

2020-2021 学年第一学期北京邮电大学

高等数学 A(上) 期中试卷

班级_____学号_____姓名_____

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{|x|}{x} \arctan x =$ _____;

2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{\sin 2x}{x} + x \sin \frac{3}{x} \right) =$ _____;

3. 设 $0 < \alpha < 1$, $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[(n + n^\alpha)^{1-\alpha} - n^{1-\alpha} \right] =$ _____;

4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^2} \arctan x - 1}{(1 - \cos 2x) \sin x} =$ _____;

5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\left(\frac{1 + \cos x}{2} \right)^x - 1}{x^3} =$ _____;

6. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{2}{2^n + 1} + \frac{2^2}{2^n + 2} + \cdots + \frac{2^n}{2^n + n} \right] =$ _____;

7. 设 $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt[3]{1-ax}-1}{x}, & x > 0 \\ (1-x)^{\frac{1}{x}}, & x < 0 \end{cases}$, $x=0$ 为 $f(x)$ 的可去间断点, 则常数 $a =$ _____;

8. 设 $f(x) = \sin x$, $g(x) = \begin{cases} x - \pi, & x \leq 0 \\ x + \pi, & x > 0 \end{cases}$, 则函数 $f(g(x))$ 在点 $x=0$ _____ (填: 连续或间断).

9. 当 $x \rightarrow 0$ 时, $\sqrt{x \sin x + \cos x} - 1 \sim \ln(1 + kx^2)$, 则常数 $k =$ _____;

10. 设 $f(x)$ 在点 $x = 0$ 处可导, $f(0) = 0$, $f'(0) = 1$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 2x)^{\frac{1}{f(x)}} =$ _____;

11. 设 $y = \sqrt[3]{x \sin x \sqrt{(1 + x^2)e^x}}$, 则导数 $y' =$ _____;

12. 设 $f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(1+x)}{x}, & x \neq 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases}$, 则 $f'(x) =$ _____;

13. 设 $y = 2x^3 + \ln x$ 的反函数为 $x = \varphi(y)$, 则 $\varphi'(2) =$ _____;

14. 设 $f(x) = (x^2 + 1)\cos 2x$, 则 $f^{(4)}(0) =$ _____;

15. 设 $f(x) = \begin{cases} \cos x, & x \geq 0 \\ e^{ax^2}, & x < 0 \end{cases}$, $f''(0)$ 存在, 则常数 $a =$ _____;

16. 曲线 $x \cos y + y - \pi = 0$ 上点 $(0, \pi)$ 处的切线方程为 _____;

17. 设函数 $y = y(x)$ 由方程 $\begin{cases} x = 2t + \ln t \\ y = t^2 + \ln t \end{cases}$ 确定, 则 $\left. \frac{d^2 y}{dx^2} \right|_{x=2} =$ _____;

18. 设 $y = \ln(x + \sqrt{1 + x^2})$, 则微分 $dy|_{x=1} =$ _____;

19. 函数 $f(x) = x^3$, $g(x) = x^2$ 在区间 $[0, 1]$ 上使用柯西中值定理, 定理中的

$\xi =$ _____;

20. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\tan x} - e^{\sin x}}{e^{\sin x} - e^x} =$ _____;

2020-2021 学年高等数学 A(上) 期中试卷参考答案 2020. 11. 11

1. $\frac{\pi}{2}$;

2. 3;

3. $1-\alpha$;

4. $\frac{1}{4}$;

5. $-\frac{1}{4}$;

6. 2;

7. $-\frac{3}{e}$;

8. 连续;

9. $\frac{1}{4}$;

10. e^2 ;

11. $y' = \frac{1}{3} \sqrt[3]{x \sin x \sqrt{(1+x^2)} e^x} \left(\frac{1}{x} + \cot x + \frac{x}{1+x^2} + \frac{1}{2} \right)$;

12. $f'(x) = \begin{cases} \frac{x - (1+x) \ln(1+x)}{x^2(1+x)}, & x \neq 0 \\ -\frac{1}{2}, & x = 0 \end{cases}$;

13. $\frac{1}{7}$;

14. -32;

15. $-\frac{1}{2}$;

16. $y = x + \pi$;

17. $\frac{2}{9}$;

18. $\frac{1}{\sqrt{2}} dx$;

19. $\frac{2}{3}$;

20. -3;