

Podejmowanie decyzji

Wstęp

Celem tego laboratorium jest zapoznanie się z kilkoma metodami wykorzystywanymi do podejmowania decyzji w kontekście, w którym dwa podmioty mają sprzeczne cele, a konkretnie w sytuacji, w której wygrana jednego podmiotu oznacza przegraną drugiego podmiotu. Wykorzystamy do tego grę w kółko i krzyżyk, która posiada bardzo proste zasady. Zaprezentowane metody mają jednak znacznie szersze zastosowanie i mogą być wykorzystywane w szerokim spektrum problemów decyzyjnych.

Zastosowane metody to:

- losowe przeszukiwanie przestrzeni decyzji,
- heurystyczne przeszukiwanie przestrzeni decyzji,
- algorytm minimax,
- algorytm alpha-beta,
- przeszukiwanie w oparciu o metodę Monte Carlo.

Na końcu laboratorium zrobimy turniej graczy zaimplementowanych z użyciem tych metod i zobaczymy, która metoda razi sobie najlepiej w grze w kółko i krzyżyk.

Gra w kółko i krzyżyk

Zacniemy od implementacji gry w kółko i krzyżyk. Możemy podejść do tego na kilka różnych sposobów. Jednym z najprostszych jest gracz wykonujący losowy ruch i liczący na szczęście. Trochę bardziej skomplikowanym graczem będzie gracz wykorzystujący jakąś heurystykę (można taką znaleźć na Wikipedii), nas będą bardziej interesowali gracze oparciu o przeszukiwanie drzewa rozgrywki np. algorytmem minimax czy A*, a w bardziej skomplikowanych problemach znajdują zastosowanie również algorytmy probabilistyczne typu Monte Carlo, a w prostych - klasyczne grafowe przeszukiwanie.

Na początek zaimportujemy samą planszę i metody niezbędne do rozgrywki takie jak sprawdzenie, czy ktoś wygrał, wyświetlające stan planszy itd. Poniżej znajduje się implementacja gry, która wyświetla stan gry w formie tekstowej oraz informuje, kto wygrał grę.

```
PLAYER_1 = -1  
PLAYER_2 = 1
```

```
class TicTacToe:  
    def __init__(self, player1, player2):  
        self.board = [  
            [0, 0, 0],
```

```

        [0, 0, 0],
        [0, 0, 0],
    ]
    self.player1 = player1
    self.player2 = player2
    self.chars = {0: " ", PLAYER_1: "O", PLAYER_2: "X"}

def play(self, verbose=True):
    self.print_board(verbose)
    for i in range(4):
        self.player1.move(self.board, PLAYER_1)
        self.print_board(verbose)
        if check_for_end(self.board, PLAYER_1):
            if verbose:
                print("player 1 wins")
            return "win"
        self.player2.move(self.board, PLAYER_2)
        self.print_board(verbose)
        if check_for_end(self.board, PLAYER_2):
            if verbose:
                print("player 2 wins")
            return "loss"
        self.player1.move(self.board, PLAYER_1)
        self.print_board(verbose)
        if check_for_end(self.board, PLAYER_1):
            if verbose:
                print("player 1 wins")
            return "win"
    else:
        if verbose:
            print("draw")
        return "draw"

def print_board(self, verbose):
    if not verbose:
        return
    str_line = "-----"
    print("\n" + str_line)
    for row in self.board:
        for cell in row:
            symbol = self.chars[cell]
            print(f"| {symbol} |", end="")
        print("\n" + str_line)

def check_for_end(board, player):
    return (
        check_rows(board, player)
        or check_cols(board, player)
        or check_diagonals(board, player)
    )

```

```
)
```

```
def check_rows(board, player):  
    for i in range(3):  
        if board[i][0] == board[i][1] == board[i][2] == player:  
            return True  
    return False  
  
def check_cols(board, player):  
    for i in range(3):  
        if board[0][i] == board[1][i] == board[2][i] == player:  
            return True  
    return False  
  
def check_diagonals(board, player):  
    return (board[0][0] == board[1][1] == board[2][2] == player) or (  
        board[0][2] == board[1][1] == board[2][0] == player  
    )
```

Interfejs gracza

Skoro mamy już zdefiniowaną grę to teraz potrzebny jest nam gracz. Poniżej zdefiniowany jest interfejs `PlayerInterface`. Należy go wykorzystywać implementując swoich graczy. Interfejs ma metodę `move`, która reprezentuje pojedynczy ruch gracza a także metodę `name`, która zwraca nazwę zaimplementowanego algorytmu.

```
from abc import ABC, abstractmethod
```

```
class PlayerInterface(ABC):  
    @abstractmethod  
    def move(self, board, player):  
        pass  
  
    @property  
    def name(self):  
        return type(self).__name__
```

Zobaczmy, jak wyglądałby prawdopodobnie najprostszy gracz do zaimplementowania, a więc gracz losowy. Wybiera on losowo wiersz i kolumnę, a następnie sprawdza, czy pole jest puste. Jeżeli tak, to stawia tam swój znak.

```
import random
```

```
class RandomPlayer(PlayerInterface):
```

```

def move(self, board, player):
    while True:
        row = random.randint(0, 2)
        col = random.randint(0, 2)
        if self.__can_make_move(board, row, col):
            board[row][col] = player
            return

def __can_make_move(self, board, row, col):
    return board[row][col] == 0

```

Sprawdźmy, czy wszystko działa.

```

game = TicTacToe(RandomPlayer(), RandomPlayer())
game.play()

```

```

-----
|  |  |  |  |
-----
|  |  |  |  |
-----
|  |  |  |  |
-----

```

```

-----
|  |  |  |  |
-----
| 0 |  |  |  |
-----
|  |  |  |  |
-----

```

```

-----
|  |  |  |  |
-----
| 0 |  |  |  |
-----
|  |  |  | X |
-----

```

```

-----
|  |  |  |  |
-----
| 0 |  |  |  |
-----
| 0 |  |  | X |
-----

```

```

-----

```

```

|   ||   ||   |
-----
| 0 ||   ||   |
-----
| 0 || X || X |
-----

```

```

-----
|   || 0 ||   |
-----
| 0 ||   ||   |
-----
| 0 || X || X |
-----

```

```

-----
|   || 0 || X |
-----
| 0 ||   ||   |
-----
| 0 || X || X |
-----

```

```

-----
|   || 0 || X |
-----
| 0 || 0 ||   |
-----
| 0 || X || X |
-----

```

```

-----
|   || 0 || X |
-----
| 0 || 0 || X |
-----
| 0 || X || X |
-----

```

player 2 wins

'loss'

Napiszemy teraz kilku kolejnych graczy, podejmujących decyzje nieco inteligentniej, a na koniec zrobimy mały turniej i sprawdzimy, który jest najlepszy.

Podejmowanie decyzji oparte o heurystykę

W każdym nowym problemie warto sprawdzić proste podejście heurystyczne, wykorzystujące elementarną wiedzę o problemie. Sama gra w kółko i krzyżyk, jak

wiadomo, nie jest zbyt skomplikowana. Jest w niej najwyżej 9 możliwych ruchów, mniej niż $3^9 - 1$ możliwych końcowych stanów planszy, a naiwnie licząc, grę można rozegrać na 9! sposobów. Dzięki tam mocnemu uproszczeniu istnieje tu strategia optymalna, gwarantująca w najgorszym wypadku remis:

Dla tej gry istnieje **optymalna strategia** tzn. w najgorszym przypadku zremisujemy.

1. Win: If the player has two in a row, they can place a third to get three in a row.
2. Block: If the opponent has two in a row, the player must play the third themselves to block the opponent.
3. Fork: Cause a scenario where the player has two ways to win (two non-blocked lines of 2).
4. Blocking an opponent's fork: If there is only one possible fork for the opponent, the player should block it. Otherwise, the player should block all forks in any way that simultaneously allows them to make two in a row. Otherwise, the player should make a two in a row to force the opponent into defending, as long as it does not result in them producing a fork. For example, if "X" has two opposite corners and "O" has the center, "O" must not play a corner move to win. (Playing a corner move in this scenario produces a fork for "X" to win.)
5. Center: A player marks the center. (If it is the first move of the game, playing a corner move gives the second player more opportunities to make a mistake and may therefore be the better choice; however, it makes no difference between perfect players.)
6. Opposite corner: If the opponent is in the corner, the player plays the opposite corner.
7. Empty corner: The player plays in a corner square.
8. Empty side: The player plays in a middle square on any of the four sides.

Implementacja takiego bota byłaby jednak niezbyt ciekawa, a na dodatek specyficzna tylko dla tego konkretnego problemu. Dlatego my zajmiemy się eksploracją drzewa gry, a więc możliwych stanów oraz przejść między nimi. Na dobry początek ulepszymy naszego losowego bota trywialną heurystyką - jeżeli to możliwe, ma wybrać ruch wygrywający, a jeżeli nie, to losowy.

Można by też zadać pytanie, czemu nie wykorzystamy tutaj ciekawszego problemu, jak np. szachy. Odpowiedź jest prosta - nie mamy na to czasu, a konkretnie wieczności. Shannon obliczył dolną granicę złożoności drzewa gry na 10^{120} .

Wygraj, jeśli to możliwe w kolejnym kroku

Zadanie 1 (1 punkt)

Zaimplementuj ulepszanego losowego bota tak, aby wybierał ruch wygrywający, jeżeli to możliwe, a jeżeli nie, to losowy.

```
class RandomPlayerWinIfCan(PlayerInterface):  
    def move(self, board, player):
```

```

    for i in range(3):
        for j in range(3):
            if board[i][j] != 0:
                continue
            board[i][j] = player
            if check_for_end(board, player):
                return
            board[i][j] = 0
    while True:
        x, y = random.randint(0, 2), random.randint(0, 2)
        if board[x][y] == 0:
            board[x][y] = player
            break

game = TicTacToe(RandomPlayerWinIfCan(), RandomPlayer())
game.play()

```

```

-----
|  |  |  |  |
-----
|  |  |  |  |
-----
|  |  |  |  |
-----

```

```

-----
|  | 0 |  |  |
-----
|  |  |  |  |
-----
|  |  |  |  |
-----

```

```

-----
|  | 0 |  |  |
-----
|  |  |  |  |
-----
|  |  |  | X |
-----

```

```

-----
| 0 |  | 0 |  |
-----
|  |  |  |  |
-----
|  |  |  | X |
-----

```

```

-----
| 0 || 0 ||   |
-----
|   || X ||   |
-----
|   ||   || X |
-----

```

```

-----
| 0 || 0 || 0 |
-----
|   || X ||   |
-----
|   ||   || X |
-----

```

player 1 wins

'win'

Blokuj kolejny krok wygrywający przeciwnika

Skoro w poprzednim zadaniu wygrywamy, kiedy możemy to zrobić w jednym kroku, to spróbujemy ulepszyć naszą strategię wcześniej. Możemy to zrobić, minimalizując swoje straty, czyli sprawdzamy dodatkowo, czy przeciwnik może skończyć grę. Jeżeli tak, to go blokujemy.

Zadanie 2 (1 punkt)

Zaimplementuj ulepszenie bota, w którym dodatkowo jeżeli nie możemy wygrać w danym ruchu, a przeciwnik tak, to go blokujemy. A jeżeli ani my, ani przeciwnik nie może wygrać w kolejnym ruchu, to wykonujemy losowe posunięcie.

```

class Blocking(RandomPlayerWinIfCan):
    def move(self, board, player):
        # check if player wins
        for i in range(3):
            for j in range(3):
                if board[i][j] != 0:
                    continue
                board[i][j] = player
                if check_for_end(board, player):
                    return
                board[i][j] = 0
        # check if other player wins
        for i in range(3):
            for j in range(3):
                if board[i][j] != 0:
                    continue
                board[i][j] = -player
                if check_for_end(board, -player):
                    board[i][j] = player

```



```

        return
    board[i][j] = 0

    while True:
        x, y = random.randint(0, 2), random.randint(0, 2)
        if board[x][y] == 0:
            board[x][y] = player
            break

game = TicTacToe(RandomPlayerWinIfCan(), Blocking())
game.play()

```

```

-----
|  |  |  |  |
-----
|  |  |  |  |
-----
|  |  |  |  |
-----

```

```

-----
| 0 |  |  |  |
-----
|  |  |  |  |
-----
|  |  |  |  |
-----

```

```

-----
| 0 |  |  |  |
-----
|  |  |  | X |
-----
|  |  |  |  |
-----

```

```

-----
| 0 |  |  |  |
-----
|  |  |  | X |
-----
| 0 |  |  |  |
-----

```

```

-----
| 0 |  |  |  |
-----
| X |  |  | X |
-----

```

```
| 0 ||   ||   |
-----
```

```
-----
| 0 || 0 ||   |
-----
| X ||   || X |
-----
| 0 ||   ||   |
-----
```

```
-----
| 0 || 0 ||   |
-----
| X || X || X |
-----
| 0 ||   ||   |
-----
```

player 2 wins

'loss'

Algorytm minimax

Zaimplementujemy teraz algorytm minimax. Minimalizuje on nasze maksymalne straty lub maksymalizuje minimalne zyski (maksmin). Poprzednie 2 kroki nas do tego zbliżały.

Algorytm wywodzi się z teorii gier o sumie zerowej (gdzie wygrana ma wartość 1, przegrana -1, a remis 0 - w takich grach wygrana jednego gracza, oznacza, że drugi gracz przegrał, czyli nie ma strategii, która prowadziłaby do sytuacji *win-win*).

Twierdzenie o minimaksie (minimax theorem) mówi, że dla każdej gry dwuosobowej gry o sumie zerowej istnieje wartość V i mieszana strategia dla każdego gracza, takie, że:

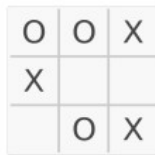
- biorąc pod uwagę strategię gracza drugiego, najlepszą możliwą spłatą dla gracza pierwszego jest V ,
- biorąc pod uwagę strategię gracza pierwszego, najlepszą możliwą spłatą dla gracza drugiego jest $-V$.

Każdy gracz minimalizuje maksymalną możliwą spłatę dla swojego przeciwnika – ponieważ gra jest grą o sumie zerowej, wynikiem tego algorytmu jest również maksymalizowanie swojej minimalnej spłaty.

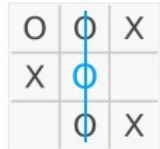
MAX

Maximizing O
Best move: [1, 1] (center)

Depth = 3



MIN



+1



0

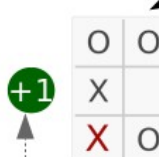


-1

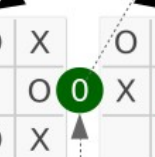
Depth = 2

MAX

Depth = 1



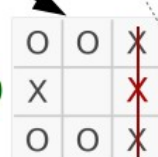
+1



0



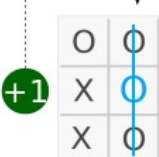
0



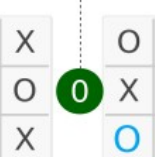
-1

MIN

Depth = 0



+1



0



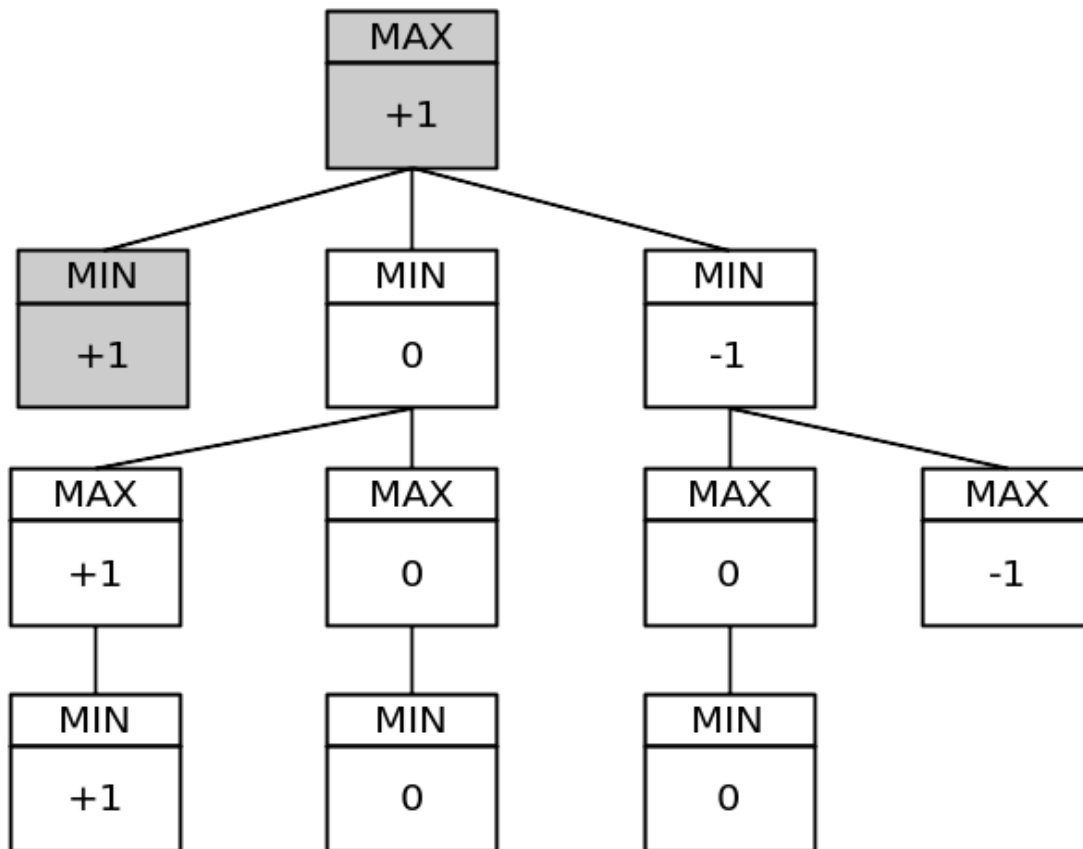
0

Powyższa ilustracja przedstawia fragment analizy końcowej partii gry w kółko i krzyżyk. **Max** oznacza turę, w której gracz wybiera ten spośród dostępnych ruchów, który da maksymalną spłatę, natomiast **min** oznacza turę, w której gracz wybiera ruch, który da minimalną spłatę. Inaczej - *max* to ruch, z punktu widzenia gracza, dla którego chcemy, żeby wygrał, a *min* ruch gracza, który chcemy żeby przegrał.

Minimax jest algorytmem rekurencyjnym, w którym liście drzewa możliwych ruchów oznaczają zakończenie gry, z przypisaną do nich wartością z punktu widzenia gracza, którego ruch jest w korzeniu drzewa możliwych ruchów. We wcześniejszych węzłach - w zależności czy jest tura gracza *max*, czy *min*, będą wybierane te gałęzie, które maksymalizują, bądź minimalizują wartość spłaty.

Przykładowo - w pierwszym wierszu mamy trzy strzałki i gracza *max*, dlatego gracz ten wybierze pierwszy możliwy ruch, bo daje on maksymalną spłatę. W drugim wierszu w środkowej kolumnie mamy dwie strzałki. Gracz *min* wybierze zatem strzałkę (ruch) prawy, ponieważ minimalizuje on spłatę (0). Analogicznie w drugim wierszu po prawej stronie wybierana jest prawa strzałka, ponieważ daje ona wartość minimalną (-1).

Poniższy diagram zawiera to samo drzewo analizy ruchów, gdzie pozostawiono wyłącznie wartości spłaty dla poszczególnych węzłów.



Algorytm *minimax* jest następujący:

1. zainicjalizuj wartość na $-\infty$ dla gracza którego spółata jest maksymalizowana i na $+\infty$ dla gracza którego spółata jest minimalizowana,
2. sprawdź czy gra się nie skończyła, jeżeli tak to ewaluuj stan gry z punktu widzenia gracza maksymalizującego i zwróć wynik,
3. dla każdego możliwego ruchu każdego z graczy wywołaj rekurencyjnie *minimax*:
4. przy maksymalizacji wyniku, zwiększ wynik, jeśli otrzymany wynik jest większy od dotychczas największego wyniku,
5. przy minimalizacji wyniku, pomniejsz wynik, jeśli otrzymany wynik jest mniejszy od dotychczas najmniejszego wyniku,
6. zwróć najlepszy wynik.

Algorytm ten wymaga dodatkowo funkcji ewaluującej, która oceni stan gry na końcu. Uznajemy, że zwycięstwo to +1, przegrana -1, a remis 0.

Zadanie 3 (3 punkty)

Zaimplementuj gracza realizującego algorytm minimaks.

```
from math import inf
```

```

class MinimaxPlayer(Blocking):
    def move(self, board, player):
        best_move, _ = self.minmax(board, player)
        board[best_move[0]][best_move[1]] = player

    def is_free(self, board, x, y):
        return board[x][y] == 0

    def minmax(self, board, player):
        best_move = None
        if player < 0:
            best_val = float('inf')
        else:
            best_val = -float('inf')

        if check_for_end(board, -player):
            return None, -player

        # check if any field is free
        flag = False
        all_empty = True
        for i in range(3):
            for j in range(3):
                if self.is_free(board, i, j):
                    flag = True
                else:
                    all_empty = False
        if all_empty:
            return self.optimized_first_move_minmax(board, player)
        if not flag:
            return None, 0

        for i in range(3):
            for j in range(3):
                if self.is_free(board, i, j):
                    board[i][j] = player
                    _, new_val = self.minmax(board, -player)
                    if player < 0 and new_val < best_val:
                        best_val = new_val
                        best_move = (i, j)
                    elif player > 0 and new_val > best_val:
                        best_val = new_val
                        best_move = (i, j)
                    board[i][j] = 0

        return best_move, best_val

    def optimized_first_move_minmax(self, board, player):
        best_move = None
        if player < 0:

```

```

        best_val = float('inf')
    else:
        best_val = -float('inf')

    if check_for_end(board, -player):
        return None, -player

    # check if any field is free
    flag = False
    for i in range(3):
        for j in range(3):
            if self.is_free(board, i, j):
                flag = True

    if not flag:
        return None, 0

    for i, j in [(0, 0), (0, 1), (1, 1)]: # symmetric, so it's
        enough to check 3 moves
            if self.is_free(board, i, j):
                board[i][j] = player
                _, new_val = self.minmax(board, -player)
                if player < 0 and new_val < best_val:
                    best_val = new_val
                    best_move = (i, j)
                elif player > 0 and new_val > best_val:
                    best_val = new_val
                    best_move = (i, j)
                board[i][j] = 0

    return best_move, best_val

%%time
game = TicTacToe(MinimaxPlayer(), Blocking())
game.play()

```

```

-----
|  |  |  |  |
-----
|  |  |  |  |
-----
|  |  |  |  |
-----

```

```

-----
| 0 |  |  |  |
-----
|  |  |  |  |
-----
|  |  |  |  |
-----

```

| 0 || || X |

| || || |

| || || |

| 0 || || X |

| 0 || || |

| || || |

| 0 || || X |

| 0 || || |

| X || || |

| 0 || || X |

| 0 || 0 || |

| X || || |

| 0 || || X |

| 0 || 0 || X |

| X || || |

| 0 || || X |

| 0 || 0 || X |

| X || || 0 |

player 1 wins

CPU times: total: 766 ms
Wall time: 757 ms

'win'

Wróć na chwilę do implementacji minimaxu i zastanów się, co się dzieje, jeżeli ten algorytm wykonuje ruch na pustej planszy i jak to wpływa na jego czas działania. Może coś można poprawić? Odp. Sprawdzając tylko 3 ruchy (ze względu na symetrię wystarczy sprawdzić róg, środek, oraz 'środek boku') na początku, możemy przyspieszyć działanie algorytmu około 3-krotnie.

Alpha-beta pruning

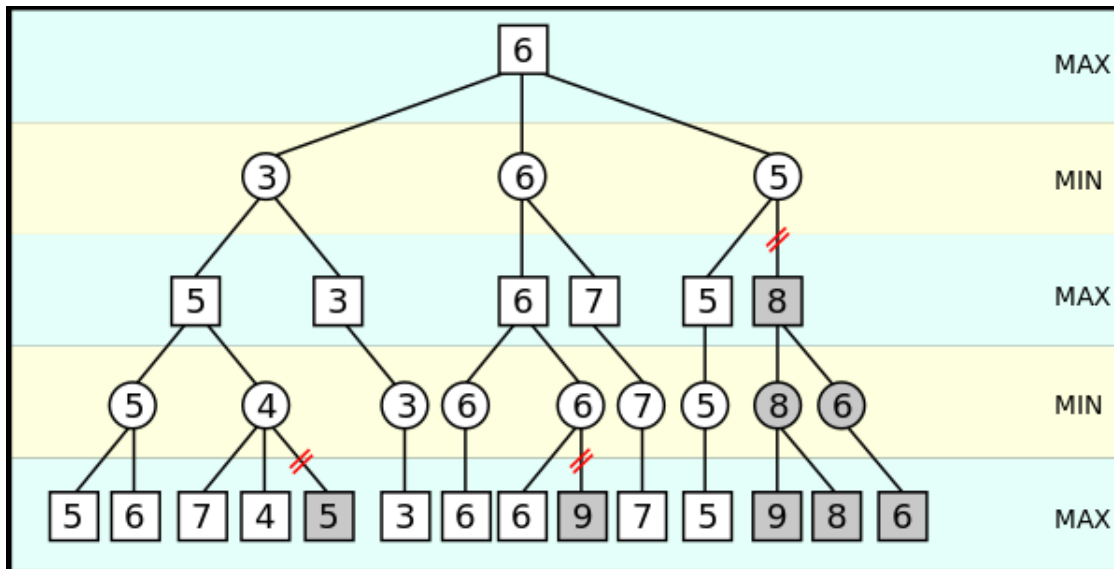
Widzimy, że nasz poprzedni gracz jest właściwie idealny, bo w końcu sprawdza całe drzewo gry. Ma tylko w związku z tym wadę - dla większości problemów wykonuje się wiecznie. Dlatego też zastosujemy ważne ulepszenie algorytmu minimax, nazywane alfa-beta pruning.

W przypadku klasycznego minimaxu ewaluujemy każdą możliwą ścieżkę gry. Alfa-beta pruning, jak i wiele innych metod, opiera się na "przycinaniu" drzewa, czyli nie ewaluujemy tych odnóg drzewa, co do których wiemy, że nie da ona lepszego wyniku niż najlepszy obecny. W niektórych wypadkach, np. w dobrej implementacji dla szachów, potrafi zredukować liczbę rozważanych ścieżek nawet o 99.8%.

Do poprzedniego algorytmu dodajemy 2 zmienne, α i β :

- α przechowuje najlepszą wartość dla gracza maksymalizującego swój wynik,
- β przechowuje najlepszą wartość dla gracza minimalizującego swój wynik.

Dzięki tej informacji możemy przerwać sprawdzanie danej gałęzi, kiedy α jest większa od β . Oznacza to bowiem sytuację, w której najlepszy wynik gracza maksymalizującego jest większy niż najlepszy wynik gracza minimalizującego.



Pseudokod:

```

function alphabeta(node, depth,  $\alpha$ ,  $\beta$ , maximizingPlayer) is
    if depth = 0 or node is a terminal node then
        return the heuristic value of node
    if maximizingPlayer then
        value :=  $-\infty$ 
        for each child of node do
            value := max(value, alphabeta(child, depth - 1,  $\alpha$ ,  $\beta$ ,
FALSE))
             $\alpha$  := max( $\alpha$ , value)
            if  $\alpha \geq \beta$  then
                break (*  $\beta$  cutoff *)
        return value
    else
        value :=  $+\infty$ 
        for each child of node do
            value := min(value, alphabeta(child, depth - 1,  $\alpha$ ,  $\beta$ ,
TRUE))
             $\beta$  := min( $\beta$ , value)
            if  $\alpha \geq \beta$  then
                break (*  $\alpha$  cutoff *)
        return value

```

Zadanie 4 (2 punkty)

Zaimplementuj gracza realizującego algorytm alfa-beta pruning.

```
class AlphaBetaPlayer(MinimaxPlayer):
    def move(self, board, player):
        best_move, _ = self.alphabeta(board, -float('inf'),
float('inf'), player)
        board[best_move[0]][best_move[1]] = player
```

```

@staticmethod
def is_free(board, i, j):
    return board[i][j] == 0

def alphabeta(self, board, a, b, player):
    if check_for_end(board, -player):
        return None, -player

    # check if any field is free
    flag = False
    for i in range(3):
        for j in range(3):
            if self.is_free(board, i, j):
                flag = True
    if not flag:
        return None, 0

    if player > 0:
        value = -float('inf')
        for i, j in [(x, y) for x in range(3) for y in range(3)]:
            if AlphaBetaPlayer.is_free(board, i, j):
                board[i][j] = player
                new_value = self.alphabeta(board, a, b, -player)

                if new_value > value:
                    value = new_value
                    best_move = (i, j)
                board[i][j] = 0
                a = max(a, value)
                if a >= b:
                    break
        return best_move, value
    else:
        value = float('inf')
        for i, j in [(x, y) for x in range(3) for y in range(3)]:
            if AlphaBetaPlayer.is_free(board, i, j):
                board[i][j] = player
                new_value = self.alphabeta(board, a, b, -player)

                if new_value < value:
                    value = new_value
                    best_move = (i, j)
                board[i][j] = 0
                b = min(b, value)
                if a >= b:
                    break
        return best_move, value

```

```
%%time
game = TicTacToe(AlphaBetaPlayer(), MinimaxPlayer())
game.play()
```

1	2	3	4
1	2	3	4
1	2	3	4

0			

0			
	X		

0	0	
	X	

0	0	X
	X	

0	0	X
	X	

```
| 0 ||   ||   |  
-----
```

```
-----  
| 0 || 0 || X |  
-----  
| X || X ||   |  
-----  
| 0 ||   ||   |  
-----
```

```
-----  
| 0 || 0 || X |  
-----  
| X || X || 0 |  
-----  
| 0 ||   ||   |  
-----
```

```
-----  
| 0 || 0 || X |  
-----  
| X || X || 0 |  
-----  
| 0 || X ||   |  
-----
```

```
-----  
| 0 || 0 || X |  
-----  
| X || X || 0 |  
-----  
| 0 || X || 0 |  
-----
```

draw

CPU times: total: 328 ms

Wall time: 331 ms

'draw'

Monte Carlo Tree Search (MCTS)

Metody Monte Carlo polegają na wprowadzeniu losowości i przybliżaniu za jej pomocą rozwiązań dla trudnych problemów. Dla gry w kółko i krzyżyk nie jest to co prawda niezbędne, ale dla bardziej skomplikowanych gier, jak szachy czy go, już zdecydowanie tak.

Ogólna metoda MCTS składa się z 4 etapów:

- selekcji - wybieramy najlepsze dziecko, aż dotrzemy do liścia,

- ekspansji - jeżeli nie możemy dokonać selekcji, rozwijamy drzewo we wszystkich możliwych kierunkach z węzła,
- symulacji - po ekspansji wybieramy węzeł do przeprowadzenia symulacji gry aż do końca,
- wstecznej propagacji - kiedy dotrzemy do końca, ewaluujemy wynik gry i propagujemy go w górę drzewa.

W naszym wypadku wystarczy nieco prostszy algorytm Pure Monte Carlo Tree Search (Pure MCTS), w którym realizujemy tylko symulację i wsteczną propagację. Dla każdego możliwego ruchu w danej rundzie przeprowadzamy N symulacji oraz obliczamy prawdopodobieństwo zwycięstwa/remisu/przegranej dla każdego z możliwych ruchów, a następnie wybieramy najlepszy ruch.

Zadanie 5 (2 punkty)

Zaimplementuj gracza realizującego algorytm Pure MCTS.

```
import random
random.seed(0)

class MonteCarloPlayer(MinimaxPlayer):
    def __init__(self, tries=500):
        self.tries = tries

    @staticmethod
    def get_free_fields(board):
        fields = []
        for i, j in [(x, y) for x in range(3) for y in range(3)]:
            if MonteCarloPlayer.is_free(board, i, j):
                fields.append((i, j))
        return fields

    @staticmethod
    def is_free(board, i, j):
        return board[i][j] == 0

    def move(self, board, player):
        best_move = self.mcts(board, player)
        board[best_move[0]][best_move[1]] = player

    def mcts(self, board, player):
        best_move = None
        best_estimate = float('inf') if player < 0 else -float('inf')

        fields = MonteCarloPlayer.get_free_fields(board)
        for i, j in fields:
            estimate = 0
            for _ in range(self.tries):
                board_cp = [row[:] for row in board]
```

```

        board_cp[i][j] = player
        estimate += self.finish(board_cp, -player)

    if player > 0 and estimate > best_estimate:
        best_estimate = estimate
        best_move = (i, j)
    elif player < 0 and estimate < best_estimate:
        best_estimate = estimate
        best_move = (i, j)
    return best_move

def finish(self, board, player):
    if check_for_end(board, -player):
        return -player
    fields = MonteCarloPlayer.get_free_fields(board)
    if not fields:
        return 0

    x, y = random.choice(fields)
    board[x][y] = player
    return self.finish(board, -player)

```

```

%%time
game = TicTacToe(MonteCarloPlayer(), MinimaxPlayer())
game.play()

```

```

-----
|  |  |  |  |
-----
|  |  |  |  |
-----
|  |  |  |  |
-----

```

```

-----
|  |  |  |  |
-----
|  | 0 |  |  |
-----
|  |  |  |  |
-----

```

```

-----
| X |  |  |  |
-----

```

			0			

	X					

	0		0			

	X					

	0		0		X	

	X				0	

	0		0		X	

	X				0	

	0		0		X	

	X					

	X				0	

	0		0		X	

	X		0			

	X		X		0	

	0		0		X	

```
| X || 0 ||   |  
-----
```

```
-----  
| X || X || 0 |  
-----  
| 0 || 0 || X |  
-----  
| X || 0 || 0 |  
-----
```

draw

CPU times: total: 562 ms

Wall time: 561 ms

'draw'

Turniej

Teraz przeprowadzimy turniej w celu porównania zaimplementowanych metod. Każdy algorytm będzie grał z każdym po 10 razy.

```
from collections import defaultdict  
from IPython.display import display  
import pandas as pd
```

```
def print_scores(scores, names):  
    win = {}  
    for name in names:  
        win[name] = [scores["win"][name][n] for n in names]  
    loss = {}  
    for name in names:  
        loss[name] = [scores["loss"][name][n] for n in names]  
    draw = {}  
    for name in names:  
        draw[name] = [scores["draw"][name][n] for n in names]  
  
    df = pd.DataFrame.from_dict(win, orient="index", columns=names)  
    display(df)  
    df2 = pd.DataFrame.from_dict(loss, orient="index", columns=names)  
    display(df2)  
    df3 = pd.DataFrame.from_dict(draw, orient="index", columns=names)  
    display(df3)  
  
number_of_rounds = 10  
players = [  
    RandomPlayer(),  
    Blocking(),  
    RandomPlayerWinIfCan(),
```



```

        MinimaxPlayer(),
        AlphaBetaPlayer(),
        MonteCarloPlayer(),
    ]
    scores = defaultdict(lambda: defaultdict(lambda: defaultdict(int)))

    for player in players:
        for adversary in players:
            for i in range(number_of_rounds):
                game = TicTacToe(player, adversary)
                score = game.play(False)
                # print("player name {} adversary name {} score {}".format(player.name, adversary.name, score))
                scores[score][player.name][adversary.name] += 1

    print_scores(scores, [player.name for player in players])

```

	RandomPlayer	Blocking	RandomPlayerWinIfCan	\
RandomPlayer	7	0	2	
Blocking	8	3	9	
RandomPlayerWinIfCan	8	1	6	
MinimaxPlayer	10	9	10	
AlphaBetaPlayer	10	9	10	
MonteCarloPlayer	10	6	10	

	MinimaxPlayer	AlphaBetaPlayer	MonteCarloPlayer
RandomPlayer	0	0	0
Blocking	0	0	2
RandomPlayerWinIfCan	0	0	0
MinimaxPlayer	0	0	0
AlphaBetaPlayer	0	0	0
MonteCarloPlayer	0	0	7

	RandomPlayer	Blocking	RandomPlayerWinIfCan	\
RandomPlayer	2	9	8	
Blocking	0	2	0	
RandomPlayerWinIfCan	2	6	4	
MinimaxPlayer	0	0	0	
AlphaBetaPlayer	0	0	0	
MonteCarloPlayer	0	0	0	

	MinimaxPlayer	AlphaBetaPlayer	MonteCarloPlayer
RandomPlayer	0	0	0
Blocking	0	0	2
RandomPlayerWinIfCan	0	0	0
MinimaxPlayer	0	0	0
AlphaBetaPlayer	0	0	0
MonteCarloPlayer	0	0	7

RandomPlayer	9	8	10
Blocking	0	6	2
RandomPlayerWinIfCan	8	9	10
MinimaxPlayer	0	0	0
AlphaBetaPlayer	0	0	0
MonteCarloPlayer	0	0	0

	RandomPlayer	Blocking	RandomPlayerWinIfCan	\
RandomPlayer	1	1	0	
Blocking	2	5	1	
RandomPlayerWinIfCan	0	3	0	
MinimaxPlayer	0	1	0	
AlphaBetaPlayer	0	1	0	
MonteCarloPlayer	0	4	0	

	MinimaxPlayer	AlphaBetaPlayer	MonteCarloPlayer
RandomPlayer	1	2	0
Blocking	10	4	6
RandomPlayerWinIfCan	2	1	0
MinimaxPlayer	10	10	10
AlphaBetaPlayer	10	10	10
MonteCarloPlayer	10	10	3

Pytania kontrolne (1 punkt)

1. Jaki algorytm z omawianych mógłby się sprawdzić w grze go i dlaczego? Zarówno minimax jak i Alpha-Beta pruning w przypadku go mogłyby być na tyle kosztowne obliczeniowo, że nie opłacałoby się ich stosować. Rozsądnym wydaje się więc zastosowanie Monte Carlo.
2. Czy minimax jest optymalny dla gry w szachy i dlaczego? Zwykły minimax nigdy nie policzyłby się w mało zaawansowanym etapie partii szachów. Oczywiście zakładając, że bylibyśmy go w stanie policzyć - podejmowałby optymalne wybory. Jeśli potrafilibyśmy jednak ewaluować sytuację na planszy w niekończącej pozycji, moglibyśmy zastosować algorytm minimax dla zadanej głębokości.
3. Jakie są możliwe zastosowania podanych algorytmów poza grami? Przykładowo inwestycje na giełdzie, gdzie również zysk wiąże się ze stratą drugiej strony.

4. Jaka jest przewaga obliczeniowa MCTS nad pozostałymi metodami? Każda iteracja Monte Carlo może zostać wykonana równolegle.

Zadanie dodatkowe

Rozwiń kod algorytmu MCTS tak, aby działał z ogólnymi zasadami, a nie w formie uproszczonego Pure MCTS.

Zastosuj prosty, ale bardzo skuteczny sposób selekcji UCT (*Upper Confidence Bound 1 applied to trees*), będący wariantem bardzo skutecznych metod UCB, stosowanych m.in. w podejmowaniu decyzji, uczeniu ze wzmocnieniem i systemach rekomendacyjnych. Polega na wyborze tego wężła, dla którego następujące wyrażenie ma maksymalną wartość:

$$w_i + c \sqrt{\frac{\ln N_i}{n_i}}$$

gdzie:

- w_i to liczba zwycięstw dla wężła po rozważeniu i -tego ruchu
- n_i to łączna liczba symulacji przeprowadzonych dla wężła po i -tym ruchu,
- N_i oznacza całkowitą liczbę symulacji przeprowadzoną po i -tym ruchu dla wężła-rodzica aktualnie rozważanego wężła,
- c to hiperparametr, wedle teorii powinien mieć wartość $\sqrt{2}$.

O uzasadnieniu tego wzoru możesz więcej przeczytać [tutaj](#).

Jeżeli chcesz, możesz zastosować ten algorytm dla bardziej skomplikowanej gry, jak np. warcaby czy szachy.