Universität Augsburg
Lehrstuhl für Didaktik der Mathematik
Wintersemester 2018/19

Prof. Dr. Wolfgang Schneider
Dr. Renate Motzer

Übungsblatt 2 zur Linearen Algebra I

Aufgabe 4. *Distributivität von Schnitt und Vereinigung*

A, B und C seien beliebige Mengen. Beweise:

a) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

b) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

Tipp: Für beliebige Mengen X und Y gilt: $X = Y \Leftrightarrow X \subset Y \wedge X \supset Y$

Aufgabe 5. *Mengenoperationen unter Abbildungen*

M und N seien (nichtleere) Mengen, $f : M \to N$ sei eine Abbildung.
Es gelte $A_1 \subset M$, $A_2 \subset M$. Bei c) wird zusätzlich $A_2 \subset A_1$ vorausgesetzt. Beweise:

a) $f(A_1 \cap A_2) \subset f(A_1) \cap f(A_2)$

b) $f(A_1 \cup A_2) = f(A_1) \cup f(A_2)$

c) $f(A_1 \setminus A_2) \supset f(A_1) \setminus f(A_2)$

Interessant zu a) ist:
Es kann $f(A_1 \cap A_2) \neq f(A_1) \cap f(A_2)$ sein. Ein Beispiel hierzu:
$M = N = \{0, 1, 2, 3\}, A_1 = \{0, 1\}, A_2 = \{2, 3\}$,
$f : M \to N$ sei definiert durch $0 \mapsto 0, 1 \mapsto 1, 2 \mapsto 1, 3 \mapsto 2$,
dann ist $A_1 \cap A_2 = \emptyset, f(A_1) \cap f(A_2) = \{0, 1\} \cap \{1, 2\} = \{1\}$.

Aufgabe 6. *Mengenoperationen unter Abbildungen*

M und N seien (nichtleere) Mengen und $f : M \to N$ sei eine Abbildung.
Es gelte $B_1 \subset N$, $B_2 \subset N$. Bei c) wird zusätzlich $B_2 \subset B_1$ vorausgesetzt. Beweise:

a) $f^{-1}(B_1 \cap B_2) = f^{-1}(B_1) \cap f^{-1}(B_2)$

b) $f^{-1}(B_1 \cup B_2) = f^{-1}(B_1) \cup f^{-1}(B_2)$

c) $f^{-1}(B_1 \setminus B_2) = f^{-1}(B_1) \setminus f^{-1}(B_2)$