КОМП'ЮТЕРНИЙ ПРАКТИКУМ №3

Криптоаналіз афінної біграмної підстановки

Виконали:

студентки групи ФБ-23

Сівашенко Анна,

Тарасенко Ангеліна

Мета роботи Набуття навичок частотного аналізу на прикладі розкриття моноалфавітної підстановки; опанування прийомами роботи в модулярній арифметиці.

Порядок виконання роботи

- 0. Уважно прочитати методичні вказівки до виконання комп'ютерного практикуму.
- 1. Реалізувати підпрограми із необхідними математичними операціями: обчисленням оберненого елементу за модулем із використанням розширеного алгоритму Евкліда, розв'язуванням лінійних порівнянь. При розв'язуванні порівнянь потрібно коректно обробляти випадок із декількома розв'язками, повертаючи їх усі.
- 2. За допомогою програми обчислення частот біграм, яка написана в ході виконання комп'ютерного практикуму №1, знайти 5 найчастіших біграм запропонованого шифртексту (за варіантом).
- 3. Перебрати можливі варіанти співставлення частих біграм мови та частих біграм шифртексту (розглядаючи пари біграм із п'яти найчастіших). Для кожного співставлення знайти можливі кандидати на ключ (a,b) шляхом розв'язання системи (1).
- 4. Для кожного кандидата на ключ дешифрувати шифртекст. Якщо шифртекст не ϵ змістовним текстом російською мовою, відкинути цього кандидата.

Повторювати дії 3-4 доти, доки дешифрований текст не буде змістовним.

Хід роботи

Для дешифрування тексту за допомогою афінного шифру необхідно визначити ключі а та b. Для цього було написано наступні функції з математичними операцями:

Функція extended_gcd реалізує розширений алгоритм Евкліда. Її завдання — знайти найбільший спільний дільник (НСД) двох чисел а і b, а також обчислити коефіцієнти х і у, які задовольняють рівняння:

$$a \times x + b \times y = \gcd(a, b)$$

Ось як це реалізовано в коді:

```
def extended_gcd(a, b):
    if a == 0:
        return b, 0, 1
    else:
        g, x1, y1 = extended_gcd(b % a, a)
        x = y1 - (b // a) * x1
        y = x1
```

```
return g, x, y
```

Якщо a=0, то функція повертає b як HCД, а також коефіцієнти (x,y)=(0,1).

Якщо а≠0, то функція викликає саму себе рекурсивно з аргументами b % а та а. Це зменшує розмір вхідних чисел при кожному кроці, доки не досягне базового випадку.

Після повернення з рекурсії (коли НСД вже знайдено), функція обчислює коефіцієнти х та у для початкових значень а і b, використовуючи коефіцієнти з наступного рівняння в рекурсії.

За знаходження оберненого елемента відповідає функція mod inverse.

```
O
б
                                   a \times a^{-1} \equiv 1 \mod m
Ось як це реалізовано в коді:
def mod_inverse(a, m):
    g, x, _ = extended_gcd(a, m)
    if q != 1:
И
        raise ValueError(f"Обернений елемент не існує, оскільки НСД({a}, {m})
≠ 1")
    else:
         return x % m
e
Л
Функція solve linear congruence розв'язує лінійне конгруентне рівняння виду:
M
                                    a \times x \equiv b \mod m
```

При розв'язанні конруентних рівнянь важливо коректно обробляти випадок із декількома розв'язками, повертаючи їх усі. Тому функція обчислює і повертає всі нсд розв'язків у стий вугзначає укивно прості, тому рівняння має єдиний. Якщо g = 1, це означає, що а і m взаємно прості, тому рівняння має єдиний. Якщо g = 1, рівняння має розв'язки тільки у випадку, коли в кратне g (тобто g = 0). Якщо це не так, повертається False, оскільки розв'язків немає.

```
def solve_linear_congruence(a, b, m):
    g, x, _ = extended_gcd(a, m)
    if g == 1:
        x0 = (mod_inverse(a, m) * b) % m
        return [x0]
    elif b % g == 0:
        x0 = (x * (b // g)) % m
        solutions = [(x0 + i * (m // g)) % m for i in range(g)]
        return solutions
    else:
        return False
```

Оскільки ми працюємо з біграмами, що не перетинаються, то потрібно занумерувати букви алфавіту числами від 0 до m-1, тоді кожній біграмі (x_{2i-1} і x_{2i}) — можна єдиним чином співставити число X_i у границях від 0 до m^2-1 . В результаті ми отримаємо пари чисел з їх індексами в алфавіті (a=0, а s=31).

```
def bigram_to_number(bigram, m):
    alphabet = 'абвгдежзийклмнопрстуфхцчшщъыьэюя'
    if len(bigram) != 2:
        raise ValueError("Біграма має містити два символи.")
    return alphabet.index(bigram[0]) * m + alphabet.index(bigram[1])
```

Для отримання можливих значень ключів використаємо частотний аналіз біграм зашифрованого та відкритого тексту. Нам відомо, що найчастіші біграми в російській мові ['cт', 'но', 'то', 'на', 'eн'].

Знайдемо 5 найчастіших біграм нашого тексту:

В результаті отримали такі біграми: ['йа', 'юа', 'чш', 'юд', 'рщ']. Можна припустити, що вони відповідають 5 найчастішим біграмам російької мови. Далі пісдставимо їх в систему:

$$Y^* \equiv aX^* + b \bmod m^2$$
$$Y^{**} \equiv aX^{**} + b \bmod m^2$$

У коді є два списки частотних біграм: freq_bigrams_russian — часті біграми в російській мові, freq_bigrams_cipher — часті біграми в зашифрованому тексті. Код перебирає усі комбінації біграм з обох списків. Для кожної пари біграм із відкритого тексту (bigram_rus1, bigram_rus2) і кожної пари біграм із зашифрованого тексту (bigram_cipher1, тривіальних випадків).

Функція solve_linear_congruence шукає можливі значення для першої частини ключа а за допомогою розв'язання лінійного конгруентного рівняння:

$$Y^* - Y^{**} \equiv a(X^* - X^{**}) \mod m^2$$

Обчислюється друга частина ключа b як:

$$b = (Y^* - aX^*) mod m^2$$

Якщо комбінація [a, b] ще не додана в possible keys, вона додається до списку.

Оскільки ми працюємо з біграмами, то значення ключів беруться за модулем m^2 .

Після отримання всіх можливих пар ключів можна починати розшифровувати текст.

Код розшифровує ШТ за допомогою алгориму, що використовує зворотне перетворення біграм, застосовуючи mod inverse щоб отримати початковий BT.

Цикл перебирає шифртекст по два символи за раз. Обчислює обернену величину а за модулем m_squared. Вона потрібна для зворотного перетворення біграм - відновлюється числове представлення біграми у ВТ.

x2 = X % m — обчислює позицію другої літери біграми у відкритому тексті.

x1 = (X - x2) // m — обчислює позицію першої літери біграми у відкритому тексті.

alphabet[x1] та alphabet[x2] знаходять відповідні літери для біграми у відкритому тексті.

```
def decrypt_text(ciphertext, a, b, m):
    alphabet = ['a', 'b', 'B', 'r', 'd', 'e', 'x', 'a', 'u', 'i', 'k', 'n',
'M', 'H', 'o', 'n', 'p', 'c', 'r', 'y', 'd', 'x', 'u', 'u', 'u', 'u', 'u',
'b', 's', 'v', 's']
    m_squared = m ** 2
    decrypted_text = ""
    for i in range(0, len(ciphertext) - 2, 2):
        Y = alphabet.index(ciphertext[i]) * m + alphabet.index(ciphertext[i + 1])

    al = mod_inverse(a, m ** 2)
        X = (al * (Y - b)) % (m ** 2)
        x2 = X % m
        x1 = (X - x2) // m
        decrypted_text = decrypted_text + alphabet[x1] + alphabet[x2]
    return decrypted text
```

Значень ключів було отримано дуже багато — 118. Важко вручну перевірити коректність розшифрування кожного тексту, тож була написана функція, що перевіряє текст на змістовність і знаходить значення ключів, що дають змістовний текст.

Ми вирішили використовувати значення ентропії ВТ та ШТ для виявлення змістовного тексту. Так, в лабораторному практикуму №1 ми обраховували ентропію і дізнались, що для тексту без пробілів з кроком 1 значення ентропії дорівнює – 4,459.

Функція decrypt_and_filter_by_entropy обраховує ентропію для кожного ШТ і якщо його значення знаходиться в межах від 4,40 до 4,50 ми припускали, що ця пара ключів правильна.

В результаті виконанання програми отримані ключі: а=27, b=211.

ШТ:

рйрщкагппрфчгшрщйрпрффькрпьчшдвиыеюдучхулицплшющашдщныскющвпьюкджьйахе щыйеьеюеэдсецчтыкйдшцчзюимевжшбушччэканылшолшкющчшэизупмзсбвжшбуойщаищ мдпнрйуюфшхдтылшларюдезанпрбкажлащваэщюемечшщипнипнучбусхекайаэкяуклзщюг хегарпинцплппрффзшскыушщммеючогалчцпдшяуыуйацднфзхащаукйнхжукчщысаэарюж штнцмосхрхлтечшишваллмппртелиюдыпкуурдщерритыачтахщышкаюйзхцмздффнагещцле рьюбокцезацчучрйяыыунлерорпрькрщэарючолаимхугшзепутэрщбероюазанхзушщимзебю чолаштэиэщюхжукчтдюагпшдормэрмыупьфуйабеюемдвитылшошрщышгпфуыуйацдаювал лйыачларщзщроюалахдорцпиыщылшошрщйьфуйазлиекдвифущлбшашваллюсхщрохеццэи ршэаэшуоьюдэисфуриыугшэпздиекдкгдаедюднфэшйдшгфчпрбердрйуюпнсабдпннхимрисд рпющкммьлеешбпымюенпчщроюабучштечшюдушлсбубеюыхрдщндщфщейерйсдкммьофк аюйажйаидхйынхерщхлкшьсжуиеишбпымюенпчщроюаеймюбероюарпинымжизаропйхлб шбуклзшзсэпюаиечшорэпьчкгипгекбхшжачойатеашваюдюдкйчбйкпмтырйюеншлучихечш чрпрфуклэщрусипнрйыуйаусйрпнцмшяхукчкйбвжшлжпшюечукемипнипцчушлсрйхпэснез щжмюдкенлхарпсдхйьчмэешйарпхппрэщцжыщпаюехдпьхуйанацчрбюдхушчкацкдщтеэдви ййтагшфичиорхлфдщфкшышвамносвиййдзьрыщышхемсующудршджьюанхрэцпымздффн арписюахьхууочрфчгшйкпаюехдсджжгшцчтыкйдшнануэифуларизсййушфиюдюдаюышьк ющяпцлдчьншгашэлашьухаедвизлиекдвидщлсхпкеышйрьчценавсачэаькудбюяхцмрцсдрпг екммьлекдхйыуыщйаудюлцчисуюэиффриещжзьргшкдыууоьдглэшешбероюачпщылшыщд шэасуйаьпымкуюсщгхелафитбюазуыщюаешуоналаолфдыууозмсдщьбукаощжзьрыщаыпмя ызшхпбьйацчзюимпелумсрйюасавдыугшбрмэтдйкяуришпчиоскчтхэейыосййричикзддрята рщроюазахачшфщчшурпрбуашькщепщчшфитдьчфщроюазацквснхтбьечшчыачешудкгхавк лаяхбмхашнэпосюеюазнтдшьбудшщепщчшфикайаэкишныцмбээелучылшрщашошзсбужиф чмэйкблкмоснфэщкылшрщхлиечшритэзалаеймюбероюарптылшцюцрчийщпаюеющчшхпэ щхеишашйамущьбукаьэзхцмустдмшышдшцчсдхйыуыщйаудчикабпсаюезлиекдффыршдчи мшлчлэфуюаззддрятачшсающчшййнцусюаьжхезнмшйщгпридщнйымюдкебдкйющешхщн кшлнуюсэебдьебпщьюарпжиегтдлэфщюенщдезаламдосусжулапасйюдаюнежсщьйкэытэшс осглэпщепщчшфихехщюедшэпеемучщройкэысарепуосхасасйленксевссеоамдосвлхрзшмей рцлтедчусхеццкемчььсдмэшсрморушнллирмффаыпмяызшщфзсййымзсхажалафщнпбупюо ьюдкеещхщшпщяавцквснхтбьечшджпшюешпщьбуказаэплахщдщнйдщтечшджпшюешпщь

буэщшчсщряаюэщкацкышщехеаитбюарщлсцпэсеегпосщерпусдюйаюдбучихеэдэппртехарп еылегшмчхухаяютечшюдуссайщсллдыууокайасазаопчичпнхбморешэшсающуонафщгшмей ррихушкдщнйдщтечшщукайаэкышхемчтэхевателуцчисхпкучызшцшмейряжпшюешпщьбуд шоылшищгамуыщюаешлуыппрринхдщцадуришпчичифубелшмшмвкйуыгшхлвпьюзсййуш фиюдпелучырйнхюайажлэщцжйацчушугрйхпцчсдьчфщроюаепжьюдмшеемучщроюазацча ябуашышдшварчмэчинкныцмйквыдшлагчмэашзиэиьчшшчшмейртвешжзьргшкдтваыпмяы зшыыдшнпшьбукачэршмечшлжйазакмхйтвдебукчкйбвжшоыачлаоыьчмбюдпаюехдхввамнх укчкйбвжшгсйасандуссагшяснежсчикммьлезлиекдбюфшхдиырйгекбюдтдфчнцюдавлэкдус осйасадуклэщюдфчнцюдкемсуювпьюцкдщтечшэиащваейнцусюазблэчшгечофщгесаьпюач пжжпшюечуаюгарпсенуказаэпюазшлууросйасажлешзлйаудрйхрмэцпфжйахеродюыщжрпр оппрчикммьлевлщднхбмнхшсзмгьхпэсрежаолфдыууофнрйнцусюазблэчшрщзщжацчтыкйк аешхакмхйтвжшусййушфиюлюлаюгпшгичтыкйкаюшамлжйазаллхухегарпипбьюахшэлкгш ыфутдаюащышэылшищяросчшмезахехщяпвсхйюдаюыущаидвцюдаюьичбзлцчтыкйэщышт ыаччбзстдаюышхехаедюшзщрпщысагшлайеошцкнуфносачзюидцецчхйхажатечшжьйацчт ыкйдшршзшашчоыйыуйаусйрпнюлтевйвпрпгечпшачшкдььрмегфчпрбелшцающашчопаюе бушщькышзшвыйафщышхпцмдрщыыуюехакчщуиезафнщыаччбзстдаюрщлаеебдкйлщйачн рйюблэчшшхнфрпющэплщцчсдфмчзьчжлаыпмяызшжхбмнхшсбужичлщерпюабуашькщыд щвйрмыулпбьйашдтыцмюарпхвцчьрдщгшашчоламчэичаэхшстдаюриэщйазнэсэшйшлшюаг пчиеысагшлайезщайхлбшглэщйщчшчамеешвдбювсрэжичбзлэпрешхнфрплацсрчцпхюшрф чсимэоскгфуыйыхффэплщгарпсенуказарчыупмхуэсдммэтдяавдчишхтаичшзыйыуйаусйрпн ушхакмюбпмншжлэщйщчшэирщлэгерпюабуосйещеэдсечушгцмпнщьбукаюдуыдщимюдке чушгмщрщашщппрэщкырйдщьлщеющвпьюриюдюашдйржахетсййвпэсгпчинаькгшхпннз щццтвкчисжлзсйепртшййыуйаусйрпншдажйазмгьусффщлщрбезахемчтэлекмаюрщудеапам досшсцпфжилзуыщюазреызшэатдрмхпщьбудшщыхубвчочпщаэщялчохехалюидвиаммсееа пегкажлхехдпрчиилмечшшшцкдщтечшчызшэатдрмлэчлрщнаэшэдкйчбйкишугрййкоыдднп рщышлебубеаунккмнежекгцчтыкйкавйыуйаусйрпносфнзвюаиейркезаокйщгаынрйщызюим юдаюаыпмяызшцлгпшгцчтыкйкаяхбмщырйнхкелиачгшшдсдмэшсрмфукукчщгчилиачгшзс ечмбрмфуэснарпзючшпмвпфчбшмейрпныурщгпзхцмчэиорщэаэшшрщхезакдььрмьрпнх щидькюедефироошкаюрпркдчэуыршлхчээпмеидбюхахщимюдюарппыцсрплаэщкаюытэте дщпуэщвкющиулаэиыйхлллнажахоусиппрсеэщюхыййаькэиеыйееуйафмыущфзщжбглщейе уозсащвашйымюдхунлищжанарпзючшбуосачиеэдщырйнхюахйщфрпешбероюарущефпкеза рчиптддчщфдшпуэщвкющньйашегахлтейицмрйыезаокнейежпэиэшгэхувлуоыуыщимфмйш пшйрщьйапахпьююаяофэхувлуолиачйахагаодвимдчитысазшйыжжйажлчпнхыезахаэасачш ашйарокамейеныь пяйхеейы уйаусйрн фйшхлюеер фасхиюлкем дсилэгер пйклиж уашршшей ечшвппршгцчтыкйканущефптачштэрщзщяпэптбьерпимюдкеслщещцримежагекаюрэпьчяф ьеруюсхпымздюлщелшашфымосьрчифшцкщедеюакайасажлнктешщэилиачгшопьчффкмм ьофпаюечэрщошбеюеюылшищгаясбрмэтдюадуклащачисюарехеэдпрмэтдавнкхатешщашли ачгшдчьнчиипяыачжижуыщашащышгпридчьнрифусицлщеомхпипчушгмщрщашгшмейрсе мьюдкеипгекбхщвпчпжжйаайхлзаейуюфщроошэщнхльюаэпеямшщевлэияффубелшщфцчт ыкйхрмсуювпьюыщдшварчмэчиащварщэщйщчшэийщхатешщчшбущефпсдюдисфуидчиеа пячщ

BT:

однакоэтакартинаскакойбысторонымыеенирассматривалирасплываетсявнечтонеопределен ноеприпадкипроявляющиесярезкосприкусываниемусиливающиесядоопасногодляжизнипр иводящегоктяжкомусамокалечениюмогутвсежевнекоторыхслучаяхнедостигатьтакойсилыо слабляясьдократкихсостоянийабсансадобыстропроходящихголовокруженийимогуттакжес

менятьсякраткимипериодамикогдабольнойсовершаетчуждыеегоприродепоступкикакбынах одясьвовластибессознательногообуславливаясьвобщемкакбыстранноэтониказалосьчистоте леснымипричинамиэтисостояниямогутпервоначальновозникатьпопричинамчистодушевны миспугилимогутвдальнейшемнаходитьсявзависимостиотдушевныхволненийкакнихаракте рнодляогромногобольшинстваслучаевинтеллектуальноеснижениеноизвестенпокрайнейме реодинслучайкогдаэтотнедугненарушилвысшейинтеллектуальнойдеятельностигельмгольц другиеслучаивотношениикоторыхутверждалосьтожесамоененадежныилиподлежатсомнени юкакислучайсамогодостоевскоголицастрадающиеэпилепсиеймогутпроизводитьвпечатлени етупостинедоразвитоститаккак этаболезнычасто сопряженася рковыраженными диотизмомик рупнейшимимозговымидефектаминеявляяськонечнообязательнойсоставнойчастьюкартин ыболезниноэтиприпадкисовсемисвоимивидоизменениямибываютиудругихлицулицсполны мдушевнымразвитиемискореесосверхобычнаявбольшинствеслучаевнедостаточноуправляе мойимиаффективностьюнеудивительночтопритакихобстоятельствахневозможноустановит ьсовокупностьклиническоюаффектаэпилепсииточтопроявляетсяводнородностиуказанныхс имптомовтребуетповидимомуфункциональногопониманиякакеслибымеханизманормально говысвобожденияпервичныхпозывовбылподготовленорганическимеханизмкоторыйисполь зуетсяприналичиивесьмаразныхусловийкакпринарушениимозговойдеятельностипритяжко мзаболеваниитканейилитоксическомзаболеваниитакипринедостаточномконтроледушевной экономиикризисномфункционированиидушевнойэнергиизаэтимразделениемнадвавидамыч увствуемндентичностьмеханизмалежащеговосновевысвобожденияпервичныхпозывовэтот механизмнедалекиотсексуальных процессов порождаемых всвоей основеток сически ужедрев нейшиеврачиназываликоитусмалойэпилепсиейивиделивполовомактесмягчениеиадаптаци ювысвобожденияэпилептическогоотводараздраженияэпилептическаяреакциякаковымимен емможноназватьвсеэтовместевзятоенесомненнотакжепоступаетивраспоряжениеневрозасу щностькотороговтомчтобыликвидироватьсоматическимассыраздраженияскоторыминевроз неможетсправитьсяпсихическиэпилептическийприпадокстановитсятакимобразомсимптом омистериииеюадаптируетсяивидоизменяетсяподобнотомукакэтопроисходитпринормально мтечениисексуальногопроцессатакимобразоммысполнымправомразличаеморганическуюи аффективнуюэпилепсиюпрактическоезначениеэтогоследующеестрадающийпервойпораже нболезньюмозгастрадающийвторойневротиквпервомслучаедушевнаяжизньподверженанар ушениюизвневовторомслучаенарушениеявляетсявыражениемсамойдушевнойжизнивесьма вероятночтоэпилепсиядостоевскогоотноситсяковторомувидуточнодоказать этонельзятаккак втакомслучаенужнобылобывключитьвцелокупностьегодушевнойжизниначалоприпадковип оследующиевидоизмененияэтихприпалковадляэтогоунаснедостаточноданныхописаниясам ихприпадковничегонедаютсведенияосоотношенияхмеждуприпадкамиипереживанияминеп олныичастопротиворечивывсеговероятнеепредположениечтоприпадкиначалисьудостоевск огоужевдетствечтоонивначалехарактеризовалисьболееслабымисимптомамиитолькопослеп отрясшегоегопереживаниянавосемнадцатомгодужизниубийстваотцапринялиформуэпилепс иибылобывесьмауместноеслибыоправдалосьточтоониполностьюпрекратилисьвовремяотб ыванияимкаторгивсибириноэтомупротиворечатдругиеуказанияочевиднаясвязьмеждуотцеу бийствомвбратьяхкарамазовыхисудьбойотцадостоевскогобросиласьвглазанеодномубиогра фудостоевскогоипослужилаимуказаниемнаизвестноесовременноепсихологическоенаправл ениепсихоанализтаккакподразумеваетсяименноонсклоненвидетьвэтомсобытиитягчайшуют равмуивреакциидостоевскогонаэтоключевойпунктегоневрозаеслияначнуобосновыватьэтуу становкупсихоаналитическиопасаюсьчтоокажусьнепонятнымдлявсехтехкомунезнакомыуч ениеивыраженияпсихоанализаунасодиннадежныйисходныйпунктнамизвестенсмыслпервы хприпадковдостоевскоговегоюношескиегодызадолгодопоявленияэпилепсииуэтихприпадко вбылоподобиесмертиониназывалисьстрахомсмертиивыражалисьвсостояниилетаргическог

оснаэтаболезны находилана неговначалекогда онбылещемальчиком как внезапная безотчетная подавленность чувствок аконпозжерассказывалсвоем удругу соловье вутакое как будтобыем упредстоя лосей часже умереть ивсамом деленаступалосостоя ние совершенно подобное действительной смертиего братандрей рассказывал что федоруже вмолодые годы передтем как за снуть оставлял запискичто боится ночью за снуть смерто подобным сноми просит поэтом учтобые го похоронили только через пять дней достое вский зарулеткой введение снами звестныемы слинамерениета ких припадков смерти ониозначаю тотож дествление сумершим человеком который дейст вительно умерили счеловеком живымещенокотором умыжела емсмертивторой случай более значителен припадок вуказанном случаеравно цененнака заниюмы пожелали смерти другом утеперьмы стали сами этим другими сами умерлитут психоаналитическое учение утверждает что этот другой длямальчика обычноот ециименуемый истерией припадок являет сятаким образом самона казанием запожелание смертине навистном уот ц

Висновки

У ході виконнання лабораторного практикуму ми дослідили афінну біграмну підстановку. Була написана програма, що розшифровує текст шляхом знаходження ключів а і b і розв'язання системи лінійних рівнянь. Додатково була написана функція, що перевіряє розшифровані тексти на змістовність шляхом порівняння ентропії тексту з значенням ентропії з лабораторного практикуму 1. Набули навички частотного аналізу на прикладі розкриття моноалфавітної підстановки та опанували прийоми роботи в модулярній арифметиці.