

算法设计与分析

实验指导书

王晓茹
计算机学院
北京邮电大学

目录

实验一 最大字段和三种实现算法的时间复杂度分析	3
实验二 利用 FFT 算法改进大整数乘法的算法效率	5
实验三 三种排序算法的设计与分析	7
实验四 （期中）循环赛日程表算法的设计与分析	10
实验五 蒙图版钻石矿工算法的设计与分析	12
实验六 实际应用中的图的着色算法及旅行售货员问题的算法设计与分析	15

实验一 最大字段和三种实现算法的时间复杂度分析

一、实验目的

- 理解算法时间复杂度的评价方法，初步了解不同的算法策略对算法性能的影响程度；
- 掌握算法时间复杂度测试的基本流程。

二、实验内容及要求

1. 算法的设计与实现

分别实现课件中给出的基于暴力枚举、分治法和动态规划方法实现的最大字段和算法程序，测试在不同数据规模下，三种算法的时间复杂度。

2. 测试要求

生成不同规模的测试数据集，测试三种算法程序，填写下列测试表格：

Running times of several algorithms for maximum subsequence sum (in seconds)

Algorithm		1	2	3	4
Time		$O(N^3)$	$O(N^2)$	$O(N \log N)$	$O(N)$
Input Size	$N=10$	0.00103			
	$N=100$	0.47015			
	$N=1,000$	448.77			
	$N=10,000$	NA			
	$N=100,000$	NA			

3. 撰写实验报告

结合测试结果，形成电子版实验报告。

实验一 算法设计与分析实验评价标准

验收项目	验收分项	得分
在不同规模的数据集下，三种算法的效率分析	暴力枚举法	30
	分治法	35
	动态规划法	35
总分		100

实验二 利用 FFT 算法改进大整数乘法的算法效率

一、实验目的

- 理解分治法的策略，掌握基于递归的分治算法的实现方法；
- 理解基于分治法的大整数乘法算法的基本原理，掌握分治法提高算法效率的基本方法；
- 理解 FFT（快速傅里叶变换算法）的基本原理。

二、实验内容及要求

1. 算法的设计与实现

学习 FFT（快速傅里叶变换算法）的基本原理，基于快速傅里叶变换算法改进传统的大整数乘法分治算法，即将基于分治的大整数乘法的算法效率由 $O(n^{1.59})$ 提高到 $O(n \log n)$ 。

2. 测试要求

设计测试数据集，编写测试程序，用于测试：

- a) 正确性：所实现的三种算法的正确性；
- b) 算法复杂性：针对两种算法，设计测试数据集，评价各个算法在算法复杂性上的表现；（最差情况、平均情况）

3. 撰写评价报告

- a) 结合实验结果，在理论上给予总结和评价两种算法在算法复杂性和效率上的表现。形成电子版实验报告。

4. 作业清单

- ①程序（算法程序和测试程序）；
- ②测试数据集和测试程序；

③实验报告

实验二 算法设计与分析实验评价标准

验收项目	验收分项		得分
基于传统分治的大整数乘法算法	算法的正确性		30
	算法的效率	最坏情况	5
		平均情况	10
基于快速傅里叶变换的大整数乘法	算法的正确性		30
	算法的效率	最坏情况	5
		平均情况	10
实验报告	两种算法的复杂度分析		10
总分			100

实验三 三种排序算法的设计与分析

一、实验目的

- 理解分治法的策略，掌握基于递归的分治算法的实现方法；
- 掌握基于分治法的合并排序、快速排序的实现方法；
- 理解并掌握在渐进意义下的算法复杂性的评价方法；
- 掌握算法测试的基本流程。

二、实验内容及要求

1. 算法的设计与实现

设计并实现插入排序、归并排序（合并排序）、快速排序算法，通过比较三种排序算法在不同数据量的情况下所需的移动次数、比较次数，分析算法在最差情况、平均情况下的算法复杂度。

2. 测试要求

设计测试数据集，编写测试程序，用于测试：

- a) 正确性：所实现的三种算法的正确性；
- b) 算法复杂性：三种排序算法中，设计测试数据集，评价各个算法在算法复杂性上的表现；（最差情况、平均情况）
- c) 效率：在三种排序算法中，设计测试数据集，评价各个算法中比较的频率，移动的频率。

3. 撰写评价报告

结合实验结果，在理论上给予总结和评价三种排序算法在算法复杂性和效率上的表现。形成电子版实验报告。

4. 作业清单

①程序（算法程序和测试程序）；

②测试数据集和测试程序；

③实验报告

PS1: 附件是提供给大家我欣赏的程序书写风格，供参考。

PS2: 简介测试数据集：在不同的算法复杂性条件下，平均情况，最差情况，最好情况所使用的数据集肯定不同；同理，比较次数和腾挪次数，也需要专门的数据分别验证。并且，在验证算法正确性时，数据集应设计成不同规模，能够保证算法程序各个分支都被测试到。这些数据才是完整的测试数据集。

PS3: 简介测试程序：专门的程序，分别调用不同的算法模块，以及相关的数据集输入，得到不同的测试结果，然后给出评估。例如，正确性，测试程序的输出结果应该是一个遍历结果，保证所有分支语句都测试到。其他类似。

掌握了测试程序和测试数据的设计，大家才能成为真正的 programmer。

实验三 算法设计与分析实验评价标准

验收项目	验收分项		得分
算法的设计与实现	算法正确性		10
	算法的效率	最坏情况	25
		平均情况	25
测试程序的编写	数据生成程序正确性		15
	总测试程序正确性		15
实验报告	基于渐进性原理的算法复杂度分析		10
总分			100

实验四 （期中） 循环赛日程表算法的设计与分析

一、实验目的

- 理解分治法的策略，掌握基于递归的分治算法的实现方法；
- 掌握基于数学模型建立算法模型的建模方法；
- 理解并掌握在渐进意义下的算法复杂性的评价方法。

二、实验内容及要求

1. 算法的设计与实现

- 问题描述

设有 n 个运动员要进行网球循环赛，设计一个满足下列条件的比赛日程表：

- 1) 每个选手必须与其他 $n-1$ 个选手各赛一次；
- 2) 每个选手一天只能赛一次
- 3) 当 n 是偶数时，循环赛只能进行 $n-1$ 天
- 4) 当 n 是奇数时，循环赛只能进行 n 天

2. 实验内容

依据数学方法，解决选手人数不等于 2^k 时，在偶数和奇数情况下，依题目条件建立算法模型。

- ① 数据生成： 不同规模的数据集，用于测试算法的正确性及效率。
- ② 算法实现： 实现能够满足题目要求的循环赛日程表算法及程序。

3. 实验要求

设计测试数据集，编写测试程序，用于测试：

- a) 正确性： 所实现算法的正确性；

b) 算法复杂性：分析评价各个算法在算法复杂性上的表现；（最差情况、平均情况）

3. 撰写评价报告

结合实验结果，在理论上给予总结和评价在不同情况下该算法的效率。

4. 作业清单

- ①程序（算法程序和测试程序）；
- ②测试数据集和测试程序；
- ③实验报告

实验四 算法设计与分析实验评价标准

验收项目	验收分项		得分
基于分治的算法的设计与实现	算法正确性		40
	算法的效率	最坏情况	20
		平均情况	20
基于其他算法策略的探索实现	算法：回溯法、旋转多边形法等		10
实验报告	基于渐进性原理的算法复杂度分析		10
总分			100

实验五 蒙图版钻石矿工算法的设计与分析

一、实验目的

- 理解动态规划算法的策略，掌握 DP 算法避免重复计算的方法；
- 掌握基于最优子结构递推分解原问题和子问题的基本方法
- 掌握自底向上的 DP 算法的实现方法；
- 理解基于全局动态规划的 DP 算法在实际应用中的局限性，掌握基于局部动态规划和贪心策略相结合的 DP 算法的设计方法；

二、实验内容及要求

1. 算法的设计与实现

- 问题描述

经典的钻石矿工问题描述如下：

有一座金字塔，金字塔的每块石头上都镶有对应的钻石，钻石可以被取下来，不同的钻石有着不同的价值，例如图 1 所示，你的任务是从金字塔的顶端向金字塔的底端收集钻石，并且尽可能收集价值高的钻石，但是只能从一块砖斜向左下或斜向右下走到另一块砖上，如图 1 从用红色 A 标记的砖走向用蓝色 B 标记的砖上。请找到一个收集最高价值钻石的路线，并给出能够获得的最大钻石总价值？

课堂上，我们基于动态规划方法给出了该问题的基本求解算法。此时，我们能够实用动态规划算法解决该题，是因为我们实现得到了整个金字塔的钻石价值分布，因为可以通过动态规划算法求解——全局动态规划算法。

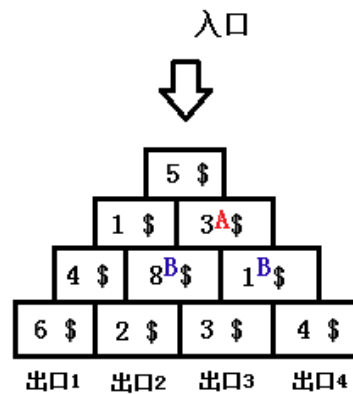


图 1 钻石金字塔

● 蒙图版的钻石金字塔问题

如图 2 所示，在实际应用中，矿工事先往往无法提前知道金字塔的钻石分布。通常，他们只能估计面前两个方块内的钻石数，或者租用探测器来获得面前 x 步 ($x < n$, n 为金字塔的层数) 内钻石的分布。又或者，假设他有一张残破的地图。在上述这些情况下的信息量和矿工的收益有怎样的关系呢？请设计并实现能够获得最大价值算法，包括找寻最佳路径及最大价值。

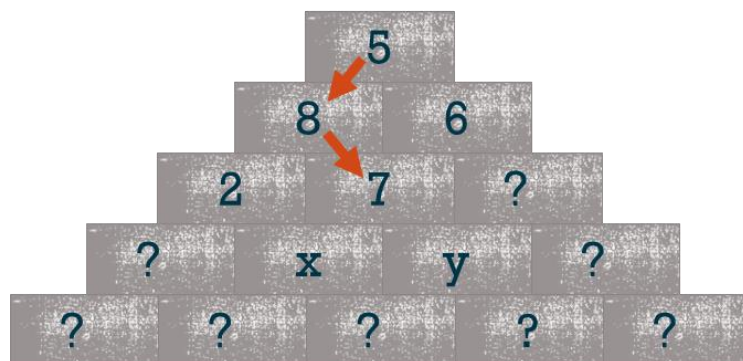


图 2 蒙图版钻石金字塔

2. 实验内容

- ① 数据生成：通过随机或高斯等随机方法生成矿产的模拟分布图。
- ② 算法实现：分别基于 X 步 ($x < n$, n 为金字塔的层数) 已知，及蒙图版（残缺地图版）的挖矿算法。

3. 测试要求

设计测试数据集，编写测试程序，用于测试：

- a) 正确性：所实现算法的正确性；
- b) 算法复杂性：分析评价各个算法在算法复杂性上的表现；（最差情况、平均情况）

3. 撰写评价报告

结合测实验结果，在理论上给予总结和评价在不同情况下动态规划算法的实用性。。

4. 作业清单

- ①程序（算法程序和测试程序）；
- ②测试数据集和测试程序；
- ③实验报告

实验五 算法设计与分析实验评价标准

验收项目	验收分项	得分
算法的设计与实现	贪心策略	10
	全局动态规划	30
	蒙图版	30
测试程序的编写	数据生成程序正确性	10
	总测试程序正确性	10
实验报告	算法复杂度分析	10
总分		100

实验六 实际应用中的图的着色算法及旅行售货员问题的算法设计与分析

一、实验目的

- 理解回溯法的策略，理解回溯法基于深度优先的搜索策略；
- 掌握回溯算法解空间树的设计方法；
- 掌握回溯法的剪枝策略
- 利用实际的 LTE 基站图，学会设计并实现实用的图的着色算法和旅行售货员问题的算法设计方法；

二、实验内容及要求

1. 面向实际应用的图的着色算法的设计与实现

- 问题描述

在昆明 LTE 基站网络中，选取部分基站，计算基站间的距离，在部分基站间引入边，得到

- 1) $n=22$ 个基站顶点组成的图，如图 1 所示；
- 2) $n=42$ 个基站顶点组成的图，如图 2 所示。

邻接矩阵如附件 1 所示。

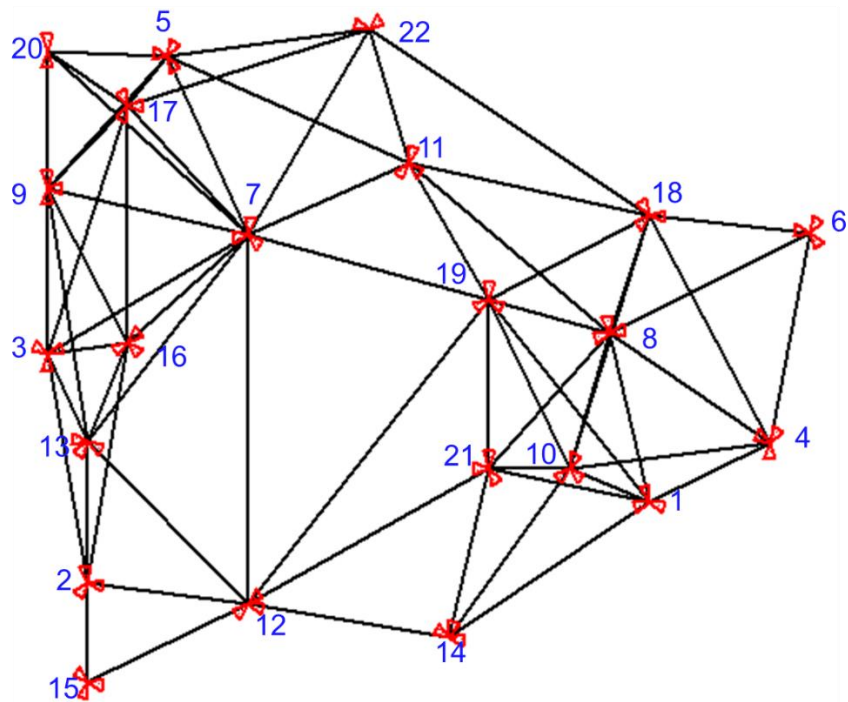


图 1 由 22 个基站组成的无向图

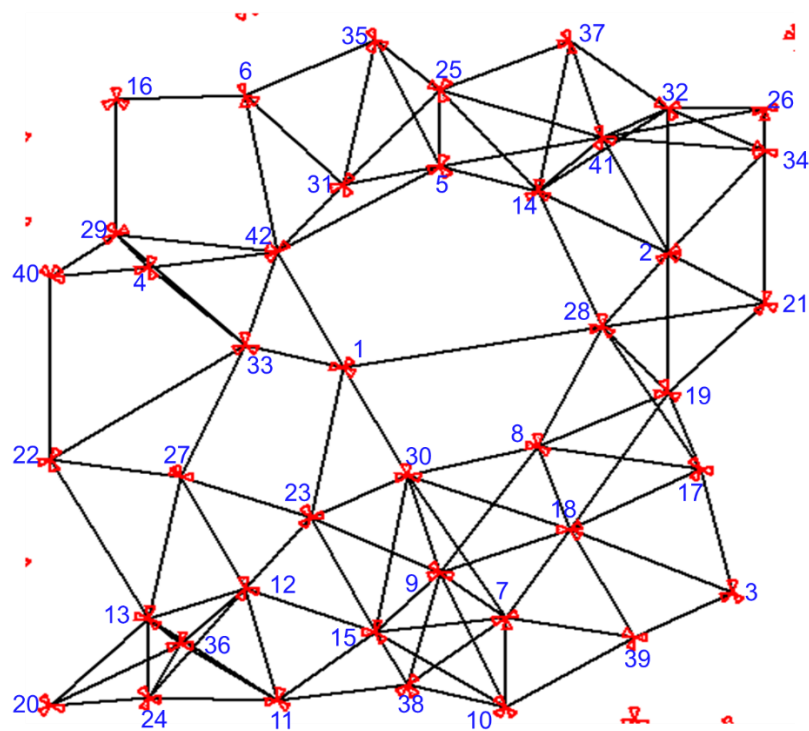


图 2 由 22 个基站组成的无向图

● 实验内容

- ① 编程实现基于回溯法的图的 m 着色算法；

②针对图 1、图 2, 给定颜色总数 m ($m=22/42$) 后, 运行程序, 为图中各个基站结点, 分配颜色。

● 实验要求

- ①修改完善程序, 采用尽可能少的颜色 $k \leq m$, 为图中各个顶点着色;
- ②修改完善程序, 统计搜索过程中扫描过的搜索树结点总数 L
- ③记录程序运行时间 T
- ④输出图中各个顶点的着色方案、用到的颜色总数 k 、搜索过的结点总数 L 、程序运行时间 T

2. 面向实际应用的旅行售货员问题的算法设计与实现

● 问题描述

基于上文所示, 利用图 1 和图 2 的网络及附件 1 中给出的邻接矩阵, 编程实现基于回溯的旅行商问题算法。其中, 图 1 的起始城市为结点 20, 图 2 的起始结点为图 16.

● 实验要求

- ①修改完善程序, 统计搜索过程中扫描过的搜索树结点总数 L
- ②修改完善程序, 记录程序运行时间 T
- ③针对图 1、图 2, 输出:
 - 1) 从起始城市出发的最短旅行路径
 - 2) 路径总长度
 - 3) 扫描过的搜索树结点总数 L
 - 4) 程序运行时间 T

3. 作业清单

①程序;

②实验报告

实验六 算法设计与分析实验评价标准

验收项目	验收分项		得分
算法的设计与实现	图的着色问题	算法正确性	20
		剪枝有效性	20
	旅行售货员问题	算法正确性	20
		剪枝有效性	20
算法的改进	图的着色问题	空间复杂性	5
		时间复杂性	
	旅行售货员问题	空间复杂性	5
		时间复杂性	
实验报告	算法复杂度分析		10
总分			100