = x^4 - 2x^2$.

B. $y = -x^3 + 3x$.

C. $y = -x^4 + 2x^2$.

D. $y = x^3 - 3x$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số có bảng biến thiên như trên, trong 4 đáp án đã cho phải là hàm bậc ba với $a > 0$.

Do đó ta chọn đáp án **D**.

Câu 2: (MĐ 102-2022) Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

A. $y = -x^3 + 3x$.

B. $y = x^3 - 3x$.

C. $y = -x^4 + 2x^2$.

D. $y = x^4 - 2x^2$.

Lời giải

Chọn B

Từ bảng biến thiên $\Rightarrow y = f(x)$ là hàm bậc 3 có hệ số $a > 0$, nên **Chọn B**

Câu 3: (MĐ 103-2022) Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$		-2		2		$-\infty$

A. $y = x^3 - 3x$.

B. $y = -x^3 + 3x$.

C. $y = x^2 - 2x$.

D. $y = -x^2 + 2x$.

Lời giải

Chọn B

Bảng biến đã cho là của hàm số $y = -x^3 + 3x$.

Câu 4: (MĐ 104-2022) Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$		-2		2		$-\infty$

A. $y = x^3 - 3x$.

B. $y = x^2 - 2x$.

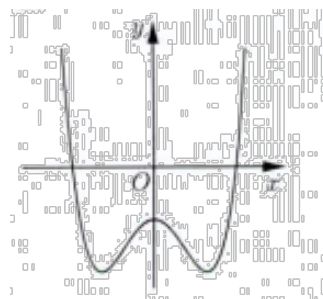
C. $y = -x^3 + 3x$.

D. $y = -x^2 + 2x$.

Lời giải

Chọn C

Câu 5: (TK 2020-2021) Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$.

B. $y = x^4 - 2x^2 - 1$.

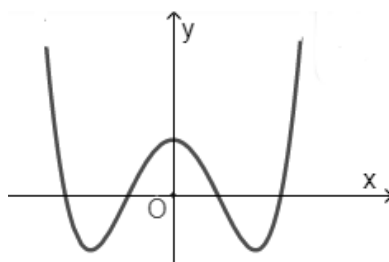
C. $y = x^3 - 3x^2 - 1$.

D. $y = -x^3 + 3x^2 - 1$.

Lời giải

Đây chính là dạng của đồ thị hàm trùng phương có hệ số cao nhất dương, có ba điểm cực trị và cắt trục tung tại điểm có tung độ âm. Khi đó chỉ có $y = x^4 - 2x^2 - 1$ là thỏa mãn.

Câu 6: (MĐ 102 2020-2021 – ĐỢT 1) Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y = x^3 - 3x + 1$.

B. $y = -2x^4 + 4x^2 + 1$.

C. $y = -x^3 + 3x + 1$.

D. $y = 2x^4 - 4x^2 + 1$.

Lời giải

Đường cong đề bài ra là đồ thị của hàm bậc 4 trùng phương có hệ số $a > 0$, và $ab < 0$. Do đó đây là đồ thị của hàm số $y = 2x^4 - 4x^2 + 1$.

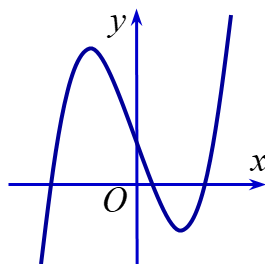
Câu 7: (MĐ 102 2020-2021 – ĐỢT 1) Đồ thị hàm số $y = -x^4 - 2x^2 + 3$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

- A. 1. B. 0. C. 2. **D. 3.**

Lời giải

Đồ thị hàm số $y = -x^4 - 2x^2 + 3$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 3.

Câu 8: (MĐ 103 2020-2021 – ĐỢT 1) Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?

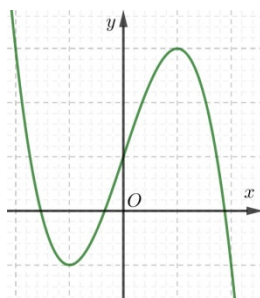


- A. $y = -x^3 - 2x + \frac{1}{2}$. **B. $y = x^3 - 2x + \frac{1}{2}$.** C. $y = -x^4 + 2x^2 + \frac{1}{2}$. D. $y = x^4 + 2x^2 + \frac{1}{2}$.

Lời giải

Dựa trên hình dạng đường cong đã cho và các phương án, ta suy ra đường cong trên là đồ thị của hàm số $y = x^3 - 2x + \frac{1}{2}$.

Câu 9: (MĐ 104 2020-2021 – ĐỢT 1) Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?

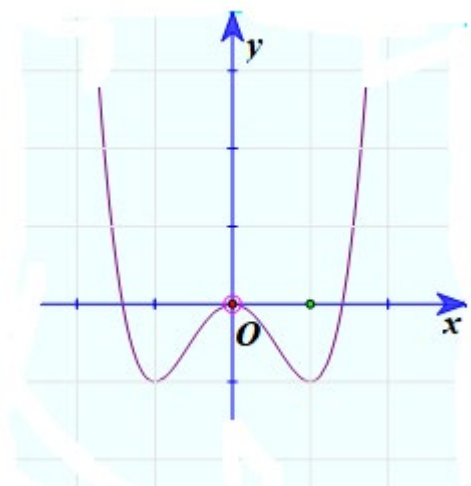


- A. $y = x^3 - 3x + 1$. B. $y = x^4 + 4x^2 + 1$. **C. $y = -x^3 + 3x + 1$.** D. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

Lời giải

Đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị nên đây là đồ thị hàm bậc 3, mặt khác $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty$ nên $a < 0$.

Câu 10: (2020-2021 – ĐỢT 1) Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên?



A. $y = \frac{3x+1}{x+2}$.

B. $y = x^2 + 2x$.

C. $y = 2x^3 - x^2$.

D. $y = x^4 - 2x^2$.

Lời giải

Đường cong đã cho có 3 điểm cực trị nên loại các phương án A, B, **C.** Do đó chọn phương án **D.**

Câu 11: (2020-2021 – ĐỢT 1) Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị của hàm số $y = x^3 - x + 2$?

A. Điểm $M(1;1)$.

B. Điểm $P(1;2)$.

C. Điểm $Q(1;3)$.

D. Điểm $N(1;0)$.

Lời giải

Thay $x = 1$ vào $y = x^3 - x + 2$ ta được $y = 1^3 - 1 + 2 = 2$.

Vậy điểm $P(1;2)$ thuộc đồ thị hàm số đã cho.

Câu 12: (2020-2021 – ĐỢT 1) Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị của hàm số $y = x^3 + x - 2$?

A. Điểm $M(1;1)$.

B. Điểm $N(1;2)$.

C. Điểm $P(1;3)$.

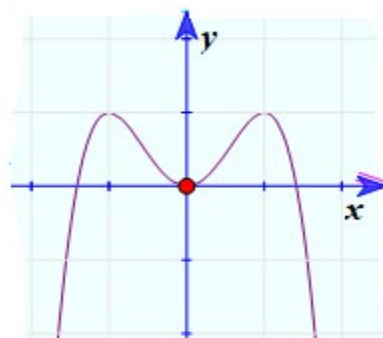
D. Điểm $Q(1;0)$.

Lời giải

Với $x = 1$, ta có: $y = 1^3 + 1 - 2 = 0$

Do đó điểm $Q(1;0)$ thuộc đồ thị hàm số

Câu 13: (2020-2021 – ĐỢT 1) Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình dưới đây?



A. $y = \frac{3x-1}{x+2}$.

B. $y = x^2 - 2x$.

C. $y = 2x^3 + x^2$.

D. $y = -x^4 + 2x^2$.

Lời giải

Đường cong đã cho không phải là đồ thị của hàm phân thức, cũng không phải là đồ thị của hàm đa thức bậc hai, bậc ba. Do đó chỉ có phương án D là đúng.

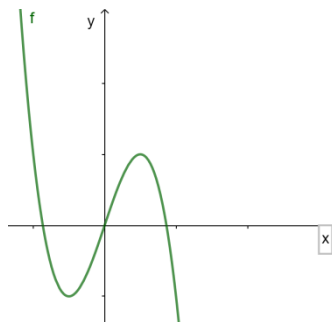
Câu 14: (MĐ 103 2020-2021 – ĐỢT 2) Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị của hàm số $y = x^3 - x + 1$?

- A. Điểm $N(1;0)$. B. Điểm $P(1;2)$. C. Điểm $Q(1;3)$. **D. Điểm $M(1;1)$.**

Lời giải

Thay tọa độ các điểm vào hàm số ta thấy tọa độ điểm $M(1;1)$ thỏa mãn.

Câu 15: (MĐ 103 2020-2021 – ĐỢT 2) Hàm số nào dưới đây có đồ thị đường cong trong hình bên?



- A. $y = -x^3 + 3x$.** B. $y = x^4 - x^2$. C. $y = \frac{2x+1}{x+2}$. D. $y = x^2 + x$.

Lời giải

Từ đồ thị ta thấy có 2 cực trị và nhìn vào các phương án thì chỉ có đồ thị hàm bậc 3 có 2 cực trị nên đáp án là A

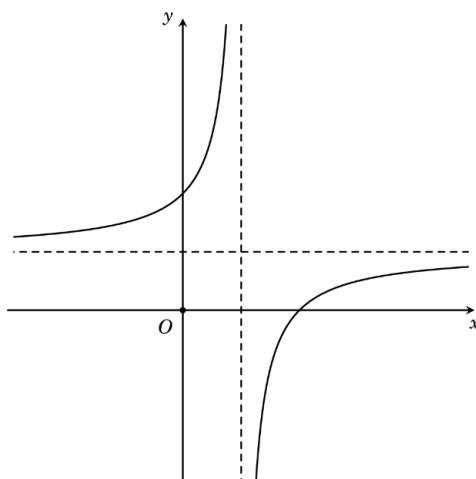
Câu 16: (MĐ 104 2020-2021 – ĐỢT 2) Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị của hàm số $y = x^3 + x - 1$?

- A. Điểm $Q(1;3)$. B. Điểm $M(1;2)$. **C. Điểm $N(1;1)$.** D. Điểm $P(1;0)$.

Lời giải

Thay $x = 1$ vào hàm số ta được $y = 1^3 + 1 - 1 = 1$. Khi đó điểm $N(1;1)$ thuộc đồ thị hàm số.

Câu 17: (MĐ 103 2020-2021 – ĐỢT 1) Biết hàm số $y = \frac{x+a}{x-1}$ (a là số thực cho trước và $a \neq -1$) có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



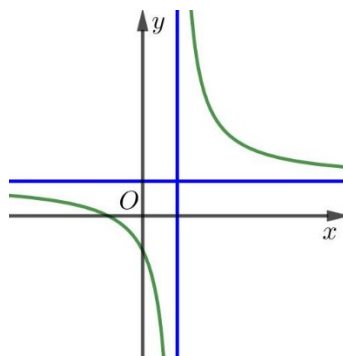
- A. $y' > 0, \forall x \neq 1$.** B. $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. C. $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$. D. $y' < 0, \forall x \neq 1$.

Lời giải

Đồ thị hàm số $y = \frac{x+a}{x-1}$ nhận $x=1$ làm tiệm cận đứng.

Nhìn đồ thị hàm số, hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định nên $y' > 0, \forall x \neq 1$.

Câu 18: (MĐ 104 2020-2021 – ĐỢT 1) Biết hàm số $y = \frac{x+a}{x-1}$ (a là số thực cho trước, $a \neq -1$) có đồ thị như trong hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



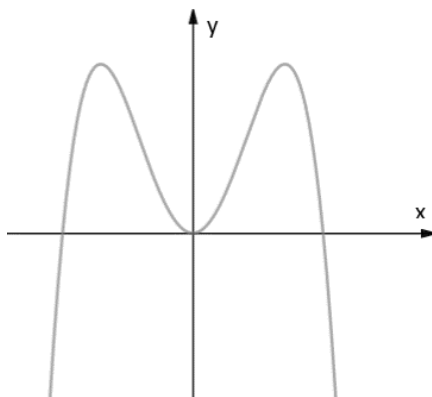
- A. $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$. B. $y' < 0, \forall x \neq 1$. C. $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. D. $y' > 0, \forall x \neq 1$.

Lời giải

Ta có TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ và $y' = \frac{-1-a}{(x-1)^2} \neq 0, \forall x \neq 1$.

Vì đồ thị hàm số là đường cong đi xuống (tính từ trái sang phải) trên từng khoảng xác định nên hàm số đã cho nghịch biến trên mỗi khoảng xác định. Vậy $y' < 0, \forall x \neq 1$.

Câu 19: (Đề Minh Họa 2020 Lần 1) Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong dưới đây?



- A. $y = -x^4 + 2x^2$. B. $y = x^4 - 2x^2$. C. $y = x^3 - 3x^2$. D. $y = -x^3 + 3x^2$.

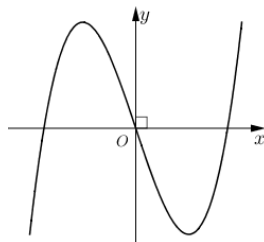
Lời giải

Chọn A

Từ hình dạng của đồ thị ta loại phương án C và D.

Nhận thấy $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = -\infty$ suy ra hệ số của x^4 âm nên chọn phương án A.

Câu 20: (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2) Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y = x^3 - 3x$.

B. $y = -x^3 + 3x$.

C. $y = x^4 - 2x^2$.

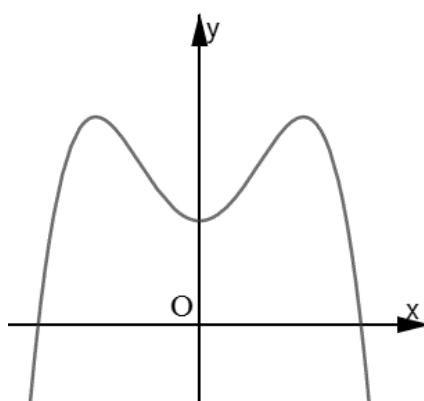
D. $y = -x^4 + 2x^2$.

Lời giải

Chọn A

Đường cong có dạng của đồ thị hàm số bậc 3 với hệ số $a > 0$ nên chỉ có hàm số $y = x^3 - 3x$ thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 21: (Mã 101 - 2020 Lần 1) Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

B. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.

C. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

D. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

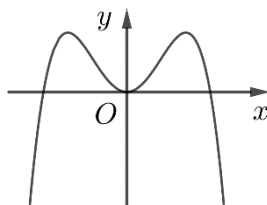
Lời giải

Chọn C

Từ hình có đây là hình dạng của đồ thị hàm bậc 4.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty \Rightarrow a < 0$$

Câu 22: (Mã 102 - 2020 Lần 1) Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y = -x^4 + 2x^2$.

B. $y = -x^3 + 3x$.

C. $y = x^4 - 2x^2$.

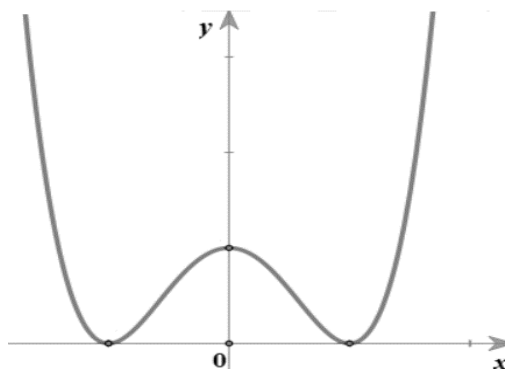
D. $y = x^3 - 3x$.

Lời giải

Chọn A

Đường cong trong hình là đồ thị hàm trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) có hệ số $a < 0$.

Câu 23: (Mã 104 - 2020 Lần 1) Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



- A.** $y = x^4 - 2x^2 + 1$. **B.** $y = -x^3 + 3x^2 + 1$. **C.** $y = x^3 - 3x^2 + 1$. **D.** $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

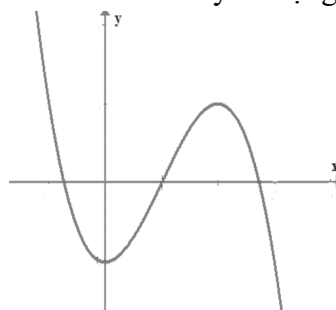
Lời giải

Chọn A

Dựa vào hình vẽ, ta thấy đồ thị hàm số có ba điểm cực trị nên loại các đáp án B và **C.**

Mặt khác, ta thấy $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^4 - 2x^2 + 1) = +\infty$ nên chọn đáp án **A.**

Câu 24: (Mã 101 - 2020 Lần 2) Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong hình bên



- A.** $y = x^4 - 2x^2 - 2$ **B.** $y = -x^3 + 2x^2 - 2$ **C.** $y = x^3 - 3x^2 - 2$ **D.** $y = -x^4 + 2x^2 - 2$

Lời giải

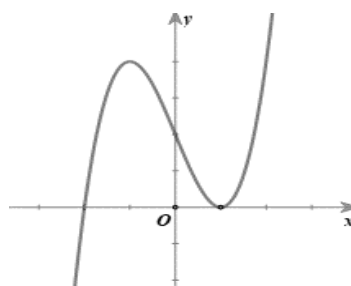
Chọn B

Qua đồ thị là hàm bậc 3 nên loại **A,** **D.**

Bên phải ngoài cùng của đồ thị đi xuống nên hệ số $a < 0$

\Rightarrow loại đáp án **C**

Câu 25: (Mã 104 2017) Đường cong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



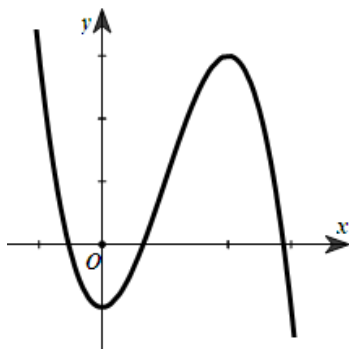
- A.** $y = -x^3 + 3x + 2$ **B.** $y = x^4 - x^2 + 1$ **C.** $y = x^4 + x^2 + 1$ **D.** $y = x^3 - 3x + 2$

Lời giải

Chọn D

Đồ thị hình vẽ là đồ thị hàm số bậc ba có hệ số $a > 0$ nên chỉ có hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ thỏa mãn điều kiện trên.

Câu 26: (Mã 102 - 2020 Lần 2) Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



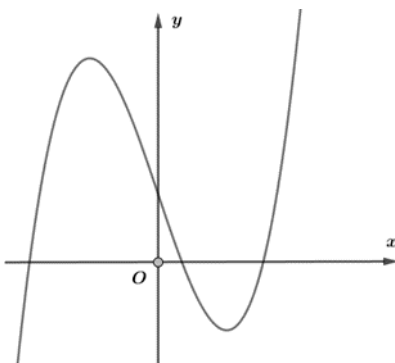
- A. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$. B. $y = x^4 - 2x^2 - 1$. C. $y = x^3 - 3x^2 - 1$. D. $y = -x^3 + 3x^2 - 1$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị có dạng đồ thị của hàm số bậc 3 có hệ số $a < 0$ nên đáp án D đúng.

Câu 27: (Mã 103 - 2020 Lần 2) Đồ thị của hàm số dưới đây có dạng như đường cong bên?

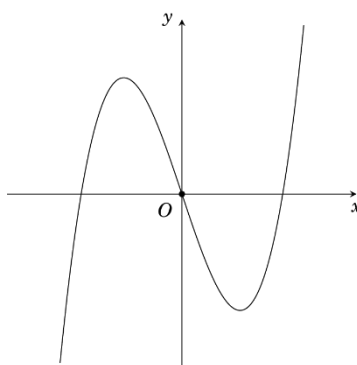


- A. $y = x^3 - 3x + 1$. B. $y = x^4 - 2x^2 + 1$. C. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$. D. $y = -x^3 + 3x + 1$.

Lời giải

Chọn A

Câu 28: (Mã 104 - 2020 Lần 2) Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



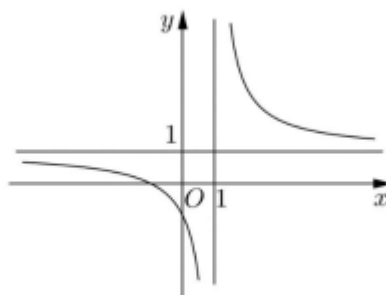
- A. $y = x^4 + 2x^2$. B. $y = -x^3 - 3x$. C. $y = x^3 - 3x$. D. $y = -x^4 + 2x^2$.

Lời giải

Chọn C

Đây là đồ thị của hàm số bậc ba với hệ số $a > 0$ nên **Chọn C**

Câu 29: (Đề Tham Khảo 2019) Đường con trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = \frac{2x-1}{x-1}$

B. $y = \frac{x+1}{x-1}$

C. $y = x^4 + x^2 + 1$

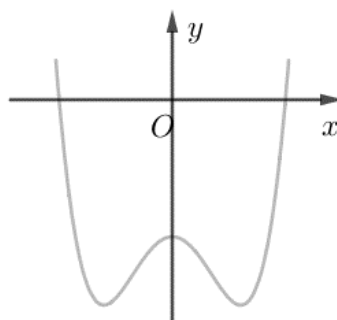
D. $y = x^3 - 3x - 1$

Lời giải

Chọn B

Vì từ đồ thị ta suy ra đồ thị của hàm phân thức có tiệm cận đứng và ngang $x=1; y=1$

Câu 30: (Mã 103 2019) Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên?



A. $y = x^3 - 3x^2 - 2$

B. $y = x^4 - 2x^2 - 2$

C. $y = -x^3 + 3x^2 - 2$

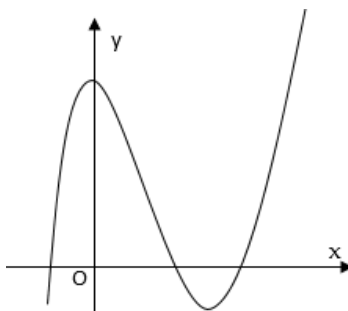
D. $y = -x^4 + 2x^2 - 2$

Lời giải

Chọn B

Quan sát đồ thị ta thấy đây là đồ thị của hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a > 0$).

Câu 31: (Mã 101 2019) Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên?



A. $y = x^3 - 3x^2 + 3$

B. $y = -x^3 + 3x^2 + 3$

C. $y = x^4 - 2x^2 + 3$

D. $y = -x^4 + 2x^2 + 3$

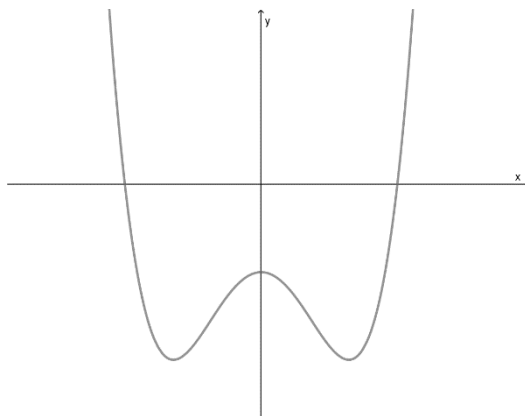
Lời giải

Chọn A

Dạng hàm bậc ba nên loại C

Từ đồ thị ta có $a > 0$. Do đó loại B, **D.**

Câu 32: (Mã 102 2018) Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



- A.** $y = -x^3 + x^2 - 1$ **B.** $y = -x^4 + 2x^2 - 1$ **C.** $y = x^3 - x^2 - 1$ **D.** $y = x^4 - 2x^2 - 1$

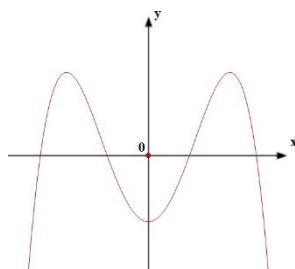
Lời giải

Chọn D

Dựa vào hình vẽ suy ra hàm số đã cho có 3 cực trị \rightarrow loại C, **D.**

Mặt khác nhánh bên tay phải của đồ thị hàm số đi lên suy ra hệ số $a > 0 \rightarrow$ **Chọn D**

Câu 33: (Mã 101 2018) Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



- A.** $y = x^3 - 3x^2 - 1$ **B.** $y = -x^3 + 3x^2 - 1$ **C.** $y = -x^4 + 3x^2 - 1$ **D.** $y = x^4 - 3x^2 - 1$

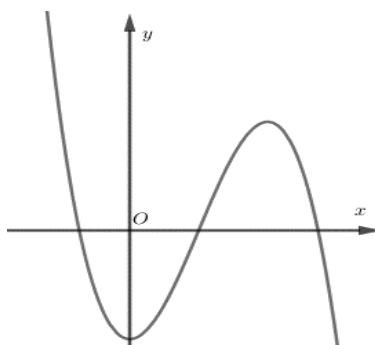
Lời giải

Chọn C

+ Nhìn đồ thị khẳng định đồ thị hàm trùng phương loại A, **B**

+ $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = -\infty$ nên **Chọn C**

Câu 34: (Mã 104 2018) Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



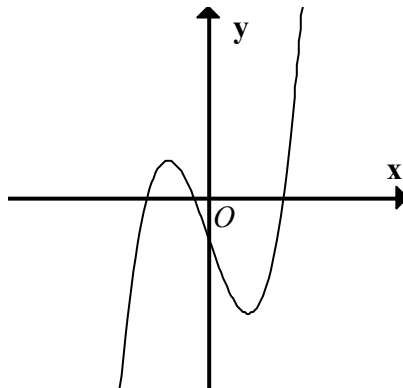
- A.** $y = x^4 - x^2 - 2$ **B.** $y = -x^4 + x^2 - 2$ **C.** $y = -x^3 + 3x^2 - 2$ **D.** $y = x^3 - 3x^2 - 2$

Lời giải

Chọn C

Dựa trên hình dáng đồ thị, ta loại $y = x^3 - 3x^2 - 2$ và $y = x^4 - x^2 - 2$ Mặt khác từ đồ thị, ta thấy $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty$ nên loại $y = -x^4 + x^2 - 2$

Câu 35: (Mã 103 2018) Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



- A. $y = x^3 - 3x - 1$ B. $y = x^4 - 3x^2 - 1$ C. $y = -x^3 - 3x - 1$ D. $y = -x^4 + x^2 - 1$

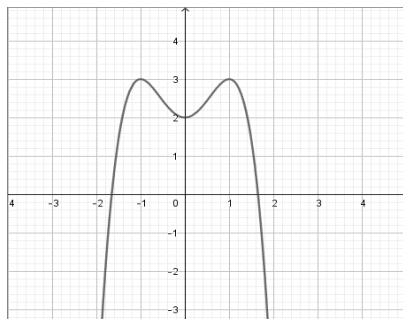
Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số là đồ thị của hàm số bậc ba nên loại A và B.

Đồ thị hàm số bậc ba có hệ số $a > 0$ nên D đúng.

Câu 36: (Đề Tham Khảo 2018) Đường cong trong hình bên là của đồ thị hàm số nào dưới đây?



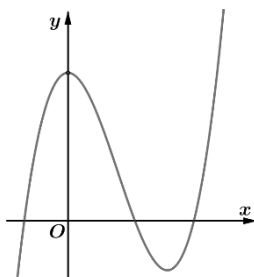
- A. $y = x^3 - 3x^2 + 2$ B. $y = -x^3 + 3x^2 + 2$ C. $y = -x^4 + 2x^2 + 2$ D. $y = x^4 - 2x^2 + 2$

Lời giải

Chọn C

Đồ thị hàm số trên là đồ thị hàm trùng phương có 3 cực trị và có $a < 0$

Câu 37: (Mã 110 2017) Đường cong ở hình bên dưới là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



A. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$ B. $y = x^3 - 3x^2 + 3$ C. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$ D. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

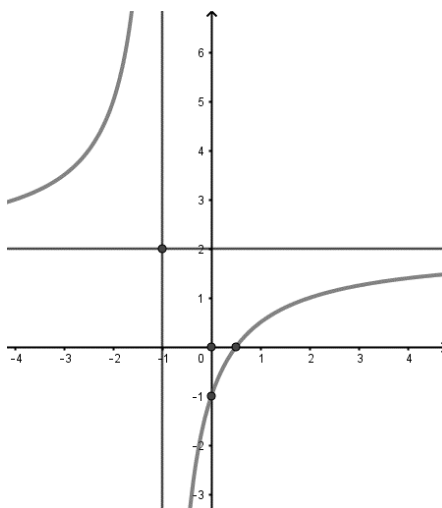
Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị ta thấy đây là hình ảnh đồ thị của hàm số bậc ba nên loại đáp án B và C; Mặt khác dựa vào đồ thị ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ nên hệ số của x^3 dương nên ta chọn đáp án

$$y = x^3 - 3x^2 + 3$$

Câu 38: (Đề Tham Khảo 2017) Cho đường cong hình vẽ bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?



A. $y = \frac{2x+1}{x-1}$

B. $y = \frac{2x+3}{x+1}$

C. $y = \frac{2x-1}{x+1}$

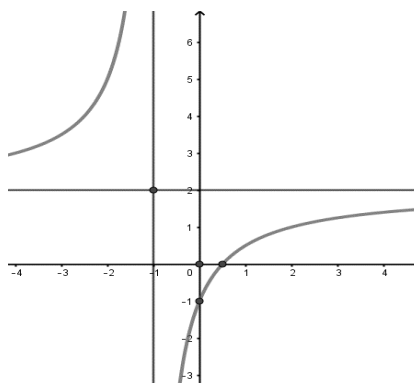
D. $y = \frac{2x-2}{x-1}$

Lời giải

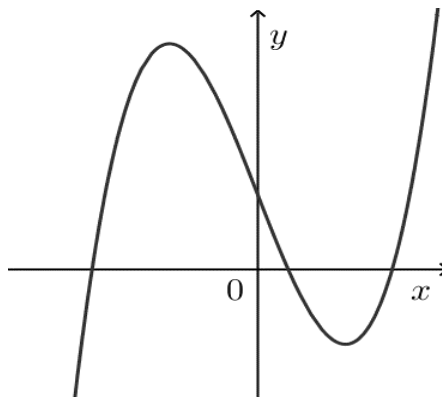
Chọn C

Dựa vào đồ thị suy ra tiệm cận đứng $x = -1$ loại C, D

Đồ thị hàm số giao với trục hoành có hoành độ dương suy ra **chọn B**



Câu 39: (Đề Minh Họa 2017) Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



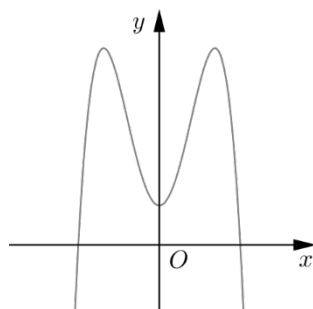
- A.** $y = x^3 - 3x + 1$ **B.** $y = -x^3 + 3x + 1$ **C.** $y = x^4 - x^2 + 1$ **D.** $y = -x^2 + x - 1$

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị : $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ và đây là đồ thị hàm bậc ba nên ta chọn phương án $y = x^3 - 3x + 1$.

Câu 40: (Mã 104 2019) Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên?



- A.** $y = 2x^4 - 4x^2 + 1$ **B.** $y = -2x^3 + 3x + 1$ **C.** $y = 2x^3 - 3x + 1$ **D.** $y = -2x^4 + 4x^2 + 1$

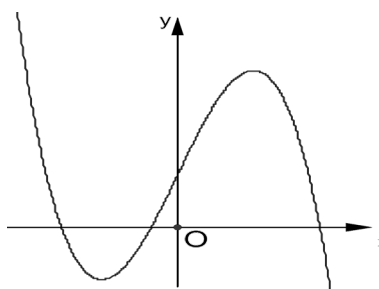
Lời giải

Chọn D

Dạng đồ thị hình bên là đồ thị hàm số trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$ có hệ số $a < 0$.

Do đó, chỉ có đồ thị ở đáp án B là thỏa mãn.

Câu 41: (Mã 102 2019) Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên



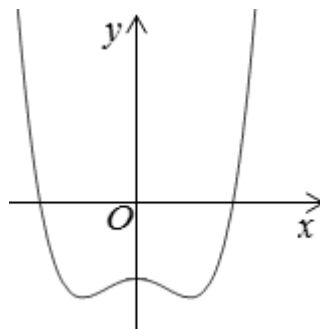
- A.** $y = -x^3 + 3x + 1$. **B.** $y = x^3 - 3x + 1$. **C.** $y = x^4 - 2x^2 + 1$. **D.** $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

Lời giải

Chọn A

Trong bốn hàm số đã cho thì chỉ có hàm số $y = -x^3 + 3x + 1$ (hàm số đa thức bậc ba với hệ số $a < 0$) có dạng đồ thị như đường cong trong hình.

Câu 42: (Mã 123 2017) Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



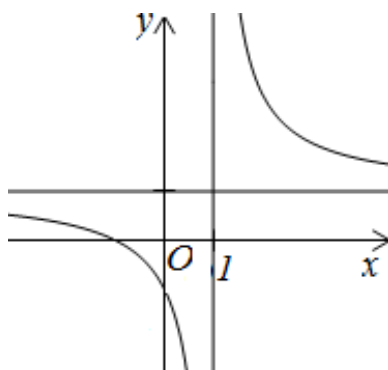
- A.** $y = x^4 - x^2 - 1$ **B.** $y = -x^4 + x^2 - 1$ **C.** $y = x^3 - x^2 - 1$ **D.** $y = -x^3 + x^2 - 1$

Lời giải

Chọn A

Đây là hình dáng của đồ thị hàm bậc bốn trùng phương có hệ số $a > 0$

Câu 43: (Mã 123 2017) Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ với a, b, c, d là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

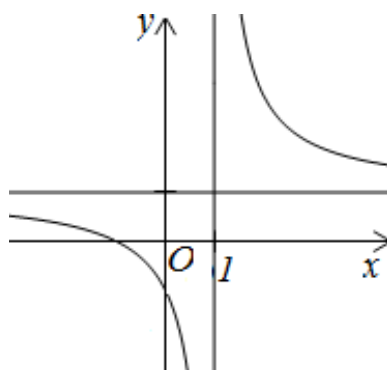


- A.** $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$ **B.** $y' > 0, \forall x \neq 1$ **C.** $y' < 0, \forall x \neq 1$ **D.** $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$

Lời giải

Chọn C

Ta có :



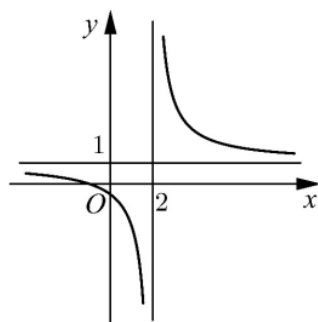
Dựa vào hình dáng của đồ thị ta được:

+ Điều kiện $x \neq 1$

+ Đây là đồ thị của hàm nghịch biến

Từ đó ta được $y' < 0, \forall x \neq 1$.

Câu 44: (Mã 105 2017) Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ với a, b, c, d là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $y' > 0, \forall x \neq 1$

B. $y' < 0, \forall x \neq 1$

C. $y' < 0, \forall x \neq 2$

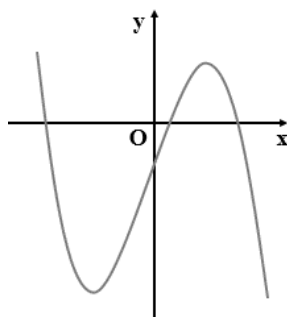
D. $y' > 0, \forall x \neq 2$

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị ta nhận thấy tiệm cận đứng bằng 2, Hàm số nghịch biến vậy **chọn B**

Câu 45: (Đề Minh Họa 2020 Lần 1) Cho hàm số $y = ax^3 + 3x + d$ ($a, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a > 0, d > 0$.

B. $a < 0, d > 0$.

C. $a > 0, d < 0$.

D. $a < 0, d < 0$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty \Rightarrow$ đồ thị nhánh ngoài cùng của hàm số hướng đi xuống nên hệ số $a < 0$.

Giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung $Oy: x = 0$ là điểm nằm bên dưới trục hoành nên khi $x = 0 \Rightarrow y = d < 0$.

Câu 46: (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2) Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+1}{bx+c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	+		+
$f(x)$	1	$+\infty$	1
		$-\infty$	

Trong các số a, b và c có bao nhiêu số dương?

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 0.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $f(x) = \frac{ax+1}{bx+c}$ có đường tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -\frac{c}{b}$ và đường tiệm cận ngang là đường thẳng $y = \frac{a}{b}$.

Từ bảng biến thiên ta có:
$$\begin{cases} -\frac{c}{b} = 2 \\ \frac{a}{b} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow a = b = -\frac{c}{2} \quad (1)$$

Mặt khác: $f'(x) = \frac{ac-b}{(bx+c)^2}$.

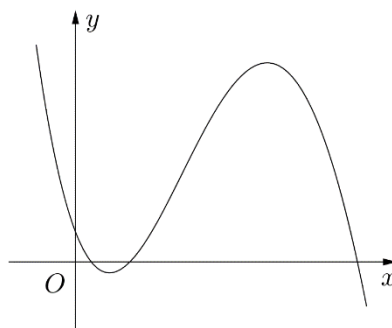
Vì hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$ nên

$f'(x) = \frac{ac-b}{(bx+c)^2} > 0 \Leftrightarrow ac-b > 0 \quad (2)$

Thay (1) vào (2), ta được: $-\frac{c^2}{2} + \frac{c}{2} > 0 \Leftrightarrow -c^2 + c > 0 \Leftrightarrow 0 < c < 1$.

Suy ra c là số dương và a, b là số âm.

Câu 47: (Mã 101 - 2020 Lần 1) Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?



A. 4.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty \Rightarrow a < 0$.

Gọi x_1, x_2 là hoành độ hai điểm cực trị của hàm số suy ra x_1, x_2 nghiệm phương trình $y' = 3ax^2 + 2bx + c = 0$ nên theo định lý Viet:

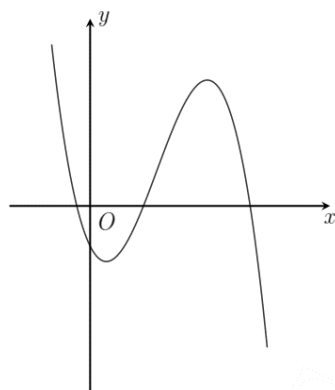
$$+) \text{ Tổng hai nghiệm } x_1 + x_2 = -\frac{2b}{3a} > 0 \Rightarrow \frac{b}{a} < 0 \Rightarrow b > 0.$$

$$+) \text{ Tích hai nghiệm } x_1 x_2 = \frac{c}{3a} > 0 \Rightarrow c < 0.$$

Lại có đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên $d > 0$.

Vậy có 2 số dương trong các số a, b, c, d .

Câu 48: (Mã 102 - 2020 Lần 1) Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các hệ số a, b, c, d ?



A. 4.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Chọn C

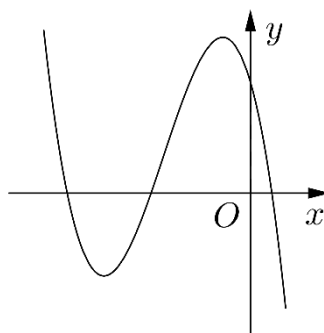
Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty \Rightarrow a < 0$

Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị nằm cùng phía của trục tung nên $ac > 0 \Rightarrow c < 0$

Đồ thị hàm số có điểm uốn nằm bên phải trục tung nên $ab < 0 \Rightarrow b > 0$

Đồ thị hàm số cắt trục tung ở dưới trục hoành $\Rightarrow d < 0$

Câu 49: (Mã 103 - 2020 Lần 1) Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?

A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Chọn C

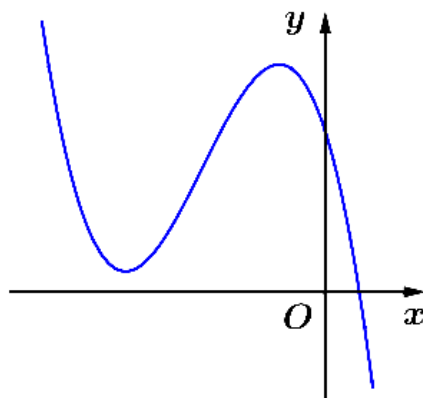
Ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$. Dựa vào đồ thị ta thấy $a < 0$

$$\text{Hàm số có 2 cực trị âm nên } \begin{cases} \Delta_{y'} > 0 \\ S < 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b^2 - 9ac > 0 \\ -\frac{2b}{3a} < 0 \\ \frac{c}{3a} > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b < 0 \\ c < 0 \end{cases}$$

Đồ thị cắt trục Oy tại điểm $(0; d)$ nên $d > 0$.

Vậy có đúng một số dương trong các số a, b, c, d

Câu 50: (Mã 104 - 2020 Lần 1) Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?



A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y' = 3ax^2 + 2bx + c$

Dựa vào đồ thị ta thấy $a < 0$

$$\text{Hàm số có 2 cực trị âm nên } \begin{cases} \Delta_{y'} > 0 \\ S < 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b^2 - 9ac > 0 \\ -\frac{2b}{3a} < 0 \\ \frac{c}{3a} > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b < 0 \\ c < 0 \end{cases}$$

Đồ thị cắt trục Oy tại điểm $(0; d)$ nên $d > 0$

Vậy có đúng 1 số dương trong các số a, b, c, d .

Câu 51: (Mã 102 - 2020 Lần 2) Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	2	1	$+\infty$	

Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?

A. 2.

B. 4.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Chọn D

Từ dáng điệu sự biến thiên hàm số ta có $a > 0$.

Khi $x = 0$ thì $y = d = 1 > 0$.

Mặt khác $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$. Từ bảng biến thiên ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 0 \end{cases}$.

Từ đó suy ra $c = 0; \frac{-2b}{3a} = -2 \Rightarrow b = 3a > 0$.

Vậy có 3 số dương là a, b, d .

Câu 52: (Mã 103 - 2020 Lần 2) Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$			1		-1		$+\infty$

Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?

A. 3.

B. 4.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn C

• $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \Rightarrow a > 0$.

• $f(0) = -1 \Rightarrow d = -1 < 0$.

• $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$.

Ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = -2 \\ x_1 x_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -\frac{2b}{3a} = -2 \\ \frac{c}{3a} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 3a > 0 \\ c = 0 \end{cases}$.

Có 2 số dương là a, b

Câu 53: (Mã 101 – 2020 Lần 2) Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	4	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	3	-5	$+\infty$	

Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?

A. 2.

B. 4.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Chọn A

Từ bảng biến thiên, ta có

$$\begin{cases} f(0) = 3 \\ f(4) = -5 \\ f'(0) = 0 \\ f'(4) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 3 \\ 64a + 16b + 4c + d = -5 \\ c = 0 \\ 48a + 8b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{4} \\ b = -\frac{3}{2} \\ c = 0 \\ d = 3 \end{cases}$$

Vậy trong các số a, b, c, d có 2 số dương.

Câu 54: (Mã 104 - 2020 Lần 2) Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	4	$+\infty$		
$f'(x)$		+	0	-	0	+
$f(x)$						
	$-\infty$		-1		-5	$+\infty$

Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?

A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$)

$$\Rightarrow f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$$

Đồ thị hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị $A(0; -1), B(4; -5)$ nên ta có hệ:

$$\begin{cases} f(0) = -1 \\ f(4) = -5 \\ f'(0) = 0 \\ f'(4) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = -1 \\ 64a + 16b + 4c + d = -5 \\ c = 0 \\ 48a + 8b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{8} \\ b = -\frac{3}{4} \\ c = 0 \\ d = -1 \end{cases} \text{ . Trong các số } a, b, c, d \text{ có 1 số dương.}$$

CHƯƠNG

I

ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM
ĐỂ KHẢO SÁT HÀM SỐ

BÀI 5. KHẢO SÁT SỰ BIẾN THIÊN VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ



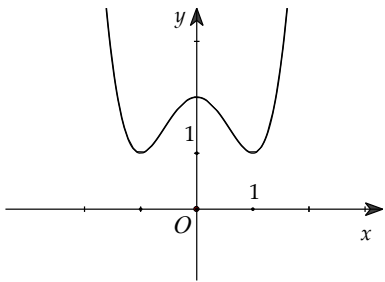
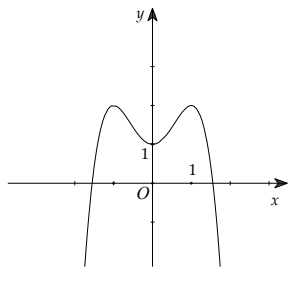
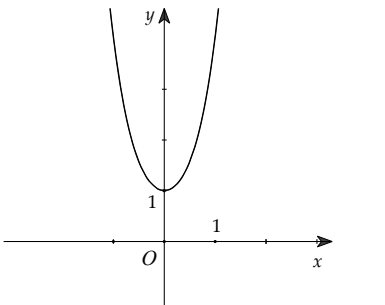
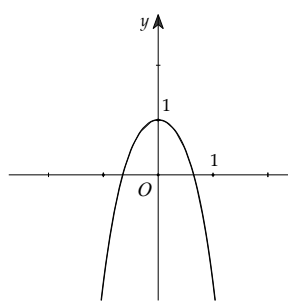
BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

DẠNG. NHẬN DẠNG HÀM SỐ THƯỜNG GẶP THÔNG QUA ĐỒ THỊ

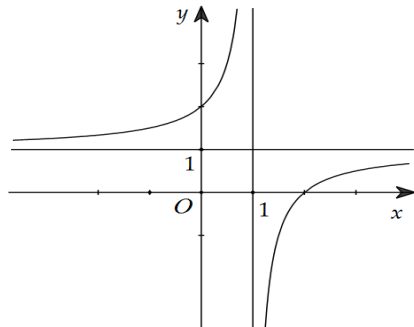
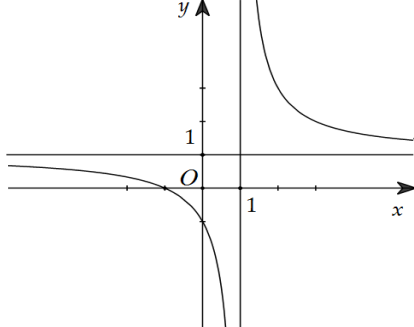
A. Hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$)

TRƯỜNG HỢP	$a > 0$	$a < 0$
Phương trình $y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt		
Phương trình $y' = 0$ có nghiệm kép		
Phương trình $y' = 0$ vô nghiệm		

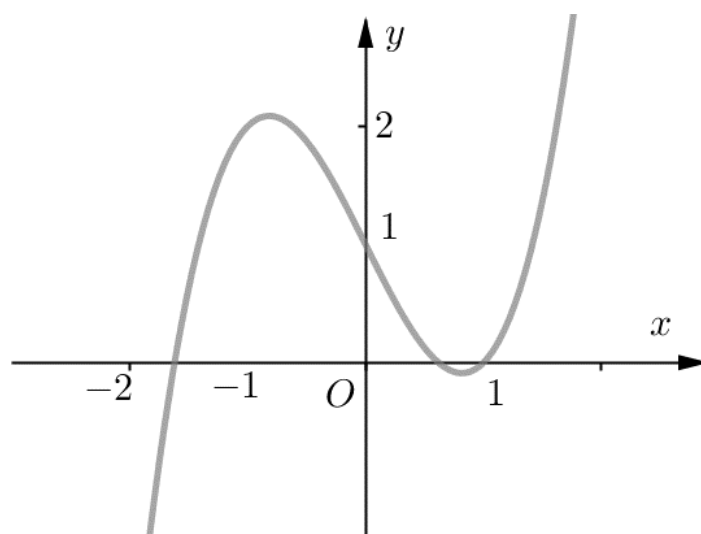
B. Hàm số trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$)

TRƯỜNG HỢP	$a > 0$	$a < 0$
Phương trình $y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt		
Phương trình $y' = 0$ có 1 nghiệm.		

C. Hàm số nhất biến $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($c \neq 0, ad-bc \neq 0$)

$D = ad - bc > 0$	$D = ad - bc < 0$
	

Câu 1: Hình vẽ sau đây là đồ thị của một trong bốn hàm số cho ở các đáp án A, B, C, D . Hỏi đó là hàm số nào?



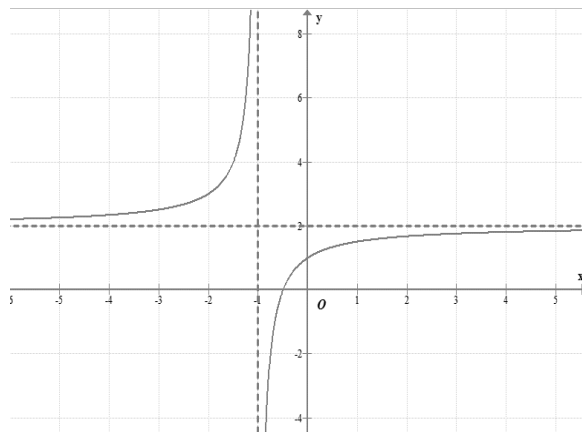
A. $y = x^3 + 2x + 1$.

B. $y = x^3 - 2x^2 + 1$.

C. $y = x^3 - 2x + 1$.

D. $y = -x^3 + 2x + 1$.

Câu 2: Hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số nào



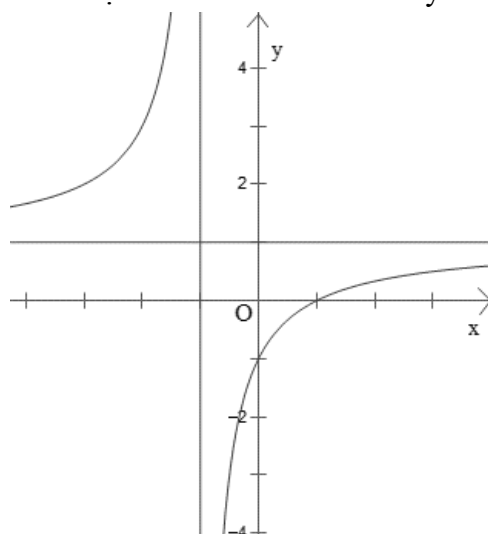
A. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

B. $y = \frac{2x+1}{x+1}$.

C. $y = \frac{2x-3}{x+1}$.

D. $y = \frac{2x+5}{x+1}$.

Câu 3: Đường cong trong hình là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



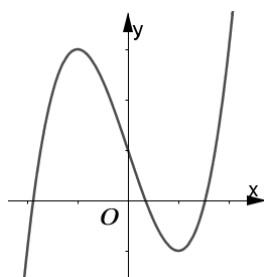
A. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

B. $y = \frac{-2x+1}{2x+2}$.

C. $y = x^4 - 3x^2$.

D. $y = x^3 - 3x^2$.

Câu 4: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



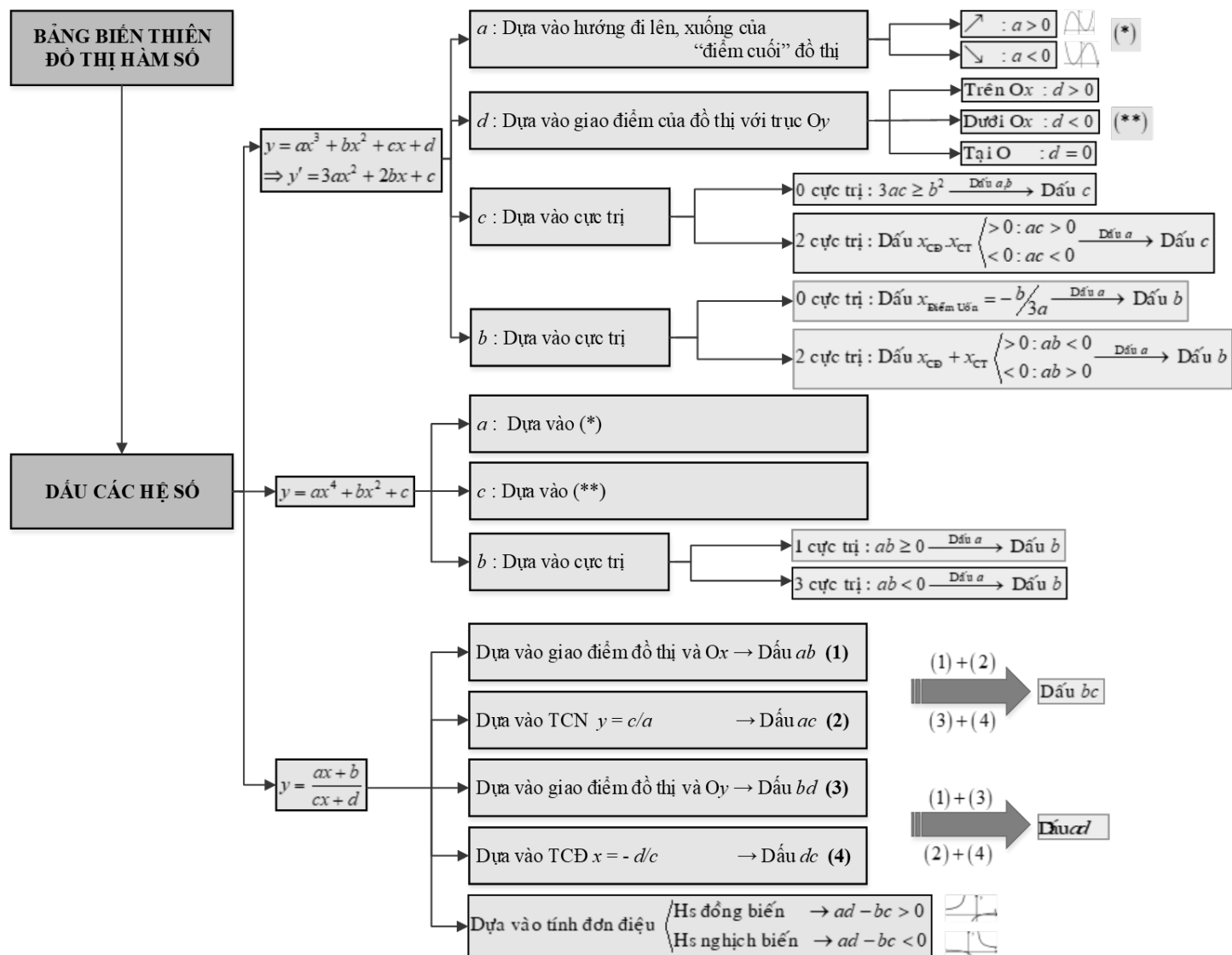
A. $y = -x^3 + 3x + 1$.

B. $y = x^4 - x^2 + 1$.

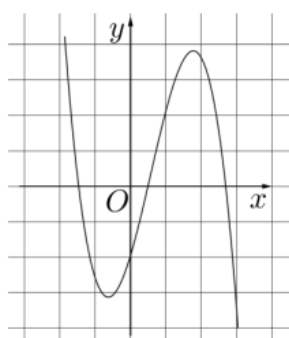
C. $y = -x^2 + x - 1$.

D. $y = x^3 - 3x + 1$.

DẠNG 2. XÉT DẤU CỦA CÁC HỆ SỐ HÀM SỐ THÔNG QUA ĐỒ THỊ



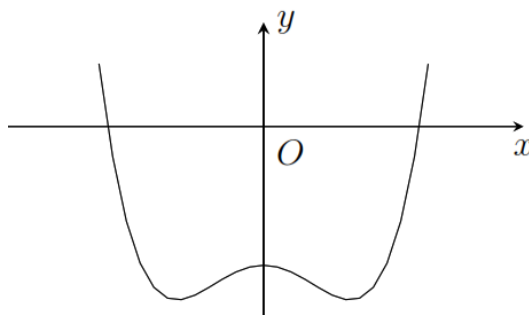
Câu 5: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



- A.** $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$
C. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$

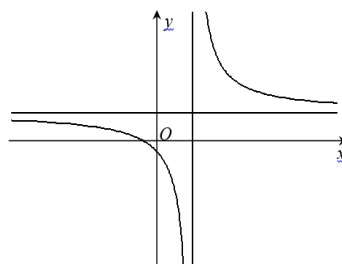
- B.** $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0$.
D. $a < 0, b > 0, c < 0, d < 0$.

Câu 6: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?



- A.** $a > 0, b < 0, c > 0$ **B.** $a > 0, b < 0, c < 0$ **C.** $a > 0, b > 0, c < 0$ **D.** $a < 0, b > 0, c < 0$

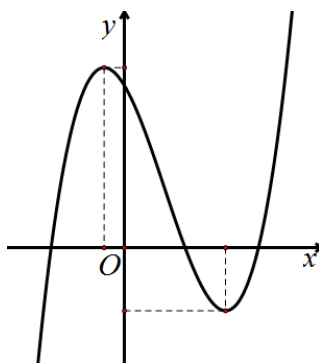
Câu 7: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như sau.



Mệnh đề nào sau đây đúng?

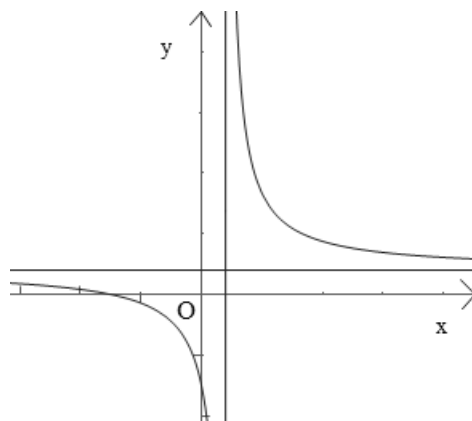
- A.** $ac > 0; bd > 0$ **B.** $ab < 0; cd < 0$ **C.** $bc > 0; ad < 0$ **D.** $ad > 0; bd < 0$

Câu 8: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Chọn khẳng định đúng về dấu của a, b, c, d ?



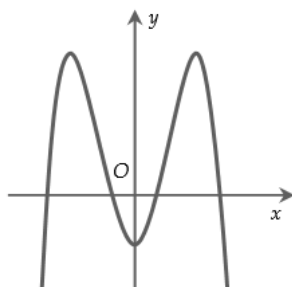
- A.** $a > 0, b > 0, d > 0, c > 0$ **B.** $a > 0, c > 0 > b, d < 0$
C. $a > 0, b > 0, c > 0, d > 0$ **D.** $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$

Câu 9: Cho hàm số $y = \frac{(a-1)x+b}{(c-1)x+d}$, $d < 0$ có đồ thị như hình trên. Khẳng định nào dưới đây là đúng?



- A.** $a > 1, b > 0, c < 1$. **B.** $a > 1, b < 0, c > 1$. **C.** $a < 1, b > 0, c < 1$. **D.** $a > 1, b > 0, c > 1$.

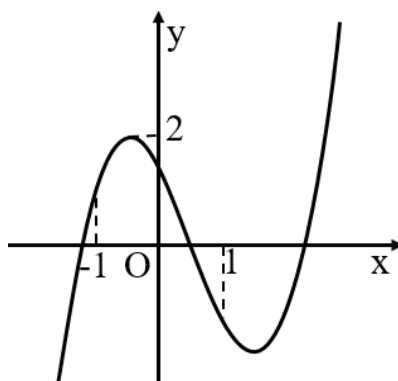
Câu 10: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** $a < 0, b > 0, c < 0$. **B.** $a < 0, b < 0, c > 0$. **C.** $a < 0, b > 0, c > 0$. **D.** $a < 0, b < 0, c < 0$.

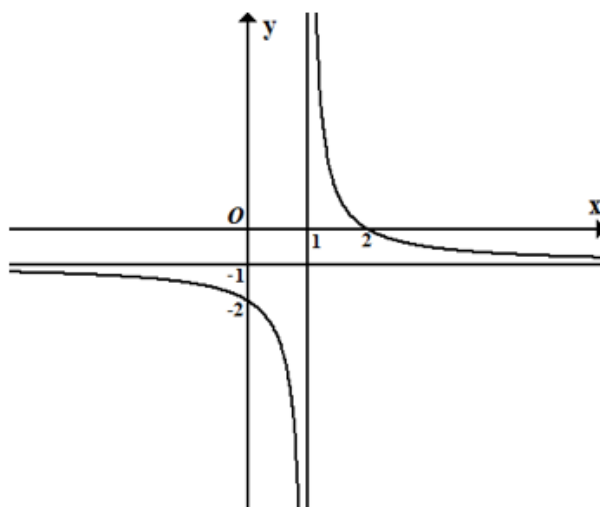
Câu 11: Hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Khẳng định nào là đúng?

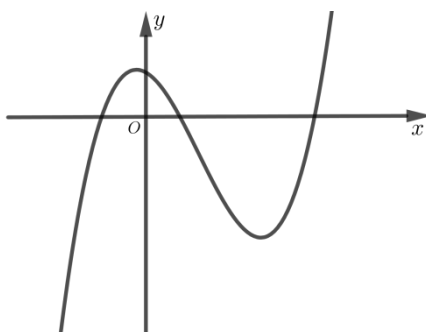
- A.** $a < 0, b < 0, c < 0, d < 0$. **B.** $a > 0, b > 0, c > 0, d < 0$.
C. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$. **D.** $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

Câu 12: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ có đồ thị như hình bên dưới, với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Tính giá trị của biểu thức $T = a + 2b + 3c$?



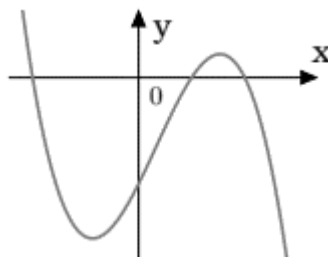
- A. $T = -8$. B. $T = 2$. C. $T = 6$. D. $T = 0$.

Câu 13: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình bên. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng?



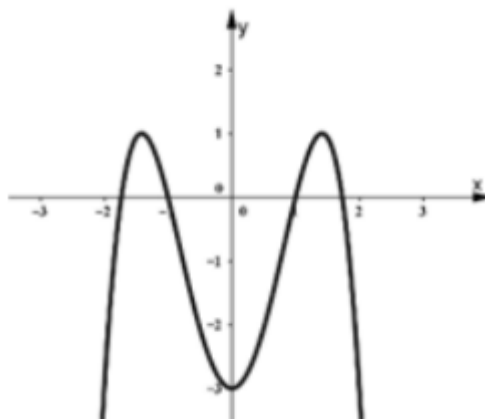
- A. $ab < 0, bc > 0, cd < 0$ B. $ab < 0, bc < 0, cd > 0$
C. $ab > 0, bc > 0, cd < 0$ D. $ab > 0, bc > 0, cd > 0$

Câu 14: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình dưới. Khẳng định nào sau đây đúng?



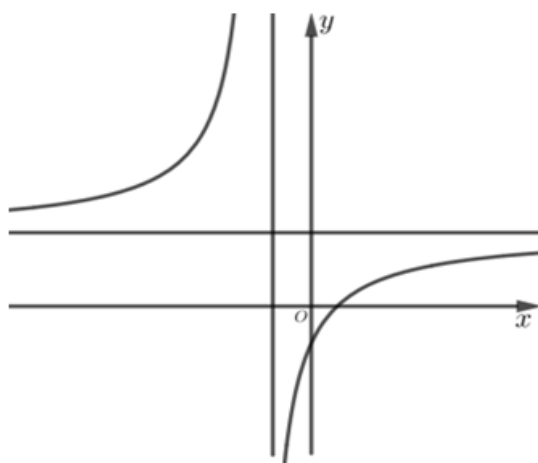
- A. $a < 0, b < 0, c < 0, d < 0$ B. $a < 0, b > 0, c > 0, d > 0$
C. $a < 0, b > 0, c < 0, d > 0$ D. $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$

Câu 15: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?



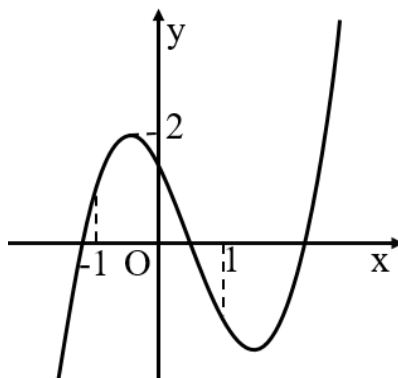
- A.** $a > 0, b < 0, c < 0$. **B.** $a < 0, b < 0, c < 0$.
C. $a < 0, b > 0, c < 0$. **D.** $a > 0, b < 0, c > 0$

Câu 16: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như trong hình bên dưới. Biết rằng a là số thực dương, hỏi trong các số b, c, d có tất cả bao nhiêu số dương?



- A.** 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

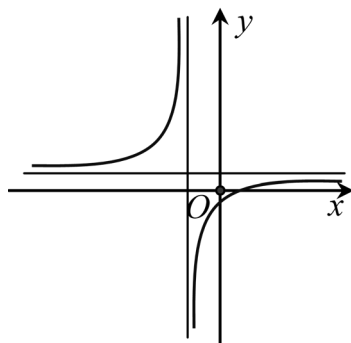
Câu 17: Hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Khẳng định nào là đúng?

- A.** $a < 0, b < 0, c < 0, d < 0$. **B.** $a > 0, b > 0, c > 0, d < 0$.
C. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$. **D.** $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

Câu 18: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?



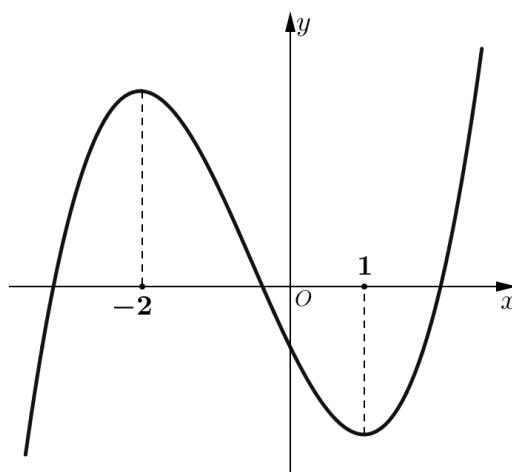
A. $\begin{cases} ad < 0 \\ bc > 0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} ad < 0 \\ bc < 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} ad > 0 \\ bc < 0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} ad > 0 \\ bc > 0 \end{cases}$

Câu 19: Cho đường cong $(C): y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình bên.



Khẳng định nào sau đây là đúng?

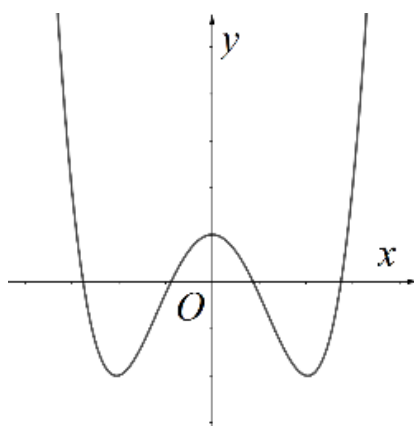
A. $a > 0, b < 0, c < 0, d < 0$.

B. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

C. $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$.

D. $a > 0, b > 0, c < 0, d < 0$.

Câu 20: Hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?



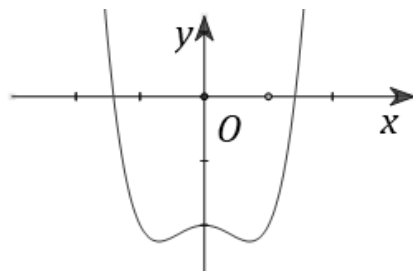
A. $a > 0, b > 0, c < 0$.

B. $a < 0, b > 0, c < 0$.

C. $a > 0, b < 0, c > 0$.

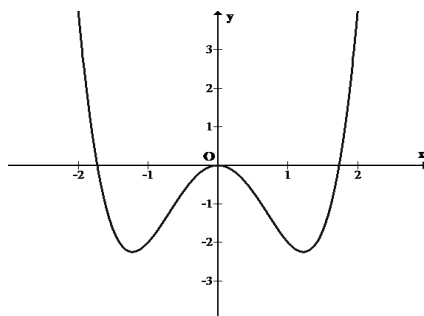
D. $a > 0, b < 0, c < 0$.

Câu 21: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm kết luận đúng



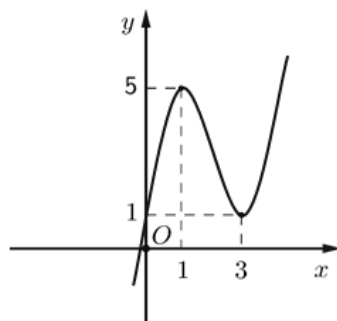
- A. $a + b > 0$. B. $bc > 0$. C. $ab > 0$. D. $ac > 0$.

Câu 22: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình bên. Hãy chọn mệnh đề đúng.



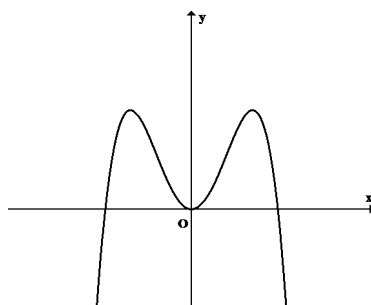
- A. $a < 0, b < 0, c = 0$. B. $a < 0, b > 0, c = 0$.
C. $a > 0, b < 0, c = 0$. D. $a > 0, b < 0, c > 0$.

Câu 23: Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ ở bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?



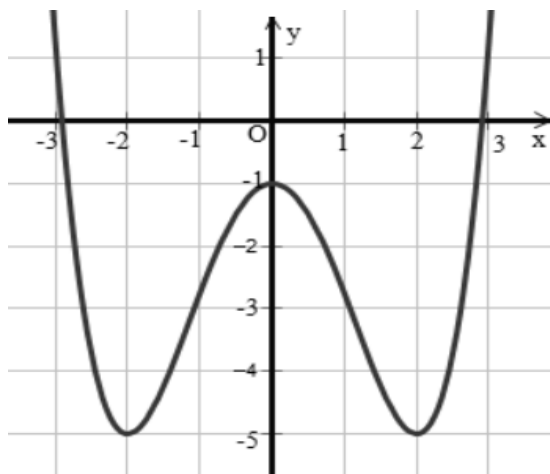
- A. $a > 0, b > 0, c > 0, d > 0$. B. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$.
C. $a > 0, b < 0, c > 0, d > 0$. D. $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0$.

Câu 24: Cho hàm số bậc bốn trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?



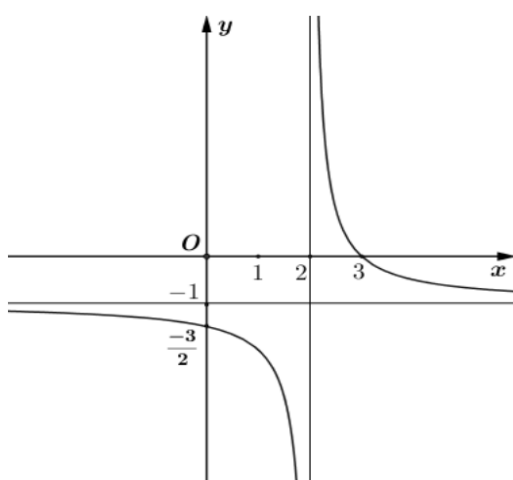
- A. $a < 0, b > 0, c > 0$. B. $a > 0, b < 0, c > 0$.
C. $a < 0, b > 0, c = 0$. D. $a > 0, b < 0, c < 0$.

Câu 25: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hỏi khẳng định nào sau đây đúng?



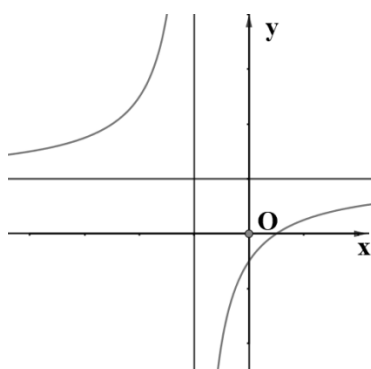
- A. $a > 0, b < 0, c < 0$. B. $a > 0, b > 0, c < 0$. C. $a > 0, b < 0, c > 0$. D. $a < 0, b > 0, c < 0$.

Câu 26: Cho hàm số $y = \frac{ax+3}{x+c}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tính giá trị của $a - 2c$.



- A. $a - 2c = 3$. B. $a - 2c = -3$. C. $a - 2c = -1$. D. $a - 2c = -2$.

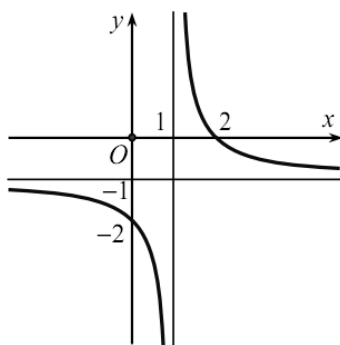
Câu 27: Hình vẽ bên là đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$.



Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. $ad > 0$ và $bd > 0$. B. $ad > 0$ và $ab < 0$. C. $bd < 0$ và $ab > 0$. D. $ad < 0$ và $ab < 0$.

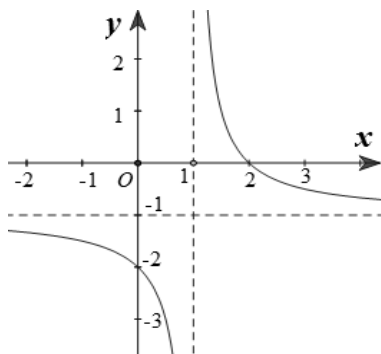
Câu 28: Cho hàm số $y = \frac{ax-b}{x-1}$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $b < a < 0$. **B.** $a < b < 0$. **C.** $b > a$ và $a < 0$. **D.** $a < 0 < b$.

Câu 29: Đồ thị trong hình bên dưới là của hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$.



Khi đó tổng $a+b+c$ bằng

- A.** -1 . **B.** 1 . **C.** 2 . **D.** 0 .

Câu 30: Cho hàm số $f(x) = \frac{2-ax}{bx-c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}, b \neq 0$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	$+$		$+$
y	3	$+\infty$	3

Tổng các số $(a+b+c)^2$ thuộc khoảng nào sau đây

- A.** $(1;2)$. **B.** $(2;3)$. **C.** $\left(0; \frac{4}{9}\right)$. **D.** $\left(\frac{4}{9}; 1\right)$.

Câu 31: Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$ và $c \neq 0$). Biết rằng đồ thị hàm số đã cho đi qua điểm $(-1;7)$ và giao điểm hai tiệm cận là $(-2;3)$. Giá trị biểu thức $\frac{2a+3b+4c+d}{7c}$ bằng

- A. 7. B. 4. C. 6. D. -5.

Câu 32: Cho hàm số $y = \frac{ax+1}{bx+c}$ (a, b, c là các tham số) có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'		+		+	
y			$+\infty$		1
	1			$-\infty$	

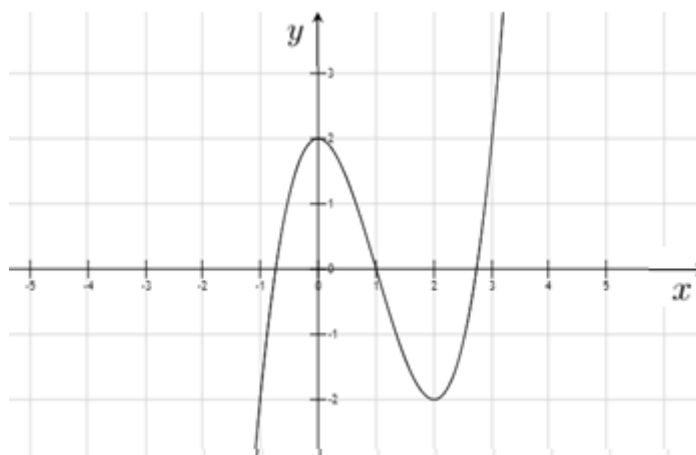
Xét các phát biểu sau: (1): $c > 1$; (2): $a + b < 0$; (3): $a + b + c = 0$; (4): $a > 0$. Số phát biểu đúng là?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 33: Ta xác định được các số a, b, c để đồ thị hàm số $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ đi qua điểm $(1; 0)$ và có điểm cực trị $(-2; 0)$. Tính giá trị biểu thức $T = a^2 + b^2 + c^2$.

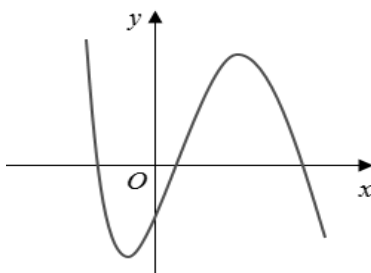
- A. 25. B. -1. C. 7. D. 14.

Câu 34: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ. Tính $S = a + b$?



- A. $S = -2$. B. $S = 0$. C. $S = 1$. D. $S = -1$.

Câu 35: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?



A. $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0$.

B. $a < 0, b > 0, c < 0, d < 0$.

C. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

D. $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$.

Câu 36: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+1}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'		+	+
y	2	$+\infty$	$-\infty$

Tập các giá trị b là tập nghiệm của bất phương trình nào dưới đây?

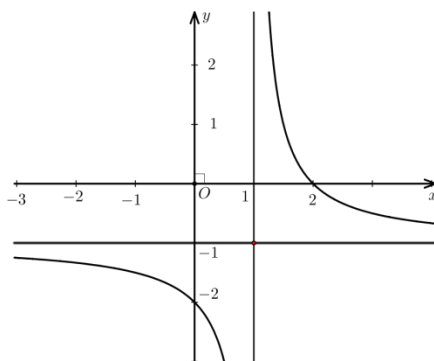
A. $b^3 - 8 \leq 0$.

B. $-b^2 + 4 > 0$.

C. $b^2 - 3b + 2 < 0$.

D. $b^3 - 8 < 0$.

Câu 37: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình dưới đây. Tính giá trị biểu thức $T = \frac{a-2b+3d}{c}$.



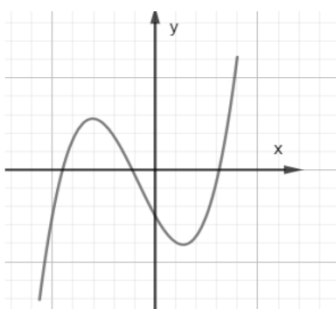
A. $T = 6$.

B. $T = 0$.

C. $T = -8$.

D. $T = 2$.

Câu 38: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ. Trong các số a, b, c và d có bao nhiêu số dương?



A. 1.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Câu 39: Cho hàm số $f(x) = \frac{ax-6}{bx-c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$		$-$
$f(x)$	$1 \rightarrow -\infty$	$+\infty \rightarrow 1$	

Trong các số a, b, c có bao nhiêu số âm?

A. 0.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

DẠNG 2. ĐỒ THỊ HÀM SỐ CHỨA DẤU GIÁ TRỊ TUYỆT ĐỐI

Dạng 1

Từ đồ thị $(C): y = f(x)$ suy ra đồ thị $(C'): y = |f(x)|$.

$$\text{Ta có: } y = |f(x)| = \begin{cases} f(x) & \text{ khi } f(x) \geq 0 \\ -f(x) & \text{ khi } f(x) < 0 \end{cases}$$

* Cách vẽ (C') từ (C) :

☐ Giữ nguyên phần đồ thị phía trên Ox của đồ thị $y = f(x)$.

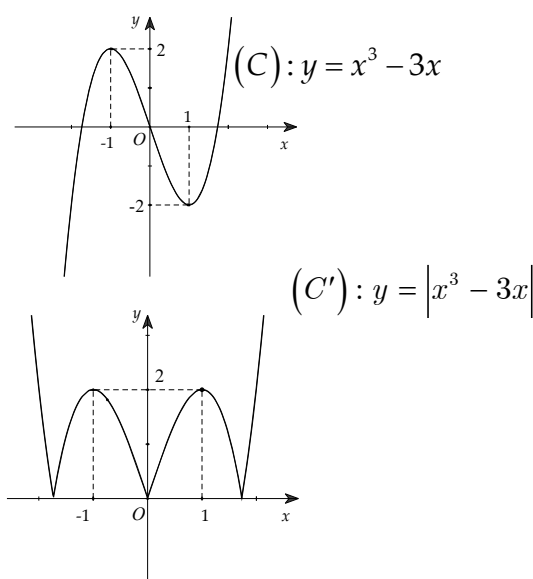
☐ Bỏ phần đồ thị phía dưới Ox của , lấy đối xứng phần đồ thị bị bỏ qua Ox .

Ví dụ: Từ đồ thị $(C): y = f(x) = x^3 - 3x$ suy ra đồ thị $y = |x^3 - 3x|$.

Biến đổi (C) :

☐ Bỏ phần đồ thị của (C) dưới Ox , giữ nguyên (C) phía trên Ox .

☐ Lấy đối xứng phần đồ thị bị bỏ qua Ox .



Dạng 2

Từ đồ thị $(C): y = f(x)$ suy ra đồ thị $(C'): y = f(|x|)$.

$$\text{Ta có: } y = f(|x|) = \begin{cases} f(x) & \text{khi } x \geq 0 \\ f(-x) & \text{khi } x < 0 \end{cases}$$

và $y = f(|x|)$ là hàm chẵn nên đồ thị (C') nhận Oy làm trục đối xứng.

*** Cách vẽ (C') từ (C) :**

□ Giữ nguyên phần đồ thị bên phải Oy của đồ thị $(C): y = f(x)$.

□ Bỏ phần đồ thị bên trái Oy của (C) , lấy đối xứng phần đồ thị được giữ qua Oy .

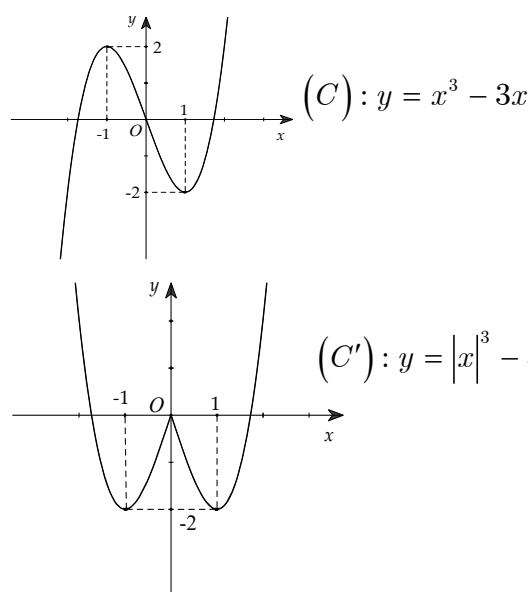
Ví dụ: Từ đồ thị $(C): y = f(x) = x^3 - 3x$ suy ra đồ thị

$$(C'): y = |x|^3 - 3|x|.$$

Biến đổi (C) :

□ Bỏ phần đồ thị của (C) bên trái Oy , giữ nguyên (C) bên phải Oy .

□ Lấy đối xứng phần đồ thị được giữ qua Oy .



Chú ý với dạng: $y = |f(|x|)|$ ta lần lượt biến đổi 2 đồ thị $y = f(|x|)$ và $y = |f(x)|$

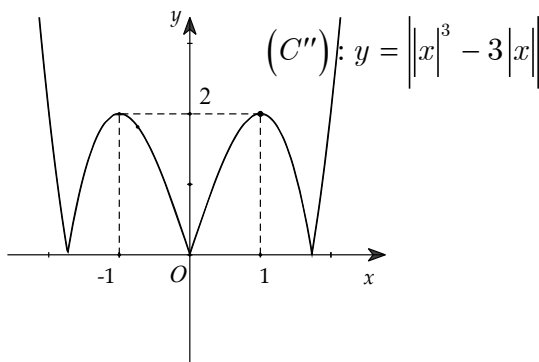
Ví dụ: Từ đồ thị $(C): y = f(x) = x^3 - 3x$

suy ra đồ thị $y = |x|^3 - 3|x|$. Biến đổi (C)

để được đồ thị $(C'): y = |x|^3 - 3|x|$. Biến đổi

$(C'): y = |x|^3 - 3|x|$ ta được đồ thị

$$(C''): y = ||x|^3 - 3|x||.$$



Dạng 3

Từ đồ thị $(C): y = u(x).v(x)$ suy ra đồ thị $(C'): y = |u(x)|.v(x)$.

$$\text{Ta có: } y = |u(x)|.v(x) = \begin{cases} u(x).v(x) = f(x) & \text{khi } u(x) \geq 0 \\ -u(x).v(x) = f(x) & \text{khi } u(x) < 0 \end{cases}$$

*** Cách vẽ (C') từ (C) :**

☐ Giữ nguyên phần đồ thị trên miền $u(x) \geq 0$ của đồ thị $(C): y = f(x)$.

☐ Bỏ phần đồ thị trên miền $u(x) < 0$ của (C) , lấy đối xứng phần đồ thị bị bỏ qua Ox .

Ví dụ

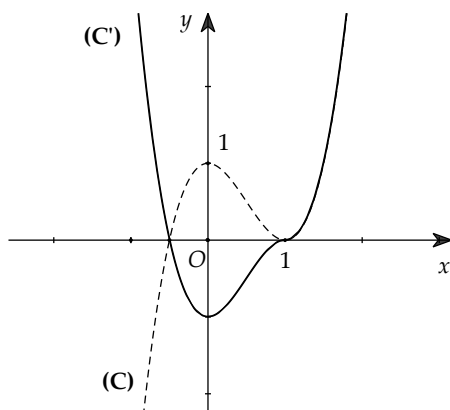
a) Từ đồ thị $(C): y = f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1$ suy ra đồ thị $(C'): y = |x-1|(2x^2 - x - 1)$

$$y = |x-1|(2x^2 - x - 1) = \begin{cases} f(x) & \text{khi } x \geq 1 \\ -f(x) & \text{khi } x < 1 \end{cases}$$

Đồ thị :

☐ Giữ nguyên với $x \geq 1$.

☐ Bỏ với $x < 1$. Lấy đối xứng phần đồ thị bị bỏ qua Ox .



Nhận xét: Trong quá trình thực hiện phép suy đồ thị nên lấy đối xứng các điểm đặc biệt của : giao điểm với Ox , Oy , CĐ, CT...

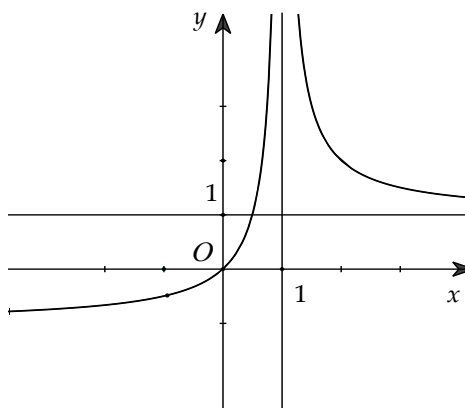
Ví dụ

b) Từ đồ thị $(C): y = f(x) = \frac{x}{x-1}$ suy ra đồ thị $(C'): y = \frac{x}{|x-1|}$

$$y = \frac{x}{|x-1|} = \begin{cases} \frac{x}{x-1} & \text{khi } x \in (1; +\infty) \\ -\frac{x}{x-1} & \text{khi } x \in (-\infty; 1) \end{cases} \text{ . Đồ thị :}$$

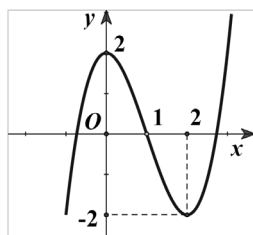
☐ Bỏ phần đồ thị của (C) với $x < 1$, giữ nguyên (C) với $x > 1$.

☐ Lấy đối xứng phần đồ thị bị bỏ qua Ox .

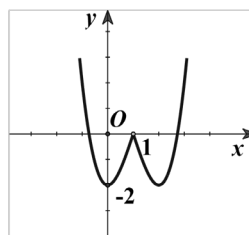


Nhận xét: Đối với hàm phân thức thì nên lấy đối xứng các đường tiệm cận để thực hiện phép suy đồ thị một cách tương đối chính xác.

Câu 40: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị như hình 1. Đồ thị hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1



Hình 2

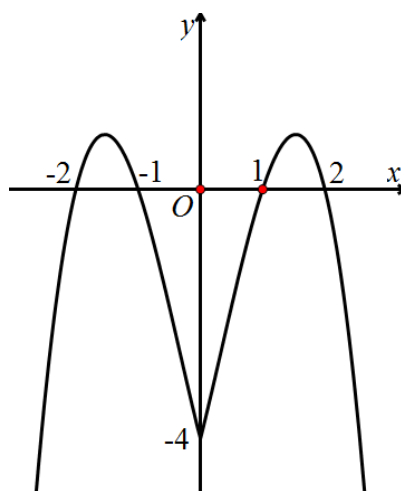
A. $y = |x^3 - 3x^2 + 2|$.

B. $y = |x|^3 - 3x^2 + 2$

C. $y = |x-1|(x^2 - 2x - 2)$.

D. $y = (x-1)|x^2 - 2x - 2|$.

Câu 41: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ như hình vẽ.



Chọn kết luận **đúng** trong các kết luận sau:

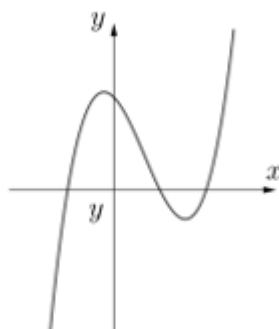
A. $f(x) = -x^3 + x^2 + 4x - 4$

B. $f(x) = x^3 - x^2 - 4x + 4$

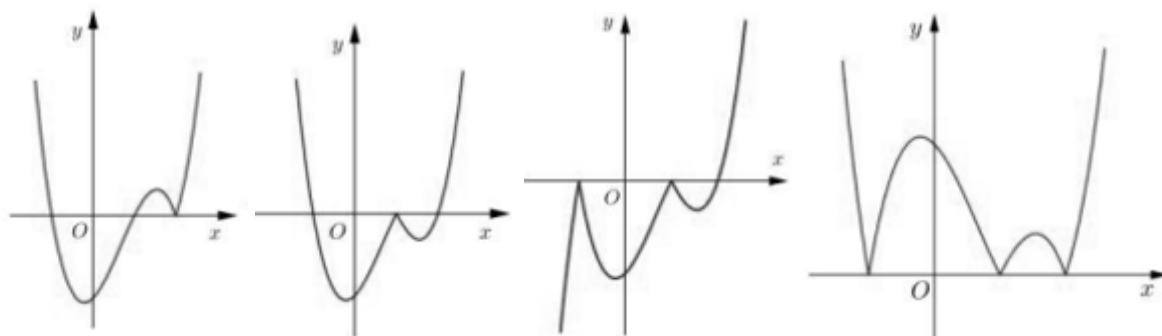
C. $f(x) = -x^3 - x^2 + 4x - 4$

D. $f(x) = x^3 + x^2 - 4x - 4$.

Câu 42: Cho hàm số $y = (x-2)(x^2 - 1)$ có đồ thị như hình vẽ



Một trong bốn hình dưới đây là đồ thị của hàm số $y = (x-2)|x^2 - 1|$. Hỏi đó là hình nào?



Hình 1 Hình 2 Hình 3 Hình 4

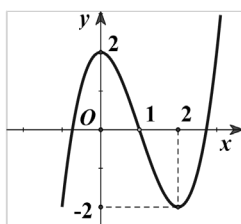
A. Hình 2.

B. Hình 4.

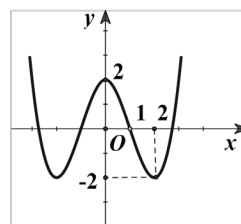
C. Hình 3.

D. Hình 1.

Câu 43: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị như hình 1. Đồ thị hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1



Hình 2

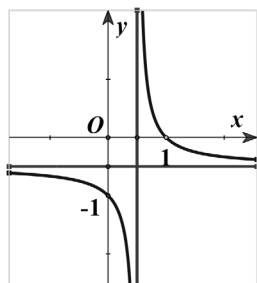
A. $y = |x^3 - 3x^2 + 2|$.

B. $y = |x|^3 - 3x^2 + 2$

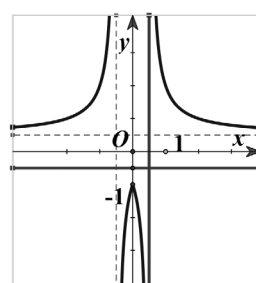
C. $y = |x-1|(x^2 - 2x - 2)$.

D. $y = (x-1)|x^2 - 2x - 2|$.

Câu 44: Cho hàm số $y = \frac{-x+1}{2x-1}$ có đồ thị như hình 1. Đồ thị hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1



Hình 2

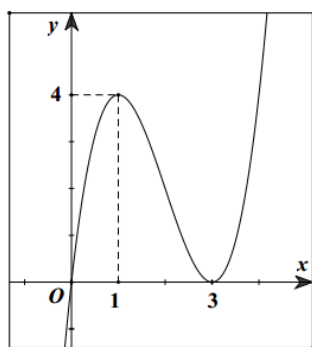
A. $y = \frac{-x+1}{2x-1}$

B. $y = \frac{|x|+1}{2|x|-1}$

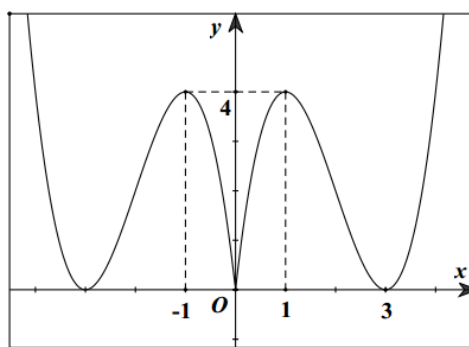
C. $y = \frac{-x+1}{2x-1}$

D. $y = \frac{-x+1}{|2x-1|}$

Câu 45: Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x$ có đồ thị như Hình 1. Khi đó đồ thị Hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1



Hình 2

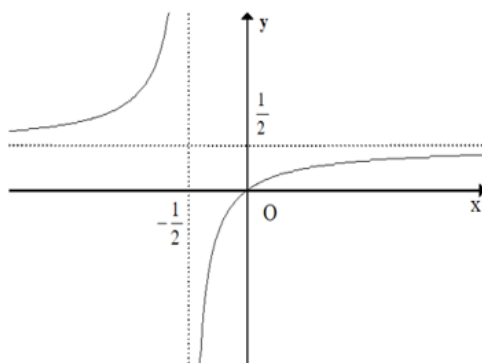
A. $y = -x^3 + 6x^2 - 9x$.

B. $y = |x^3 - 6x^2 + 9x|$.

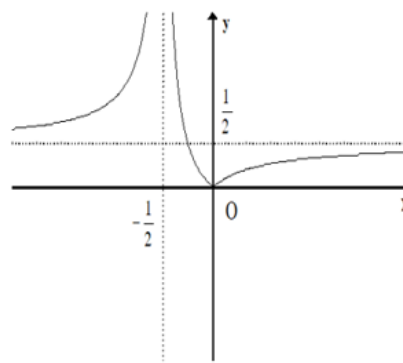
C. $y = |x|^3 - 6x^2 + 9|x|$.

D. $y = |x|^3 + 6|x|^2 + 9|x|$.

Câu 46: Cho hàm số $y = \frac{x}{2x+1}$ có đồ thị như Hình 1. Đồ thị Hình 2 là của hàm số nào trong các đáp án A, B, C, D dưới đây?



Hình 1



Hình 2

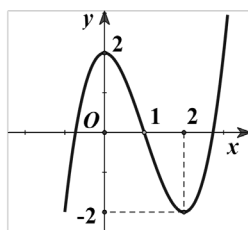
A. $y = \left| \frac{x}{2x+1} \right|$.

B. $y = \frac{|x|}{2|x|+1}$.

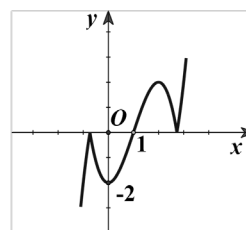
C. $y = \frac{x}{2|x|+1}$.

D. $y = \left| \frac{|x|}{2|x|+1} \right|$.

Câu 47: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị như hình 1. Đồ thị hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1



Hình 2

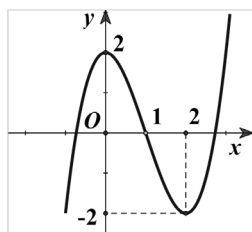
A. $y = |x^3 - 3x^2 + 2|$.

B. $y = |x|^3 - 3x^2 + 2$.

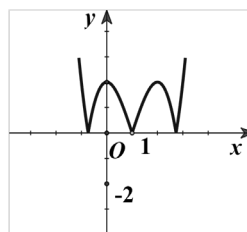
C. $y = |x-1|(x^2 - 2x - 2)$.

D. $y = (x-1)|x^2 - 2x - 2|$.

Câu 48: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị như hình 1. Đồ thị hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1



Hình 2

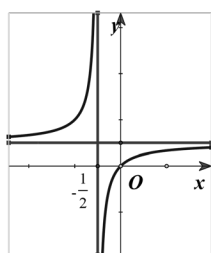
A. $y = |x^3 - 3x^2 + 2|$.

B. $y = |x|^3 - 3x^2 + 2$

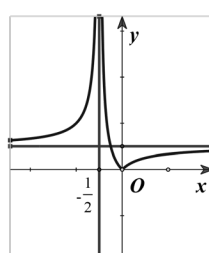
C. $y = |x-1|(x^2 - 2x - 2)$.

D. $y = (x-1)|x^2 - 2x - 2|$.

Câu 49: Cho hàm số $y = \frac{x}{2x+1}$ có đồ thị như hình 1. Đồ thị hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1



Hình 2

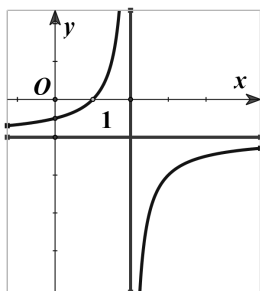
A. $y = \frac{x}{2|x|+1}$

B. $y = \frac{|x|}{2|x|+1}$

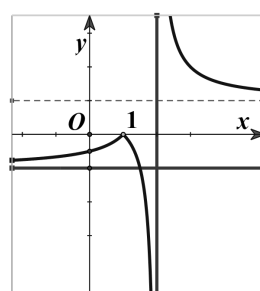
C. $y = \left| \frac{x}{2x+1} \right|$

D. $y = \left| \frac{|x|}{2|x|+1} \right|$

Câu 50: Cho hàm số $y = \frac{-x+1}{x-2}$ có đồ thị như hình 1. Đồ thị hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1



Hình 2

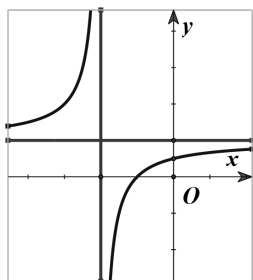
A. $y = \left| \frac{-x+1}{x-2} \right|$.

B. $y = \frac{|x|+1}{|x|-2}$.

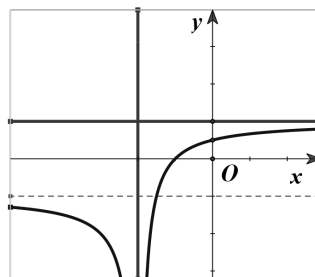
C. $y = \frac{|-x+1|}{x-2}$

D. $y = \frac{-x+1}{|x-2|}$

Câu 51: Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x+2}$ có đồ thị như hình 1. Đồ thị hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1



Hình 2

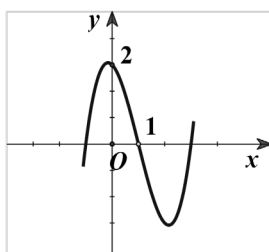
A. $y = \left| \frac{x+1}{x+2} \right|$.

B. $y = \frac{|x|+1}{|x|+2}$.

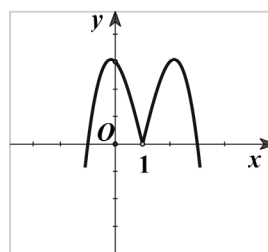
C. $y = \frac{|x+1|}{x+2}$.

D. $y = \frac{x+1}{|x+2|}$.

Câu 52: Cho hàm số $y = (x-1)(x^2 - 2x - 3)$ có đồ thị như hình 1. Đồ thị hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1



Hình 2

A. $y = \left| (x-1)(x^2 - 2x - 3) \right|$.

B. $y = |x-1|(x^2 - 2x - 3)$.

C. $y = -|x-1|(x^2 - 2x - 3)$

D. $y = (x-1)|x^2 - 2x - 3|$

CHƯƠNG

I

ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ KHẢO SÁT HÀM SỐ

BÀI 5. KHẢO SÁT SỰ BIẾN THIÊN VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ



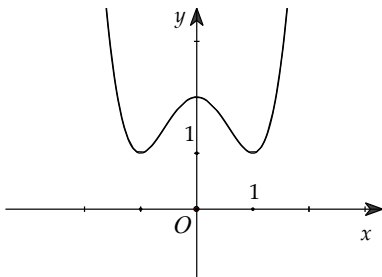
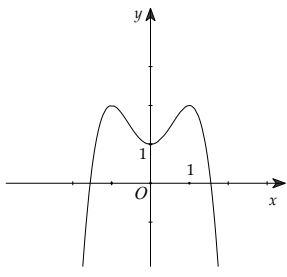
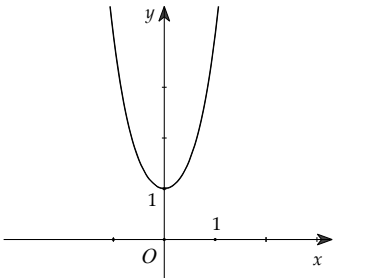
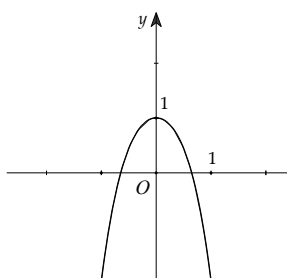
BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

DẠNG. NHẬN DẠNG HÀM SỐ THƯỜNG GẶP THÔNG QUA ĐỒ THỊ

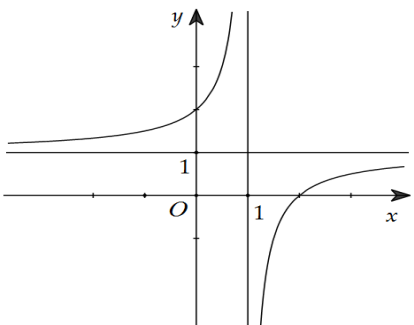
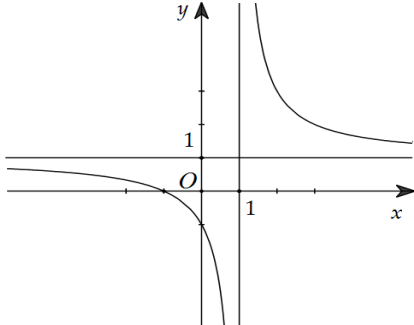
A. Hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$)

TRƯỜNG HỢP	$a > 0$	$a < 0$
Phương trình $y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt		
Phương trình $y' = 0$ có nghiệm kép		
Phương trình $y' = 0$ vô nghiệm		

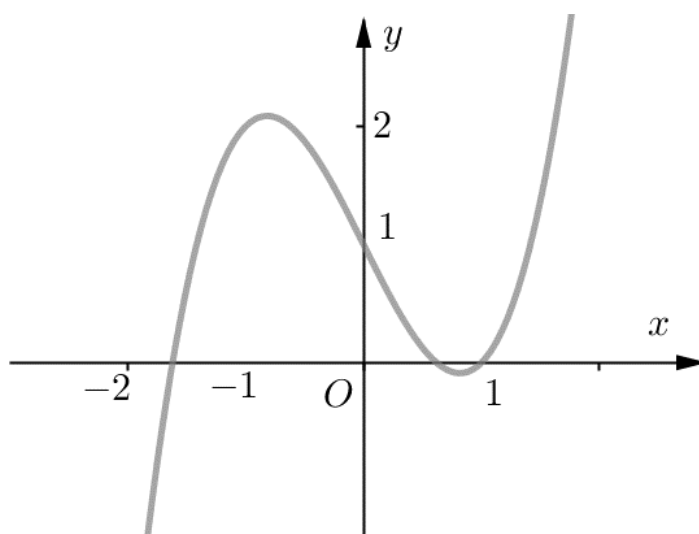
B. Hàm số trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$)

TRƯỜNG HỢP	$a > 0$	$a < 0$
Phương trình $y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt ($ab < 0$)		
Phương trình $y' = 0$ có 1 nghiệm.		

C. Hàm số nhất biến $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($c \neq 0, ad - bc \neq 0$)

$D = ad - bc > 0$	$D = ad - bc < 0$
	

Câu 1: (THPT Yên Phong 1 Bắc Ninh 2019) Hình vẽ sau đây là đồ thị của một trong bốn hàm số cho ở các đáp án A, B, C, D. Hỏi đó là hàm số nào?



A. $y = x^3 + 2x + 1$.

B. $y = x^3 - 2x^2 + 1$.

C. $y = x^3 - 2x + 1$.

D. $y = -x^3 + 2x + 1$.

Lời giải

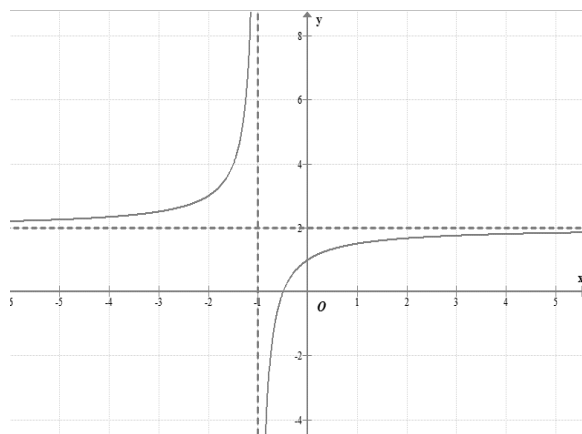
Dựa vào đồ thị, ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$, loại phương án D.

Xét phương án A có $y' = 3x^2 + 2 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$, hàm số không có cực trị, loại phương án A.

Xét phương án B có $y' = 3x^2 - 6x$ và y' đổi dấu khi đi qua các điểm $x = 0, x = 2$ nên hàm số đạt cực trị tại $x = 0$ và $x = 2$, loại phương án B.

Vậy phương án đúng là C.

Câu 2: (Sở Cần Thơ - 2019) Hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số nào



A. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

B. $y = \frac{2x+1}{x+1}$.

C. $y = \frac{2x-3}{x+1}$.

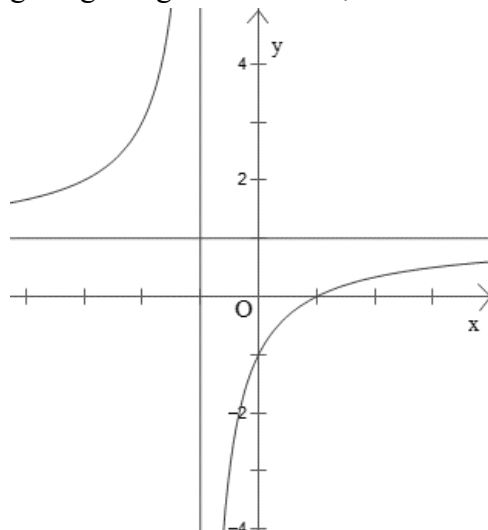
D. $y = \frac{2x+5}{x+1}$.

Lời giải

Chọn B

Đồ thị hàm số cắt trục Oy tại điểm có tọa độ $(0;1)$ nên chọn phương án B.

Câu 3: (SGD Nam Định) Đường cong trong hình là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

B. $y = \frac{-2x+1}{2x+2}$.

C. $y = x^4 - 3x^2$.

D. $y = x^3 - 3x^2$.

Lời giải

Chọn A

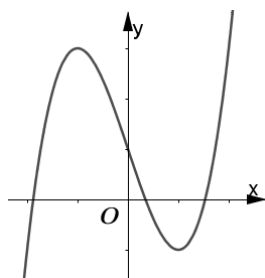
Hình vẽ trên là đồ thị của hàm số dạng $y = \frac{ax+b}{cx+d} (c \neq 0; ad - bc \neq 0) \Rightarrow$ Loại phương án C, D

Ta thấy: Đồ thị có đường tiệm cận đứng là $x = -1$ và đường tiệm cận ngang là $y = 1$

Phương án B: Đồ thị có đường tiệm cận đứng là $x = -2 \Rightarrow$ loại B

⇒ A đúng.

Câu 4: (Sở Gia Lai 2019) Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



- A. $y = -x^3 + 3x + 1$. B. $y = x^4 - x^2 + 1$. C. $y = -x^2 + x - 1$. D. $y = x^3 - 3x + 1$.

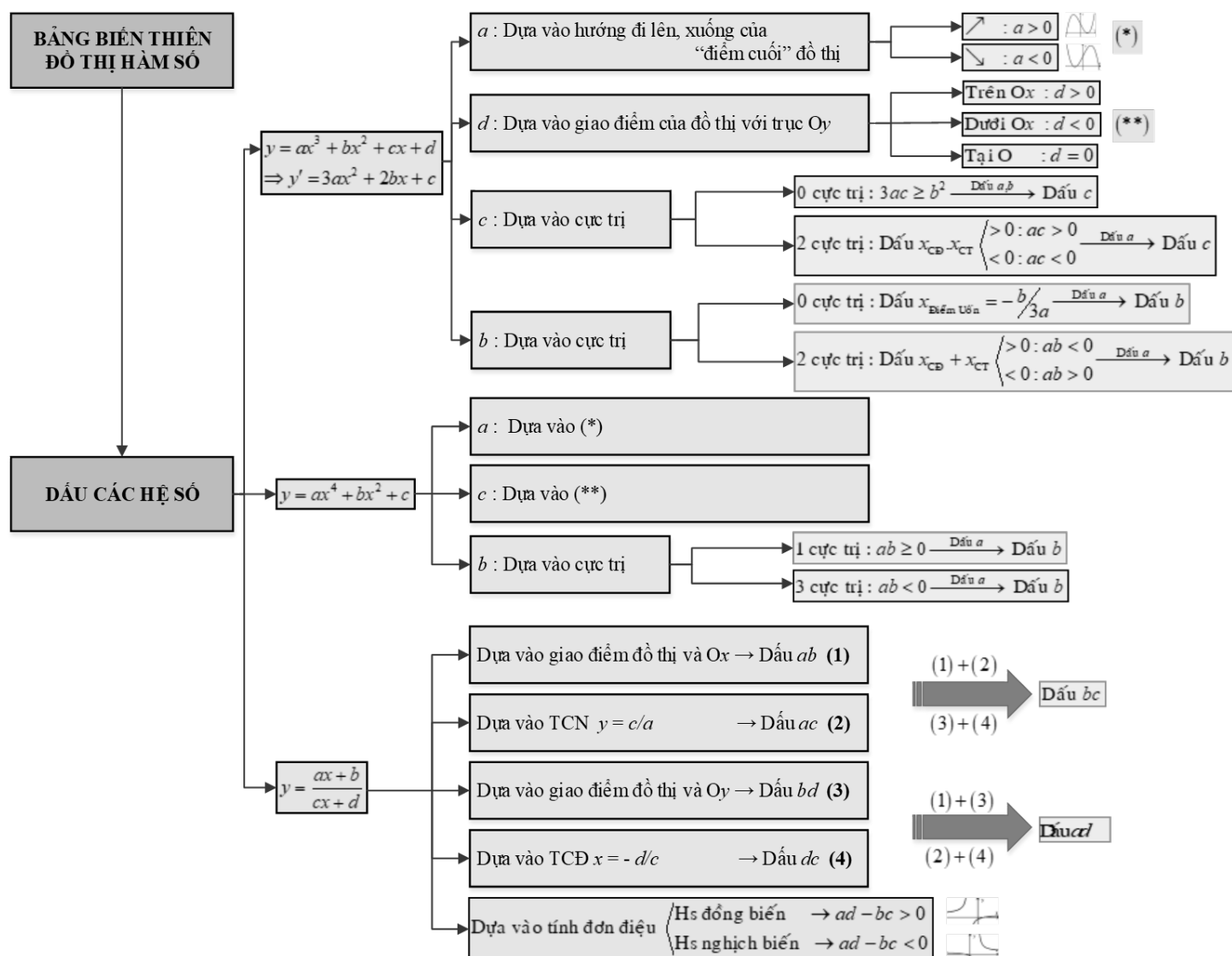
Lời giải

Chọn D

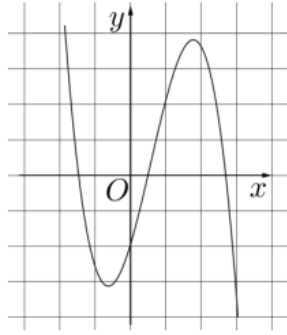
Đồ thị đã cho có hình dạng của đồ thị hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ nên loại phương án B và C

Dựa vào đồ thị, ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty \Rightarrow a > 0$ nên loại phương án A

DẠNG 2. XÉT DẤU CỦA CÁC HỆ SỐ HÀM SỐ THÔNG QUA ĐỒ THỊ



Câu 5: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$

B. $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0$.

C. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$

D. $a < 0, b > 0, c < 0, d < 0$.

Lời giải

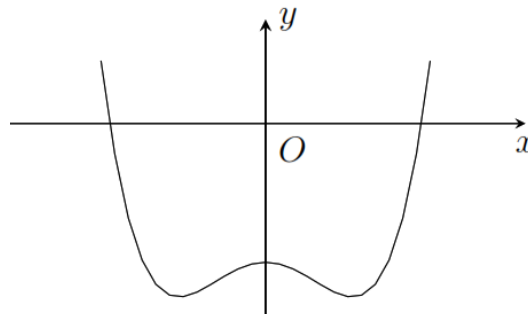
Chọn A

Dựa vào đồ thị suy ra hệ số $a < 0 \Rightarrow$ loại phương án C

$y' = 3ax^2 + 2bx + c = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 trái dấu (do hai điểm cực trị của đồ thị hàm số nằm hai phía với Oy) $\Rightarrow 3a \cdot c < 0 \Rightarrow c > 0 \Rightarrow$ loại phương án **D.** Do

$(C) \cap Oy = D(0; d) \Rightarrow d < 0$.

Câu 6: (THPT Nguyễn Khuyến 2019) Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?



A. $a > 0, b < 0, c > 0$

B. $a > 0, b < 0, c < 0$

C. $a > 0, b > 0, c < 0$

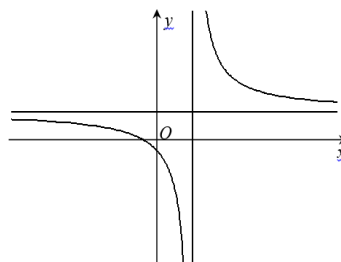
D. $a < 0, b > 0, c < 0$

Lời giải

Chọn B

Ta có đồ thị có hình dạng như trên với hàm bậc bốn trùng phương có hai điểm cực tiểu và một điểm cực đại nên $a > 0, b < 0$. Giá trị cực đại nhỏ hơn 0 nên $c < 0$.

Câu 7: (Chuyên Trần Phú Hải Phòng 2019) Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như sau.



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $ac > 0; bd > 0$

B. $ab < 0; cd < 0$

C. $bc > 0; ad < 0$

D. $ad > 0; bd < 0$

Lời giải

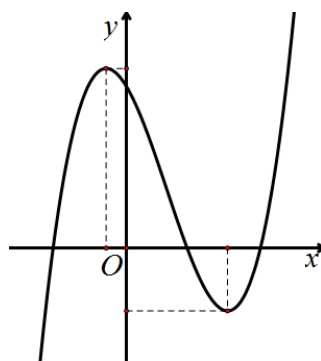
Theo đồ thị:

Tiệm cận ngang: $y = \frac{a}{c} > 0$ (1)

Tiệm cận đứng: $x = -\frac{d}{c} > 0 \Rightarrow \frac{d}{c} < 0$ (2)

$y = 0 \Rightarrow x = -\frac{b}{a} < 0 \Rightarrow \frac{b}{a} > 0$ (3)

Câu 8: (THPT Thiệu Hóa – Thanh Hóa 2019) Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Chọn khẳng định đúng về dấu của a, b, c, d ?



A. $a > 0, b > 0, d > 0, c > 0$

B. $a > 0, c > 0 > b, d < 0$

C. $a > 0, b > 0, c > 0, d > 0$

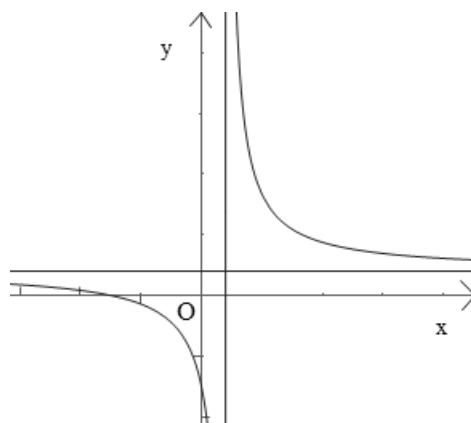
D. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị ta có $a > 0$, đồ thị cắt Oy tại 1 điểm có tung độ dương nên $d > 0$, đồ thị có 2 cực trị trái dấu nên $x_1 \cdot x_2 < 0 \Rightarrow \frac{c}{a} < 0 \Rightarrow c < 0$. Vậy đáp án D

Câu 9: (Toán Học Tuổi Trẻ 2019) Cho hàm số $y = \frac{(a-1)x+b}{(c-1)x+d}$, $d < 0$ có đồ thị như hình trên. Khẳng định nào dưới đây là đúng?



A. $a > 1, b > 0, c < 1$

B. $a > 1, b < 0, c > 1$

C. $a < 1, b > 0, c < 1$

D. $a > 1, b > 0, c > 1$

Lời giải

Theo bài ra, đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x = -\frac{d}{c-1}$.

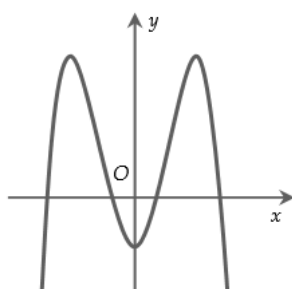
Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là: $y = \frac{a-1}{c-1}$.

Nhìn đồ thị ta thấy: $x = -\frac{d}{c-1} > 0$ mà $d < 0 \Rightarrow c-1 > 0 \Rightarrow c > 1$.

$y = \frac{a-1}{c-1} > 0 \Rightarrow a-1 > 0 \Rightarrow a > 1$.

Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng $\frac{b}{d} < 0 \Rightarrow b > 0$.

Câu 10: (Sở Ninh Bình 2019) Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a < 0, b > 0, c < 0$. **B.** $a < 0, b < 0, c > 0$. **C.** $a < 0, b > 0, c > 0$. **D.** $a < 0, b < 0, c < 0$.

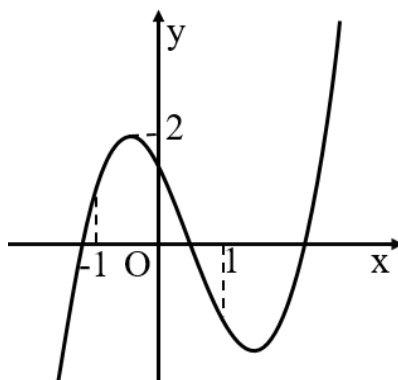
Lời giải

Đồ thị cắt trục tung tại điểm $(0; c)$, từ đồ thị suy ra $c < 0$

Mặt khác đồ thị hàm số có ba điểm cực trị nên $y' = 0$ có ba nghiệm phân biệt, hay $y' = 4ax^3 + 2bx = 2x(2ax^2 + b) = 0$ có ba nghiệm phân biệt. Suy ra a, b trái dấu.

Mà $a < 0 \Rightarrow b > 0$

Câu 11: (Cụm Liên Trường Hải Phòng 2019) Hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Khẳng định nào là đúng?

A. $a < 0, b < 0, c < 0, d < 0$.

B. $a > 0, b > 0, c > 0, d < 0$.

C. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

D. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

Lời giải

+ Dựa vào hình dạng đồ thị ta khẳng định được $a > 0$.

+ Đồ thị cắt trục Oy tại điểm có tọa độ $(0; d)$. Dựa vào đồ thị suy ra $d > 0$.

+ Ta có: $y' = 3ax^2 + 2bx + c$. Hàm số có hai điểm cực trị x_1, x_2 ($x_1 < x_2$) trái dấu nên phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 trái dấu. Vì thế $3a \cdot c < 0$, nên suy ra $c < 0$.

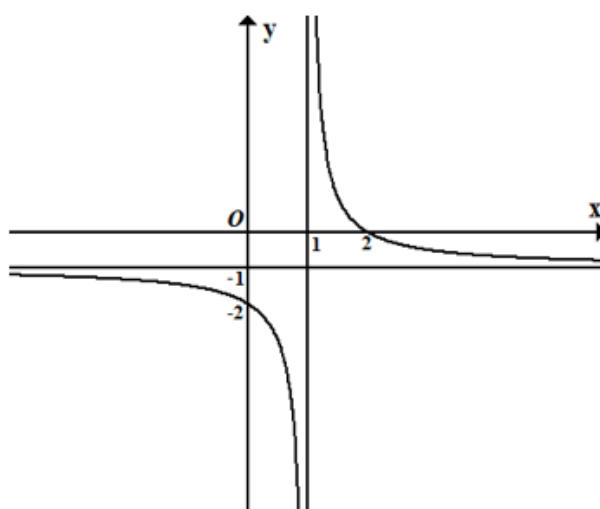
+ Mặt khác từ đồ thị ta thấy $\begin{cases} x_1 > -1 \\ x_2 > 1 \end{cases}$ nên $x_1 + x_2 > 0$.

Mà $x_1 + x_2 = \frac{-2b}{3a}$ nên suy ra $\frac{-2b}{3a} > 0 \Rightarrow b < 0$.

Vậy $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

Câu 12: (THPT Ba Đình 2019) Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ có đồ thị như hình bên dưới, với $a, b, c \in \mathbb{Z}$.

Tính giá trị của biểu thức $T = a + 2b + 3c$?



A. $T = -8$.

B. $T = 2$.

C. $T = 6$.

D. $T = 0$.

Lời giải

Từ đồ thị hàm số, ta suy ra

☐ Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 1$, tiệm cận ngang là đường thẳng $y = -1$.

☐ Đồ thị hàm số đi qua các điểm $A(2;0), B(0;-2)$.

Từ biểu thức hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ (vì đồ thị hàm số là đồ thị hàm nhất biến nên $ac - b \neq 0$), ta suy ra

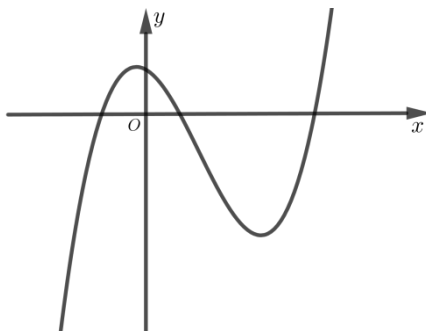
☐ Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -c$, tiệm cận ngang là đường thẳng $y = a$.

☐ Đồ thị hàm số đi qua $A\left(-\frac{b}{a}; 0\right), B\left(0; \frac{b}{c}\right)$.

Đối chiếu lại, ta suy ra $c = -1, a = -1, b = 2$.

Vậy $T = a + 2b + 3c = (-1) + 2 \cdot 2 + 3(-1) = 0$.

Câu 13: (THPT Việt Đức Hà Nội 2019) Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình bên. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào **đúng**?



A. $ab < 0, bc > 0, cd < 0$

B. $ab < 0, bc < 0, cd > 0$

C. $ab > 0, bc > 0, cd < 0$

D. $ab > 0, bc > 0, cd > 0$

Lời giải

Chọn A

Từ dáng điệu của đồ thị ta có ngay được:

$$\oplus \lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty; \lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty \Rightarrow a > 0.$$

\oplus Đồ thị hàm số cắt trục tung tại một điểm có tung độ dương nên $d > 0$.

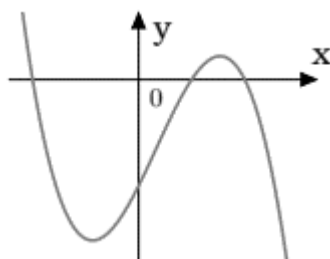
Ta có: $y' = 3ax^2 + 2bx + c$

Mặt khác dựa vào đồ thị ta thấy phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm trái dấu và tổng hai nghiệm

này luôn dương nên $\begin{cases} ac < 0 \\ -\frac{2b}{3a} > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c < 0 \\ b < 0 \end{cases} \text{ (do } a > 0 \text{)}$

Do đó: $ab < 0, bc > 0, cd < 0$.

Câu 14: (THPT Lương Thế Vinh Hà Nội 2019) Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình dưới. Khẳng định nào sau đây đúng ?



A. $a < 0, b < 0, c < 0, d < 0$

B. $a < 0, b > 0, c > 0, d > 0$

C. $a < 0, b > 0, c < 0, d > 0$

D. $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$

Lời giải

Chọn D

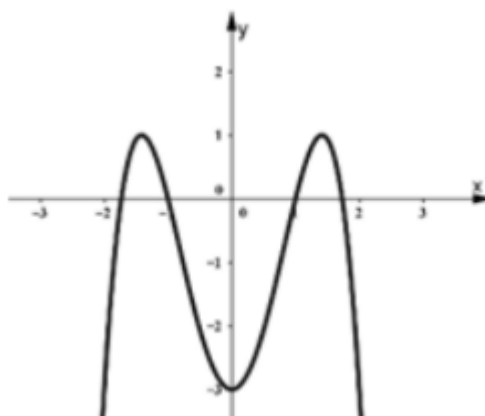
- Dựa vào hình dáng của đồ thị suy ra hệ số $a < 0$.

- Đồ thị cắt trục Oy tại điểm có tung độ âm nên $d < 0$.

- Ta thấy đồ thị như hình vẽ có hai điểm cực trị, hoành độ các điểm cực trị trái dấu suy ra phương trình $y' = 3ax^2 + 2bx + c = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 trái dấu kéo theo $3a.c < 0 \Rightarrow c > 0$.

- Mặt khác $\frac{x_1 + x_2}{2} = -\frac{b}{3a} > 0 \Rightarrow b > 0$.

Câu 15: (THPT Chuyên Bắc Ninh 2019) Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?



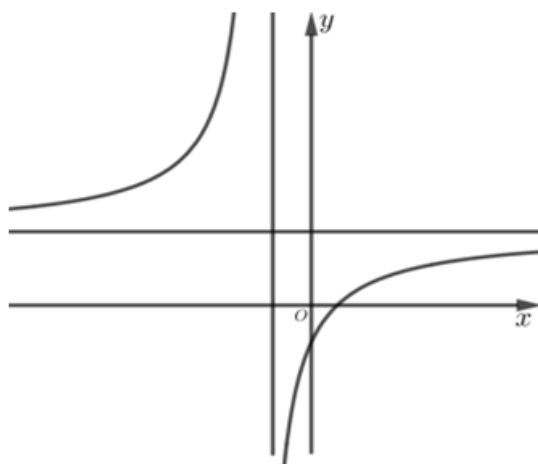
- A.** $a > 0, b < 0, c < 0$. **B.** $a < 0, b < 0, c < 0$.
C. $a < 0, b > 0, c < 0$. **D.** $a > 0, b < 0, c > 0$

Lời giải

Chọn C

- Dựa vào hình dạng đồ thị suy ra $a < 0$
- Hàm số có 3 điểm cực trị nên $ab < 0 \Rightarrow b > 0$
- Giao điểm với trục tung nằm dưới trục hoành nên $c < 0$.

Câu 16: (Chuyên Lê Quý Đôn Quảng Trị 2019) Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như trong hình bên dưới. Biết rằng a là số thực dương, hỏi trong các số b, c, d có tất cả bao nhiêu số dương?



- A.** 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

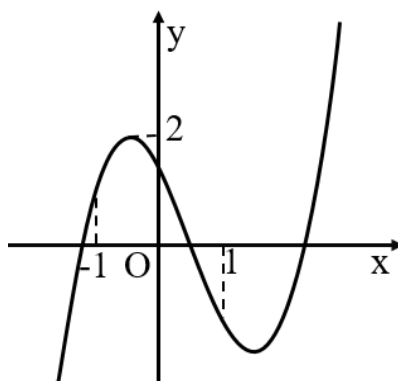
Nhìn vào đồ thị ta thấy

- tiệm cận ngang $y = \frac{a}{c}$ nằm trên trục hoành nên $c > 0$ (vì $a > 0$)
- tiệm cận đứng $x = \frac{-d}{c}$ nằm bên trái trục tung nên $\frac{-d}{c} < 0$. Suy ra $d > 0$ (vì $c > 0$)
- giao điểm của đồ thị và trục tung nằm bên dưới trục hoành nên $\frac{b}{d} < 0$.

Suy ra $b < 0$ (vì $d > 0$)

Vậy $c > 0, d > 0$

Câu 17: (Cụm liên trường Hải Phòng 2019) Hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Khẳng định nào là đúng?

- A.** $a < 0, b < 0, c < 0, d < 0$. **B.** $a > 0, b > 0, c > 0, d < 0$.
C. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$. **D.** $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

Lời giải

Chọn D

+ Dựa vào hình dạng đồ thị ta khẳng định được $a > 0$.

+ Đồ thị cắt trục Oy tại điểm có tọa độ $(0; d)$. Dựa vào đồ thị suy ra $d > 0$.

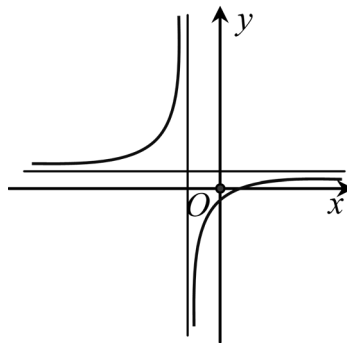
+ Ta có: $y' = 3ax^2 + 2bx + c$. Hàm số có hai điểm cực trị x_1, x_2 ($x_1 < x_2$) trái dấu nên phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 trái dấu. Vì thế $3a \cdot c < 0$, nên suy ra $c < 0$.

+ Mặt khác từ đồ thị ta thấy $\begin{cases} x_1 > -1 \\ x_2 > 1 \end{cases}$ nên $x_1 + x_2 > 0$.

Mà $x_1 + x_2 = \frac{-2b}{3a}$ nên suy ra $\frac{-2b}{3a} > 0 \Rightarrow b < 0$.

Vậy $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

Câu 18: (Chuyên Nguyễn Huệ 2019) Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?



A. $\begin{cases} ad < 0 \\ bc > 0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} ad < 0 \\ bc < 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} ad > 0 \\ bc < 0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} ad > 0 \\ bc > 0 \end{cases}$

Lời giải

Chọn C

Nhận xét từ đồ thị:

+ Giao với trục hoành tại $x_0 = -\frac{b}{a} > 0 \Rightarrow a$ và b trái dấu (1).

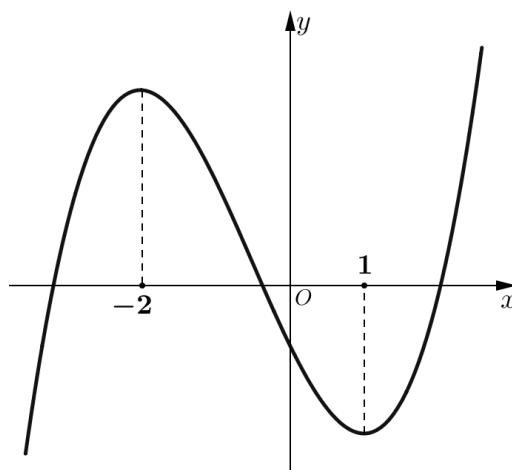
+ Giao với trục tung tại $y_0 = \frac{b}{d} < 0 \Rightarrow b$ và d trái dấu (2).

+ Tiệm cận đứng: $x = -\frac{d}{c} < 0 \Rightarrow d$ và c cùng dấu (3).

Từ (1) và (2) suy ra: a và d cùng dấu hay $ad > 0$.

Từ (2) và (3) suy ra: b và c trái dấu hay $bc < 0$.

Câu 19: Cho đường cong $(C): y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình bên.



Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $a > 0, b < 0, c < 0, d < 0$.

B. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

C. $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$.

D. $a > 0, b > 0, c < 0, d < 0$.

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị ta có $x=0 \Rightarrow y=d < 0$, từ dạng đồ thị suy ra $a > 0$.

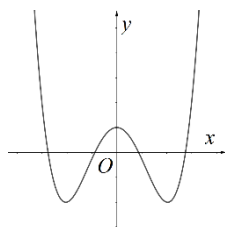
Mặt khác $y' = 3ax^2 + 2bx + c$ từ đồ thị ta có phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm trái dấu suy ra $ac < 0$ mà $a > 0$ suy ra $c < 0$.

Hơn nữa phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1 + x_2 = -\frac{2b}{3a} = -1$ suy ra

$$3a = 2b \Rightarrow b > 0.$$

Vậy chọn đáp án **D**.

Câu 20: (Gia Lai 2019) Hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $a > 0, b > 0, c < 0$.

B. $a < 0, b > 0, c < 0$.

C. $a > 0, b < 0, c > 0$.

D. $a > 0, b < 0, c < 0$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị:

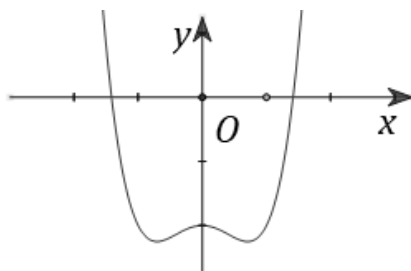
$$+ \lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty \Rightarrow \boxed{a > 0}.$$

$$+ \text{Đồ thị hàm số có ba điểm cực trị} \Rightarrow ab < 0 \Rightarrow \boxed{b < 0}.$$

$$+ \text{Giao điểm của đồ thị hàm số và trục tung có tung độ dương} \Rightarrow \boxed{c > 0}.$$

Vậy $a > 0, b < 0, c > 0$.

Câu 21: (THPT Thăng Long 2019) Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm kết luận đúng



A. $a + b > 0$.

B. $bc > 0$.

C. $ab > 0$.

D. $ac > 0$.

Lời giải

Chọn B

Từ hình vẽ ta thấy:

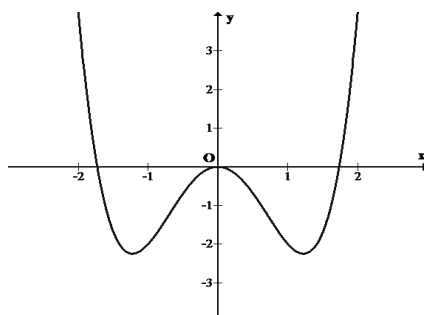
Đồ thị hàm số có bề lõm hướng lên $\Rightarrow a > 0$.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ âm $\Rightarrow c < 0$.

Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị $\Rightarrow ab < 0 \Rightarrow b < 0$.

Vậy chỉ có $bc > 0$.

Câu 22: (THPT Cẩm Bình Hà Tĩnh 2019) Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình bên. Hãy chọn mệnh đề đúng.



- A.** $a < 0, b < 0, c = 0$. **B.** $a < 0, b > 0, c = 0$.
C. $a > 0, b < 0, c = 0$. **D.** $a > 0, b < 0, c > 0$.

Lời giải

Chọn C

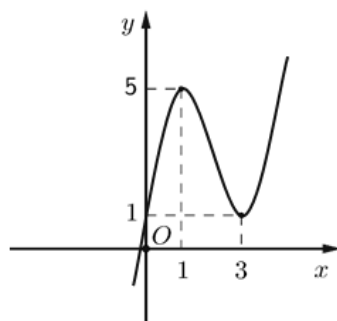
Dựa vào hình dạng đồ thị hàm số ta nhận thấy :

Hệ số $a > 0$

Đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ $\Rightarrow c = 0$

Hàm số có 3 điểm cực trị $\Rightarrow a.b < 0 \Rightarrow b < 0$

Câu 23: (Chuyên Long An 2019) Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ ở bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?



- A.** $a > 0, b > 0, c > 0, d > 0$. **B.** $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$.
C. $a > 0, b < 0, c > 0, d > 0$. **D.** $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0$.

Lời giải

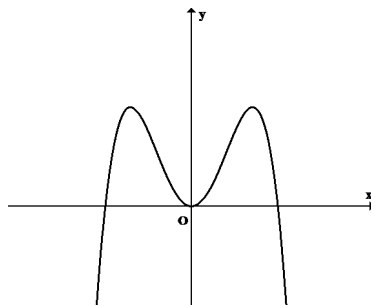
Chọn C

Đồ thị hàm số đi qua các điểm $A(0;1)$, $B(1;5)$ và $C(3;1)$ và đạt cực trị tại các điểm B và C .

$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$. Ta có

$$\begin{cases} f(0) = 1 \\ f(1) = 5 \\ f'(1) = 0 \\ f'(3) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d = 1 \\ a + b + c + d = 5 \\ 3a + 2b + c = 0 \\ 27a + 6b + c = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -6 \\ c = 9 \\ d = 1 \end{cases}$$

Câu 24: (THPT Trần Phú 2019) Cho hàm số bậc bốn trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây là **đúng**?



A. $a < 0, b > 0, c > 0$.

B. $a > 0, b < 0, c > 0$.

C. $a < 0, b > 0, c = 0$.

D. $a > 0, b < 0, c < 0$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào hình dạng đồ thị hàm số ta nhận thấy :

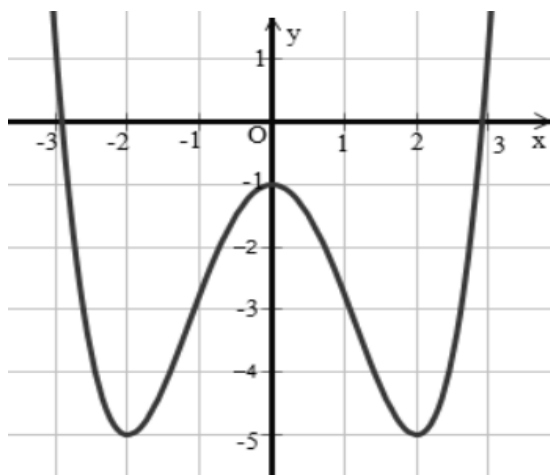
Hệ số $a < 0$.

Hàm số có 3 điểm cực trị $\Rightarrow a.b < 0 \Rightarrow b > 0$.

Đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ $\Rightarrow c = 0$.

Vậy $a < 0, b > 0, c = 0$.

Câu 25: (THPT Cộng Hiền 2019) Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hỏi khẳng định nào sau đây đúng?



A. $a > 0, b < 0, c < 0$.

B. $a > 0, b > 0, c < 0$.

C. $a > 0, b < 0, c > 0$.

D. $a < 0, b > 0, c < 0$.

Lời giải

Chọn A

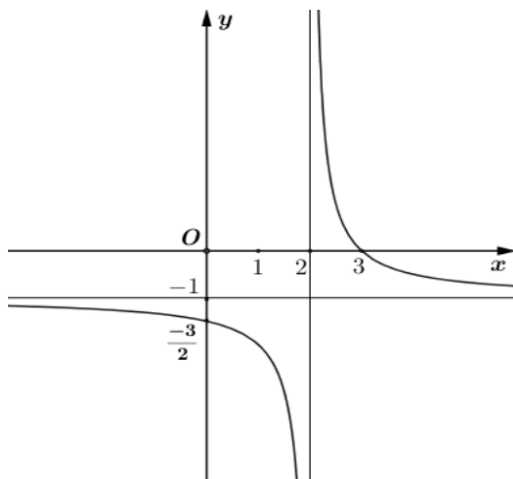
Nhìn vào đồ thị ta có:

Khi $x \in (2; +\infty)$ hàm số đồng biến $\Rightarrow a > 0$.

Hàm số có 3 điểm cực trị nên $a.b < 0$ mà $a > 0 \Rightarrow b < 0$.

$y(0) = -1 = c \Rightarrow c < 0$.

Câu 26: (SGD Điện Biên - 2019) Cho hàm số $y = \frac{ax+3}{x+c}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tính giá trị của $a - 2c$.



A. $a - 2c = 3$.

B. $a - 2c = -3$.

C. $a - 2c = -1$.

D. $a - 2c = -2$.

Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số có TCN $y = -1 \Leftrightarrow \frac{a}{1} = -1 \Leftrightarrow a = -1$.

Mặt khác Đồ thị hàm số có TCD $x = 2$ nên $2 + c = 0 \Leftrightarrow c = -2$.

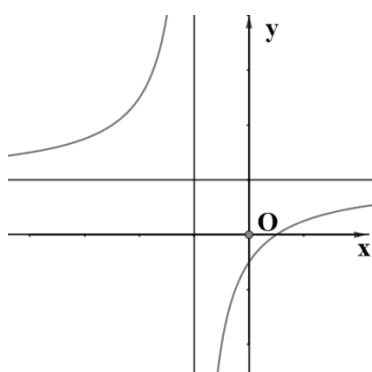
$$\Rightarrow a - 2c = -1 - 2 \cdot (-2) = 3.$$

Dựa vào đồ thị ta thấy các điểm $(3; 0)$ và $(0; -\frac{3}{2})$ thuộc vào đồ thị hàm số đã cho nên ta được

$$\text{hệ phương trình } \begin{cases} 0 = \frac{a \cdot 3 + 3}{3 + c} \\ -\frac{3}{2} = \frac{a \cdot 0 + 3}{0 + c} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a + 3 = 0 \\ -3c = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ c = -2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a - 2c = -1 - 2 \cdot (-2) = 3.$$

Câu 27: Hình vẽ bên là đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$.



Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $ad > 0$ và $bd > 0$. **B.** $ad > 0$ và $ab < 0$. **C.** $bd < 0$ và $ab > 0$. **D.** $ad < 0$ và $ab < 0$.

Lời giải

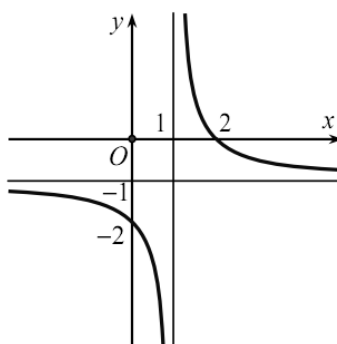
Chọn B

Đồ thị hàm số giao với trục Ox tại điểm có hoành độ $x = -\frac{b}{a}$, giao với Oy tại điểm có tung độ $y = \frac{b}{d}$.

$$\text{Dựa vào hình vẽ ta có } \begin{cases} -\frac{b}{a} > 0 \\ \frac{b}{d} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{b}{a} < 0 \\ \frac{b}{d} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ab < 0 \\ bd < 0 \end{cases} \Rightarrow ad > 0.$$

Trong các phương án chỉ có phương án B thỏa mãn.

Câu 28: Cho hàm số $y = \frac{ax-b}{x-1}$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $b < a < 0$. **B.** $a < b < 0$. **C.** $b > a$ và $a < 0$. **D.** $a < 0 < b$.

Lời giải

Chọn A

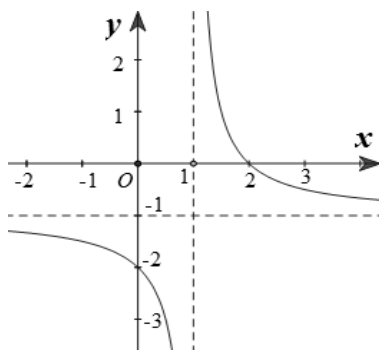
Ta thấy đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = -1$ suy ra $a = -1$.

Do đồ thị hàm số đi qua điểm $(2;0)$ nên $2a - b = 0 \Leftrightarrow -2 - b = 0 \Leftrightarrow b = -2$.

Vậy $b < a < 0$.

Câu 29: (Chuyên Lương Văn Chánh - Phú Yên - 2020) Đồ thị trong hình bên dưới là của hàm số

$$y = \frac{ax+b}{x+c} \text{ (với } a, b, c \in \mathbb{R} \text{)}.$$



Khi đó tổng $a+b+c$ bằng

- A.** -1 . **B.** 1 . **C.** 2 . **D.** 0 .

Lời giải

Chọn D

Đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ có đường tiệm cận ngang $y = a$, đường tiệm cận đứng $x = -c$ và cắt

Oy tại điểm $\left(0; \frac{b}{c}\right)$.

Từ đồ thị hàm số ta có đường tiệm cận ngang $y = -1$, đường tiệm cận đứng $x = 1$ và cắt Oy tại điểm $(0; -2)$.

$$\text{Từ đó suy ra: } \begin{cases} a = -1 \\ -c = 1 \\ \frac{b}{c} = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ c = -1 \\ b = -2c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ c = -1 \\ b = 2 \end{cases}. \text{ Vậy } a+b+c = -1-1+2 = 0.$$

Câu 30: (Chuyên Lương Văn Tỵ - Ninh Bình - 2020) Cho hàm số $f(x) = \frac{2-ax}{bx-c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}, b \neq 0$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	+		+
y	3	$+\infty$	3

Tổng các số $(a+b+c)^2$ thuộc khoảng nào sau đây

- A.** $(1; 2)$. **B.** $(2; 3)$. **C.** $\left(0; \frac{4}{9}\right)$. **D.** $\left(\frac{4}{9}; 1\right)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2-ax}{bx-c} = \frac{-a}{b}$, theo giả thiết suy ra $\frac{-a}{b} = 3 \Leftrightarrow a = -3b$

Hàm số không xác định tại $x = 1 \Rightarrow b - c = 0 \Leftrightarrow b = c$

Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định nên $f'(x) = \frac{ac-2b}{(bx-c)^2} > 0$ với mọi x khác 1

Suy ra $ac - 2b > 0 \Leftrightarrow -3b^2 - 2b > 0 \Leftrightarrow -\frac{2}{3} < b < 0 \Leftrightarrow 0 < -b < \frac{2}{3}$

Lại có $a+b+c = -3b+b+b = -b$. Suy ra $(a+b+c)^2 = b^2 \in \left(0; \frac{4}{9}\right)$

Vậy tổng $a+b+c$ thuộc khoảng $\left(0; \frac{4}{9}\right)$.

Câu 31: (Chuyên Hùng Vương - Gia Lai - 2020) Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$ và $c \neq 0$). Biết rằng đồ thị hàm số đã cho đi qua điểm $(-1; 7)$ và giao điểm hai tiệm cận là $(-2; 3)$. Giá trị biểu thức $\frac{2a+3b+4c+d}{7c}$ bằng

- A. 7. B. 4. C. 6. D. -5.

Lời giải

Chọn C

+ Ta có đồ thị hàm số $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đường tiệm cận ngang là $y = \frac{a}{c}$, đường tiệm cận đứng là $x = \frac{-d}{c}$.

$$\text{Theo bài ra, ta có: } \begin{cases} \frac{a}{c} = 3 \\ \frac{-d}{c} = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 3c \\ d = 2c \end{cases}.$$

+ Điểm $(-1; 7)$ thuộc đồ thị hàm số $f(x)$ nên $\frac{-a+b}{-c+d} = 7 \Leftrightarrow \frac{-3c+b}{-c+2c} = 7 \Leftrightarrow b = 10c$.

$$\text{Vậy } \frac{2a+3b+4c+d}{7c} = \frac{2.(3c)+3.(10c)+4c+2c}{7c} = 6.$$

Câu 32: (Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định - 2020) Cho hàm số $y = \frac{ax+1}{bx+c}$ (a, b, c là các tham số) có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'		+		+	
y			$+\infty$		1
	1			$-\infty$	

Xét các phát biểu sau: (1): $c > 1$; (2): $a+b < 0$; (3): $a+b+c = 0$; (4): $a > 0$. Số phát biểu đúng là?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số luôn đồng biến trên từng khoảng xác định, đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 2$ và tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 1$ nên ta có hệ

$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{c}{b} = 2 \\ \frac{a}{b} = 1 \\ ac - b > 0 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} c = -2b \\ a = b \\ ac - b > 0 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} c = -2b \\ a = b \\ -2b^2 - b > 0 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} 0 < c < 1 \\ -\frac{1}{2} < a < 0 \\ -\frac{1}{2} < b < 0 \\ a + b + c = 0 \end{array} \right.$$

Dựa vào hệ trên ta có các phát biểu (1),(4) là sai, (2),(3) đúng.

- Câu 33:** (Đô Lương 4 - Nghệ An - 2020) Ta xác định được các số a, b, c để đồ thị hàm số $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ đi qua điểm $(1;0)$ và có điểm cực trị $(-2;0)$. Tính giá trị biểu thức $T = a^2 + b^2 + c^2$.
- A.** 25. **B.** -1. **C.** 7. **D.** 14.

Lời giải

Chọn A

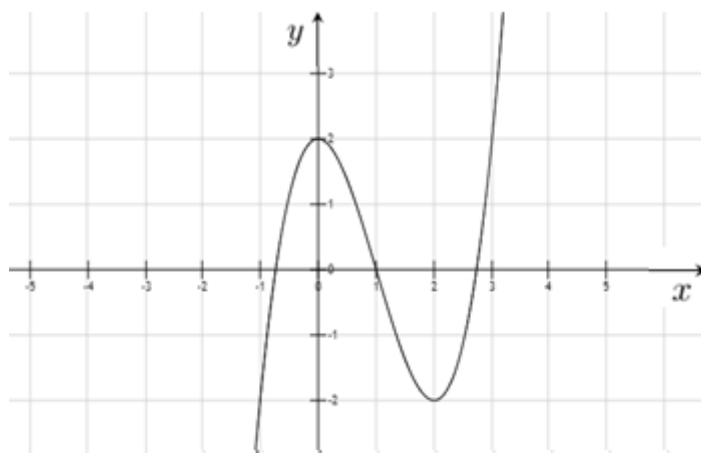
Ta có $y = x^3 + ax^2 + bx + c \Rightarrow y' = 3x^2 + 2ax + b$.

$$\text{Theo đề, ta có hệ phương trình } \left\{ \begin{array}{l} y(1) = 0 \\ y(-2) = 0 \\ y'(-2) = 0 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} 0 = 1^3 + a.1^2 + b.1 + c \\ 0 = (-2)^3 + a.(-2)^2 + b.(-2) + c \\ 0 = 3.(-2)^2 + 2a.(-2) + b \end{array} \right.$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} a + b + c = -1 \\ 4a - 2b + c = 8 \\ -4a + b = -12 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} a = 3 \\ b = 0 \\ c = -4 \end{array} \right.$$

Vậy $T = a^2 + b^2 + c^2 = 3^2 + 0^2 + (-4)^2 = 25$.

- Câu 34:** (Lê Lai - Thanh Hóa - 2020) Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ. Tính $S = a + b$?



- A.** $S = -2$. **B.** $S = 0$. **C.** $S = 1$. **D.** $S = -1$.

Lời giải

Chọn A

Vì đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $y = 2$ nên $d = 2$.

$$y' = 3ax^2 + 2bx + c.$$

Hàm số đạt cực trị tại $x = 0$ và $x = 2$ nên

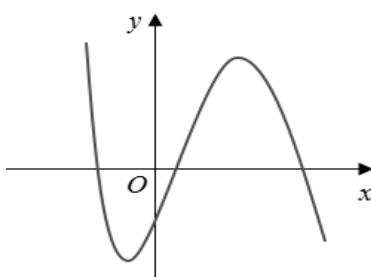
$$\begin{cases} y'(0) = 0 \\ y'(2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ 12a + 4b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ b = -3a \end{cases} \quad (1)$$

$$\text{Từ đồ thị ta nhận thấy } y(2) = -2 \Leftrightarrow 8a + 4b + d = -2 \Leftrightarrow 8a + 4b = -4 \Leftrightarrow 2a + b = -1 \quad (2)$$

Thay (1) vào (2) ta tìm được $a = 1, b = -3$.

Vậy $S = -2$.

Câu 35: (Lý Nhân Tông - Bắc Ninh - 2020) Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?



A. $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0$.

B. $a < 0, b > 0, c < 0, d < 0$.

C. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

D. $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$$y' = 3ax^2 + 2bx + c, \quad y'' = 6ax + 2b$$

Từ đồ thị ta thấy:

☐ $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty$. Ta suy ra $a < 0$.

☐ $y(0) < 0 \Rightarrow d < 0$ loại **C**.

Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị với hoành độ x_1, x_2 trái dấu và $x_1 + x_2 > 0$. Ta suy ra phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm trái dấu và $x_1 + x_2 > 0$.

Ta suy ra $x_1 x_2 = \frac{c}{3a} < 0, \Rightarrow c > 0$ loại **B**.

Hơn nữa, $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{3a} > 0 \\ a < 0 \end{cases} \Rightarrow b > 0$. Loại **A**.

Câu 36: (Nguyễn Huệ - Phú Yên - 2020) Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+1} (a, b, c \in \mathbb{R})$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		+		+	
y			$+\infty$		2
	2		$-\infty$		

Tập các giá trị b là tập nghiệm của bất phương trình nào dưới đây?

- A.** $b^3 - 8 \leq 0$. **B.** $-b^2 + 4 > 0$. **C.** $b^2 - 3b + 2 < 0$. **D.** $b^3 - 8 < 0$.

Lời giải

Chọn D

Đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+1}$ có đường tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -\frac{1}{c}$ và đường tiệm cận ngang là đường thẳng $y = \frac{a}{c}$.

Nhìn vào bảng biến thiên, ta thấy $-\frac{1}{c} = -1 \Rightarrow c = 1$ và $\frac{a}{c} = 2 \Rightarrow a = 2$ (vì $c = 1$).

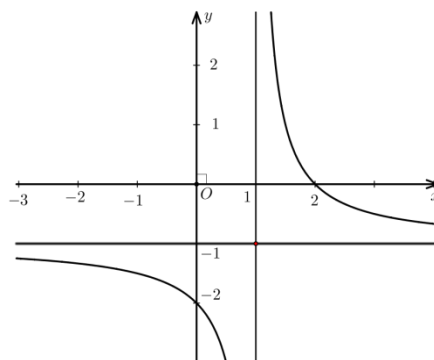
Ta có $y' = \frac{a-bc}{(cx+1)^2}$.

Vì hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$ nên

$$y' = \frac{a-bc}{(bx+c)^2} > 0 \Leftrightarrow a-bc > 0 \Leftrightarrow 2-b > 0 \Leftrightarrow b < 2 \Leftrightarrow b^3 < 8 \Leftrightarrow b^3 - 8 < 0.$$

Vậy tập các giá trị b là tập nghiệm của bất phương trình $b^3 - 8 < 0$.

Câu 37: (Tiên Du - Bắc Ninh - 2020) Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ (với a, b, c, d là số thực) có đồ thị như hình dưới đây. Tính giá trị biểu thức $T = \frac{a-2b+3d}{c}$.



- A.** $T = 6$. **B.** $T = 0$. **C.** $T = -8$. **D.** $T = 2$.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị ta có

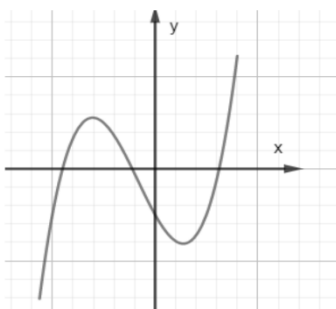
$$\text{TCD: } x = 1 \Rightarrow \frac{-d}{c} = 1 \Rightarrow \frac{d}{c} = -1 \Rightarrow d = -c$$

$$\text{TCN: } y = -1 \Rightarrow \frac{a}{c} = -1 \Rightarrow a = -c$$

$$\text{Đồ thị cắt trục hoành tại điểm: } x = 2 \Rightarrow \frac{-b}{a} = 2 \Rightarrow \frac{-b}{-c} = 2 \Rightarrow \frac{b}{c} = 2 \Rightarrow b = 2c$$

$$\text{Vậy } T = \frac{a - 2b + 3d}{c} = \frac{-c - 4c - 3c}{c} = -8$$

Câu 38: (Thanh Chương 1 - Nghệ An - 2020) Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ. Trong các số a, b, c và d có bao nhiêu số dương?



A. 1.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

Từ hình dạng đồ thị hàm số ta có $a > 0$

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ âm $\Rightarrow d < 0$

Ta có: $y' = 3ax^2 + 2bx + c$

Hàm số có hai điểm cực trị trái dấu $\Rightarrow y' = 0$ có hai nghiệm trái dấu $\Leftrightarrow ca < 0$

Mà $a > 0$ nên $c < 0$

Ta lại có: $y'' = 6ax + 2b$

$$y'' = 0 \Leftrightarrow 6ax + 2b = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{b}{3a}$$

Từ đồ thị hàm số ta thấy tâm đối xứng có hoành độ âm. Do đó $-\frac{b}{3a} < 0$

Mà $a > 0$ nên $b > 0$

Vậy trong các số a, b, c và d có 2 số dương là a và b

Câu 39: (Tiên Lãng - Hải Phòng - 2020) Cho hàm số $f(x) = \frac{ax-6}{bx-c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$		$-$
$f(x)$	$1 \nearrow -\infty$		$+\infty \searrow 1$

Trong các số a, b, c có bao nhiêu số âm?

A. 0.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên của hàm số, ta thấy đồ thị có hai đường tiệm cận, trong đó tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -2$ và tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 1$.

$$\text{Suy ra } \begin{cases} \frac{c}{b} = -2 \\ \frac{a}{b} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} bc < 0 \\ ab > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b > 0, c < 0, a > 0 \quad (1) \\ b < 0, c > 0, a < 0 \quad (2) \end{cases}$$

Lại có hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng xác định $f'(x) = \frac{-ac + 6b}{(bx - c)^2} < 0 \Rightarrow ac > 6b$.

Ta thấy (1) không thể xảy ra do nếu $b > 0$ thì $ac > 6b > 0$; và (2) có thể xảy ra do nếu $c > 0, a < 0$ thì $6b < ac < 0$.

Vậy trong các số a, b, c có hai số âm.

DẠNG 2. ĐỒ THỊ HÀM SỐ CHỨA DẤU GIÁ TRỊ TUYỆT ĐỐI (BIẾN ĐỔI ĐỒ THỊ)

Dạng 1

Từ đồ thị $(C): y = f(x)$ suy ra đồ thị $(C'): y = |f(x)|$.

$$\text{Ta có: } y = |f(x)| = \begin{cases} f(x) & \text{ khi } f(x) \geq 0 \\ -f(x) & \text{ khi } f(x) < 0 \end{cases}$$

*** Cách vẽ (C') từ (C) :**

☐ Giữ nguyên phần đồ thị phía trên Ox của đồ thị $(C): y = f(x)$.

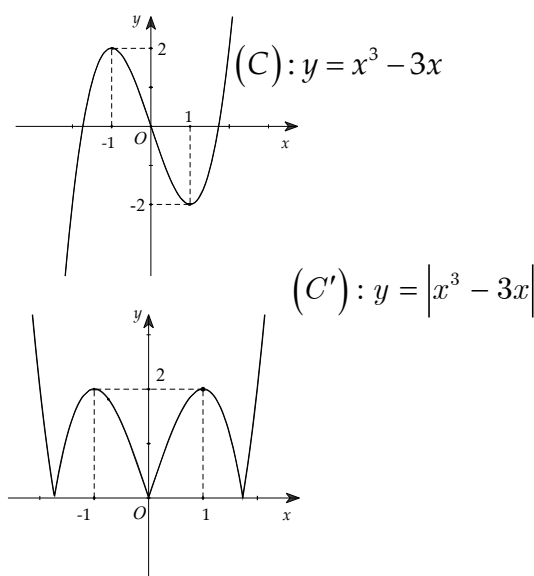
☐ Bỏ phần đồ thị phía dưới Ox của (C) , lấy đối xứng phần đồ thị bị bỏ qua Ox .

Ví dụ: Từ đồ thị $(C): y = f(x) = x^3 - 3x$ suy ra đồ thị $y = |x^3 - 3x|$.

Biến đổi (C) :

☐ Bỏ phần đồ thị của (C) dưới Ox , giữ nguyên (C) phía trên Ox .

☐ Lấy đối xứng phần đồ thị bị bỏ qua Ox .



Dạng 2

Từ đồ thị $(C): y = f(x)$ suy ra đồ thị $(C'): y = f(|x|)$.

$$\text{Ta có: } y = f(|x|) = \begin{cases} f(x) & \text{ khi } x \geq 0 \\ f(-x) & \text{ khi } x < 0 \end{cases}$$

và $y = f(|x|)$ là hàm chẵn nên đồ thị (C') nhận Oy làm trục đối xứng.

*** Cách vẽ (C') từ (C) :**

☐ Giữ nguyên phần đồ thị bên phải Oy của đồ thị $(C): y = f(x)$.

☐ Bỏ phần đồ thị bên trái Oy của (C) , lấy đối xứng phần đồ thị được giữ qua Oy .

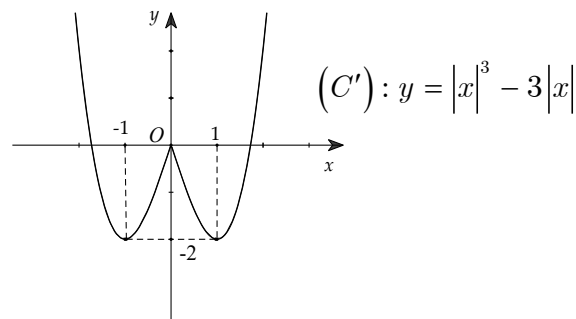
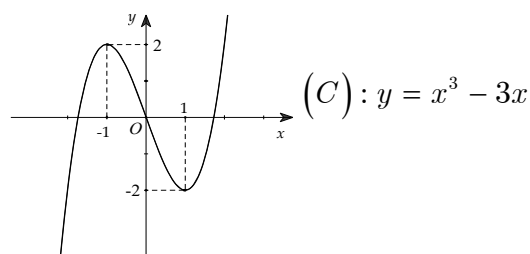
Ví dụ: Từ đồ thị $(C): y = f(x) = x^3 - 3x$ suy ra đồ thị

$$(C'): y = |x|^3 - 3|x|.$$

Biến đổi (C) :

☐ Bỏ phần đồ thị của (C) bên trái Oy , giữ nguyên (C) bên phải Oy .

☐ Lấy đối xứng phần đồ thị được giữ qua Oy .



Chú ý với dạng: $y = |f(|x|)|$ ta lần lượt biến đổi 2 đồ thị $y = f(|x|)$ và $y = |f(x)|$

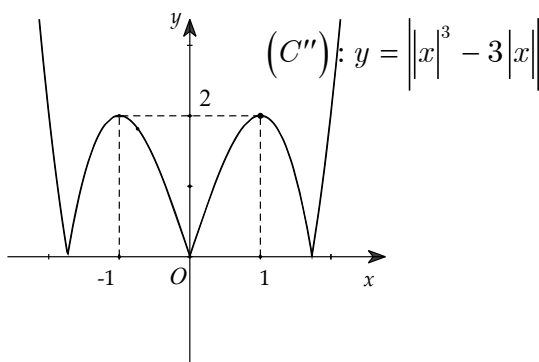
Ví dụ: Từ đồ thị $(C): y = f(x) = x^3 - 3x$

suy ra đồ thị $y = |x|^3 - 3|x|$. Biến đổi (C)

để được đồ thị $(C'): y = |x|^3 - 3|x|$. Biến đổi

$(C'): y = |x|^3 - 3|x|$ ta được đồ thị

$(C''): y = ||x|^3 - 3|x||$.



Dạng 3

Từ đồ thị $(C): y = u(x).v(x)$ suy ra đồ thị $(C'): y = |u(x)|.v(x)$.

$$\text{Ta có: } y = |u(x)|.v(x) = \begin{cases} u(x).v(x) = f(x) & \text{khi } u(x) \geq 0 \\ -u(x).v(x) = f(x) & \text{khi } u(x) < 0 \end{cases}$$

*** Cách vẽ (C') từ (C) :**

☐ Giữ nguyên phần đồ thị trên miền $u(x) \geq 0$ của đồ thị $(C): y = f(x)$.

☐ Bỏ phần đồ thị trên miền $u(x) < 0$ của (C) , lấy đối xứng phần đồ thị bị bỏ qua Ox .

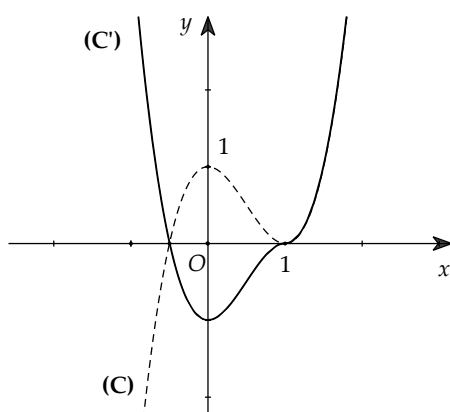
Ví dụ

a) Từ đồ thị $(C): y = f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1$ suy ra đồ thị $(C'): y = |x - 1|(2x^2 - x - 1)$

$$y = |x - 1|(2x^2 - x - 1) = \begin{cases} f(x) & \text{khi } x \geq 1 \\ -f(x) & \text{khi } x < 1 \end{cases}$$

Đồ thị (C') :

- ☐ Giữ nguyên (C) với $x \geq 1$.
- ☐ Bỏ (C) với $x < 1$. Lấy đối xứng phần đồ thị bị bỏ qua Ox .



Nhận xét: Trong quá trình thực hiện phép suy đồ thị nên lấy đối xứng các điểm đặc biệt của (C) : giao điểm với Ox , Oy , CĐ, CT...

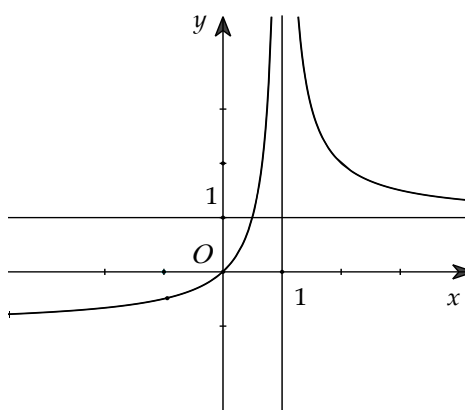
Ví dụ

b) Từ đồ thị $(C): y = f(x) = \frac{x}{x-1}$ suy ra đồ thị

$$(C'): y = \frac{x}{|x-1|} = \begin{cases} \frac{x}{x-1} & \text{khi } x \in (1; +\infty) \\ -\frac{x}{x-1} & \text{khi } x \in (-\infty; 1) \end{cases} \text{ . Đồ thị}$$

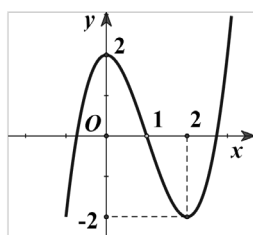
(C') :

- ☐ Bỏ phần đồ thị của (C) với $x < 1$, giữ nguyên (C) với $x > 1$.
- ☐ Lấy đối xứng phần đồ thị bị bỏ qua Ox .

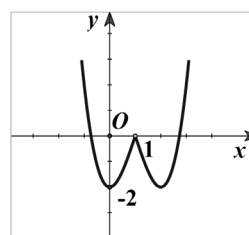


Nhận xét: Đối với hàm phân thức thì nên lấy đối xứng các đường tiệm cận để thực hiện phép suy đồ thị một cách tương đối chính xác.

Câu 40: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị như hình 1. Đồ thị hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1



Hình 2

A. $y = |x^3 - 3x^2 + 2|$.

B. $y = |x|^3 - 3x^2 + 2$

C. $y = |x-1|(x^2 - 2x - 2)$.

D. $y = (x-1)|x^2 - 2x - 2|$.

Hướng dẫn

Ta có: $y = x^3 - 3x^2 + 2 = (x-1)(x^2 - 2x - 2)$

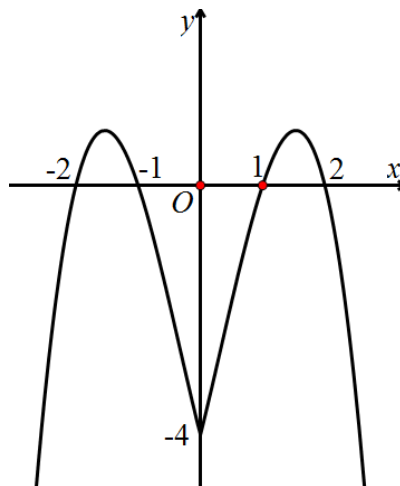
Từ đồ thị ban đầu (hình 1) sang đồ thị thứ 2 (hình 2) ta thấy

Toàn bộ đồ thị ứng với $x \geq 1$ được giữ nguyên.

Phần đồ thị ứng với $x < 1$ lấy đối xứng qua trục hoành.

⇒ Chọn đáp án **C**.

Câu 41: (THPT Việt Đức Hà Nội 2019) Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ như hình vẽ.



Chọn kết luận **đúng** trong các kết luận sau:

A. $f(x) = -x^3 + x^2 + 4x - 4$

B. $f(x) = x^3 - x^2 - 4x + 4$

C. $f(x) = -x^3 - x^2 + 4x - 4$

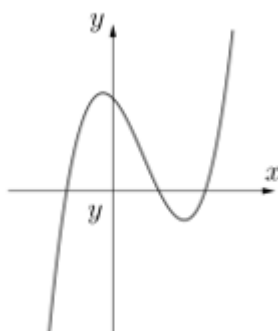
D. $f(x) = x^3 + x^2 - 4x - 4$.

Lời giải

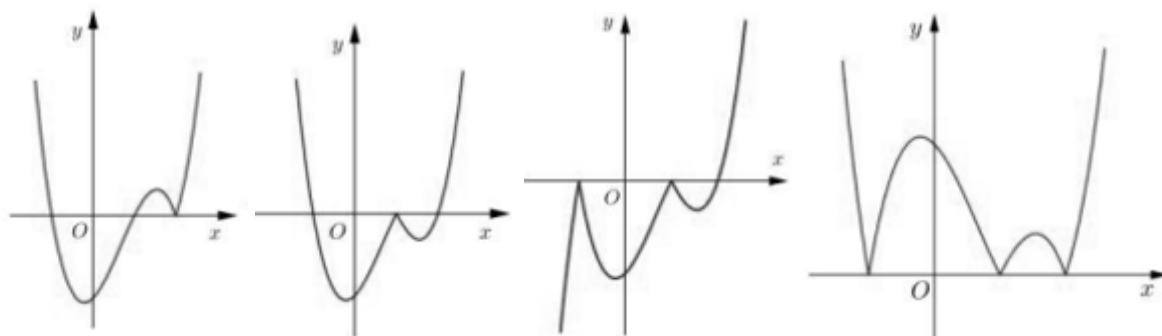
Chọn A

Do đồ thị giao với trục Oy tại điểm có tung độ bằng -4 và $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty$.

Câu 42: (Chu Văn An - Hà Nội - 2019) Cho hàm số $y = (x-2)|x^2-1|$ có đồ thị như hình vẽ



Một trong bốn hình dưới đây là đồ thị của hàm số $y = (x-2)|x^2-1|$. Hỏi đó là hình nào?



Hình 1 Hình 2 Hình 3 Hình 4

A. Hình 2.

B. Hình 4.

C. Hình 3.

D. Hình 1.

Lời giải

Chọn C

Gọi (C) là đồ thị hàm số $y = (x-2)(x^2-1)$.

$$\text{Ta có } y = (x-2)|x^2-1| = \begin{cases} (x-2)(x^2-1) & \text{khi } x \leq -1 \text{ hay } x \geq 1 \\ -(x-2)(x^2-1) & \text{khi } -1 < x < 1 \end{cases}.$$

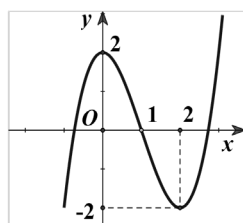
Cách vẽ đồ thị như sau:

+ Giữ nguyên phần đồ (C) ứng với $x \in (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$ ta được (C_1) .

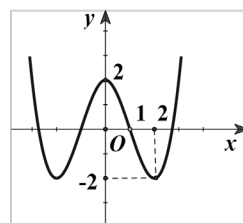
+ Lấy đối xứng phần (C) ứng với $x \in (-1; 1)$ qua trục hoành ta được (C_2) .

Khi đó đồ thị hàm số $y = (x-2)|x^2-1|$ gồm (C_1) và (C_2) .

Câu 43: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị như hình 1. Đồ thị hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1



Hình 2

A. $y = |x^3 - 3x^2 + 2|$.

B. $y = |x|^3 - 3x^2 + 2$

C. $y = |x-1|(x^2 - 2x - 2)$.

D. $y = (x-1)|x^2 - 2x - 2|$.

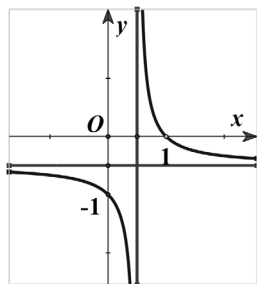
Hướng dẫn

Từ đồ thị ban đầu (hình 1) sang đồ thị thứ 2 (hình 2) ta thấy

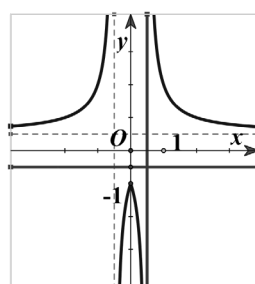
Toàn bộ đồ thị phía “phải” Oy sau đó lấy đối xứng sang trái.

\Rightarrow **Chọn đáp án B.**

Câu 44: Cho hàm số $y = \frac{-x+1}{2x-1}$ có đồ thị như hình 1. Đồ thị hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1



Hình 2

A. $y = \left| \frac{-x+1}{2x-1} \right|$

B. $y = \frac{|x|+1}{2|x|-1}$

C. $y = \frac{|-x+1|}{2x-1}$

D. $y = \frac{-x+1}{|2x-1|}$

Hướng dẫn

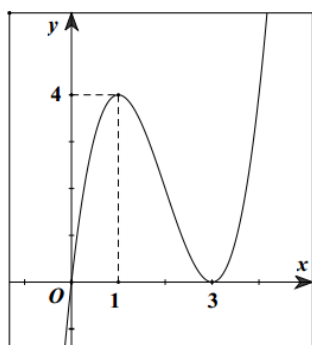
Từ đồ thị ban đầu (hình 1) sang đồ thị thứ 2 (hình 2) ta thấy

Toàn bộ đồ thị phía bên phải Oy được giữ nguyên

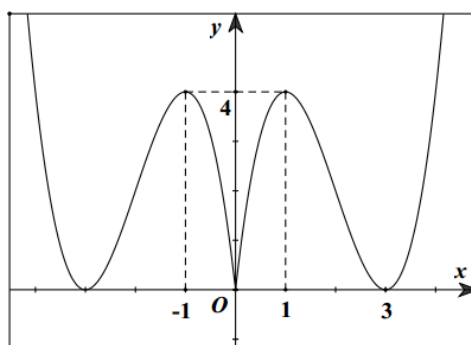
Sau đó, được lấy đối xứng sang trái.

Chọn đáp án B.

Câu 45: Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x$ có đồ thị như Hình 1. Khi đó đồ thị Hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1



Hình 2

A. $y = -x^3 + 6x^2 - 9x$.

B. $y = |x^3 - 6x^2 + 9x|$.

C. $y = |x|^3 - 6x^2 + 9|x|$.

D. $y = |x|^3 + 6|x|^2 + 9|x|$.

Lời giải

Chọn C

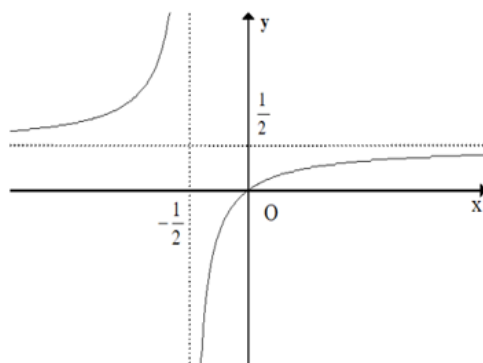
+/- Loại đáp án A vì: $y = -x^3 + 6x^2 - 9x = -(x^3 - 6x^2 + 9x)$

+/- Loại đáp án B, vì đồ thị của hàm số $y = |x^3 - 6x^2 + 9x|$ giữ lại phần đồ thị phía trên trục hoành và chỉ lấy đối xứng phần dưới trục hoành của đồ thị Hình 1.

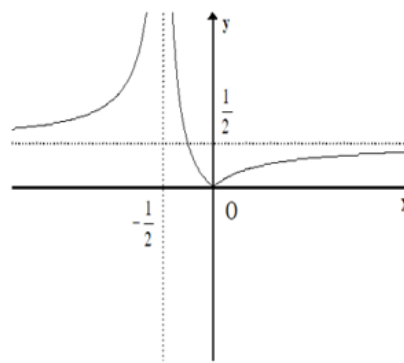
+/- Loại đáp án D vì hệ số của x^2 khác -6.

+/- Đồ thị ở đáp án C là đồ thị của hàm số dạng $y = f(|x|)$. Chọn đáp án C

Câu 46: (Cụm liên trường Hải Phòng -2019) Cho hàm số $y = \frac{x}{2x+1}$ có đồ thị như Hình 1. Đồ thị Hình 2 là của hàm số nào trong các đáp án A, B, C, D dưới đây?



Hình 1



Hình 2

A. $y = \left| \frac{x}{2x+1} \right|$.

B. $y = \frac{|x|}{2|x|+1}$

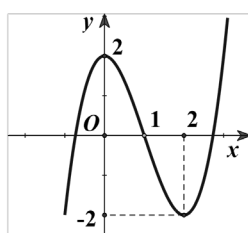
C. $y = \frac{x}{2|x|+1}$

D. $y = \left| \frac{|x|}{2|x|+1} \right|$

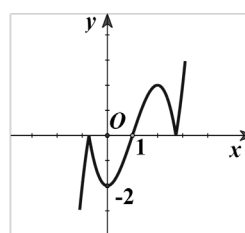
Lời giải

Chọn A

Câu 47: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị như hình 1. Đồ thị hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1



Hình 2

A. $y = |x^3 - 3x^2 + 2|$.

B. $y = |x|^3 - 3x^2 + 2$

C. $y = |x-1|(x^2 - 2x - 2)$.

D. $y = (x-1)|x^2 - 2x - 2|$.

Hướng dẫn

Ta có: $y = x^3 - 3x^2 + 2 = (x-1)(x^2 - 2x - 2)$

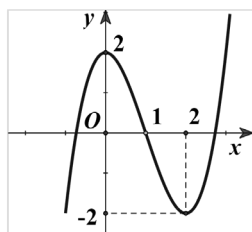
Từ đồ thị ban đầu (hình 1) sang đồ thị thứ 2 (hình 2) ta thấy

Toàn bộ đồ thị ứng với $\begin{cases} x \geq 1 + \sqrt{3} \\ x \leq 1 - \sqrt{3} \end{cases}$ được giữ nguyên.

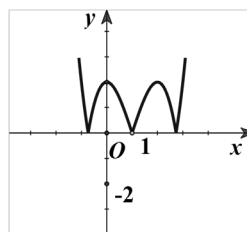
Phần đồ thị ứng với $1 - \sqrt{3} \leq x \leq 1 + \sqrt{3}$ lấy đối xứng qua trục hoành.

\Rightarrow **Chọn đáp án D.**

Câu 48: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị như hình 1. Đồ thị hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1



Hình 2

A. $y = |x^3 - 3x^2 + 2|$.

B. $y = |x|^3 - 3x^2 + 2$

C. $y = |x-1|(x^2 - 2x - 2)$.

D. $y = (x-1)|x^2 - 2x - 2|$.

Hướng dẫn

Ta có: $y = x^3 - 3x^2 + 2 = (x-1)(x^2 - 2x - 2)$

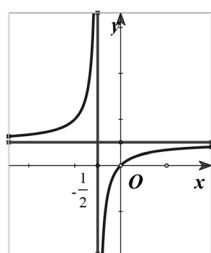
Từ đồ thị ban đầu (hình 1) sang đồ thị thứ 2 (hình 2) ta thấy

Toàn bộ đồ thị nằm phía trên Ox được giữ nguyên.

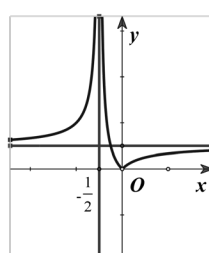
Phần đồ thị phía dưới Ox được lấy đối xứng qua Ox .

\Rightarrow Chọn đáp án **A.**

Câu 49: Cho hàm số $y = \frac{x}{2x+1}$ có đồ thị như hình 1. Đồ thị hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1



Hình 2

A. $y = \frac{x}{2|x|+1}$

B. $y = \frac{|x|}{2|x|+1}$

C. $y = \left| \frac{x}{2x+1} \right|$

D. $y = \left| \frac{|x|}{2|x|+1} \right|$

Hướng dẫn

Từ đồ thị ban đầu (hình 1) sang đồ thị thứ 2 (hình 2) ta thấy

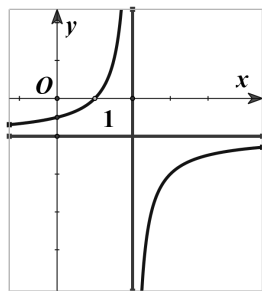
Toàn bộ đồ thị phía trên Ox giữ nguyên

Toàn bộ phần phía dưới Ox được lấy đối xứng lên trên

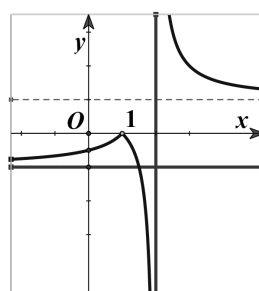
\Rightarrow dạng $|f(x)|$.

Chọn đáp án **C.**

Câu 50: Cho hàm số $y = \frac{-x+1}{x-2}$ có đồ thị như hình 1. Đồ thị hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1



Hình 2

A. $y = \left| \frac{-x+1}{x-2} \right|$.

B. $y = \frac{|x|+1}{|x|-2}$.

C. $y = \frac{|-x+1|}{x-2}$

D. $y = \frac{-x+1}{|x-2|}$

Hướng dẫn

Từ đồ thị ban đầu (hình 1) sang đồ thị thứ 2 (hình 2) ta thấy

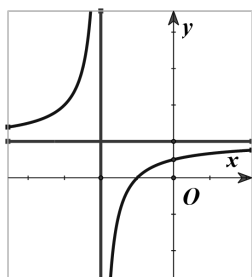
Toàn bộ đồ thị phía bên trái đường thẳng $x=1$ được giữ nguyên

Toàn bộ đồ thị phía bên phải đường thẳng $x=1$ lấy đối xứng qua Ox

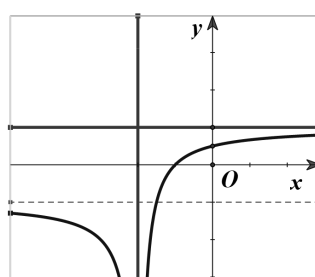
Chọn đáp án C.

Chú ý: $y = \frac{|-x+1|}{x-2} = \begin{cases} \frac{-x+1}{x-2}, & x \leq 1 \\ -\frac{-x+1}{x-2}, & x > 1 \end{cases}$

Câu 51: Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x+2}$ có đồ thị như hình 1. Đồ thị hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1



Hình 2

A. $y = \left| \frac{x+1}{x+2} \right|$.

B. $y = \frac{|x|+1}{|x|+2}$.

C. $y = \frac{|x+1|}{x+2}$.

D. $y = \frac{x+1}{|x+2|}$.

Hướng dẫn

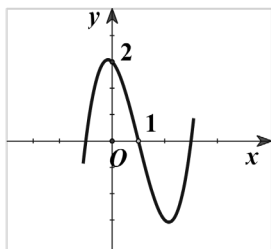
Từ đồ thị ban đầu (hình 1) sang đồ thị thứ 2 (hình 2) ta thấy

Toàn bộ đồ thị phía bên phải đường thẳng $x=-2$ được giữ nguyên

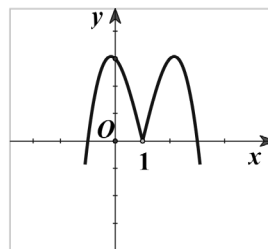
Toàn bộ đồ thị phía bên trái đường thẳng $x=-2$ lấy đối xứng qua Ox

Chọn đáp án D.

Câu 52: Cho hàm số $y = (x-1)(x^2 - 2x - 3)$ có đồ thị như hình 1. Đồ thị hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1



Hình 2

A. $y = |(x-1)(x^2-2x-3)|$.

B. $y = |x-1|(x^2-2x-3)$.

C. $y = -|x-1|(x^2-2x-3)$

D. $y = (x-1)|x^2-2x-3|$

Hướng dẫn

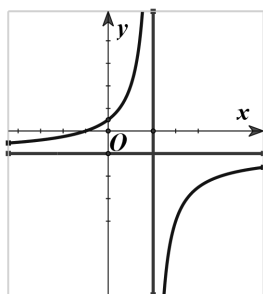
Từ đồ thị ban đầu (hình 1) sang đồ thị thứ 2 (hình 2) ta thấy

Toàn bộ đồ thị nằm bên trái (ứng với $x \leq 1$) đường thẳng $x=1$ được giữ nguyên

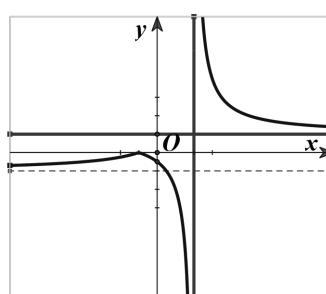
Toàn bộ đồ thị nằm bên phải (ứng với $x > 1$) đường thẳng $x=1$ được lấy đối xứng qua Ox .

\Rightarrow Chọn đáp án **C**.

Câu 53: Cho hàm số $y = \frac{x+1}{-x+2}$ có đồ thị như hình 1. Đồ thị hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1



Hình 2

A. $y = \left| \frac{x+1}{x+2} \right|$.

B. $y = \frac{|x+1|}{x-2}$.

C. $y = \frac{|x+1|}{-x+2}$.

D. $y = \frac{x+1}{|x+2|}$.

Hướng dẫn

Từ đồ thị ban đầu (hình 1) sang đồ thị thứ 2 (hình 2) ta thấy

Toàn bộ đồ thị phía bên trái đường thẳng $x=-1$ (ứng với $x \leq -1$) được giữ nguyên

Toàn bộ đồ thị phía bên phải đường thẳng $x=-1$ (ứng với $x > -1$) được lấy đối xứng qua trục Ox .

Chọn đáp án **B**.

CHƯƠNG

I

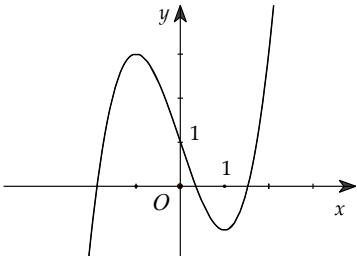
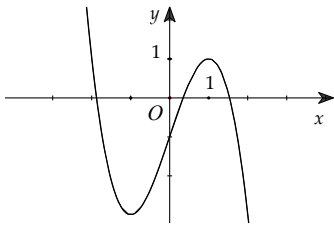
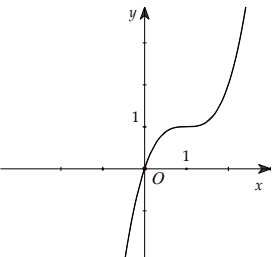
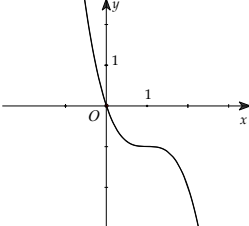
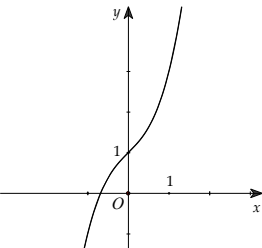
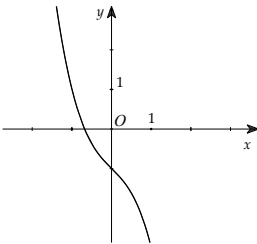
ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ KHẢO SÁT HÀM SỐ

BÀI 5. KHẢO SÁT SỰ BIẾN THIÊN VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ

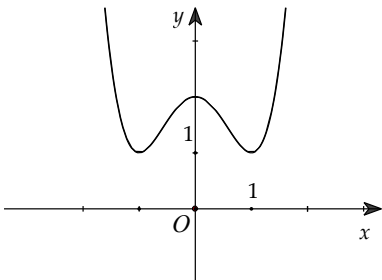
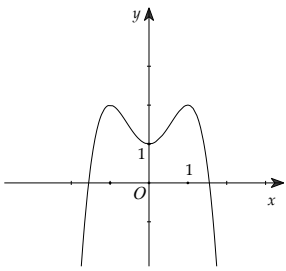
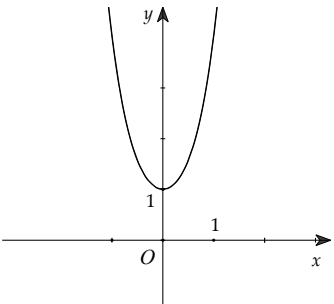
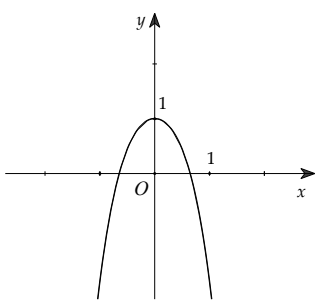
III HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

DẠNG 1. NHẬN DẠNG HÀM SỐ THƯỜNG GẶP THÔNG QUA ĐỒ THỊ

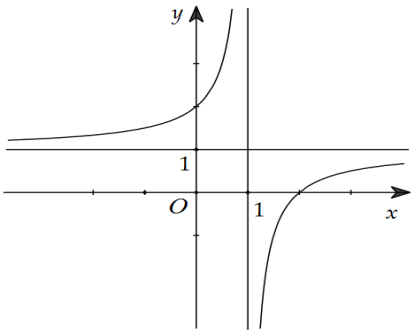
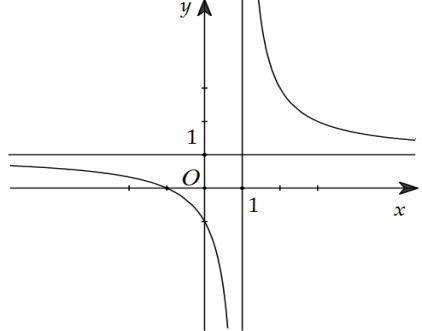
1.1 HÀM SỐ BẬC BA $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$)

TRƯỜNG HỢP	$a > 0$	$a < 0$
Phương trình $y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt		
Phương trình $y' = 0$ có nghiệm kép		
Phương trình $y' = 0$ vô nghiệm		

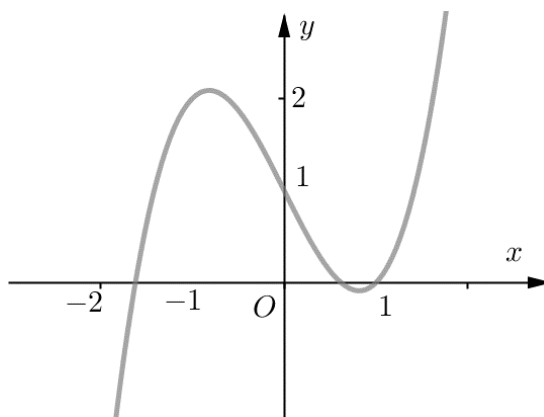
1.2. HÀM SỐ TRÙNG PHƯƠNG $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$)

TRƯỜNG HỢP	$a > 0$	$a < 0$
Phương trình $y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt ($ab < 0$)		
Phương trình $y' = 0$ có 1 nghiệm.		

1.3. HÀM SỐ NHẤT BIẾN $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($c \neq 0, ad - bc \neq 0$)

$D = ad - bc > 0$	$D = ad - bc < 0$
	

Câu 1: Hình vẽ sau đây là đồ thị của một trong bốn hàm số cho ở các đáp án A, B, C, D . Hỏi đó là hàm số nào?



A. $y = x^3 + 2x + 1$.

B. $y = x^3 - 2x^2 + 1$.

C. $y = x^3 - 2x + 1$.

D. $y = -x^3 + 2x + 1$.

Lời giải

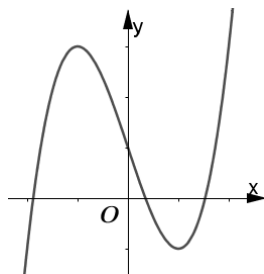
Dựa vào đồ thị, ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$, loại phương án D .

Xét phương án A có $y' = 3x^2 + 2 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$, hàm số không có cực trị, loại phương án A.

Xét phương án B có $y' = 3x^2 - 6x$ và y' đổi dấu khi đi qua các điểm $x = 0, x = 2$ nên hàm số đạt cực trị tại $x = 0$ và $x = 2$, loại phương án B.

Vậy phương án đúng là C.

Câu 2: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A. $y = -x^3 + 3x + 1$. B. $y = x^4 - x^2 + 1$. C. $y = -x^2 + x - 1$. D. $y = x^3 - 3x + 1$.

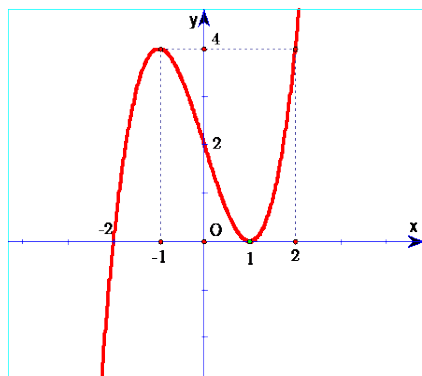
Lời giải

Chọn D

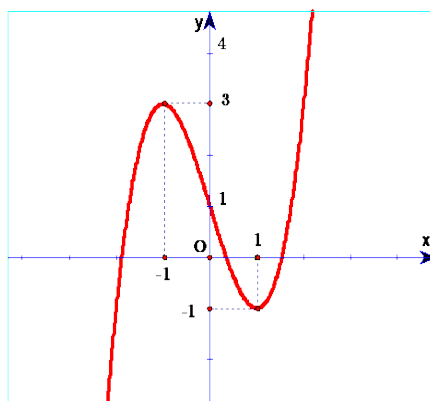
Đồ thị đã cho có hình dạng của đồ thị hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ nên loại phương án B và C

Dựa vào đồ thị, ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty \Rightarrow a > 0$ nên loại phương án A

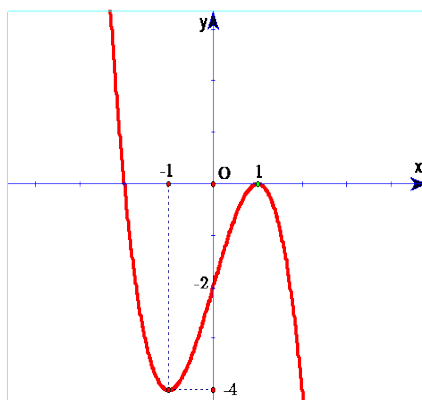
Câu 3: Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ là hình nào trong 4 hình dưới đây?



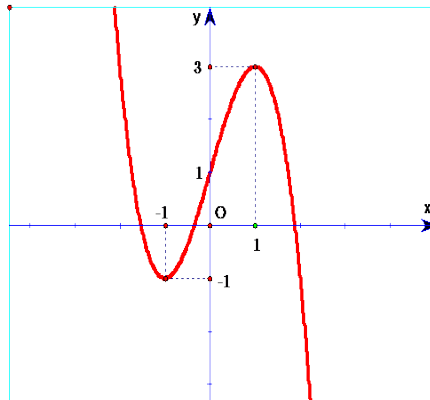
A. Hình 1.



B. Hình 2.

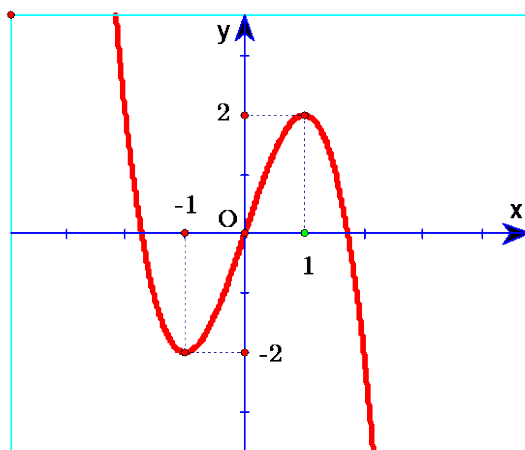


C. Hình 3.



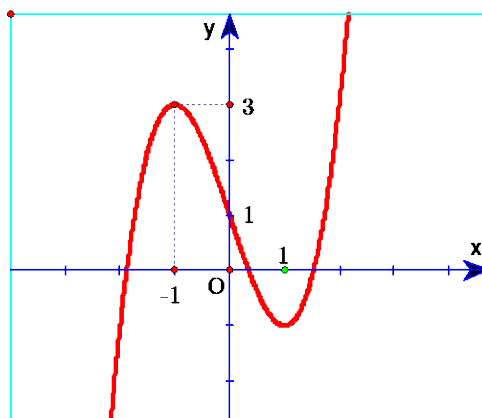
D. Hình 4.

Câu 4: Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



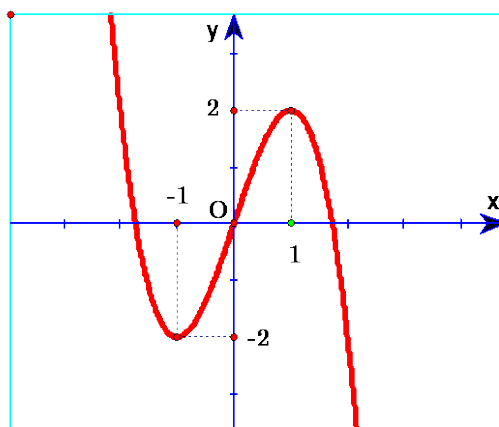
- A. $y = x^3 - 3x$. B. $y = -x^3 + 3x - 1$. C. $y = -x^3 + 3x$. D. $y = x^4 - x^2 + 1$.

Câu 5: Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



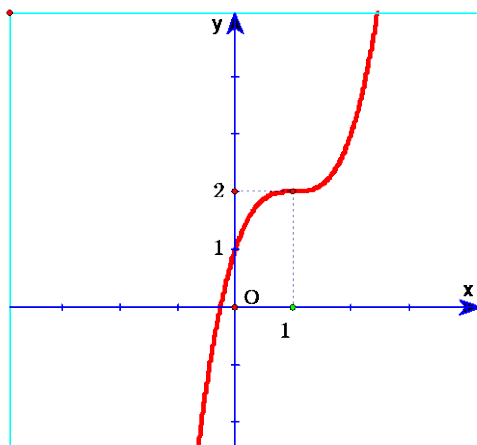
- A. $y = x^3 - 3x + 1$. B. $y = -x^3 + 3x + 1$. C. $y = -x^2 + x - 1$. D. $y = x^4 - x^2 + 1$.

Câu 6: Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



- A. $y = -x^3 + 3x - 1$. B. $y = -x^3 + 3x$. C. $y = x^4 - x^2 + 1$. D. $y = x^3 - 3x$.

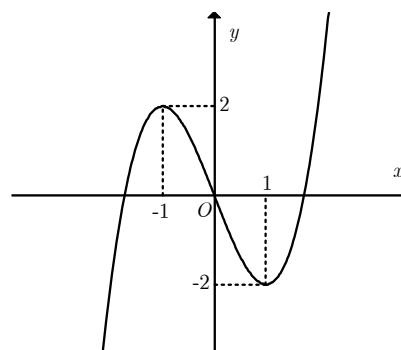
Câu 7: Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



- A. $y = x^3 - 3x + 1$. B. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$. C. $y = x^3 - 3x^2 + 3x + 1$. D. $y = -x^3 - 3x^2 - 1$.

Câu 8: Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

- A. $y = x^3 - 3x$.
B. $y = -x^3 + 3x$.
C. $y = -x^4 + 2x^2$.
D. $y = x^4 - 2x^2$.



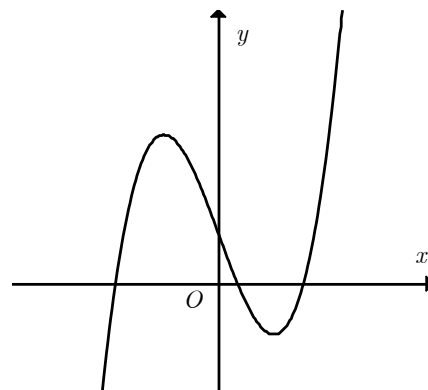
Lời giải

Chọn A

Đặc trưng của đồ thị là hàm bậc ba nên loại C, D.
Hình dáng đồ thị thể hiện $a > 0$ nên chỉ có A phù hợp.

Câu 9: Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

- A. $y = -x^2 + x - 1$.
B. $y = -x^3 + 3x + 1$.
C. $y = x^4 - x^2 + 1$.
D. $y = x^3 - 3x + 1$.



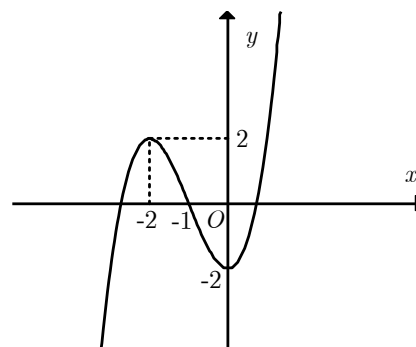
Lời giải

Chọn D

Đặc trưng của đồ thị là hàm bậc ba. Loại đáp án A và C.
Hình dáng đồ thị thể hiện $a > 0$.

Câu 10: Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

- A. $y = -x^3 - 3x^2 - 2$.
B. $y = x^3 + 3x^2 - 2$.
C. $y = x^3 - 3x^2 - 2$.



D. $y = -x^3 + 3x^2 - 2$.

Lời giải

Chọn B

Hình dáng đồ thị thể hiện $a > 0$. Loại đáp án A, D.

Thấy đồ thị cắt trục hoành tại điểm $x = -1$ nên thay $\begin{cases} x = -1 \\ y = 0 \end{cases}$ vào hai đáp án B và C, chỉ có B thỏa mãn.

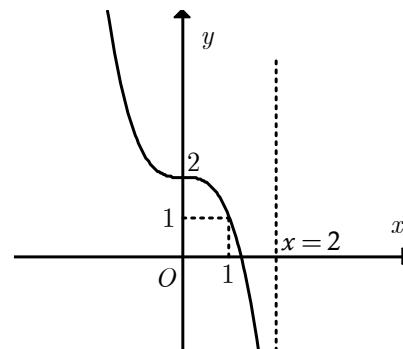
Câu 11: Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = -x^3 + 1$.

B. $y = -x^3 + 3x + 2$.

C. $y = -x^3 + 3x^2 - 3x + 2$.

D. $y = -x^3 + 2$.



Lời giải

Chọn D

Để ý thấy khi $x = 0$ thì $y = 2$ nên ta loại đáp án A.

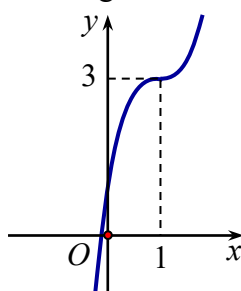
Dựa vào đồ thị, suy ra hàm số không có cực trị nên ta loại đáp án B vì $y' = -3x^2 + 3$ có hai nghiệm.

Đồ thị hàm số đi qua điểm có tọa độ $(1; 1)$, kiểm tra thấy C & D đều thỏa mãn.

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $-x^3 + 3x^2 - 3x + 2 = 0 \xrightarrow{\text{CASIO}} x = 2$.

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $-x^3 + 2 = 0 \longrightarrow x = \sqrt[3]{2} \in (1; 2)$. Do đó chỉ có D thỏa mãn.

Câu 12: Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số ở dưới đây.



Hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = -2x^3 - 6x^2 - 6x + 1$.

B. $y = 2x^3 - 6x^2 + 6x + 1$.

C. $y = 2x^3 - 6x^2 - 6x + 1$.

D. $y = 2x^3 - x^2 + 6x + 1$.

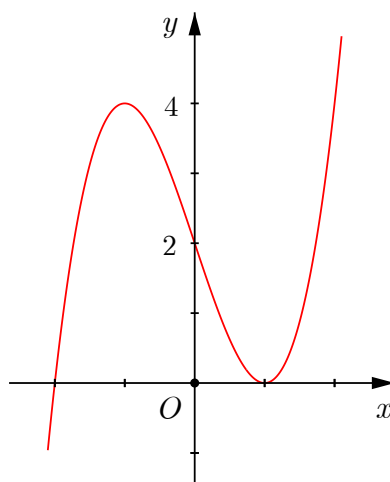
Lời giải

Chọn B

Nhận xét: Nhìn vào đồ thị ta thấy $a > 0$ nên loại $y = -2x^3 - 6x^2 - 6x + 1$.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(1; 3)$. Thay vào từng đáp án ta chọn $y = 2x^3 - 6x^2 + 6x + 1$.

Câu 13: Xác định đồ thị sau của hàm số nào?



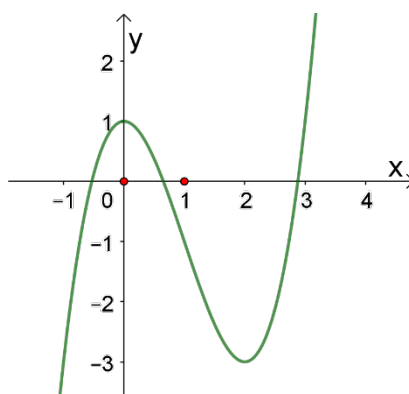
- A.** $y = x^3 + 3x + 2$. **B.** $y = -x^3 - 3x + 2$. **C.** $y = x^3 - 3x + 2$. **D.** $y = x^3 - 3x - 2$.

Lời giải

Chọn C

Đồ thị hàm số đi qua điểm có tọa độ $(1;0)$ nên loại ... và $y = x^3 - 3x + 2$ đúng.

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ dưới đây



Hỏi $f(x)$ là hàm số nào trong các hàm số dưới đây?

- A.** $f(x) = x^3 + 3x^2 - 4$. **B.** $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$.
C. $f(x) = x^3 - 3x + 1$. **D.** $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 1$.

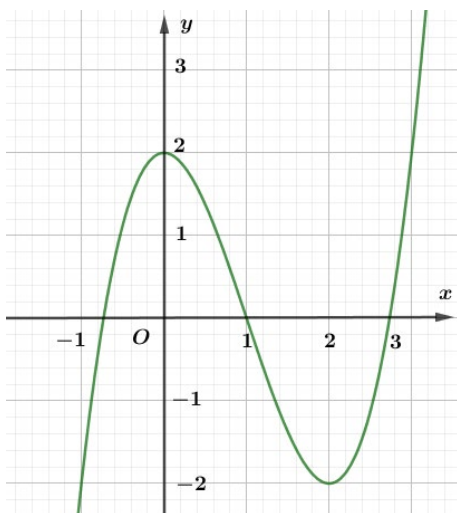
Lời giải

Chọn B

Dựa vào hình dạng đồ thị hàm số có hai điểm cực trị tại $x = 0$ và $x = 2$, cắt trục tung tại điểm có tung độ $y = 1$ và có hệ số $a > 0$.

Như vậy chỉ có hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$ thỏa mãn.

Câu 15: Đồ thị trong hình dưới là đồ thị của một trong bốn hàm số cho trong các phương án sau đây, đó là hàm số nào?



- A. $y = -x^3 + 3x^2 + 2$. B. $y = x^3 - 3x^2 + 2$. C. $y = x^3 - 3x + 2$. D. $y = x^3 - 3x^2 - 2$.

Lời giải

Chọn B

Giả sử hàm số cần tìm có dạng $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ với $a \neq 0$.

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ nên suy ra $a > 0$. Vậy loại đáp án

$$y = -x^3 + 3x^2 + 2.$$

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tọa độ là $(0; 2)$ nên suy ra $d = 2$. Vậy loại

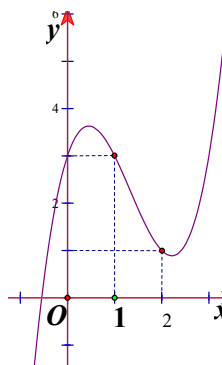
$$y = x^3 - 3x^2 - 2.$$

Đồ thị hàm số đạt cực đại tại điểm có tọa độ là $(0; 2)$ nên phương trình $y' = 0$ phải có nghiệm

$$x = 0. \text{ Ta thấy chỉ có hàm số } y = x^3 - 3x^2 + 2 \text{ có } y' = 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Vậy Chọn $y = x^3 - 3x^2 + 2$

Câu 16: Biết rằng đồ thị cho ở hình vẽ dưới đây là đồ thị của một trong 4 hàm số cho trong 4 phương án A, B, C, D.



Đó là hàm số nào?

A. $y = 2x^3 + 9x^2 - 11x + 3$.

B. $y = x^3 - 4x^2 + 3x + 3$.

C. $y = 2x^3 - 6x^2 + 4x + 3$.

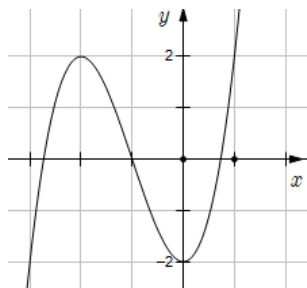
D. $y = x^3 - 5x^2 + 4x + 3$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị ở hình 3 ta thấy hàm số cần tìm đi qua các điểm $(0;3)$, $(1;3)$ và $(2;1)$ thay vào bốn phương án ta thấy phương án $y = x^3 - 4x^2 + 3x + 3$ là thỏa mãn.

Câu 17: Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



- A.** $y = 2x^3 + 6x^2 - 2$ **B.** $y = x^3 + 3x^2 - 2$. **C.** $y = -x^3 - 3x^2 - 2$. **D.** $y = x^3 - 3x^2 - 2$.

Lời giải

Chọn B

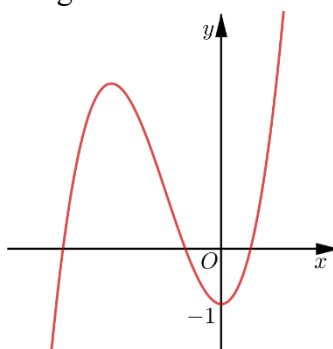
Từ đồ thị hàm số ta có:

Đồ thị trong hình là của hàm số bậc 3, có hệ số $a > 0$.

Đồ thị hàm số đạt cực trị tại các điểm $A(-2;2); B(0;-2)$.

Vậy chọn đáp án $y = x^3 + 3x^2 - 2$.

Câu 18: Đường cong bên là đồ thị của một trong bốn hàm số đã cho sau đây. Hỏi đó là hàm số nào?



- A.** $y = x^3 + 3x^2 - 1$. **B.** $y = x^4 + x^2 - 1$. **C.** $y = x^3 - 3x - 1$. **D.** $y = -x^2 - 3x - 1$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị, ta có hàm số đã cho có hai điểm cực trị, trong đó điểm cực tiểu là $x = 0$.

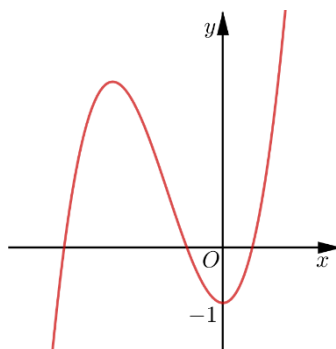
Xét hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 1$.

$$y' = 3x^2 + 6x; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0; y = -1 \\ x = -2; y = 3 \end{cases}$$

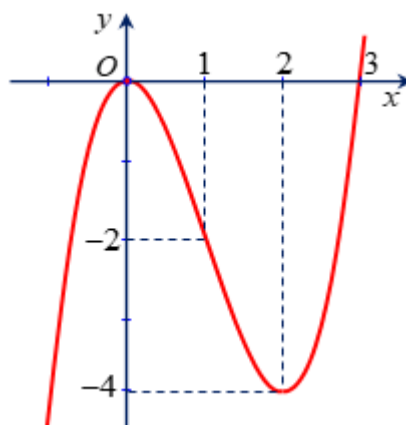
Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	3	-1	$+\infty$			

Đồ thị:



Câu 19: Đồ thị hàm số nào sau đây có hình dạng như hình vẽ bên dưới:



A. $y = x^3 + 3x$.

B. $y = x^3 - 3x^2$.

C. $y = x^3 + 3x^2$.

D. $y = x^3 - 3x$.

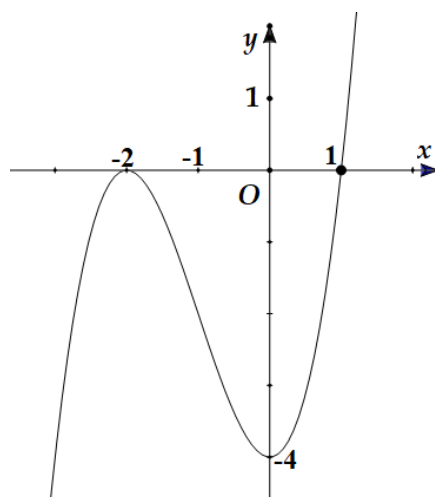
Lời giải

Chọn B

Quan sát đồ thị ta thấy đây là đồ thị của hàm số bậc ba: $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có $a > 0$.

Đồ thị hàm số giao với trục hoành tại hai điểm có hoành độ $x = 0$ và $x = 3$ suy ra đồ thị có hàm số là $y = x^3 - 3x^2$.

Câu 20: Đường cong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = -x^3 + 3x^2 - 4$.

B. $y = x^3 - 3x^2 + 4$.

C. $y = -x^3 - 3x^2 - 4$.

D. $y = x^3 + 3x^2 - 4$.

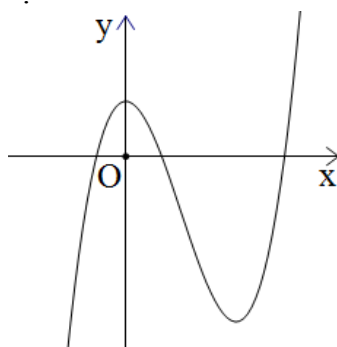
Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị hàm số ta thấy đây là hàm bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ với hệ số $a > 0$, $d < 0$

Và $y' = 0$ có hai nghiệm $x \in \{-2; 1\}$. Ta thấy có hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 4$ thỏa mãn.

Câu 21: Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



- A.** $y = -x^3 + 3x^2 + 1$. **B.** $y = -x^3 - 3x^2 + 1$. **C.** $y = x^3 + 3x^2 + 1$. **D.** $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

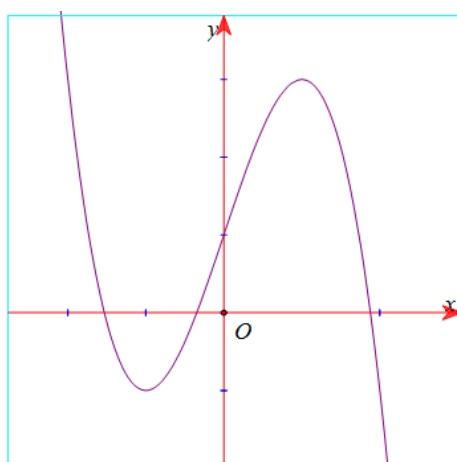
Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị ta có hàm số là hàm bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có hệ số $a > 0$. Đồng thời $y' = 0$ có nghiệm $x_1 = 0$ và nghiệm $x_2 > 0$.

Do đó, ta có hàm số thỏa mãn là $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

Câu 22: Đường cong trong hình bên là đồ thị hàm số nào?



- A.** $y = x^3 - 3x + 1$. **B.** $y = -x^3 + 3x - 1$. **C.** $y = x^3 - 3x - 1$. **D.** $y = -x^3 + 3x + 1$.

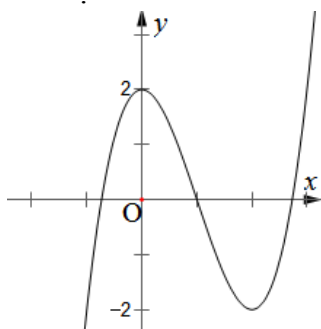
Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị ta có hệ số $a < 0$ nên ta loại đáp án $y = x^3 - 3x + 1$ và $y = x^3 - 3x - 1$.

Khi $x = 0$ thì đồ thị cắt trục Oy tại điểm có tung độ dương nên $d > 0$ nên ta loại $y = -x^3 + 3x - 1$.

Câu 23: Đường cong trong hình bên cạnh là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau?



A. $y = x^3 + 3x^2 + 2$. B. $y = x^3 - 3x^2 + 2$. C. $y = x^3 - 3x + 2$. D. $y = x^3 - 3x^2 - 2$.

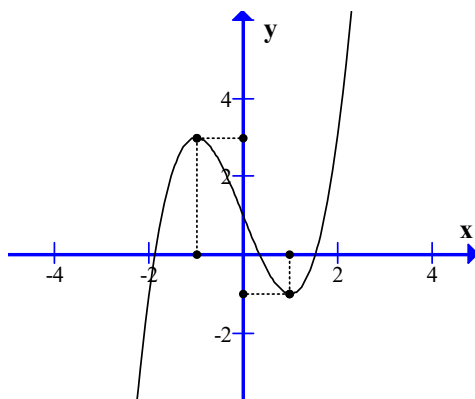
Lời giải

Chọn B

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(0; 2)$, do đó loại đáp án $y = x^3 - 3x^2 - 2$.

Từ đồ thị, ta có $y' = 0$ có hai nghiệm là 0 và 2. Như vậy ta chọn đáp án $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

Câu 24: Đồ thị như hình bên là đồ thị của hàm số nào?



A. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$ B. $y = x^3 - 3x - 1$ C. $y = x^3 - 3x + 1$ D. $y = -x^3 - 3x^3 - 1$

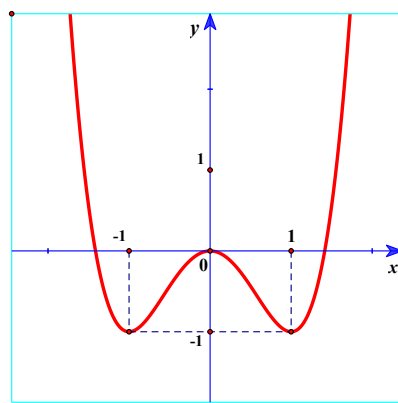
Lời giải

Chọn C

Hàm số là hàm bậc 3 có hệ số $a > 0$. Loại $y = -x^3 + 3x^2 + 1$ và $y = -x^3 - 3x^3 - 1$.

Đồ thị cắt Oy tại $(0;1)$ nên loại. $y = x^3 - 3x - 1$

Câu 25: Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào ?

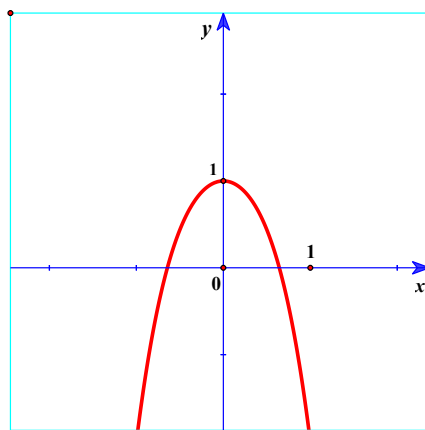


A. $y = x^4 - 3x^2 + 1$. B. $y = x^4 + 2x^2$. C. $y = x^4 - 2x^2$. D. $y = -x^4 - 2x^2$.

Lời giải

Chọn C

Câu 26: Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào ?

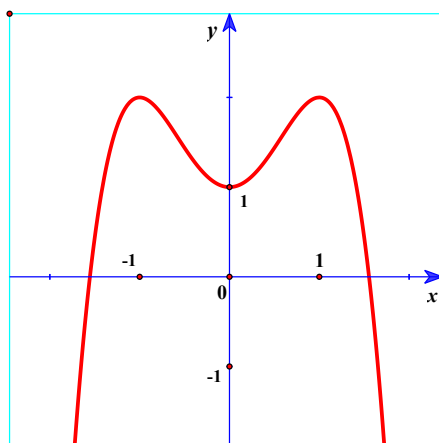


- A. $y = x^4 - 2x^2 + 1$. B. $y = x^4 - 2x^2 + 1$. C. $y = x^4 - 3x^2 + 1$. D. $y = -x^4 - 2x^2 + 1$.

Lời giải

Chọn D

Câu 27: Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào ?

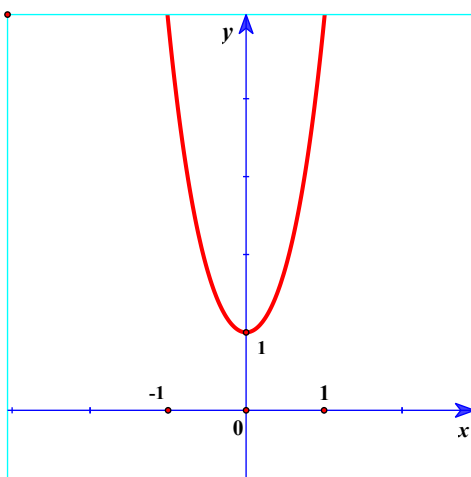


- A. $y = x^4 - 3x^2 + 1$. B. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.
C. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$. D. $y = -x^4 - 2x^2 + 1$.

Lời giải

Chọn C

Câu 28: Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào ?

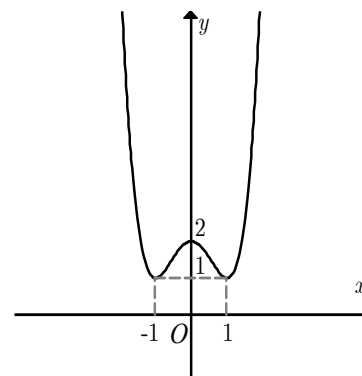


A. $y = x^4 + 3x^2 + 1$. **B.** $y = x^4 - 2x^2 + 1$. **C.** $y = x^4 - 3x^2 + 1$. **D.** $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

Lời giải

Chọn A

Câu 29: Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y = -x^4 + 2x^2 + 2$.

B. $y = x^4 - 2x^2 + 2$.

C. $y = x^4 - 4x^2 + 2$.

D. $y = x^4 - 2x^2 + 3$.

Lời giải

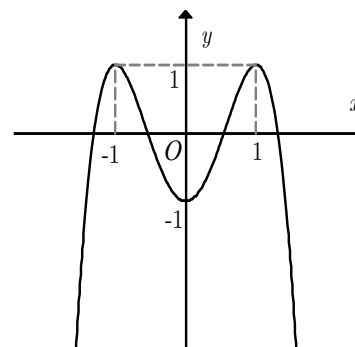
Chọn B

Hình dáng đồ thị thể hiện $a > 0$. Loại đáp án **A**.

Để ý thấy khi $x = 0$ thì $y = 2$ nên ta loại đáp án **D**.

Đồ thị hàm số đi qua điểm có tọa độ $(1; 1)$ nên chỉ có B thỏa mãn.

Câu 30: Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y = x^4 - 2x^2 - 1$.

B. $y = -2x^4 + 4x^2 - 1$.

C. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$.

D. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

Lời giải

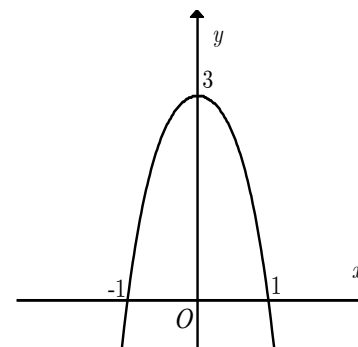
Chọn B

Hình dáng đồ thị thể hiện $a < 0$. Loại **A**.

Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -1 nên thể hiện $c = -1$. Loại **D**.

Đồ thị hàm số đi qua điểm có tọa độ $(1; 1)$ nên chỉ có B thỏa mãn.

Câu 31: Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y = -x^4 - 2x^2 + 3$.

B. $y = -x^4 - 2x^2 - 3$.

C. $y = -x^4 + 2x^2 + 3$.

D. $y = x^4 + 2x^2 + 3$.

Lời giải

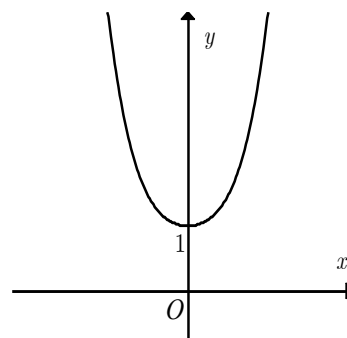
Chọn A

Hình dáng đồ thị thể hiện $a < 0$. Loại **D**.

Dựa vào đồ thị thấy khi $x = 0$ thì $y = 3$. Loại **B**.

Hàm số có một cực trị nên a, b cùng dấu.

Câu 32: Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y = x^4 + x^2 + 2$.

B. $y = x^4 - x^2 + 2$.

C. $y = x^4 - x^2 + 1$.

D. $y = x^4 + x^2 + 1$.

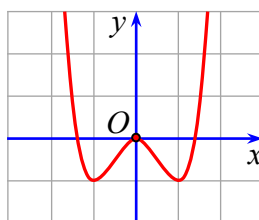
Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị ta thấy khi $x = 0$ thì $y = 1$. Loại A, B.

Hàm số có một cực trị nên a, b cùng dấu.

Câu 33: Biết hình dưới đây là đồ thị của một trong bốn hàm số sau, hỏi đó là đồ thị của hàm số nào?



A. $y = x^4 - 2x^2$.

B. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

C. $y = x^4 + 2x^2$.

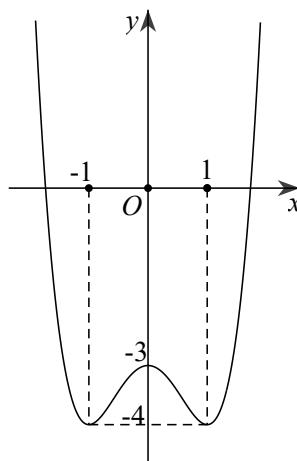
D. $y = -x^4 + 2x^2$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị ta chọn đáp án $y = x^4 - 2x^2$.

Câu 34: Đường cong trong hình sau là đồ thị của hàm số nào?



A. $y = x^4 + 2x^2 - 3$.

B. $y = x^4 - 2x^2 - 3$.

C. $y = -x^4 - 2x^2 + 3$.

D. $y = -x^4 + 2x^2 + 3$.

Lời giải

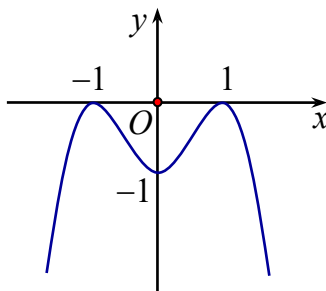
Chọn B

Theo hình vẽ, đồ thị của hàm số trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$ với $a > 0$, loại

$y = -x^4 - 2x^2 + 3, y = -x^4 + 2x^2 + 3$

Đồ thị hàm số có 3 cực trị nên $ab < 0$, loại $y = x^4 + 2x^2 - 3$.

Câu 35: Đường cong trong hình sau là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$. **B.** $y = -x^4 + x^2 - 1$. **C.** $y = -x^4 + 3x^2 - 3$. **D.** $y = -x^4 + 3x^2 - 2$.

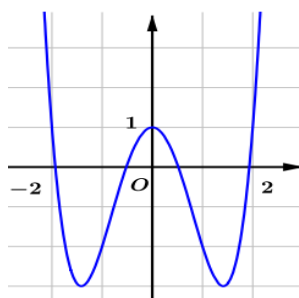
Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số qua điểm có tọa độ $(0; -1) \Rightarrow$ Loại $y = -x^4 + 3x^2 - 3$ và $y = -x^4 + 3x^2 - 2$.

Đồ thị hàm số qua điểm có tọa độ $(1; 0) \Rightarrow$ Loại $y = -x^4 + x^2 - 1$.

Câu 36: Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây



A. $y = x^4 - x^2 + 1$. **B.** $y = x^4 - 4x^2 + 1$.
C. $y = -x^4 + 4x^2 + 1$. **D.** $y = x^3 - 3x^2 + 2x + 1$.

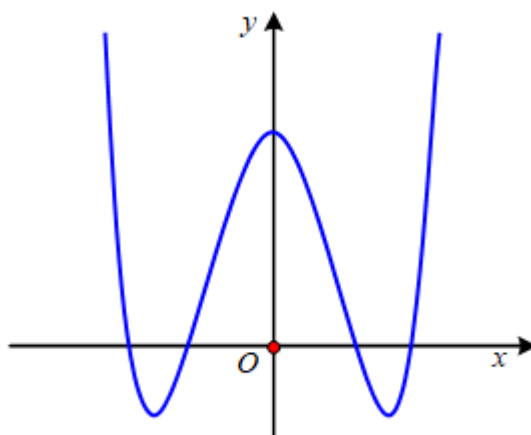
Lời giải

Chọn B

Đây là đồ thị hàm số trùng phương có 3 cực trị và có $a > 0 \Rightarrow$ loại $y = -x^4 + 4x^2 + 1$, loại $y = x^3 - 3x^2 + 2x + 1$.

Nhìn vào điểm cực tiểu x_0 của hàm số thấy $|x_0| > 1 \Rightarrow$ loại $y = x^4 - x^2 + 1$.

Câu 37: Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



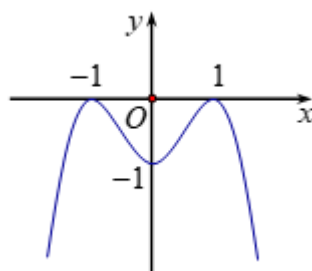
- A. $y = x^4 + 4x^2 + 3$. B. $y = -x^4 + 4x^2 + 3$. C. $y = x^4 - 4x^2 + 3$. D. $y = x^3 - 4x^2 - 3$.

Lời giải

Chọn C

Quan sát đồ thị hàm số ta có đây là đồ thị của hàm số bậc bốn: $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) và $a > 0$ nên $y = -x^4 + 4x^2 + 3$ và $y = x^3 - 4x^2 - 3$ bị loại. Mặt khác đồ thị hàm số có ba điểm cực trị nên $a.b < 0$. Do đó $y = x^4 + 4x^2 + 3$ bị loại.

Câu 38: Đường cong trong hình sau là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



- A. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$. B. $y = -x^4 + x^2 - 1$. C. $y = -x^4 + 3x^2 - 3$. D. $y = -x^4 + 3x^2 - 2$.

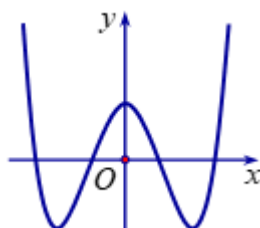
Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số qua điểm có tọa độ $(0; -1) \Rightarrow$ Loại $y = -x^4 + 3x^2 - 3$. và $y = -x^4 + 3x^2 - 2$.

Đồ thị hàm số qua điểm có tọa độ $(1; 0) \Rightarrow$ Loại $y = -x^4 + x^2 - 1$.

Câu 39: Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



- A. $y = x^2 - 3x + 1$. B. $y = x^4 - 3x^2 + 1$. C. $y = -x^4 + 3x^2 + 1$. D. $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

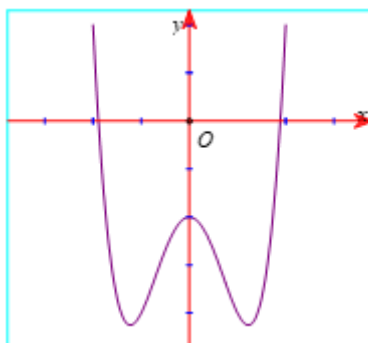
Lời giải

Chọn B

Đồ thị hàm số có 3 cực trị nên từ đáp án suy ra hàm số là hàm bậc 4

Theo nhánh phải đồ thị có hướng đi lên nên ta có hệ số $a > 0$ nên ta chọn phương án $y = x^4 - 3x^2 + 1$.

Câu 40: Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



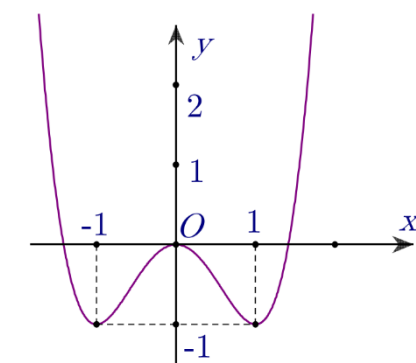
- A.** $y = -x^4 + 8x^2 - 2$. **B.** $y = x^4 - 8x^2 - 2$. **C.** $y = x^3 - 3x^2 - 2$. **D.** $y = -x^3 + 3x^2 - 2$.

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị ta thấy đây là đồ thị của hàm số trùng phương với hệ số $a > 0$.

Câu 41: Hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



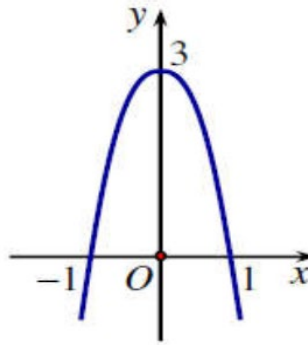
- A.** $y = x^4 - 2x^2 - 3$. **B.** $y = -x^4 + 2x^2$. **C.** $y = -x^4 + 2x^2 - 3$. **D.** $y = x^4 - 2x^2$.

Lời giải

Chọn D

Đồ thị có hai nhánh hướng lên nên hệ số x^4 phải dương; đồ thị hàm số có 3 cực trị nên hệ số của x^4 và x^2 phải trái dấu nên hệ số của x^2 phải âm; đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ nên hệ số tự do bằng 0. Do đó đáp án $y = x^4 - 2x^2$ là đáp án đúng.

Câu 42: Đồ thị hình bên là đồ thị hàm số nào trong các hàm số sau:



- A. $y = x^3 + 3x^2 - 3$. B. $y = -x^2 + 2x + 3$. C. $y = x^4 + 2x^2 - 3$. D. $y = -x^4 - 2x^2 + 3$.

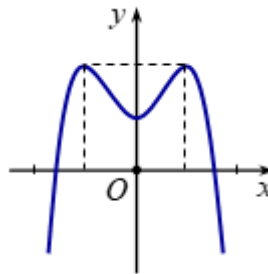
Lời giải

Chọn D

Đồ thị cắt Oy tại điểm có tung độ dương nên chọn $y = -x^2 + 2x + 3$ hoặc $y = -x^4 - 2x^2 + 3$.

Đồ thị cắt Ox tại hai điểm có hoành độ -1 và 1 nên chọn $y = -x^4 - 2x^2 + 3$.

Câu 43: Đường cong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số sau. Đó là hàm số nào?



- A. $y = x^4 - 2x^2 + 1$. B. $y = -x^3 - 2x + x + 1$. C. $y = x^3 - 2x^2 - x + 1$. D. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

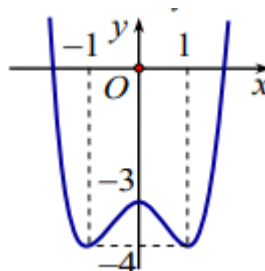
Lời giải

Chọn D

Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị nên từ đáp án suy ra hàm số là hàm bậc 4 trùng phương.

Theo nhánh phải đồ thị có hướng đi xuống nên ta có hệ số $a < 0$ nên ta chọn phương án $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

Câu 44: Đường cong sau là đồ thị hàm số nào dưới đây



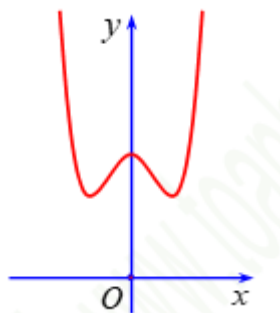
- A. $y = x^4 - 2x^2 + 3$. B. $y = x^4 - 2x^2 - 3$. C. $y = -x^4 + 2x^2 - 3$. D. $y = x^3 - 3x^2 - 3$.

Lời giải

Chọn B

Đồ thị hàm số có ba cực trị, bề lõm hướng lên và cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -3 .

Câu 45: Đường cong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



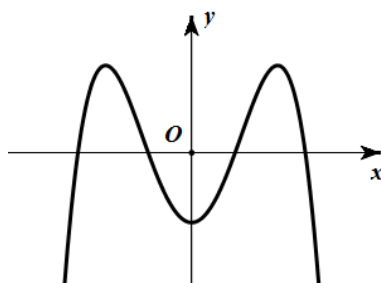
- A. $y = -4x^4 + x^2 + 4$. **B.** $y = x^4 - 2x^2 + 3$. C. $y = x^4 + 3x^2 + 2$. **D.** $y = x^3 - 2x^2 + 1$.

Lời giải

Chọn B

Đồ thị hàm số đã cho là hàm trùng phương có $a > 0$ và có 3 cực trị. Nên hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 3$ TM

Câu 46: Đường cong trong hình vẽ bên là của hàm số nào dưới đây



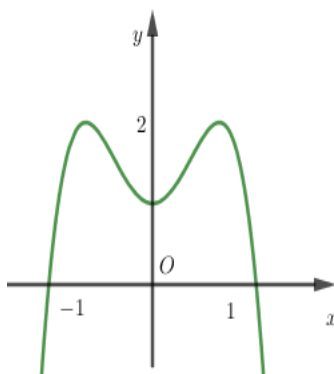
- A. $y = x^4 - 3x^2 - 1$. **B.** $y = x^3 - 3x^2 - 1$. C. $y = -x^3 + 3x^2 - 1$. **D.** $y = -x^4 + 3x^2 - 1$.

Lời giải

Chọn D

Đồ thị hàm số đã cho là hàm trùng phương có $a < 0$ và có 3 cực trị. Nên hàm số $y = -x^4 + 3x^2 - 1$ TM

Câu 47: Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình vẽ.



- A. $y = -x^4 - 2x^2 + 1$. **B.** $y = -x^4 + 2x^2 + 1$. C. $y = x^4 - 2x^2 - 2$. **D.** $y = x^4 - 2x^2 - 1$.

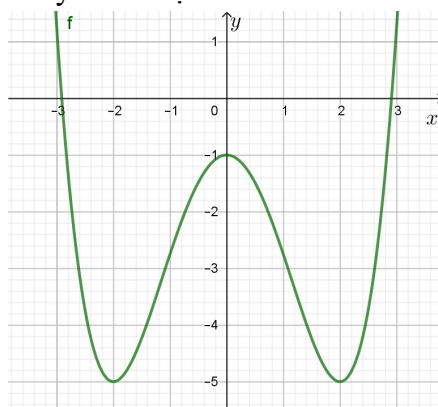
Lời giải

Chọn B

Ta thấy $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty$ nên loại $y = x^4 - 2x^2 - 2$, $y = x^4 - 2x^2 - 1$.

Đồ thị hàm số có ba điểm cực trị nên loại $y = -x^4 - 2x^2 + 1$

Câu 48: Đường cong trong hình vẽ dưới đây là đồ thị hàm số nào?



A. $y = -\frac{x^4}{4} + x^2 - 1$. **B.** $y = \frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2} - 1$. **C.** $y = -\frac{x^4}{4} + 2x^2 - 3$. **D.** $y = \frac{x^4}{4} - 2x^2 - 1$.

Lời giải

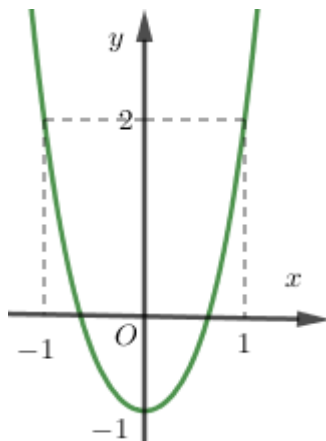
Chọn D

Từ đồ thị ta có $a > 0 \Rightarrow$ loại đáp án $y = -\frac{x^4}{4} + x^2 - 1$, $y = -\frac{x^4}{4} + 2x^2 - 3$

Ta lại có $y(2) = 5 \Rightarrow$ loại $y = \frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2} - 1$

Đáp án đúng là $y = \frac{x^4}{4} - 2x^2 - 1$.

Câu 49: Đồ thị cho ở hình vẽ sau đây, là đồ thị của hàm số cho bởi một trong bốn số phương án A,B,C,D dưới đây?



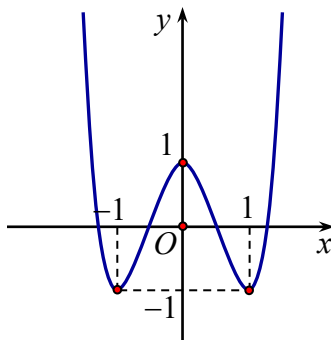
A. $y = x^4 + 2x^2 - 1$. **B.** $y = x^4 - 2x^2 - 1$. **C.** $y = -\frac{1}{4}x^4 + 3x^2 - 1$. **D.** $y = x^4 - 3x^2 - 1$.

Lời giải

Chọn A

Ta thấy $\begin{cases} y(0) = -1 \\ y(1) = y(-1) = 2 \end{cases}$ chọn đáp án $y = x^4 + 2x^2 - 1$.

Câu 50: Đường cong trong hình bên là đồ thị một hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



- A. $y = x^3 - 3x^2 + 1$. B. $y = 2x^4 - 4x^2 + 1$. C. $y = -2x^4 + 4x^2 + 1$. D. $y = -2x^4 + 4x^2$.

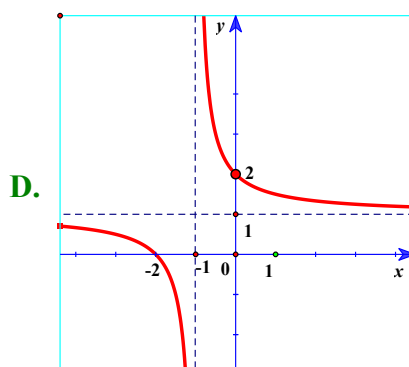
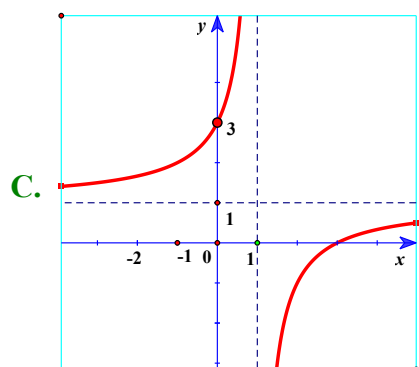
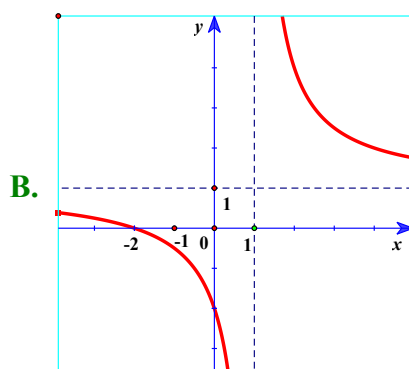
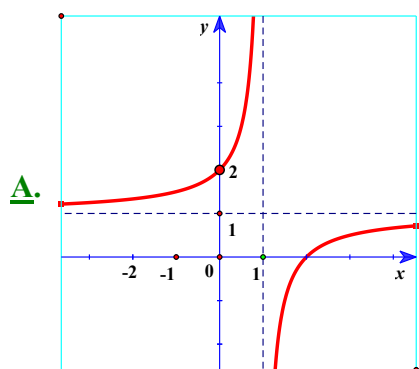
Lời giải

Chọn B

Đồ thị đã cho là đồ thị hàm trùng phương có hệ số $a > 0$ và đi qua điểm $(0; 1)$.

Vậy đó là đồ thị hàm số $y = 2x^4 - 4x^2 + 1$.

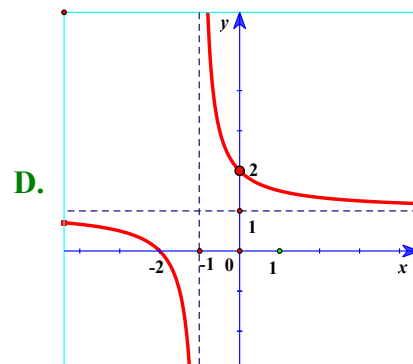
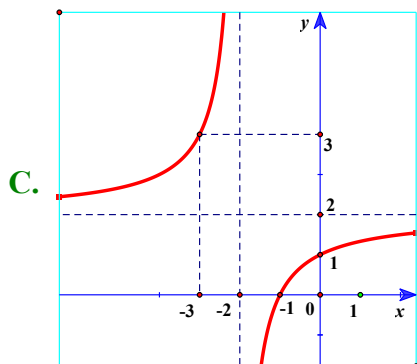
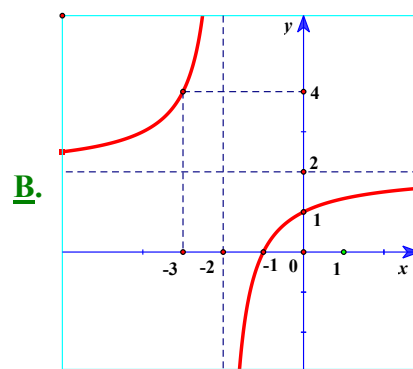
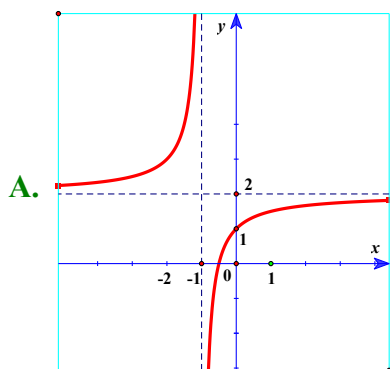
Câu 51: Hàm số $y = \frac{x-2}{x-1}$ có đồ thị là hình vẽ nào sau đây?



Lời giải

Chọn A

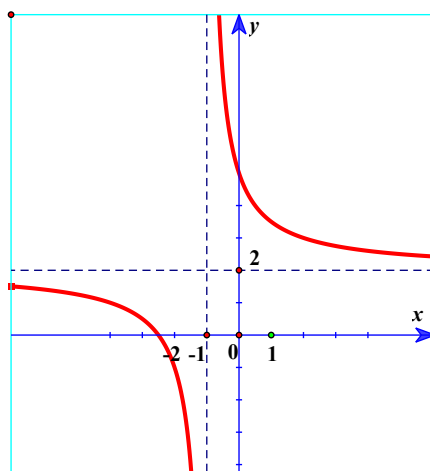
Câu 52: Hàm số $y = \frac{2+2x}{2+x}$ có đồ thị là hình vẽ nào sau đây?



Lời giải

Chọn B

Câu 53: Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

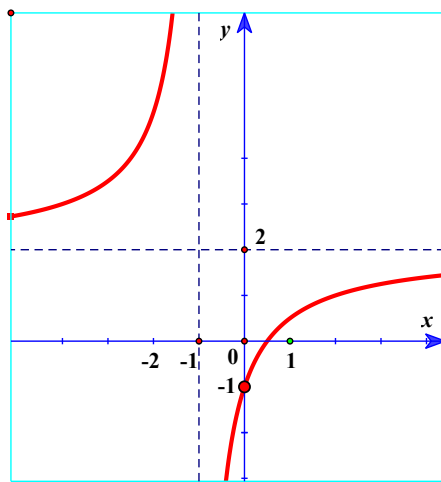


- A.** $y = x^3 + 3x^2 + 1$. **B.** $y = \frac{2x+5}{x+1}$. **C.** $y = x^4 - x^2 + 1$. **D.** $y = \frac{2x+1}{x+1}$.

Lời giải

Chọn B

Câu 54: Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y = \frac{2x-1}{x+1}$.

B. $y = \frac{2x+1}{x-1}$.

C. $y = \frac{2x+1}{x+1}$.

D. $y = \frac{1-2x}{x-1}$.

Lời giải

Chọn A

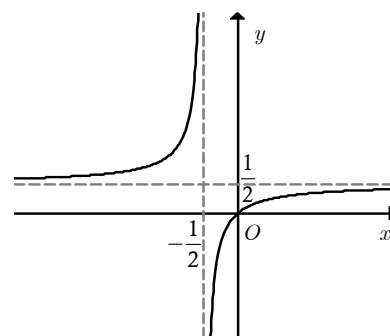
Câu 55: Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = \frac{x+1}{2x+1}$.

B. $y = \frac{x+3}{2x+1}$.

C. $y = \frac{x}{2x+1}$.

D. $y = \frac{x-1}{2x+1}$.



Lời giải

Chọn C

Các chi tiết đồ thị hàm số có TCD: $x = -\frac{1}{2}$ và TCN: $y = \frac{1}{2}$ đều giống nhau.

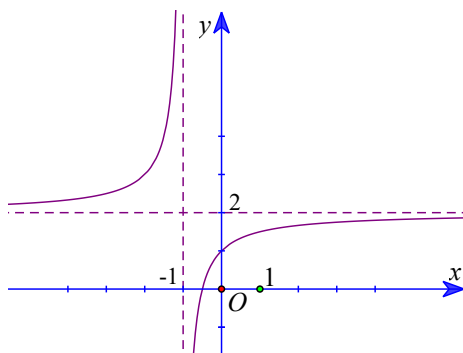
Chỉ có chi tiết đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ là phù hợp cho đáp án **C**.

Cách 2. Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định tức $y' > 0$.

Kiểm tra ta thấy chỉ có C & D thỏa mãn.

Đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ $O(0;0)$ nên đáp án C thỏa mãn.

Câu 56: Đồ thị (hình bên) là đồ thị của hàm số nào?



A. $y = \frac{x+2}{x+1}$.

B. $y = \frac{2x+1}{x+1}$.

C. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

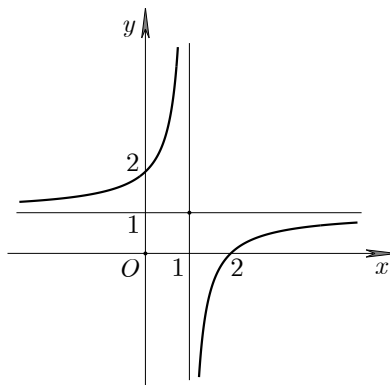
D. $y = \frac{x+3}{1-x}$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị ta có đường tiệm cận đứng $x = -1$ và đường tiệm cận ngang $y = 2$ nên chọn phương án $y = \frac{2x+1}{x+1}$

Câu 57: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của một trong bốn hàm số sau. Hỏi đó là đồ thị của hàm số nào?



A. $y = \frac{x-2}{x+1}$.

B. $y = \frac{x-2}{x-1}$.

C. $y = \frac{x+2}{x-2}$.

D. $y = \frac{x+2}{x-1}$.

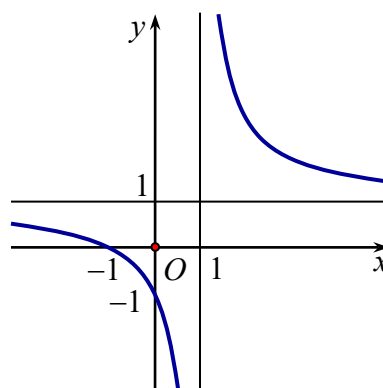
Lời giải

Chọn B

Đồ thị hàm số có TCD $x = 1$ nên loại đáp án $y = \frac{x-2}{x+1}$ và $y = \frac{x+2}{x-2}$

Đồ thị hàm số cắt trục Oy tại điểm $(0; 2)$ nên ta loại $y = \frac{x-2}{x-1}$

Câu 58: Đồ thị sau là đồ thị của hàm số nào sau?



A. $y = \frac{2x-3}{2x-2}$.

B. $y = \frac{x}{x-1}$.

C. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

D. $y = \frac{x+1}{x-1}$.

Lời giải

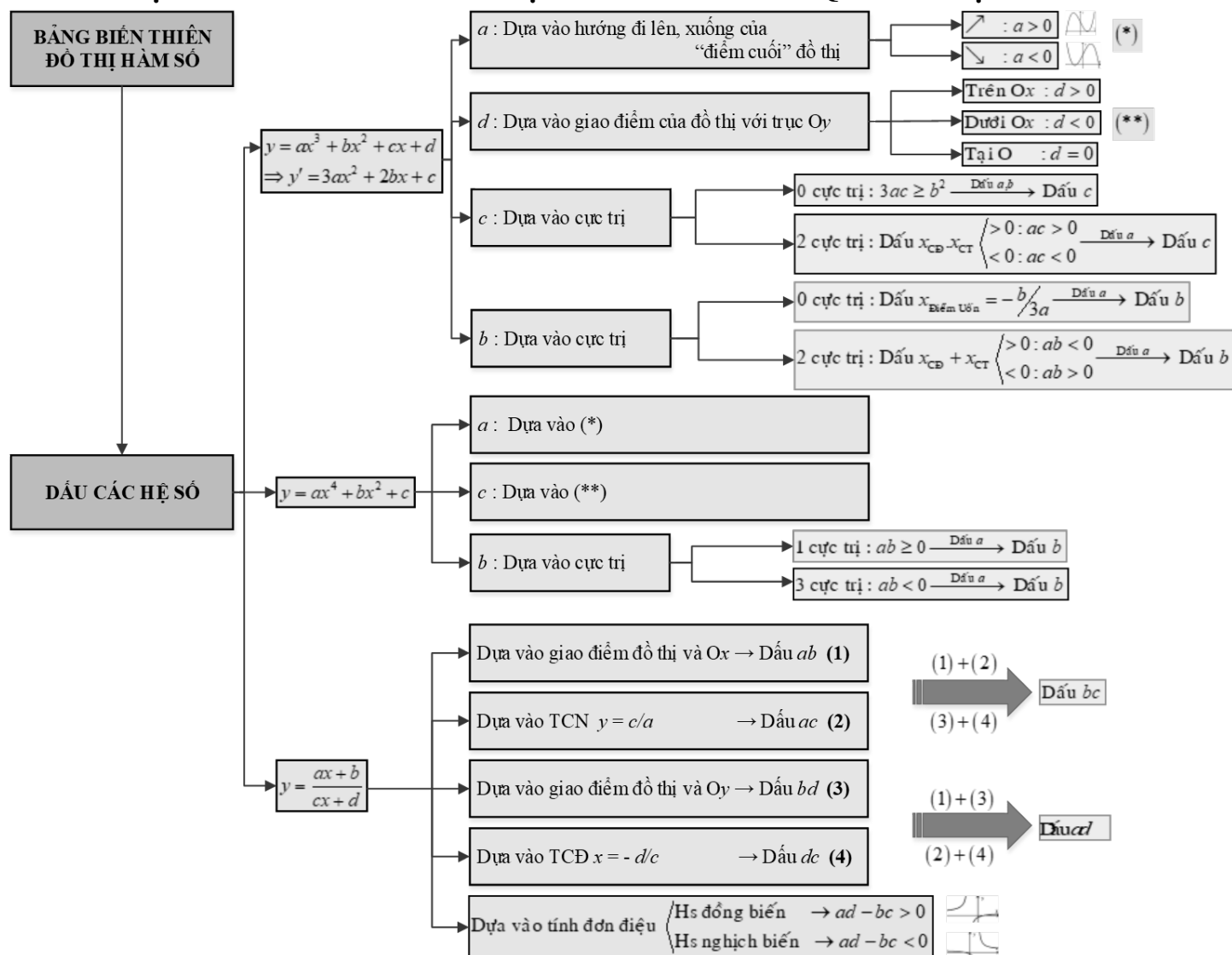
Chọn D

↪ $x = 1$ là tiệm cận đứng của đồ thị \Rightarrow loại $y = \frac{x-1}{x+1}$

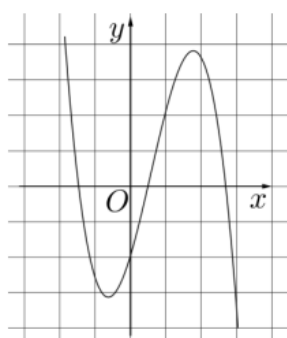
↪ Đồ thị hàm số cắt trục Oy tại $y = -1 \Rightarrow$ loại $y = \frac{2x-3}{2x-2}$, $y = \frac{x}{x-1}$

Vậy đồ thị trên là đồ thị của hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$.

DẠNG 1. XÉT DẤU CỦA CÁC HỆ SỐ HÀM SỐ THÔNG QUA ĐỒ THỊ



Câu 59: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$

B. $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0$.

C. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$

D. $a < 0, b > 0, c < 0, d < 0$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị suy ra hệ số $a < 0 \Rightarrow$ loại phương án C

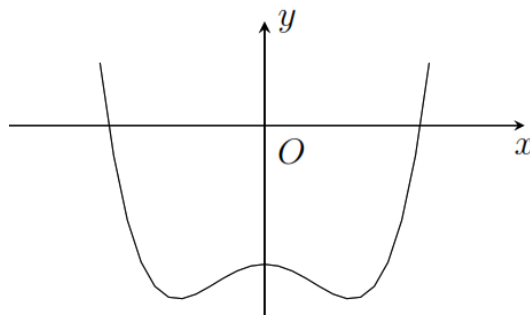
$y' = 3ax^2 + 2bx + c = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 trái dấu (do hai điểm cực trị của đồ thị hàm số nằm hai phía với Oy) $\Rightarrow 3a \cdot c < 0 \Rightarrow c > 0 \Rightarrow$ loại phương án

D.

Do

$(C) \cap Oy = D(0; d) \Rightarrow d < 0$.

Câu 60: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?



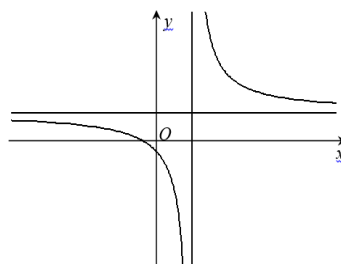
- A.** $a > 0, b < 0, c > 0$ **B.** $a > 0, b < 0, c < 0$ **C.** $a > 0, b > 0, c < 0$ **D.** $a < 0, b > 0, c < 0$

Lời giải

Chọn B

Ta có đồ thị có hình dạng như trên với hàm bậc bốn trùng phương có hai điểm cực tiểu và một điểm cực đại nên $a > 0, b < 0$. Giá trị cực đại nhỏ hơn 0 nên $c < 0$.

Câu 61: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như sau.



Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $ac > 0; bd > 0$ **B.** $ab < 0; cd < 0$ **C.** $bc > 0; ad < 0$ **D.** $ad > 0; bd < 0$

Lời giải

Chọn C

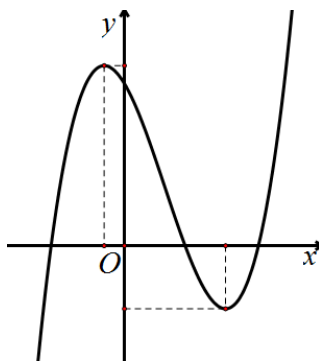
Theo đồ thị:

Tiệm cận ngang: $y = \frac{a}{c} > 0$ (1)

Tiệm cận đứng: $x = -\frac{d}{c} > 0 \Rightarrow \frac{d}{c} < 0$ (2)

$y = 0 \Rightarrow x = -\frac{b}{a} < 0 \Rightarrow \frac{b}{a} > 0$ (3)

Câu 62: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Chọn khẳng định đúng về dấu của a, b, c, d ?



A. $a > 0, b > 0, d > 0, c > 0$

B. $a > 0, c > 0 > b, d < 0$

C. $a > 0, b > 0, c > 0, d > 0$

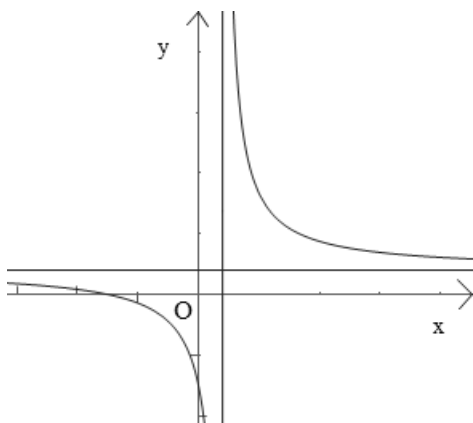
D. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị ta có $a > 0$, đồ thị cắt Oy tại 1 điểm có tung độ dương nên $d > 0$, đồ thị có 2 cực trị trái dấu nên $x_1 \cdot x_2 < 0 \Rightarrow \frac{c}{a} < 0 \Rightarrow c < 0$. Vậy đáp án D

Câu 63: Cho hàm số $y = \frac{(a-1)x+b}{(c-1)x+d}$, $d < 0$ có đồ thị như hình trên. Khẳng định nào dưới đây là đúng?



A. $a > 1, b > 0, c < 1$.

B. $a > 1, b < 0, c > 1$.

C. $a < 1, b > 0, c < 1$.

D. $a > 1, b > 0, c > 1$.

Lời giải

Chọn D

Theo bài ra, đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x = -\frac{d}{c-1}$.

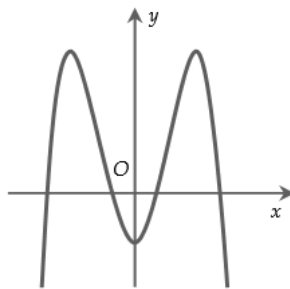
Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là: $y = \frac{a-1}{c-1}$.

Nhìn đồ thị ta thấy: $x = -\frac{d}{c-1} > 0$ mà $d < 0 \Rightarrow c-1 > 0 \Rightarrow c > 1$.

$y = \frac{a-1}{c-1} > 0 \Rightarrow a-1 > 0 \Rightarrow a > 1$.

Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng $\frac{b}{d} < 0 \Rightarrow b > 0$.

Câu 64: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a < 0, b > 0, c < 0$. **B.** $a < 0, b < 0, c > 0$.

C. $a < 0, b > 0, c > 0$. **D.** $a < 0, b < 0, c < 0$.

Lời giải

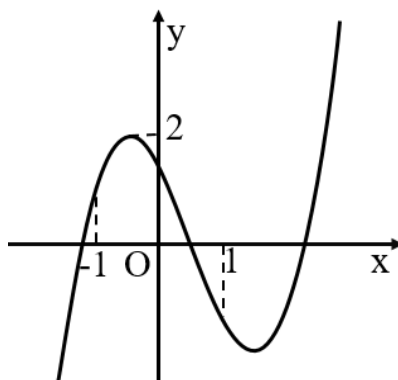
Chọn A

Đồ thị cắt trục tung tại điểm $(0; c)$, từ đồ thị suy ra $c < 0$

Mặt khác đồ thị hàm số có ba điểm cực trị nên $y' = 0$ có ba nghiệm phân biệt, hay $y' = 4ax^3 + 2bx = 2x(2ax^2 + b) = 0$ có ba nghiệm phân biệt. Suy ra a, b trái dấu.

Mà $a < 0 \Rightarrow b > 0$

Câu 65: Hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Khẳng định nào là đúng?

A. $a < 0, b < 0, c < 0, d < 0$.

B. $a > 0, b > 0, c > 0, d < 0$.

C. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

D. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

Lời giải

Chọn D

+ Dựa vào hình dạng đồ thị ta khẳng định được $a > 0$.

+ Đồ thị cắt trục Oy tại điểm có tọa độ $(0; d)$. Dựa vào đồ thị suy ra $d > 0$.

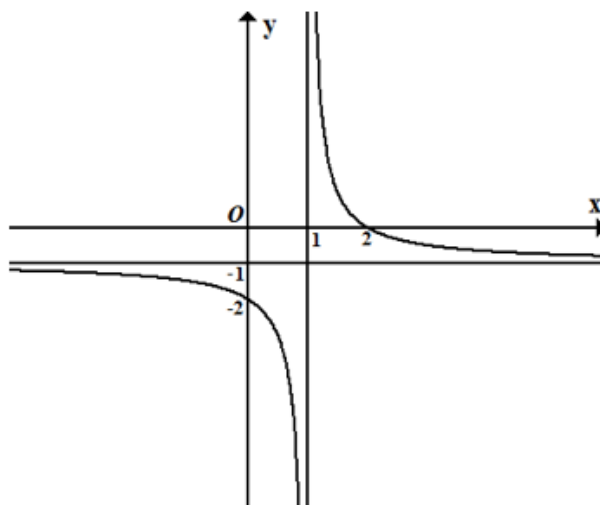
+ Ta có: $y' = 3ax^2 + 2bx + c$. Hàm số có hai điểm cực trị x_1, x_2 ($x_1 < x_2$) trái dấu nên phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 trái dấu. Vì thế $3a \cdot c < 0$, nên suy ra $c < 0$.

+ Mặt khác từ đồ thị ta thấy $\begin{cases} x_1 > -1 \\ x_2 > 1 \end{cases}$ nên $x_1 + x_2 > 0$.

Mà $x_1 + x_2 = -\frac{2b}{3a}$ nên suy ra $-\frac{2b}{3a} > 0 \Rightarrow b < 0$.

Vậy $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

Câu 66: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ có đồ thị như hình bên dưới, với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Tính giá trị của biểu thức $T = a + 2b + 3c$?



A. $T = -8$.

B. $T = 2$.

C. $T = 6$.

D. $T = 0$.

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị hàm số, ta suy ra

☐ Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 1$, tiệm cận ngang là đường thẳng $y = -1$.

☐ Đồ thị hàm số đi qua các điểm $A(2;0)$, $B(0;-2)$.

Từ biểu thức hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ (vì đồ thị hàm số là đồ thị hàm nhất biến nên $ac - b \neq 0$), ta

suy ra

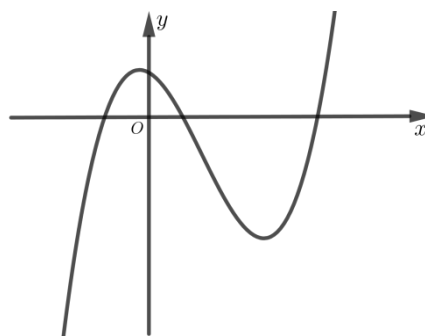
☐ Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -c$, tiệm cận ngang là đường thẳng $y = a$.

☐ Đồ thị hàm số đi qua $A\left(-\frac{b}{a}; 0\right)$, $B\left(0; \frac{b}{c}\right)$.

Đối chiếu lại, ta suy ra $c = -1$, $a = -1$, $b = 2$.

Vậy $T = a + 2b + 3c = (-1) + 2.2 + 3(-1) = 0$.

Câu 67: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình bên. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng?



A. $ab < 0, bc > 0, cd < 0$ B. $ab < 0, bc < 0, cd > 0$

C. $ab > 0, bc > 0, cd < 0$ D. $ab > 0, bc > 0, cd > 0$

Lời giải

Chọn A

Từ dáng điệu của đồ thị ta có ngay được:

$$\oplus \lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty; \lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty \Rightarrow a > 0.$$

\oplus Đồ thị hàm số cắt trục tung tại một điểm có tung độ dương nên $d > 0$.

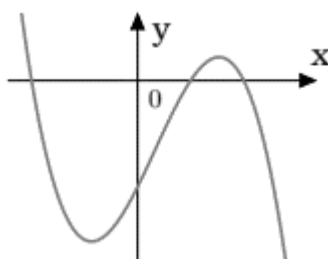
Ta có: $y' = 3ax^2 + 2bx + c$

Mặt khác dựa vào đồ thị ta thấy phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm trái dấu và tổng hai nghiệm

$$\text{này luôn dương nên } \begin{cases} ac < 0 \\ -\frac{2b}{3a} > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c < 0 \\ b < 0 \end{cases} \text{ (do } a > 0 \text{)}$$

Do đó: $ab < 0, bc > 0, cd < 0$.

Câu 68: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình dưới. Khẳng định nào sau đây đúng ?



A. $a < 0, b < 0, c < 0, d < 0$

B. $a < 0, b > 0, c > 0, d > 0$

C. $a < 0, b > 0, c < 0, d > 0$

D. $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$

Lời giải

Chọn D

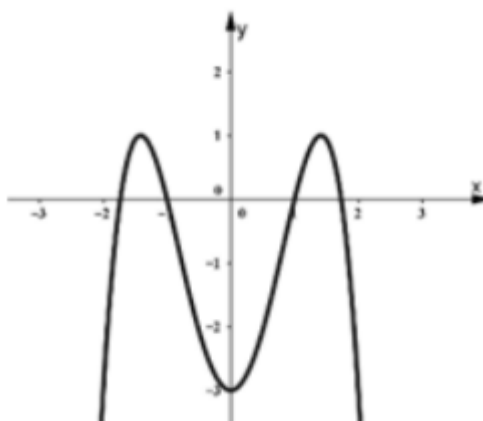
- Dựa vào hình dáng của đồ thị suy ra hệ số $a < 0$.

- Đồ thị cắt trục Oy tại điểm có tung độ âm nên $d < 0$.

- Ta thấy đồ thị như hình vẽ có hai điểm cực trị, hoành độ các điểm cực trị trái dấu suy ra phương trình $y' = 3ax^2 + 2bx + c = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 trái dấu kéo theo $3a \cdot c < 0 \Rightarrow c > 0$.

- Mặt khác $\frac{x_1 + x_2}{2} = -\frac{b}{3a} > 0 \Rightarrow b > 0$.

Câu 69: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?



A. $a > 0, b < 0, c < 0$.

B. $a < 0, b < 0, c < 0$.

C. $a < 0, b > 0, c < 0$.

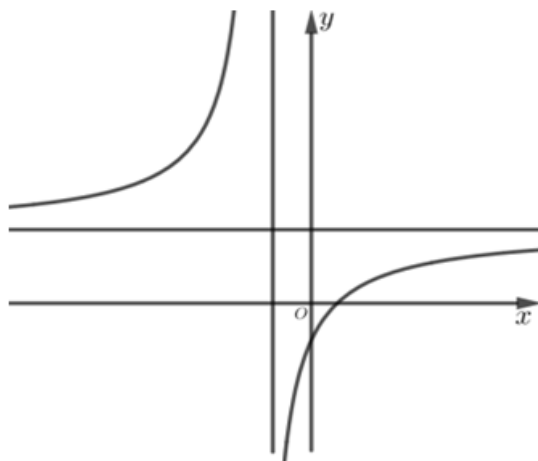
D. $a > 0, b < 0, c > 0$

Lời giải

Chọn C

- Dựa vào hình dạng đồ thị suy ra $a < 0$
- Hàm số có 3 điểm cực trị nên $ab < 0 \Rightarrow b > 0$
- Giao điểm với trục tung nằm dưới trục hoành nên $c < 0$.

Câu 70: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như trong hình bên dưới. Biết rằng a là số thực dương, hỏi trong các số b, c, d có tất cả bao nhiêu số dương?



- A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.

Lời giải

Chọn B

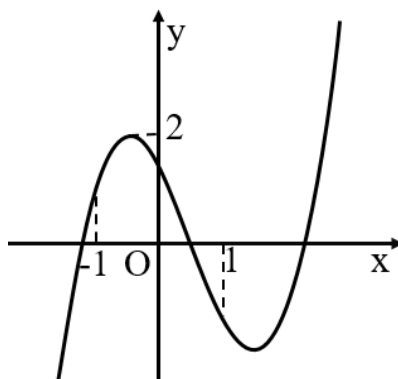
Nhìn vào đồ thị ta thấy

- tiệm cận ngang $y = \frac{a}{c}$ nằm trên trục hoành nên $c > 0$ (vì $a > 0$)
- tiệm cận đứng $x = -\frac{d}{c}$ nằm bên trái trục tung nên $-\frac{d}{c} < 0$. Suy ra $d > 0$ (vì $c > 0$)
- giao điểm của đồ thị và trục tung nằm bên dưới trục hoành nên $\frac{b}{d} < 0$.

Suy ra $b < 0$ (vì $d > 0$)

Vậy $c > 0, d > 0$

Câu 71: Hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Khẳng định nào là đúng?

- A. $a < 0, b < 0, c < 0, d < 0$. B. $a > 0, b > 0, c > 0, d < 0$.
C. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$. D. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

Lời giải

Chọn D

+ Dựa vào hình dạng đồ thị ta khẳng định được $a > 0$.

+ Đồ thị cắt trục Oy tại điểm có tọa độ $(0; d)$. Dựa vào đồ thị suy ra $d > 0$.

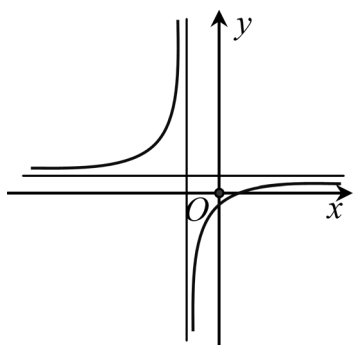
+ Ta có: $y' = 3ax^2 + 2bx + c$. Hàm số có hai điểm cực trị x_1, x_2 ($x_1 < x_2$) trái dấu nên phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 trái dấu. Vì thế $3a \cdot c < 0$, nên suy ra $c < 0$.

+ Mặt khác từ đồ thị ta thấy $\begin{cases} x_1 > -1 \\ x_2 > 1 \end{cases}$ nên $x_1 + x_2 > 0$.

Mà $x_1 + x_2 = -\frac{2b}{3a}$ nên suy ra $-\frac{2b}{3a} > 0 \Rightarrow b < 0$.

Vậy $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

Câu 72: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?



A. $\begin{cases} ad < 0 \\ bc > 0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} ad < 0 \\ bc < 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} ad > 0 \\ bc < 0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} ad > 0 \\ bc > 0 \end{cases}$

Lời giải

Chọn C

Nhận xét từ đồ thị:

+ Giao với trục hoành tại $x_0 = -\frac{b}{a} > 0 \Rightarrow a$ và b trái dấu (1).

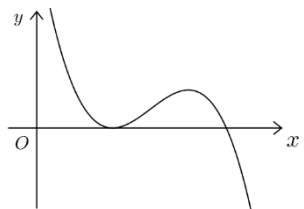
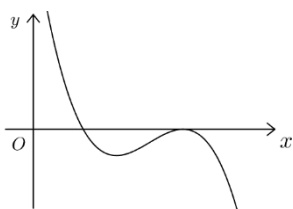
+ Giao với trục tung tại $y_0 = \frac{b}{d} < 0 \Rightarrow b$ và d trái dấu (2).

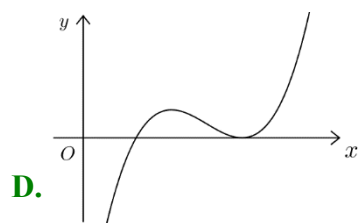
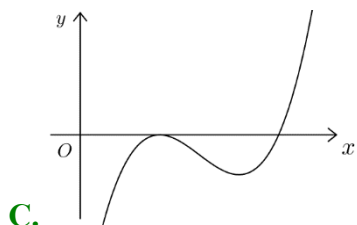
+ Tiệm cận đứng: $x = -\frac{d}{c} < 0 \Rightarrow d$ và c cùng dấu (3).

Từ (1) và (2) suy ra: a và d cùng dấu hay $ad > 0$.

Từ (2) và (3) suy ra: b và c trái dấu hay $bc < 0$.

Câu 73: Tìm đồ thị hàm số $y = f(x)$ được cho bởi một trong các phương án dưới đây, biết $f(x) = (a-x)(b-x)^2$ với $a < b$.





Lời giải

Chọn A

Có $f'(x) = -(b-x)^2 + (a-x) \cdot (-2)(b-x) = -(b-x)(b-x+2a-2x) = -(b-x)(b+2a-3x)$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = b \\ x = \frac{2a+b}{3} \end{cases}$$

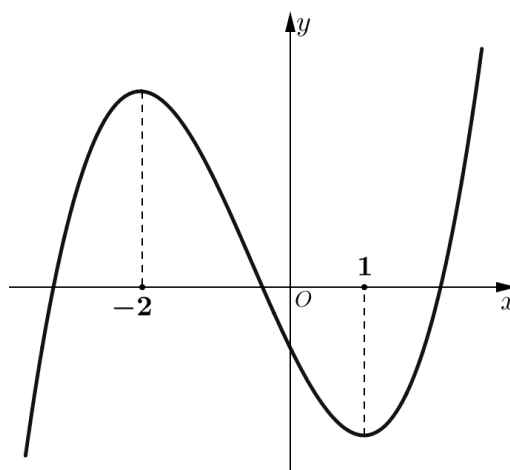
Có $\frac{2a+b}{3} < \frac{2b+b}{3} = b$.

Ta có bảng biến thiên

	x	$-\infty$	$\frac{2a+b}{3}$	b	$+\infty$			
	y'		-	0	+	0	-	
	y	$+\infty$						$-\infty$

Từ đó chọn đáp án A

Câu 74: Cho đường cong $(C): y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình bên.



Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $a > 0, b < 0, c < 0, d < 0$.

B. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

C. $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$.

D. $a > 0, b > 0, c < 0, d < 0$.

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị ta có $x = 0 \Rightarrow y = d < 0$, từ dạng đồ thị suy ra $a > 0$.

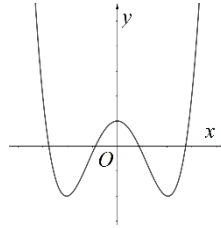
Mặt khác $y' = 3ax^2 + 2bx + c$ từ đồ thị ta có phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm trái dấu suy ra $ac < 0$ mà $a > 0$ suy ra $c < 0$.

Hơn nữa phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1 + x_2 = -\frac{2b}{3a} = -1$ suy ra

$$3a = 2b \Rightarrow b > 0.$$

Vậy chọn đáp án **D**.

Câu 75: (Gia Lai 2019) Hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $a > 0, b > 0, c < 0$. **B.** $a < 0, b > 0, c < 0$.

C. $a > 0, b < 0, c > 0$. **D.** $a > 0, b < 0, c < 0$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị:

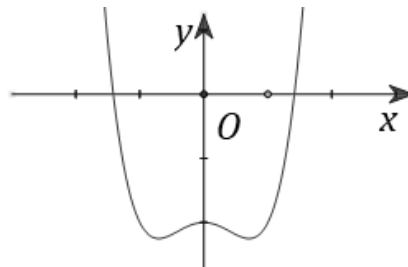
$$+ \lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty \Rightarrow \boxed{a > 0}.$$

$$+ \text{Đồ thị hàm số có ba điểm cực trị} \Rightarrow ab < 0 \Rightarrow \boxed{b < 0}.$$

$$+ \text{Giao điểm của đồ thị hàm số và trục tung có tung độ dương} \Rightarrow \boxed{c > 0}.$$

Vậy $a > 0, b < 0, c > 0$.

Câu 76: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm kết luận đúng



A. $a + b > 0$.

B. $bc > 0$.

C. $ab > 0$.

D. $ac > 0$.

Lời giải

Chọn B

Từ hình vẽ ta thấy:

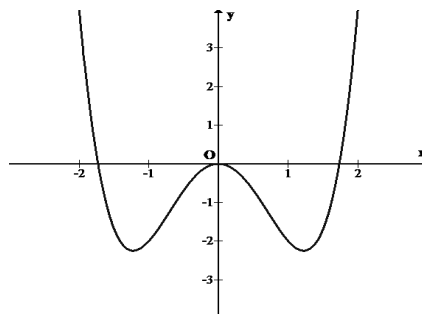
Đồ thị hàm số có bề lõm hướng lên $\Rightarrow a > 0$.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ âm $\Rightarrow c < 0$.

Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị $\Rightarrow ab < 0 \Rightarrow b < 0$.

Vậy chỉ có $bc > 0$.

Câu 77: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c (a \neq 0)$ có đồ thị như hình bên. Hãy chọn mệnh đề đúng.



A. $a < 0, b < 0, c = 0$. **B.** $a < 0, b > 0, c = 0$.

C. $a > 0, b < 0, c = 0$. **D.** $a > 0, b < 0, c > 0$.

Lời giải

Chọn C

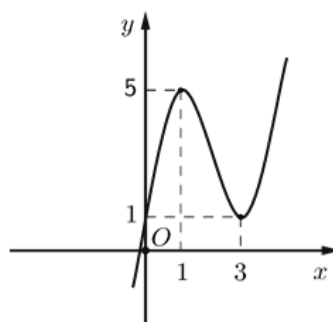
Dựa vào hình dạng đồ thị hàm số ta nhận thấy :

Hệ số $a > 0$

Đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ $\Rightarrow c = 0$

Hàm số có 3 điểm cực trị $\Rightarrow a.b < 0 \Rightarrow b < 0$

Câu 78: Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ ở bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $a > 0, b > 0, c > 0, d > 0$.

B. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

C. $a > 0, b < 0, c > 0, d > 0$.

D. $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0$.

Lời giải

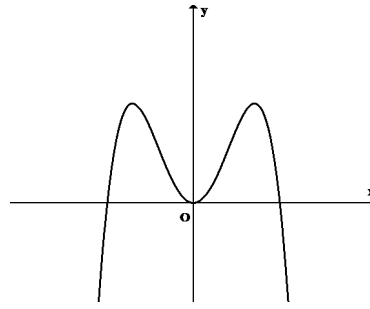
Chọn C

Đồ thị hàm số đi qua các điểm $A(0;1)$, $B(1;5)$ và $C(3;1)$ và đạt cực trị tại các điểm B và C .

$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$. Ta có

$$\begin{cases} f(0) = 1 \\ f(1) = 5 \\ f'(1) = 0 \\ f'(3) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d = 1 \\ a + b + c + d = 5 \\ 3a + 2b + c = 0 \\ 27a + 6b + c = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -6 \\ c = 9 \\ d = 1 \end{cases}$$

Câu 79: Cho hàm số bậc bốn trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây là **đúng**?



- A.** $a < 0, b > 0, c > 0$. **B.** $a > 0, b < 0, c > 0$. **C.** $a < 0, b > 0, c = 0$. **D.** $a > 0, b < 0, c < 0$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào hình dạng đồ thị hàm số ta nhận thấy :

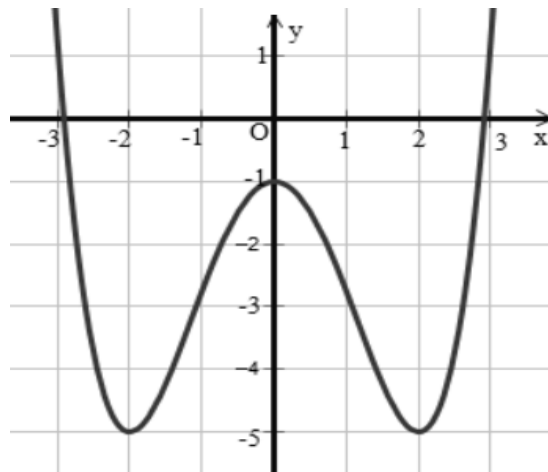
Hệ số $a < 0$.

Hàm số có 3 điểm cực trị $\Rightarrow a.b < 0 \Rightarrow b > 0$.

Đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ $\Rightarrow c = 0$.

Vậy $a < 0, b > 0, c = 0$.

Câu 80: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hỏi khẳng định nào sau đây đúng?



- A.** $a > 0, b < 0, c < 0$. **B.** $a > 0, b > 0, c < 0$. **C.** $a > 0, b < 0, c > 0$. **D.** $a < 0, b > 0, c < 0$.

Lời giải

Chọn A

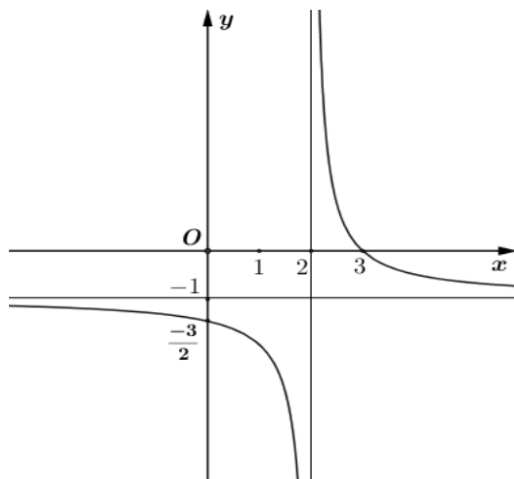
Nhìn vào đồ thị ta có:

Khi $x \in (2; +\infty)$ hàm số đồng biến $\Rightarrow a > 0$.

Hàm số có 3 điểm cực trị nên $a.b < 0$ mà $a > 0 \Rightarrow b < 0$.

$y(0) = -1 = c \Rightarrow c < 0$.

Câu 81: Cho hàm số $y = \frac{ax+3}{x+c}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tính giá trị của $a - 2c$.



A. $a - 2c = 3$.

B. $a - 2c = -3$.

C. $a - 2c = -1$.

D. $a - 2c = -2$.

Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số có TCN $y = -1 \Leftrightarrow \frac{a}{1} = -1 \Leftrightarrow a = -1$.

Mặt khác Đồ thị hàm số có TCD $x = 2$ nên $2 + c = 0 \Leftrightarrow c = -2$.

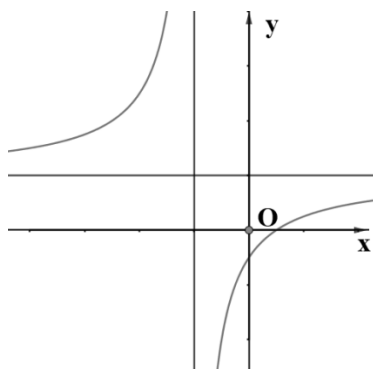
$$\Rightarrow a - 2c = -1 - 2 \cdot (-2) = 3.$$

Dựa vào đồ thị ta thấy các điểm $(3; 0)$ và $(0; -\frac{3}{2})$ thuộc vào đồ thị hàm số đã cho nên ta được

$$\text{hệ phương trình } \begin{cases} 0 = \frac{a \cdot 3 + 3}{3 + c} \\ -\frac{3}{2} = \frac{a \cdot 0 + 3}{0 + c} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a + 3 = 0 \\ -3c = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ c = -2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a - 2c = -1 - 2 \cdot (-2) = 3.$$

Câu 82: Hình vẽ bên là đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$.



Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $ad > 0$ và $bd > 0$. **B.** $ad > 0$ và $ab < 0$. **C.** $bd < 0$ và $ab > 0$. **D.** $ad < 0$ và $ab < 0$.

Lời giải

Chọn B

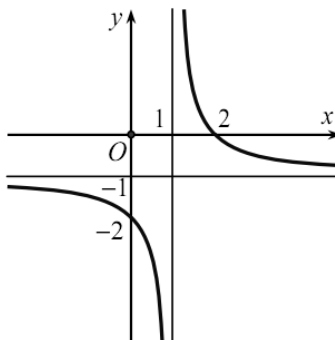
Đồ thị hàm số giao với trục Ox tại điểm có hoành độ $x = -\frac{b}{a}$, giao với Oy tại điểm có tung độ

$$y = \frac{b}{d}.$$

Dựa vào hình vẽ ta có
$$\begin{cases} -\frac{b}{a} > 0 \\ \frac{b}{d} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{b}{a} < 0 \\ \frac{b}{d} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ab < 0 \\ bd < 0 \end{cases} \Rightarrow ad > 0.$$

Trong các phương án chỉ có phương án B thỏa mãn.

Câu 83: Cho hàm số $y = \frac{ax-b}{x-1}$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $b < a < 0$.

B. $a < b < 0$.

C. $b > a$ và $a < 0$.

D. $a < 0 < b$.

Lời giải

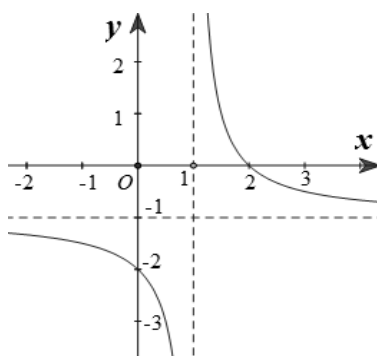
Chọn A

Ta thấy đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = -1$ suy ra $a = -1$.

Do đồ thị hàm số đi qua điểm $(2;0)$ nên $2a - b = 0 \Leftrightarrow -2 - b = 0 \Leftrightarrow b = -2$.

Vậy $b < a < 0$.

Câu 84: Đồ thị trong hình bên dưới là của hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ (với $a, b, c \in \mathbb{R}$).



Khi đó tổng $a+b+c$ bằng

A. -1 .

B. 1 .

C. 2 .

D. 0 .

Lời giải

Chọn D

Đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ có đường tiệm cận ngang $y = a$, đường tiệm cận đứng $x = -c$ và cắt

Oy tại điểm $\left(0; \frac{b}{c}\right)$.

Từ đồ thị hàm số ta có đường tiệm cận ngang $y = -1$, đường tiệm cận đứng $x = 1$ và cắt Oy tại điểm $(0; -2)$.

Từ đó suy ra:
$$\begin{cases} a = -1 \\ -c = 1 \\ \frac{b}{c} = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ c = -1 \\ b = -2c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ c = -1 \\ b = 2 \end{cases}.$$
 Vậy $a + b + c = -1 - 1 + 2 = 0$.

Câu 85: Cho hàm số $f(x) = \frac{2-ax}{bx-c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}, b \neq 0$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	+		+
y	3	$+\infty$	3

Tổng các số $(a + b + c)^2$ thuộc khoảng nào sau đây

- A.** $(1; 2)$. **B.** $(2; 3)$. **C.** $\left(0; \frac{4}{9}\right)$. **D.** $\left(\frac{4}{9}; 1\right)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2-ax}{bx-c} = \frac{-a}{b}$, theo giả thiết suy ra $\frac{-a}{b} = 3 \Leftrightarrow a = -3b$

Hàm số không xác định tại $x = 1 \Rightarrow b - c = 0 \Leftrightarrow b = c$

Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định nên $f'(x) = \frac{ac-2b}{(bx-c)^2} > 0$ với mọi x khác 1

Suy ra $ac - 2b > 0 \Leftrightarrow -3b^2 - 2b > 0 \Leftrightarrow -\frac{2}{3} < b < 0 \Leftrightarrow 0 < -b < \frac{2}{3}$

Lại có $a + b + c = -3b + b + b = -b$. Suy ra $(a + b + c)^2 = b^2 \in \left(0; \frac{4}{9}\right)$

Vậy tổng $a + b + c$ thuộc khoảng $\left(0; \frac{4}{9}\right)$.

Câu 86: Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$ và $c \neq 0$). Biết rằng đồ thị hàm số đã cho đi qua điểm

$(-1; 7)$ và giao điểm hai tiệm cận là $(-2; 3)$. Giá trị biểu thức $\frac{2a+3b+4c+d}{7c}$ bằng

- A.** 7. **B.** 4. **C.** 6. **D.** -5.

Lời giải

Chọn C

+ Ta có đồ thị hàm số $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đường tiệm cận ngang là $y = \frac{a}{c}$, đường tiệm cận đứng là $x = \frac{-d}{c}$.

Theo bài ra, ta có:
$$\begin{cases} \frac{a}{c} = 3 \\ \frac{-d}{c} = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 3c \\ d = 2c \end{cases}.$$

+ Điểm $(-1; 7)$ thuộc đồ thị hàm số $f(x)$ nên $\frac{-a+b}{-c+d} = 7 \Leftrightarrow \frac{-3c+b}{-c+2c} = 7 \Leftrightarrow b = 10c$.

Vậy $\frac{2a+3b+4c+d}{7c} = \frac{2.(3c)+3.(10c)+4c+2c}{7c} = 6$.

Câu 87: Cho hàm số $y = \frac{ax+1}{bx+c}$ (a, b, c là các tham số) có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'		+		+	
y			$+\infty$		1
	1			$-\infty$	

Xét các phát biểu sau: (1): $c > 1$; (2): $a+b < 0$; (3): $a+b+c = 0$; (4): $a > 0$. Số phát biểu đúng là?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số luôn đồng biến trên từng khoảng xác định, đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 2$ và tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 1$ nên ta có hệ

$$\begin{cases} -\frac{c}{b} = 2 \\ \frac{a}{b} = 1 \\ ac - b > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = -2b \\ a = b \\ ac - b > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = -2b \\ a = b \\ -2b^2 - b > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < c < 1 \\ -\frac{1}{2} < a < 0 \\ -\frac{1}{2} < b < 0 \\ a + b + c = 0 \end{cases}$$

Dựa vào hệ trên ta có các phát biểu (1), (4) là sai, (2), (3) đúng.

Câu 88: Ta xác định được các số a, b, c để đồ thị hàm số $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ đi qua điểm $(1; 0)$ và có điểm cực trị $(-2; 0)$. Tính giá trị biểu thức $T = a^2 + b^2 + c^2$.

A. 25.

B. -1.

C. 7.

D. 14.

Lời giải

Chọn A

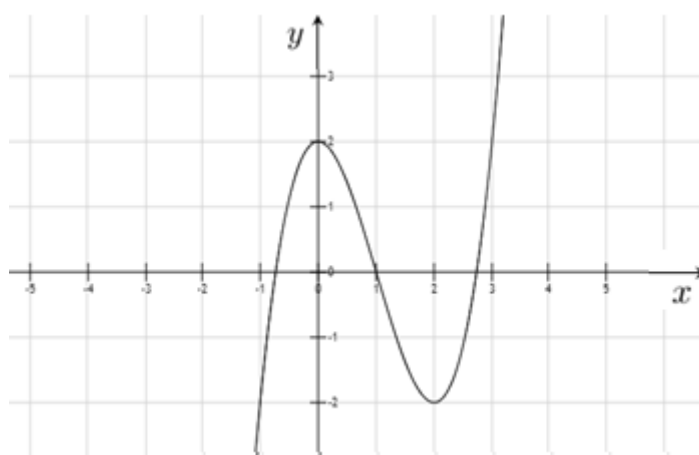
Ta có $y = x^3 + ax^2 + bx + c \Rightarrow y' = 3x^2 + 2ax + b$.

$$\text{Theo đề, ta có hệ phương trình } \begin{cases} y(1) = 0 \\ y(-2) = 0 \\ y'(-2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 = 1^3 + a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c \\ 0 = (-2)^3 + a \cdot (-2)^2 + b \cdot (-2) + c \\ 0 = 3 \cdot (-2)^2 + 2a \cdot (-2) + b \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a + b + c = -1 \\ 4a - 2b + c = 8 \\ -4a + b = -12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 0 \\ c = -4 \end{cases}.$$

Vậy $T = a^2 + b^2 + c^2 = 3^2 + 0^2 + (-4)^2 = 25$.

Câu 89: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ. Tính $S = a + b$?



A. $S = -2$.

B. $S = 0$.

C. $S = 1$.

D. $S = -1$.

Lời giải

Chọn A

Vì đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $y = 2$ nên $d = 2$.

$$y' = 3ax^2 + 2bx + c.$$

Hàm số đạt cực trị tại $x = 0$ và $x = 2$ nên

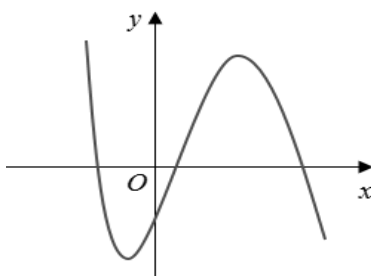
$$\begin{cases} y'(0) = 0 \\ y'(2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ 12a + 4b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ b = -3a \end{cases} \quad (1)$$

$$\text{Từ đồ thị ta nhận thấy } y(2) = -2 \Leftrightarrow 8a + 4b + d = -2 \Leftrightarrow 8a + 4b = -4 \Leftrightarrow 2a + b = -1 \quad (2)$$

Thay (1) vào (2) ta tìm được $a = 1, b = -3$.

Vậy $S = -2$.

Câu 90: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?



A. $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0$.

B. $a < 0, b > 0, c < 0, d < 0$.

C. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

D. $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$$y' = 3ax^2 + 2bx + c, \quad y'' = 6ax + 2b$$

Từ đồ thị ta thấy:

☐ $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty$. Ta suy ra $a < 0$.

☐ $y(0) < 0 \Rightarrow d < 0$ loại **C.**

Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị với hoành độ x_1, x_2 trái dấu và $x_1 + x_2 > 0$. Ta suy ra phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm trái dấu và $x_1 + x_2 > 0$.

Ta suy ra $x_1 x_2 = \frac{c}{3a} < 0, \Rightarrow c > 0$ loại **B.**

Hơn nữa, $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{3a} > 0 \\ a < 0 \end{cases} \Rightarrow b > 0$. Loại **A.**

Câu 91: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+1}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'		+	+
y	2	$+\infty$	2
		$-\infty$	

Tập các giá trị b là tập nghiệm của bất phương trình nào dưới đây?

A. $b^3 - 8 \leq 0$.

B. $-b^2 + 4 > 0$.

C. $b^2 - 3b + 2 < 0$.

D. $b^3 - 8 < 0$.

Lời giải

Chọn D

Đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+1}$ có đường tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -\frac{1}{c}$ và đường tiệm cận

ngang là đường thẳng $y = \frac{a}{c}$.

Nhìn vào bảng biến thiên, ta thấy $-\frac{1}{c} = -1 \Rightarrow c = 1$ và $\frac{a}{c} = 2 \Rightarrow a = 2$ (vì $c = 1$).

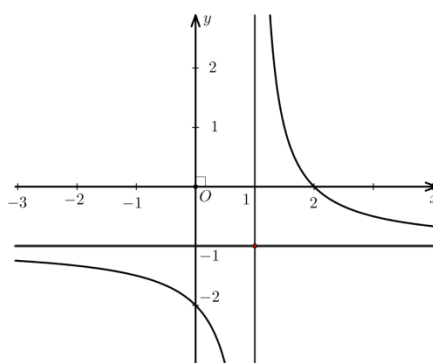
Ta có $y' = \frac{a-bc}{(cx+1)^2}$.

Vì hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$ nên

$$y' = \frac{a-bc}{(bx+c)^2} > 0 \Leftrightarrow a-bc > 0 \Leftrightarrow 2-b > 0 \Leftrightarrow b < 2 \Leftrightarrow b^3 < 8 \Leftrightarrow b^3 - 8 < 0.$$

Vậy tập các giá trị b là tập nghiệm của bất phương trình $b^3 - 8 < 0$.

Câu 92: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ (với a, b, c, d là số thực) có đồ thị như hình dưới đây. Tính giá trị biểu thức $T = \frac{a-2b+3d}{c}$.



A. $T = 6$.

B. $T = 0$.

C. $T = -8$.

D. $T = 2$.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị ta có

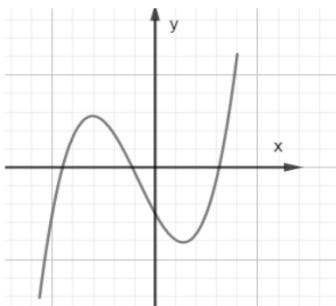
TCĐ: $x = 1 \Rightarrow \frac{-d}{c} = 1 \Rightarrow \frac{d}{c} = -1 \Rightarrow d = -c$

TCN: $y = -1 \Rightarrow \frac{a}{c} = -1 \Rightarrow a = -c$

Đồ thị cắt trục hoành tại điểm: $x = 2 \Rightarrow \frac{-b}{a} = 2 \Rightarrow \frac{-b}{-c} = 2 \Rightarrow \frac{b}{c} = 2 \Rightarrow b = 2c$

Vậy $T = \frac{a-2b+3d}{c} = \frac{-c-4c-3c}{c} = -8$

Câu 93: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ. Trong các số a, b, c và d có bao nhiêu số dương?



A. 1.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

Từ hình dạng đồ thị hàm số ta có $a > 0$

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ âm $\Rightarrow d < 0$

Ta có: $y' = 3ax^2 + 2bx + c$

Hàm số có hai điểm cực trị trái dấu $\Rightarrow y' = 0$ có hai nghiệm trái dấu $\Leftrightarrow ca < 0$

Mà $a > 0$ nên $c < 0$

Ta lại có: $y'' = 6ax + 2b$

$$y'' = 0 \Leftrightarrow 6ax + 2b = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{b}{3a}$$

Từ đồ thị hàm số ta thấy tâm đối xứng có hoành độ âm. Do đó $-\frac{b}{3a} < 0$

Mà $a > 0$ nên $b > 0$

Vậy trong các số a, b, c và d có 2 số dương là a và b

Câu 94: Cho hàm số $f(x) = \frac{ax-6}{bx-c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$-$
$f(x)$	1	$+\infty$	1

Trong các số a, b, c có bao nhiêu số âm?

A. 0.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên của hàm số, ta thấy đồ thị có hai đường tiệm cận, trong đó tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -2$ và tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 1$.

$$\text{Suy ra } \begin{cases} \frac{c}{b} = -2 \\ \frac{a}{b} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} bc < 0 \\ ab > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b > 0, c < 0, a > 0 \quad (1) \\ b < 0, c > 0, a < 0 \quad (2) \end{cases}$$

Lại có hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng xác định $f'(x) = \frac{-ac + 6b}{(bx - c)^2} < 0 \Rightarrow ac > 6b$.

Ta thấy (1) không thể xảy ra do nếu $b > 0$ thì $ac > 6b > 0$; và (2) có thể xảy ra do nếu $c > 0, a < 0$ thì $6b < ac < 0$.

Vậy trong các số a, b, c có hai số âm.

DẠNG. ĐỒ THỊ HÀM SỐ CHỨA DẤU GIÁ TRỊ TUYỆT ĐỐI (BIẾN ĐỔI ĐỒ THỊ)

Dạng 1

Từ đồ thị $(C): y = f(x)$ suy ra đồ thị $(C'): y = |f(x)|$.

Ta có: $y = |f(x)| = \begin{cases} f(x) & \text{ khi } f(x) \geq 0 \\ -f(x) & \text{ khi } f(x) < 0 \end{cases}$

*** Cách vẽ (C') từ (C) :**

☐ Giữ nguyên phần đồ thị phía trên Ox của đồ thị $(C): y = f(x)$.

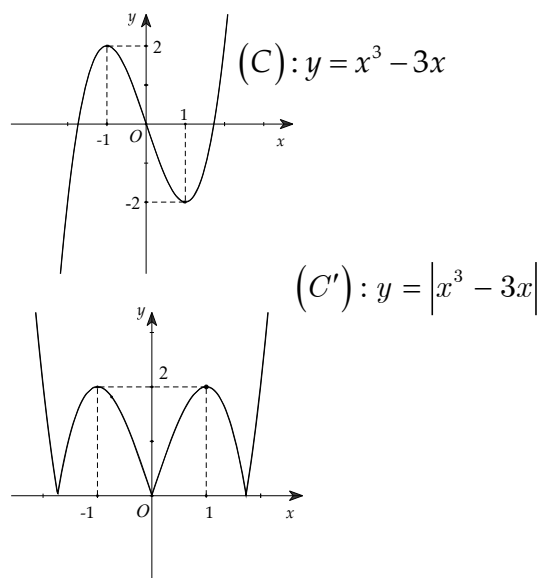
☐ Bỏ phần đồ thị phía dưới Ox của (C) , **lấy đối xứng phần đồ thị bị bỏ** qua Ox .

Ví dụ: Từ đồ thị $(C): y = f(x) = x^3 - 3x$ suy ra đồ thị $y = |x^3 - 3x|$.

Biến đổi (C) :

Bỏ phần đồ thị của (C) dưới Ox , giữ nguyên (C) phía trên Ox .

Lấy đối xứng phần đồ thị bị bỏ qua Ox .



Dạng 2

Từ đồ thị $(C): y = f(x)$ suy ra đồ thị $(C'): y = f(|x|)$.

Ta có: $y = f(|x|) = \begin{cases} f(x) & \text{ khi } x \geq 0 \\ f(-x) & \text{ khi } x < 0 \end{cases}$

và $y = f(|x|)$ là hàm *chẵn* nên đồ thị (C') nhận Oy làm trục đối xứng.

*** Cách vẽ (C') từ (C) :**

☐ Giữ nguyên phần đồ thị bên phải Oy của đồ thị $(C): y = f(x)$.

☐ Bỏ phần đồ thị bên trái Oy của (C) , **lấy đối xứng phần đồ thị được giữ** qua Oy .

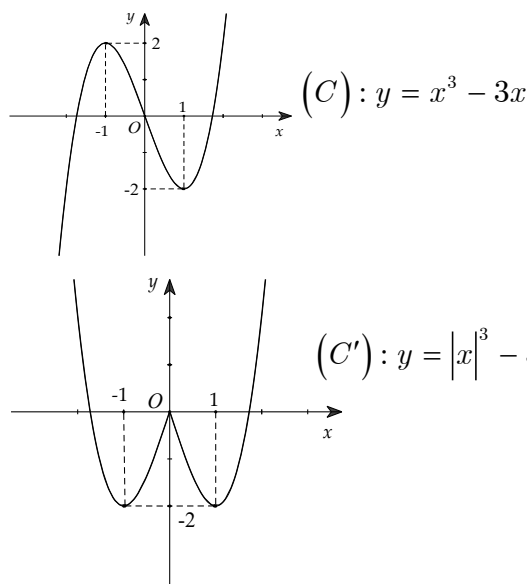
Ví dụ: Từ đồ thị $(C): y = f(x) = x^3 - 3x$ suy ra đồ

thị $(C'): y = |x|^3 - 3|x|$.

Biến đổi (C) :

Bỏ phần đồ thị của (C) bên trái Oy , giữ nguyên (C) bên phải Oy .

Lấy đối xứng phần đồ thị được giữ qua Oy .



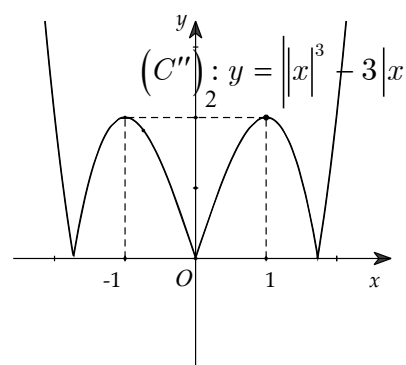
Chú ý với dạng: $y = |f(|x|)|$ ta lần lượt biến đổi 2 đồ thị $y = f(|x|)$ và $y = |f(x)|$

Ví dụ: Từ đồ thị $(C): y = f(x) = x^3 - 3x$ suy ra đồ

thị $y = ||x|^3 - 3|x||$. Biến đổi (C) để được đồ thị

$(C'): y = |x|^3 - 3|x|$. Biến đổi (C') : $y = |x|^3 - 3|x|$ ta

được đồ thị $(C''): y = ||x|^3 - 3|x||$.



Dạng 3

Từ đồ thị $(C): y = u(x).v(x)$ suy ra đồ thị $(C'): y = |u(x).v(x)|$.

Ta có: $y = |u(x).v(x)| = \begin{cases} u(x).v(x) = f(x) & \text{khi } u(x) \geq 0 \\ -u(x).v(x) = f(x) & \text{khi } u(x) < 0 \end{cases}$

* Cách vẽ (C') từ (C) :

- ☐ Giữ nguyên phần đồ thị trên miền $u(x) \geq 0$ của đồ thị $(C): y = f(x)$.
- ☐ Bỏ phần đồ thị trên miền $u(x) < 0$ của (C) , lấy đối xứng phần đồ thị bị bỏ qua Ox .

Ví dụ

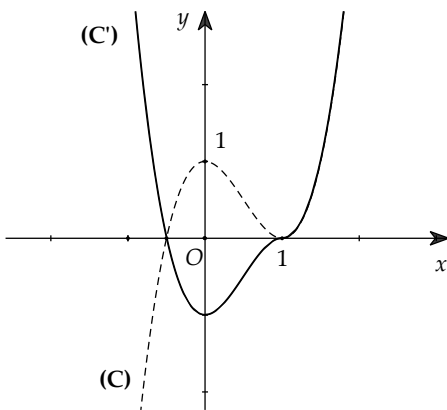
a) Từ đồ thị $(C): y = f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1$ suy ra đồ thị $(C'): y = |x - 1|(2x^2 - x - 1)$

$$y = |x - 1|(2x^2 - x - 1) = \begin{cases} f(x) & \text{khi } x \geq 1 \\ -f(x) & \text{khi } x < 1 \end{cases}$$

Đồ thị (C') :

Giữ nguyên (C) với $x \geq 1$.

Bỏ (C) với $x < 1$. Lấy đối xứng phần đồ thị bị bỏ qua qua Ox .



Nhận xét: Trong quá trình thực hiện phép suy đồ thị nên lấy đối xứng các điểm đặc biệt của (C) : giao điểm với Ox , Oy , CĐ, CT...

Ví dụ

b) Từ đồ thị $(C): y = f(x) = \frac{x}{x-1}$ suy ra đồ

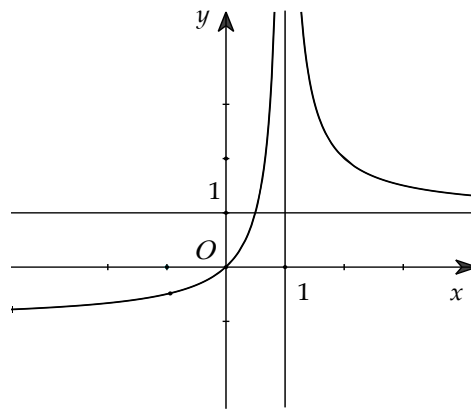
$$\text{thị } (C'): y = \frac{x}{|x-1|}$$

$$y = \frac{x}{|x-1|} = \begin{cases} \frac{x}{x-1} & \text{khi } x \in (1; +\infty) \\ -\frac{x}{x-1} & \text{khi } x \in (-\infty; 1) \end{cases}$$

Đồ thị (C') :

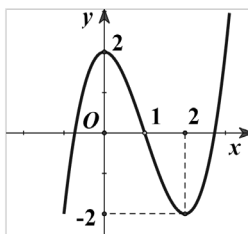
Bỏ phần đồ thị của (C) với $x < 1$, giữ nguyên (C) với $x > 1$.

Lấy đối xứng phần đồ thị bị bỏ qua qua Ox .

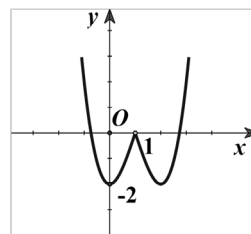


Nhận xét: Đối với hàm phân thức thì nên lấy đối xứng các đường tiệm cận để thực hiện phép suy đồ thị một cách tương đối chính xác.

Câu 95: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị như hình 1. Đồ thị hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1



Hình 2

A. $y = |x^3 - 3x^2 + 2|$. **B.** $y = |x|^3 - 3x^2 + 2$

C. $y = |x-1|(x^2 - 2x - 2)$.

D. $y = (x-1)|x^2 - 2x - 2|$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y = x^3 - 3x^2 + 2 = (x-1)(x^2 - 2x - 2)$

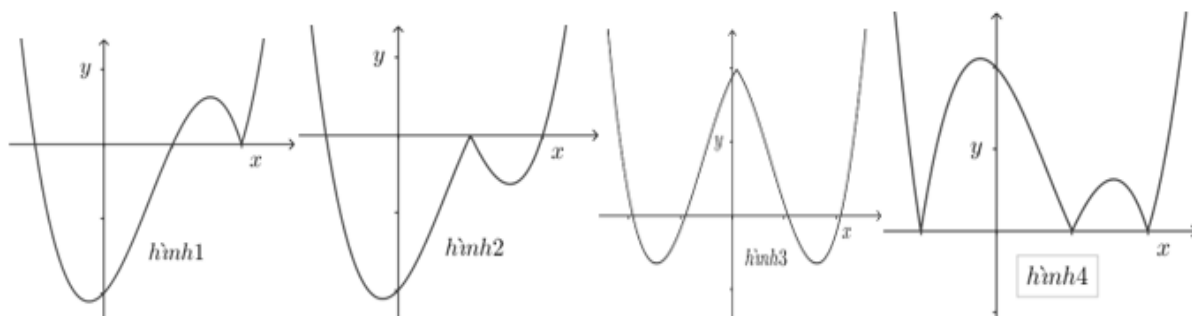
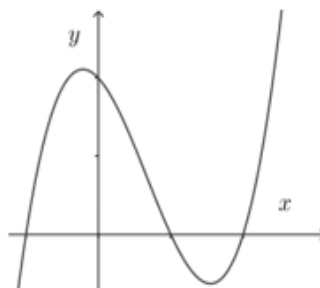
Từ đồ thị ban đầu (hình 1) sang đồ thị thứ 2 (hình 2) ta thấy

Toàn bộ đồ thị ứng với $x \geq 1$ được giữ nguyên.

Phần đồ thị ứng với $x < 1$ lấy đối xứng qua trục hoành.

⇒ **Chọn đáp án C.**

Câu 96: Hàm số $y = (x-2)(x^2-1)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hình nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y = |x-2|(x^2-1)$?



A. Hình 1

B. Hình 2

C. Hình 3

D. Hình 4

Lời giải

Chọn A

$$y = |x-2|(x^2-1) = \begin{cases} (x-2)(x^2-1), & x \geq 2 \\ -(x-2)(x^2-1), & x < 2 \end{cases} \quad \text{Đồ thị gồm 2 phần:}$$

+) Giữ nguyên phần đồ thị đã cho ứng với $x \geq 2$.

+) Lấy đối xứng phần đồ thị đã cho ứng với $x < 2$ qua trục Ox

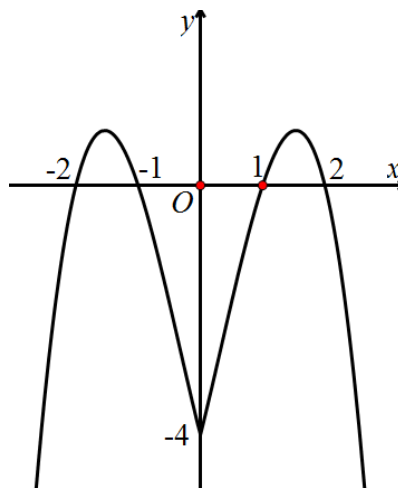
Hình 1 nhận vì đồ thị là hàm $y = |x-2|(x^2-1)$

Hình 2 loại vì đồ thị là hàm $y = (x-2)|x-1|(x+1)$

Hình 3 loại vì đồ thị hàm số $y = (|x-2|)(x^2-1)$

Hình 4 loại vì đồ thị hàm $y = |(x-2)(x^2-1)|$

Câu 97: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ như hình vẽ.



Chọn kết luận **đúng** trong các kết luận sau:

A. $f(x) = -x^3 + x^2 + 4x - 4$

B. $f(x) = x^3 - x^2 - 4x + 4$

C. $f(x) = -x^3 - x^2 + 4x - 4$

D. $f(x) = x^3 + x^2 - 4x - 4$.

Lời giải

Chọn A

Do đồ thị giao với trục Oy tại điểm có tung độ bằng -4 và $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty$.

Câu 98: Biết phương trình $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ ($a \neq 0$) có đúng hai nghiệm thực. Hỏi đồ thị hàm số $y = |ax^3 + bx^2 + cx + d|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 4.

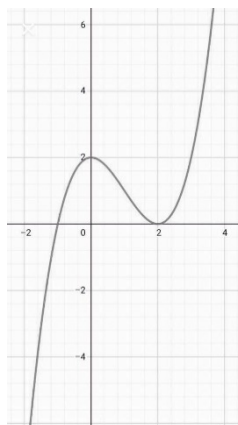
B. 5.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn D



Ta có:

Phương trình $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ ($a \neq 0$) có đúng hai nghiệm thực

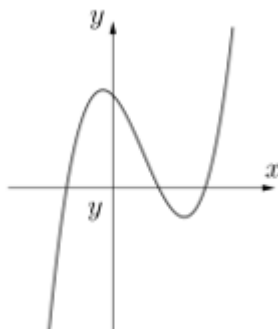
Nên đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ được minh họa như hình vẽ.

Gọi m là số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ và k là nghiệm bội lẻ của phương trình $f(x) = 0$.

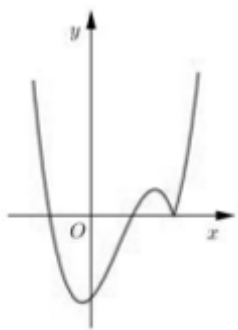
\Rightarrow Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ là $m + k$.

Vậy đồ thị hàm số $y = |ax^3 + bx^2 + cx + d|$ có số điểm cực trị là $2 + 1$.

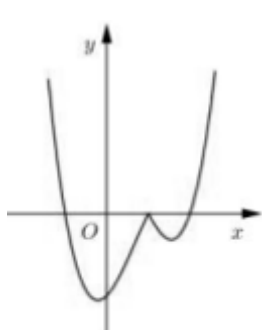
Câu 99: Cho hàm số $y = (x-2)(x^2-1)$ có đồ thị như hình vẽ



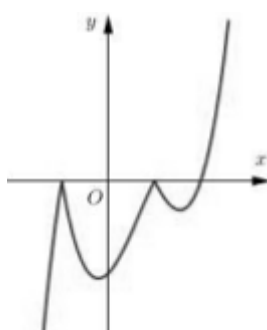
Một trong bốn hình dưới đây là đồ thị của hàm số $y = (x-2)|x^2-1|$. Hỏi đó là hình nào?



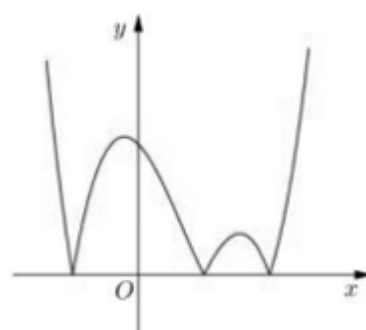
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

A. Hình 2.

B. Hình 4.

C. Hình 3.

D. Hình 1.

Lời giải

Chọn C

Gọi (C) là đồ thị hàm số $y = (x-2)(x^2-1)$.

$$\text{Ta có } y = (x-2)|x^2-1| = \begin{cases} (x-2)(x^2-1) & \text{khi } x \leq -1 \text{ hay } x \geq 1 \\ -(x-2)(x^2-1) & \text{khi } -1 < x < 1 \end{cases}.$$

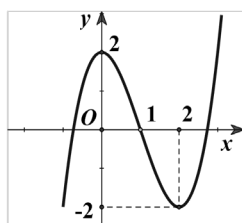
Cách vẽ đồ thị như sau:

+ Giữ nguyên phần đồ (C) ứng với $x \in (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$ ta được (C_1) .

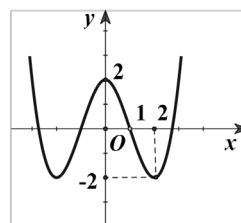
+ Lấy đối xứng phần (C) ứng với $x \in (-1; 1)$ qua trục hoành ta được (C_2) .

Khi đó đồ thị hàm số $y = (x-2)|x^2-1|$ gồm (C_1) và (C_2) .

Câu 100: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị như hình 1. Đồ thị hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1



Hình 2

A. $y = |x^3 - 3x^2 + 2|$.

B. $y = |x|^3 - 3x^2 + 2$

C. $y = |x-1|(x^2 - 2x - 2)$.

D. $y = (x-1)|x^2 - 2x - 2|$.

Lời giải

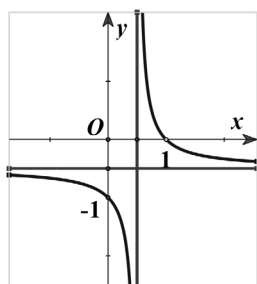
Chọn B

Từ đồ thị ban đầu (hình 1) sang đồ thị thứ 2 (hình 2) ta thấy

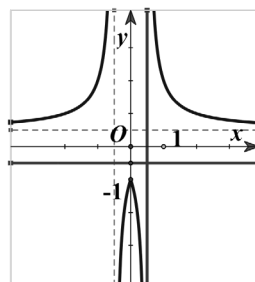
Toàn bộ đồ thị phía “phải” Oy sau đó lấy đối xứng sang trái.

⇒ **Chọn đáp án B.**

Câu 101: Cho hàm số $y = \frac{-x+1}{2x-1}$ có đồ thị như hình 1. Đồ thị hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1



Hình 2

A. $y = \frac{-x+1}{2x-1}$

B. $y = \frac{|x|+1}{2|x|-1}$

C. $y = \frac{-x+1}{2x-1}$

D. $y = \frac{-x+1}{2x-1}$

Lời giải

Chọn B

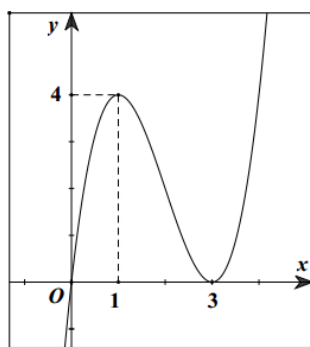
Từ đồ thị ban đầu (hình 1) sang đồ thị thứ 2 (hình 2) ta thấy

Toàn bộ đồ thị phía bên phải Oy được giữ nguyên

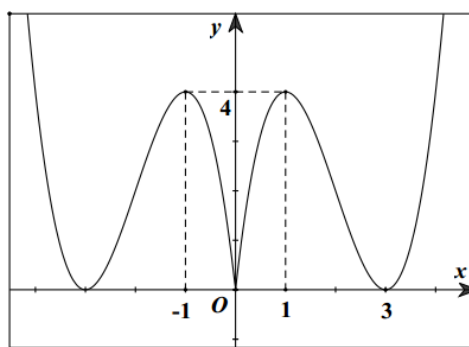
Sau đó, được lấy đối xứng sang trái.

Chọn đáp án B.

Câu 102: Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x$ có đồ thị như Hình 1. Khi đó đồ thị Hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1



Hình 2

A. $y = -x^3 + 6x^2 - 9x$ **B.** $y = |x^3 - 6x^2 + 9x|$

C. $y = |x|^3 - 6x^2 + 9|x|$ **D.** $y = |x|^3 + 6|x|^2 + 9|x|$

Lời giải

Chọn C

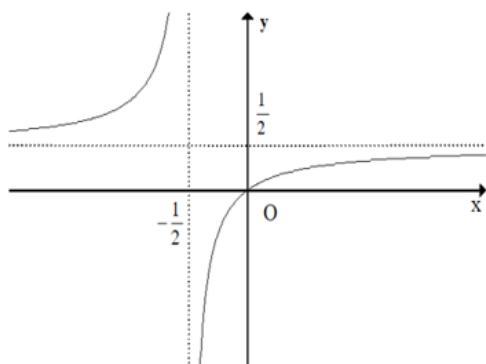
+/- Loại đáp án A vì: $y = -x^3 + 6x^2 - 9x = -(x^3 - 6x^2 + 9x)$

+/- Loại đáp án B, vì đồ thị của hàm số $y = |x^3 - 6x^2 + 9x|$ giữ lại phần đồ thị phía trên trục hoành và chỉ lấy đối xứng phần dưới trục hoành của đồ thị Hình 1.

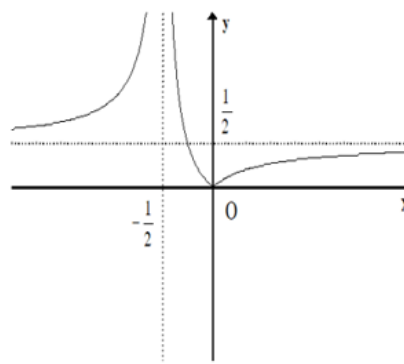
+/- Loại đáp án D vì hệ số của x^2 khác -6.

+/- Đồ thị ở đáp án C là đồ thị của hàm số dạng $y = f(|x|)$. Chọn đáp án C

Câu 103: Cho hàm số $y = \frac{x}{2x+1}$ có đồ thị như Hình 1. Đồ thị Hình 2 là của hàm số nào trong các đáp án A, B, C, D dưới đây?



Hình 1



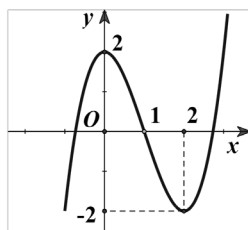
Hình 2

- A.** $y = \left| \frac{x}{2x+1} \right|$. **B.** $y = \frac{|x|}{2|x|+1}$ **C.** $y = \frac{x}{2|x|+1}$ **D.** $y = \left| \frac{|x|}{2|x|+1} \right|$

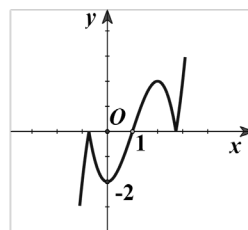
Lời giải

Chọn A

Câu 104: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị như hình 1. Đồ thị hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1



Hình 2

- A.** $y = |x^3 - 3x^2 + 2|$. **B.** $y = |x|^3 - 3x^2 + 2$
C. $y = |x-1|(x^2 - 2x - 2)$. **D.** $y = (x-1)|x^2 - 2x - 2|$.

Lời giải

Chọn D

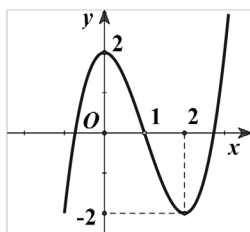
Ta có: $y = x^3 - 3x^2 + 2 = (x-1)(x^2 - 2x - 2)$

Từ đồ thị ban đầu (hình 1) sang đồ thị thứ 2 (hình 2) ta thấy

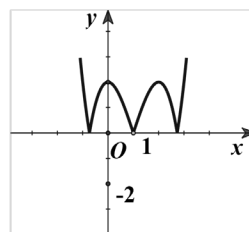
Toàn bộ đồ thị ứng với $\begin{cases} x \geq 1 + \sqrt{3} \\ x \leq 1 - \sqrt{3} \end{cases}$ được giữ nguyên.

Phần đồ thị ứng với $1 - \sqrt{3} \leq x \leq 1 + \sqrt{3}$ lấy đối xứng qua trục hoành.

Câu 105: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị như hình 1. Đồ thị hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1



Hình 2

A. $y = |x^3 - 3x^2 + 2|$. **B.** $y = |x|^3 - 3x^2 + 2$

C. $y = |x-1|(x^2 - 2x - 2)$. **D.** $y = (x-1)|x^2 - 2x - 2|$.

Lời giải

Chọn A

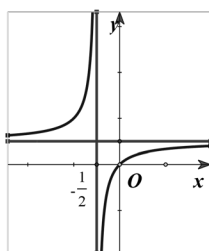
Ta có: $y = x^3 - 3x^2 + 2 = (x-1)(x^2 - 2x - 2)$

Từ đồ thị ban đầu (hình 1) sang đồ thị thứ 2 (hình 2) ta thấy

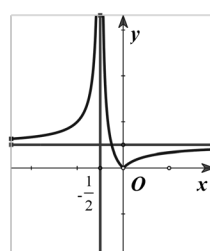
Toàn bộ đồ thị nằm phía trên Ox được giữ nguyên.

Phần đồ thị phía dưới Ox được lấy đối xứng qua Ox .

Câu 106: Cho hàm số $y = \frac{x}{2x+1}$ có đồ thị như hình 1. Đồ thị hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1



Hình 2

A. $y = \frac{x}{2|x|+1}$ **B.** $y = \frac{|x|}{2|x|+1}$ **C.** $y = \left| \frac{x}{2x+1} \right|$ **D.** $y = \left| \frac{|x|}{2|x|+1} \right|$

Lời giải

Chọn C

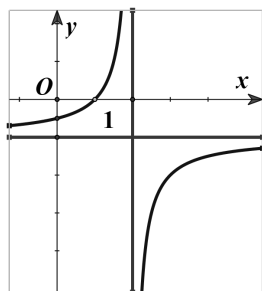
Từ đồ thị ban đầu (hình 1) sang đồ thị thứ 2 (hình 2) ta thấy

Toàn bộ đồ thị phía trên Ox giữ nguyên

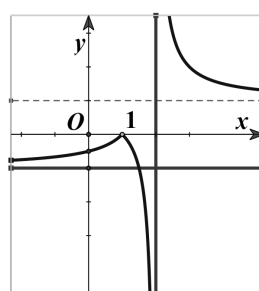
Toàn bộ phần phía dưới Ox được lấy đối xứng lên trên

\Rightarrow dạng $|f(x)|$.

Câu 107: Cho hàm số $y = \frac{-x+1}{x-2}$ có đồ thị như hình 1. Đồ thị hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1



Hình 2

A. $y = \frac{-x+1}{x-2}$.

B. $y = \frac{|x|+1}{|x|-2}$.

C. $y = \frac{-x+1}{x-2}$

D. $y = \frac{-x+1}{|x-2|}$

Lời giải

Chọn C

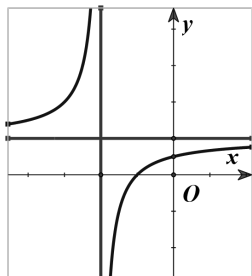
Từ đồ thị ban đầu (hình 1) sang đồ thị thứ 2 (hình 2) ta thấy

Toàn bộ đồ thị phía bên trái đường thẳng $x=1$ được giữ nguyên

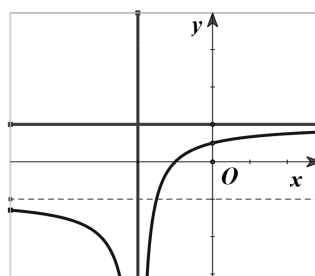
Toàn bộ đồ thị phía bên phải đường thẳng $x=1$ lấy đối xứng qua Ox

Chú ý: $y = \frac{-x+1}{x-2} = \begin{cases} \frac{-x+1}{x-2}, & x \leq 1 \\ -\frac{-x+1}{x-2}, & x > 1 \end{cases}$

Câu 108: Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x+2}$ có đồ thị như hình 1. Đồ thị hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1



Hình 2

A. $y = \frac{|x+1|}{|x+2|}$.

B. $y = \frac{|x|+1}{|x|+2}$.

C. $y = \frac{|x+1|}{x+2}$.

D. $y = \frac{x+1}{|x+2|}$.

Lời giải

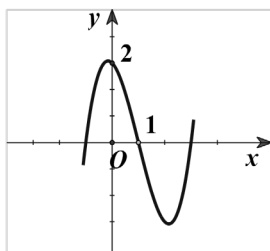
Chọn D

Từ đồ thị ban đầu (hình 1) sang đồ thị thứ 2 (hình 2) ta thấy

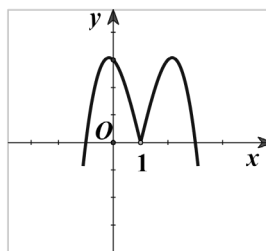
Toàn bộ đồ thị phía bên phải đường thẳng $x=-2$ được giữ nguyên

Toàn bộ đồ thị phía bên trái đường thẳng $x=-2$ lấy đối xứng qua Ox

Câu 109: Cho hàm số $y = (x-1)(x^2 - 2x - 3)$ có đồ thị như hình 1. Đồ thị hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1



Hình 2

A. $y = |(x-1)(x^2-2x-3)|$.

B. $y = |x-1|(x^2-2x-3)$.

C. $y = -|x-1|(x^2-2x-3)$

D. $y = (x-1)|x^2-2x-3|$

Lời giải

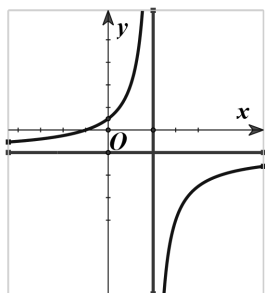
Chọn C

Từ đồ thị ban đầu (hình 1) sang đồ thị thứ 2 (hình 2) ta thấy

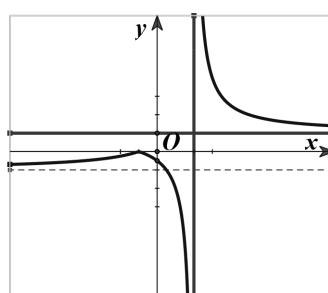
Toàn bộ đồ thị nằm bên trái (ứng với $x \leq 1$) đường thẳng $x=1$ được giữ nguyên

Toàn bộ đồ thị nằm bên phải (ứng với $x > 1$) đường thẳng $x=1$ được lấy đối xứng qua Ox .

Câu 110: Cho hàm số $y = \frac{x+1}{-x+2}$ có đồ thị như hình 1. Đồ thị hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1



Hình 2

A. $y = \frac{|x+1|}{x+2}$.

B. $y = \frac{|x+1|}{x-2}$.

C. $y = \frac{|x+1|}{-x+2}$.

D. $y = \frac{x+1}{|x+2|}$.

Lời giải

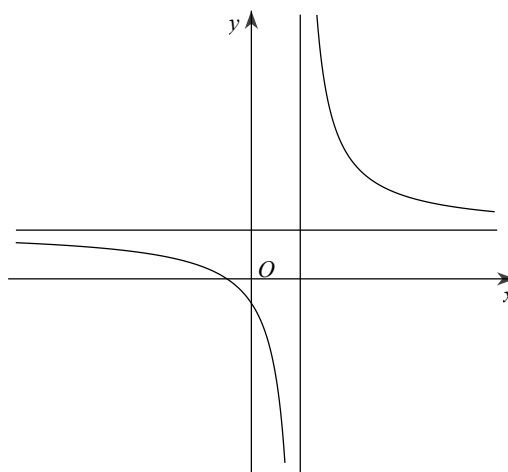
Chọn B

Từ đồ thị ban đầu (hình 1) sang đồ thị thứ 2 (hình 2) ta thấy

Toàn bộ đồ thị phía bên trái đường thẳng $x=-1$ (ứng với $x \leq -1$) được giữ nguyên

Toàn bộ đồ thị phía bên phải đường thẳng $x=-1$ (ứng với $x > -1$) được lấy đối xứng qua trục Ox .

Câu 111: Cho hàm số $y = \frac{bx-c}{x-a}$ ($a \neq 0$ và $a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào dưới đây đúng?



A. $a > 0, b < 0, c - ab < 0$.

B. $a > 0, b > 0, c - ab < 0$.

C. $a < 0, b > 0, c - ab < 0$.

D. $a < 0, b < 0, c - ab > 0$.

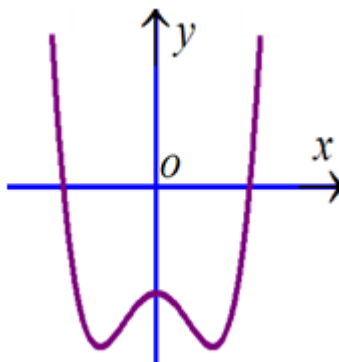
Lời giải

Chọn B

Dựa vào hình vẽ, đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = b > 0$, tiệm cận đứng $x = a > 0$.

Hàm số nghịch biến trên từng khoảng của tập xác định nên $c - ab < 0$, đáp án $a > 0, b > 0, c - ab < 0$.

Câu 112: Đường cong hình bên là đồ thị hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ với a, b, c là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a < 0, b > 0, c < 0$. B. $a < 0, b < 0, c < 0$.

C. $a > 0, b < 0, c < 0$. D. $a > 0, b < 0, c > 0$.

Lời giải

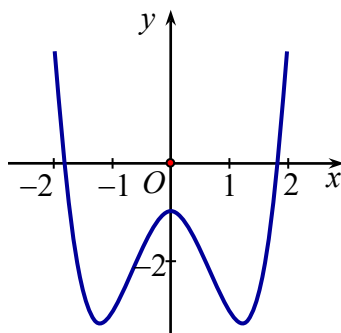
Chọn C

Đồ thị hàm số có nhánh cuối cùng hướng lên nên $a > 0$.

Đồ thị hàm số có 3 cực trị nên $ab < 0$ mà $a > 0$ nên $b < 0$.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên $c < 0$.

Câu 113: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình bên.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** $a > 0, b < 0, c > 0$. **B.** $a > 0, b < 0, c < 0$. **C.** $a > 0, b > 0, c < 0$. **D.** $a < 0, b > 0, c < 0$.

Lời giải

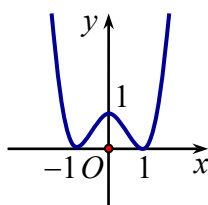
Chọn B

Do đồ thị cắt Oy tại $M(0; c)$ nằm dưới trục Ox nên $c < 0$.

Vì $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = +\infty$ nên $a > 0$.

Hàm số có ba điểm cực trị nên $ab < 0 \Rightarrow b < 0$

Câu 114: Giả sử hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị là hình bên dưới.



Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A.** $a > 0, b < 0, c = 1$. **B.** $a > 0, b > 0, c = 1$.
C. $a < 0, b > 0, c = 1$. **D.** $a > 0, b > 0, c > 0$.

Lời giải

Chọn A

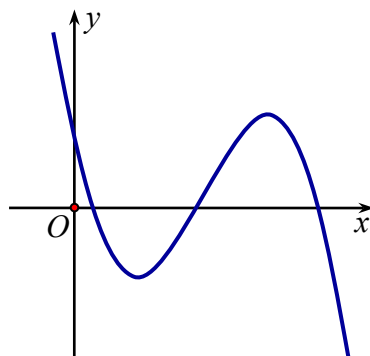
Dựa vào đồ thị ta có:

+ Đồ thị hướng lên nên $a > 0$, loại đáp án $a < 0, b > 0, c = 1$

+ Với $x = 0 \Rightarrow y = c = 1$ nên loại đáp án $a > 0, b > 0, c > 0$

+ Có 3 cực trị nên $ab < 0$ suy ra $b < 0$.

Câu 115: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ



Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $a < 0, b > 0, c < 0, d > 0$. **B.** $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$.
C. $a < 0, b < 0, c < 0, d > 0$. **D.** $a < 0, b > 0, c > 0, d > 0$.

Lời giải

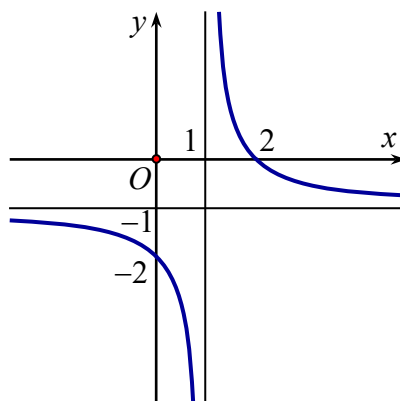
Chọn A

Do đồ thị ở nhánh phải đi xuống nên $a < 0$. Loại phương án $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$

Do hai điểm cực trị dương nên $x_1 + x_2 = -\frac{2b}{3a} > 0 \Rightarrow ab < 0$ và $a < 0 \Rightarrow b > 0$. Loại

$a < 0, b < 0, c < 0, d > 0, x_1 x_2 = \frac{c}{3a} > 0 \Rightarrow c < 0$. Loại phương án $a < 0, b > 0, c > 0, d > 0$

Câu 116: Cho hàm số $y = \frac{ax-b}{x-1}$ có đồ thị như hình dưới.



Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $b < 0 < a$.

B. $0 < b < a$.

C. $b < a < 0$.

D. $0 < a < b$.

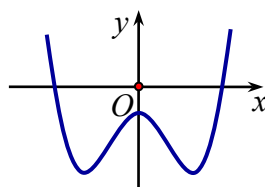
Lời giải

Chọn C

Nhìn vào đồ thị ta thấy: Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = a$ và tiệm cận đứng $x = 1$. Đồ thị

cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $x = \frac{b}{a} > 1$. Ta có:
$$\begin{cases} \frac{a}{-1} = 1 \\ \frac{b}{a} > 1 \end{cases} \Leftrightarrow b < a = -1 < 0.$$

Câu 117: Cho hàm số bậc bốn $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a > 0, b < 0, c < 0$.

B. $a > 0, b > 0, c < 0$.

C. $a > 0, b < 0, c > 0$.

D. $a < 0, b > 0, c < 0$.

Lời giải

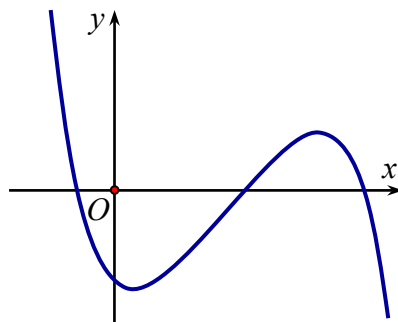
Chọn A

Dựa vào hình dáng của đồ thị suy ra $a > 0$. Loại $a < 0, b > 0, c < 0$

Đồ thị hàm số có ba điểm cực trị nên $ab < 0$. Loại $a > 0, b > 0, c < 0$

Giao điểm của đồ thị với trục tung tại điểm có tung độ âm nên $c < 0$. Loại $a > 0, b < 0, c > 0$

Câu 118: Cho hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a > 0; b > 0; c > 0; d < 0$.

B. $a < 0; b > 0; c > 0; d < 0$.

C. $a < 0; b < 0; c > 0; d < 0$.

D. $a < 0; b < 0; c < 0; d < 0$.

Lời giải

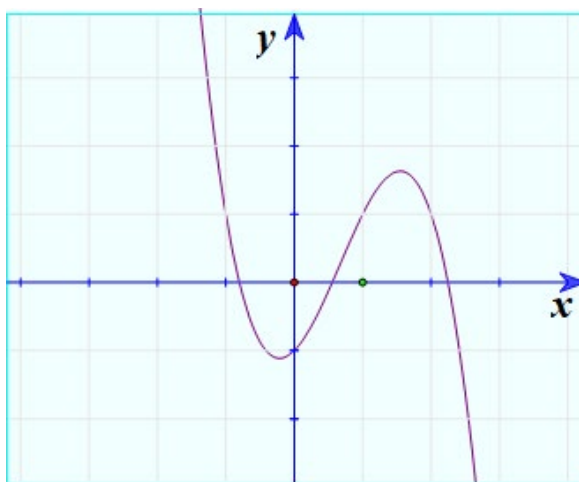
Chọn B

Từ hình dáng đồ thị cho ta biết $a < 0$.

Cho $x = 0 \Rightarrow f(0) = d < 0$. Ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$ ($a \neq 0$). Từ đồ thị hàm số ta thấy hoành độ hai điểm cực trị trái dấu, suy ra $ac < 0$ mà theo trên $a < 0 \Rightarrow c > 0$.

Từ đồ thị hàm số ta thấy tổng hoành độ của cực đại và cực tiểu dương nên $-\frac{2b}{3a} > 0 \Rightarrow b > 0$. (vì $a < 0$)

Câu 119: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0$.

B. $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$.

C. $a < 0, b < 0, c < 0, d < 0$.

D. $a < 0, b > 0, c < 0, d < 0$.

Lời giải

Chọn B

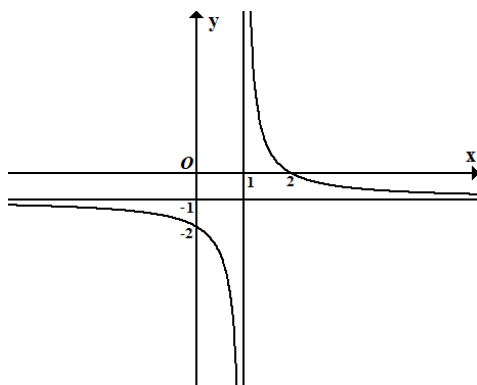
$$y = ax^3 + bx^2 + cx + d \Rightarrow y' = 3ax^2 + 2bx + c.$$

Từ đồ thị ta có: hàm số có hai điểm cực trị $\begin{cases} x_1 < 0 < x_2 \\ |x_1| < x_2 \end{cases}$, đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ

âm và $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty$.

$$\text{Suy ra } \begin{cases} a < 0 \\ d < 0 \\ x_1 + x_2 = -\frac{2b}{3a} > 0 \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{3a} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ d < 0 \\ b > 0 \\ c > 0 \end{cases}.$$

Câu 120: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ có đồ thị như hình bên với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Tính giá trị của biểu thức $T = a - 3b + 2c$?



A. $T = 12$.

B. $T = 10$.

C. $T = -9$.

D. $T = -7$.

Lời giải

Chọn C

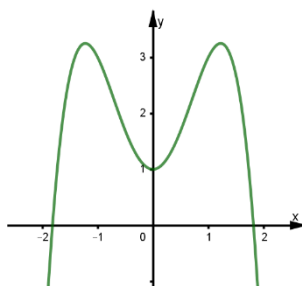
Đồ thị hàm số có $x = 1$ là tiệm cận đứng nên $c = -1$.

Đồ thị hàm số có $y = -1$ là tiệm cận ngang nên $a = -1$.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -2 nên $\frac{b}{c} = -2$ do đó $b = 2$.

Vậy $T = a - 3b + 2c = -1 - 3 \cdot 2 + 2(-1) = -9$.

Câu 121: Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ với $a \neq 0$ có đồ thị như hình vẽ:



Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?

A. $a < 0$; $b > 0$; $c > 0$. B. $a > 0$; $b < 0$; $c > 0$.

C. $a < 0$; $b < 0$; $c > 0$. **D.** $a < 0$; $b > 0$; $c < 0$.

Lời giải

Chọn A

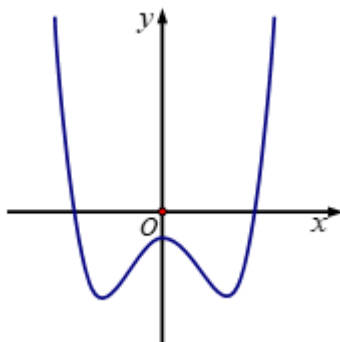
Ta có nhánh bên phải đồ thị đi xuống, suy ra $a < 0$.

Mặt khác do đồ thị có ba cực trị suy ra $ab < 0$ mà $a < 0 \Rightarrow b > 0$.

Mà giao điểm của đồ thị với trục Oy tại điểm có tung độ $y = c > 0$.

Vậy chọn đáp án $a < 0$; $b > 0$; $c > 0$.

Câu 122: Từ đồ thị hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ (a khác 0) được cho dạng như hình vẽ, ta có



A. $a > 0, b < 0, c < 0$. **B.** $a > 0, b > 0, c < 0$.

C. $a < 0, b > 0, c < 0$. **D.** $a > 0, b < 0, c > 0$.

Lời giải

Chọn A

Đồ thị có dạng quay lên nên $a > 0$.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ nhỏ hơn 0 nên $c < 0$.

Do đồ thị hàm số có ba điểm cực trị nên $a.b < 0 \Rightarrow b < 0$.

Câu 123: Bảng biến thiên trong hình bên dưới của hàm số nào dưới đây?

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$		
y'		$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$			4		$-\infty$

A. $y = \frac{x-1}{2x-1}$.

B. $y = x^4 - 2x^2 - 3$. **C.** $y = -x^3 + 3x + 2$. **D.** $y = x^3 - 3x + 4$.

Lời giải

Chọn C

Theo bảng biến thiên ta có hàm số là một hàm có hai cực trị và có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty$ nên chọn đáp án

$y = -x^3 + 3x + 2$.

Câu 124: Bảng biến thiên dưới đây là của hàm số nào?

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'		$-$	$-$
y	1	$+\infty$	1

A. $y = \frac{2x+1}{x-2}$.

B. $y = \frac{x-1}{2x+2}$.

C. $y = \frac{x+1}{x-2}$.

D. $y = \frac{x+3}{2+x}$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số có tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 1$ nên hàm số phải là $y = \frac{x+1}{x-2}$.

Câu 125: Hàm số nào trong bốn hàm số sau có bảng biến thiên như hình vẽ bên?

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$			
y'	+	0	-	0	+		
y	$-\infty$	\nearrow	2	\searrow	-2	\nearrow	$+\infty$

A. $y = x^3 - 3x + 2$. B. $y = -x^3 + 3x^2 - 1$. C. $y = x^3 - 3x^2 + 2$. D. $y = x^3 + 3x^2 - 1$.

Lời giải

Chọn C

* Từ BBT ta thấy đây là BBT của hàm bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$.

* Nhánh đầu tiên đi lên nên $a > 0$ ta loại trừ đáp án $y = -x^3 + 3x^2 - 1$

* Phương trình $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$ ta loại trừ đáp án $y = x^3 - 3x + 2$ và $y = x^3 + 3x^2 - 1$

Đáp án đúng là $y = x^3 - 3x^2 + 2$

Câu 126: Cho bảng biến thiên như hình vẽ bên. Hỏi đây là bảng biến thiên của hàm số nào trong các hàm số sau?

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	-		-
y	1 ↘ $-\infty$		$+\infty$ ↘ 1

A. $y = \frac{-x+2}{x-1}$. B. $y = \frac{x+2}{x-1}$. C. $y = \frac{x+2}{x+1}$. D. $y = \frac{x-3}{x-1}$.

Lời giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên ta có đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x = 1$ và đường tiệm cận ngang là $y = 1$ nên ta loại các đáp án $y = \frac{-x+2}{x-1}$ và $y = \frac{x+2}{x-1}$

Mặt khác từ bảng biến thiên ta có hàm số nghịch biến nên loại đáp án $y = \frac{x-3}{x-1}$

Câu 127: Bảng biến thiên sau là của hàm số nào?

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
y'	-	+	-	
y	$+\infty$ ↘ -1	↗ 3	↘ $-\infty$	

A. $y = -x^3 - 3x^2 - 1$. **B.** $y = -x^3 + 3x^2 - 1$. **C.** $y = x^3 + 3x^2 - 1$. **D.** $y = x^3 - 3x^2 - 1$.

Lời giải

Chọn B

* Bảng biến thiên này là bảng biến thiên của hàm bậc ba.

* Nhánh đầu tiên của bảng biến thiên đi xuống nên ta loại $y = x^3 + 3x^2 - 1$ và $y = x^3 - 3x^2 - 1$.

* Phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm là $x = 0$ và $x = 2$ nên ta loại đáp án $y = -x^3 - 3x^2 - 1$.

* Đáp án đúng là $y = -x^3 + 3x^2 - 1$.

Câu 128: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
y'	+		+
y	$\frac{1}{2}$	$+\infty$	$\frac{1}{2}$

Hỏi hàm số đó là hàm nào?

A. $y = \frac{-x+2}{2x-1}$. **B.** $y = \frac{x+2}{2x-1}$. **C.** $y = \frac{-x-2}{2x-1}$. **D.** $y = \frac{x-2}{2x-1}$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên suy ra đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận đứng $x = \frac{1}{2}$, tiệm cận ngang

$y = \frac{1}{2}$ và hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định. Do đó chọn $y = \frac{x-2}{2x-1}$.

Câu 129: Bảng biến thiên dưới đây là của hàm số nào?

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'	-		-
y	1	$+\infty$	1

A. $y = \frac{2x+1}{x-2}$. **B.** $y = \frac{x-1}{2x+2}$. **C.** $y = \frac{x+1}{x-2}$. **D.** $y = \frac{x+3}{2+x}$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số có tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 1$ nên hàm số

phải là $y = \frac{x+1}{x-2}$

Câu 130: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	$2/3$	$+\infty$
y'		+	+
y	$2/3$	$+\infty$	$2/3$

Hàm số $y = f(x)$ là hàm số nào dưới đây?

A. $y = \frac{2x+3}{2x-3}$.

B. $y = \frac{3x-3}{2x-3}$

C. $y = \frac{2x+3}{3x+2}$.

D. $y = \frac{2x-3}{3x-2}$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng $x = \frac{2}{3}$ và 1 tiệm cận ngang là $y = \frac{2}{3}$.

Câu 131: Bảng biến thiên như hình vẽ bên là của hàm số nào trong các hàm số sau?

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y			1		-3	$+\infty$
	$-\infty$					

A. $y = x^3 + 3x - 1$.

B. $y = x^3 - 3x - 1$.

C. $y = -x^3 + 3x + 3$.

D. $y = x^4 - 2x^2 + 2$.

Lời giải

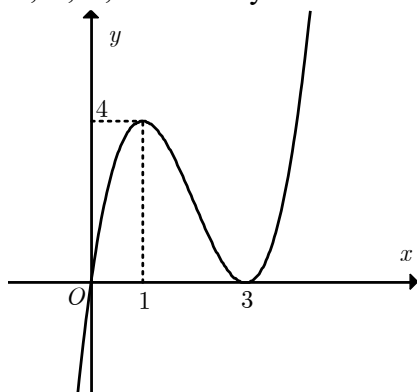
Chọn B

Đồ thị hàm số là hàm bậc ba và có hướng đi lên nên loại $y = -x^3 + 3x + 3$, $y = x^4 - 2x^2 + 2$.

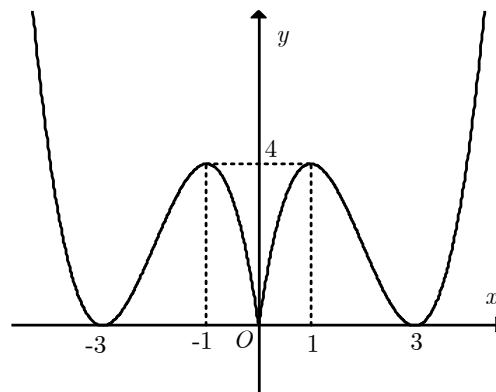
Hàm số có hai điểm cực trị $x = -1$ và $x = 1$ trái dấu $a.c < 0$ nên loại $y = x^3 + 3x - 1$.

Đáp án $y = x^3 - 3x - 1$ đúng.

Câu 132: Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x$ có đồ thị như Hình 1. Đồ thị Hình 2 là của hàm số nào trong bốn đáp án A, B, C, D dưới đây?



Hình 1



Hình 2

A. $y = -x^3 + 6x^2 - 9x$.

B. $y = |x|^3 + 6|x|^2 + 9|x|$.

C. $y = |x^3 - 6x^2 + 9x|$.

D. $y = |x|^3 - 6x^2 + 9|x|$.

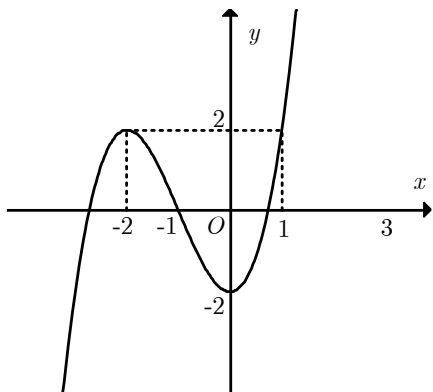
Lời giải

Chọn D

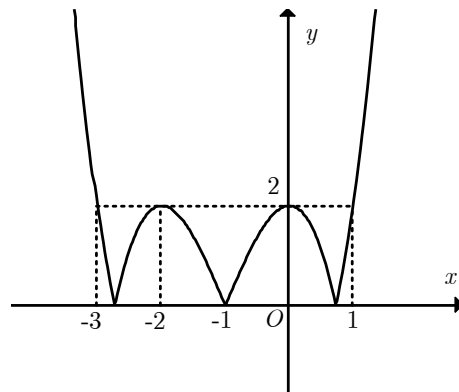
Nhắc lại lí thuyết: Đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ được suy ra từ đồ thị hàm số $y = f(x)$ bằng cách

- Giữ nguyên phần đồ thị hàm số $y = f(x)$ với $x \geq 0$.
- Sau đó lấy đối xứng phần đồ thị vừa giữ ở trên qua trục Oy .

Câu 133: Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 2$ có đồ thị như Hình 1. Đồ thị Hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1



Hình 2

- A.** $y = |x|^3 + 3|x|^2 - 2$. **B.** $y = |x^3 + 3x^2 - 2|$. **C.** $y = ||x|^3 + 3x^2 - 2|$. **D.** $y = -x^3 - 3x^2 + 2$.

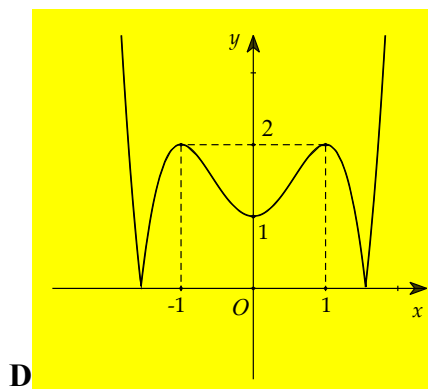
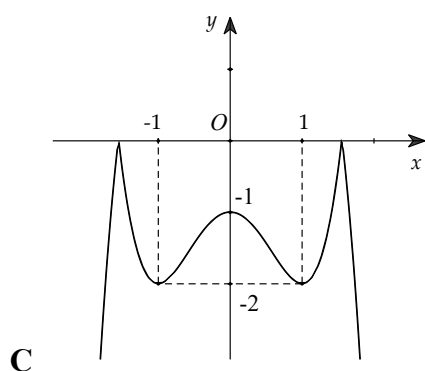
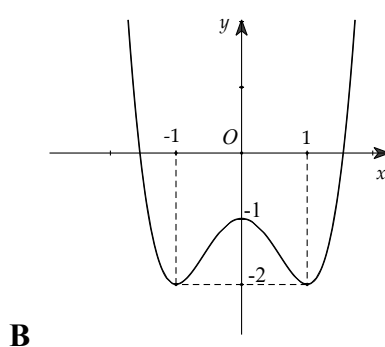
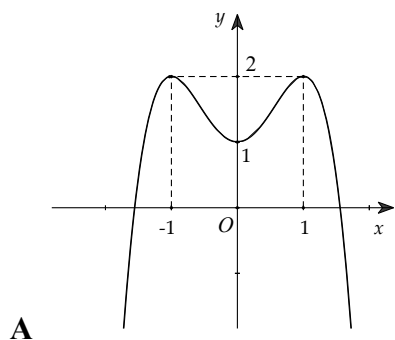
Lời giải

Chọn B

Nhắc lại lí thuyết: Đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ được suy ra từ đồ thị hàm số $y = f(x)$ bằng cách

- Giữ nguyên phần đồ thị hàm số $y = f(x)$ với $y \geq 0$.
- Lấy đối xứng phần đồ thị hàm số $y = f(x)$ với $y < 0$ qua trục Ox .

Câu 134: Trong các đồ thị hàm số sau, đồ thị nào là đồ thị của hàm số $y = |2x^2 - x^4 + 1|$?



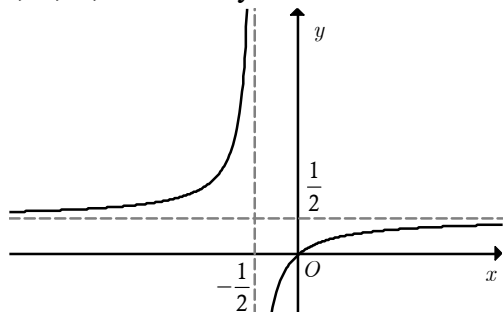
Lời giải

Chọn D

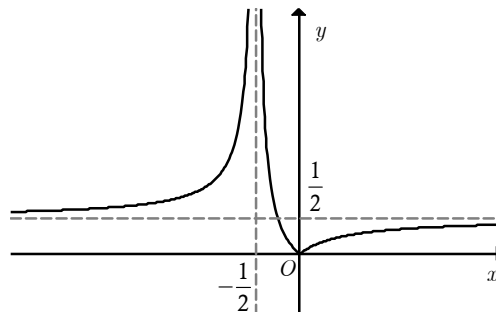
Ta có $y = |2x^2 - x^4 + 1| \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \longrightarrow$ đồ thị luôn nằm phía trên trục hoành.

Câu 135: Cho hàm số $y = \frac{x}{2x+1}$ có đồ thị như Hình 1. Đồ thị Hình 2 là của hàm số nào trong các đáp án

A, B, C, D dưới đây?



Hình 1



Hình 2

A. $y = \left| \frac{x}{2x+1} \right|.$

B. $y = \frac{|x|}{2|x|+1}.$

C. $y = \frac{x}{2|x|+1}.$

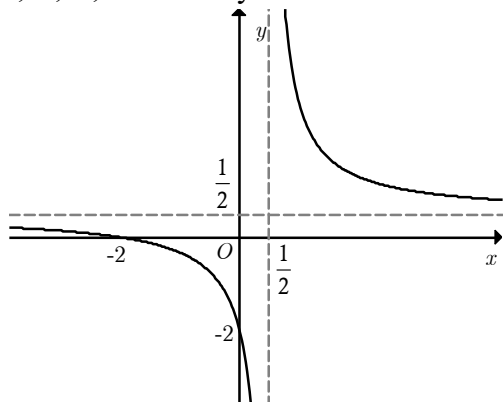
D. $y = \left| \frac{|x|}{2|x|+1} \right|.$

Lời giải

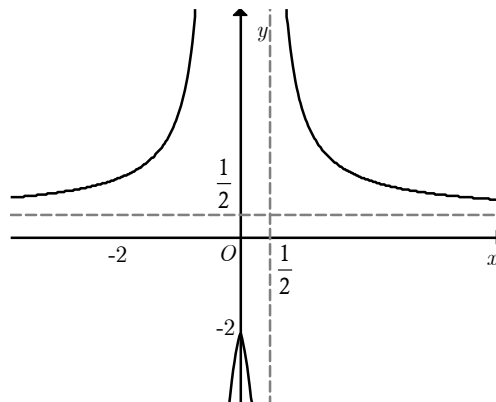
Chọn A

Câu 136: Cho hàm số $y = \frac{x+2}{2x-1}$ có đồ thị như Hình 1. Đồ thị Hình 2 là của hàm số nào trong các đáp án

A, B, C, D dưới đây?



Hình 1



Hình 2

A. $y = -\left(\frac{x+2}{2x-1} \right).$

B. $y = \frac{|x|+2}{2|x|-1}$

C. $y = \left| \frac{x+2}{2x-1} \right|.$

D. $y = \frac{|x|+2}{2x-1}.$

Lời giải

Chọn B

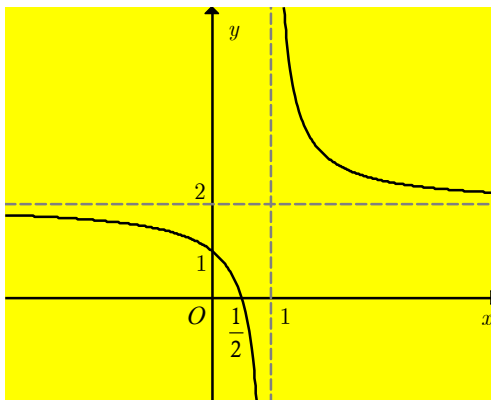
Câu 137: Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$ có

đồ thị như hình bên. Hỏi đồ

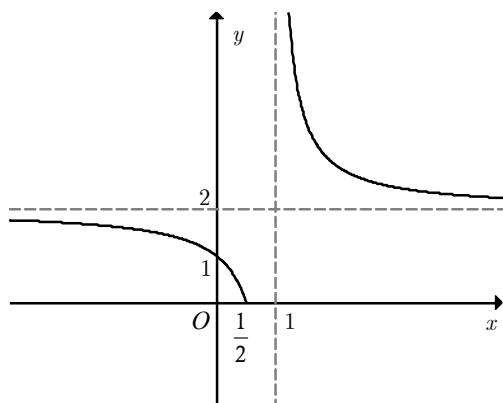
thị hàm số $y = \frac{|2x-1|}{x-1}$ có đồ

thị là hình nào trong các đáp

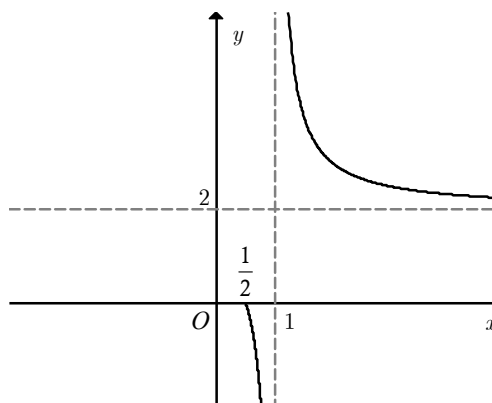
án sau:



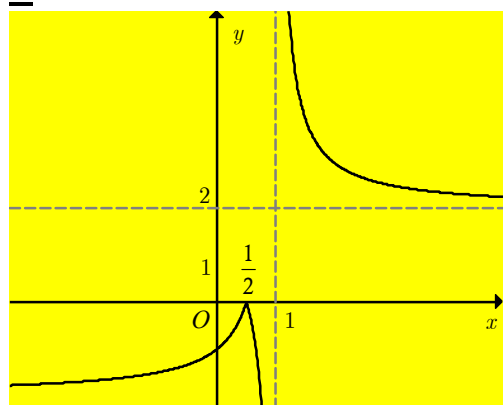
A



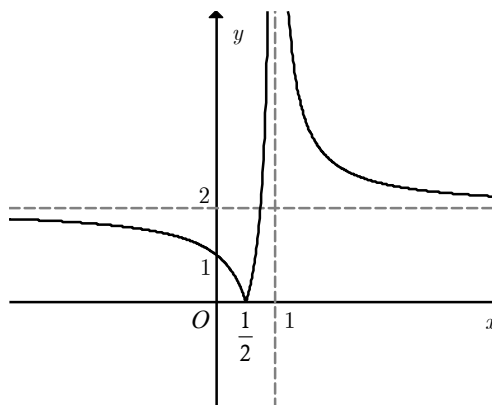
B



C



D



Lời giải

Chọn C

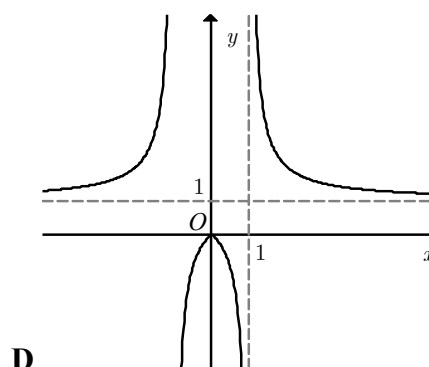
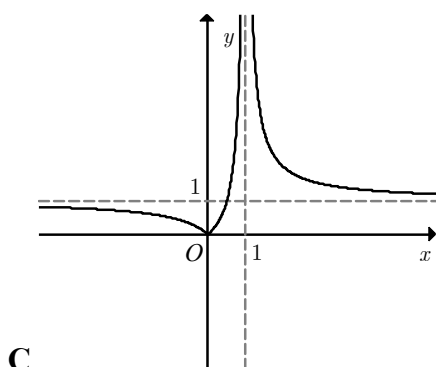
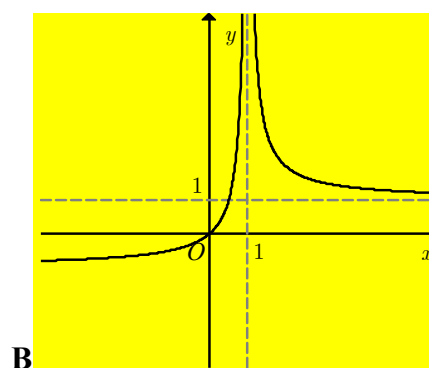
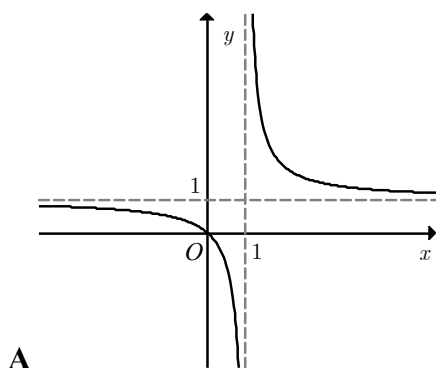
$$\text{Ta có } y = \frac{|2x-1|}{x-1} = \begin{cases} \frac{2x-1}{x-1} & \text{khi } x \geq \frac{1}{2} \\ -\frac{2x-1}{x-1} & \text{khi } x < \frac{1}{2} \end{cases}$$

Do đó đồ thị hàm số $y = \frac{|2x-1|}{x-1}$ được suy từ đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$ bằng cách:

- Giữ nguyên phần đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$ phía bên phải đường thẳng $x = \frac{1}{2}$.
- Phần đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$ phía bên trái đường thẳng $x = \frac{1}{2}$ thì lấy đối xứng qua trục hoành.

Hợp hai phần đồ thị ở trên ta được toàn bộ đồ thị hàm số $y = \frac{|2x-1|}{x-1}$.

Câu 138: Trong các đồ thị hàm số sau, đồ thị nào là đồ thị của hàm số $y = \frac{x}{|x-1|}$?



Lời giải

Chọn B

Ta có $y = \frac{x}{|x-1|} = \begin{cases} \frac{x}{x-1} & \text{khi } x > 1 \\ -\frac{x}{x-1} & \text{khi } x < 1 \end{cases}$.

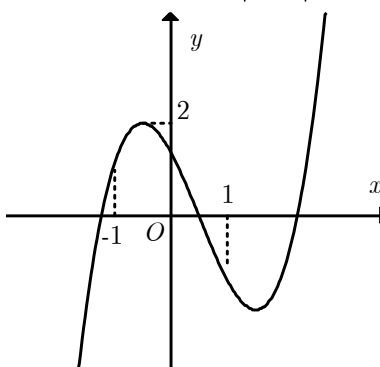
Do đó đồ thị hàm số $y = \frac{x}{|x-1|}$ được suy từ đồ thị hàm số $y = \frac{x}{x-1}$ bằng cách:

- Giữ nguyên phần đồ thị hàm số $y = \frac{x}{x-1}$ phía bên phải đường thẳng $x = 1$.
- Phần đồ thị hàm số $y = \frac{x}{x-1}$ phía bên trái đường thẳng $x = 1$ thì lấy đối xứng qua trục hoành.

Hợp hai phần đồ thị ở trên ta được toàn bộ đồ thị hàm số $y = \frac{x}{|x-1|}$.

Câu 139: Hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A.** $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$.
- B.** $a < 0, b < 0, c < 0, d < 0$.
- C.** $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.
- D.** $a > 0, b > 0, c > 0, d < 0$.



Lời giải

Chọn C

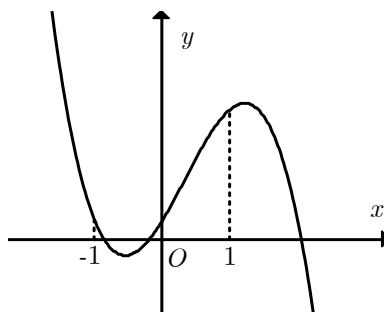
Đồ thị hàm số thể hiện $a > 0$; cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên $d > 0$.

$$\text{Hàm số có } -1 < x_{\text{CD}} < 0, x_{\text{CT}} > 1 \longrightarrow \begin{cases} x_{\text{CD}} + x_{\text{CT}} > 0 \\ x_{\text{CD}} \cdot x_{\text{CT}} < 0 \end{cases} \quad (*)$$

$$\text{Ta có } y' = 3ax^2 + 2bx + c = 0. \text{ Do đó } (*) \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{2b}{3a} > 0 \longrightarrow \frac{b}{a} < 0 \xrightarrow{a>0} b < 0 \\ \frac{c}{3a} < 0 \longrightarrow \frac{c}{a} < 0 \xrightarrow{a>0} c < 0 \end{cases}.$$

Vậy $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

Câu 140: Hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây là đúng?



- A.** $a < 0, b > 0, c > 0, d > 0$.
- B.** $a < 0, b < 0, c < 0, d > 0$.
- C.** $a < 0, b < 0, c > 0, d > 0$.
- D.** $a < 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

Lời giải

Chọn A

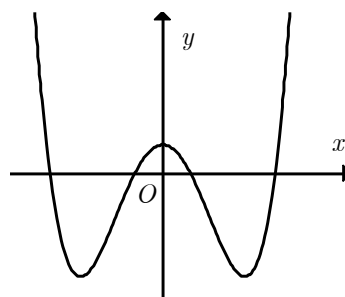
Đồ thị hàm số thể hiện $a < 0$; cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên $d > 0$.

$$\text{Hàm số có } x_{\text{CD}} > 1, -1 < x_{\text{CT}} < 0 \longrightarrow \begin{cases} x_{\text{CD}} + x_{\text{CT}} > 0 \\ x_{\text{CD}} \cdot x_{\text{CT}} < 0 \end{cases} \quad (*)$$

$$\text{Ta có } y' = 3ax^2 + 2bx + c = 0. \text{ Do đó } (*) \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{2b}{3a} > 0 \longrightarrow \frac{b}{a} < 0 \xrightarrow{a<0} b > 0 \\ \frac{c}{3a} < 0 \longrightarrow \frac{c}{a} < 0 \xrightarrow{a<0} c > 0 \end{cases}.$$

Vậy $a < 0, b > 0, c > 0, d > 0$.

Câu 141: Hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây là đúng?



- A.** $a > 0, b > 0, c < 0$.
- B.** $a > 0, b < 0, c < 0$.
- C.** $a > 0, b < 0, c > 0$.
- D.** $a < 0, b > 0, c < 0$.

Lời giải

Chọn C

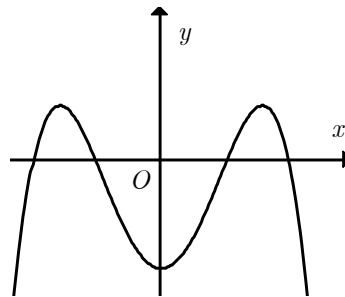
Đồ thị hàm số thể hiện $a > 0$.

Đồ thị hàm số có ba điểm cực trị nên $ab < 0 \xrightarrow{a>0} b < 0$.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên $c > 0$.

Vậy $a > 0, b < 0, c > 0$.

Câu 142: Hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây là đúng?



- A. $a < 0, b > 0, c > 0$.
- B. $a < 0, b > 0, c < 0$.
- C. $a < 0, b < 0, c > 0$.
- D. $a < 0, b < 0, c < 0$.

Lời giải

Chọn B

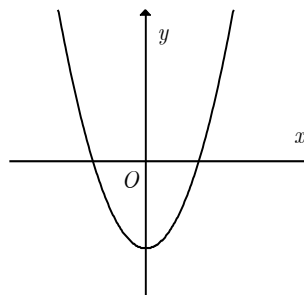
Đồ thị hàm số thể hiện $a < 0$.

Đồ thị hàm số có ba điểm cực trị nên $ab < 0 \rightarrow b > 0$.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên $c < 0$.

Vậy $a < 0, b > 0, c < 0$.

Câu 143: Hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây là đúng?



- A. $a > 0, b \geq 0, c < 0$.
- B. $a > 0, b < 0, c \leq 0$.
- C. $a > 0, b \geq 0, c > 0$.
- D. $a < 0, b < 0, c < 0$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào dáng điệu đồ thị suy ra $a > 0$.

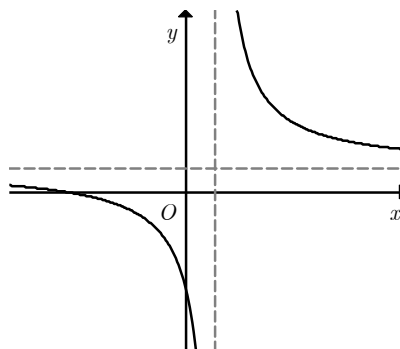
Hàm số có 1 điểm cực trị nên $ab \geq 0 \xrightarrow{a>0} b \geq 0$.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên $c < 0$.

Vậy $a > 0, b \geq 0, c < 0$.

Câu 144: Hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ với $a > 0$

có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây là đúng?



- A. $b > 0, c > 0, d < 0$.
- B. $b > 0, c < 0, d < 0$.
- C. $b < 0, c < 0, d < 0$.
- D. $b < 0, c > 0, d < 0$.

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị hàm số, ta thấy

• Khi $y = 0 \rightarrow x = -\frac{b}{a} < 0 \xrightarrow{a>0} b > 0$.

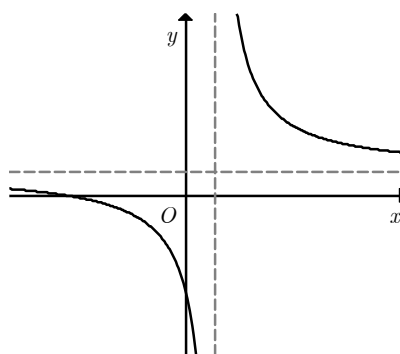
• Khi $x = 0 \rightarrow y = \frac{b}{d} < 0 \xrightarrow{b>0} d < 0$.

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -\frac{d}{c} > 0 \xrightarrow{d < 0} c > 0$.

Vậy $b > 0, c > 0, d < 0$.

Câu 145: Hàm số $y = \frac{bx-c}{x-a}$ ($a \neq 0$;

$a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây là đúng?



A. $a > 0, b > 0, c - ab < 0$.

B. $a > 0, b > 0, c - ab > 0$.

C. $a > 0, b > 0, c - ab = 0$.

D. $a > 0, b < 0, c - ab < 0$.

Lời giải

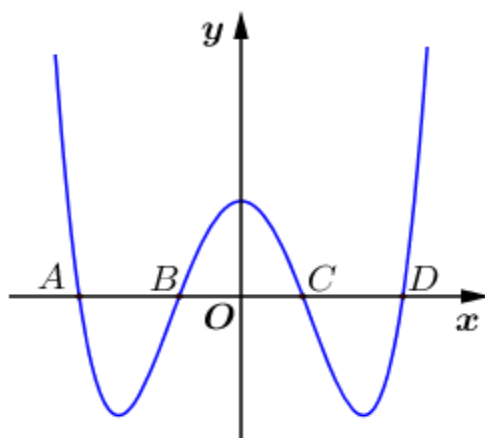
Chọn A

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = a > 0$; tiệm cận ngang $y = b > 0$.

Mặt khác, ta thấy dạng đồ thị là đường cong đi xuống từ trái sang phải trên các khoảng xác định của nó nên $y' = \frac{c-ab}{(x-a)^2} < 0, \forall x \neq a \longrightarrow c - ab < 0$.

Vậy $a > 0, b > 0, c - ab < 0$.

Câu 146: Đồ thị hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ cắt trục hoành tại bốn điểm A, B, C, D phân biệt như hình vẽ bên.



Biết rằng $AB = BC = CD$, mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $a > 0, b < 0, c > 0, 100b^2 = 9ac$.

B. $a > 0, b > 0, c > 0, 9b^2 = 100ac$.

C. $a > 0, b < 0, c > 0, 9b^2 = 100ac$.

D. $a > 0, b > 0, c > 0, 100b^2 = 9ac$.

Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số quay lên nên $a > 0$.

Đồ thị hàm số có ba điểm cực trị nên $b < 0$.

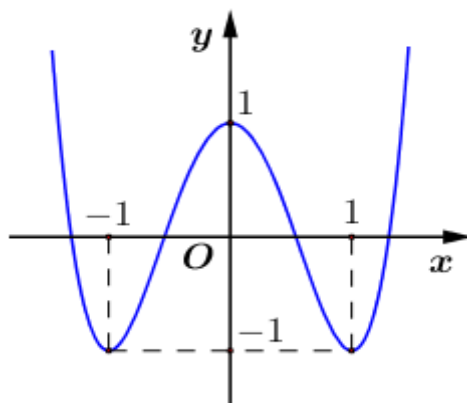
Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên $c > 0$.

Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 4 điểm $A(-\sqrt{x_1}; 0)$, $B(-\sqrt{x_2}; 0)$, $C(\sqrt{x_2}; 0)$ và $A(\sqrt{x_1}; 0)$.

Mà $AB = BC = CD \Leftrightarrow -\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = 2\sqrt{x_1} \Leftrightarrow \sqrt{x_2} = 3\sqrt{x_1} \Leftrightarrow x_2 = 9x_1$.

$$\text{Khi đó: } \begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \\ x_1 x_2 = \frac{c}{a} \\ x_2 = 9x_1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -\frac{b}{10a} \\ x_2 = -\frac{9b}{10a} \\ x_1 x_2 = c \end{cases} \Leftrightarrow \frac{b}{10a} \cdot \frac{9b}{10a} = c \Leftrightarrow 9b^2 = 100ac$$

Câu 147: Biết rằng hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên.



Tính giá trị $f(a+b+c)$.

A. $f(a+b+c) = -1$.

B. $f(a+b+c) = 2$.

C. $f(a+b+c) = -2$.

D. $f(a+b+c) = 1$.

Lời giải

Chọn A

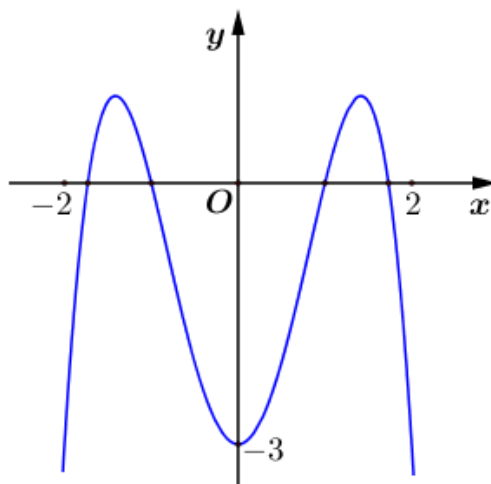
Dựa vào đồ thị hàm số ta có: điểm cực tiểu và cực đại của đồ thị hàm số là $A(1; -1)$, $B(0; 1)$.

Ta có: $y' = 4ax^3 + 2bx$

$$\text{Do đó: } \begin{cases} a + b + c = -1 \\ c = 1 \\ 4a + 2b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -4 \\ c = 1 \end{cases} \Rightarrow y = 2x^4 - 4x^2 + 1$$

Mà $a + b + c = -1 \Rightarrow f(a+b+c) = f(-1) = -1$

Câu 148: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

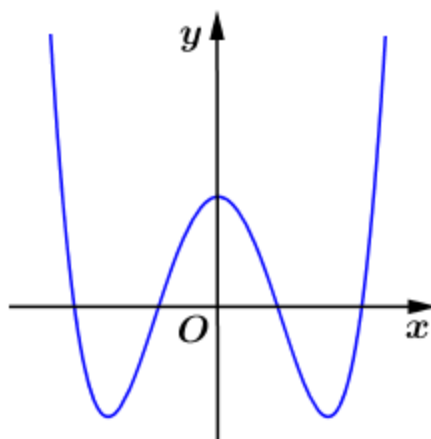
A. $a > 0, b < 0, c > 0$. **B.** $a < 0, b > 0, c < 0$. **C.** $a > 0, b > 0, c > 0$. **D.** $a > 0, b < 0, c < 0$.

Lời giải.

Chọn B

Dựa vào đồ thị hàm số ta có: $a < 0, b > 0$ (do hàm số có 3 cực trị) và $c < 0$.

Câu 149: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

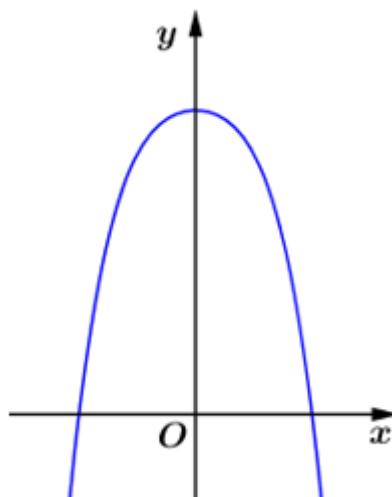
A. $a > 0, b < 0, c < 0$. **B.** $a < 0, b > 0, c > 0$. **C.** $a > 0, b > 0, c > 0$. **D.** $a > 0, b < 0, c > 0$.

Lời giải.

Chọn D

Dựa vào đồ thị hàm số ta có: $a > 0, b < 0$ (do hàm số có 3 cực trị) và $c > 0$.

Câu 150: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Kết luận nào sau đây là đúng?

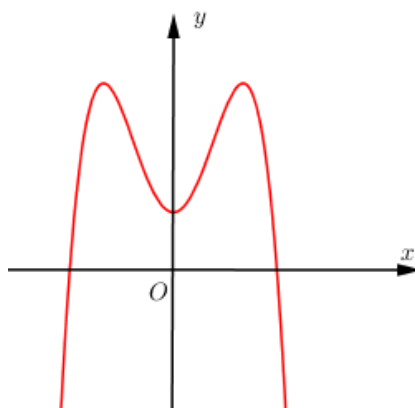
- A.** $a < 0, b \leq 0, c > 0$. **B.** $a < 0, b < 0, c < 0$. **C.** $a > 0, b > 0, c > 0$. **D.** $a < 0, b > 0, c \geq 0$.

Lời giải.

Chọn A

Dựa vào đồ thị hàm số ta có: $a < 0, b \leq 0$ (do hàm số có 1 cực trị) và $c > 0$.

Câu 151: Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị của hàm số như hình vẽ bên. Kết luận nào sau đây là đúng?



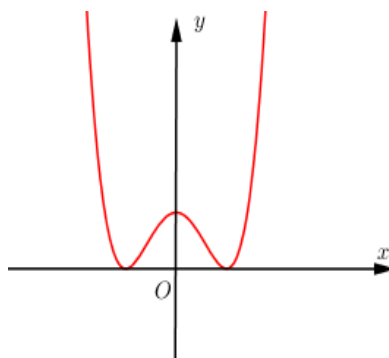
- A.** $a > 0, b < 0, c > 0$. **B.** $a < 0, b < 0, c > 0$. **C.** $a < 0, b > 0, c > 0$. **D.** $a < 0, b > 0, c < 0$.

Lời giải.

Chọn C

Dựa vào đồ thị hàm số ta có: $a < 0, b > 0, c > 0$

Câu 152: Đồ thị hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ như hình vẽ dưới đây.



Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.** $a > 0; b > 0; c > 0; b^2 = 4ac$. **B.** $a > 0; b < 0; c > 0; b^2 = 4ac$.
C. $a > 0; b > 0; c > 0; b^2 > 4ac$. **D.** $a > 0; b > 0; c > 0; b^2 < 4ac$.

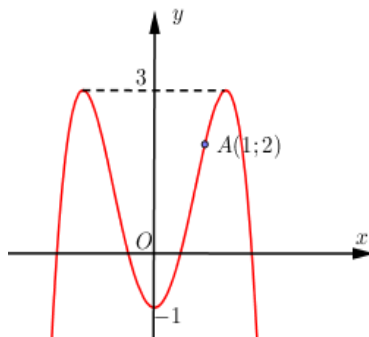
Lời giải.

Chọn B

Dựa vào đồ thị hàm số, ta nhận xét $a > 0$ và $ab < 0 \Rightarrow b < 0$ (Do hàm số có 3 cực trị)

Dựa vào 4 đáp án, ta **Chọn B**

Câu 153: Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$. Giá trị của biểu thức $A = a^2 + b^2 + c^2$ có thể nhận giá trị nào trong các giá trị sau?



A. $A = 24$.

B. $A = 20$.

C. $A = 18$.

D. $A = 6$.

Lời giải.

Chọn C

$$\text{Ta có } y = ax^4 + bx^2 + c \Rightarrow y' = 4ax^3 + 2bx; \quad y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = -\frac{b}{2a} \end{cases}$$

Dựa vào đồ thị hàm số, ta có $a < 0; b > 0$.

Gọi đồ thị hàm số đã cho là (C) . Dựa vào đồ thị hàm số ta có:

$$+ I(0; -1) \in (C) \Rightarrow a \cdot 0^4 + b \cdot 0^2 + c = -1 \Rightarrow c = -1.$$

$$+ A(1; 2) \in (C) \Rightarrow a \cdot 1^4 + b \cdot 1^2 + c = 2 \Leftrightarrow a + b + c = 2 \xleftarrow{c=-1} a + b = 3 \Leftrightarrow a = 3 - b.$$

+ Giá trị cực đại của hàm số bằng 3 nên ta có:

$$a \cdot \left(-\frac{b}{2a}\right)^2 + b \cdot \left(-\frac{b}{2a}\right) + c = 3 \xleftarrow{c=-1} b^2 = -16a (*).$$

$$\text{Thế } a = 3 - b \text{ vào } (*) \text{ ta được: } b^2 - 16b + 48 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = 4 \\ b = 12 \end{cases}$$

Với $b = 4 \Rightarrow a = -1$ (thỏa mãn điều kiện $a < 0$). Khi đó $A = a^2 + b^2 + c^2 = 18 \Rightarrow$ **Chọn C**

Câu 154: Hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	$+$	0	$-$	$+$
y	$+\infty$	-5	-3	-5	$+\infty$

Tính giá trị của biểu thức $P = 2 + 2b + 3c$

A. $P = -15$.

B. $P = 15$.

C. $P = -8$.

D. $P = 8$.

Lời giải.

Chọn A

Ta có $y = ax^4 + bx^2 + c \Rightarrow y' = 4ax^3 + 2bx$;

Gọi đồ thị hàm số đã cho là (C) . Dựa vào BBT ta có:

$$+ I(0; -3) \in (C) \Rightarrow a.0^4 + b.0^2 + c = -3 \Rightarrow c = -3 \quad (1).$$

$$+ \text{Hàm số đạt cực tiểu tại } x = \pm 1 \Rightarrow y'(1) = 0 \Leftrightarrow 4a + 2b = 0 \quad (2).$$

$$+ \text{Hàm số có cực đại } y_{CD} = -5 \Rightarrow a + b + c = -5 \quad (3).$$

Giải hệ $(1), (2), (3)$ ta được: $a = 2, b = -4, c = -3$. Vậy $P = 2 + 2b + 3c = -15$.