Лабораторна робота №3

Криптоаналіз афінної біграмної підстановки

Виконали:

ФБ-23 Литвин Руслан

ФБ-23 Ващаєв Тимофій

Варіант 1

Мета роботи

Набуття навичок частотного аналізу на прикладі розкриття моноалфавітної підстановки; опанування прийомами роботи в модулярній арифметиці.

Порядок виконання роботи

- 1. Реалізувати підпрограми із необхідними математичними операціями: обчисленням оберненого елементу за модулем із використанням розширеного алгоритму Евкліда, розв'язуванням лінійних порівнянь. При розв'язуванні порівнянь потрібно коректно обробляти випадок із декількома розв'язками, повертаючи їх усі.
- 2. За допомогою програми обчислення частот біграм, яка написана в ході виконання комп'ютерного практикуму №1, знайти 5 найчастіших біграм запропонованого шифртексту (за варіантом).
- 3. Перебрати можливі варіанти співставлення частих біграм мови та частих біграм шифртексту (розглядаючи пари біграм із п'яти найчастіших). Для кожного співставлення знайти можливі кандидати на ключ (a, b) шляхом розв'язання системи (1).
- 4. Для кожного кандидата на ключ дешифрувати шифртекст. Якщо шифртекст не ϵ змістовним текстом російською мовою, відкинути цього кандидата.
- 5. Повторювати дії 3-4 доти, доки дешифрований текст не буде змістовним.

Хід роботи

Виконання першого пункту відбувалося у декілька основних кроків:

- 1. Обчислення оберненого елементу за модулем із використанням розширеного алгоритму Евкліда
- 2. Розв'язання лінійних порівнянь

Для обчислення оберненого елементу за модулем ($a^{-1} \mod b$) було реалізовано функцію *invertElement*, яка приймає два значення (a i b) та повертає найбільший спільний дільник (gcd), а також обернений елемент до a за модулем b, використовуючи розширений алгоритм Евкліда

```
def invertElement(a, b):
    if a == 0:
        return b, 1, 0

    gcd, prev_u, curr_u = invertElement(b % a, a)
    new_u = prev_u - (b // a) * curr_u

return gcd, curr u, new u
```

Для розв'язання лінійних порівнянь ($ax = b \mod m$) було реалізовано функцію solveEquation, яка знаходить кількість можливі розв'язки заданого порівняння, а також, використовуючи функцію *invertElement*, обраховує та повертає їх усі (або None, якщо задане порівняння не має розв'язків).

```
def solveEquation(a, b, m):
    gcd, _, _ = invertElement(a, m)

if gcd == 1:
    _, _, elem = invertElement(a, m)
    # res = b * (elem % m) % m
    return b * elem % m

elif gcd > 1 and b % gcd == 0:
    _, _, elem = invertElement(int(a / gcd), int(m / gcd))
    first = int(b / gcd * elem % m)
    return [first + int(m / gcd) * i for i in range(gcd)]
```

Наступним завданням стало розшифрування наданого шифротексту.

Спочатку, використовуючи функцію findBigrams, яка була реалізована в ході виконання комп'ютерного практикуму №1, знаходимо 5 найчастіших біграм запропонованого шифртексту, а також 5 біграм російської мови.

Топ 5 біграм шифртексту	Топ 5 біграм російської мови
рн	ст
ыч	но
нк	то
цз	на
иа	ен

Далі перебираємо усі можливі варіанти співставлення значень найчастіших біграм шифротексту з біграмами російської мови.

```
(545, 509), (545, 860), (545, 413), (545, 689), (545, 248), (417, 509), (417, 860), (417, 413), (417, 689), (417, 248), (572, 509), (572, 860), (572, 413), (572, 689), (572, 248), (403, 509), (403, 860), (403, 413), (403, 689), (403, 248), (168, 509), (168, 860), (168, 413), (168, 689), (168, 248)
```

Тепер для кожної пари значень знаходимо можливі значення ключа a та b для подальшого дешифрування заданого шифротексту.

Параметр а знаходимо за допомогою формули:

$$Y^* - Y^{**} = a(X^* - X^{**}) \mod m^2$$

Приклад коду для знаходження параметра а:

```
a = solveEquation(all_bigrams[i][0] - all_bigrams[j][0] % 31**2,
all bigrams[i][1] - all bigrams[j][1] % 31**2, 31**2)
```

Параметр b знаходимо за допомогою формули:

$$b = (Y^* - aX^*) \bmod m^2$$

Приклад коду для знаходження параметра b:

```
b = (all bigrams[i][1] - a * all bigrams[i][0]) % 31**2
```

Потім, використовуючи знайденні значення а та b, дешифруємо заданий шифротекст за допомогою формули:

$$X_i = a^{-1}(Y_i - b) \bmod m^2$$

Приклад коду для дешифрування заданого шифротексту:

```
def decrypt(text, a, b):
    _, _, elem_a = invertElement(a, 31**2)
    line = ""
    if elem_a is not None:
        for i in range(0, len(text) - 1, 2):
            val_y = alph.index(text[i]) * 31 + alph.index(text[i + 1])
            res_x = (elem_a * (val_y - b)) % 31**2
            line += alph[res_x // 31] + alph[res_x % 31]
    print(f"a: {a}, b: {b} -> {line[:30]}...")
```

Наступним кроком стало розпізнавання змістовного тексту російською мовою, для якого було реалізовано розпізнавач з двома методами.

Перший метод грунтується на тому факті, що надлишковість природної мови доволі висока, а текст отриманий в результаті неправильно ключа має бути випадковим, а його надлишковість меншою. Тому цей метод обчислює надлишковість кожного розшифрованого тексту і видає той варіант, який має найбільшу надлишковість.

Обраховує надлишковість для кожного ключа, ключ представлений як кортеж, якому у відповідність присвоюється значення надлишковості і додається в словник.

```
red4key = dict()
for obj in root:
    f_symb = freq_symbols(obj["text"])
    en = entropy(f_symb)
    re = redundancy(en, alph_)
    red4key[(obj["a"], obj["b"])] = re
```

Сортування по значенням ключа, надлишковості.

```
red4key = dict(sorted(red4key.items(), key=lambda item: item[1]))
```

Вивід в стовпчик

```
for k, v in red4key.items():
    print(f"{k[0] :<5} {k[1] :<5} {v}")</pre>
```

Пошук ключа, який дав найбільшу надлишковість

```
max key = max(red4key, key=red4key.get)
```

Вивід відповідного тексту, що відповідає знайденому ключу

```
for o in root:
    if o["a"] == min_key[0] and o["b"] == min_key[1]:
        print(o["text"])
```

В результаті отримуємо істинний текст, що було зашифровано

Пять значень з найбільшою надлишковістю			
a	b	Надлишковість	
13	151	0.10471366086993172	
948	257	0.06938056480805155	
117	74	0.057987678754593874	
922	435	0.057557965454682725	
844	67	0.050074753687583184	

При аналізі результатів можна сказати, що хоч такий підхід і спрацював, але різниця між надлишковістю істинного тексту і найкращим хибним результатом не дуже велика. Хоча для показника надлишковості мабуть все ж помітна.

Другий метод використовує перевірку частот рідкісних біграм. Для цього було згенеровано всі можливі біграми з алфавіту. Та на деякому великому тексті підрахована кількість кожної біграми. Якщо біграма не зустрілась жодного разу, вона потрапила в список рідкісних біграм.

```
def bigrams(text, gap, cross):
   bigrams = dict()

alph = alph_ + ' ' if gap else alph_

for i in alph:
    for j in alph:
        bigrams[i + j] = 0

for i in range(0, len(text) - 1, 1 if cross else 2):
        item = text[i] + text[i + 1]
        if item in bigrams.keys():
            bigrams[item] += 1

new b = dict()
```

```
for key, val in bigrams.items():
    if val == 0:
        new_b[key] = val
return new b
```

Таким чином, список рідкісних біграм складається з 60 елементів:

аы, бй, гй, дй, еы, жй, жщ, зщ, иы, йй, йэ, кщ, оь, пй, сй, уь, уы, фж, фй, фх, хй, хю, цж, цй, цщ, чг, чз, чй, чщ, чю, шж, шз, шй, шщ, шя, щб, щд, щж, щз, щй, щс, щф, щх, щц, щщ, щы, щэ, щю, щя, ьы, ыа, ыь, ыы, ыэ, эщ, эь, эы, юу, юь, юы, яы, яэ

Такий підхід теж знайшов оригінальний ключ з такими результатами:

Пять значень з найменшою кількістю рідкісних біграм			
a	b	Кількість рідкісних біграм	
13	151	8	
173	943	134	
821	930	145	
295	178	147	
230	89	163	

Проаналізувавши результати можна сказати, що даний підхід є більш чутливим, та працює краще. Адже в даному випадку вхідний текст має менше 10 рідкісних біграм, в той час як найкращий хибний результат має показник більше 100 одиниць. З цього можна зробити висновок, що такий алгоритм зможе краще розпізнавати природну мову.

Таким чином, знайдений ключ:

Ключ (13, 151)

Шифрований текст

лквдвдышкрбызякиабшачрнвязарчтчлчькэтманэмнязяыбштрпнхтрхрнэтжккысечамнмпы вйвфяжтинфвйвйвсжнпчнмпгущзкыфвйвутсюцзкыкынмотзщбйьыбшхолуычгкицепзкиань уыфллфтыраючькиащзтыфэнкйяпезтнкжккысечамнмпжэпаычйдбцвсшчмтшслаиятасзбчж йьыбшывлтйэзщбцпцмпщрифкздтеэкктщзархрчосйпрйжклечаккяжюыщяояфскчбяызрчйз чвгзжзычэявсшчтщлжочшызюшхачрнтмнкуфйзбчечвпчнотмнктхеотнчняцзбшрчычбчнкиц гщлчькевочфыщяцзреотйсфтбйщялчдечамнмпйарчтчццзтьярняыхашхаытыыздсепцяьаюч шзбшзтжмсяачрнвязаозеарчэяицкятчрогцфэкыпэзтйпчаэеэявахыдпдойдкрмпбцмвеэлжочр чщтецрнбяшкуэтыычлчокбцккузбнинепжвининачрнсджяцццаиятчщтецрнбяшквдиабцотия ьаццйвычфткюмпьяэяддаьччшызюсяуядсяжутрхбцшчрнфэтзткзтцтеялчакиажчштзмнксяб яешщтецрнбяшкуэчцеопнхоьяючбястзырзгьфлуфжмнкецььэтнкфячащжвжяымэвячатьияцз оеязднеэмэйкоевсщыяыяажвычцяучпяэязяшкинвдэякзюнзтмакырцсоушрнецчнкяуялжочоз нкьызаццикяжсгмпчивдепйдрчкеэяркливцычпрычжкипщюрчиьаччквсеокяяорибччийцибш зикзчшклзпеепаопниашчеквдзеязэгцеккьызаццнкшчрнхкнчьхвсфэиащзинэяьяцзчцычжтмэ ывйвщтецрнбяшктфбйьыемтщизжеьытнщрпаозвзьнотпанхзайдкрмпбцсрпаццрущзлчшкле еэхкжяццлтяыбчлуучвзпяэякящяцзэклтвсбцяыыцлтбцдйрцецкзвзвычяквсойюшххолуычнн йвбнзеевсоцзпахышчгзючушчядкщрпаозмеяззябчмтмаэзуыйюфэхьбшркбцуэдйуфрняынн

йвцяучрнкейпрцккутгщяжйухыксмпкырабцпабштхлтйвчябксогьракыбротхыачрнмнкршчу ярачыбяцзрчфяяктфчнвдштецрнбяшкдфччжшюжачрнвязарчтчучнплзраюьтпнкшчюйзтвйп тчбйхярняыжклжььценкшчэяутпамзгьпнеевсээфяцзоэцтнвеэззвьдчекеэгызнэтчнпнивучпп жкикоблыибшхягын авиескы жарын чягшяжпьсжфтщюызкдзтзщачзяюшкзйзлафпэойзьялчуцднеэнпейвязярнбйеплюдфызякиа щзачрнвязаозеьхьрнфпечээгмшчрнйахыбшнрчнмпмэхчйцбйвсчнмпмэьяючбяьярняыцеязо чйсхкфпхотнртмэчзкыквипйнктейесолйджкичшчрзжйеспнмэйчяовытылуычмебцкяюцотн оыкиащзфтногзаашятчфяжтгщтшвырчычбчтчжкрйупиажмыяшкмнйврбфяесоркееэллцеиа шзияцзьзмзшяебтифвебзозяньюжючьвзжчсгьтчэыучрнепйаозделнйааьияцзэкйэфтйсрнеце опнхоинхыэврисбчэмтманэмнязяьшэйсиаычишнввдбикыьярнбяутсюцэкыфпиеэярнкецэкы шчлнжчюнйпозяышзнкйсепькжчокбипшмнйаэккчюжяычягшнвлфкгнкмяфтпаюьукфвецыог збшучяпхкььоэинрцогэбфтпаюьтпнкэфоранцидвсефтпаюьукфвмаолпацинкяжьцсротвжуя ддьыцзяквякяяоебхзлзмзгштышспаэтивщзексонвючшкиабшбйчззсеобйлзиротщзфтйсучф жэвдфяпьзеебччишяцзкодпшяюачйкщебччекиабшфяяцмнкыбэкгхчтыгшшчкгнккршчтчин шчияцзывьяючбятьюьюаьыкьзаучйзтысюиебчщзечучючьквяднеэльачрнвязарчтчйдбйепл юрбучэтийшчрнвцебтцузйджчутеэььсаучоччкиабшебхзбшфтногзйюрбхобятчйцотасбйбчч яцегщечеойюрбмэипкйчнезучлчмыбшхыздыяжкфэмпюжфтецжкнкецсспнезнащзбштыфтф эотучиншчияцзовйдзеотечамнклзйяебччекфвйкинвдшыечикфвжяццзебчочьвеслеяздчюзю абйчыикфтщрчащяцзшсиаычицнввдевфтпаюьукфвйэинбящзещецпйзтжятчхбцяычлуычфт лзньхярнбяшкжкмафпзкфвчьхззгьутчняьнязьянвсяюьнытнотшрычйцсспнмпйаццеяычрьхя рнечяыцзчнйвшхнвючшкиачяюцйдбцььэтнкфякэцтзыхынмлзещккмвинзтчхрытнбцйдгмтщ изоньырнсятчкывыгняжйзутйэлчияшийнийамврьйпзквдзтмаьпнкэофяйтмпдфыяечювузпеби шингиндиторсяьыйтсюжяюаяащявьфлфэбйьыичнафпзксоыярнгьтнрцтыяьрнэякпинкш чрнгсиаычицнввдевинзтсолчспейцаыячыбшйдзеэярнкецзрчжйупецйдгмтшцзтыфтецшяты спецяжлчштзщеэтыиылчтчкяяоечеклнжшдэпаычычтчбнбйтзиклнязчнйвфэбйьыичжцхтзш фпмавцеыичвззэлзбьзаццицхкпцкяхыозбятчызякиашзфяеыюччажсчащзьянвшхьягнлжчцео флшххобятчьыдсьышзчягшшчрнфэнрчнмпйаццнкпнотсзлчрнссзмоежчыккюнкэбппкйфэуэ ебзоеыхынмицйдеэккотнчштплнкэотрчнмнмпмэчнйвдэмпкрнхжкиыюзрнечекицяыькеэиы юзрнучиншчияцзовиылчнькяуянпйсбцмнмпзкеэзщйхчащзднеэшдшызюуфачштвснюфязю уфзайдщытчычлждееэкрлрмпбцмвзаючькдфызякиащзачрнвязарчтчсжлжыяызызэтшийвыч тчлаэтмэщяшкиабшсеотбяющузрчычышсепькейуплеязбярнсятчтажсеэзщйхтщньфпчаыяч ыбшфтпаюьукфвеэсятчфяучыссбхяпацытыызкыццатьянввящыбчяыцапнйввяочьяхыцаицуч юкмэвдючюжрьхярнечяыбшрйкщфяжтгщецйсвйпцсбшмпаычфткгнкыкряеыичвзрнпйкщт ыызэзэкиибчичжеиажчыккюнкэбмзяеязговышаеотгзякчх үчожечгэфтиныбйтынаь флиць фли эычаэгмнкуффтчавяюзаояалсецгшлчькиашзрьцпфэцтбцккэоачрнвязарчтчзайяхялчькбйупб йфчыкпащзстэщиовьфэхьгшмзекчхюыьытнотбцшчучючцяцзицтллфвычялкшяюаэкйпщрся лкицбчвыфябйшшмнмпзквдевйвюжючнвзшккзеязшышкчхбйрнночягшрняыдкбцкяцяечик фвсбхятччянарчэясрмэтыфжхяшкйяиаючькнксяучяпкмплйяочрнзтжкшрмпбцсрпарчтчюеэ явсепнкэбфяжтгшднинепжвгштытнвдкрычянйвдфмзьнкшфяесйпхобнжчшчфтыуычдезепн мяучтпмнфпиайаечфэйсхкрнечжцьяимицрнбчтчнасжнпоебччцеопнхофяжтгщачрнвязаозгк зщпцйпкяяоиыйзбтедсяхынмпаэзхыызйдмусзщяхнфвеэтыычлчокбцккузбнжчуйупучьцотц яьншммпуэфтцежскыназебчечцсецкзйзхоуччяэяеагштыцзяаесзтвдйэузучнпйсрбчзньныачя куэтырнбчнксяжцпажэецотноыккрычднмнйвтыожяымэсогефпоемзчйупйпшюйафэхнеэеэй джкицбчвырчычзжюцхырчнааьшыпащявьпнзеэяыяызбшкыозрнотмусзщяхаэбычпабшкыт

нщммпрбчачяязсьццотцсмннуычпеепшчеьбяэяшкиабшпкмпдщюевсзьмеязэзтыжцзеотлже еинеэнрычщывжккйэфяжзьянвшхфтцежсрчзнйвтыожяымэдфгефпоемзссиаычицнввджкйс иахыычяктзфятыыяькоыечзнзтчхучычньбнзежкфэкксяйцщщккяжжагефпоеычссяжйзфтце жскыйзччщяикнкяжжаиаычэкуфиахыпнхофяяаяжеы

Розшифрований текст

многограннуюличностьдостоевскогоможнорассматриватьсчетырехсторонкакписателякакн евротикакакмыслителяэтикаикакгрешникакакжеразобратьсявэтойневольносмущающейнас сложностинаименееспоренонкакписательместоеговодномрядусшекспиромбратьякарамазо вывеличайшийроманизвсехкогдалибонаписанныхалегендаовеликоминквизитореодноизвы сочайших достижений мировой литературы переоценить котороеневозможнок сожалению пер едпроблемойписательскоготворчествапсихоанализдолженсложитьоружиедостоевскийскор еевсегоуязвимкакморалистпредставляяегочеловекомвысоконравственнымнатомосновании чтотолькототдостигаетвысшегонравственногосовершенствактопрошелчерезглубочайшиеб ездныгреховностимыигнорируемодносоображениеведьнравственнымявляетсячеловекреаг ирующийуженавнутреннеиспытываемоеискушениеприэтомемунеподдаваяськтожепопере меннотогрешиттораскаиваясьставитсебевысокиенравственныецелитоголегкоупрекнутьвто мчтоонслишкомудобнодлясебястроитсвоюжизньоннеисполняетосновногопринципанравст венностинеобходимостиотречениявтовремякакнравственныйобразжизнивпрактическихин тересахвсегочеловечестваэтимоннапоминаетварваровэпохипереселениянародовварварову бивавшихизатемкаявшихсявэтомтакчтопокаяниестановилосьтехническимпримеромрасчи щавшимпутькновымубийствамтакжепоступаливангрозныйэтасделкассовестьюхарактерна ярусская чертадостаточнобесславению нечный итог нравственной борьбы достоевского после исступленнойборьбывоимяпримиренияпритязанийпервичныхпозывовиндивидастребовани ямичеловеческогообществаонвынужденнорегрессируеткподчинениюмирскомуидуховном уавторитетукпоклонению царю ихристианском убогукрусском умелкодушном унационализм укчемуменеезначительныеумыпришлисгораздоменьшимиусилиямичемонвэтомслабоемест обольшойличностидостоевскийупустилвозможностьстатьучителемиосвободителемчелове честваиприсоединилсяктюремщикамкультурабудущегонемногимбудетемуобязанавэтомпо всейвероятностипроявилсяегоневрозиззакоторогоонибылосужденнатакуюнеудачупомощи постиженияисилелюбвиклюдямемубылоткрытдругойапостольскийпутьслужениянампредс тавляетсяотталкивающимрассматриваниедостоевскоговкачествегрешникаилипреступника ноэтоотталкиваниенедолжноосновыватьсянаобывательскойоценкепреступникавыявитьпо длиннуюмотивациюпреступлениянедолгодляпреступникасущественныдвечертыбезгранич ноесебялюбиеисильнаядеструктивнаясклонностьобщимдляобеихчертипредпосылкойдляи хпроявленийявляетсябезлюбовностьнехваткаэмоциональнооценочногоотношениякчелове кутутсразувспоминаешьпротивоположноеэтомуудостоевскогоегобольшуюпотребностьвл юбвииегоогромнуюспособностьлюбитьпроявившуюсявегосверхдобротеипозволявшуюему любить и помогать там г деонимел бы правонена в идеть имстить на пример поотношению кегопе рвойженеиеелюбовникунотогдавозникаетвопросоткудаприходитсоблазнпричислениядост оевскогокпреступникамответиззавыбораегосюжетовэтопреимущественнонасильникиубий цыэгоцентрическиехарактерычтосвидетельствуетосуществованиитакихсклонностейвеговн утреннеммиреатакжеиззанекоторых фактовегожизнистрастиегоказартнымиграмможетбыть сексуальногорастлениянезрелойдевочкиисповедьэтопротиворечиеразрешаетсяследующим образомсильнаядеструктивнаяустремленностьдостоевскогокотораямоглабысделатьегопре

ступникомбылавегожизнинаправленаглавнымобразомнасамогосебявовнутрывместотогочт обыизнутриитакимобразомвыразиласьвмазохизмеичувствевинывсетакивеголичностинема лоисадистических чертвыявляющих сявегораздражительностимучительственетерпимостид ажепоотношениюклюбимымлюдяматакжевегоманереобращениясчитателемитаквмелочахо нсадиствовневважномсадистпоотношению ксамому себеследовательном азохисти этомягчай шийдобродушнейшийвсегдаготовыйпомочьчеловеквсложнойличностидостоевскогомывы делилитрифактораодинколичественный идвакачественных его чрезвычай но повышенную аф фективностьегоустремленностькперверзиикотораядолжнабылапривестиегоксадомазохизм уилисделатьпреступникомиегонеподдающеесяанализутворческоедарованиетакоесочетани евполнемоглобысуществоватьибезневрозаведьбываютжестопроцентныемазохистыбезнали чияневрозовпосоотношениюсилпритязаниипервичныхпозывовипротивоборствующихимто рможенийприсоединяясюдавозможностисублимированиядостоевскоговсеещеможнобылоб ыотнестикразрядуимпульсивныххарактеровноположениевещейзатемняетсяналичиемневро занеобязательногокакбылосказаноприданныхобстоятельствахновсежевозникающеготемск ореечемнасыщеннееосложнениеподлежащеесосторонычеловеческогояпреодолениюневроз этотолькознактогочтоятакойсинтезнеудалсячтооноприэтойпопыткепоплатилосьсвоимедин ствомвчемжевстрогомсмыслепроявляетсяневроздостоевскийназывалсебясамидругиетакже считалиегоэпилептикомнатомоснованиичтоонбылподвержентяжелымприпадкамсопровож давшимисяпотерейсознаниясудорогамиипоследующимупадочнымнастроениемвесьмаверо ятночтоэтатакназываемаяэпилепсиябылалишьсимптомомегоневрозакоторыйвтакомслучае следуетопределитькакистероэпилепсиютоестькактяжелуюистериюутверждатьэтосполнойу веренностьюнельзяподвумпричинамвопервыхпотомучтодатыанамнезическихприпадковта кназываемойэпилепсиидостоевскогонедостаточныиненадежныавовторыхпотомучтопоним аниесвязанных сэпилептоидными припадками болезненных состояний остается нея сныма

Висновки

У результаті виконання лабораторної роботи ми здобули навички частотного аналізу на прикладі розкриття моноалфавітної підстановки, а також опанували засоби роботи в модулярній арифметиці.

Під час порівняння методів розпізнавання змістовного тексту російською мовою, ми помітили, що другий підхід працює краще, ніж перший. Перший метод використовує надлишковість природної мови, але різниця між надлишковістю істинного тексту і найкращим хибним результатом не дуже велика. Проте інший метод, який перевіряє частоти рідкісних біграм, працює набагато краще, адже рідкісна біграма може зустрітися тільки в тому випадку, коли між двома словами було видалено пробіл.