Vietnam National University – Ho Chi Minh city

University of Science

Faculty of Information Technology

BÁO CÁO ĐỒ ÁN TOÁN ỨNG DỤNG VÀ THỐNG KÊ

APPLIED MATHEMATICS AND STATISTICS

Ho Chi Minh, 2021

Vietnam National University – Ho Chi Minh city

University of Science

Faculty of Information Technology

BÁO CÁO ĐỒ ÁN 1

2020 – 2021

APPLIED MATHEMATICS AND STATISTICS

Lớp: 19CLC7
Giáo viên hướng dẫn: Phan Thị Phương Uyên

STT	MSSV	Họ tên	Email
1	19127017	Trương Gia Đạt	19127017@student.hcmus.edu.vn

Ho Chi Minh, 2021

MỤC LỤC

GIỚI THIỆU

1. Các phép biến đổi sơ cấp trên dòng (Row Operations)

$$H_i + k.H_j \rightarrow H_i$$

$$k.H_i \rightarrow H_i$$

$$H_i \Leftrightarrow H_j$$

- k là một hằng số hay còn gọi là **Scaler** được sử dụng thường xuyên trong các ma trận.

2. Áp dụng các phép biến đổi sơ cấp trên dòng để tính định thức của một ma trận

- Định thức của ma trận bậc thang vuông (hay ma trận nửa tam giác trên) bằng tích các phần tử trên đường chéo chính.

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ 0 & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ 0 & 0 & a_{33} & a_{34} \\ 0 & 0 & 0 & a_{44} \end{bmatrix}$$

- Định thức của ma trận lúc này được tính bằng $a_{11} * a_{22} * a_{33} * a_{44} * Sign$

ĐỊNH THỨC

1. Ý tưởng

- Dùng các phép biến đổi sơ cấp trên dòng để đưa ma trận về ma trận bậc thang.

- Định thức sẽ là tích đường chéo chính của ma trận.

2. Các bước thực hiện

- Bước 1: Kiểm tra ma trận được cho có phải là ma trận vuông. Nếu thỏa điều kiện thì tiếp tục bước 2, ngược lại thì trả về lỗi.

- Bước 2: Kiểm tra phần tử đầu tiên a_{11} có khác 0 không. Nếu bằng 0 thì ta sẽ thay đổi dòng của a_{11} với dòng khác có phần đầu a_{i1} khác 0 với $1 < i \leq n$ (n là kích thước của ma trận).

- Bước 3: Nếu sự thay đổi dòng có diễn ra thì biến "Sign" sẽ đổi dấu (ban đầu Sign là dương).

- Bước 4: Sử dụng các phép biến đổi sơ cấp trên dòng với các dòng bên dưới "dòng chứa phần tử đường chéo chính". Nếu phần tử trên đường chéo chính = 0 thì thay phần tử đó bằng $1.0e-18$.

- Bước 5: Từ ma trận đã biến đổi thành ma trận bậc thang, ta tính phần tử trên đường chéo chính kết hợp với Sign của bước 3 sẽ ra được định thức của ma trận.

3. Ví dụ

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{2} \\ \mathbf{3} & \mathbf{5} & \mathbf{5} \\ \mathbf{5} & \mathbf{7} & \mathbf{5} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{2} \\ \mathbf{3} & \mathbf{5} & \mathbf{5} \\ \mathbf{5} & \mathbf{7} & \mathbf{5} \end{bmatrix} \boldsymbol{d_1 \Leftrightarrow d_3} \rightarrow \begin{bmatrix} \mathbf{3} & \mathbf{5} & \mathbf{5} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{2} \\ \mathbf{5} & \mathbf{7} & \mathbf{5} \end{bmatrix} \boldsymbol{Sign = -1}$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{3} & \mathbf{5} & \mathbf{5} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{2} \\ \mathbf{5} & \mathbf{7} & \mathbf{5} \end{bmatrix} \begin{matrix} \boldsymbol{h_2 = h_2 - 0h_1} \\ \boldsymbol{h_3 = h_3 - \frac{5}{3}h_1} \end{matrix} \rightarrow \begin{bmatrix} \mathbf{3} & \mathbf{5} & \mathbf{5} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{2} \\ \mathbf{0} & \boldsymbol{-\frac{4}{3}} & \boldsymbol{-\frac{10}{3}} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{3} & \mathbf{5} & \mathbf{5} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{2} \\ \mathbf{0} & -\frac{\mathbf{4}}{\mathbf{3}} & -\frac{\mathbf{10}}{\mathbf{3}} \end{bmatrix} \xrightarrow{h_3 = h_3 + \frac{4}{3} h_2} \begin{bmatrix} \mathbf{3} & \mathbf{5} & \mathbf{5} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{2} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{det}(\boldsymbol{A}) = \mathbf{3} * \mathbf{1} * -\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}} * (-\mathbf{1}) = \mathbf{2}$$

MA TRẬN NGHỊCH ĐẢO

1. Ý tưởng

Cho ma trận vuông A, gọi I là ma trận đơn vị (Identify Matrix) cùng cấp với A. Tạo 2 ma trận $[\boldsymbol{A} \mid \boldsymbol{I}]$ và sử dụng phép khử **Gauss – Jordan** để biến đổi ma trận A thành ma trận đơn vị và I bây giờ sẽ thành ma trận nghịch đảo của A.

$$\boldsymbol{AX} = \boldsymbol{I} \text{ với X sẽ thành } A^{-1}$$

2. Các bước thực hiện

- Bước 1: Kiểm tra ma trận được cho có phải là ma trận vuông và định thức của ma trận phải khác 0. Nếu thỏa điều kiện thì tiếp tục bước 2, ngược lại thì trả về.

- Bước 2: Gọi I là ma trận đơn vị cùng cấp với A.

- Bước 3: Kiểm tra phần tử đầu tiên a_{11} có khác 0 không. Nếu bằng 0 thì ta sẽ thay đổi dòng của a_{11} với dòng khác có phần đầu a_{i1} khác 0 với $1 < i \leq n$ (n là kích thước của ma trận) và đồng thời thay đổi các dòng bên ma trận đơn vị.

- Bước 4: Sử dụng các phép biến đổi sơ cấp trên dòng để đưa ma trận A về ma trận đơn vị.

- Bước 5: Sau khi ma trận A trở thành ma trận đơn vị, I bây giờ chính là ma trận nghịch đảo của A.

3. Ví dụ

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{2} \\ \mathbf{3} & \mathbf{5} & \mathbf{5} \\ \mathbf{5} & \mathbf{7} & \mathbf{5} \end{bmatrix}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{2} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{3} & \mathbf{5} & \mathbf{5} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{5} & \mathbf{7} & \mathbf{5} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{array}\right] \rightarrow \left[\begin{array}{ccc|ccc} \mathbf{3} & \mathbf{5} & \mathbf{5} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{2} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{5} & \mathbf{7} & \mathbf{5} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{array}\right]$$

$$\rightarrow \left[\begin{array}{ccc|ccc} \mathbf{1} & \frac{\mathbf{5}}{\mathbf{3}} & \frac{\mathbf{5}}{\mathbf{3}} & \mathbf{0} & \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{2} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{5} & \mathbf{7} & \mathbf{5} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{array}\right] \rightarrow \left[\begin{array}{ccc|ccc} \mathbf{1} & \frac{\mathbf{5}}{\mathbf{3}} & \frac{\mathbf{5}}{\mathbf{3}} & \mathbf{0} & \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{2} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\frac{\mathbf{4}}{\mathbf{3}} & -\frac{\mathbf{10}}{\mathbf{3}} & \mathbf{0} & -\frac{\mathbf{5}}{\mathbf{3}} & \mathbf{1} \end{array}\right]$$

$$\rightarrow \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -\frac{5}{3} & -\frac{5}{3} & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{2}{3} & \frac{4}{3} & -\frac{5}{3} & 1 \end{array}\right] \rightarrow \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -\frac{5}{3} & -\frac{5}{3} & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & \frac{5}{2} & -\frac{3}{2} \end{array}\right]$$

$$\rightarrow \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -5 & 4.5 & -2.5 \\ 0 & 1 & 0 & 5 & -5 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 2.5 & -1.5 \end{array}\right]$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} -5 & 4.5 & -2.5 \\ 5 & -5 & 3 \\ -2 & 2.5 & -1.5 \end{bmatrix}$$