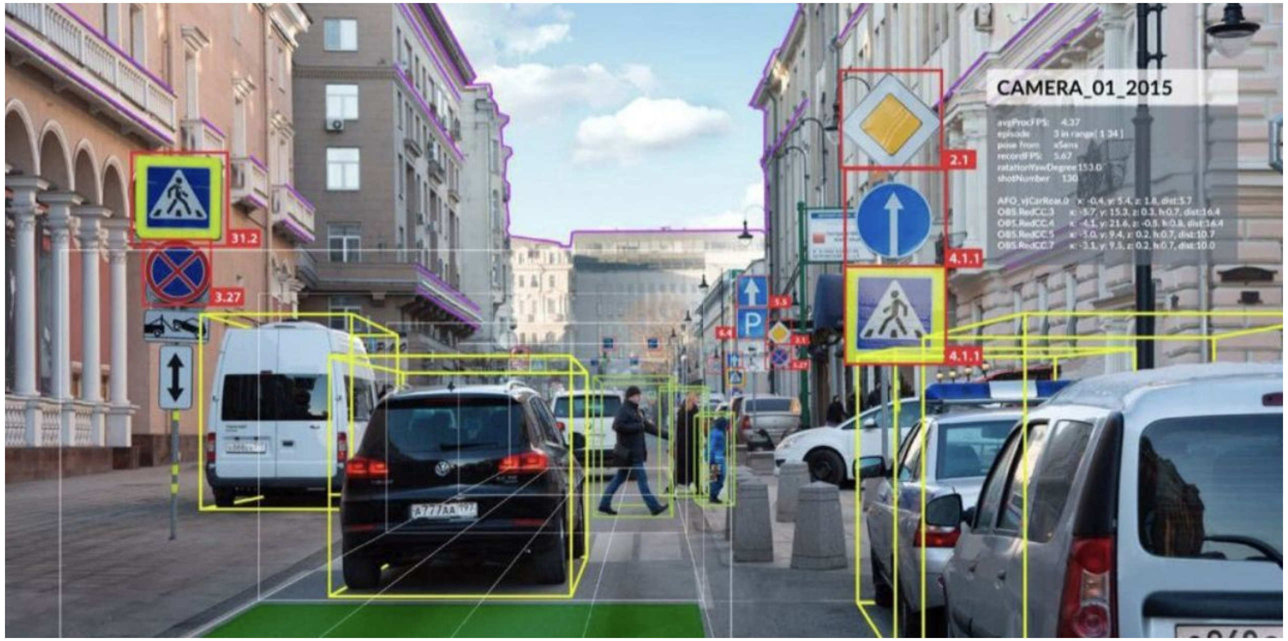
Visión Computacional
para imágenes y video

Módulo 2

Tema 2.3
Mejoramiento de imágenes usando Fourier



Gilberto Ochoa Ruiz, PhD
Associate Professor
Researcher in Computer Vision

Computer Science Dept.
Advanced AI Research Group
gilberto.ochoa@tec.mx

Tecnológico de Monterrey

Representación de imágenes

Localizacion del pixel (m,n)

Intensidad I(m,n)

Mejoramiento de imágenes en el dominio de la frecuencia

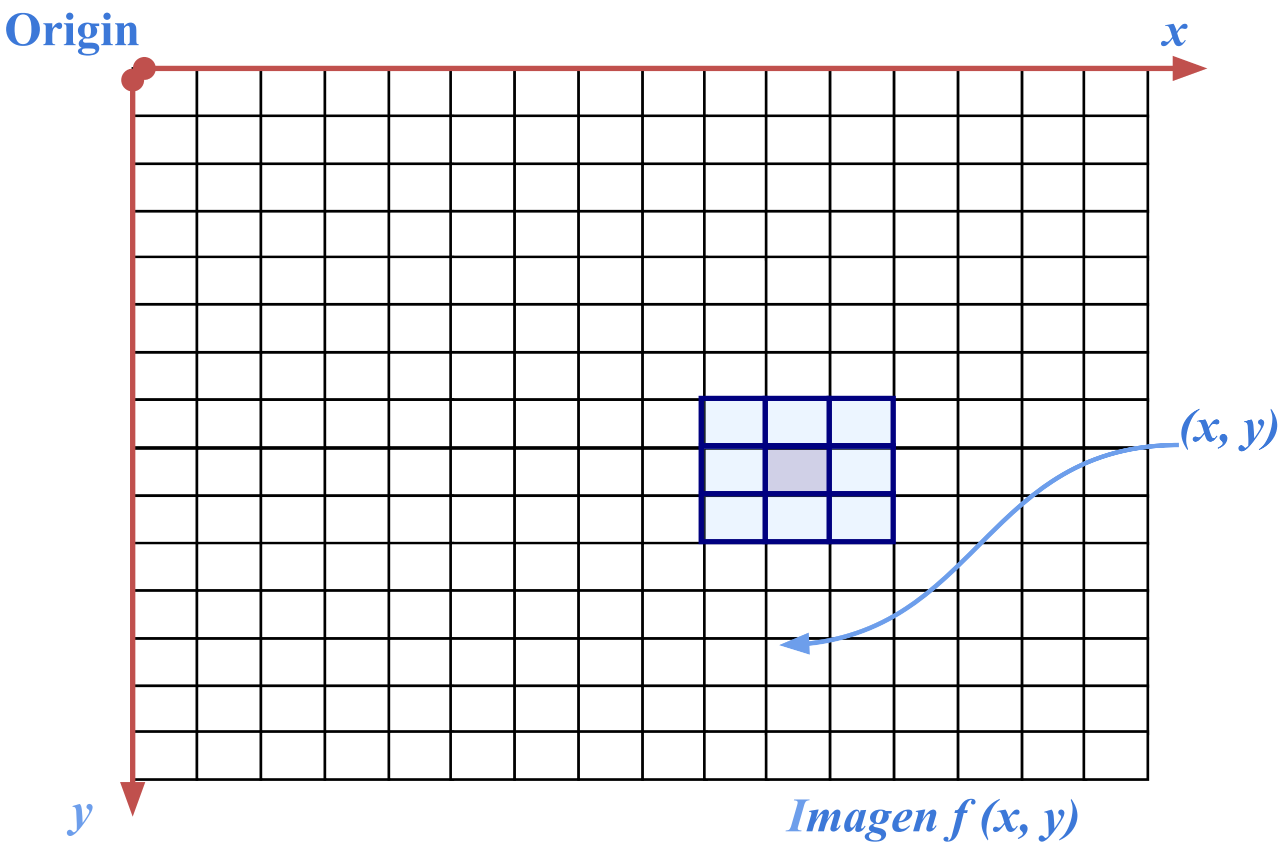
Representación de imágenes

La mayoría de las operaciones de
de mejoramiento de imágenes en
el domino especial se puede
reducir a la forma

g (x, y) = T[f (x, y)] donde

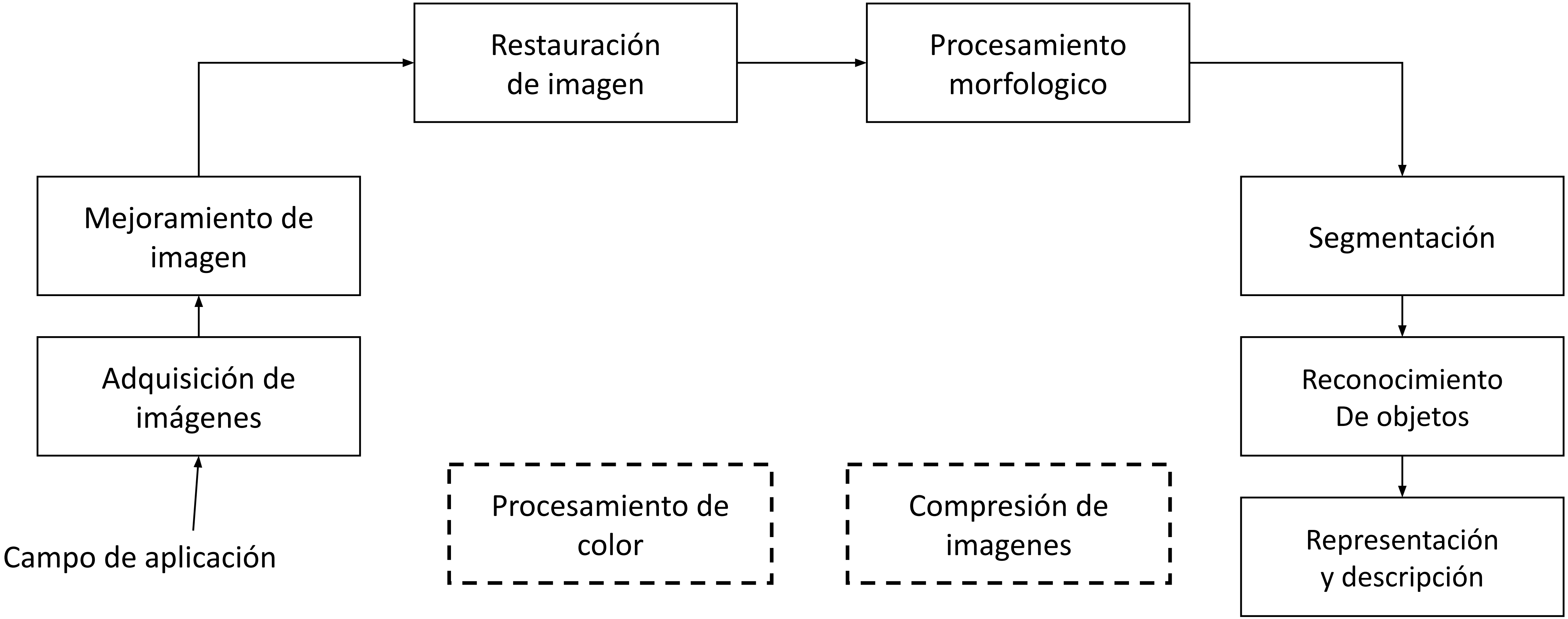
f (x, y) □ imagen de entrada
g (x, y) □ imagen de salida
T (x, y) □ operador matematico

Puede ser por punto o una convolución



Mejoramiento de imágenes en el dominio de la frecuencia

Representación de imágenes



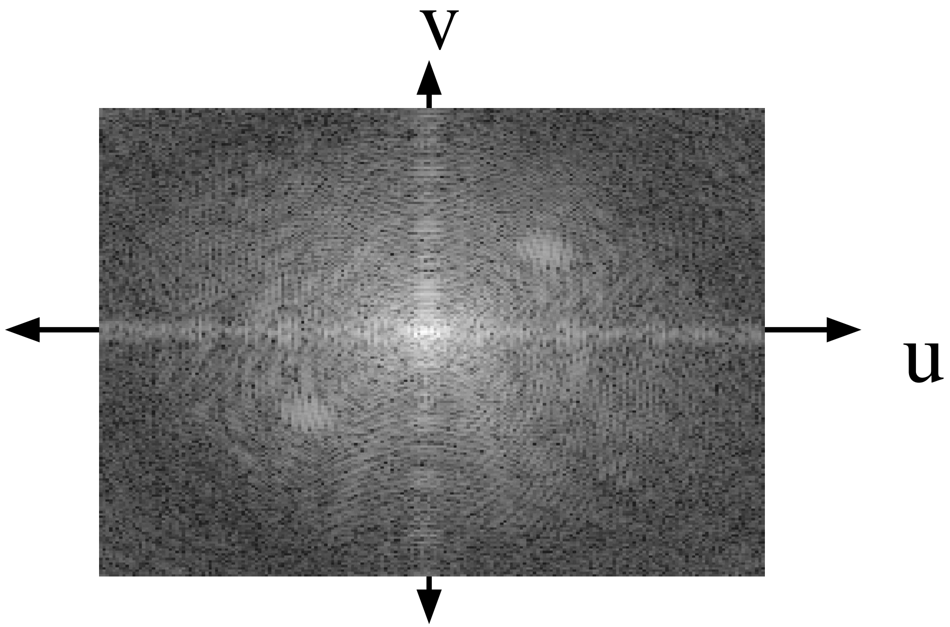
Mejoramiento de imágenes en el dominio de la frecuencia

Tipos de mejoramiento de imágenes

Dominio espacial: técnicas que operan directamente sobre los pixeles

Dominio de la frecuencia: técnicas asadas en la modificación de la transformada de Fourier de una imagen

Imagen entrada



Transformada de Fourier

Imagen salida

Mejoramiento de imágenes en el dominio de la frecuencia

Filtrado de imágenes en el espacio de Fourier

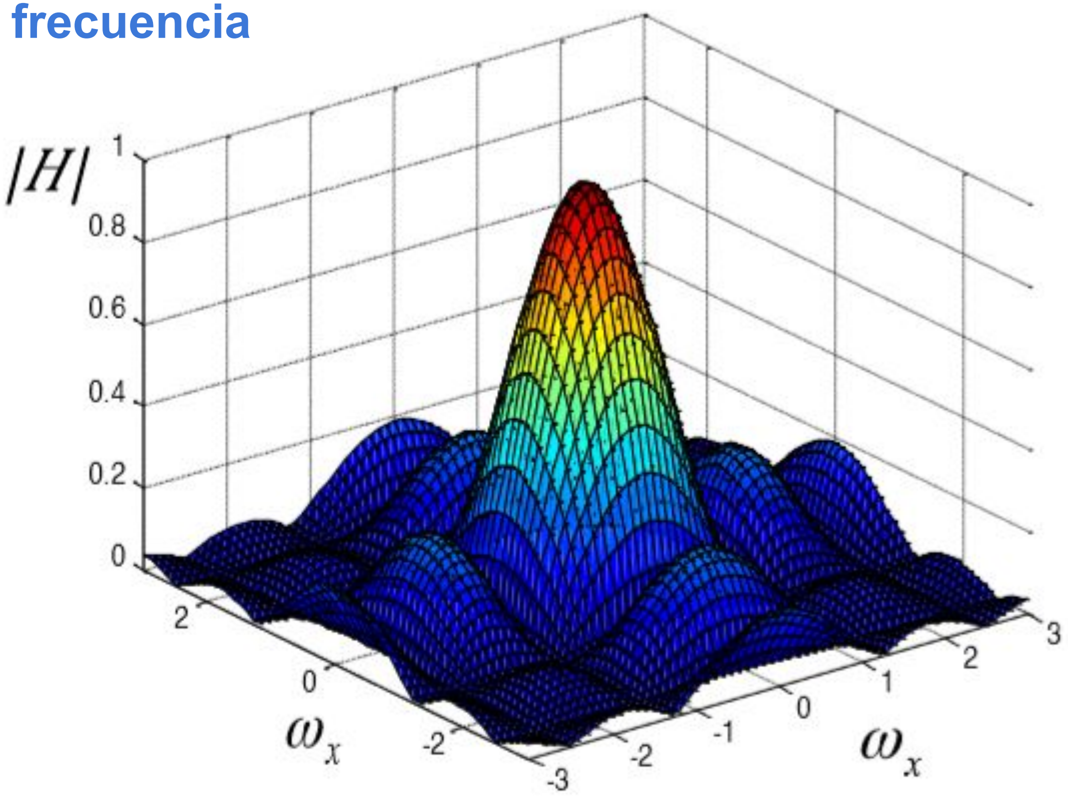
Imagen Original

Imagen Suavizada

Mejoramiento de imágenes en el dominio de la frecuencia

Filtrado de imágenes en el espacio de Fourier

Respuesta en frecuencia

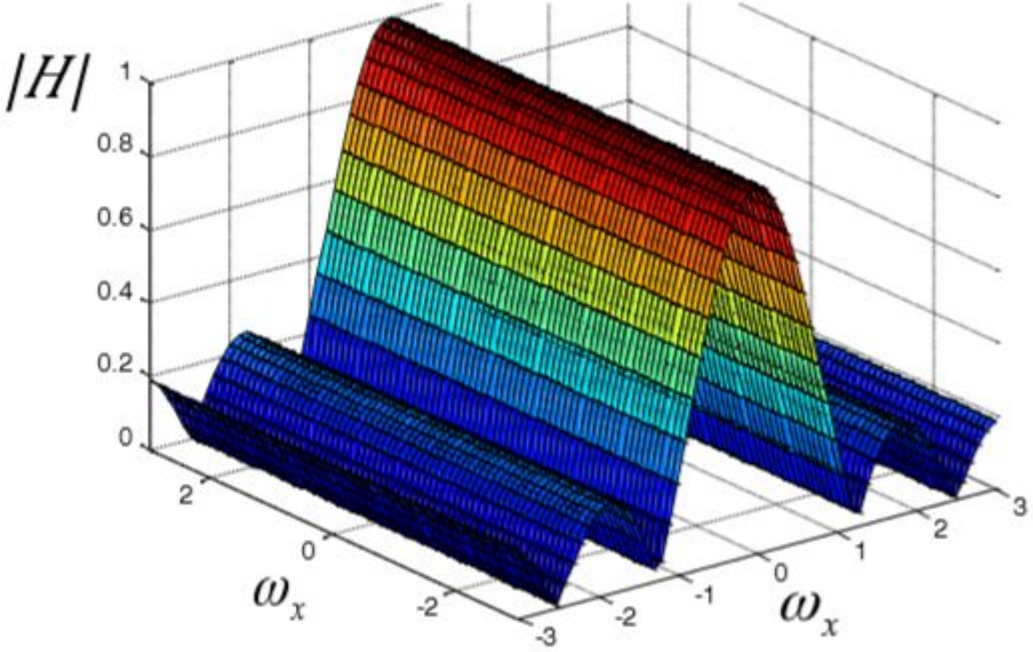


Filtro de suavizado de 5x5 (lowpass filter)

Mejoramiento de imágenes en el dominio de la frecuencia

Filtrado de imágenes en el espacio de Fourier

Kernel $\frac{1}{5}\begin{pmatrix} 1 & 1 & [1] & 1 & 1 \end{pmatrix}$ → **Respuesta en frecuencia**



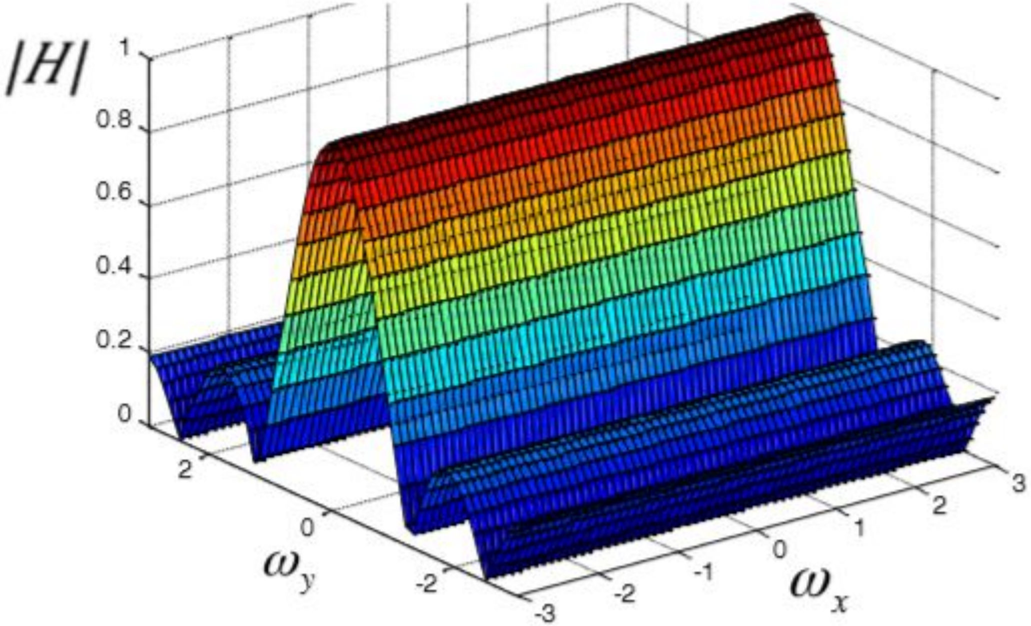
Mejoramiento de imágenes en el dominio de la frecuencia

Filtrado de imágenes en el espacio de Fourier

Kernel

$$\frac{1}{5}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ [1] \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Respuesta en frecuencia



Mejoramiento de imágenes en el dominio de la frecuencia

Filtrado de imágenes en el espacio de Fourier

Imagen original

Laplaciano

$$\frac{1}{4}\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & [8] & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Imagen refinada

Mejoramiento de imágenes en el dominio de la frecuencia

Filtrado de imágenes en el espacio de Fourier

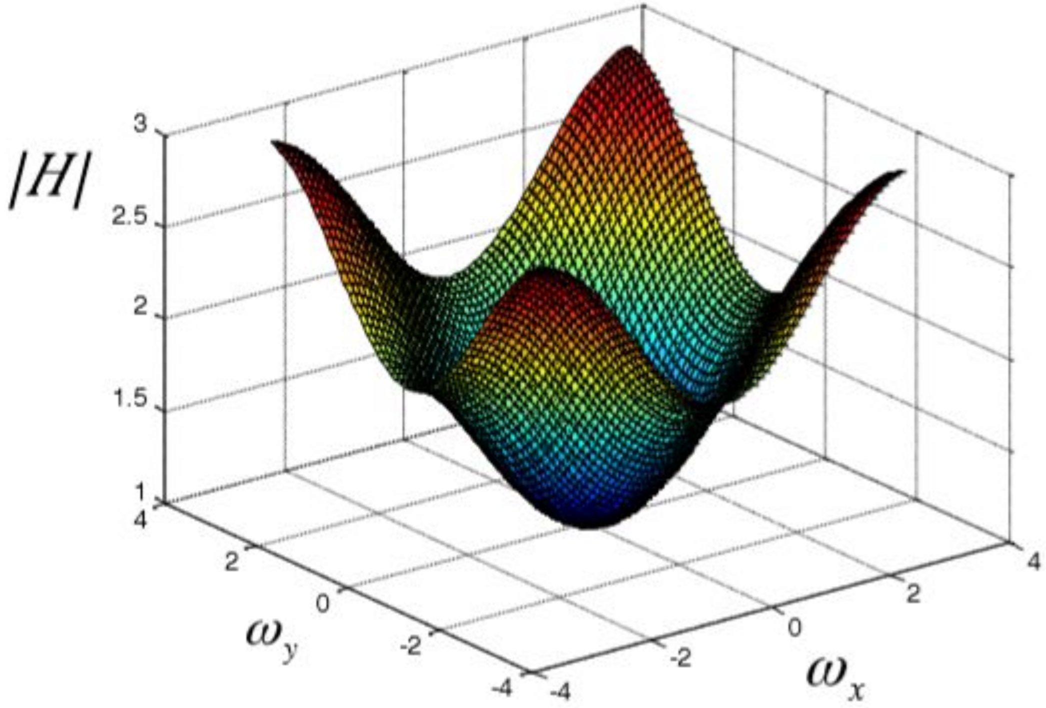
Derivación del filtro → **Respuesta en frecuencia**

$$H\left(e^{j\omega_x}, e^{j\omega_y}\right) =$$

$$= \sum_{m-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} h[m,n] e^{-j\omega_x m - j\omega_y n}$$

$$= \frac{1}{4}\left(8 - e^{-j\omega_x} - e^{j\omega_x} - e^{-j\omega_y} - e^{j\omega_y}\right)$$

$$= 2 - \frac{1}{2}\cos\omega_x - \frac{1}{2}\cos\omega_y$$

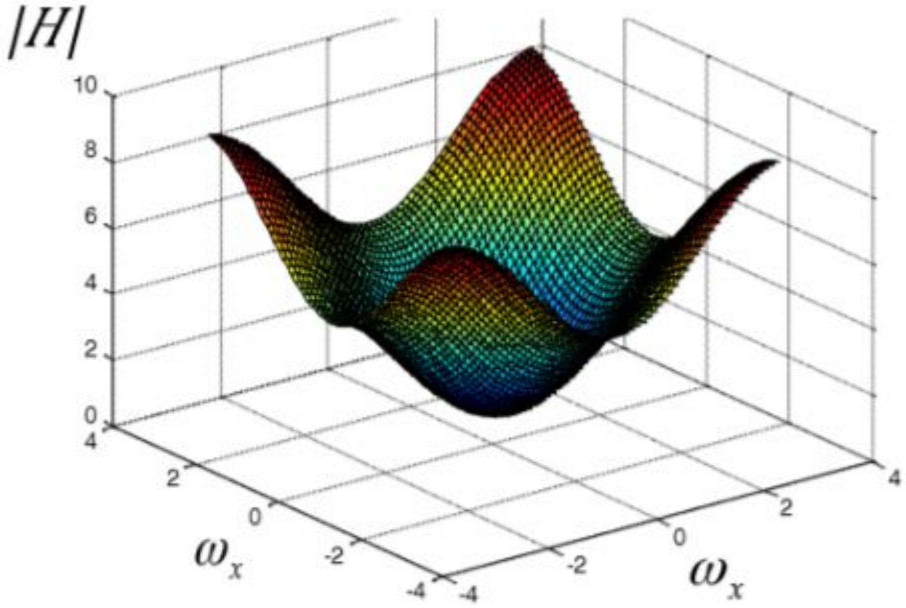


Mejoramiento de imágenes en el dominio de la frecuencia

Filtrado de imágenes en el espacio de Fourier

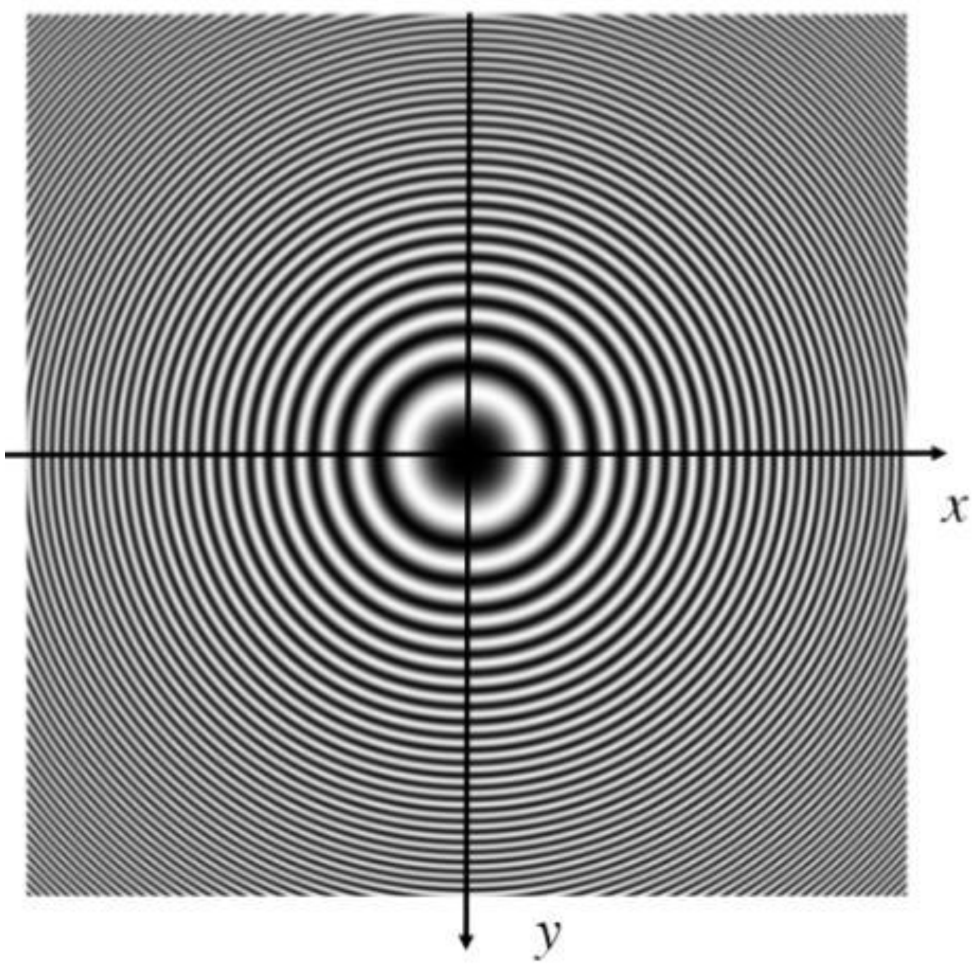
Usando otro kernel → **Sharpening más pronunciado**

$$H\left(e^{j\omega_x}, e^{j\omega_y}\right) = 5 - 2\cos\omega_x - 2\cos\omega_y$$



Filtrado de imágenes en el espacio de Fourier

Zoneplate pattern to visualize frequency plane



Ecuación para generar el patron

$$s(x,y)=\hat{s}\cos(a_x x^2+a_y y^2)+s_0$$

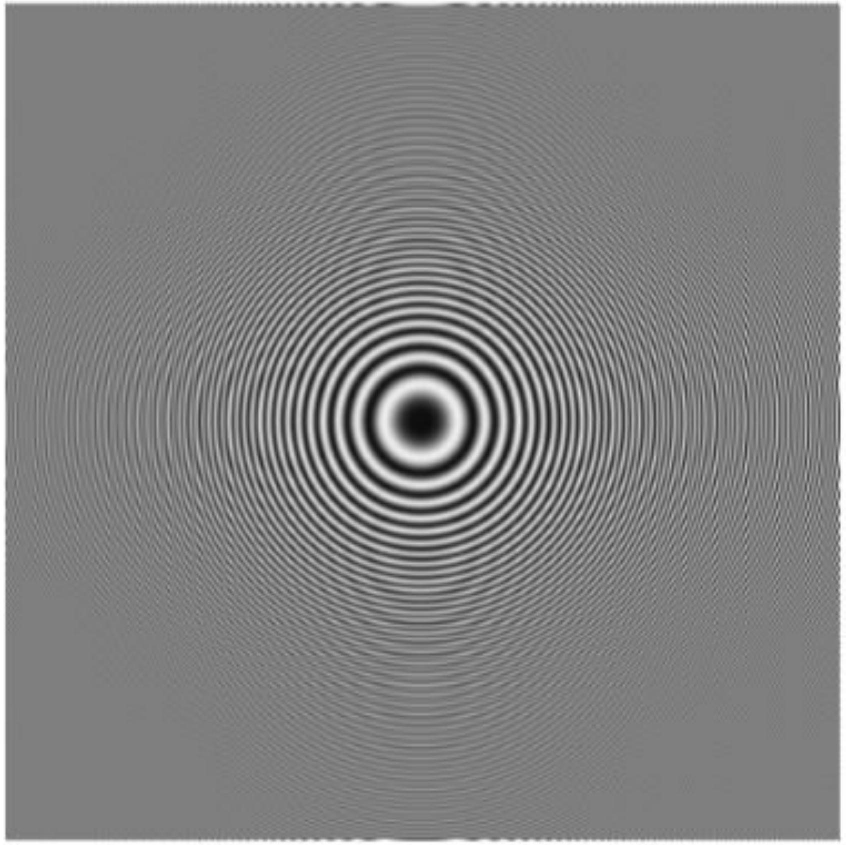
Frecuencias locales en pixel (x,y)

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(a_x x^2+a_y y^2\right)=2a_x x$$

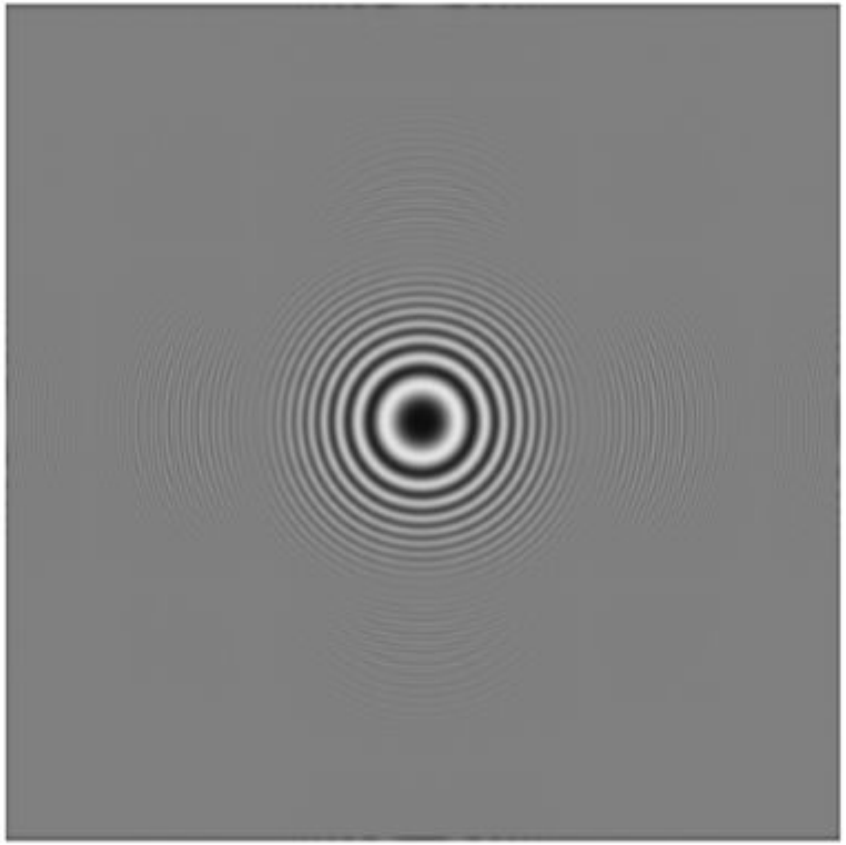
$$\frac{\partial}{\partial y}\left(a_x x^2+a_y y^2\right)=2a_y y$$

Mejoramiento de imágenes en el dominio de la frecuencia

Filtrado de imágenes en el espacio de Fourier



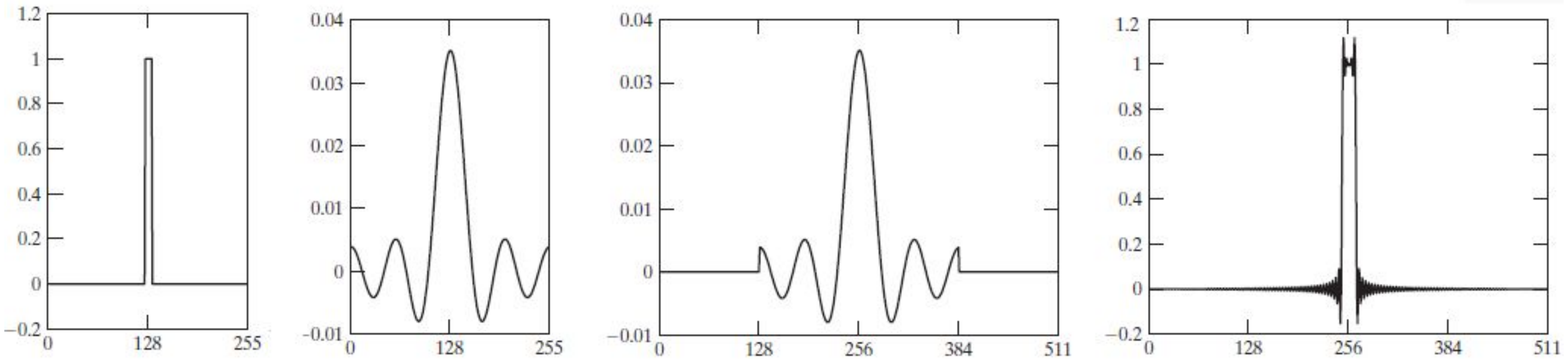
Original Zoneplate



Lowpass filtered with 5x5 box filter

Mejoramiento de imágenes en el dominio de la frecuencia

Filtrado de imágenes en el espacio de Fourier



Mejoramiento de imágenes en el dominio de la frecuencia

Filtrado de imágenes en el espacio de Fourier

Transformada de Fourier de una imagen

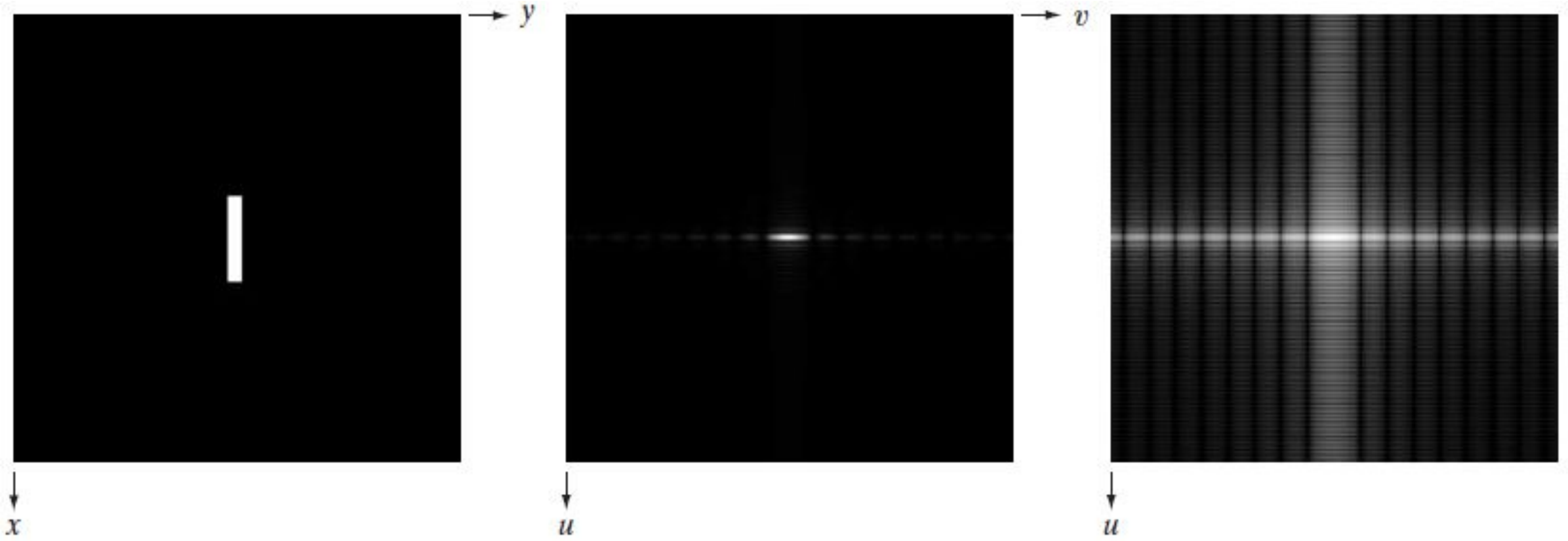


Imagen de entrada

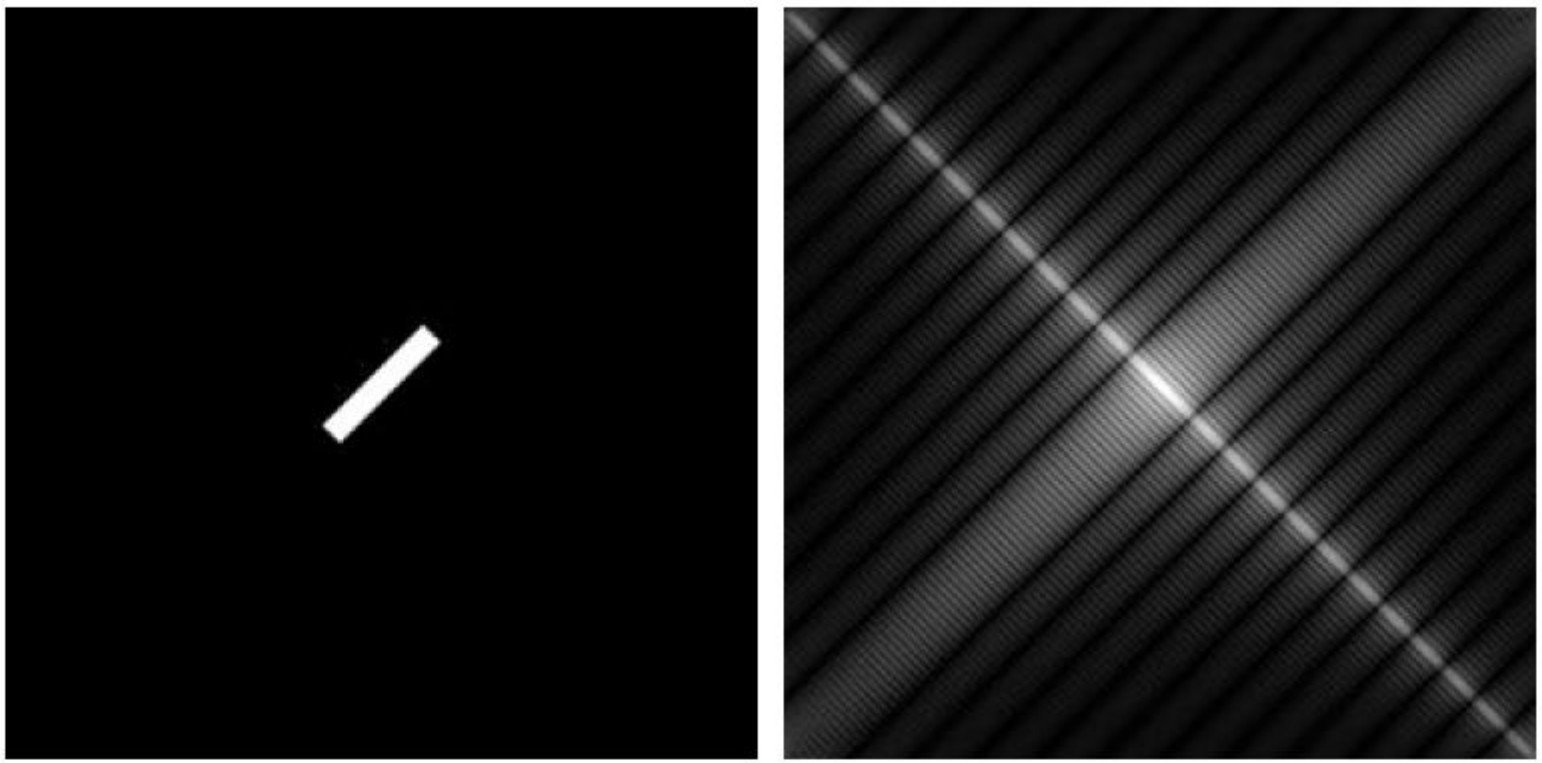
Transf. De Fourier

Transf. De Fourier
+ log (I)

Mejoramiento de imágenes en el dominio de la frecuencia

Filtrado de imágenes en el espacio de Fourier

Transformada de Fourier de una imagen



Filtrado de imágenes en el espacio de Fourier

Transformada de Fourier de una imagen

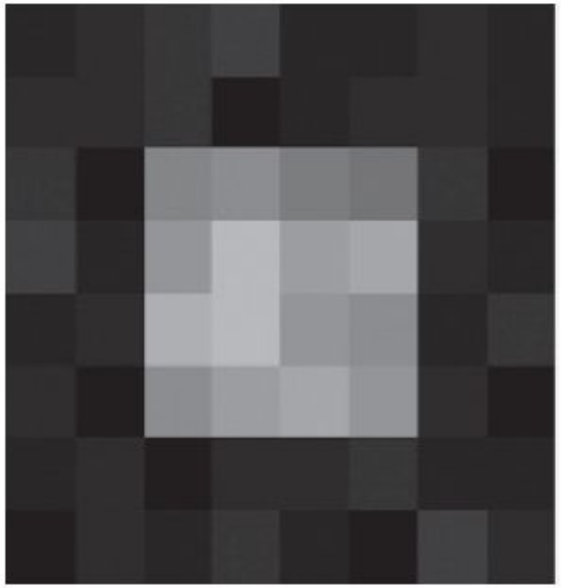
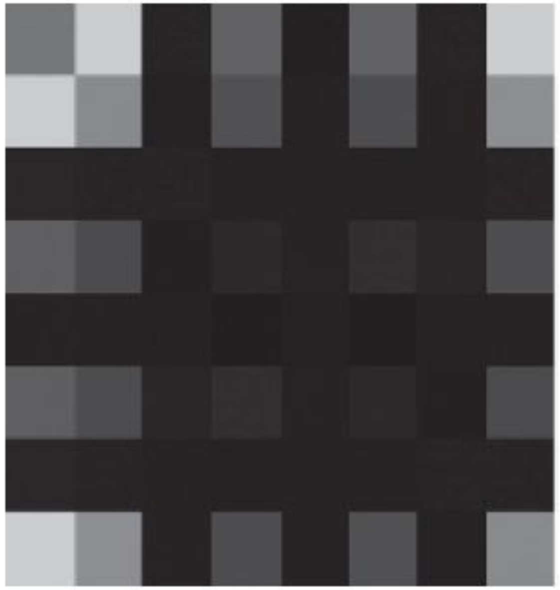
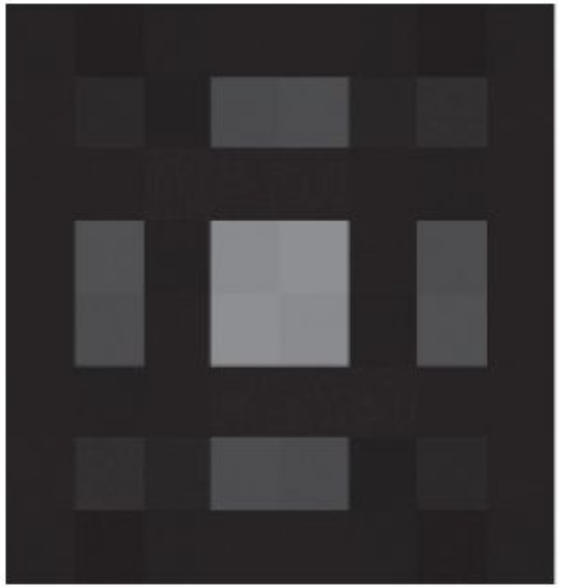


Imagen de entrada



Transf. De Fourier Original

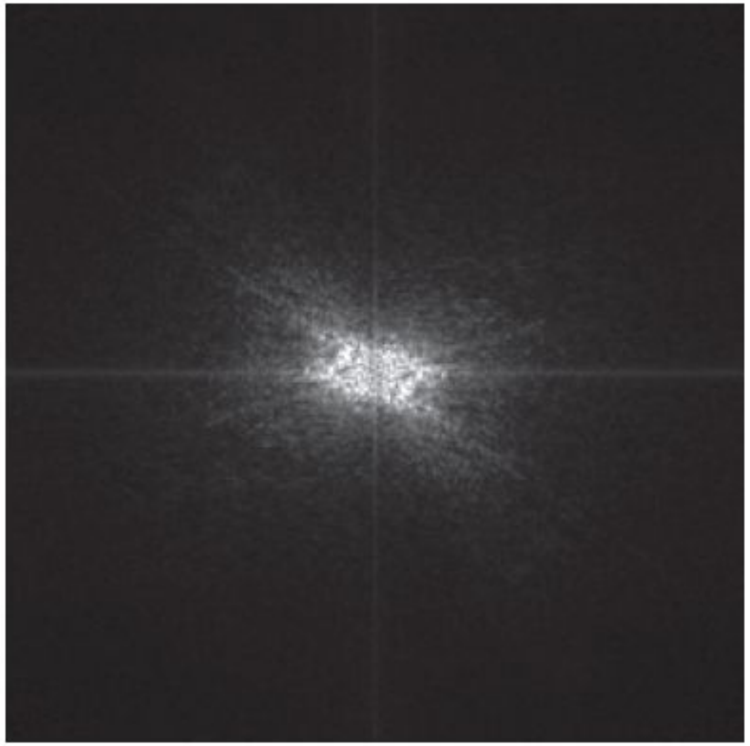


Transf. De Fourier Centrada

Mejoramiento de imágenes en el dominio de la frecuencia

Filtrado de imágenes en el espacio de Fourier

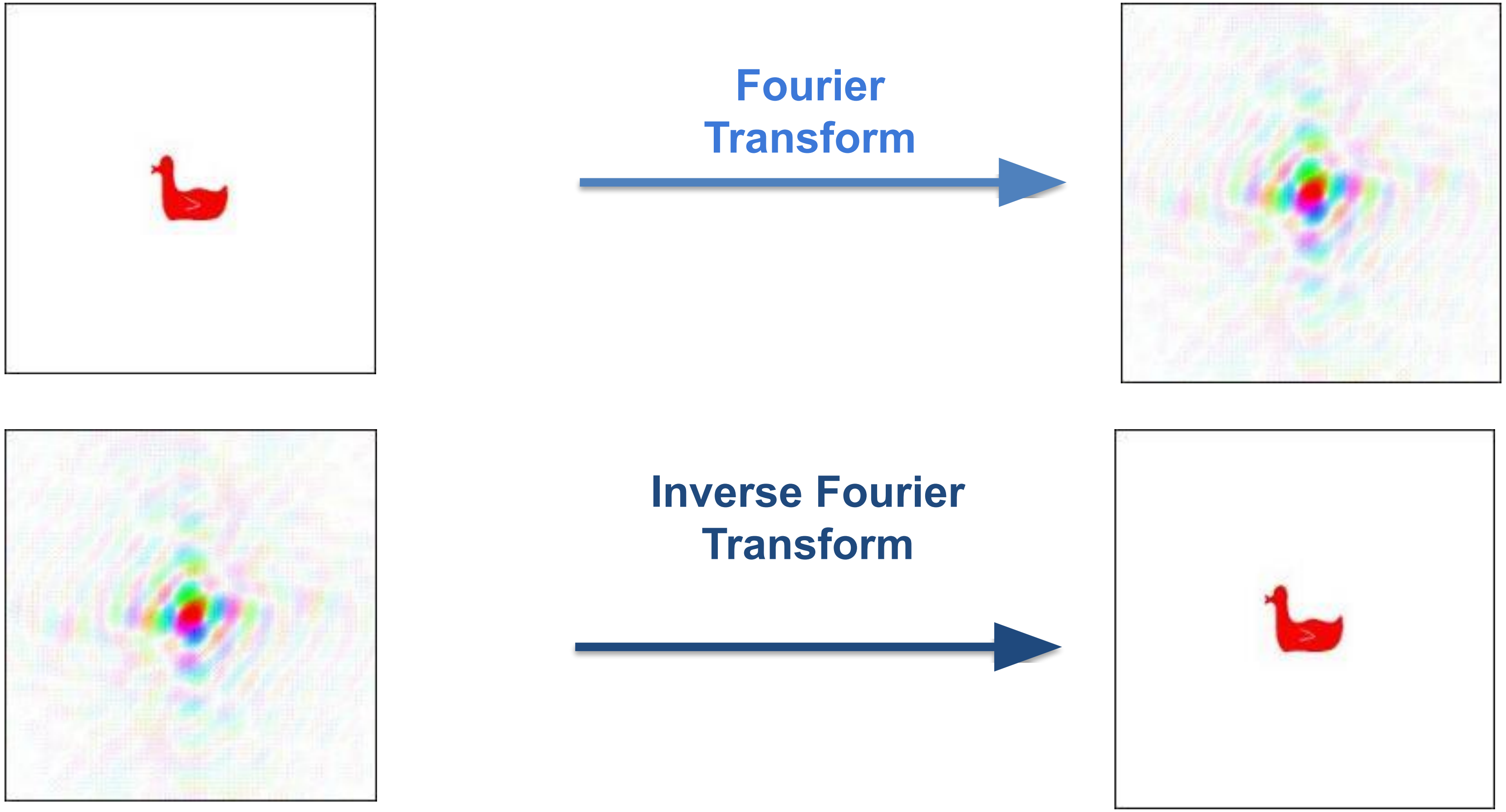
Transformada de Fourier de una imagen



Mejoramiento de imágenes en el dominio de la frecuencia

Filtrado de imágenes en el espacio de Fourier

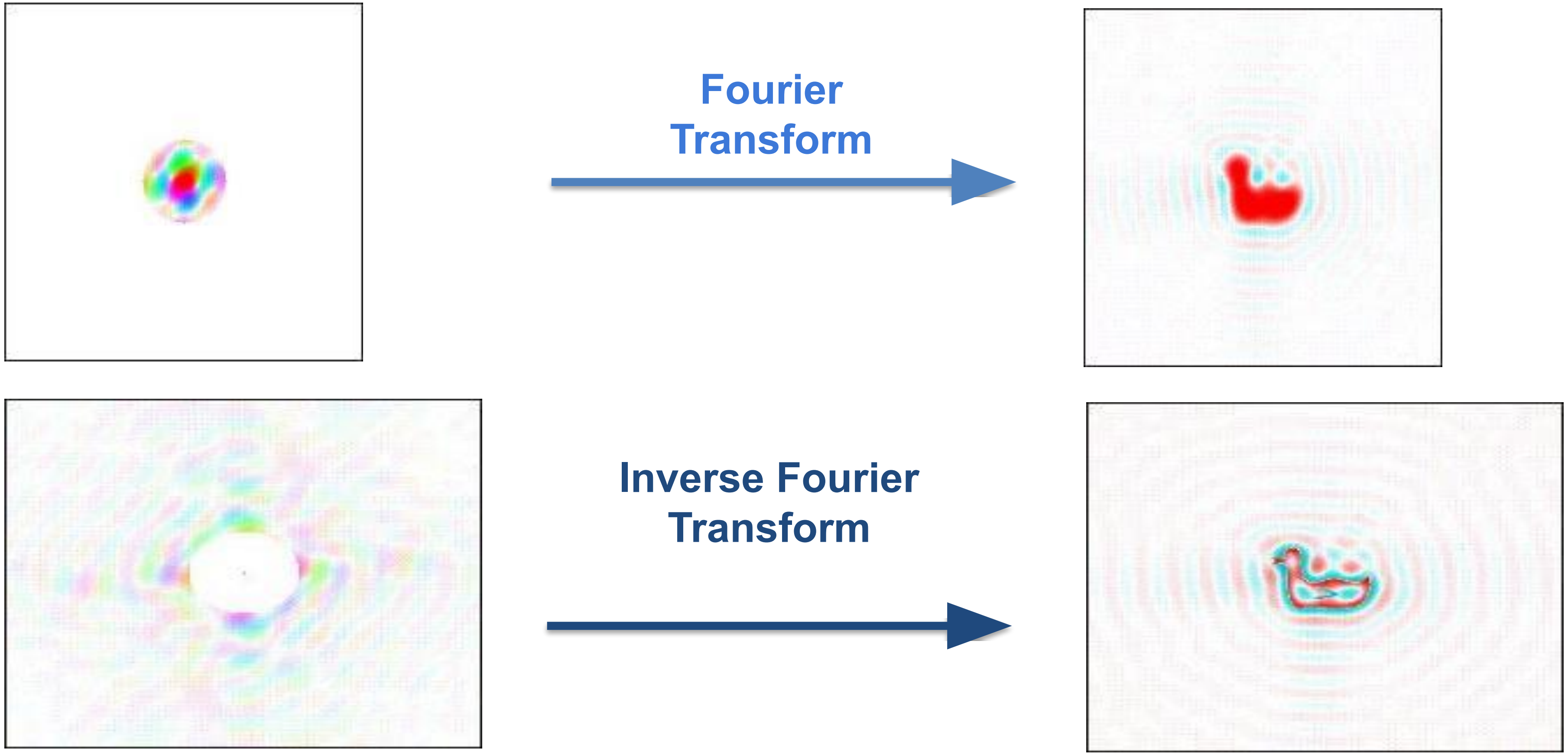
Transformada de Fourier de una imagen



Mejoramiento de imágenes en el dominio de la frecuencia

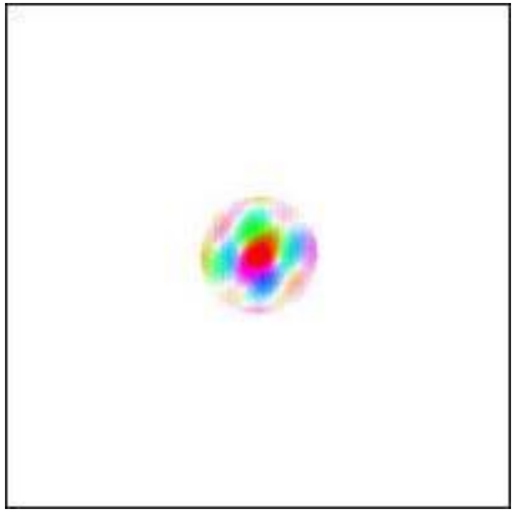
Filtrado de imágenes en el espacio de Fourier

Transformada de Fourier de una imagen

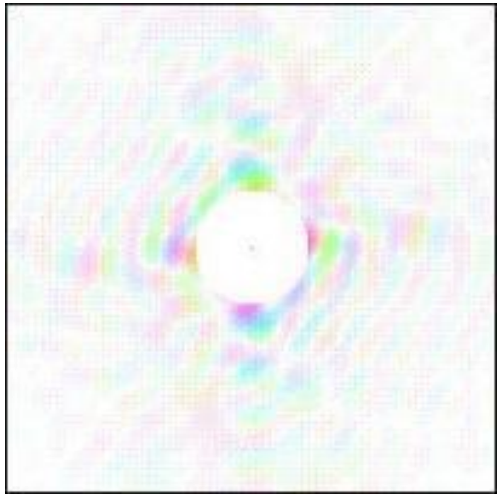


Mejoramiento de imágenes en el dominio de la frecuencia

Filtrado de imágenes en el espacio de Fourier



La **parte central de la FT**, es decir, los componentes de **baja frecuencia** contiene la información de la **apariencia general de la imagen**



Por otro lado, los componentes de **alta frecuencia** son contienen la información de los **"detalles" de la imagen**

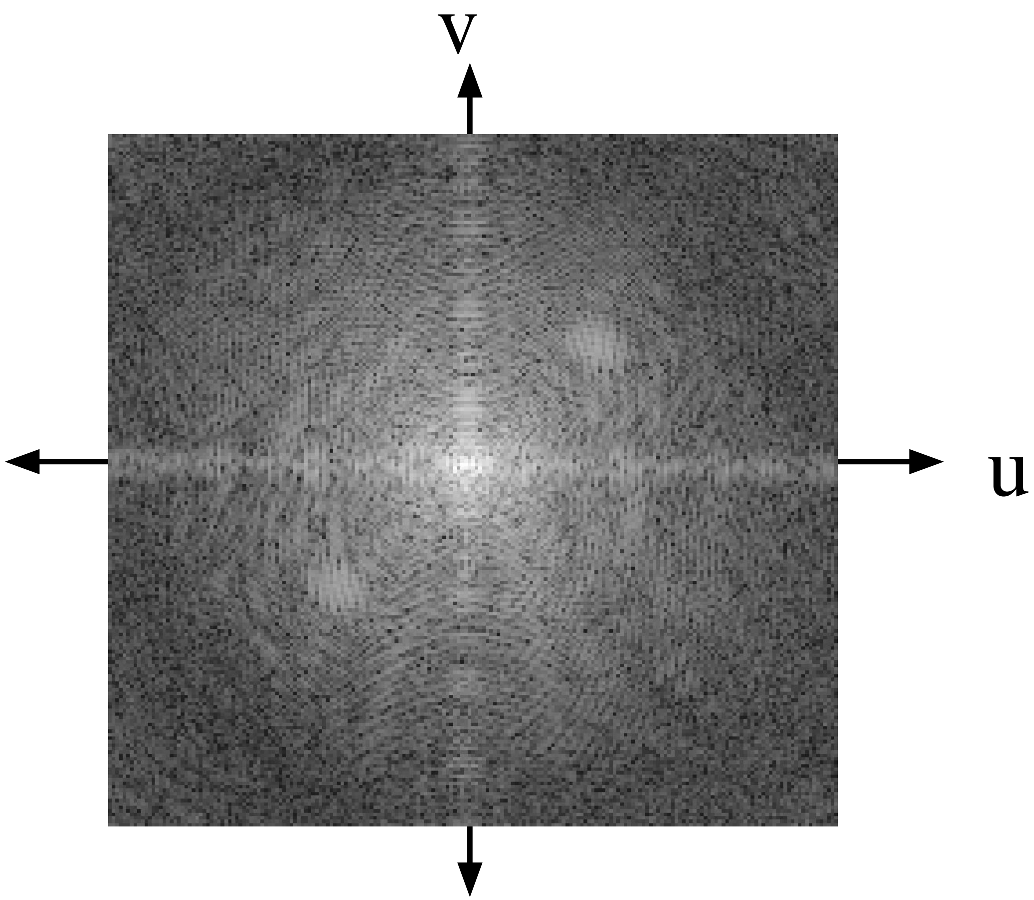
Mejoramiento de imágenes en el dominio de la frecuencia

Filtrado de imágenes en el espacio de Fourier

Los **contornos/líneas** y transiciones bruscas (e.g., ruido) en la imagen contribuyen significativamente el **contenido de alta frecuencia** de la Trasformada de Fourier

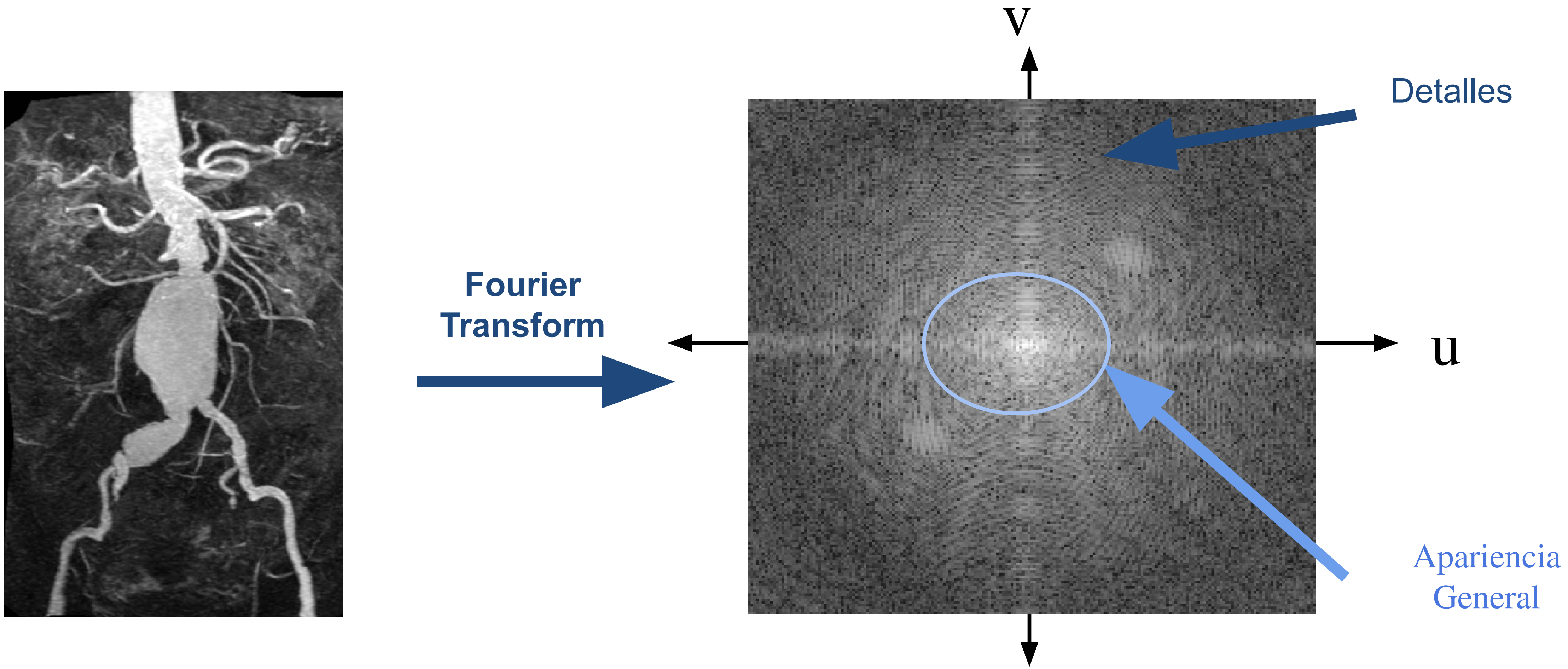
Los **componentes de baja frecuencia** de la Transformada de Fourier son responsables de la **apariencia general** de la imagen sobre áreas homogéneas

El **suavizado** de una imagen se logra **atenuando** el rango de componentes de **alta frecuencia de la imagen**



Mejoramiento de imágenes en el dominio de la frecuencia

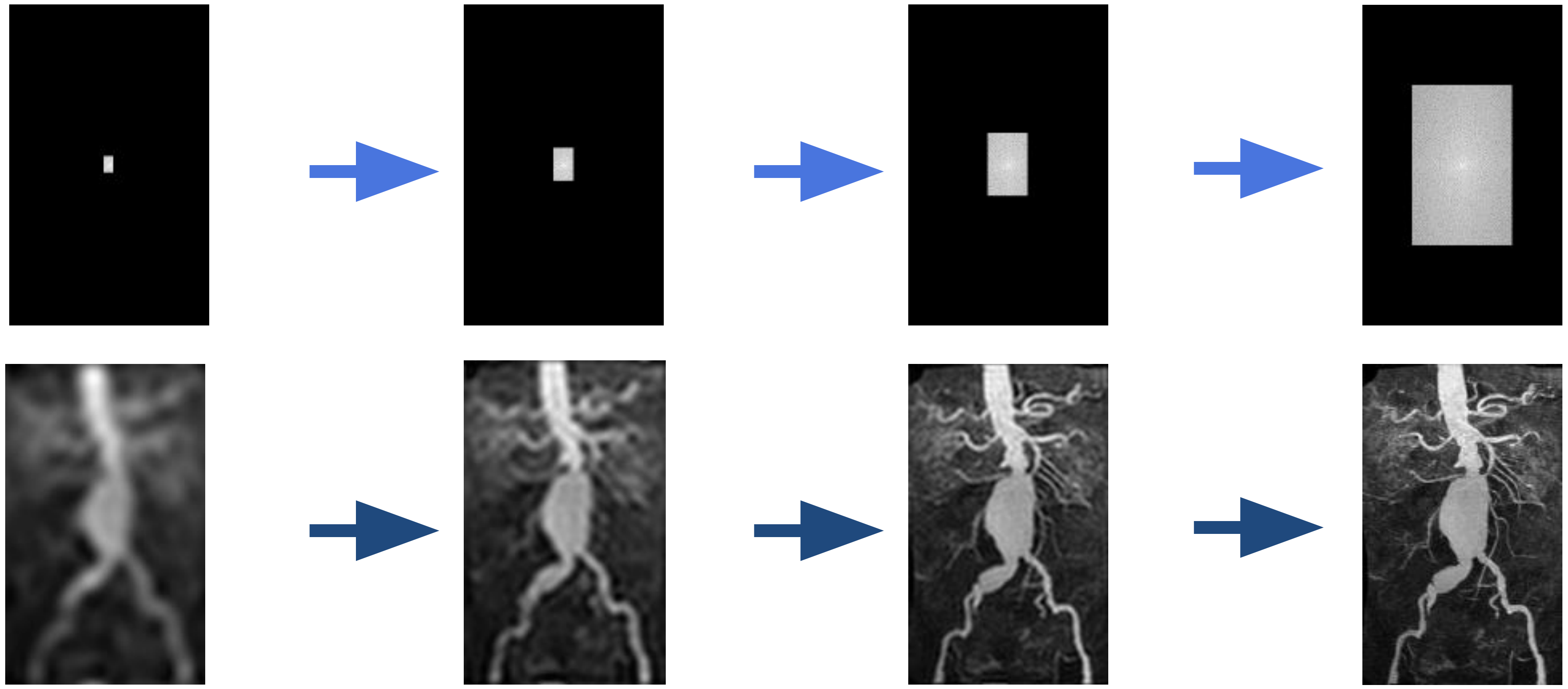
Filtrado de imágenes en el espacio de Fourier



Mejoramiento de imágenes en el dominio de la frecuencia

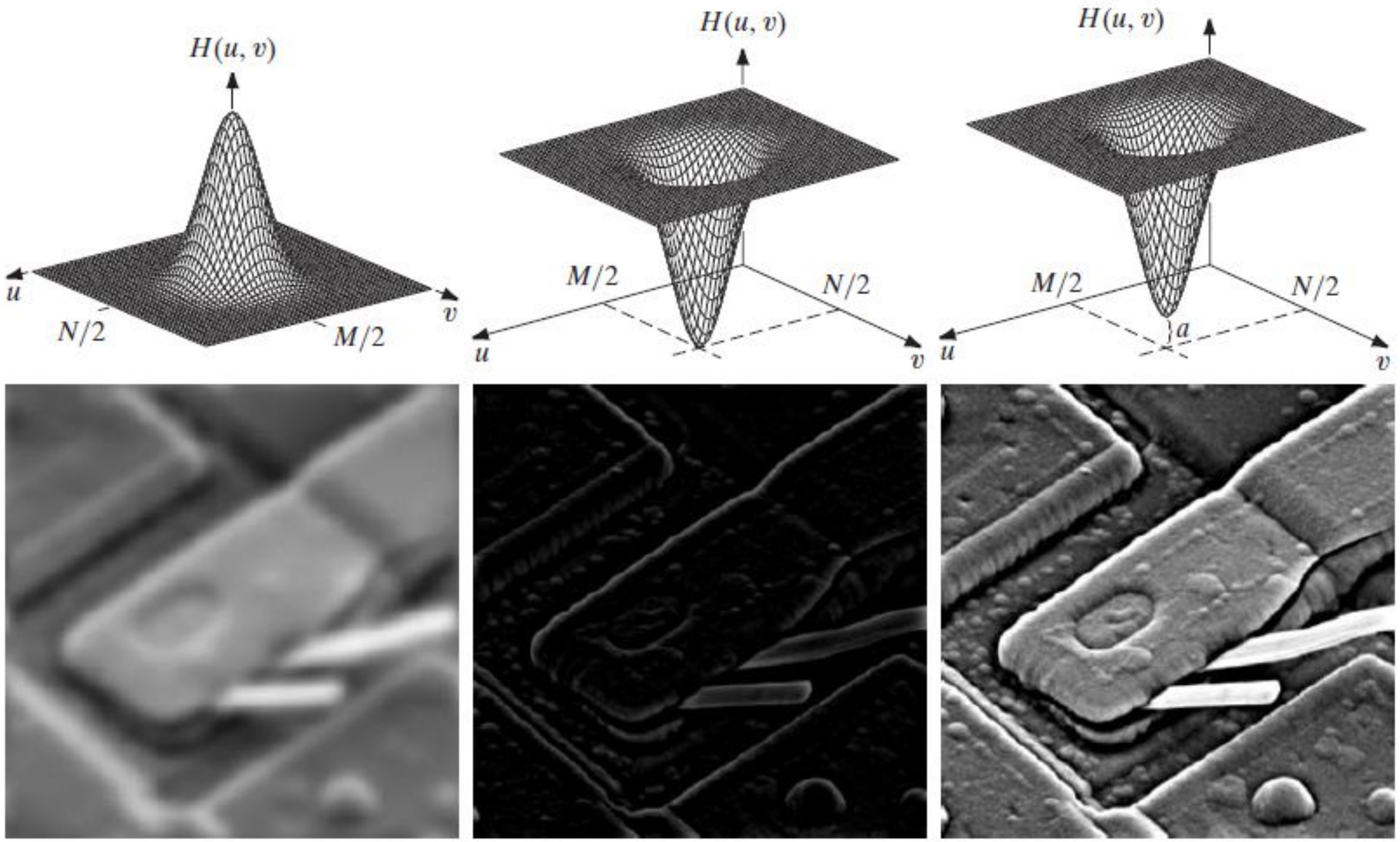
Filtrado de imágenes en el espacio de Fourier

5 % 10 % 20 % 50 %



Mejoramiento de imágenes en el dominio de la frecuencia

Filtrado de imágenes en el espacio de Fourier



Mejoramiento de imágenes en el dominio de la frecuencia

Filtrado de imágenes en el espacio de Fourier

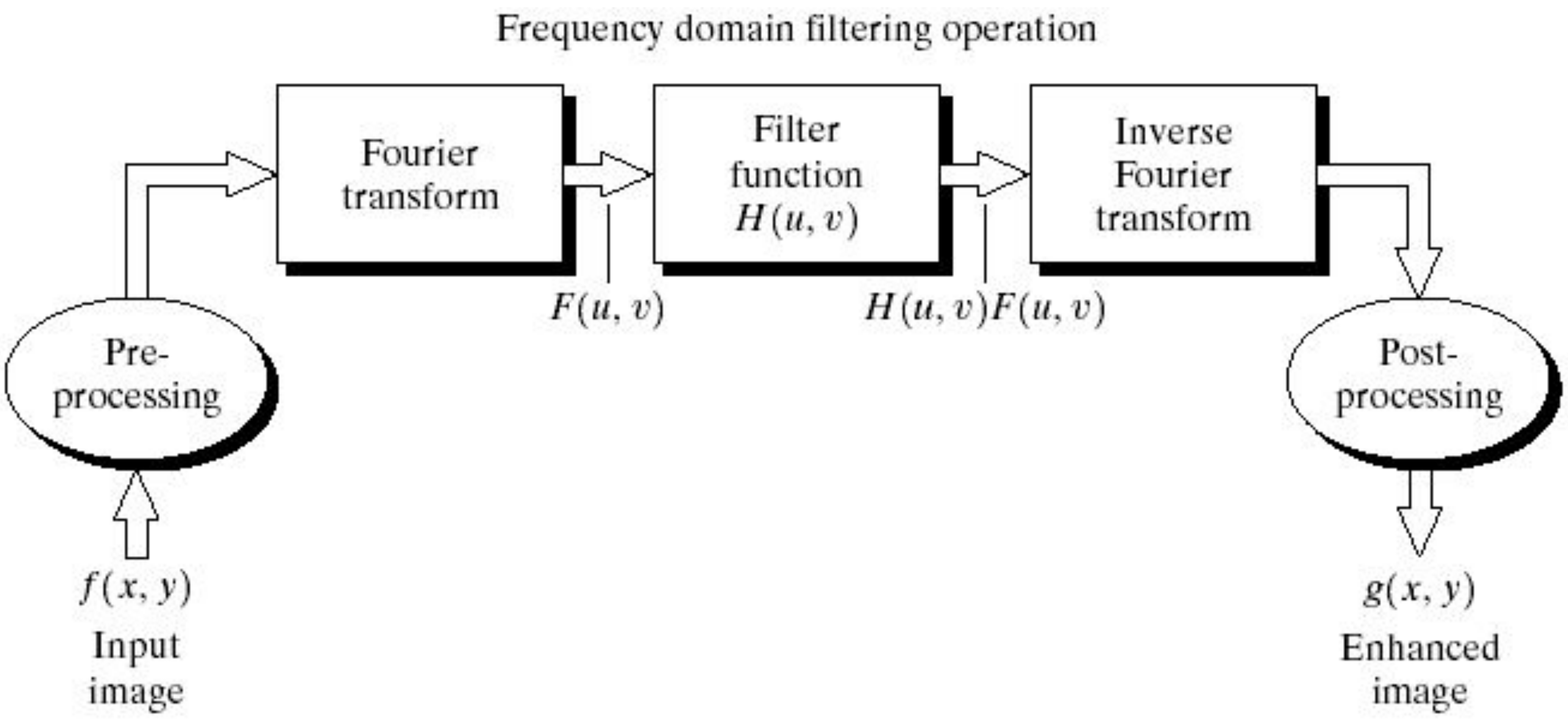


FIGURE 4.5 Basic steps for filtering in the frequency domain.

Filtrado de imágenes en el espacio de Fourier

$g(x,y) = h(x,y) * f(x,y)$ — **Convolution in Time Domain**

Teorema de convolución

$G(u,v) = F(u,v) \bullet H(u,v)$ — **Multiplication in Frequency Domain**

f(x,y) es la imagen de entrada

g(x,y) es la imagen filtrada

h(x,y): es la respuesta al impulso

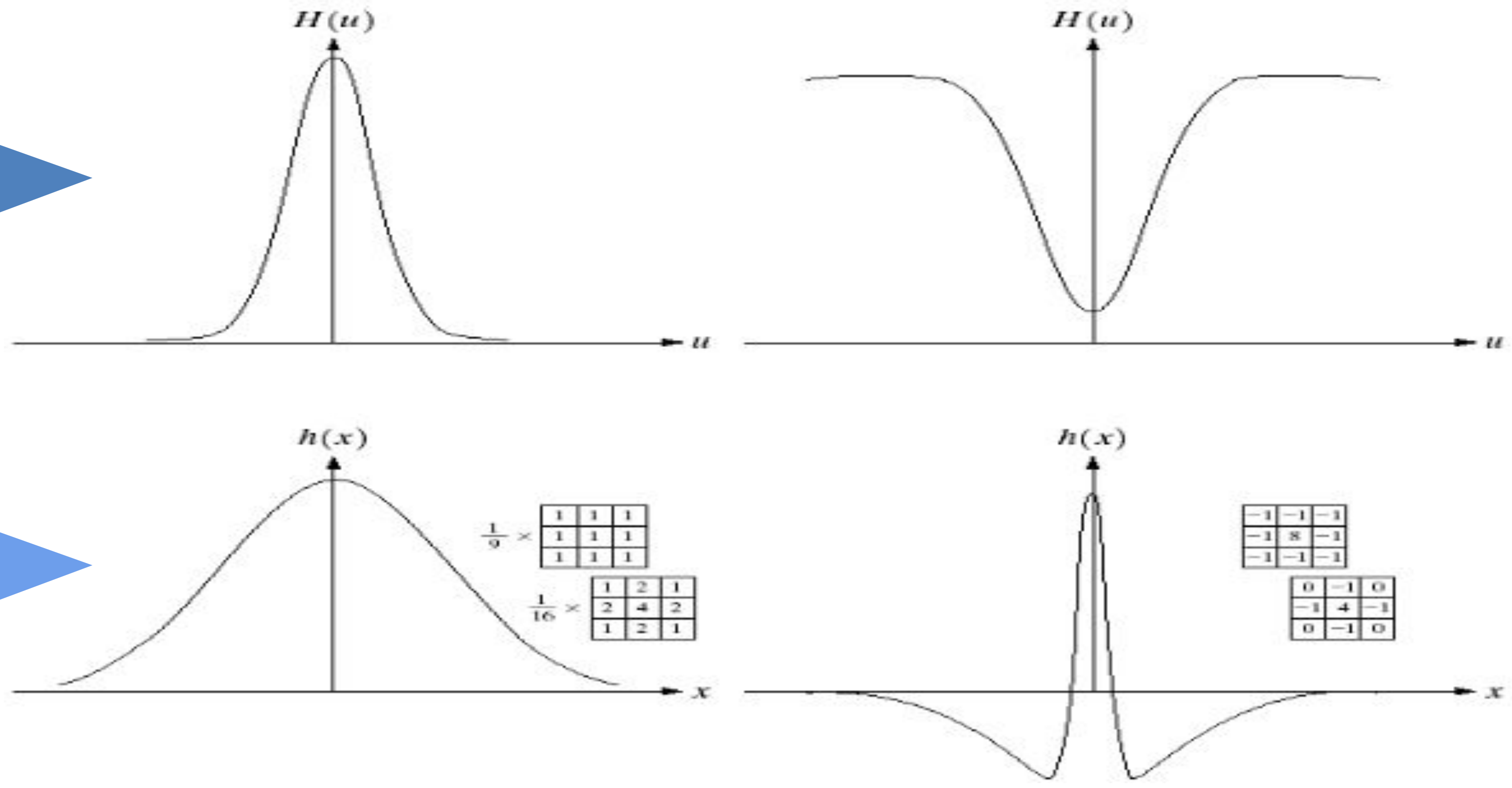
El filtrado en el dominio de la frecuencia **H(u,v)** es equivalente a filtrar (usando la convolución) en el **dominio especial f(x,y).**

Mejoramiento de imágenes en el dominio de la frecuencia

Filtrado de imágenes en el espacio de Fourier

Dominio de la frecuencia

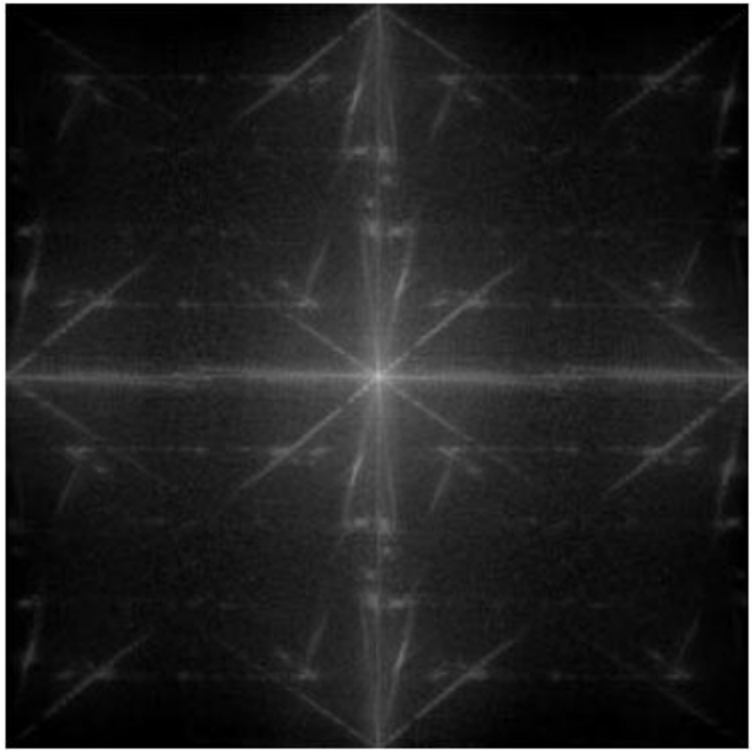
Dominio espacial



Filtro Pasabajas Gaussiano **Filtro Pasaltas Gaussiano**

Mejoramiento de imágenes en el dominio de la frecuencia

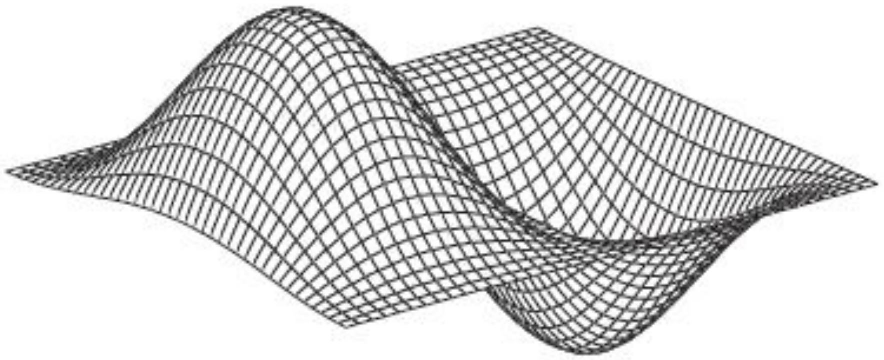
Filtrado de imágenes en el espacio de Fourier

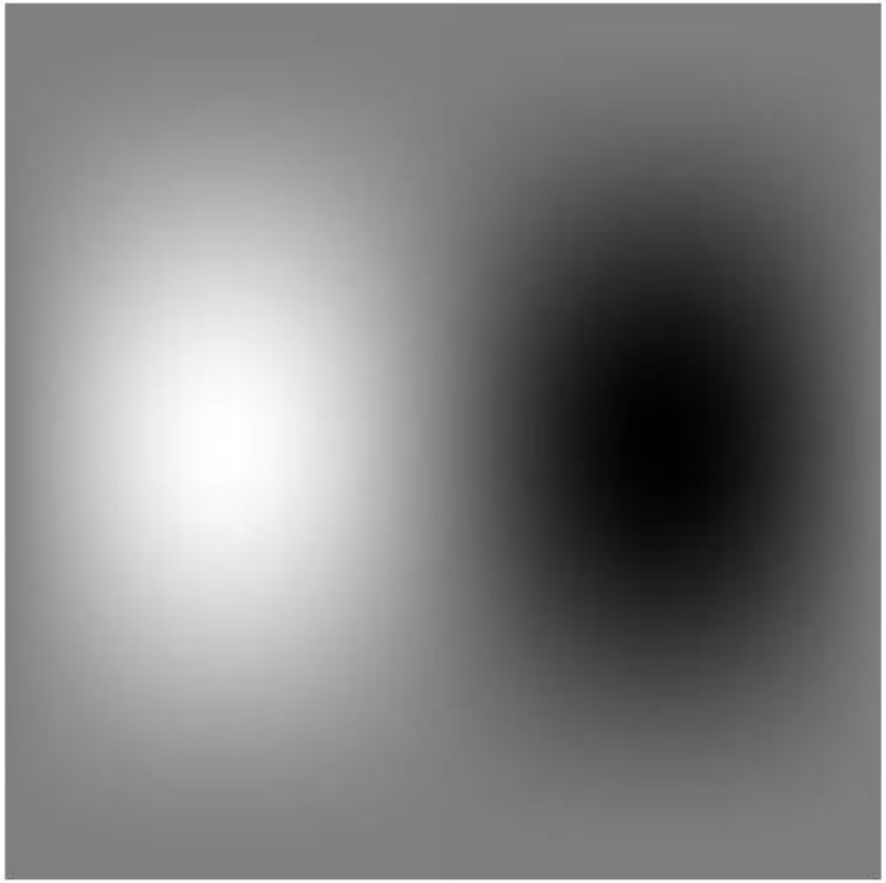


Mejoramiento de imágenes en el dominio de la frecuencia

Filtrado de imágenes en el espacio de Fourier

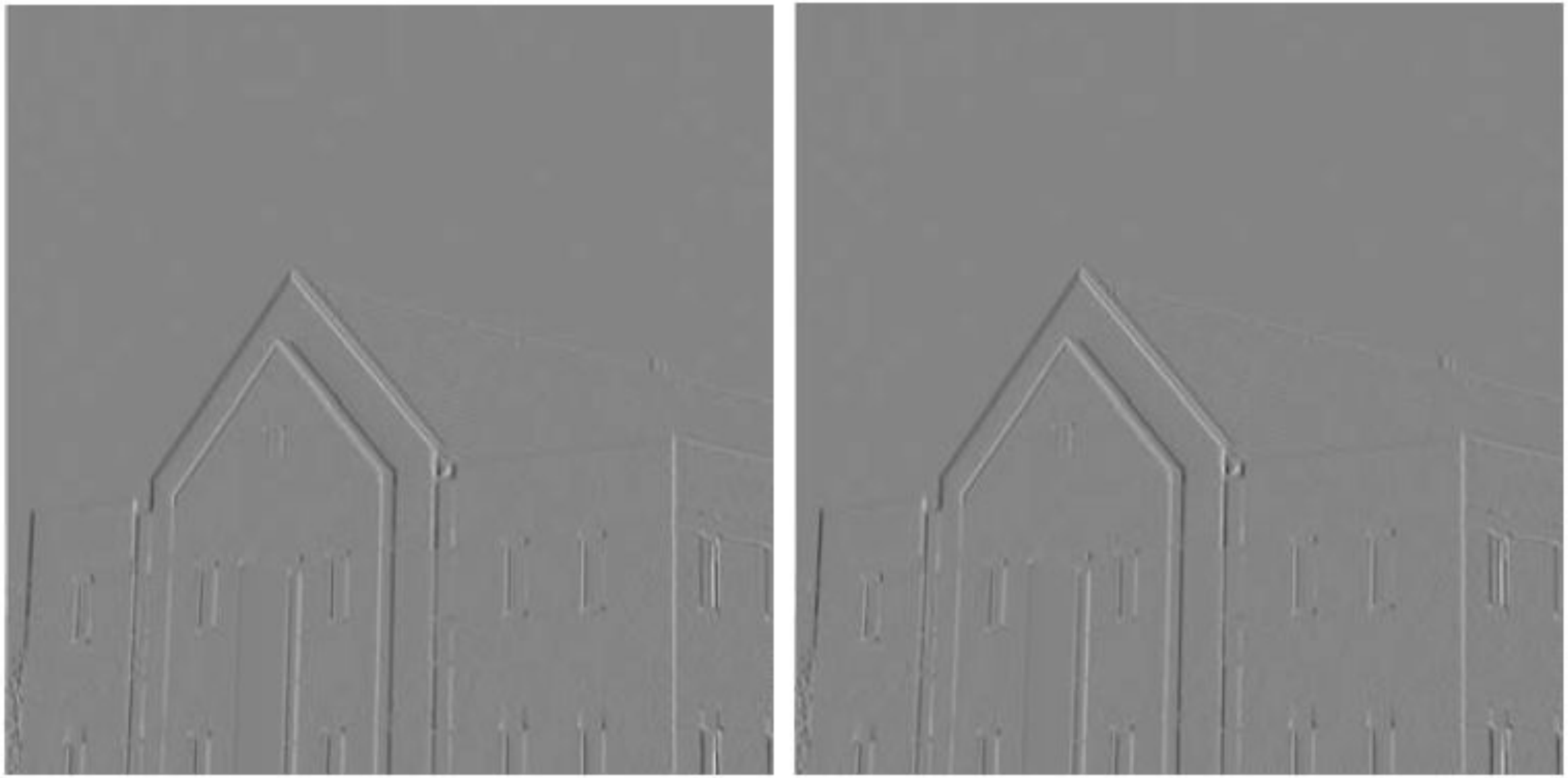
−1	0	1
−2	0	2
−1	0	1





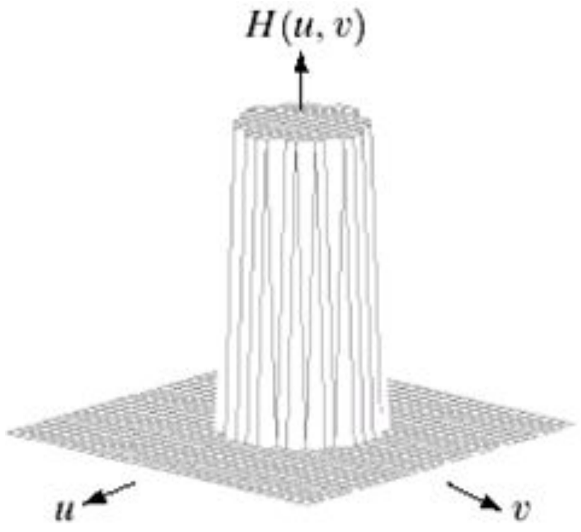
Mejoramiento de imágenes en el dominio de la frecuencia

Filtrado de imágenes en el espacio de Fourier



Filtrado de imágenes en el espacio de Fourier

Ideal low-pass filter (ILPF)



$$H(u,v)=\begin{cases}1 & D(u,v)\leq D_0\\ 0 & D(u,v)>D_0\end{cases}$$

$$D(u,v)=[(u-M/2)^2+(v-N/2)^2]^{1/2}$$

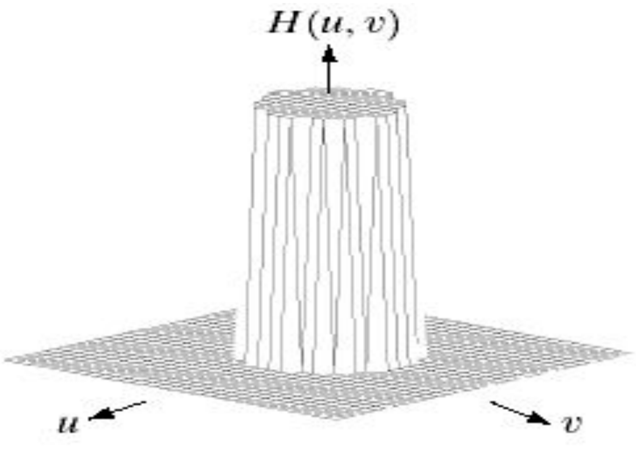
(M/2,N/2): **centro del kernel** en el dominio de la frecuencia

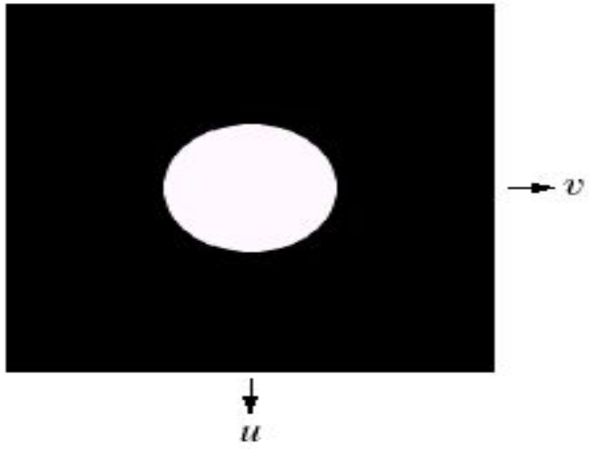
D_0 es denominada como **frecuencia de corte**

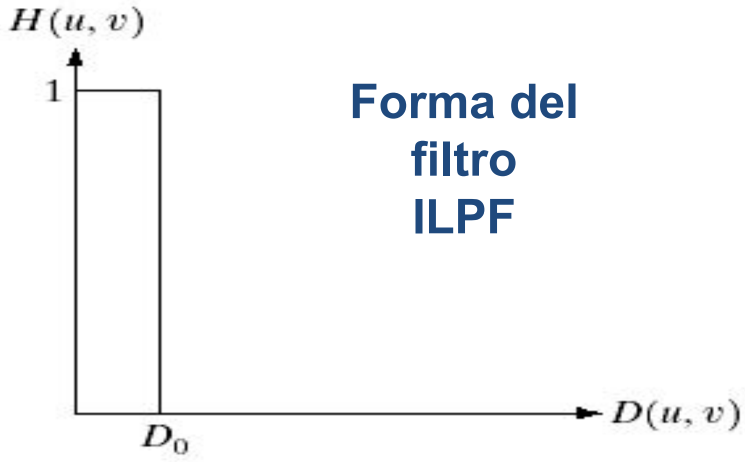
Mejoramiento de imágenes en el dominio de la frecuencia

Filtrado de imágenes en el espacio de Fourier

Filtrado pasabajas



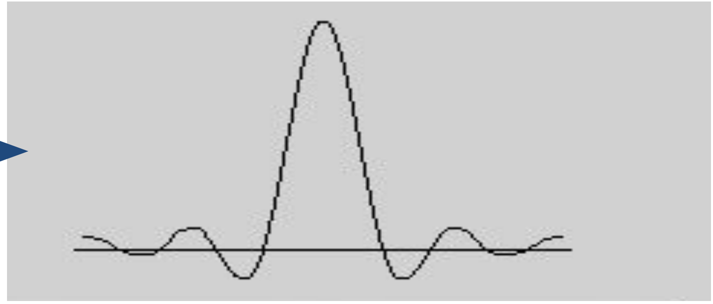




Forma del filtro ILPF

Dominio de la Frecuencia

Dominio espacial

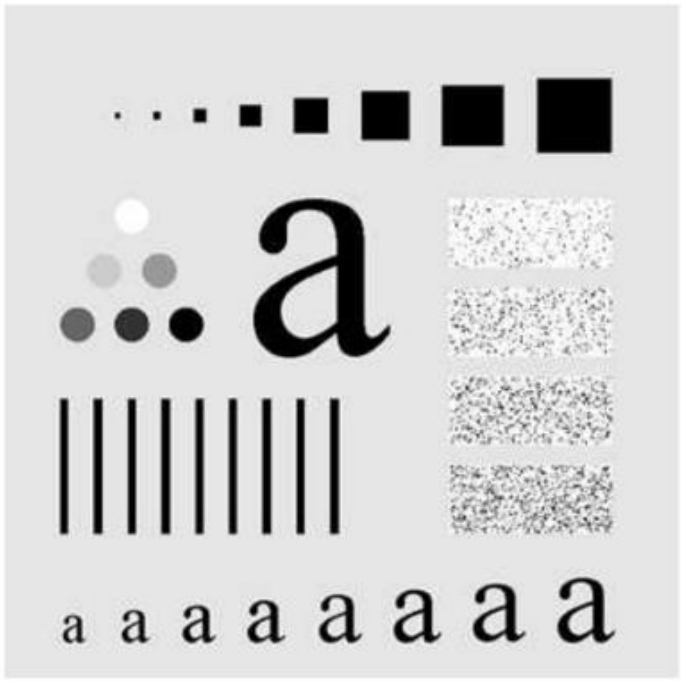


Tecnológico de Monterrey

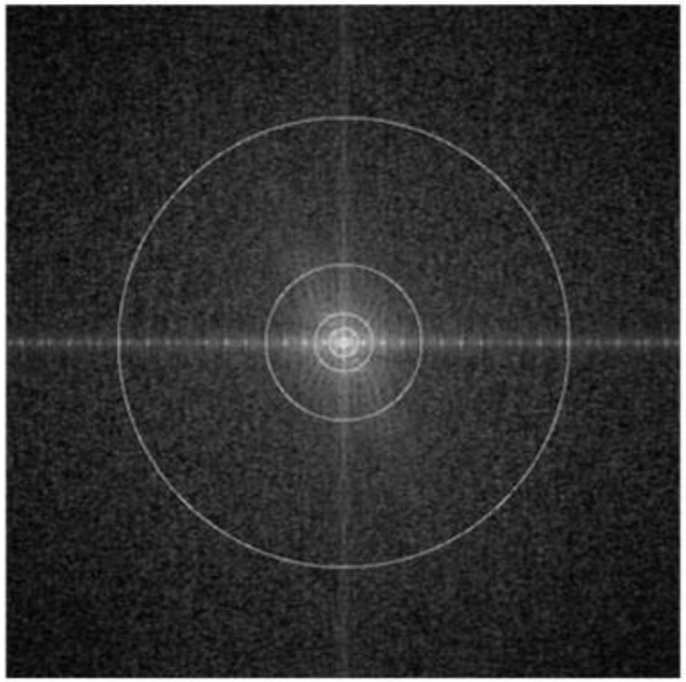
Mejoramiento de imágenes en el dominio de la frecuencia

Filtrado de imágenes en el espacio de Fourier

Patron de test



Transf. Fourier



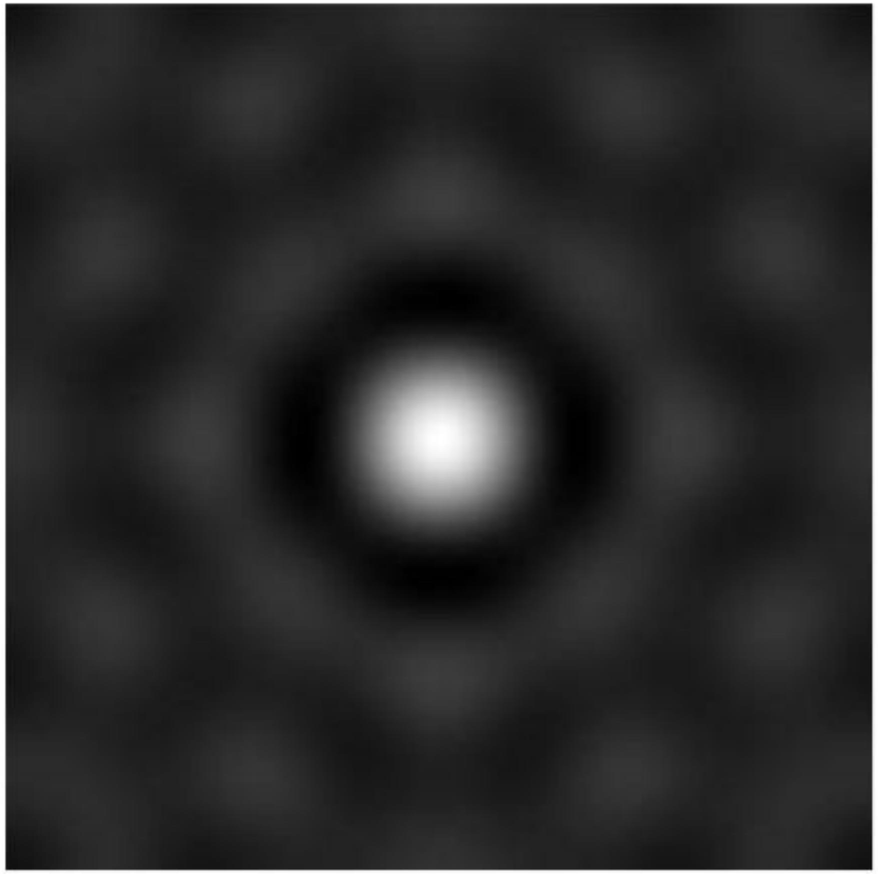
Circulos T.F. □ Radios de 10, 30, 60, 160, 460 pixels (> E de la T.F)

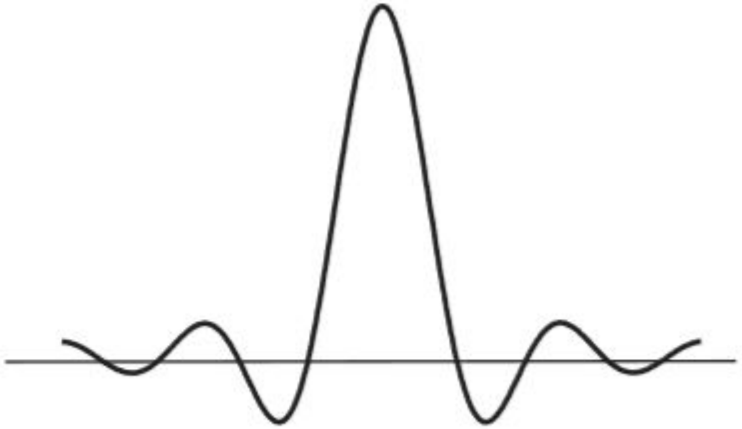
Mejoramiento de imágenes en el dominio de la frecuencia

Filtrado de imágenes en el espacio de Fourier

Mejoramiento de imágenes en el dominio de la frecuencia

Filtrado de imágenes en el espacio de Fourier



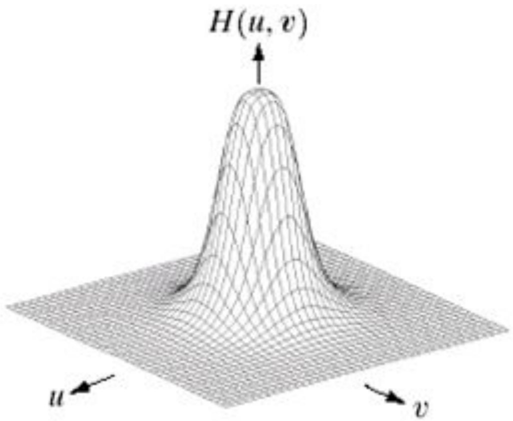


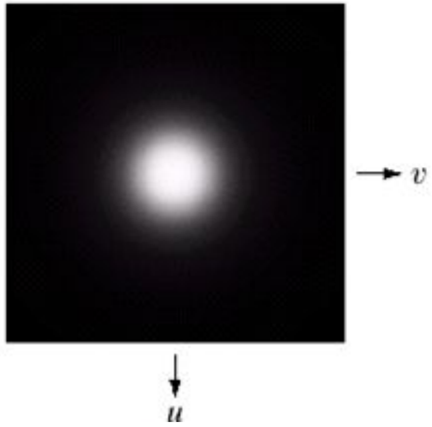
Explicar fenómeno de ringing

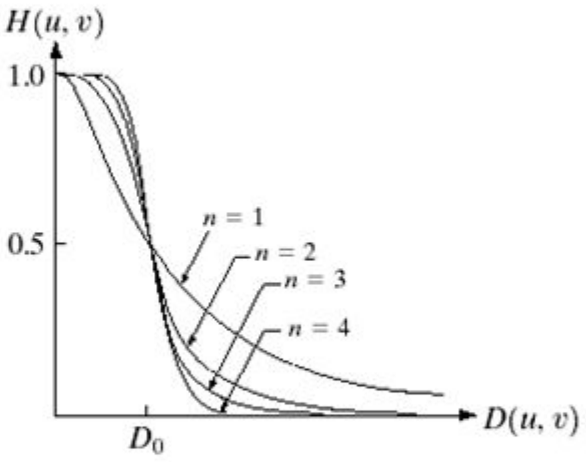
Butterworth Lowpass Filters (BLPF)

Función de transferencia suave, sin discontinuidades bruscas, **frecuencia de corte difusa**

$$H(u,v) = \frac{1}{1 + \left[\frac{D(u,v)}{D_0} \right]^{2n}}$$



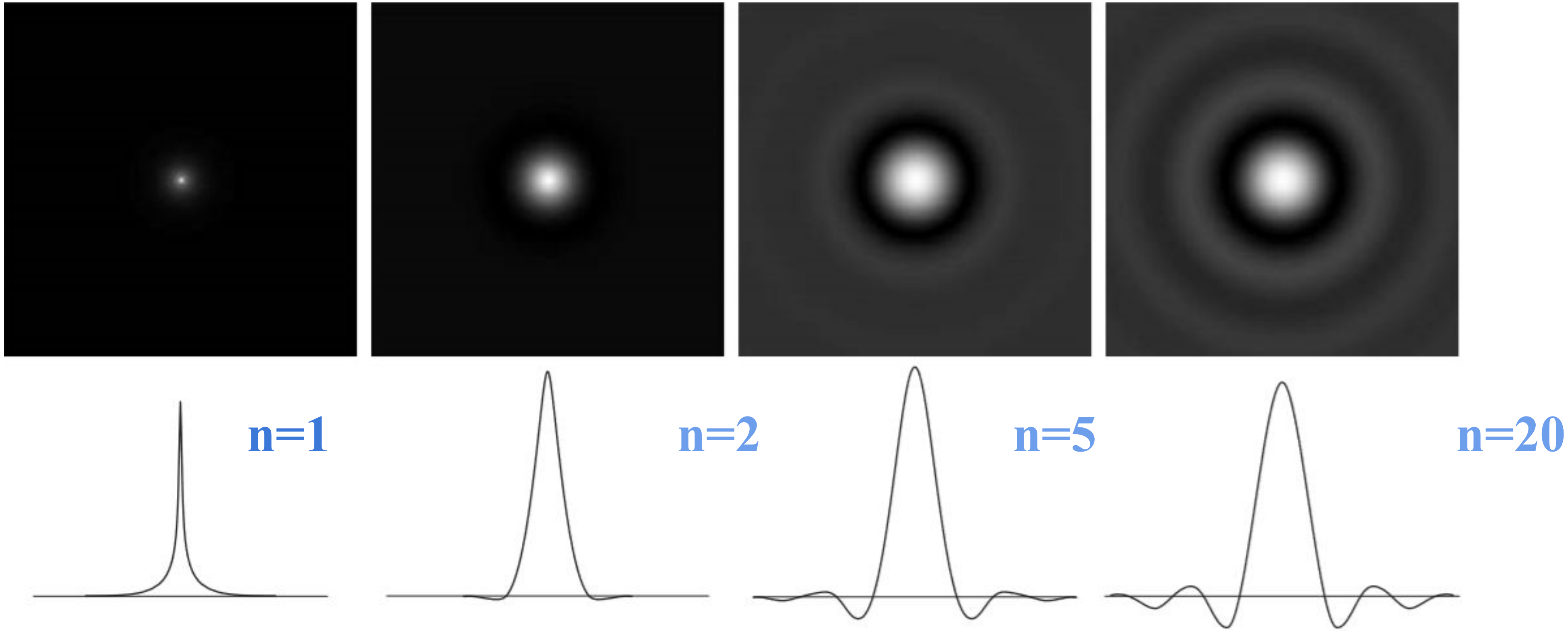




Mejoramiento de imágenes en el dominio de la frecuencia

Filtrado de imágenes en el espacio de Fourier

Butterworth Lowpass Filters (BLPF)



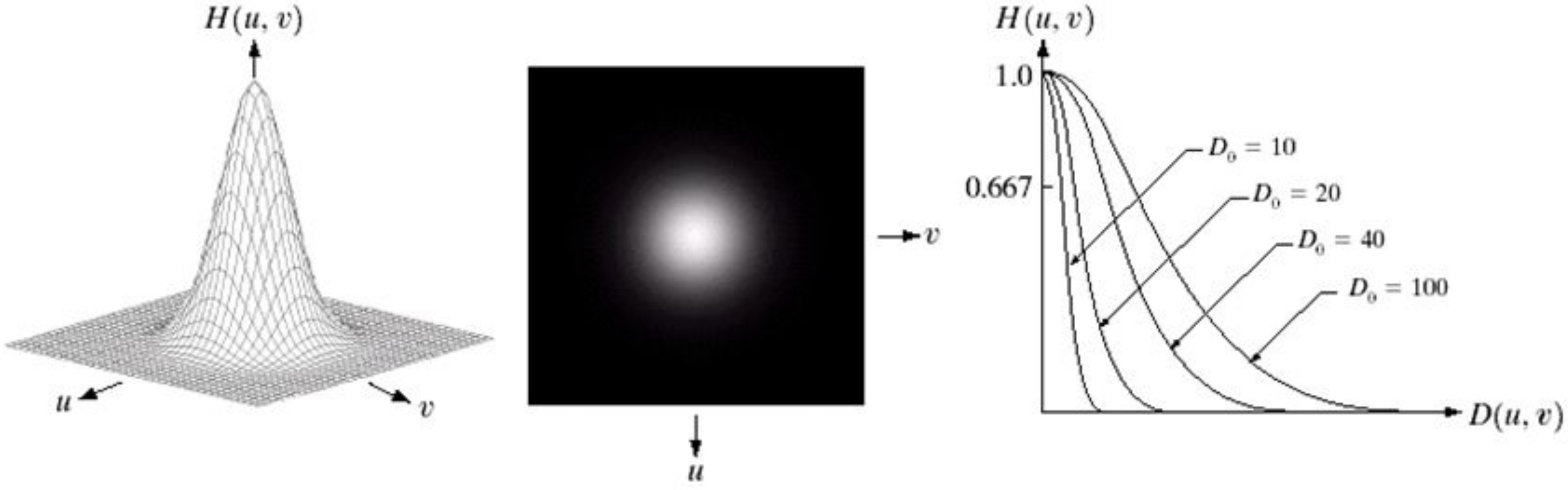
Mejoramiento de imágenes en el dominio de la frecuencia

Filtrado de imágenes en el espacio de Fourier

Gaussian Lowpass Filters (GLPF)

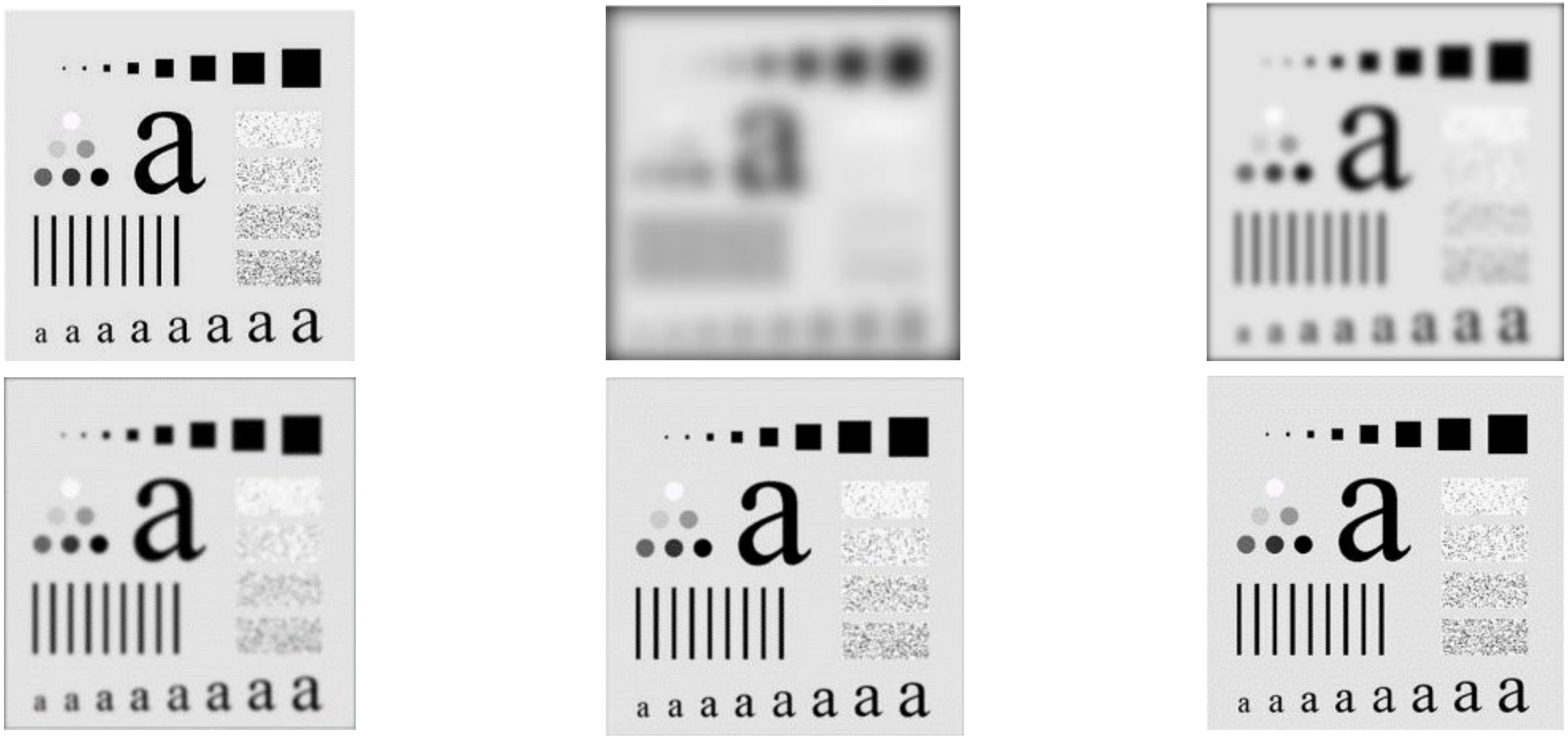
Smooth transfer function, smooth impulse response, no ringing

$$H(u,v) = e^{-\frac{D^2(u,v)}{2D^2_0}}$$



Mejoramiento de imágenes en el dominio de la frecuencia

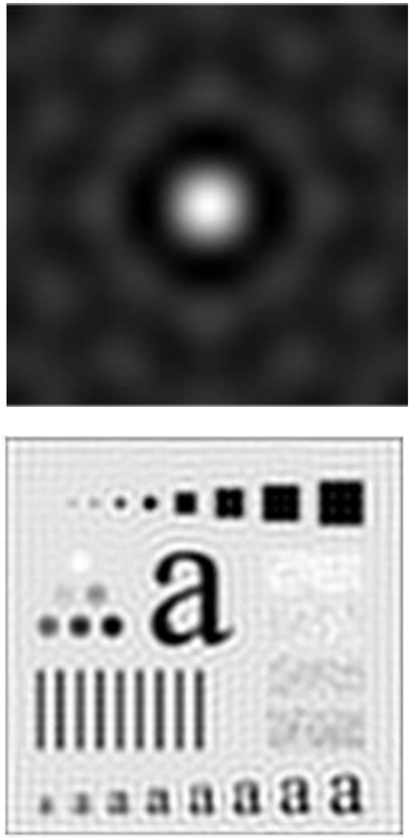
Filtrado de imágenes en el espacio de Fourier



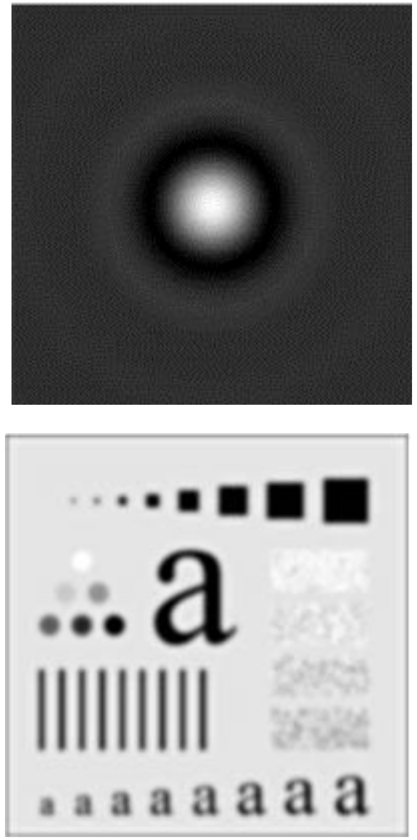
Mejoramiento de imágenes en el dominio de la frecuencia

Filtrado de imágenes en el espacio de Fourier

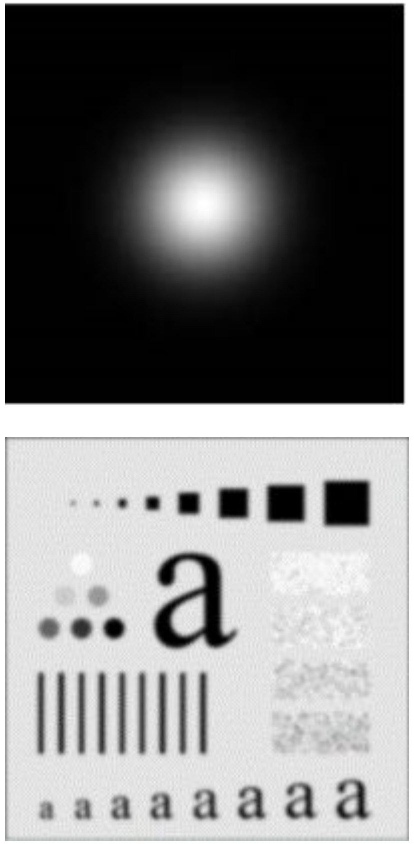
Comparación de filtros



ILPF



BLPF



GLPF

Tecnológico de Monterrey

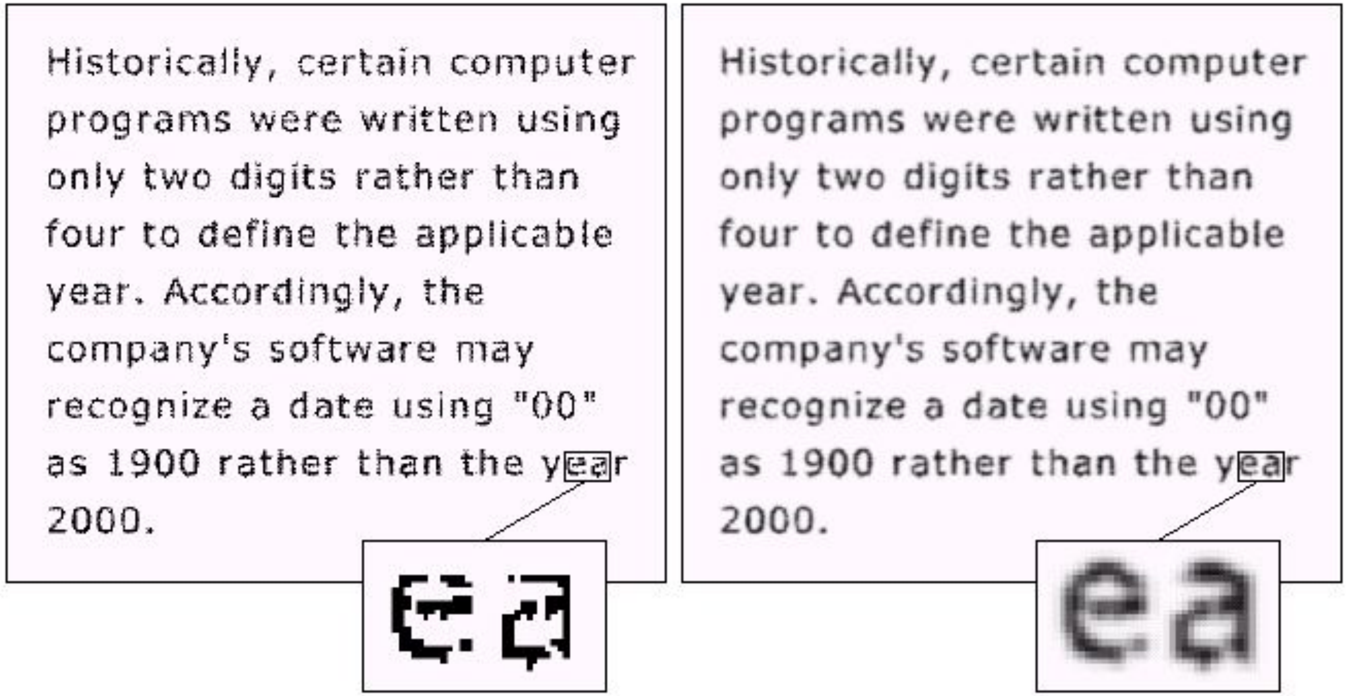
Mejoramiento de imágenes en el dominio de la frecuencia

Filtrado de imágenes en el espacio de Fourier

Ejemplos de aplicacion de filtros pasabajas

a b

FIGURE 4.19
(a) Sample text of poor resolution (note broken characters in magnified view). (b) Result of filtering with a GLPF (broken character segments were joined).



Mejoramiento de imágenes en el dominio de la frecuencia

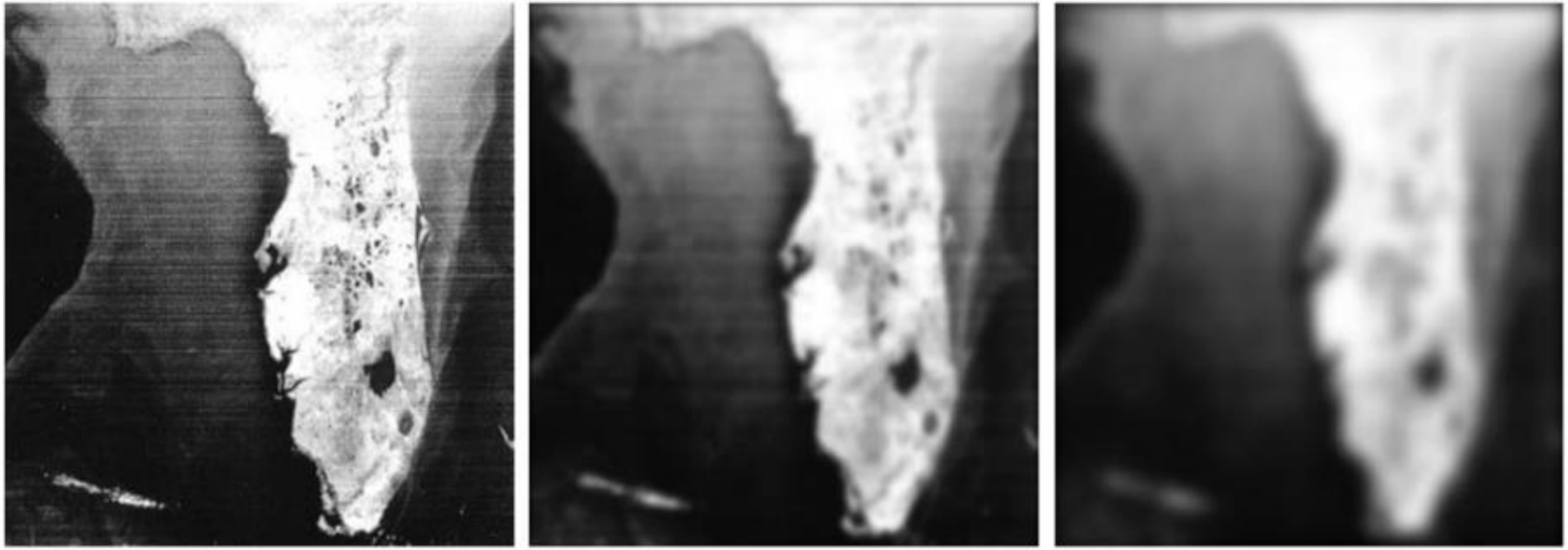
Filtrado de imágenes en el espacio de Fourier

Ejemplos de aplicacion de filtros pasabajas

Mejoramiento de imágenes en el dominio de la frecuencia

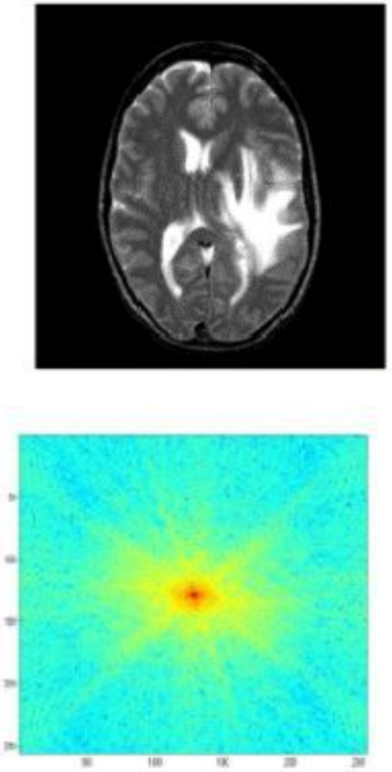
Filtrado de imágenes en el espacio de Fourier

Ejemplos de aplicación de filtros pasabajas

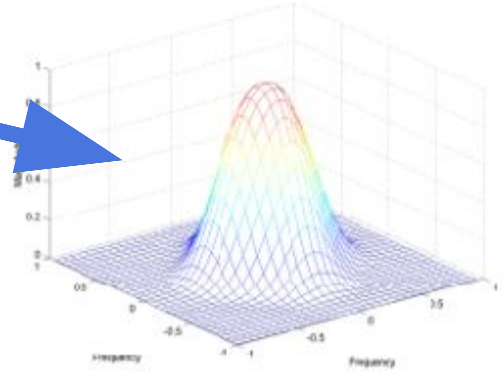


Mejoramiento de imágenes en el dominio de la frecuencia

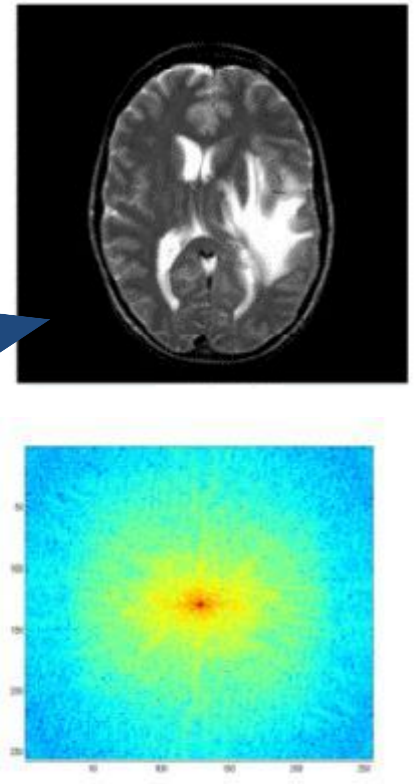
Filtrado de imágenes en el espacio de Fourier



Original image and its FT



Low-pass filter H(u,v)



Filtered image and its FT

Filtrado pasaltas

Ideal:

$$H(u,v)=\begin{cases}1 & D(u,v)>D_0\\ 0 & D(u,v)\leq D_0\end{cases}$$

Butterworth:

$$|H(u,v)|^2=\frac{1}{1+\left[\dfrac{D_0}{D(u,v)}\right]^{2n}}$$

Gaussian:

$$H(u,v)=1-e^{-D^2(u,v)/2D_0^2}$$

Mejoramiento de imágenes en el dominio de la frecuencia

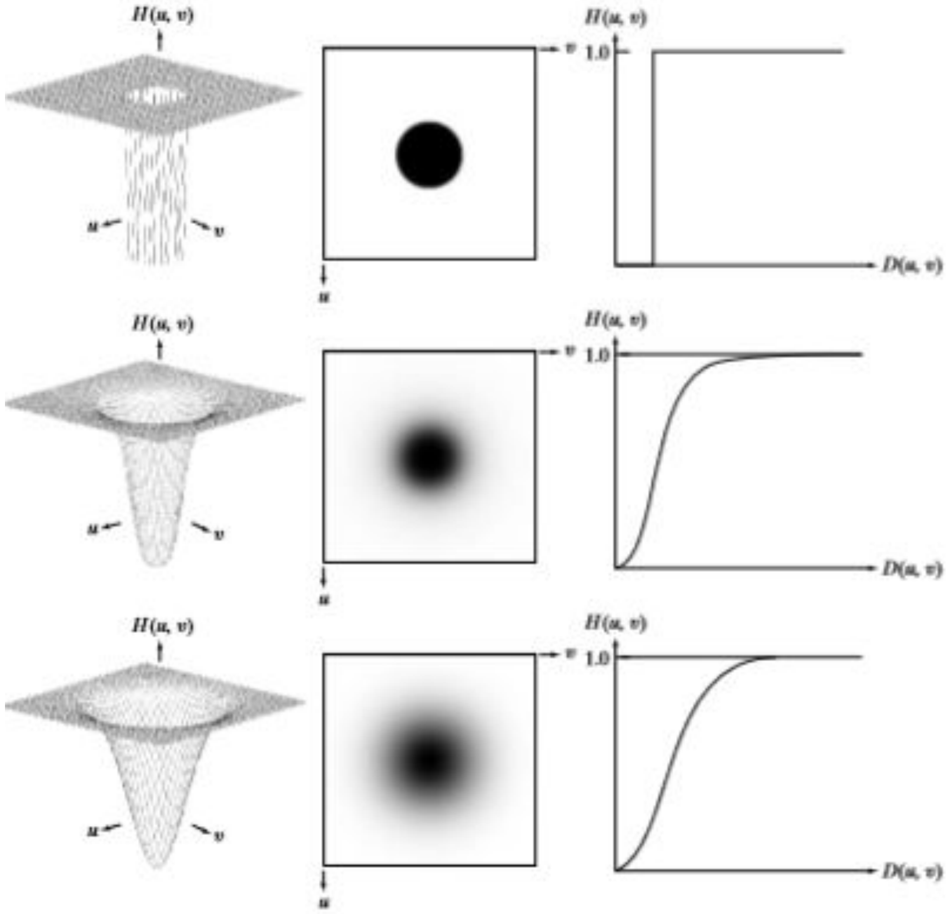
Filtrado de imágenes en el espacio de Fourier

Filtrado pasaltas

Ideal:

Butterworth:

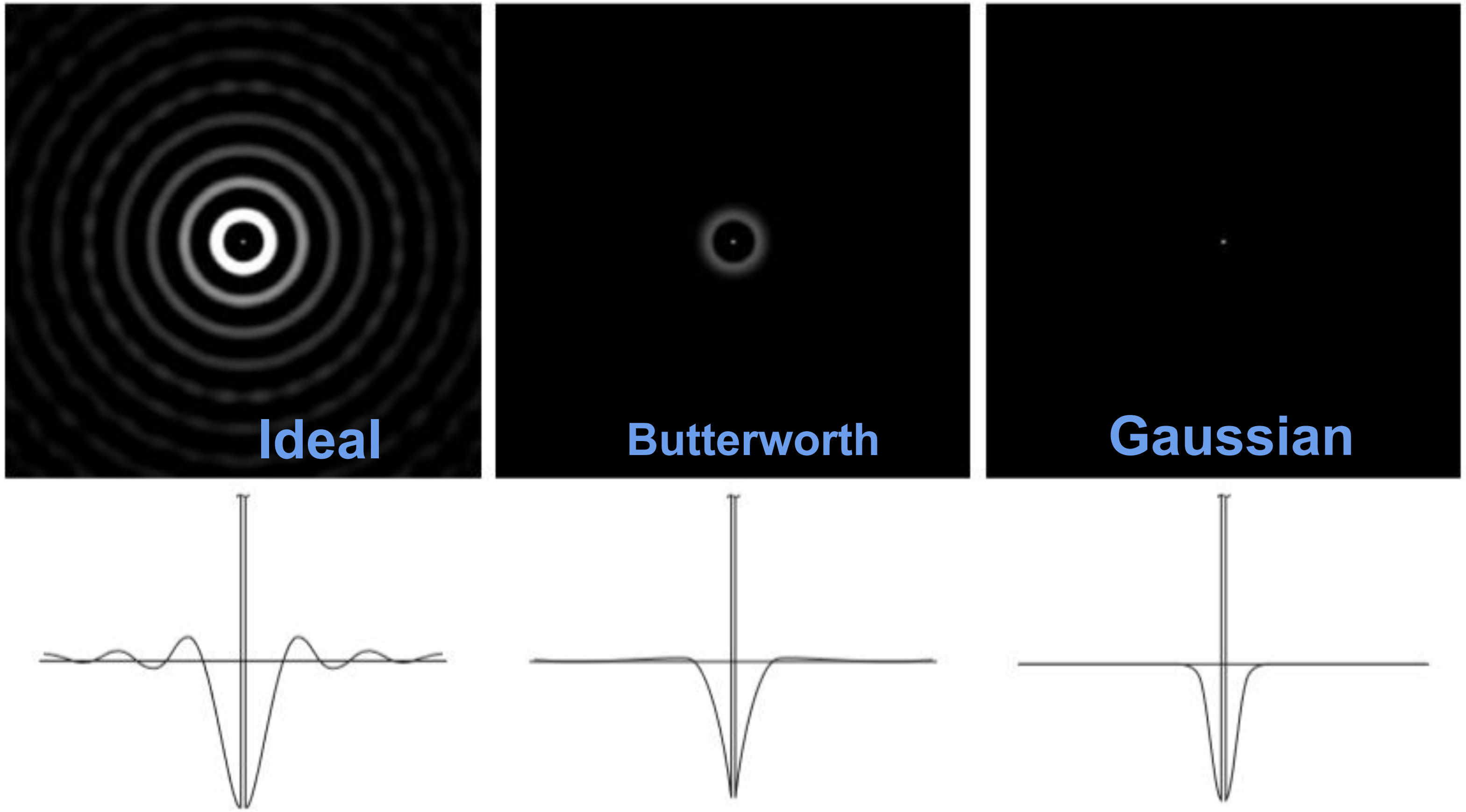
Gaussian:



Mejoramiento de imágenes en el dominio de la frecuencia

Filtrado de imágenes en el espacio de Fourier

Filtrado pasaltas



Filtrado pasaltas (ideal)

Mejoramiento de imágenes en el dominio de la frecuencia

Filtrado de imágenes en el espacio de Fourier

Filtrado pasaltas (Butterworth)

Mejoramiento de imágenes en el dominio de la frecuencia

Filtrado de imágenes en el espacio de Fourier

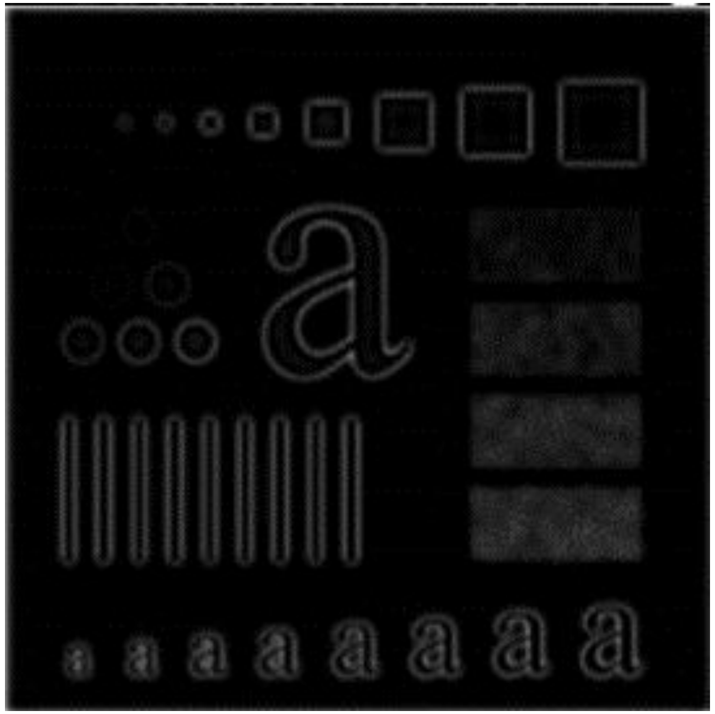
Filtrado pasaltas (Gaussian)

Mejoramiento de imágenes en el dominio de la frecuencia

Filtrado de imágenes en el espacio de Fourier

Filtrado pasaltas (comparison)

IHPF



BHPF

GHPF

Mejoramiento de imágenes en el dominio de la frecuencia

Filtrado de imágenes en el espacio de Fourier

Ejemplos de filtrado pasaltas

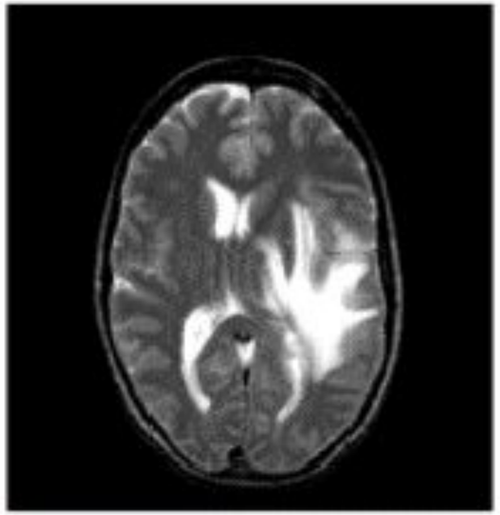
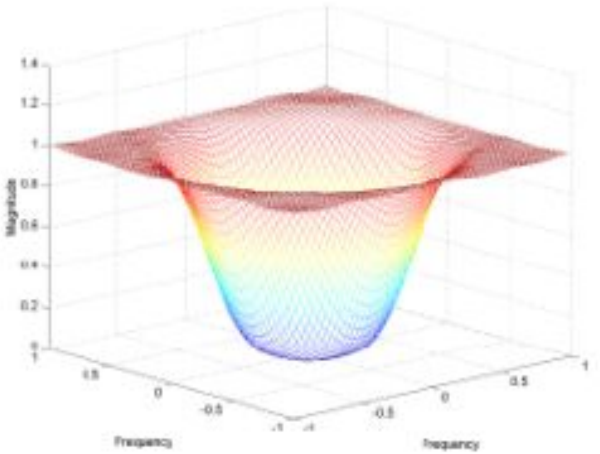


Imagen Original



Filtro Gaussiano H(u,v)

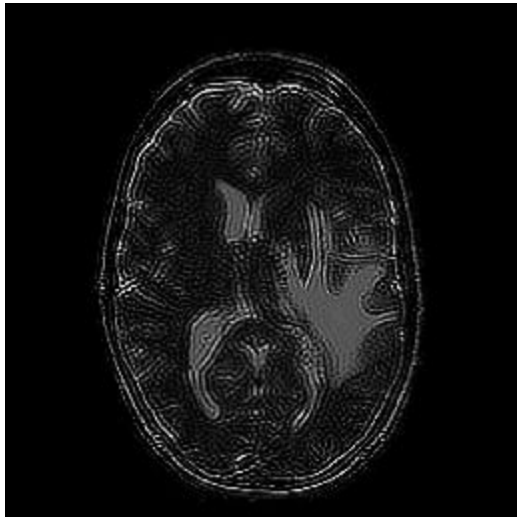


Imagen Filtrada

Mejoramiento de imágenes en el dominio de la frecuencia

Filtrado de imágenes en el espacio de Fourier

Ejemplos de filtrado pasaltas

Thumb print

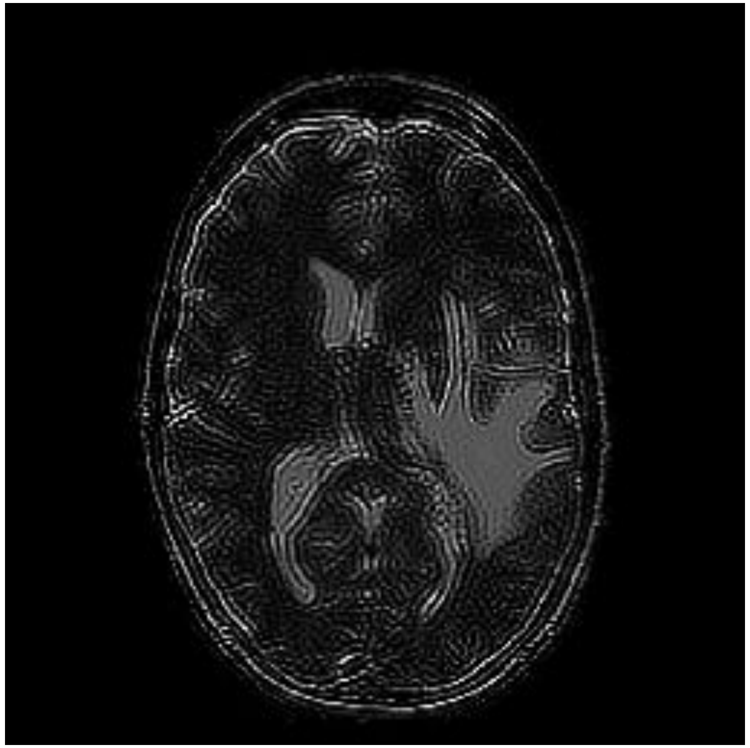
Filtro Pasaltas

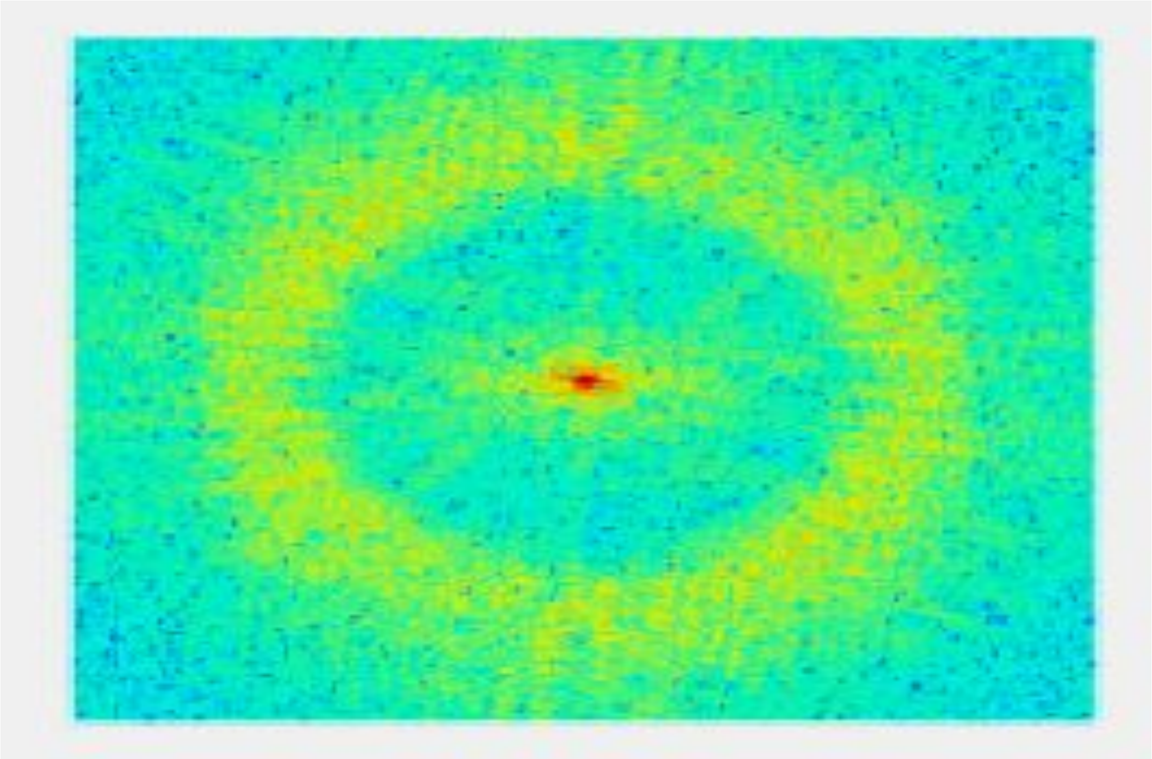
Thresholding

Mejoramiento de imágenes en el dominio de la frecuencia

Filtrado de imágenes en el espacio de Fourier

Ejemplos de filtrado pasaltas





Filtro para sharpening

El **Laplaciano** de una imagen → $$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f(x+1, y) + f(x-1, y) - 2f(x, y)$$

2da derivada w.r.t. x

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = f(x, y+1) + f(x, y-1) - 2f(x, y)$$

2da derivada w.r.t. y

Por lo que el **Laplaciano Discreto** para 2D es

$$\nabla^2 f(x, y) = f(x+1, y) + f(x-1, y) + f(x, y+1) + f(x, y-1) - 4f(x, y)$$

Mejoramiento de imágenes en el dominio de la frecuencia

Filtrado de imágenes en el espacio de Fourier

Filtro para sharpening - Laplaciano

0	1	0
1	-4	1
0	1	0

0	-1	0
-1	4	-1
0	-1	0

Laplaciano en direcciones X -Y

Esta ecuación se implementa en los kernels de la izquierda, el cual es isotrópico en 90°

1	1	1
1	-8	1
1	1	1

-1	-1	-1
-1	8	-1
-1	-1	-1

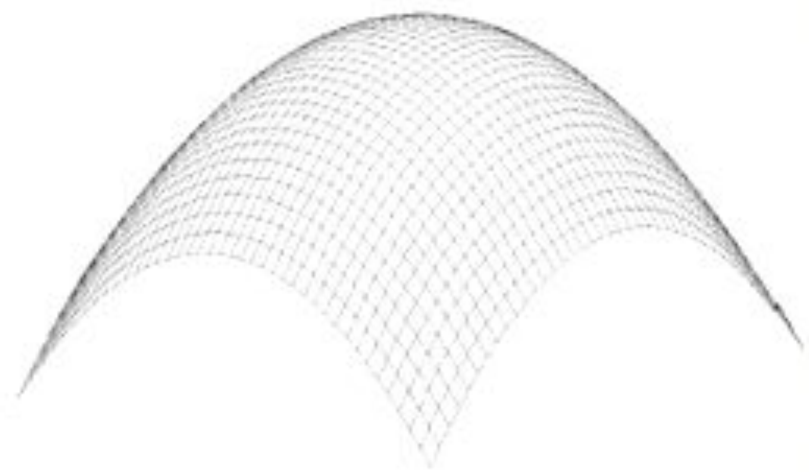
Laplaciano en direcciones X -Y

El mismo laplaciano puedo usarse para considera direcciones diagonales, lo que hace que el centro sea 8 (4 x (-2 f(x,y))

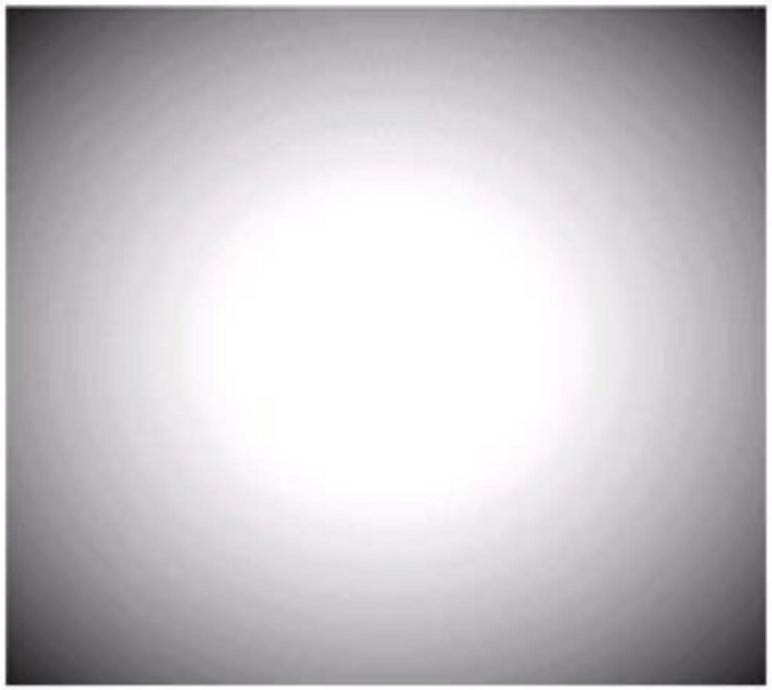
Mejoramiento de imágenes en el dominio de la frecuencia

Filtrado de imágenes en el espacio de Fourier

Filtro para sharpening - Laplaciano



Laplaciano 2D – dominio frecuencia

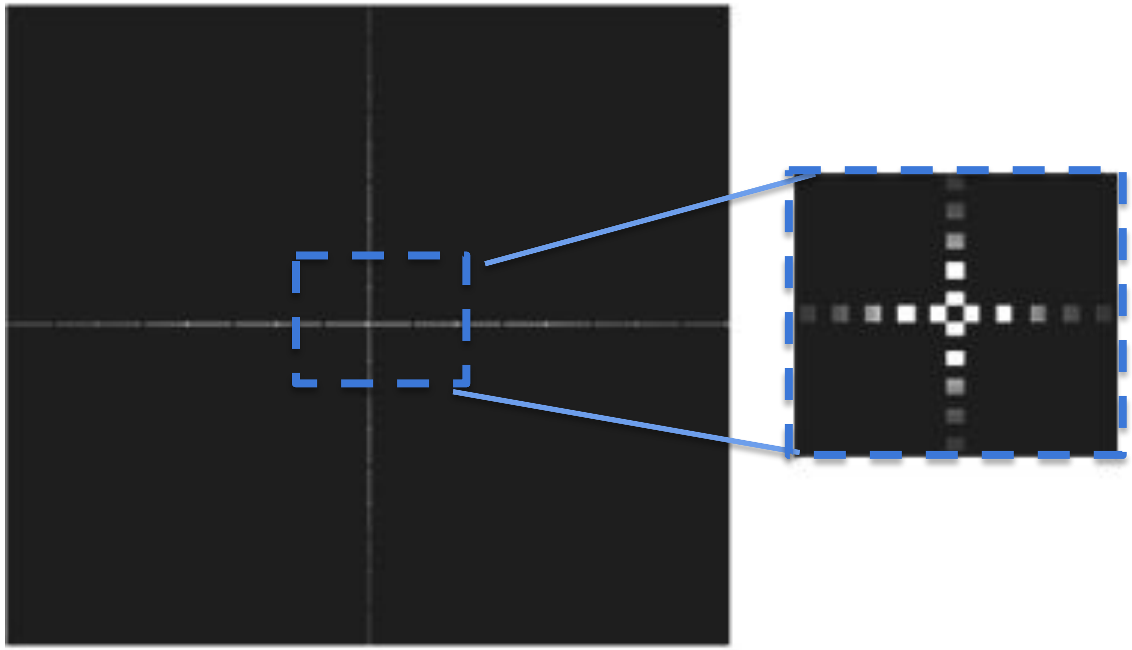


Equivalente en imagen 2D

Mejoramiento de imágenes en el dominio de la frecuencia

Filtrado de imágenes en el espacio de Fourier

Filtro para sharpening - Laplaciano



Laplaciano 2D – dominio especial (IDFT)

0	1	0
1	−4	1
0	1	0

Mascara en 2D

0	1	0
1	-4	1
0	1	0

Laplaciano 1D

Mejoramiento de imágenes en el dominio de la frecuencia

Filtrado de imágenes en el espacio de Fourier

	Imagen mejorada		Imagen Original		Salida del Laplaciano

Dominio espacial

$$g(x, y) = f(x, y) - \nabla^2 f(x, y)$$

Dominio frecuencia

$$G(u, v) = F(u, v) + (u^2 + v^2) F(u, v)$$

Nuevo operador

$$H_2(u, v) = 1 + (u^2 + v^2) = 1 - H_1(u, v)$$

Laplacian

Tecnológico de Monterrey

Mejoramiento de imágenes en el dominio de la frecuencia

Filtrado de imágenes en el espacio de Fourier

Imagen Original

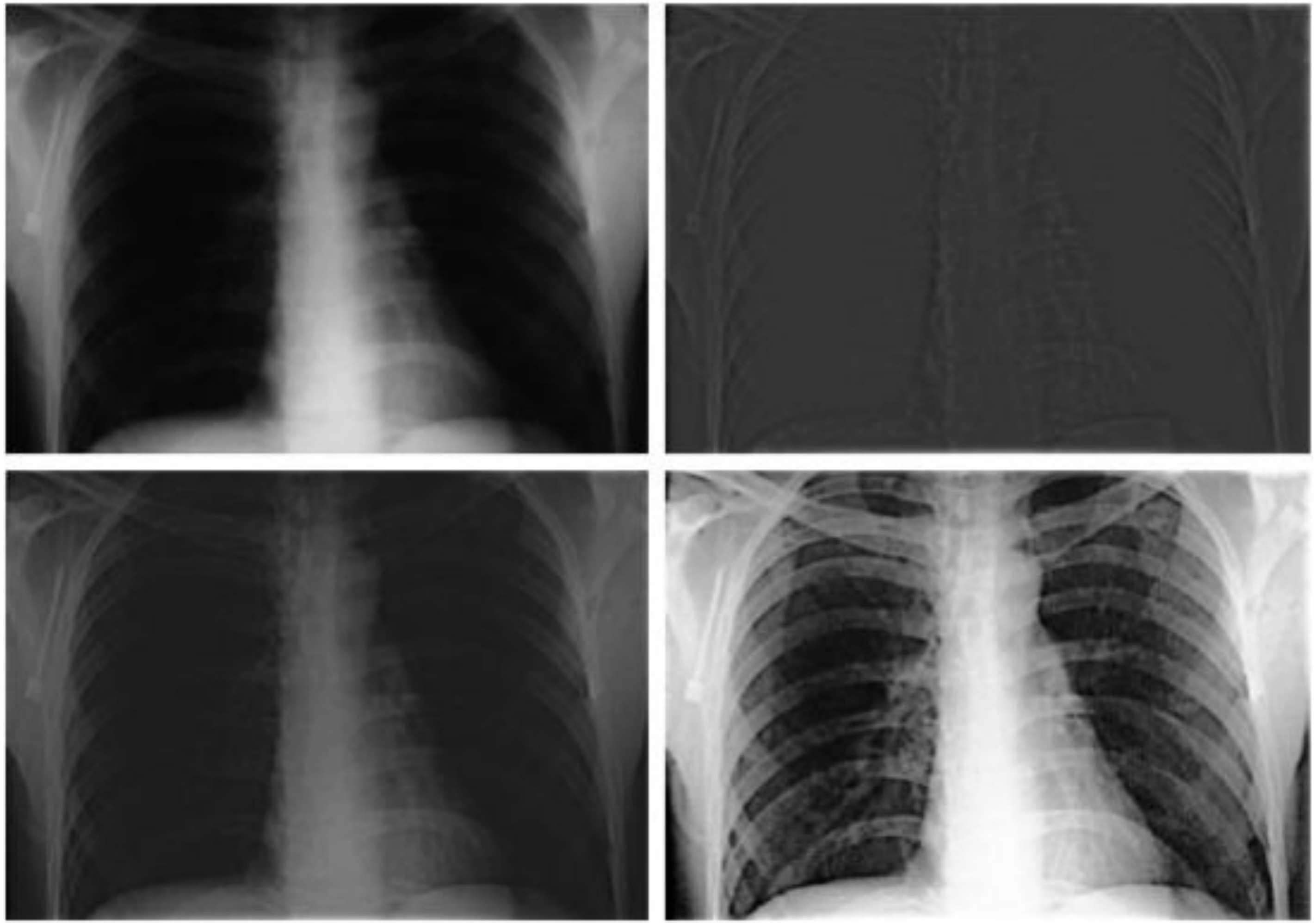
Imagen Mejorada

Mejoramiento de imágenes en el dominio de la frecuencia

Filtrado de imágenes en el espacio de Fourier

Imagen de Rayos X
(pecho)

GHPF Rayos X
(pecho)



GHPF + enfasis Rayos X
(pecho)

GHPF + enfasis + Hist. Eq. Rayos X
(pecho)

Mejoramiento de imágenes en el dominio de la frecuencia

Filtrado de imágenes en el espacio de Fourier