期末总复习

大学物理

- 力学
  - 质点运动学
  - 质点动力学
- 电磁学
  - 静电场
  - 稳恒磁场
  - 变化的磁场与电场
- 振动与波动
  - 振动基础
  - 波动基础
- 波动光学
  - 光的干涉
  - 光的衍射

（一）各部分复习要点：

第一部分　经典力学（1、2章）

1. 以守恒量 $\vec{p}$, $\vec{L}$, E 　为中心:

动量定理，角动量定理，动能定理

动量、角动量、机械能守恒条件，

应用守恒定律解题（对综合题划分阶段求解）。

2. 注意在中学基础上的加深和扩展，

例如:　运动学的两类基本问题，变力作用下物体的运动规律，

变力的冲量、 变力的功的计算，

保守力及其与相关势能的关系，

角动量、力矩　……

习题类型

- 质点运动学
  - 正问题
  - 逆问题
    - 已知运动方程求各量
    - 已知加速度求各量
    - 匀变速直线运动
    - 曲线运动
    - 相对运动

质点动力学

- 牛顿运动定律
  - 已知质点运动情况，求作用力
  - 已知质点的作用力，求运动情况
  - 已知运动和力的某些方面，求一些未知量
- 功和能
  - 功的计算
  - 动能定理的应用
  - 功能原理理的应用
  - 机械能守恒定律的应用
  - 利用能量函数求加速度
- 冲量与动量
  - 动量定理的应用
  - 动量守恒定律的应用
- 综合问题
  - 碰撞问题
  - 多个物理过程中，运用动力学几部分或全部内容的问题

第1章　质点运动学

结构框图

质点和刚体 → 参考系坐标系 → 运动的描述 → 运动学两类基本问题 → 相对运动

重点:

1. 模型：质点、质点系、刚体

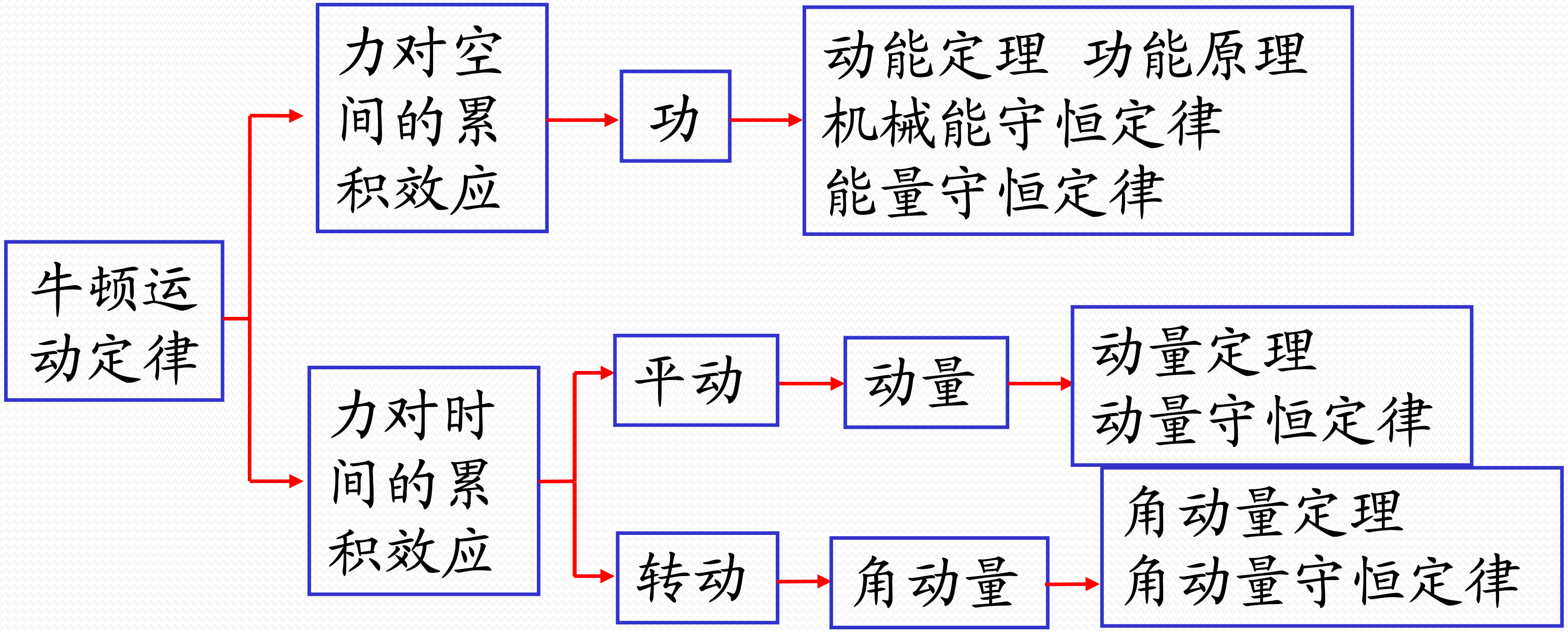
2. 概念：位矢、位移、速度、加速度;

   角位置、角位移、角速度、角加速度;

3. 计算：运动学的两类基本问题

难点：相对运动

结构框图



特点：牛顿三定律是基础，守恒量和守恒定律为中心。

力 $\vec{F}$

时间积累 $\vec{I}=\int\vec{F}\mathrm{d}t$ $\xrightarrow[\text{牛 II}]{\text{质点}}$ $\vec{P}=m\vec{v}$，$\vec{I}=\Delta\vec{P}$ $\xrightarrow[\text{牛 III}]{\text{系}}$ $\vec{I}_{外}=\Delta\vec{P}$ $\longrightarrow$ $\vec{F}_{外}=0$，$\vec{P}=\vec{C}$

空间积累 $A=\int\vec{F}\cdot\mathrm{d}\vec{r}$

$\xrightarrow[\text{牛 II}]{\text{质点}}$ $E_k=\frac{1}{2}mv^2$，$A=\Delta E_k$ $\xrightarrow{\text{系}}$ $A_{外}+A_{内}=\Delta E$

$\xrightarrow[\text{力}]{\text{一对}}$ $\oint\vec{f}_{保}=0$ $\xrightarrow[\text{牛 III}]{\text{系}}$ $E_{p1}=\int_{(1)}^{(0)}\vec{f}_{保}\cdot\mathrm{d}\vec{r}$，$A_{保}=-\Delta E_p$

$\longrightarrow$ $E=E_k+E_p$，$A_{外}+A_{内非}=\Delta E$ $\longrightarrow$ $\mathrm{d}A_{外}=0$，$\mathrm{d}A_{内}=0$，$E=C$

转动效应 $\vec{M}=\vec{r}\times\vec{F}$ $\xrightarrow{\text{质点}}$ $\vec{L}=\vec{r}\times\vec{P}$，$\vec{M}=\dfrac{\mathrm{d}\vec{L}}{\mathrm{d}t}$ $\xrightarrow[\text{牛 III}]{\text{系}}$ $\vec{M}_{外}=\dfrac{\mathrm{d}\vec{L}}{\mathrm{d}t}$ $\longrightarrow$ $\vec{M}_{外}=0$，$\vec{L}=\vec{C}$

要搞清各规律的内容、来源、适用对象、成立条件、对参考系的依赖关系。

二、解题思路

1、求解运动学问题的一般步骤为:

1）首先要审清题思目所叙述的物理内容、物理过程，给出了那些条件？要解决什么问题？属于那一类型问题？

2）根据题意和运动学知识分析质点做何种运动（直线、曲线、匀变速运动还是非匀变速运动？有无相对运动等），粗略抓住其运动特点，进而在此基础上，合理（最方便）建立坐标系。

3）建立所需的方程或方程的分量式，若方程数少于未知量数，则要从物理上的其它规律或数学几何关系上寻找辅助方程，以满足求解条件，然后进行科学计算。一般是先进行文字运算，最后代入数据，并注意单位统一和科学记数法。

4）必要时进行适当的分析与讨论。

2、牛顿运动定律的应用

解题基本思路：合理确定研究对象，准确分析研究对象的受力情况，从而判断它的动力学特征，并以研究对象的力学特征为依据建立方程。此外，因牛顿定律研究的对象是质点，但在实际问题中，孤零零的一个物体是没有的，常常是许多物体相互联系在一起，对这样一个系统，在应用牛顿定律时，经常采用的方法是隔离体法，即把研究对象隔离开来进行受力分析，具体解题的一般步骤如下：

(1) 审清题意，明确物理过程，合理确定研究对象，并视方便将它们分别隔离开来；

(2) 分析研究对象的受力情况，将这些力标在隔离体图上；

(3) 根据运动过程的特点，描述运动状态的变化，即定性地确定研究对象的加速度；

(4) 选取坐标系或规定正方向，列出方程并检查方程的个数是否与未知数的个数相同，然后联立方程求解该方程组；

(5) 必要时进行适当的分析与讨论。

3、动量定理与动量守恒定律的应用

在应用动量定理时应注意：a. 动量定理的数学表达式是矢量式，具体计算时多用投影式；b. 动量定理不仅可应用于作用时间十分短暂的问题，也可以应用于作用时间较长的问题(或整个运动过程)。在应用动量守恒定律时，必须注意该定律的适用条件：即系统不受外力或受合外力为零，若合外力不为零，则这一方向的动量守恒；此外，该定律数学表达式中的所有速度都是对同一惯性系而言的，具体解题的一般步骤如下：

(1) 审清题意，明确物理过程，据此确定研究对象(可以是单个物体，也可以是系统)；

(2) 分析研究对象的受力情况，画出受力图，并按所划分的系统分清内力和外力；

(3) 描述外力作用过程的始末运动状态，判断力学特点；

(4) 适当选取坐标系；

(5) 根据坐标轴方向上的合外力是否为零的特征，建立动量定理方程(合外力不为零)，或动量守恒定律方程(合外力为零)，并求解方程;

(6) 必要时进行适当的分析、讨论。

4、功和能概念与规律的应用

在应用时应注意：*a*. 变力做功问题，必须学会采用微元法——物理学普遍使用的一种研究方法；*b*. 质点和质点系都可以利用动能定理计算，但功能原理和机械能守恒定律只能对质点系适用；*c*. 应用动能定理时，要计算作用在系统上所有力的功，但在初末态的能量计算中，只计算动能；而应用功能原理时，只要计算外力和非保守内力的功，不考虑保守内力的功，但在初末态的能量计算中，却必须同时记入动能与势能；*d*. 同一问题中，各项动能的计算应对同一惯性系而言，各项势能应选择统一的、合适的参考零点，具体解题的一般步骤如下:

一般解题步骤：

(1) 审清题意，明确物理过程，根据所求问题和解题方便确定研究对象或合理划分研究系统；

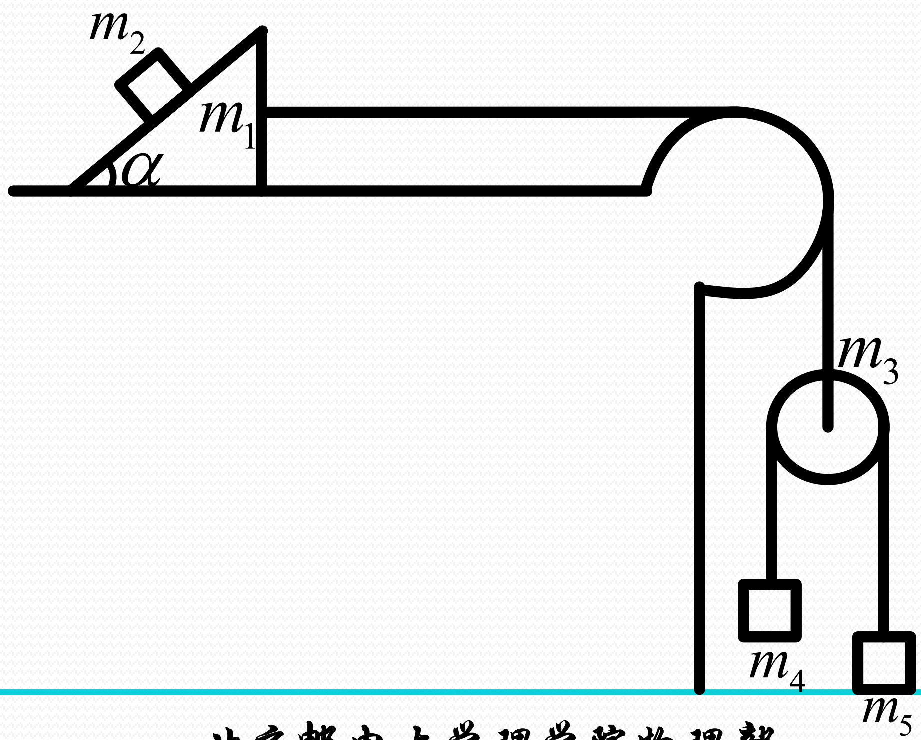
(2) 分析研究对象的受力情况，判断系统的功能关系特点；

(3) 确定系统始末状态和势能零点；

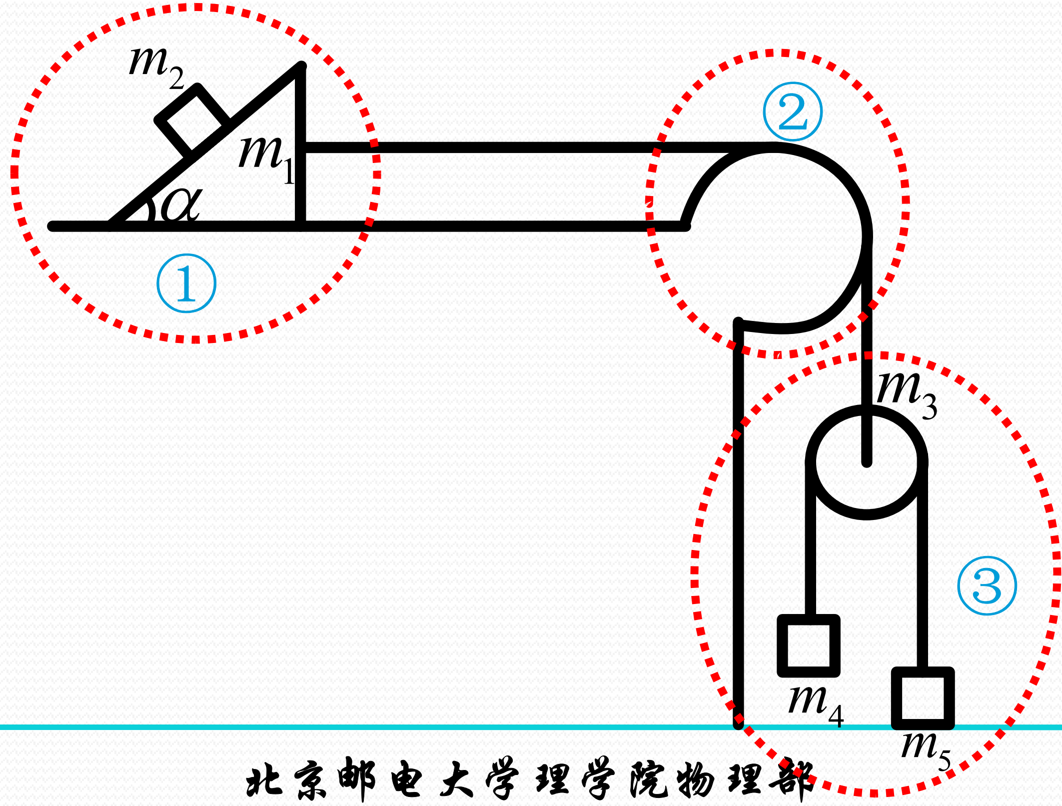
(4) 根据系统的功能关系特点，建立相应的方程，并求解方程；

(5) 必要时进行适当的分析、讨论。

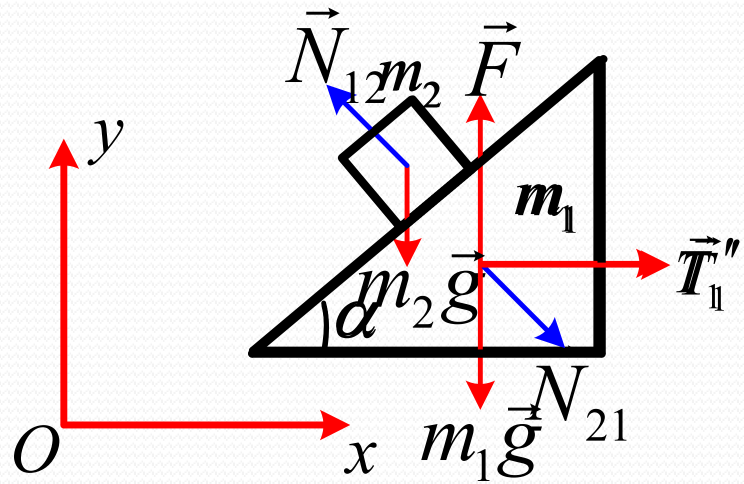
例　光滑水平桌面上有质量为m_1的三角状物体，其左侧面的坡度为α，上面压着质量为m_2、表面光滑的物块;m_1右侧与水平的轻绳相连，该绳在粗糙的圆弧面（大于半圆）上，右端吊着质量为m_3的滑轮，绳与弧面之间的摩擦系数为μ；滑轮上也跨有一轻绳，该绳的两端分别吊着质量为m_4和m_5的物体，绳与滑轮的边缘之间无摩擦。试问：水平绳中的张力和桌面向m_1提供的支持力分别为多少？



例　光滑水平桌面上有质量为m_1 的三角状物体，其左侧面的坡度为α，上面压着质量为m_2、表面光滑的物块;m_1 右侧与水平的轻绳相连，该绳在粗糙的圆弧面（大于半圆）上，右端吊着质量为m_3的滑轮，绳与弧面之间的摩擦系数为μ；滑轮上也跨有一轻绳，该绳的两端分别吊着质量为m_4和m_5的物体，绳与滑轮的边缘之间无摩擦。试问：水平绳中的张力和桌面向m_1提供的支持力分别为多少？



系统1：建立如图坐标系



m_1的运动方程：

$$m_1 a_{1x} = T_1 + N_{12}\sin\alpha$$

$$m_1 a_{1y} = F - N_{12}\cos\alpha - m_1 g$$

m_2的运动方程：

$$m_2 a_{2x} = -N_{12}\sin\alpha$$

$$m_2 a_{2x} = N_{12}\cos\alpha - m_2 g$$

m_1受到水平桌面的约束，在竖直方向上无运动，约束方程为：

$$v_{1y} = 0 \quad \Rightarrow \quad a_{1y} = 0$$

系统1:

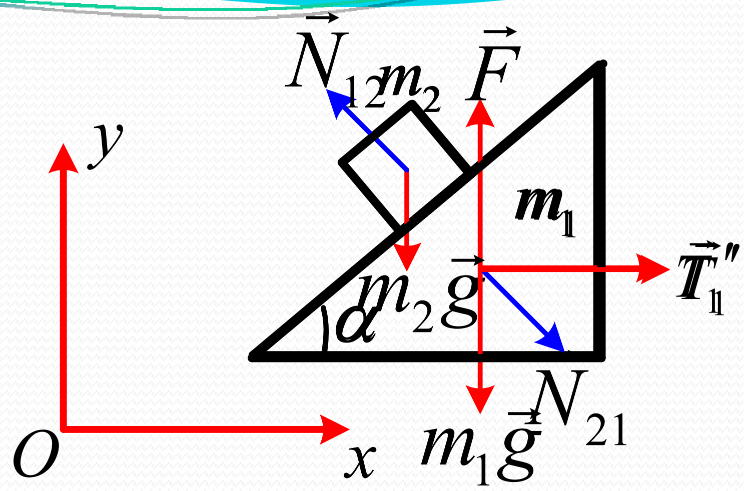
$$m_1 a_{1x} = T_1 + N_{12}\sin\alpha$$

$$m_1 a_{1y} = F - N_{12}\cos\alpha - m_1 g$$

$$m_2 a_{2x} = -N_{12}\sin\alpha$$

$$m_2 a_{2x} = N_{12}\cos\alpha - m_2 g$$

$$a_{1y} = 0$$



$\boldsymbol{m_2}$受到$\boldsymbol{m_1}$的约束，约束方程为:

$$\frac{v_{2y} - v_{1y}}{v_{2x} - v_{1x}} = \tan\alpha \quad \Rightarrow \quad \frac{a_{2y} - a_{1y}}{a_{2x} - a_{1x}} = \tan\alpha$$

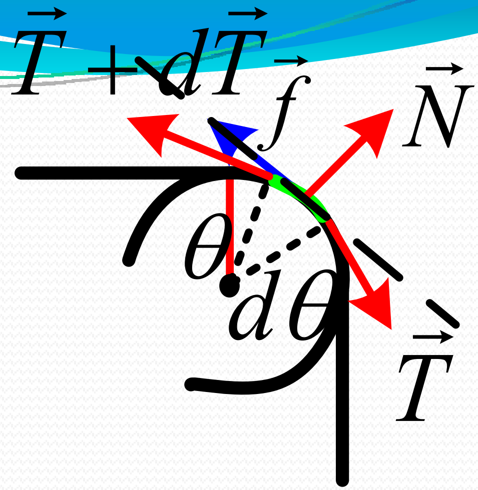
由以上六式可得:

$$F = m_1 g + m_2 g\cos^2\alpha - m_2 a_{1x}\sin\alpha\cos\alpha \qquad (1)$$

$$T_1 = -m_2 g\sin\alpha\cos\alpha + (m_1 - m_2 g\sin^2\alpha)a_{1x} \qquad (2)$$

系统2

在绳上取一任意的线元，使之对应于 $\theta\sim\theta+d\theta$ ，受力分析如图所示。



径向运动方程:

$$N-T\sin\frac{d\theta}{2}-(T+dT)\sin\frac{d\theta}{2}=0$$

横向运动方程:

$$(T+dT)\cos\frac{d\theta}{2}-T\cos\frac{d\theta}{2}-f=0$$

忽略高阶无限小量，得:

$$N-Td\theta=0 \qquad dT-f=0 \qquad f=\mu N$$

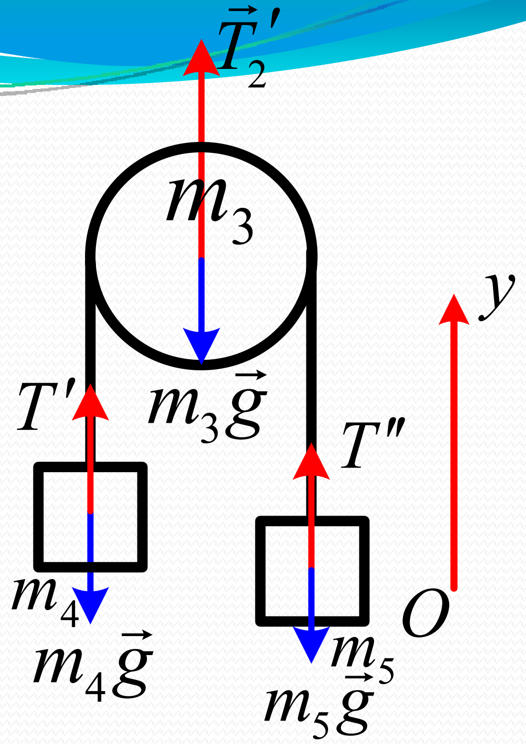
以上三式联立得: $\dfrac{dT}{T}-\mu d\theta=0$

利用初始条件，积分得: $T=T_1e^{\mu\theta}$

所以 $T_2=T_1e^{\frac{\mu\pi}{2}}$ （3）

系统3

受力分析如图，并建立如图坐标系。



$$m_3 a_{3y} = T_2' - T' - T'' - m_3 g$$

$$m_4 a_{4y} = T' - m_4 g$$

$$m_5 a_{5y} = T'' - m_5 g$$

由于绳与动滑轮之间无摩擦，有

$$T' = T''$$

由相对运动可知:

$$a_{4y} - a_{3y} = -(a_{5y} - a_{3y})$$

由以上五式可得:

$$a_{3y} = \frac{m_4 + m_5}{m_3 m_4 + m_3 m_5 + m_4 m_5} T_2 - g \qquad \text{（4）}$$

$$F = m_1 g + m_2 g\cos^2\alpha - m_2 a_{1x}\sin\alpha\cos\alpha \qquad (1)$$

$$T_1 = -m_2 g\sin\alpha\cos\alpha + (m_1 - m_2 g\sin^2\alpha)a_{1x} \qquad (2)$$

$$T_2 = T_1 e^{\frac{\mu\pi}{2}} \qquad (3)$$

$$a_{3y} = \frac{m_4 + m_5}{m_3 m_4 + m_3 m_5 + 4m_4 m_5} T_2 - g \qquad (4)$$

最后，$\boldsymbol{m}_1$和$\boldsymbol{m}_3$是通过一根不可伸长的绳子相互制约，因而有：

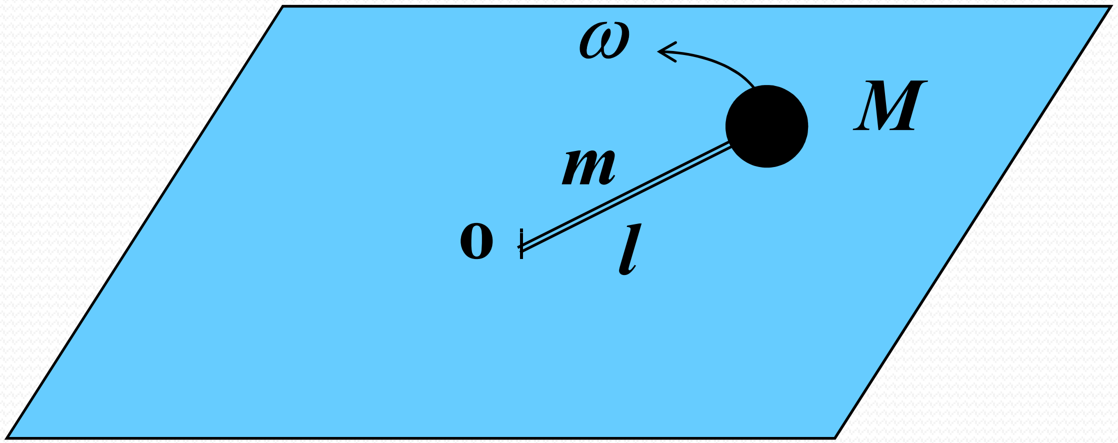
$$a_{1x} = -a_{3y} \qquad (5)$$

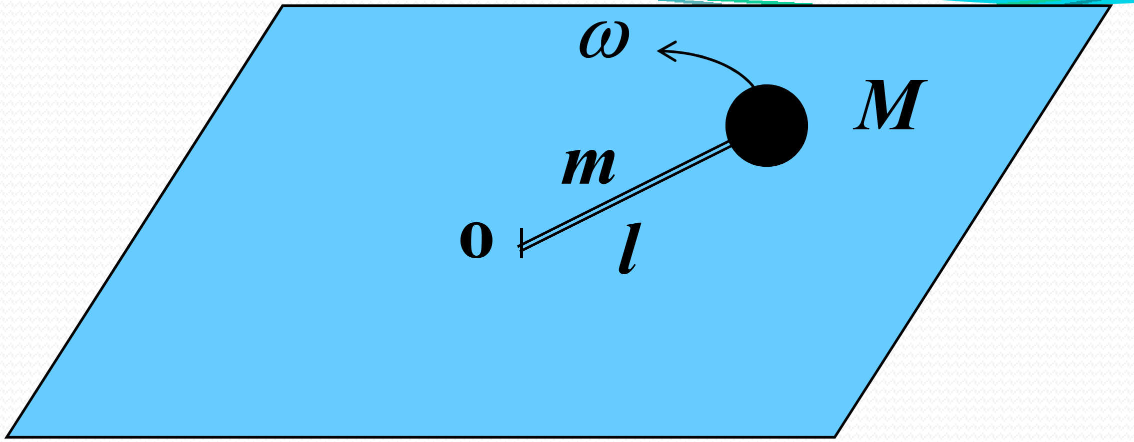
由（1）～（5）联立可得:

$$T_1 = \left[1 + \frac{(m_4 + m_5)(m_1 - m_2)\sin^2\alpha}{m_3 m_4 + m_3 m_5 + 4m_4 m_5} e^{\frac{\pi\mu}{2}}\right]^{-1}\left[\left(m_1 - m_2\sin^2\alpha\right)g - m_2 g\sin\alpha\cos\alpha\right]$$

$$F = m_1 g + m_2 g\cos^2\alpha - m_2\sin\alpha\cos\alpha\left[g - \frac{m_4 + m_5}{m_3 m_4 + m_3 m_5 + 4m_4 m_5} \times T_1 e^{\frac{\pi\mu}{2}}\right]$$

例 一长度为l，质量为m的绳索，一端系在轴上，另一端固结一质量为M的物体，它们在光滑水平面上以均匀的角速度ω转动，求：绳中距离轴心为r处的张力T。

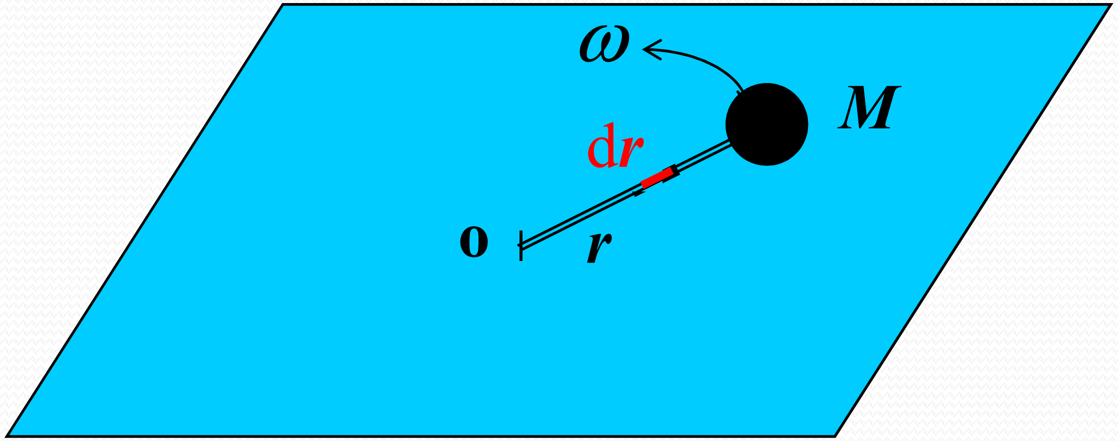




解:

此题告诉了绳的质量不能忽略时，绳中各部分的速度加速度都不相同，整个绳不能看成一个质点！
在绳的不同位置处，张力也不会相同。

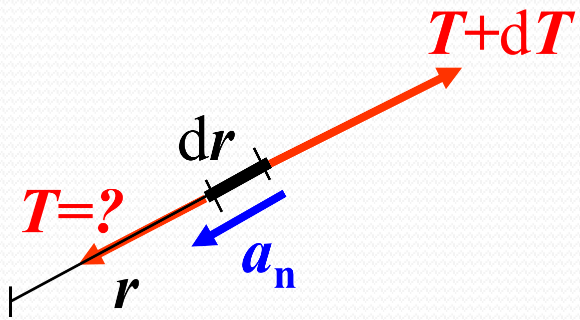
下面求半径为 r 处的张力T=?



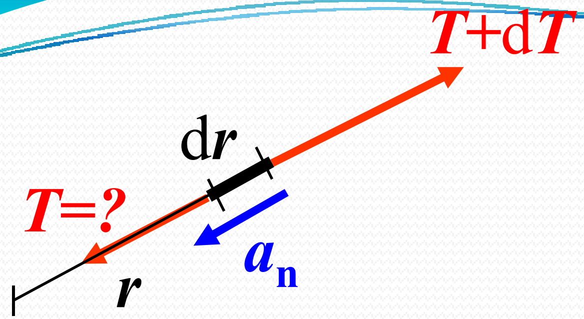
取距轴心 r 处，长度为 $\mathrm{d}r$ 的一段质元，

其质量为 $$\mathrm{d}m = m\frac{\mathrm{d}r}{l}$$

它作半径为r，速率为 ωr 的匀速圆周运动。



设 r 处，张力为T,
$r+\mathrm{d}r$ 处，张力为$T+\mathrm{d}T$



由牛顿定律

$$T-(T+\mathrm{d}T)=(\mathrm{d}m)\omega^2 r$$

$$\mathrm{d}T=-m\omega^2 r\frac{\mathrm{d}r}{l}$$

积分可得r处的张力T　　(利用绳末端的张力T_l)

$$\int_T^{T_l}\mathrm{d}T=\int_r^l -m\omega^2 r\frac{\mathrm{d}r}{l}\qquad T_l=M\omega^2 l$$

得　$$T=M\omega^2 l+m\omega^2\frac{l^2-r^2}{2l}$$

讨论

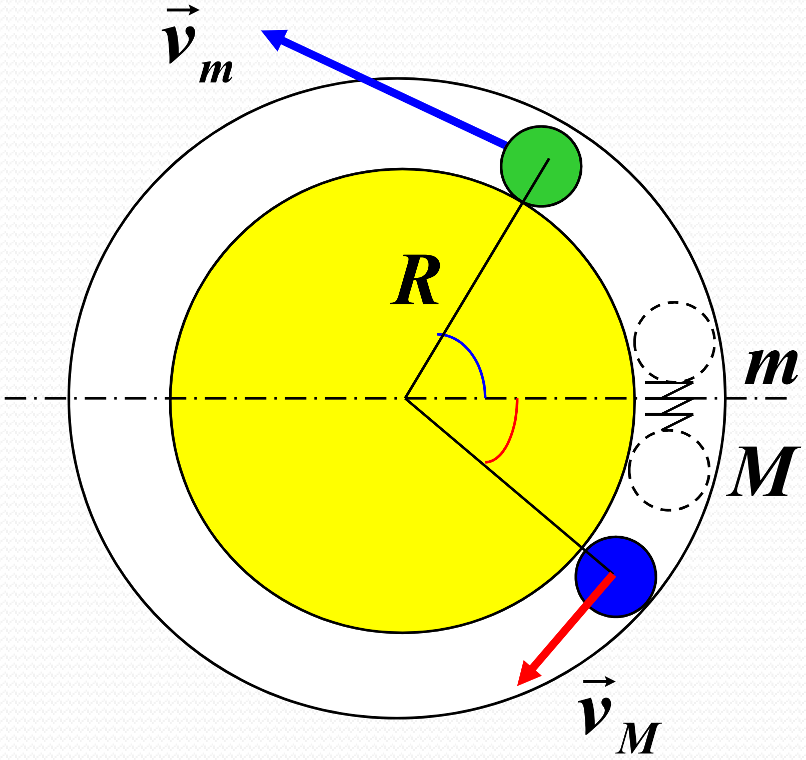
（1）量纲　正确

（2）特例

$r=l$ 时，$T=M\omega^2 l$　正确

$r\to 0$ 时，$T=M\omega^2 l+m\omega^2 l/2$ (最大)

例.　两个质量分别为m 、M的小球，位于一固定的、半径为R 的水平光滑圆形沟槽内。一轻弹簧被压缩在两球间（未与球相连）。用线将两球缚紧，并使它们静止，如图所示。



（1）今将线烧断，两球被弹开后在沟槽内运动。问此后M转过多大角度与 m 相碰?

（2）设原来弹簧势能为U_0. 问线烧断后两球经过多少时间发生碰撞?

解:　第（1）问: M 转过多大角度与 m 相碰

系统: “$m+M$ ”

条件: 弹簧推力的力矩之和为0;

重力、槽底支持力无力矩;

槽壁对球的压力指向圆心,

$M_{外}=0$, ∴角动量守恒。

对弹出过程:

设 m,M 刚脱离弹簧时的角速度为 ω_m, ω_M

有
$$J_m\omega_m - J_M\omega_M = 0$$

$$(mR^2)\omega_m - (MR^2)\omega_M = 0$$

$$m\omega_m = M\omega_M \cdots\cdots(1)$$

沟槽水平光滑，所以m、M都作匀速圆周运动。

设经过 Δt 它们相遇，相遇时，m 转过θ 角，M 转过Θ角，由（1）式有

$$m\omega_m \Delta t = M\omega_M \Delta t$$

即 $$m\,\theta = M\,\Theta \cdots\cdots(1)'$$

且有 $$\theta + \Theta = 2\pi \cdots\cdots(2)$$

解（1）′（2）联立，得

$$\Theta = \frac{2\pi m}{M+m} \cdots\cdots(3)$$

第（2）问：原来弹簧势能为U_0, 问线烧断后两球经过多少时间发生碰撞?

能否先求出 ω_M ？（或ω_m ？ ）

因为在此过程中，

系统：$m+M$

条件：只有保守力（弹力）作功，

所以机械能守恒。

$$\frac{1}{2}\left(mR^2\right)\omega_m^2+\frac{1}{2}\left(MR^2\right)\omega_M^2=U_0$$

$$\frac{1}{2}\left(mR^2\right)\omega_m^2+\frac{1}{2}\left(MR^2\right)\omega_M^2=U_0$$

将（1）式 的 $m\omega_m = M\omega_M$

代入上式，可解得

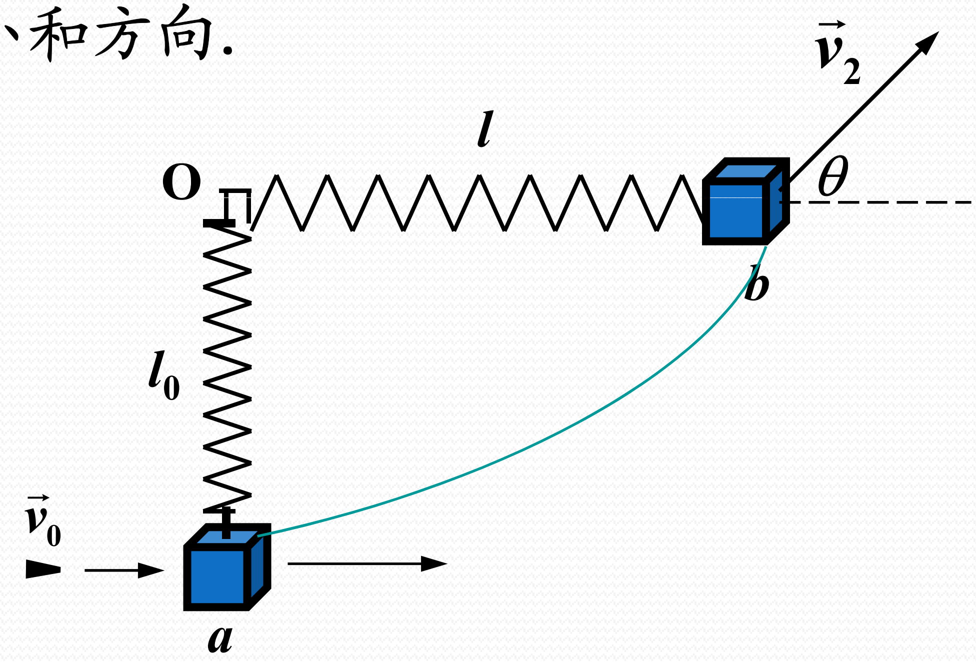
$$\omega_M=\sqrt{\frac{2mU_0}{M\left(M+m\right)R^2}}$$

再利用（3）式的Θ 角，得

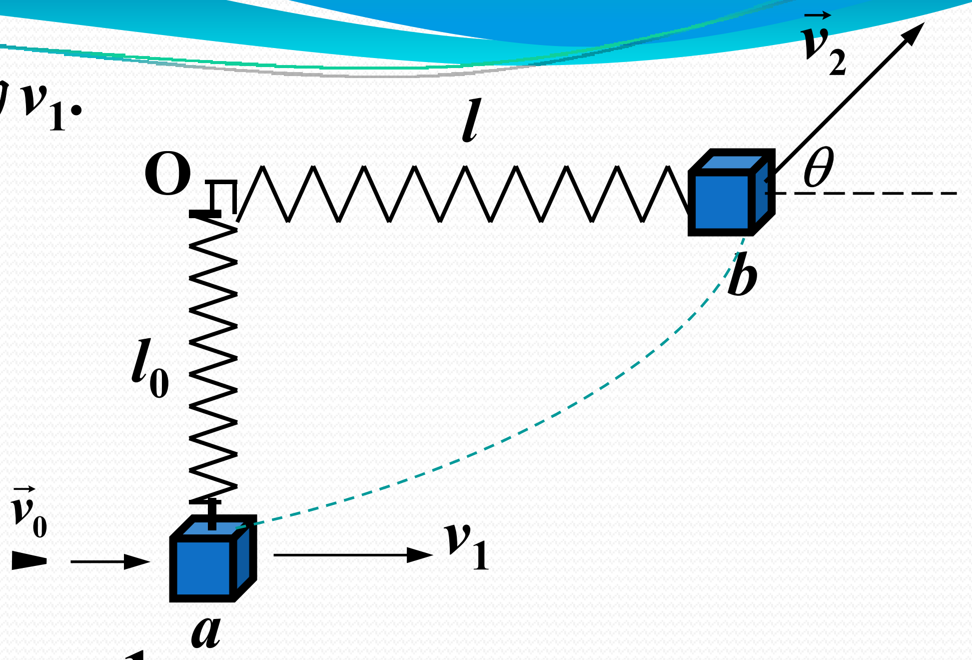
$$\Delta t=\frac{\Theta}{\omega_M}=\sqrt{\frac{2\pi^2 mMR^2}{\left(M+m\right)U_0}}$$

（量纲对）

例 在光滑水平桌面上一质量为M的木块A与劲度系数为 k的轻质弹簧相连，弹簧另一端固定在O点. 一质量为m的子弹B以速度$v_0(v_0 \perp l_0)$射向木块A并嵌在其中. 当木块A由点 a 运动到点 b 时，弹簧的长度由原长 l_0 变为 l . 试求：木块A在点b时的速度的大小和方向.



解: 设子弹与木块共同速度为v_1.



动量守恒:

$$m\, v_0 = (m+M)v_1$$

机械能守恒:

$$\frac{1}{2}(M+m)v_1^2 = \frac{1}{2}(M+m)v_2^2 + \frac{1}{2}k(l-l_0)^2$$

对O点的角动量守恒:

$$(M+m)l_0 v_1 = (M+m)l v_2 \sin\theta$$

解得

$$v_2 = \frac{1}{M+m}\sqrt{m^2 v_0^2 - (M+m)k(l-l_0)^2} \qquad \sin\theta = \frac{l_0 v_1}{l v_2}$$

第二部分 电磁学（3－6章）

1. 基本实验定律

库仑定律、毕 — 沙－拉定律、安培定律、

法拉第电磁感应定律

2. 基本概念和理论

静电场 高斯定理
稳恒磁场 环路定理 基本性质

位移电流、感生电场概念
电磁场的统一性

麦克斯韦方程组及其物理意义

3. 基本计算

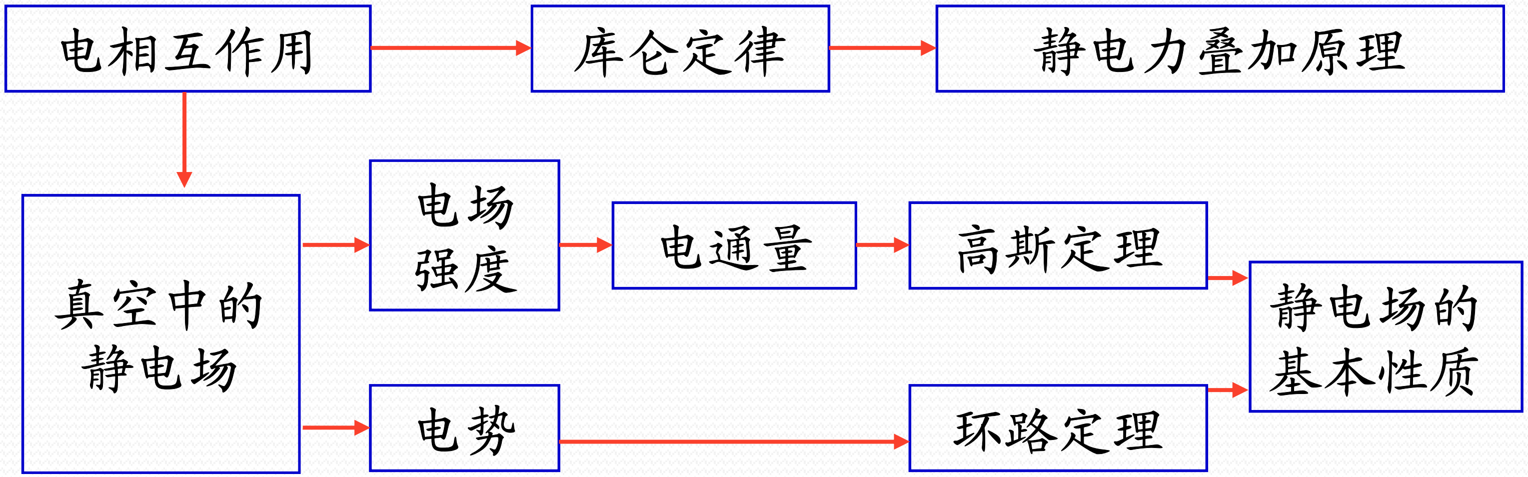
习题类型

- 电磁学
  - 静电场
    - 电场强度的计算
    - 电势的计算
    - 电荷在电场中受力和做功的计算
    - 静电平衡条件的应用
    - 电容的计算
    - 电场能量的计算
  - 稳恒磁场
  - 变化的电磁场

电磁学

- 静电场
- 稳恒磁场
  - 稳恒电流
  - 磁感应强度的计算
  - 磁场对载流导体的力和力矩的计算
  - 磁场力的计算
  - 洛仑兹力的计算
- 变化的电磁场
  - 电磁感应定律的应用
  - 动生电动势、感生电动势和感生电场的计算
  - 自感和互感
  - 磁能的计算
  - 位移电流的计算和全电流安培环路定理的应用

结构框图



重点：

1. 两条基本实验定律：库仑定律，静电力叠加原理。
2. 两个基本物理量：电场强度 $\vec{E}$，电势 U .
3. 两条基本定理：
   静电场高斯定理，环路定理。
   揭示静电场基本性质(有源场、保守场)。

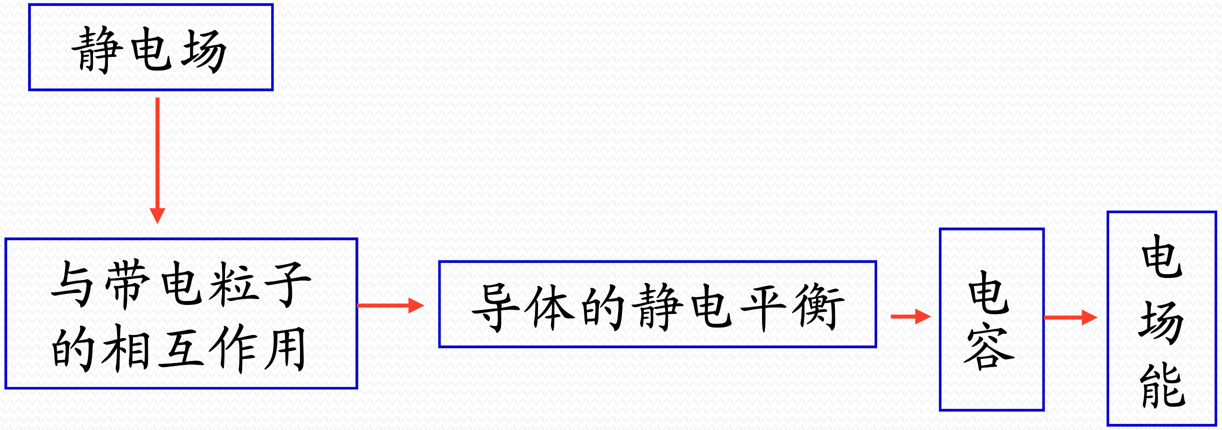
难点：

1、求解 $\vec{E}, U$ 分布；

2、静电场的基本性质；

第4章 静电场中的导体

结构框图



重点： 静电场与物质（导体）的相互作用

难点： 有导体时的电场分布。

第3、4章：

1）$\vec{E}$ 的计算

- 叠加法 $\mathrm{d}q \rightarrow \mathrm{d}\vec{E} \rightarrow \vec{E}$ （分量积分）
- 高斯定理 （三种对称情况）
- 电势梯度 $\vec{E} = -\nabla U$

$$\varphi_e = \int_S \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

2）U 的计算

- 叠加法 $\mathrm{d}q \rightarrow \mathrm{d}U \rightarrow U$
- 场强积分 $U_P = \int_P^{\text{零势点}} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$

零势点选取；分段积分

3）C 的计算 $q \rightarrow \vec{E} \rightarrow \Delta U \rightarrow C$

4）W_e 的计算

$$W_e = \frac{1}{2} C \Delta U^2 = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2} Q \Delta U$$

$$W_e = \int_V \frac{1}{2} E D \mathrm{d}V$$

• 典型带电体 $\vec{E}$ 分布:

点电荷电场: $$\vec{E} = \frac{q\vec{r}}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$$

无限长均匀带电直线:

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$$ 垂直于带电直线

均匀带电圆环轴线上: $$\vec{E} = \frac{qx\hat{i}}{4\pi\varepsilon_0 (x^2 + R^2)^{3/2}}$$

无限大均匀带电平面:

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$ 垂直于带电面

典型带电体的电势分布

1. 点电荷 q 场中的电势分布： $U = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$

2. 均匀带电球面场中电势分布：

$$U_{内} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R} = 恒量 \qquad U_{外} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} \propto \frac{1}{r}$$

3. 均匀带电圆环轴线上的电势分布：

$$U = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 (R^2 + x^2)^{1/2}}$$

导体存在时电场计算

静电平衡条件

电荷守恒定律

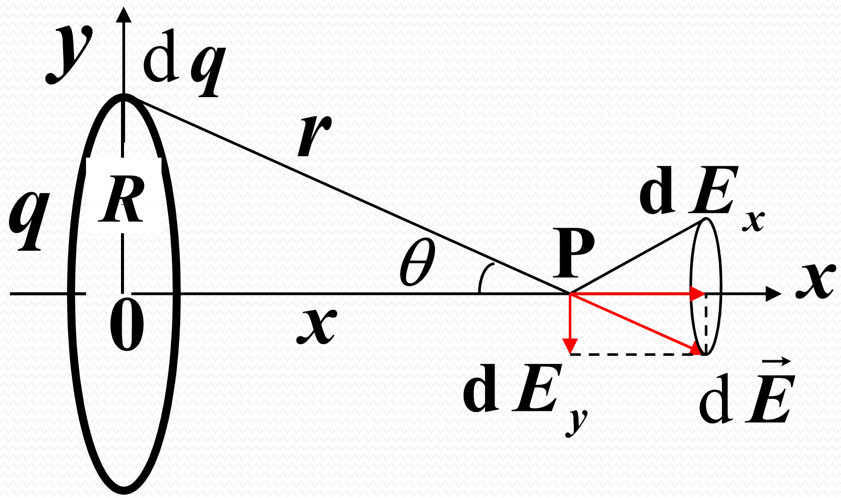
导体上的电荷分布

计算 $\vec{E}$, U 分布

（ 方法同前 ）

例 求一个半径为 R 的均匀带电 q（设 q >0）的细圆环轴线上任一点的场强。

解: 根据对称性的分析



$$E = \int \mathrm{d}E_x$$

$$= \int \frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cos\theta$$

$$= \frac{q\cdot\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{qx}{4\pi\varepsilon_0\left(R^2+x^2\right)^{3/2}}$$

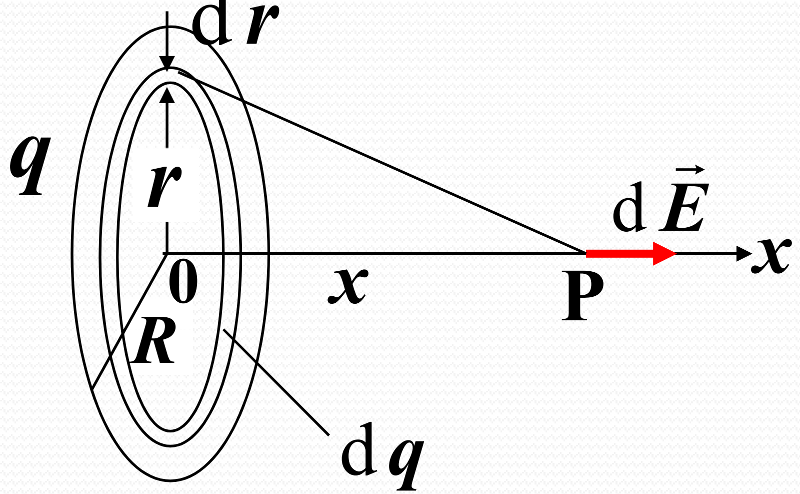
方向: $+x$

例　求半径为 R, 均匀带电圆面的轴线上任一点的场强。设面电荷密度为 σ（设 $\sigma>0$）

解:　　$\mathrm{d}q=\sigma 2\pi r\,\mathrm{d}r$

利用上例的结果,

$$\boxed{E=\frac{qx}{4\pi\varepsilon_0\left(R^2+x^2\right)^{3/2}}}$$



$$\mathrm{d}E=\frac{(\sigma 2\pi r\cdot \mathrm{d}r)x}{4\pi\varepsilon_0\left(r^2+x^2\right)^{3/2}}$$

各个细圆环在P点的场强方向都相同

$$E=\int \mathrm{d}E=\frac{\sigma x}{2\varepsilon_0}\int_0^R\frac{r\,\mathrm{d}r}{\left(r^2+x^2\right)^{3/2}}$$

$$E = \int \mathrm{d}E = \frac{\sigma x}{2\varepsilon_0}\int_0^R \frac{r\,\mathrm{d}r}{\left(r^2 + x^2\right)^{3/2}}$$

得 $$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[1 - \frac{x}{\left(R^2 + x^2\right)^{1/2}}\right]$$

讨论 1: 对 $x << R$ 的区域，则有

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \qquad (记)$$

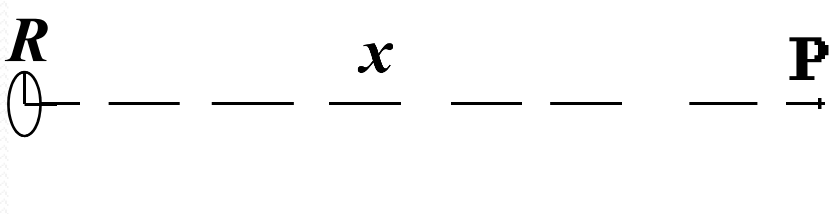
这称为“无限大”均匀带电平面的场强，它是一个均匀电场！

$$E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[1-\frac{x}{\left(R^2+x^2\right)^{1/2}}\right]$$

讨论 2:　　若 $x>>R$ 时，则利用泰勒公式

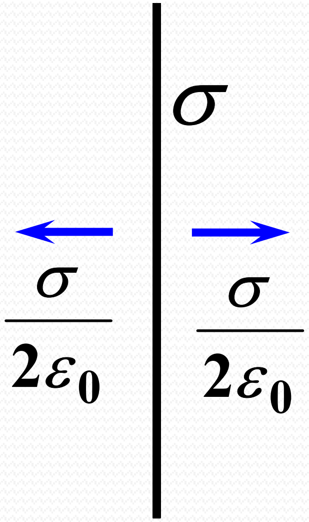
$$\frac{1}{\left(R^2+x^2\right)^{1/2}}=\frac{1}{x}\frac{1}{\left(1+\frac{R^2}{x^2}\right)^{1/2}}=\frac{1}{x}\left(1-\frac{R^2}{2x^2}+\cdots\right)\approx\frac{1}{x}\left(1-\frac{R^2}{2x^2}\right)$$

$$\therefore E=\frac{\sigma R^2\pi}{4\varepsilon_0 x^2\pi}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 x^2}$$



在远离带电圆面处的电场也相当于一个点电荷的电场。

③ $R_1 \to 0$，$R_2 \to \infty$，此为均匀带电无限大平面：

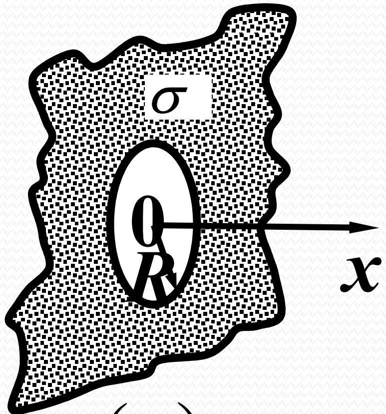


$$E_x = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \cdot \frac{x}{|x|}, \qquad E = |E_x| = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

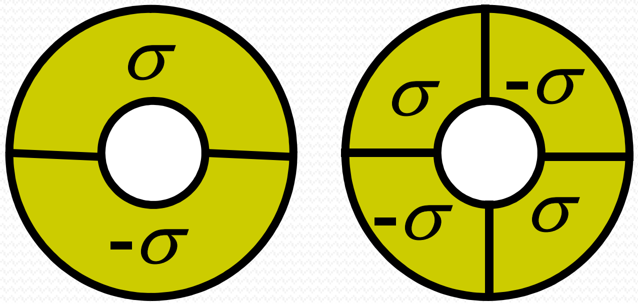
$$= \text{Const.} \begin{cases} \text{与轴无关} \\ \text{与}x\text{无关} \end{cases}$$

④ 思考（a）x轴上$E = ?$

（b） x >>电荷线度处，E与x关系如何？



（a）



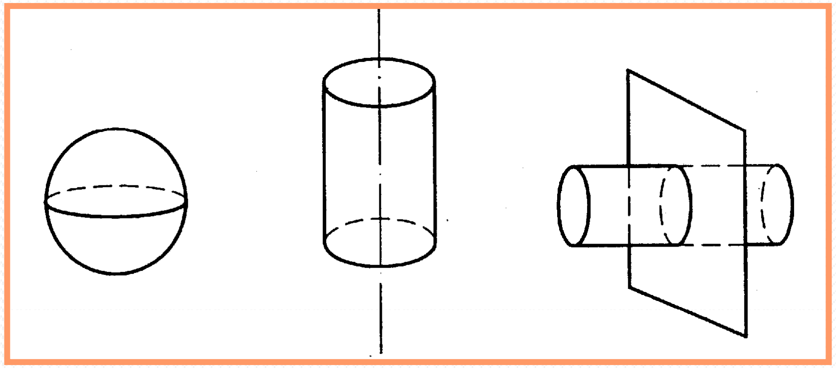
（b）

由高斯定理求电场分布的步骤

1. 由电荷分布的对称性分析电场分布的对称性.

2. 在对称性分析的基础上选取高斯面. 目的是使

   $\oiint_s \vec{E}\cdot d\vec{S}$ 能够积分，成为E 与面积的乘积形式。

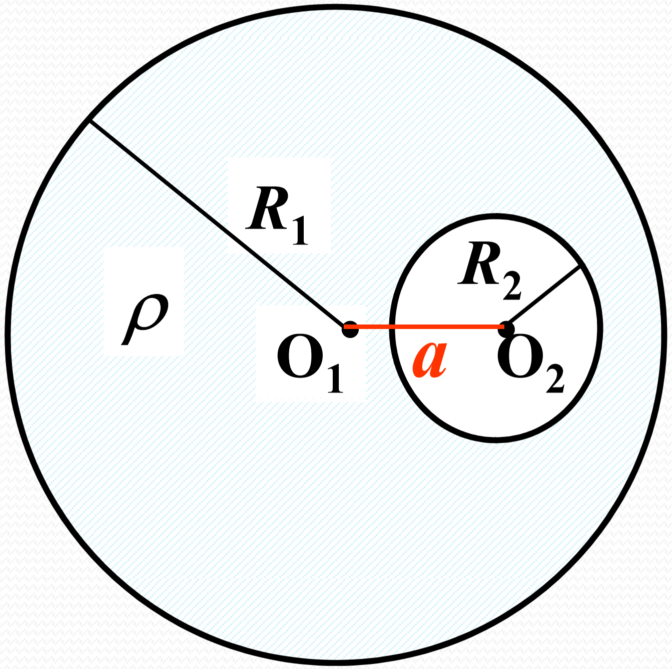


（球对称、轴对称、面对称三种类型）

3. 由高斯定理 $\oiint_s \vec{E}\cdot d\vec{S}=\frac{1}{\varepsilon_0}\sum q_i$ 求出电场的大小，并说明其方向.

例 已知：如图所示，在半径为R_1，体电荷密度为 ρ 的均匀带电球体内，挖去一个半径为 R_2 的小球体。空腔中心 O_2 与带电球中心 O_1之间的距离为a 。

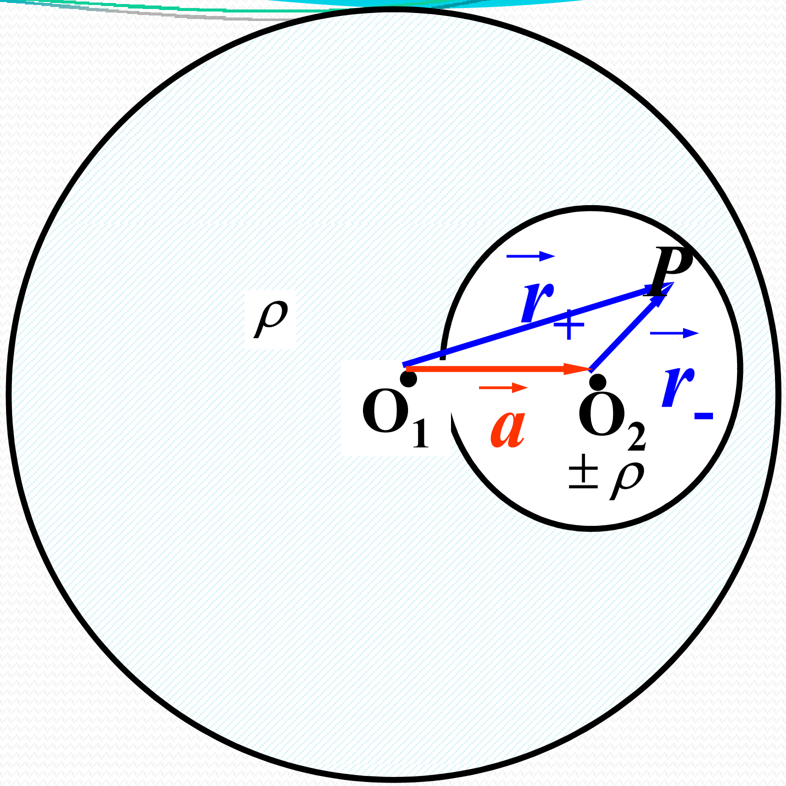
求：空腔内任一点的场强。



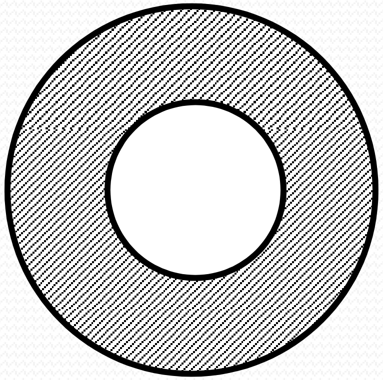
解： 能否直接用高斯定理？

用叠加法：设想在空腔处，

放上电荷密度分别为ρ和 -ρ的均匀电荷。

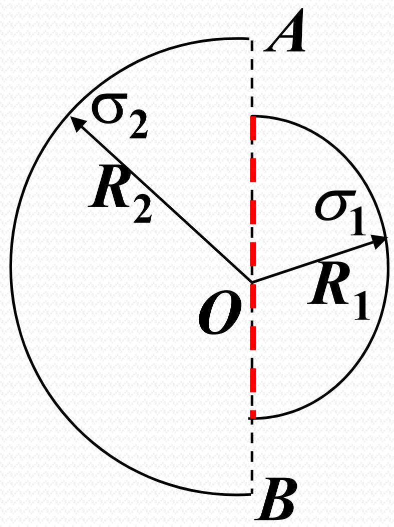


P点：
$$\vec{E}_+ = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\vec{r}_+$$
$$\vec{E}_- = \frac{-\rho}{3\varepsilon_0}\vec{r}_-$$
$$\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_- = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}(\vec{r}_+ - \vec{r}_-) = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\vec{a} = \text{const}.$$



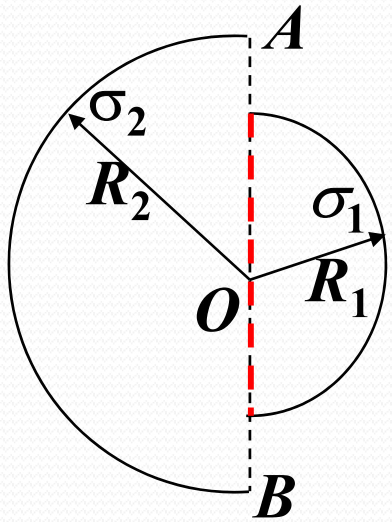
若$\mathbf{O_1}$、$\mathbf{O_2}$重合，则 $\vec{E} = 0$

例：两个均匀带电的同心半球面如图相对放置，其半径分别为R_1与R_2，电荷面密度分别为σ_1和σ_2，求：大球底面直径AOB上的电势分布



分析：由对称性及电势叠加原理可知，半球面在**AOB**平面上的电势等于完整球面产生的电势的一半。

解：由均匀带电球面的电势分布



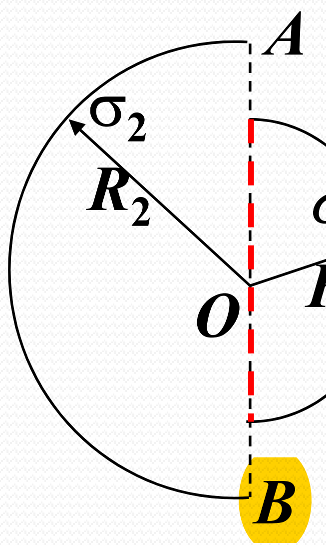
$$V_0 = \begin{cases} \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R} = \dfrac{\sigma R}{\varepsilon_0} & (r \le R) \\ \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r} = \dfrac{\sigma R^2}{\varepsilon_0 r} & (r \ge R) \end{cases}$$

半个小球面在**AOB**上的电势 $V_1 = \begin{cases} \dfrac{\sigma_1 R_1}{2\varepsilon_0} & (r \le R_1) \\ \dfrac{\sigma_1 R_1^2}{2\varepsilon_0 r} & (r \ge R_1) \end{cases}$

半个大球面在AOB上的电势 $V_2=\dfrac{\sigma_2 R_2}{2\varepsilon_0}\quad (r\le R_2)$

则AOB上的电势分布为

$$V=V_1+V_2=\begin{cases}\dfrac{\sigma_1 R_1}{2\varepsilon_0}+\dfrac{\sigma_2 R_2}{2\varepsilon_0} & (r\le R_1)\\[2ex] \dfrac{\sigma_1 R_1{}^2}{2\varepsilon_0 r}+\dfrac{\sigma_2 R_2}{2\varepsilon_0} & (r\ge R_1)\end{cases}$$



可以看出，在与小球面的底面重合的区域各点电势相等，而超出小球面底面的部分则与r有关。

若 $\sigma_1 R_1=-\sigma_2 R_2$ 则 $V=\begin{cases}0 & (r\le R_1)\\[2ex] \dfrac{\sigma_1 R_1}{2\varepsilon_0}(\dfrac{R_1}{r}-1) & (r\ge R_1)\end{cases}$

例.　一空气平行板电容器接电源后，极板上的面电荷密度为σ_0，在保持与电源接通的情况下，将相对介电常数为ε_r的各向同性均匀介质充满两极板之间，忽略边缘效应。

请将电容器中的场强 E，板间电压 U，电容 C，能量 W_e 等填入下表中。

	真空	电介质	变化	原因
E	σ_0/ε_0	σ_0/ε_0	不变	U、d不变
U	$\sigma_0 d/\varepsilon_0$	$\sigma_0 d/\varepsilon_0$	不变	连接电源
σ	σ_0	$\varepsilon_r \sigma_0$	ε_r倍	E不变又连电源
C	$\varepsilon_0 S/d$	$\varepsilon_0 \varepsilon_r S/d$	ε_r倍	U不变 Q ↑
W_e	$(1/2)C_0U^2$	$\varepsilon_r(1/2)C_0U^2$	ε_r倍	U不变 C ↑
D	σ_0	$\varepsilon_r \sigma_0$	ε_r倍	自由电荷Q ↑
σ'	0	$(\varepsilon_r-1)\sigma_0$	无→有	电介质极化

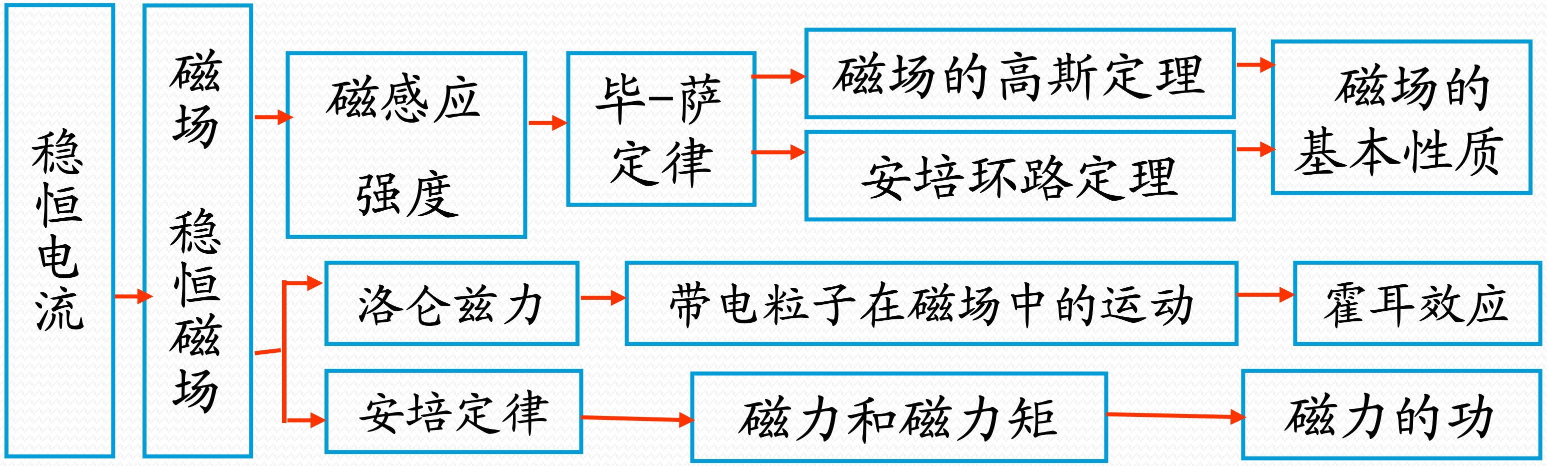
自练：一空气平行板电容器接电源后，极板上的面电荷密度为σ_0，然后与电源断开的情况下，将相对介电常数为ε_r的各向同性均匀介质充满两极板之间，忽略边缘效应。

请将电容器中的场强 E，板间电压 U，电容 C，能量 W_e 等填入下表中。

	真空	电介质	变化	原因
E				
U				
σ				
C				
W_e				
D				
σ'				

第5章 真空中稳恒电流的磁场

结构框图



重点

基本概念: 稳恒电流 磁感应强度，磁通量， 电流磁矩

基本规律: 磁场叠加原理， 毕－萨－拉定律及其应用，
稳恒磁场高斯定理和环路定理
磁场的基本性质（无源场、涡旋场）

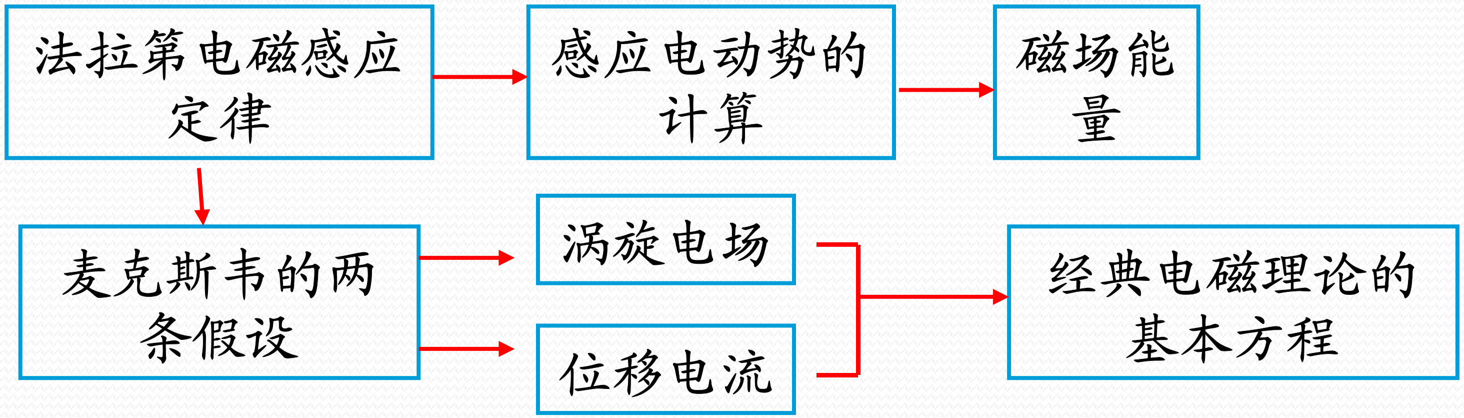
基本计算: 稳恒磁场 $\vec{B}$ 分布，洛仑兹力，安培力，磁力矩

难点

运动电荷之间的相互作用

第6章 变化的电磁场

结构框图：



重点：法拉第电磁感应定律，动生电动势，涡旋电场，感生电动势，自感，互感，磁场能，位移电流，麦克斯韦方程组

难点：感应电动势的计算，涡旋电场，位移电流，麦克斯韦方程组

第5章：

1、$\vec{B}$ 的计算

叠加法 $I\mathrm{d}\vec{l} \rightarrow \mathrm{d}\vec{B} \rightarrow \vec{B}$

$\mathrm{d}I \rightarrow \mathrm{d}\vec{B} \rightarrow \vec{B}$

$$\mathrm{d}I = \mathrm{d}q\,\frac{\omega}{2\pi}$$

安培环路定理（对称性）

$$\varphi_m = \int_S \vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$$

2、磁矩 $\vec{P}_m$ 的计算:

$$\mathrm{d}\vec{P}_m = S\,\mathrm{d}I\,\vec{n} \quad ; \quad \vec{P}_m = \int \mathrm{d}\vec{P}_m$$

3、磁力、磁力矩

$$\vec{f}_L = q\vec{v}\times\vec{B}$$

$$\mathrm{d}\vec{F}_m = I\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{B} \qquad \vec{F}_m = \int \mathrm{d}\vec{F}_m$$

$$\vec{M} = \vec{P}_m\times\vec{B}$$

1、电场与磁场的对比

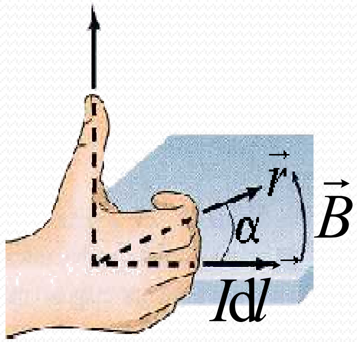
	电场	磁场
场源:	电荷 $\boldsymbol{q}$	电流 $\boldsymbol{I}$
	电荷元 $\mathbf{d}\boldsymbol{q}$	电流元 $\boldsymbol{I}\mathbf{d}\vec{\boldsymbol{l}}$
	$\mathrm{d}\vec{E}=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{\mathrm{d}q\vec{r}}{r^3}$	$\mathrm{d}\vec{B}=k\dfrac{I\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{r}}{r^3}$
场量:	$\vec{\boldsymbol{E}}$	$\vec{\boldsymbol{B}}$
叠加原理:	$\vec{\boldsymbol{E}}=\int\mathbf{d}\vec{\boldsymbol{E}}$	$\vec{\boldsymbol{B}}=\int\mathbf{d}\vec{\boldsymbol{B}}$

基本思路: $I \longrightarrow I\mathrm{d}\vec{l} \longrightarrow \mathrm{d}\vec{B} \longrightarrow \vec{B}=\int\mathrm{d}\vec{B}$

2、毕奥-萨伐尔-拉普拉斯定律:电流元产生的磁感应强度:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\vec{l}\times\vec{r}}{r^3}$$

方向的判断是重点!



3、毕奥-萨伐尔定律的应用:

✪直线电流: 有限长=>无限长 $B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi d}$

✪圆电流: 圆心处 $B_o = \dfrac{\mu_0 I}{2R}$

✪载流长直螺线管: $B = \mu_0 nI$

✪运流电流: 等效电流 $I = q\cdot v = q\cdot\dfrac{\omega}{2\pi}$

圆心处: $B = \dfrac{\mu_0 I}{2R} = \dfrac{\mu_0 q\omega}{4\pi R}$

4、运动电荷产生的磁场

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q\vec{v}\times\vec{r}}{r^3}$$

1. 熟悉典型问题结果

运动点电荷，
无限长直电流，
圆电流轴线上，
长直载流螺线管，
螺绕环 ...

2. 总结出用安培环路定理求解磁场分布的思路

对称性分析 — 选环路 L 并规定绕向.

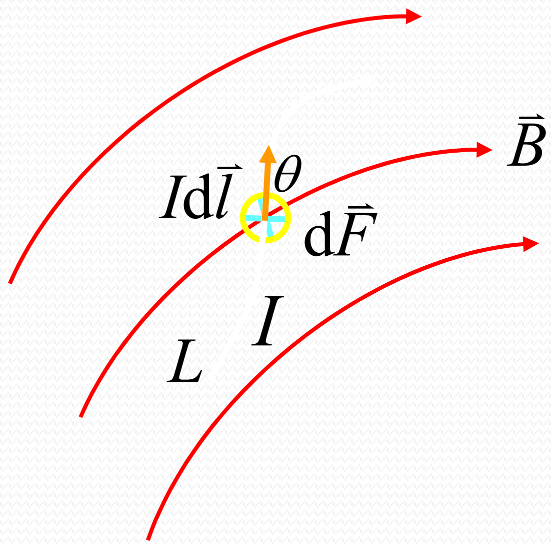
— 由 $\oint_L \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 \sum I_{内}$ 求 $\vec{B}$ 分布.

与用高斯定理计算场强的条件和方法作比较！

3、 磁场对电流的作用

(1) 安培力

$$\mathrm{d}\vec{F} = I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{B}$$



大小： $\mathrm{d}F = I\mathrm{d}lB\sin\theta$

方 向： $I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{B}$

(2) 匀强磁场对平面载流线圈的作用

合力： $\sum \vec{F} = 0$

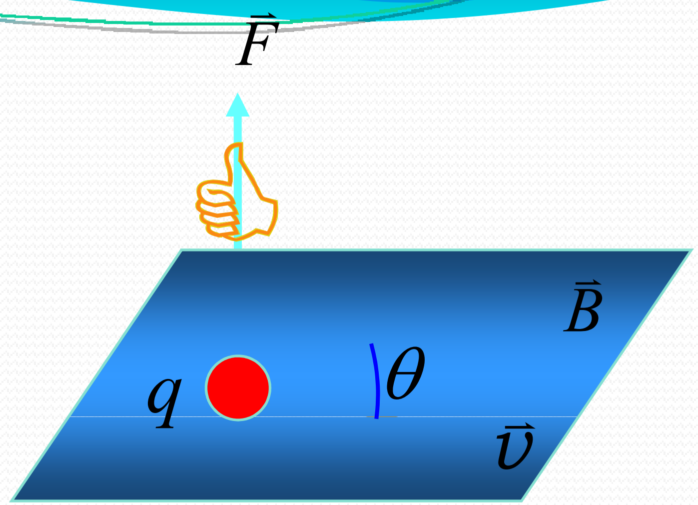
磁力矩： $\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B}$， $\vec{m} = IS\hat{e}_n$ （磁矩）

(3) 磁力的功

$$A = \int_{\varphi_{m1}}^{\varphi_{m2}} I\mathrm{d}\varphi_m = I\Delta\varphi_m$$

4、磁场对运动电荷的作用

(1) 磁场对运动电荷的作用



洛伦兹力　$\vec{F}=q\vec{v}\times\vec{B}$

洛伦兹力始终与电荷运动方向垂直，对电荷不作功。

(2) 霍耳效应

霍耳电压　$U_{ab}=R_{\mathrm{H}}\dfrac{IB}{d}$

霍耳系数　$R_{\mathrm{H}}=\dfrac{1}{nq}$

例 载流长直导线的磁场

条件:L、I、d、 α_1 、 α_2

解: 利用毕－萨－拉定律及叠加原理求解

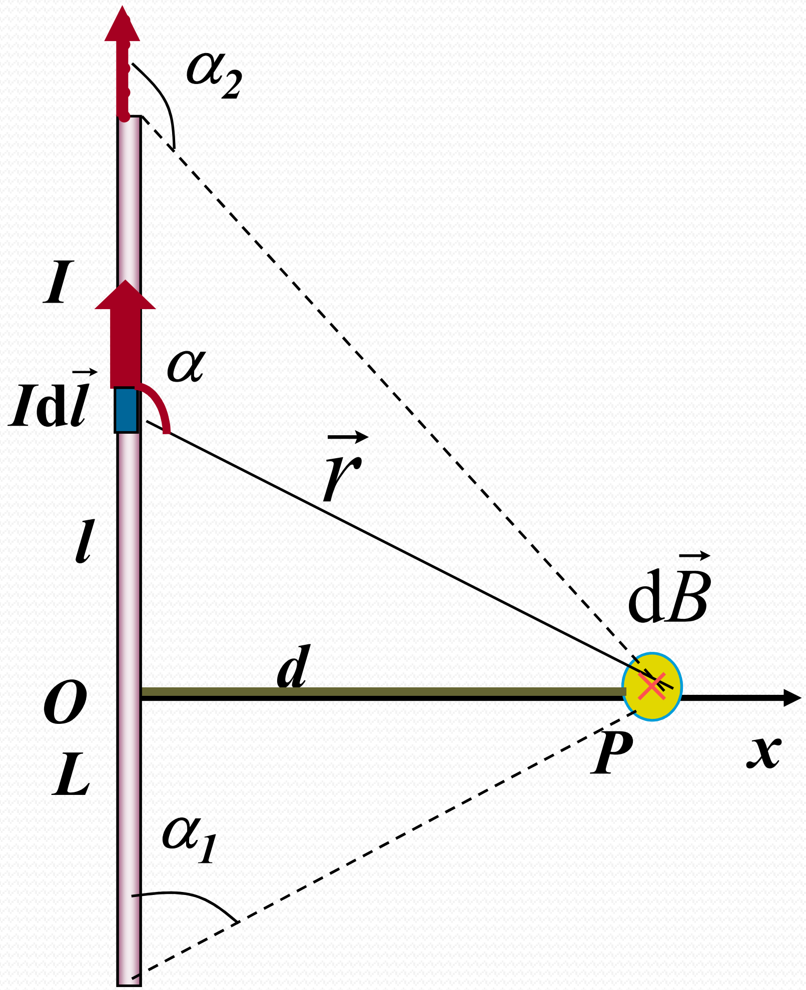
电流元的磁场:

$$\mathrm{d}\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$

$$B = \int_L \mathrm{d}B = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_L \frac{I\mathrm{d}l\sin\alpha}{r^2}$$

统一变量

$$r = d/\sin\alpha,\ l = -d\,\mathrm{ctg}\,\alpha$$



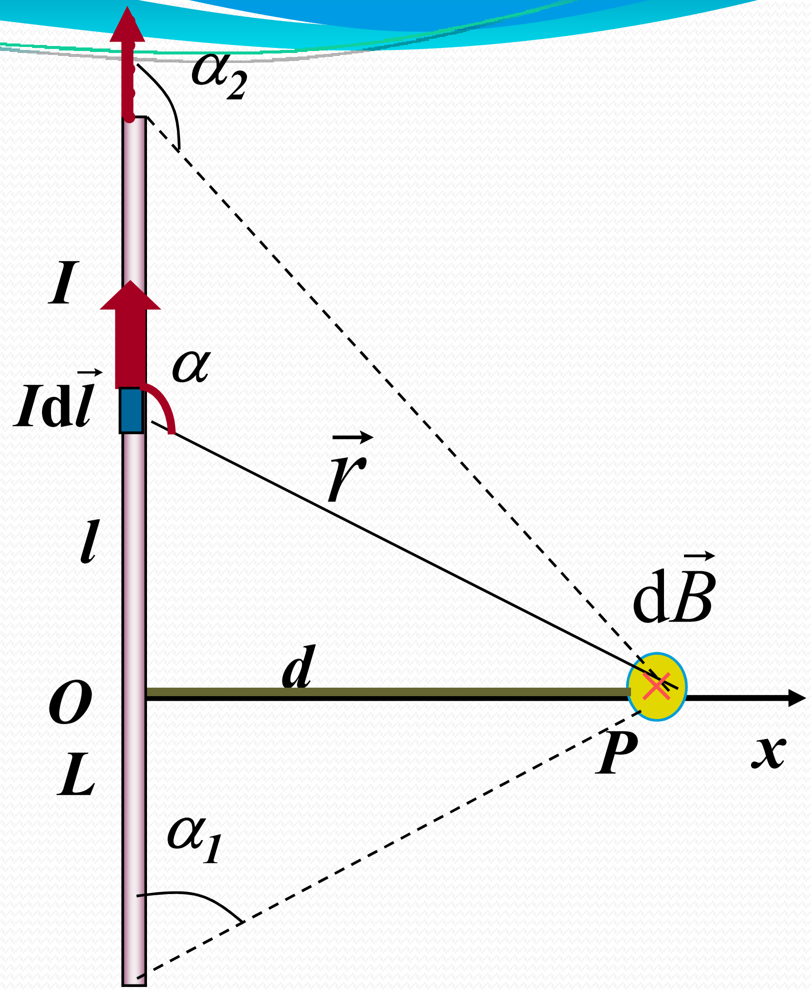
$$B=\int_L \mathrm{d}B=\frac{\mu_0}{4\pi}\int_L \frac{I\mathrm{d}l\sin\alpha}{r^2}$$

统一变量 $r=d/\sin\alpha,\ l=-d\operatorname{ctg}\alpha$

$$B=\frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_L \frac{\mathrm{d}l\sin\alpha}{r^2}$$

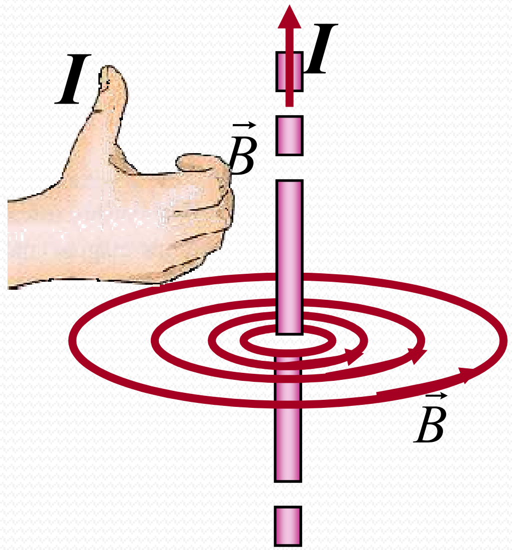
$$=\frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_{\alpha_1}^{\alpha_2}\frac{\sin\alpha}{d}\mathrm{d}\alpha$$

$$=\frac{\mu_0 I}{4\pi d}\left(\cos\alpha_1-\cos\alpha_2\right)$$



方向：直导线电流与各电流元的磁场同方向,与导线垂直.

$$B=\frac{\mu_0 I}{4\pi d}\left(\cos\alpha_1-\cos\alpha_2\right)$$



讨论:

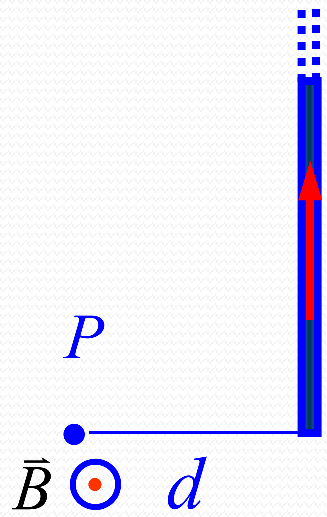
(1) $\alpha_1=0,\alpha_2=\pi$，无限长载流直导线，

$$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi d}$$

(2) 半无限长载流直导线

过半无线长载流直导线端点垂线上任意一点的磁场

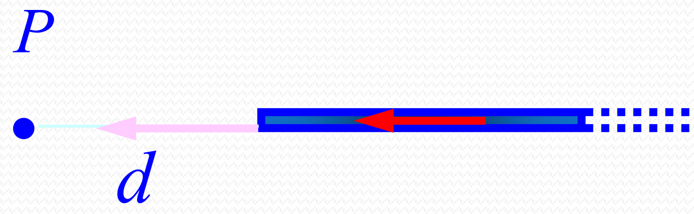
$$B_2=\frac{\mu_0 I}{4\pi d}(\cos 90^0-\cos 180^0)=\frac{\mu_0 I}{4\pi d}$$



$$B=\frac{\mu_0 I}{4\pi d}(\cos\alpha_1-\cos\alpha_2)$$

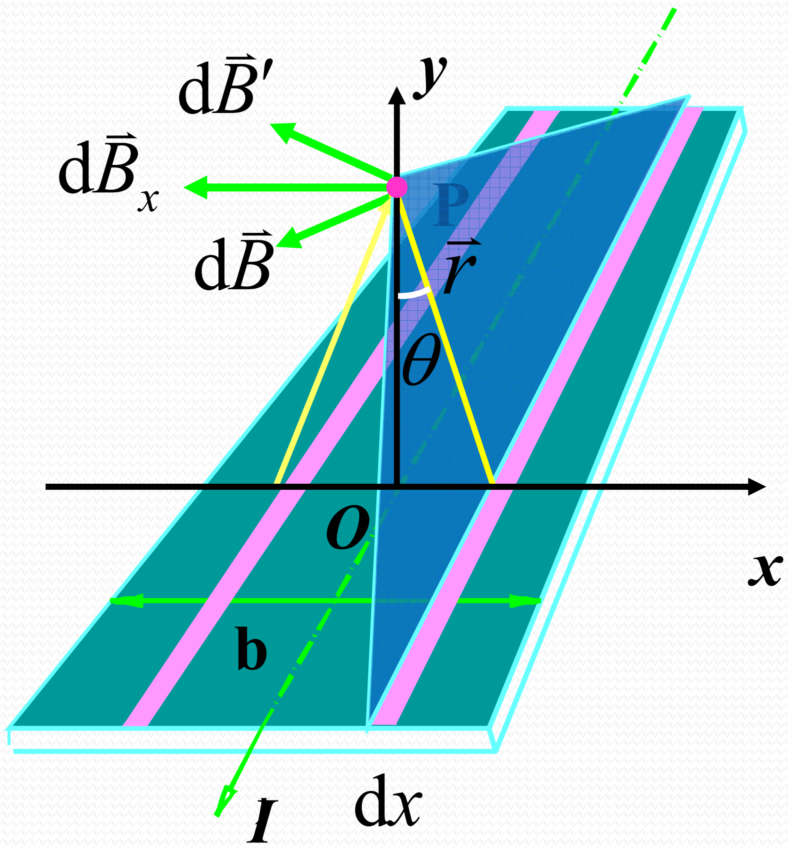
(2) 半无限长载流直导线

延长线上任意一点的磁场



$$B_1=0$$

(3) 无限长载流平板中垂面上任一点的磁场

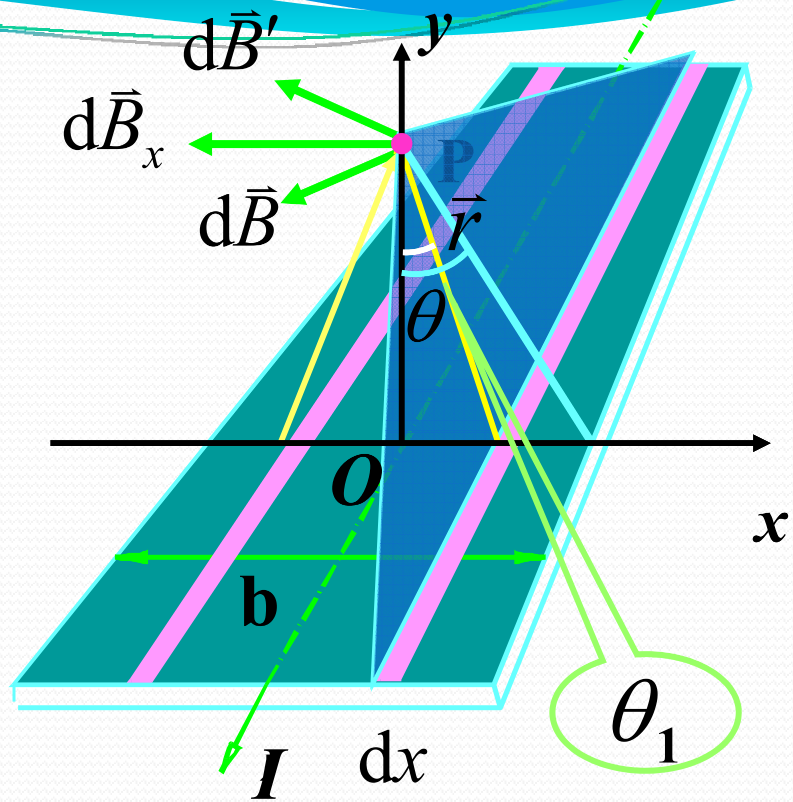


解 $\quad \mathrm{d}I=\dfrac{I\mathrm{d}x}{b}$

$$\mathrm{d}B=\frac{\mu_0\mathrm{d}I}{2\pi r}=\frac{\mu_0 I\mathrm{d}x}{2\pi b y\sec\theta}$$

$$B_P=B_x=\int\mathrm{d}B_x$$

$$\mathrm{d}B = \frac{\mu_0 \mathrm{d}I}{2\pi r} = \frac{\mu_0 I \mathrm{d}x}{2\pi b y \sec\theta}$$



$$B_P = B_x = \int \mathrm{d}B_x = \int \mathrm{d}B\cos\theta$$

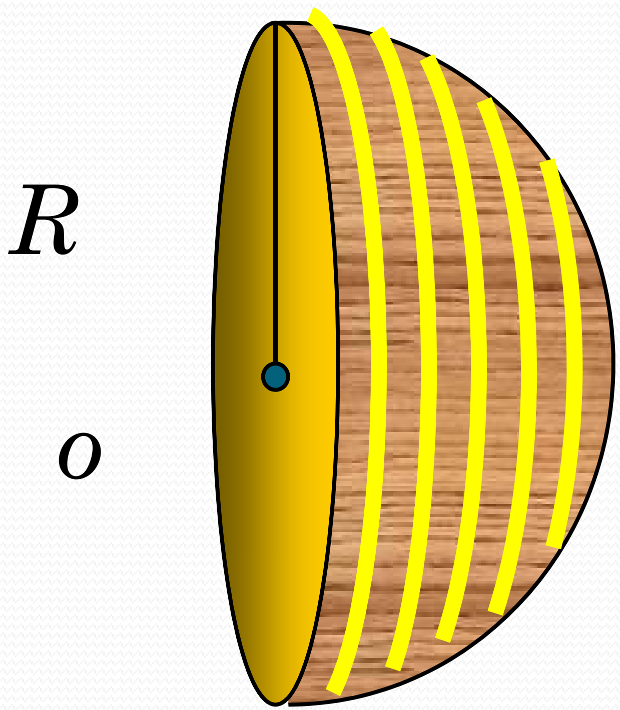
$$= 2\int_0^{\frac{b}{2}} \frac{\mu_0 I}{2\pi b y} \frac{\mathrm{d}x}{\sec^2\theta}$$

$$\mathrm{d}x = y\sec^2\theta \mathrm{d}\theta$$

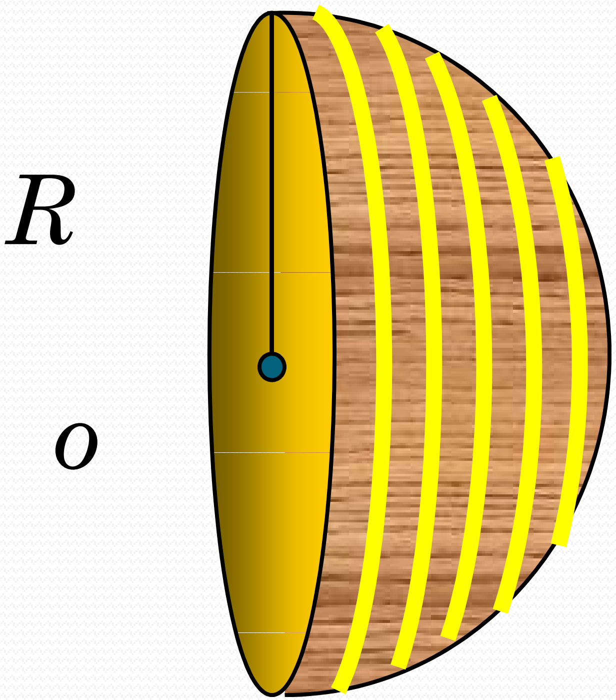
$$\theta_1 = \arctan\frac{b}{2y}$$

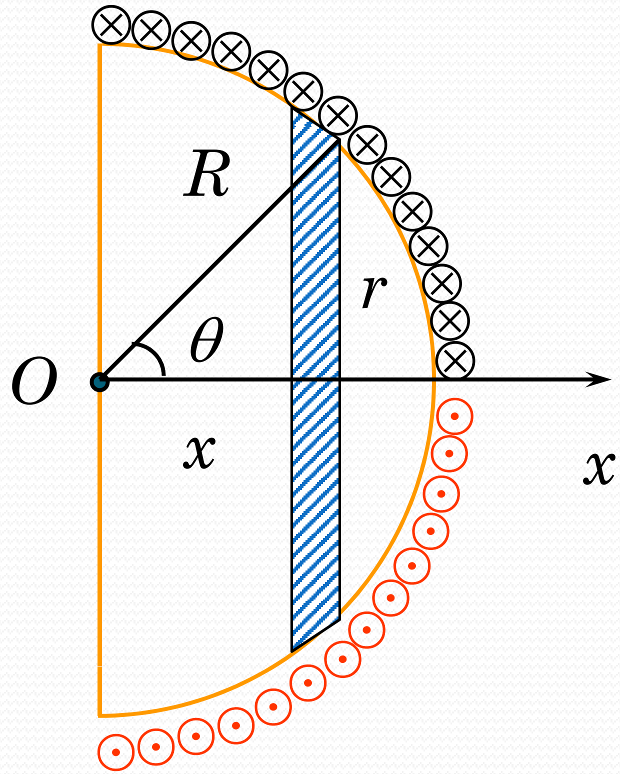
$$B_P = \frac{\mu_0 I}{\pi b}\int_0^{\theta_1} \mathrm{d}\theta = \frac{\mu_0 I}{\pi b}\arctan\frac{b}{2y}$$

例 在半径为 R 的半球型木制骨架上密绕 N 匝线圈，线圈内通有电流 I，求：球心 o 点处的磁感应强度 B 。



解： 由于线圈密绕，电流对o点张角θ均匀分布。





可将半球面上的电流分割成无限多载流圆环，利用载流圆环在轴线上的磁感应强度公式：

$$B = \frac{\mu_0 I R^2}{2\left(x^2 + R^2\right)^{3/2}}$$

则电流元的磁场：　$dB=\dfrac{\mu_0 r^2 dI}{2\left(x^2+r^2\right)^{3/2}}$

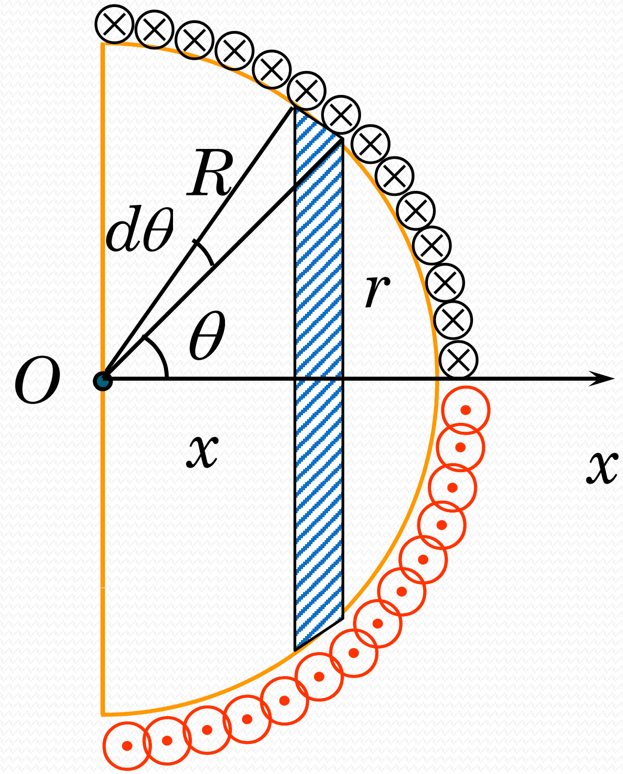
其中　$dI=\dfrac{NI}{\pi/2}d\theta$

$$r=R\sin\theta$$

$$dB=\frac{\mu_0 r^2 dI}{2\left(x^2+r^2\right)^{3/2}}$$

$$=\frac{\mu_0(R\sin\theta)^2 2NId\theta}{2\pi R^3}$$

$$=\frac{\mu_0 NI\sin^2\theta d\theta}{\pi R}$$



各电流元在 o 点产生的磁感应强度的方向都向左，则 o 点的磁感应强度为：

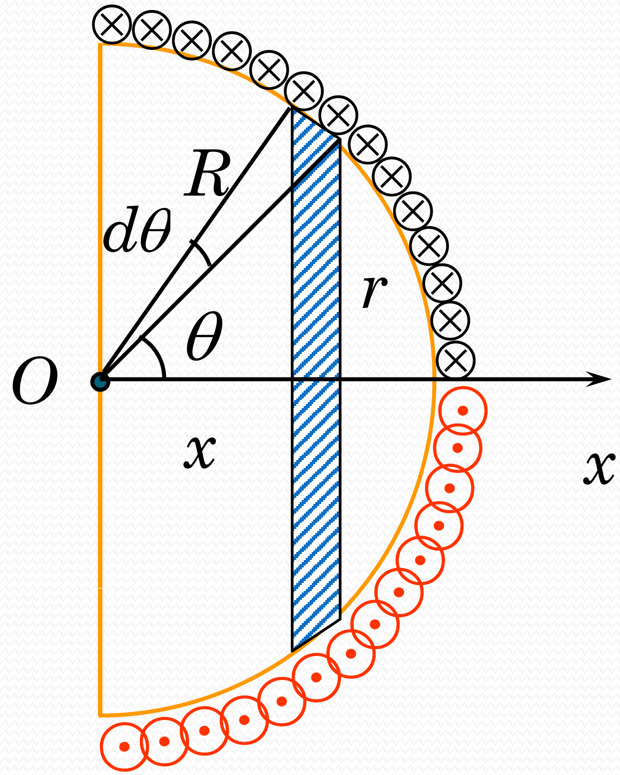
$$B=\int_0^{\pi/2}dB$$

$$=\int_0^{\pi/2}\frac{\mu_0 NI\sin^2\theta d\theta}{\pi R}$$

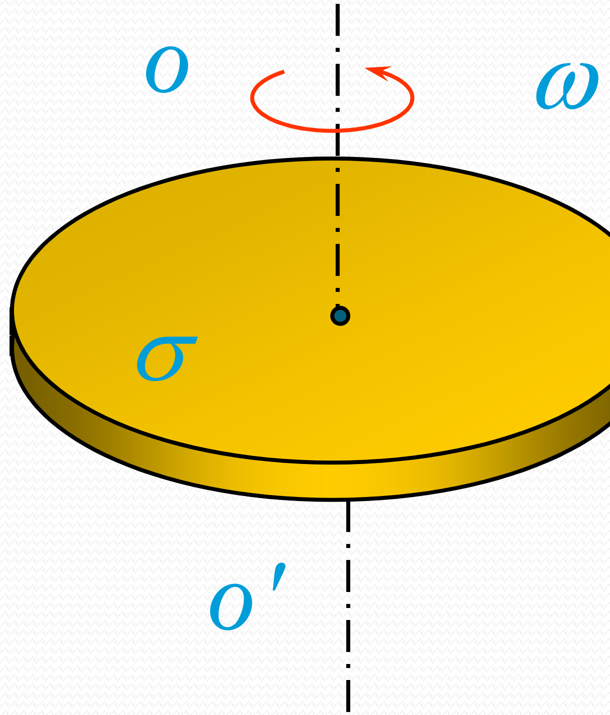
$$=\frac{\mu_0 NI}{\pi R}\int_0^{\pi/2}\sin^2\theta d\theta$$

$$=\frac{\mu_0 NI}{\pi R}\frac{\pi}{4}$$

$$=\frac{\mu_0 NI}{4R}$$



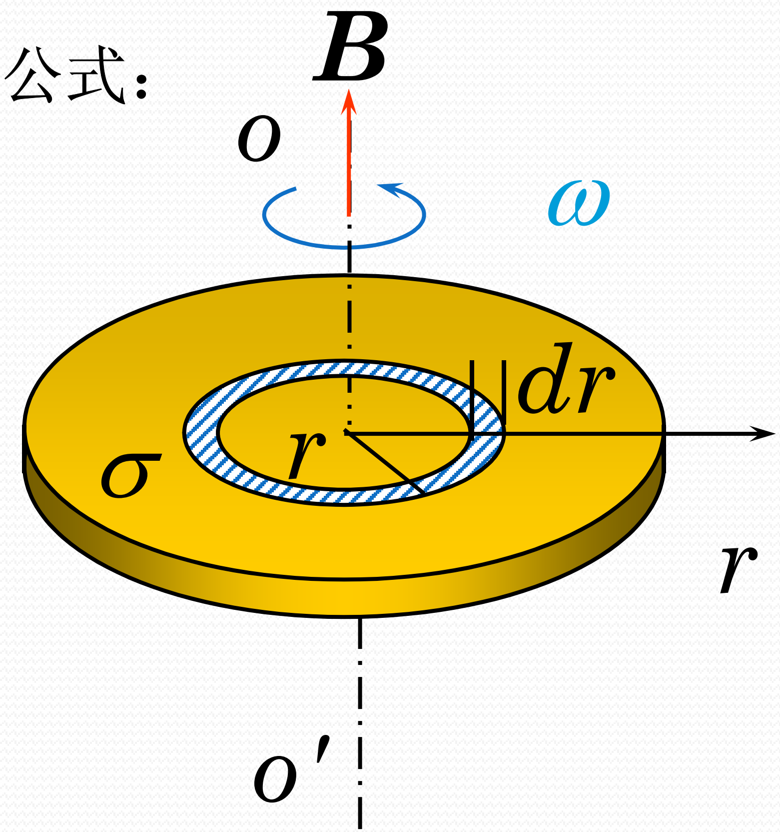
例：半径为 R 的均匀带电圆盘，面电荷密度为 σ，圆盘绕中心轴 oo' 以角速度 ω 转动，求盘心 o 点的磁感应强度 B。



解：圆盘上的电荷转动，在圆盘表面形成环形电流：

无限多的环形电流在空间产生磁场，分割电流元，电流元为半径为 r 、宽度为 dr 的圆环。

利用载流圆环环心处磁感应强度公式：



$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

电流元在 o 点产生的磁场为：

$$dB = \frac{\mu_0 dI}{2r}$$

$$dI = \frac{dq}{T} = \frac{\sigma dS}{2\pi/\omega}$$

$$= \frac{\sigma\omega \cancel{2\pi} r dr}{\cancel{2\pi}} = \sigma\omega r dr$$

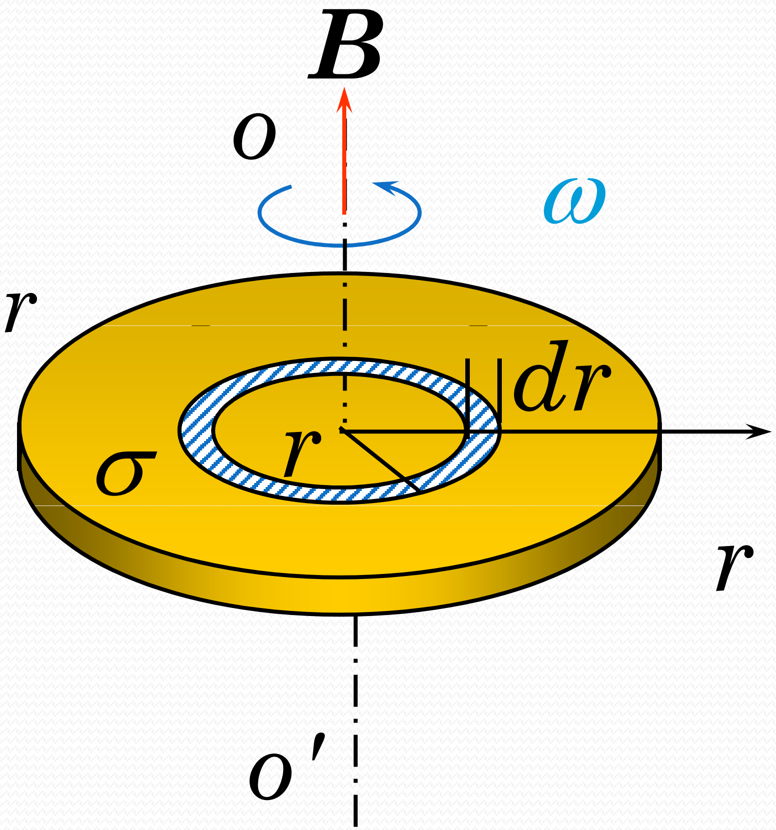
所以

$$dB = \frac{\mu_0 dI}{2r}$$

$$= \frac{\mu_0 \sigma \omega \cancel{r} dr}{2\cancel{r}} = \frac{1}{2}\mu_0 \sigma \omega dr$$

$$B = \int dB = \int_0^R \frac{1}{2}\mu_0 \sigma \omega dr$$

$$= \frac{1}{2}\mu_0 \sigma \omega R$$



1. 感应电动势的计算

$$\varepsilon = -\frac{\mathrm{d}\psi_m}{\mathrm{d}t} = -N\frac{\mathrm{d}\varphi_m}{\mathrm{d}t}$$

$$\varepsilon_{动} = \oint_L \left(\vec{v}\times\vec{B}\right)\cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$$\varepsilon_{感} = \iint_s \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

$$\varepsilon_L = -L\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}$$

$$\varepsilon_{12} = -M\frac{\mathrm{d}I_2}{\mathrm{d}t}$$

$$\varepsilon_{21} = -M\frac{\mathrm{d}I_1}{\mathrm{d}t}$$

2. L、M 的计算

3. 磁场能

$$W_m = \frac{1}{2} L I^2$$

$$W_m = \iiint_V \frac{1}{2} \boldsymbol{B} \boldsymbol{H} \mathrm{d} V = \iiint \frac{\boldsymbol{B}^2}{2\mu} \mathrm{d} V$$

4. 位移电流

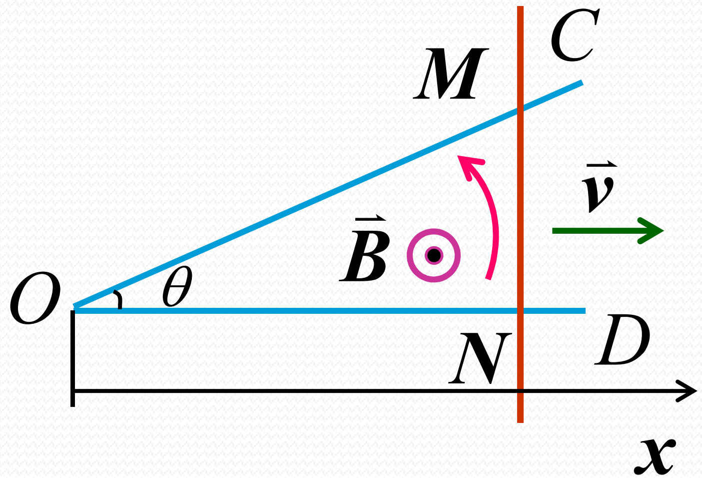
$$I_D = \frac{\mathrm{d}\varphi_D}{\mathrm{d}t} \qquad \vec{j}_D = \frac{\mathrm{d}\vec{D}}{\mathrm{d}t}$$

其中：$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E}$

例 弯成θ角的金属架***COD***, 导体棒***MN***垂直***OD***以恒定速度***v***在金属架上向右滑动，且t=0， x=0，已知磁场的方向垂直纸面向外，求下列情况中金属架内的ε_i:

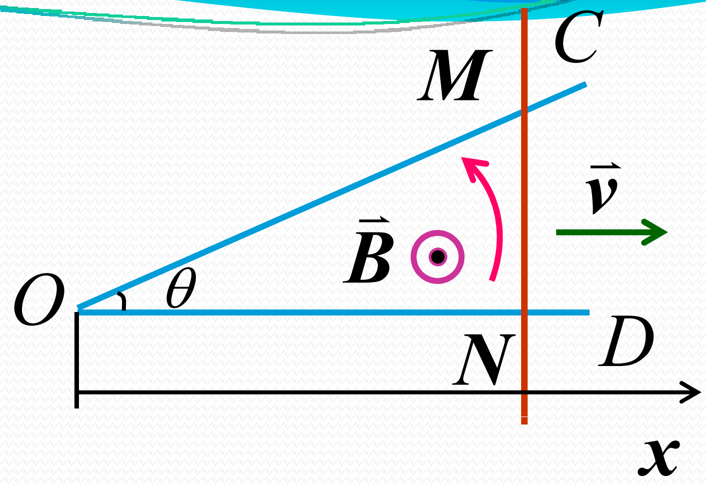
1）磁场***B***分布均匀，且磁场不随时间变化。

2）非均匀时变磁场，$B=kx\cos\omega t$。



解： 设回路绕向逆时针

1） t 时刻，$x=vt$ 。



$$\varphi_m=\vec{B}\cdot\vec{S}=B\cdot\frac{1}{2}x\cdot xtg\theta$$

$$=\frac{1}{2}Bv^2t^2tg\theta.$$

$$\varepsilon_i=-\frac{d\varphi_m}{dt}=-Bv^2t\cdot tg\theta<0$$

方向与绕向相反，只出现在MN上。

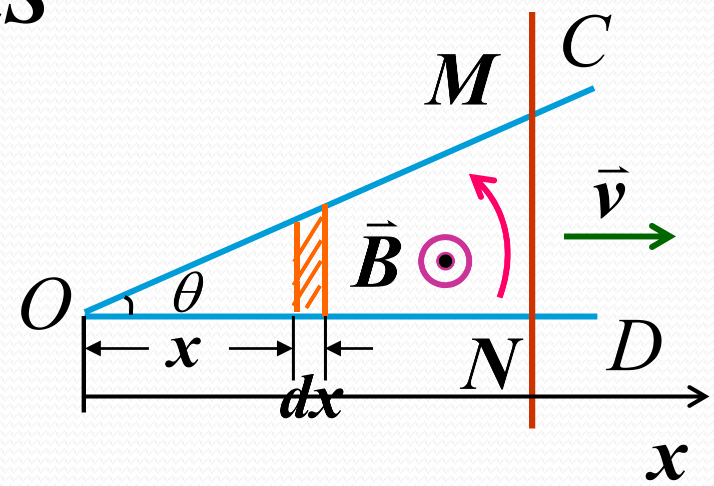
此处可直接利用均匀场：

$$\varphi_m=\vec{B}\cdot\vec{S}\qquad d\varphi_m=\vec{B}\cdot d\vec{S}+\vec{S}\cdot d\vec{B}$$

$$\varepsilon_i=-\frac{d\varphi_m}{dt}=-B\frac{dS}{dt}=-B\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}x^2tg\theta\right)=-Bv^2t\cdot tg\theta$$

2） *B*不均匀

$$\varphi_m \neq \vec{B}\cdot\vec{S} \qquad d\varphi_m = \vec{B}\cdot d\vec{S}$$



$$\varphi_m = \int \vec{B}\cdot d\vec{S}$$

$$= \int_0^x kx\cos\omega t\cdot xtg\theta\cdot dx$$

$$= \frac{1}{3}kx^3\cos\omega t\cdot tg\theta$$

$$\varphi_m(t) = \frac{1}{3}ktg\theta v^3 t^3\cos\omega t.$$

$$\varepsilon_i = -\frac{d\varphi_m}{dt} = \frac{1}{3}k\omega tg\theta\sin\omega t\cdot v^3 t^3 - ktg\theta\cos\omega t\cdot v^3 t^2$$

$\varepsilon_i > 0$， 与绕向相同。

$\varepsilon_i < 0$， 与绕向相反。

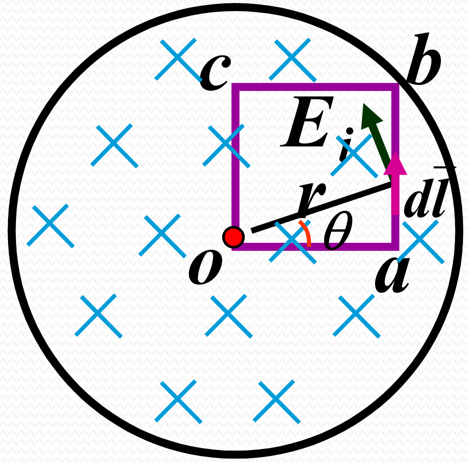
例 如图所示，有匀强磁场，随时间变化率为dB/dt，在其中放入一边长为l的正方形导体回路**oabc**。

求：1）回路各边的感应电动势；

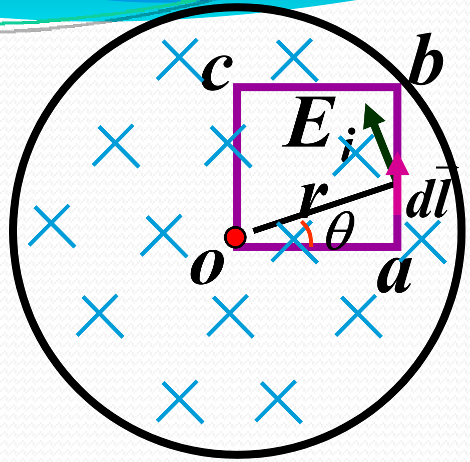
2） $\varepsilon_{i总}$；

3）回路内有静电场吗？

若有哪点（c与a）电势高。



解： 1）$\because oa \perp E_i$，$oc \perp E_i$ $\quad \therefore \varepsilon_{oa} = \varepsilon_{oc} = 0$



$$\varepsilon_{ab} = \int_a^b \vec{E}_i \cdot d\vec{l} = \int_a^b E\cos\theta dl$$

$$= \int_a^b \frac{r}{2}\frac{dB}{dt}\cos\theta dl$$

$$= \int_a^b \frac{l}{2}\frac{dB}{dt} dl = \frac{l}{2}\frac{dB}{dt} l \Big|_a^b = \frac{1}{2}\frac{dB}{dt} l^2$$

$$\boxed{\varepsilon_i = \int_-^+ \vec{E}_i \cdot d\vec{l}}$$

$$\boxed{E_i = \frac{r}{2}\frac{dB}{dt}}$$

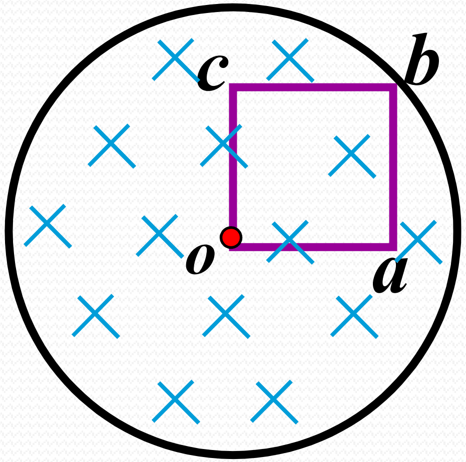
同理： $\varepsilon_{bc} = \dfrac{1}{2}\dfrac{dB}{dt} l^2$

2） $\varepsilon_{i总} = \varepsilon_{ab} + \varepsilon_{bc} = l^2 \dfrac{dB}{dt}$

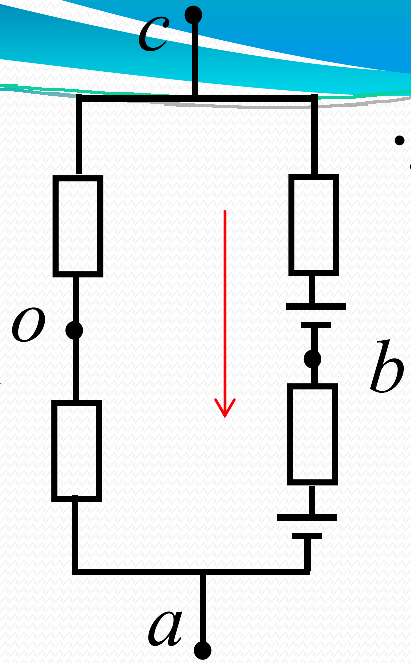
或： $\varepsilon_{i总} = -\dfrac{d\varphi_m}{dt} = -\dfrac{d}{dt}\left(\vec{B}\cdot\vec{S}\right) = S\dfrac{dB}{dt} = l^2\dfrac{dB}{dt}$

注：根据对称性：1），2）的计算可以倒过来进行。

3）有静电场！在哪里?



等效电路



$\because \varepsilon_{oa}=\varepsilon_{oc}=0,$

$\varepsilon_{ab}=\varepsilon_{bc}$会使正电荷在$c$点，聚集而$a$点有负电荷积累

$$U_{ac}=U_a-U_c=\sum \varepsilon_i-\sum I_iR_i=-(\varepsilon_{ab}+\varepsilon_{bc})-(-2I\times\frac{R}{4})$$

$$=-l^2\frac{dB}{dt}+\frac{\varepsilon_i}{R}\frac{R}{2}=-\frac{1}{2}l^2\frac{dB}{dt}<0$$

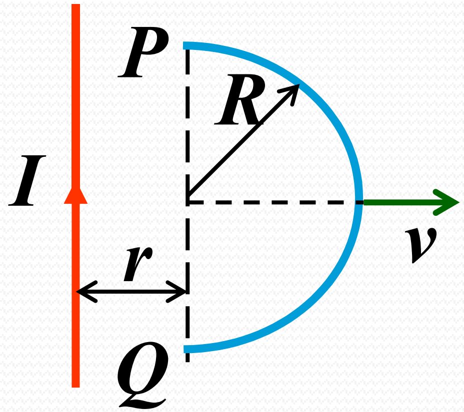
$$\therefore U_c>U_a$$

或： $U_{aoc}=U_a-U_c=0-\sum I_iR_i=-\frac{\varepsilon_i}{R}\times\frac{R}{2}$

$$=-\frac{l^2}{2}\frac{dB}{dt}<0$$

结论一致

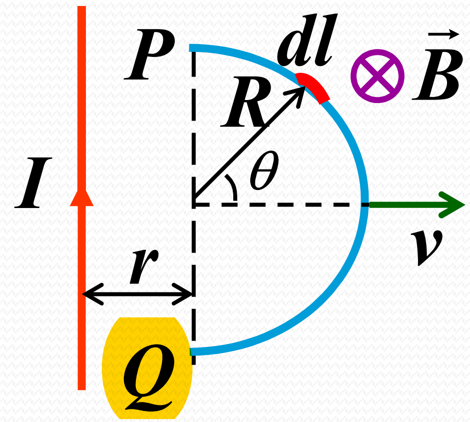
例 在真空中，有一无限长直导线电流I旁，有一半圆弧导线以v向右运动。已知r，R。求E_k、ε_{QP}，P与Q哪点电势高？



$$\varepsilon_i = \int_L \left(\vec{v}\times\vec{B}\right)\cdot d\vec{l}.$$

解：1）在导线上任意dl处的E_k

距电流为r'：　$r' = r + R\cos\theta$



$$E_k = \left|\vec{v}\times\vec{B}\right| = vB = v\frac{\mu_0 I}{2\pi r'} = \frac{\mu_0 I v}{2\pi\left(r + R\cos\theta\right)}$$

方向向上

2）$\varepsilon_{QP} = \int \vec{E}_k\cdot d\vec{l} = \int \frac{\mu_0 I v}{2\pi\left(r+R\cos\theta\right)}\cdot\cos\theta\cdot dl$　　$dl=Rd\theta$

$$= \frac{\mu_0 I v}{2}\left(1 - \frac{4r}{\pi\sqrt{r^2-R^2}}tg^{-1}\sqrt{\frac{r-R}{r+R}}\right).$$

3）显然：ε_i从$Q\rightarrow P$，$U_P > U_Q$。

能否用直线$\overline{PQ}$来代替$\overset{\frown}{PQ}$？

否！

$$\varepsilon_{\overline{PQ}} = \frac{\mu_0 I v}{2\pi r}2R \neq \varepsilon_{\overset{\frown}{PQ}}$$