

# 每日一题0630

无8健康自摸联盟荣誉出品

## 【题目描述】

(2016真题)

在一个单位圆上随机取三个点，构成三角形，请计算三角形最大的内角所服从的分布。

### • 解答from wyf

少年，你还记得线性规划么？

解答：该问题可以转化为“在 $[0, 2\pi]$ 上任取两个点，将该区间分为三段，计算最长的一段长度  $Z$  服从的分布”。

在  $xOy$  平面上作图求解该问题，可以得到：

$$F_Z(z) = P(\max(X, Y - X, 2\pi - Y) \leq z)$$

$$= \begin{cases} 0, z \leq \frac{2}{3}\pi \\ \frac{(3z - 2\pi)^2}{4\pi^2}, \frac{2}{3}\pi < z \leq \pi \\ 1 - 3\left(1 - \frac{z}{2\pi}\right)^2, \pi \leq z < 2\pi \\ 1, z > 2\pi \end{cases}$$

在单位圆上任取三个点，则最长的一段弧的长度和  $Z$  同分布，最大的圆心角的弧度值也和  $Z$  同分布，因此三角形最大内角  $\Phi$ ，即最大圆周角，和  $\frac{Z}{2}$  同分布：

$$F_{\Phi}(z) = \begin{cases} 0, z \leq \frac{1}{3}\pi \\ \frac{(3z - \pi)^2}{\pi^2}, \frac{1}{3}\pi < z \leq \frac{\pi}{2} \\ 1 - 3\left(1 - \frac{z}{\pi}\right)^2, \frac{\pi}{2} \leq z < \pi \\ 1, z > \pi \end{cases}$$

启发：几个随机变量的“最大值”、“最小值”问题，不仅可以用理论公式，也可以作图法解决。

— 补充示意图 from lyy:

