北京邮电大学 2018--2019 学年第 1 学期

《概率论与数理统计》期末考试试题（A）

考试注意事项：学生必须将答题内容做在试题答题纸上，做在试题纸上一律无效.

一. 填空题（每空 4 分，共 4 0 分）

1.设 A,B 为两事件，且 $P(A)=\frac{1}{4}$，$P(B|A)=\frac{1}{3}$，$P(A|B)=\frac{1}{2}$，则 $P(A\cup B)=$____ .

2.设随机变量 X 的概率密度为

$$f(x)=\begin{cases}ax, 0<x<2,\\ 0, \qquad 其它\end{cases}$$

则 $P\{X>1\}=$_______ .（先确定常数 a，再计算 $P\{X>1\}$）

3.设随机变量 X 和 Y 相互独立,且 $X\sim N(0,3)$，$Y\sim N(0,4)$，则 $2X-Y$ 与 $2X+Y$ 的相关系数为_______.

4. 设随机变量 X 和 Y 相互独立，且 $X\sim U(0,2)$， Y 的分布律为 $P\{Y=k\}=\frac{1}{2}$，$k=1,2$，则 $P\{X+Y\le 2\}=$_______ .

5.某种型号器件的寿命 X（单位:小时）具有概率密度

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1000}{x^2}, x>1000,\\ 0, 其他\end{cases}$$

现有一大批此种器件，从中任取10件，Y 表示 10 件器件中寿命大于 2000 小时的件数，则 $D(Y)=$_______ .

6.设 $X_1,X_2,\cdots,X_{48}$ 独立同分布，且 $X_1\sim U(-1,1)$，利用中心极限定理可得

$$P\{|\sum_{i=1}^{48}X_i|<2\}\approx$$ ______ .

7.设 X 服从参数为2的泊松分布，则 $E(e^X)=$_____ .

8.从正态总体$N(\mu,\sigma^2)$中抽取容量为16的样本，算得样本均值为$\bar{x}=14.68$，样本标准差为$s=2.4$，则μ的置信水平为95%的置信区间为______.

9.设$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为来自总体$b(1,p)$的样本，$\bar{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$，则$D(\bar{X})=$_____.

10. 设 X_1,X_2,X_3,X_4,X_5 为来自总体 $N(0,\sigma^2)$ 的样本，若统计量 $\frac{cX_1}{(X_2^2+X_3^2+X_4^2+X_5^2)^{1/2}}$ 服从t分布，则$c=$______.

二．(10 分) 一袋中有 5 个球,其中 2 个红球、3 个白球. 从中不放回地任取 3 个球,以 X 表示取出的 3 球中的红球数，求

(1) X 的分布律;　(2) $E(X)$;　(3) X 的分布函数.

三．(10 分) 设随机变量X和Y相互独立,且均服从参数为 1 的指数分布，求

（1）$P\{X>2Y\}$；（2）$Z=\min(X,Y)$的分布函数；（3）$U=X+Y$的概率密度.

四．(10 分) 设随机向量(X,Y)的概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases}\frac{21}{4}x^2y, x^2<y<1,\\ 0, \quad 其它\end{cases}$$

求(1) $\mathrm{Cov}(X,Y)$；　(2)$Y=y(0<y<1)$的条件下，X 的条件概率密度.

五．(10 分) 设总体X的概率密度为

$$f(x;\theta)=\begin{cases}\frac{1}{\theta}x^{\frac{1}{\theta}-1}, 0<x<1,\\ 0, \ 其他\end{cases}$$

$\theta\in(0,+\infty)$为未知参数，$X_1,X_2,\cdots,X_n$为来自该总体的样本.

(1)求θ的最大似然估计量$\hat{\theta}$；(2) 证明θ的最大似然估计量$\hat{\theta}$是θ的无偏估计.

六．(10 分) 有甲、乙两台机器生产同种类型的金属部件. 分别在两台机器所生产的部件中各抽取一个容量均为8的样本, 测量部件的重量(单位:kg), 经计算得样本均值和样本方差如下:

甲机器：$\bar{x}=12.68$, $s_1^2=5.06$,

乙机器：$\bar{y}=10.45$, $s_2^2=2.94$,

设甲、乙两台机器生产的金属部件的重量分别服从正态分布 $N(\mu_1,\sigma_1^2)$ 和 $N(\mu_2,\sigma_2^2)$,

(1) 试检验假设: $H_0:\sigma_1=\sigma_2$ $H_1:\sigma_1\neq\sigma_2$ (显著性水平 $\alpha=0.1$);

(2) 在显著性水平 $\alpha=0.05$ 下，能否认为甲机器生产的部件的重量比乙机器生产的部件的重量大?

七．(10 分) 在钢线碳含量对于电阻的效应的研究中,得到以下数据：

碳含量 x(%)	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7
电阻 $y(\mu\Omega)$	15	18	19	21	23	25	26

并计算得 $\sum_{i=1}^{7}x_i=2.8, \sum_{i=1}^{7}x_i^2=1.4, \sum_{i=1}^{7}y_i=147, \sum_{i=1}^{7}y_i^2=3181, \sum_{i=1}^{7}x_iy_i=63.9$,

(1)求线性回归方程 $\hat{y}=\hat{\beta}_0+\hat{\beta}_1x$;

(2)在显著水平 $\alpha=0.01$ 下, 检验回归方程的显著性,即检验假设

$H_0:\beta_1=0, H_1:\beta_1\neq 0$

附： $\Phi(0.5)=0.6915$ ， $t_{0.025}(15)=2.13$ ， $t_{0.05}(14)=1.76$ ， $F_{0.05}(7,7)=3.79$ ，

$F_{0.01}(1,5)=16.3$.