

Cognome:..... Nome:..... Matr.:.....

Esercizio 1 [11 punti] Si consideri una rete di flusso $G = (V, E, s, t, c)$ con sorgente s , pozzo t e capacità $c(e)$ associata ad ogni arco diretto $e \in E$.

1. Dire quale delle seguenti affermazioni è vera:

- Dato un taglio (A, B) e un flusso f , allora il flusso netto che passa per (A, B) è sempre maggiore o uguale alla capacità di (A, B) .
- Se le capacità sono intere, allora ogni cammino aumentante trovato nella rete residua può essere usato per aumentare il flusso corrente di almeno una unità.
- Ci sono dei grafi per cui la capacità del taglio di capacità minima è strettamente inferiore al massimo flusso.
- L'algoritmo di Ford-Fulkerson, se si usa la visita BFS per trovare i cammini aumentanti, ha una complessità polinomiale nella dimensione dell'istanza.
- per ogni taglio (A, B) e per ogni flusso f , il flusso netto che attraversa (A, B) è sempre uguale al valore di f .

2. Si consideri la seguente affermazione: *Se le capacità degli archi sono tutte uguali a 1, allora il numero di iterazioni dell'algoritmo di Ford-Fulkerson, ovvero, il numero di aumenti di flusso tramite cammini aumentanti, è sempre polinomiale nel numero di nodi del grafo, indipendentemente dalla strategia usata per trovare i cammini aumentanti.* Dire se l'affermazione è vera o falsa motivando la risposta (Max 5 righe.)

Esercizio 2 [11 punti]

1. Si definiscano formalmente i problemi decisionali 3-SAT e Independent Set. (Max 5 righe.)

2. Si mostri come è possibile utilizzare un (ipotetico) algoritmo polinomiale per Independent Set per risolvere 3-SAT. (Max 5 righe.)

Esercizio 3 [11 punti] Un casinò di Las Vegas ha ideato il seguente gioco promozionale per attrarre nuovi giocatori. All'ingresso del casinò ci sono due grosse pile di fiches, etichettate A e B . La pila A contiene n fiches ed il valore della generica i -esima fiche dal fondo di A è $a_i > 0$. La pila B contiene m fiches ed il valore della generica i -esima fiche dal fondo di B è $b_i > 0$. Il gioco funziona come segue: il giocatore effettua una sequenza di mosse, dove ogni mossa consiste nel selezionare una delle pile tra A e B ed in eseguire entrambe le seguenti azioni:

- rimuovere e tenere per sé la fiche in cima alla pila selezionata.
- rimuove e scartare due fiches dalla cima della pila non selezionata.

Il gioco continua fino al momento in cui in non esistono più mosse ammissibili (cioè fino a quando almeno una delle due pile diventa vuota, o entrambe le pile hanno esattamente una fiche). Progettate un algoritmo di programmazione dinamica che prende in input m, n , ed i valori di tutte le fiches nelle pile A e B e restituisce il massimo valore complessivo delle fiches che un giocatore riesce a tenere per sé. Si discuta la complessità temporale dell'algoritmo proposto.