

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ «КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ

імені Ігоря Сікорського» «ФІЗИКО-ТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»

КРИПТОГРАФІЯ

Комп'ютерний практикум №2

Виконали: студенти 3-го курсу групи ФБ-22 Власенко Г. В. та Перебинос Р. О. Бригада №2 Перевірив/-ла:

Київ – 2024

Криптоаналіз шифру Віженера

Мета роботи

Засвоєння методів частотного криптоаналізу. Здобуття навичок роботи та аналізу потокових шифрів гамування адитивного типу на прикладі шифру Віженера.

Порядок виконання роботи

- 0. Уважно прочитати методичні вказівки до виконання комп'ютерного практикуму.
- 1. Самостійно підібрати текст для шифрування (2-3 кб) та ключі довжини r = 2,
- 3, 4, 5, а також довжини 10-20 знаків. Зашифрувати обраний відкритий текст шифром Віженера з цими ключами.
- 2. Підрахувати індекси відповідності для відкритого тексту та всіх одержаних шифртекстів і порівняти їх значення.
- 3. Використовуючи наведені теоретичні відомості, розшифрувати наданий шифртекст (згідно свого номеру варіанта).

Хід роботи

Для виконання п.1 було обрано текст із минулої лабораторної роботи (кафка) та ініціалізовано 31 випадковий ключ різної довжини (як варіант, що закоментований, були осмислені слова у якості ключів):

```
#keys = ["a", "вы", "дуб", "ночь", "огонь", "вопрос", "медведь", "мельница", "организмы", "предложить", "преподавать", "исследовать", "неопределенность", "профессионально", "непредсказуемость", "систематизированный"] keys = ["".join(random.choices(ALPHABET, k=i)) for i in range(1, 31)]
```

Далі зчитуємо текст для шифрування, після чого підготовлюємо його:

```
text = ""
  with open("texts/pt.txt", "r") as f:
    text = f.read()
  pt = prepare_text(text)
```

Підготовка тексту: перетворюємо усі літери верхнього регістру у нижній та пропускаємо усі символи окрім літер алфавіту.

```
def prepare_text(text: str) -> str:
    out = ""
    for i in text:
        if i.lower() not in ALPHABET:
            continue
    out += i.lower()
```

```
return out
```

Виводимо індекс відповідності для рівноімовірного алфавіту, індекс відповідності для відкритого тексту, зашифровуємо цей текст із кожним з періодів та, відповідно, виводимо індекс відповідності для шифротексту з кожним із періодів:

```
print("IC0:", 1/len(ALPHABET))

print("IC(pt):", ic(pt))
print("IC for plaintext encrypted by keys of different length")
ptctr = []
for i in keys:
    ks = VigenereKeyStream(i)
    ct = encrypt_stream(pt, ks)
    ptctr.append(f"IC(ct r={len(i)}): {ic(ct)}")
```

Визначення індексу відповідності відбувається за формулою:

$$I(Y) = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{r \in Z_m} N_t(Y) (N_t(Y) - 1),$$

де Y — текст, для якого визначається індекс відповідності, $N_t(Y)$ — кількість появ букви t у шифротексті Y. Реалізується ця формула наступною функцією:

```
def ic(text: str) -> float:
    alph = {i: 0 for i in ALPHABET}
    for i in text:
        if i not in ALPHABET:
            raise Exception("Invalid letter")

        alph[i] += 1

summ = 0
    for v in alph.values():
        summ += v * (v - 1)

return summ / (sum(alph.values()) * (sum(alph.values())-1))
```

Для ініціалізації об'єкту потоку ключа Віженера було реалізовано такий клас:

```
class VigenereKeyStream:
```

```
key: str
key_len: int
offset: int = 0

def __init__(self, key: str):
    for i in key:
        if i not in ALPHABET:
            raise Exception("Invalid key")
```

```
self.key = key
self.key_len = len(key)

# reset offset for reusing
# existed key
def reset(self):
    self.offset = 0

# produce next symbol from key
def next(self) -> str:
    s = self.key[self.offset]
    self.offset = (self.offset + 1) % self.key_len
    return s
```

І, відповідно, функція шифрування:

```
def encrypt_stream(pt: str, stream_key) -> str:
    ct = ""
    for m in pt:
        ct += encrypt(m, stream_key.next())

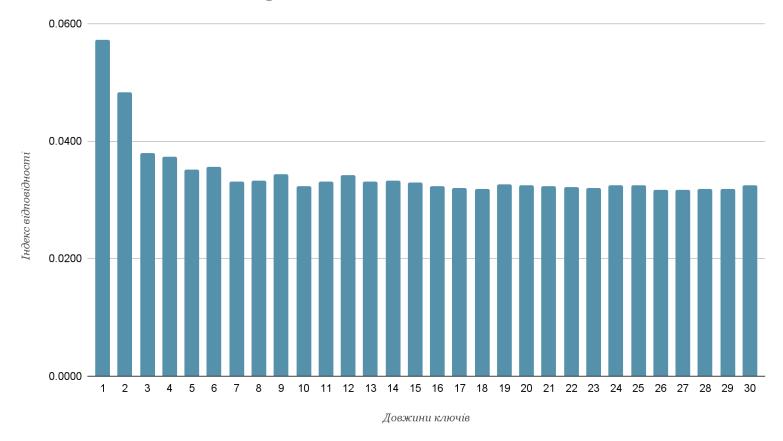
    return ct

def encrypt(m, k) -> str:
    i = (ALPHABET.find(m) + ALPHABET.find(k)) % len(ALPHABET)
    return ALPHABET[i]
```

Отримуємо такі результати:

```
-(kali® kali)-[~/crypro-24-25/lab2/perebynos_fb-22_vlasenko_fb-22_cp2]
 $ python3 main.py
IC0: 0.03125
IC(pt): 0.05724840132875287
IC for plaintext encrypted by keys of different length
                                IC(ct r=2): 0.045818850613641535
IC(ct r=1): 0.05724840132875287
                                                                 IC(ct r=3): 0.04041395521290167
IC(ct r=4): 0.03704416603972597
                                IC(ct r=5): 0.038523870195508826
                                                                 IC(ct r=6): 0.03636204373987342
                              IC(ct r=8): 0.03676358616328764
IC(ct r=7): 0.037403890321327064
                                                                 IC(ct r=9): 0.032358745971428245
                                IC(ct r=11): 0.03450761535009283
IC(ct r=10): 0.03325996455740393
                                                                 IC(ct r=12): 0.03285266674740066
IC(ct r=15): 0.032277587754585876
                                                                 IC(ct r=18): 0.03278223381775276
                                                                 IC(ct r=21): 0.03290492412795851
IC(ct r=22): 0.03318357126527251
                                IC(ct r=23): 0.03221731795809353
                                                                 IC(ct r=24): 0.032313626799911684
IC(ct r=25): 0.03205048823055336
                               IC(ct r=26): 0.03260748651387107
                                                                 IC(ct r=27): 0.03244173443944771
IC(ct r=28): 0.03194474055472914
                                IC(ct r=29): 0.03252634053439553
                                                                 IC(ct r=30): 0.03199414739365012
```

Індекс відповідності ШТ за різними довжинами ключів



Переходимо до розшифрування. Маємо варіант №2. Аналогічним чином зчитуємо та підготовлюємо шифротекст. Так само підраховуємо індекс відповідності шифротексту:

```
text = ""
with open("texts/2_ct.txt", "r") as f:
    text = f.read()
ct = prepare_text(text)
print("IC(ct):", ic(ct))
```

Для розшифрування обчислюємо статистику співпадінь символів та індекси відповідності за усіма можливими періодами:

```
ctic = []
ctcs = []
for i in range(1, 31):
        ctic.append(f"CS(ct r={i}): {colision_stat(ct, i)}")
        ctcs.append(f"IC(ct r={i}): {ic(ct[::i])}")

print("IC for cipher text with different length of key")
print(tabulate([ctic[i:i+3] for i in range(0, len(ctic), 3)], headers=["",
"", ""]))
```

```
print("\nSum of Kroneker symbol for differen length of key")
  print(tabulate([ctcs[i:i+3] for i in range(0, len(ctcs), 3)], headers=["",
"", ""]))
```

Статистика співпадінь символів розраховувалась за формулою ($\delta(a,b)$ – символ Кронекера):

$$D_r = \sum_{i=1}^{n-r} \delta(y_i, y_{i+r})$$

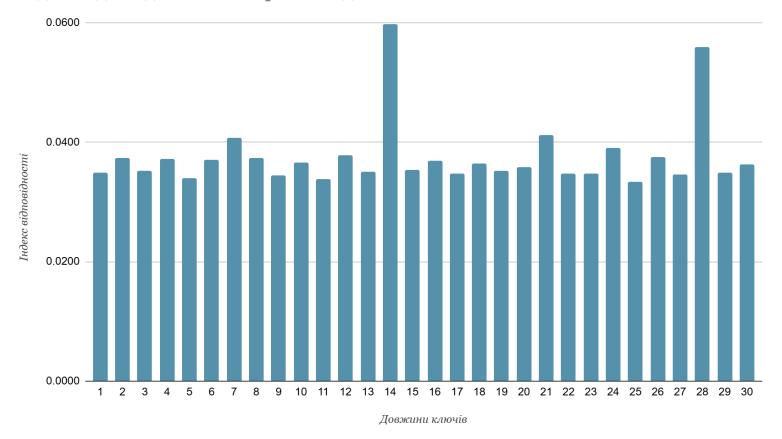
із наступною реалізацією:

```
def colision_stat(text: str, r: int) -> int:
    stat = 0
    for i in range(len(text)-r):
        if text[i] == text[i+r]:
            stat += 1
    return stat
```

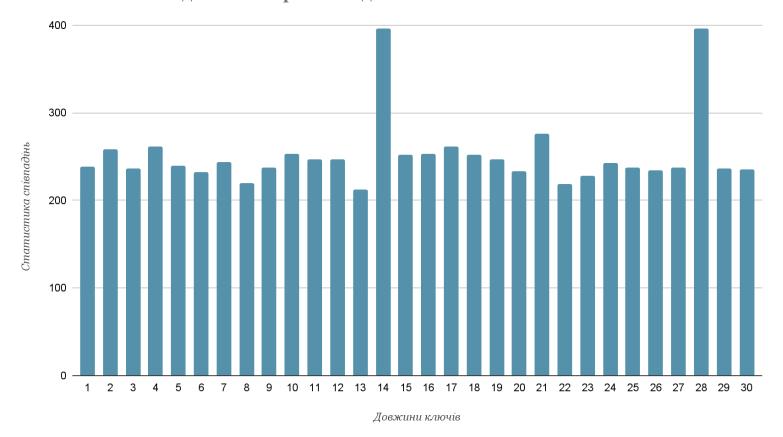
Результат виконання:

```
IC(ct): 0.03485780146768279
IC for cipher text with different length of key
                  CS(ct r=2): 258
CS(ct r=5): 240
CS(ct r=1): 239
                                    CS(ct r=3): 236
                                    CS(ct r=6): 232
CS(ct r=7): 244
                  CS(ct r=8): 220
                                    CS(ct r=9): 238
CS(ct r=13): 212
                  CS(ct r=14): 396
                                    CS(ct r=15): 252
CS(ct r=16): 253
                                    CS(ct r=18): 252
CS(ct r=19): 247
                  CS(ct r=20): 233
                                    CS(ct r=21): 276
CS(ct r=22): 219
                 CS(ct r=23): 228
                                    CS(ct r=24): 243
CS(ct r=25): 238
                  CS(ct r=26): 234
                                    CS(ct r=27): 237
CS(ct r=28): 396
                  CS(ct r=29): 236
                                    CS(ct r=30): 235
Sum of Kroneker symbol for differen length of key
IC(ct r=1): 0.03485780146768279
                                    IC(ct r=2): 0.03739641785493314
                                                                       IC(ct r=3): 0.035182840340433466
IC(ct r=4): 0.0372103200818509
                                    IC(ct r=5): 0.03401142623004251
                                                                       IC(ct r=6): 0.03702393064095192
IC(ct r=7): 0.04073917831334542
                                    IC(ct r=8): 0.03737323120242442
                                                                       IC(ct r=9): 0.03445531420991544
IC(ct r=10): 0.03653672682814096
                                    IC(ct r=11): 0.03383443413428421
                                                                       IC(ct r=12): 0.037825655335247246
IC(ct r=13): 0.035026391040902966
                                   IC(ct r=14): 0.059755082976953276
                                                                       IC(ct r=15): 0.03533474135908009
IC(ct r=16): 0.03695068464353626
                                   IC(ct r=17): 0.03479204262266907
                                                                       IC(ct r=18): 0.03648166883461001
                                                                       IC(ct r=21): 0.04111912525112802
IC(ct r=19): 0.03521970257721553
                                   IC(ct r=20): 0.03583925194681437
IC(ct r=22): 0.03472334610059161
                                   IC(ct r=23): 0.034758778415252066
                                                                       IC(ct r=24): 0.03904425158041359
IC(ct r=25): 0.033317081098651065
                                   IC(ct r=26): 0.037454885035713384
                                                                       IC(ct r=27): 0.03462122856522683
IC(ct r=28): 0.055891901377555495
                                   IC(ct r=29): 0.03491436100131752
                                                                       IC(ct r=30): 0.03623285379725661
```

Індекс відповідності ШТ за різними довжинами ключів



Статистика співпадінь ШТ за різними довжинами ключів



Бачимо, що значення на r=14 виділяється найбільше з усіх у обох таблицях результатів, тож це, вирогідно, і є довжина шуканого ключа. Тепер, маючи довжину, можемо перейти до визначення власне ключа. Для цього визначимо частоти символів у шифротексті для кожного символу ключа від 0 до 14 (знайдена довжина) та шляхом порівняння найчастіших символів у тексті із найчастішим символом мови ("о") спробуємо відновити ключ. Отже маємо:

```
print("Letters frequency for every key symbol")
key_len = 14
for i in range(key_len):
    freq = frequencies(ct[i::key_len])
    print(f"Letter {i}:", list(freq.items())[:5])
```

За основу функції визначення частот символів взято таку ж функцію із попередньої лабораторної роботи:

```
def frequencies(text: str) -> dict[str, float]:
    freq = {i: 0 for i in ALPHABET}
    for i in text:
        if i not in ALPHABET:
            raise Exception("Invalid letter")

        freq[i] += 1
```

```
count = sum(freq.values())
for k in freq:
    freq[k] /= count

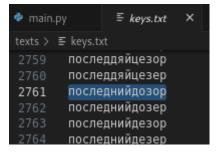
return dict(sorted(freq.items(), key=lambda item: item[1], reverse=True))
```

Результати виконання:

```
Letters frequency for every key symbol
Letter 0: [('ф', 0.11641221374045801),
                                                                                                                                                                              ('j', 0.11259541984732824), ('n', 0.08015267175572519), ('ч', 0.07061068702290077), ('b', 0.06679389312977099)]
('y', 0.09923664122137404), ('o', 0.08206106870229007), ('a', 0.07251908396946564), ('r', 0.06297709923664122)]
('ц', 0.08969465648854962), ('r', 0.07061068702290077), ('w', 0.07061068702290077), ('w', 0.0687022900763358)]
('л', 0.09923664122137404), ('w', 0.0916030534351145), ('b', 0.07061068702290077), ('r', 0.061068702290076333)]
('к', 0.09923664122137404), ('e', 0.07251908396946564), ('u', 0.07061068702290077), ('r', 0.05916030534351145)]
('r', 0.11068702290076336), ('д', 0.07824427480916031), ('c', 0.07824427480916031), ('m', 0.06297709923664122)]
('b', 0.09560229445506692), ('x', 0.08030592734225621), ('r', 0.07839388145315487), ('r', 0.070774569789674955)]
                                                                           0.10877862595419847),
                                                                           0.11450381679389313),
                                                                           0.10305343511450382),
                                                                           0.12022900763358779),
                                                                                                                                                                          , ( й', 0.08986615678776291), ('X', 0.08030592734225621), ('я', 0.07824427480916031), ('(', 0.08986615678776291), ('н', 0.0841300191204589), ('x', 0.06500956022944551), ('ч', 0.0994263862332696), ('й', 0.0745697896749522), ('ц', 0.06883365200764818), ('с', 0.08986615678776291), ('й', 0.07648183556405354), ('c', 0.07074569789674952), ('y', 0.08986615678776291), ('o', 0.07648183556405354), ('c', 0.07074569789674952), ('w', 0.0841300191204589), ('z', 
                                                                           0.12022900763358779),
                                                                           0.10133843212237094),
                                                                           0.09560229445506692),
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         0.06500956022944551
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     '. 0.06309751434034416)
                                                                           0.1089866156787763),
                                                                                                                                                                         ('д', 0.08986615678776291),
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  , 0.06309751434034416)]
                                                                           0.1089866156787763),
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       , 0.0764818333040
0.08221797323135756), ('n
                                                                                0.10133843212237094),
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          , 0.06309751434034416)
                                                                                0.0994263862332696),
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          0.07265774378585087)]
                                                                                0.1089866156787763)
                                                                                                                                                                                                            0.0994263862332696)
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   0.06883365200764818).
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     0.05162523900573614)
                                                                                0.11089866156787763
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              0.06118546845124283
```

Маючи частоти та об'єднавши найчастіші символи у єдиний фрагмент для кожного з періодів, підбираємо ключ (вивід об'ємний, тому одразу зберігаємо до файлу):

Значення у файлі усі наближені до ключа, що можна здогадатися і вручну. Ось власне і сам ключ:



Тепер можемо розшифрувати шифротекст, використовуючи знайдений ключ, та зберегти отриманий відкритий текст до окремого файлу:

```
ks = VigenereKeyStream("последнийдозор")
with open("texts/2_pt.txt", "w") as f:
f.write(decrypt_stream(ct, ks))
```

Власне функція розшифрування:

```
def decrypt_stream(ct: str, stream_key) -> str:
    pt = ""
    for c in ct:
        pt += decrypt(c, stream_key.next())

    return pt

def decrypt(c, k) -> str:
    i = (ALPHABET.find(c) - ALPHABET.find(k)) % len(ALPHABET)
    return ALPHABET[i]
```

Висновки

У ході виконання комп'ютерного практикуму ми набули навичок роботи із шифрами поліалфавітної перестановки на прикладі шифру Віженера, навчилися ним шифрувати відкритий текст та аналізувати шифротекст (наприклад, визначення періоду/довжини ключа). Ми також засвоїли методи частотного криптоаналізу для знаходження ключа на основі його відомої довжини, засновуючись на частотах символів у шифротексті.