

---

---

# ЗАДАЧА 7

## БОЙ С ТЕНЬЮ

---

---



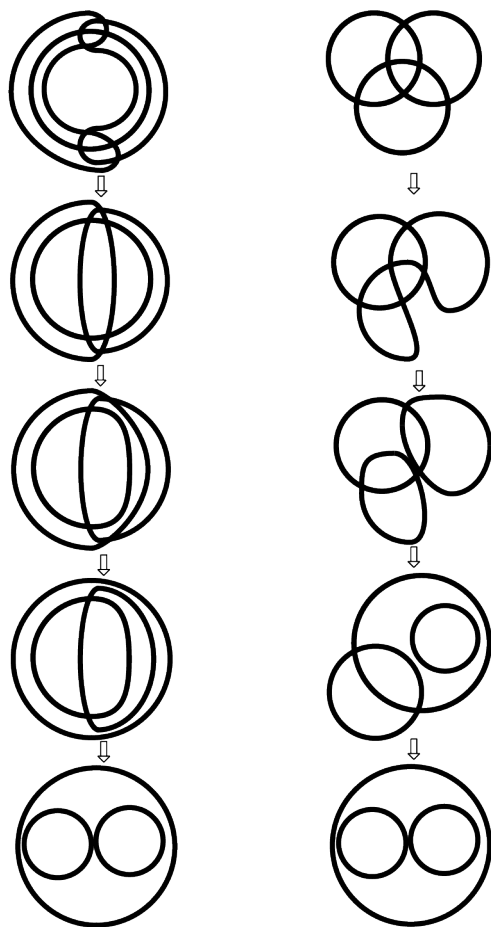
КУДРЯВЦЕВ ДАНИИЛ, КОМАНДА ЛНМО-2

### **Аннотация**

Решены пункты 1,2(частично) и 4.1

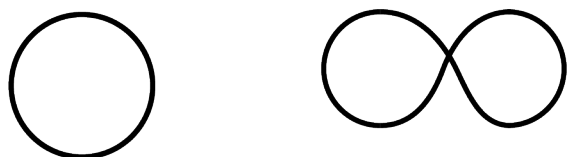
### Пункт 1

Используя движения W и D эти две тени можно привести к одинаковой (смотреть картинку ниже)



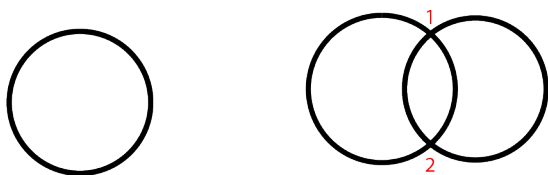
### Пункт 2

1)  $X = \{M\}$  Две тени, представленные ниже, не могут быть эквивалентными, так как движение M не может убирать или добавлять перекрёстки.



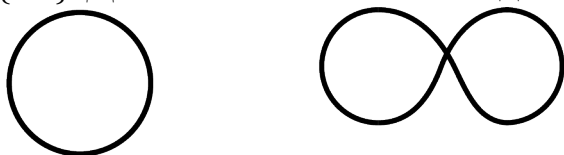
(Левая тень всегда не будет иметь перекрёстков в то время как правая всегда будет иметь один)

2)  $X = \{K\}$  Понятно, что движение  $K$  просто позволяет нам добавлять или убирать петельки на картинке. Понятно, что это движение никак не сможет повлиять на перекрестки, которые не являются частью петли, к примеру перекрёстки 1 и 2 на картинке ниже и тени будут не эквивалентными.



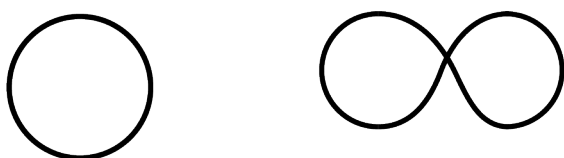
(Тогда мы никак не сможем убрать перекрёстки 1 и 2, чтоб получить левую тень)

3)  $X = \{W\}$  Движение  $W$  позволяет делать из одного перекрестка два и наоборот.



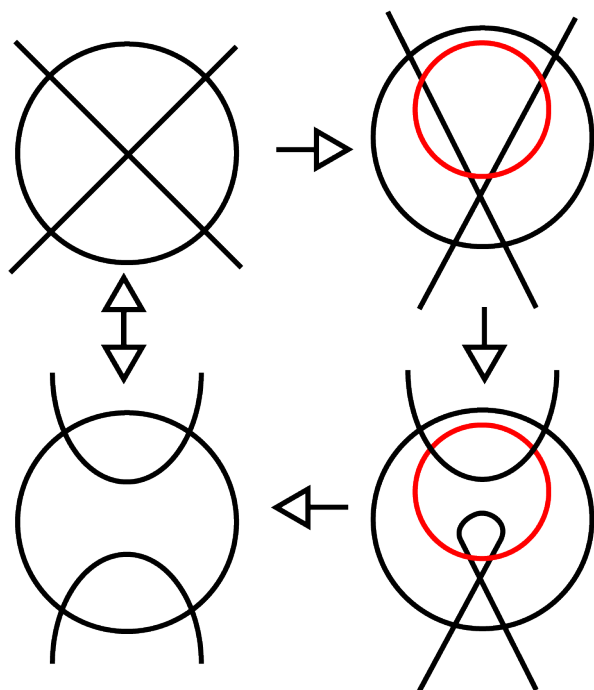
(Мы никак не сможем применить движение к левой тени, так как там нет ни одного перекрёстка, в на левой всегда будет как минимум один перекрёсток. Тогда эти тени не эквивалентны)

4)  $X = \{D\}$  Движение  $D$  позволяет добавлять или убирать по 2 перекрёстка, четность количества перекрёстков на картинке не изменится.

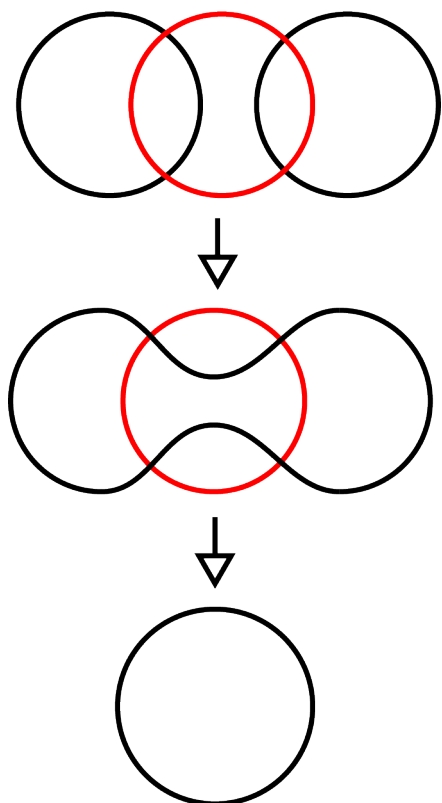


(На левой картинке количество перекрёстков всегда будет чётным. На правой - нечётным. Откуда можно понять, что эти две тени не эквивалентны.)

5)  $X = \{M, K\}$  В совокупности эти два движения позволяют удалять любые перекрёстки. Это показано ниже на картинке.



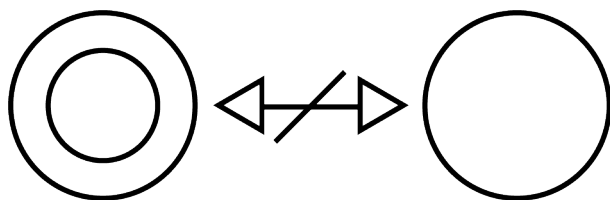
Тогда любая тень приводится к картинке, на которой находится  $n$  окружностей. Используя движение  $M$  можно из двух окружностей сделать одну (рисунок ниже). Следовательно все картинки можно свести к обычной окружности, т.е. все тени будут эквивалентными.



6)  $X = \{M, W\}$  Вместе эти два движения могут добавлять к одному перекрёстку ещё один и наоборот. И из картинке с одним перекрёстком мы не сможем получить окружность. Всегда будет на картинке перекрёстков больше равно единице. Откуда можно понять, что тривиальная тень не будет эквивалентна тени с одним перекрёстком.

7)  $X = \{M, D\}$  Движение  $M$  никак не влияет на количество перекрёстков. Тогда в этом случае можно привести рассуждения их пункта 2.4, представленные выше.

8)  $X = \{K, W\}$  Движение  $K$  всегда оставляет неизменным количество кривых в тени. А движение  $W$  мы можем применять, только тогда, когда на картинке есть перекрёстки. Из чего следует, что тени без перекрёстков, с разным количеством перекрёстком не равны. Пример приведён ниже.



9)  $X = \{K, D\}$  Понятно, что эти два движения сохраняют количество кривых на плоскости. Т.е. мы не сможем жве кривые привести к одной. Тогда любая тень с одной кривой не будет эквивалента диаграмме с двумя.

10)  $X = \{W, D\}$

11)  $X = \{M, K, W\}$  Все тени будут эквивалентны, так как в этом случае  $X$  содержит множество из случая 5.

12)  $X = \{M, K, D\}$  Все тени будут эквивалентны, так как в этом случае  $X$  содержит множество из случая 5.

13)  $X = \{M, W, D\}$

14)  $X = \{K, W, D\}$

15)  $X = \{M, K, W, D\}$  Все тени будут эквивалентны, так как в этом случае  $X$  содержит множество из случая 5.

16)  $X = \emptyset$  Любые две тени имеющие разное количество перекрёстков не будут эквивалентны, так как мы просто никак не сможем эти перекрестки убрать или добавить новые.

**Пункт 4** 1) Пусть  $X = \{K, D\}$ . Тогда если среди компонент  $t$  нет двуугольников и одноугольников, то  $t$  минимальна.

Доказательство:

Пусть  $t$  имеет  $n$  компонент, каждая из которых -  $m$ -угольник, при  $m \geq 3$ . Допустим противное: существует такая тень  $s$ , эквивалентная  $t$  и имеющая меньшее количество двойных точек. Тогда воспользуемся движениями  $K$  и  $D$ , добавив ещё  $C(t-s)$  отмеченных точек к тени  $s$ . Понятно, что любая тень задаётся своим количеством двойных точек и компонентами. Если у нас две тени имеют одинаковое количество точек, но разные компоненты, то эти тени не равны. Тогда тень  $s$  мы привели к тени с  $C(t)$  отмеченными точкам, но на этой диаграмме присутствуют двугольники и одноугольники. Т.е. диаграмму  $s$  мы привели к диаграмме не равной  $t$ . Тогда диаграмма  $s$  не эквивалентна  $t$ ??!