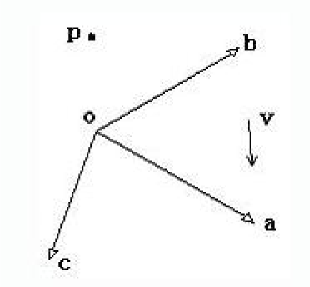
对于一个向量 **v**、点 P 以及基 **oabc** 如下图：



可以找到一组坐标(v1,v2,v3)，使得

v = v1**a** + v2**b** + v3**c**　　　　(1)

而对于一个点 P，则可以找到一组坐标（p1,p2,p3），使得

p - **o** = p1**a** + p2**b** + p3**c**　　　(2)

从上面对向量和点的表达，我们可以看出为了在坐标系中表示一个点（如 p），我们把点的位置看作是对这个基的原点 o 所进行的一个位移，即一个向量—— **p** – **o**（有的书中把这样的向量叫做位置向量——起始于坐标原点的特殊向量）。

我们在表达这个向量的同时用等价的方式表达出了点 P：

p = **o** + p1**a** + p2**b** + p3**c**　　　(3)

(1) (3)是坐标系下表达一个向量和点的不同表达方式。这里可以看出，虽然都是用代数分量的形式表达向量和点，但表达一个点比一个向量需要额外的信息。

问题在于：如果我写出一个代数分量表达(1, 4, 7)，谁知道它是个向量还是个点！

我们现在把(1)(3)写成矩阵的形式：

$$v = (a, b, c, o) \times \begin{pmatrix} v1 \\ v2 \\ v3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$p = (a, b, c, o) \times \begin{pmatrix} p1 \\ p2 \\ p3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

这里(**a**,**b**,**c**,**o**)是坐标基矩阵，右边的列向量分别是向量 **v** 和点 P 在基下的坐标。

这样，向量和点在同一个基下就有了不同的表达：3D 向量的第 4 个代数分量是 0，而 3D 点的第 4 个代数分量是 1。像这种这种用 4 个代数分量表示 3D 几何概念的方式是一种齐次坐标表示(n 维的向量用一个 n+1 维向量来表示)。

“齐次坐标表示是计算机图形学的重要手段之一，它既能够用来明确区分向量和点，同时也更易用于进行仿射（线性）几何变换。”—— F.S. Hill, JR

这样，上面的(1, 4, 7)如果写成（1,4,7,0），它就是个向量；如果是(1,4,7,1)，它就是个点。

下面是如何在普通坐标(Ordinary Coordinate)和齐次坐标(Homogeneous Coordinate)之间进行转换：

(1)从普通坐标转换成齐次坐标时:

　如果(x,y,z)是个点，则变为(x,y,z,1);

　如果(x,y,z)是个向量，则变为(x,y,z,0);

(2)从齐次坐标转换成普通坐标时:

　如果是(x,y,z,1)，则知道它是个点，变成(x,y,z);

　如果是(x,y,z,0)，则知道它是个向量，仍然变成(x,y,z);

以上是通过齐次坐标来区分向量和点的方式。从中可以思考得知，对于平移 T、旋转 R、缩放 S 这 3 个最常见的仿射变换，**平移变换只对于点才有意义**，因为普通向量没有位置概念，只有大小和方向。这可以通过下面的式子清楚的看到：

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & Tx \\ 0 & 1 & 0 & Ty \\ 0 & 0 & 1 & Tz \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x+Tx \\ y+Ty \\ z+Tz \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & Tx \\ 0 & 1 & 0 & Ty \\ 0 & 0 & 1 & Tz \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 0 \end{pmatrix}$$

而旋转和缩放对于向量和点都有意义，你可以用类似上面齐次表示来检测。
从中可以看出，齐次坐标用于仿射变换非常方便。
此外，对于一个普通坐标的点 P=(Px, Py, Pz)，有对应的**一族齐次坐标**(wPx, wPy, wPz, w)，其中 w 不等于零。比如，P(1, 4, 7)的齐次坐标有(1, 4, 7, 1)、（2, 8, 14, 2）、（-0.1, -0.4, -0.7, -0.1）等等。因此，如果把一个点从普通坐标变成齐次坐标，给 x,y,z 乘上同一个非零数 w，然后增加第 4 个分量 w；如果把一个齐次坐标转换成普通坐标，把前三个坐标同时除以第 4 个坐标，然后去掉第 4 个分量。
由于齐次坐标使用了 4 个分量来表达 3D 概念，使得平移变换可以使用矩阵进行，从而如 F.S. Hill, JR 所说，仿射（线性）变换的进行更加方便。由于图形硬件已经普遍地支持齐次坐标与矩阵乘法，因此更加促进了齐次坐标使用，使得它似乎成为图形学中的一个标准。

以上很好的阐释了齐次坐标的作用及运用齐次坐标的好处。