

**2010级研究生**

**现代控制理论课大作业**

课题名称：倒立摆状态反馈系统的建模及matlab仿真

学生姓名：

学 号：

班 级：

成 绩：

2011年5月3日

**倒立摆状态反馈系统的建模及matlab仿真**

【摘要】为了实现对单级倒立摆非线性不稳定系统的稳定控制, 本文通过建立倒立摆状态反馈系统的数学模型,应用状态反馈控制配置系统极点设计倒立摆系统的控制器,实现其状态反馈,从而使倒立摆系统稳定工作。之后通过 MATLAB 软件中 Simulink工具对倒立摆的运动进行计算机仿真 ,仿真结果表明 ,所设计方法可使系统稳定工作并具有良好的动静态性能。

【关键词】倒立摆 状态反馈 matlab 仿真

倒立摆系统是一个非线性自然不稳定系统，在航空航天和机电一体化等领域如火箭箭身的姿态稳定控制及机器人多自由度运动稳定设计中得到了广泛的应用，它作为控制理论研究中的一种比较理想的实验手段，为进行控制理论教学及开展各种控制实验构建了一个良好的理想实验平台。许多抽象的控制概念如控制系统的稳定性、可控性、系统收敛速度和系统抗干扰能力等，都可以通过倒立摆系统直观的表现出来。近年来智能控制技术得到了飞速发展 ,以倒立摆作为研究对象 ,用各种智能控制技术解决非线性系统的稳定控制问题,成为许多学者不断用来研究、验证的手段.本文基于极点配置理论，通过 Simulink建模仿真和对比分析 ,实现了对倒立摆系统的稳定和快速控制.

1. **倒立摆系统的建模**
2. **系统的物理模型**

如图1所示，在惯性参考系下，设小车的质量为M，摆杆的质量为m，摆杆长度为l，在某一瞬间时刻摆角（即摆杆与竖直线的夹角）为Θ，作用在小车上的水平控制力为f。这样，整个倒立摆系统就受到重力，水平控制力和摩擦力的3外力的共同作用。

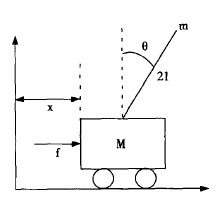


图1 一级倒立摆物理模型

1. **系统的数学模型**

在系统数学模型中,本文首先假设:

(1)摆杆为刚体;

(2)忽略摆杆与支点之间的摩擦;

(3)忽略小车与导轨之间的摩擦。

然后根据牛顿第二运动定律,求得系统的运动方程为:

(1)

(2)

方程（1），（2）是非线性方程，由于控制的目的是保持倒立摆直立，在施加合适的外力条件下，假定很小，接近于零是合理的。则，.在以上假设条件下，对方程线性化处理后，得到倒立摆系统的数学模型如下：

+ml = f （3）

ml2+ml = mgl (4)

1. **系统的状态方程**

以摆角θ,角速度θ,小车的位移x ,速度x为状态变量,输出为y。即令:

x = = y = =

则一级倒立摆系统的状态方程为：

； = gx1-f； = x4； =-gx1 + f。

即 = + f

y = + 0×f

1. **控制器设计及matlab仿真**
2. **极点配置状态反馈的基本原理**

单级倒立摆系统是一个不稳定的连续系统，当倒立摆出现偏角后，若不给小车施加控制力，倒立摆会向左或向右倾倒。所以本文采用极点配置法设计控制器的目的都是通过调节水平力的大小来控制小车的运动，使倒立摆处于平衡位置。

极点配置的方法就是通过一个适当的状态反馈增益矩阵的状态反馈方法,将闭环系统的极点配置到任意期望的位置。考虑控制系统:

= Ax + Bu （5）

其中x是状态向量（n维向量），u是控制信号（纯量），选取控制信号为：

u = -Kx (6)

这样控制信号是由瞬时状态确定,此方法称为极点配置状态反馈法。图2为具有u = - Kx的闭环控制系统。

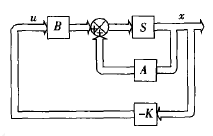


图2 状态反馈闭环控制系统

将式(6)代入式(5)得: （t）= （A-BK）x（t）,该方程的解为:

x(t) =

式中x(0)是外部干扰引起的初始状态。系统的稳态响应和瞬态响应特性由矩阵A - B K的特征决定。如果矩阵K选取适当,则可使矩阵A - B K构成1个渐近稳定矩阵,并且对所有的x(0)≠0 ,当t趋于无穷时,都可使x(t)趋于0。称矩阵A - B K的特征值为调节器极点。如果这些调节器极点均位于s的左半平面内,则当t趋于无穷时, x(t)趋于0。将闭环极点配置到所期望的位置,称为极点配置问题。因而极点配置状态反馈控制器的设计最主要就是K值的计算。

1. **极点配置状态反馈控制器的设计**

一级倒立摆系统是一个不稳定的系统。控制器的目的是使倒立摆系统动态稳定,即保持倒立摆在垂直的位置,使小车在外力作用下其位移以较小的误差跟随输入的变化。由于系统的动态响应主要是由他的极点位置决定的,同时容易证明一级倒立摆系统是一个能控而且能观的系统。因此本文通过极点配置状态反馈控制器来使系统保持稳定。

状态反馈控制方程为：f = -Kx = -，闭环系统的方程为：= Ax+Bf =（A-BK）x。选取所期望的闭环极点位置：μ1,μ2,μ3,μ4。

根据如下matlab程序可求得状态反馈增益K (假设小车的质量为3 kg ,摆杆的质量为0. 1 kg ,摆杆的长度为0. 5 m) ,程序如下:

M = 3 ；m = 0.1 ；l = 0.5；g =9.81；

A21 = (M + m) / M/ l\*g；

A41 = - m/ M\*g ；

B21 = - 1/ M/ l ；

B41 = 1/ M ；

A = [ 0 1 0 0 ；A21 0 0 0 ；0 0 0 1 ；A41 0 0 0 ] ；

B = [ 0 ；B21 ；0 ；B41 ] ；

C = [ 1 0 0 0 ；0 1 0 0 ；0 0 1 0 ；0 0 0 1 ] ；

D = 0 ；

M = [B A\*B A^2\*B A^3\*B ] ；

J = [u1 0 0 0 ；0 u2 0 0 ；0 0 u3 0 ；0 0 0 u4] ；

jj = poly (J )；

Phi = polyvalm (poly (J ) ,A) ；

K = [ 0 0 0 1 ]\*(inv (M) )\* Phi ；

求得:

A = [ 0 1 0 0 ；20.4048 0 0 0 ；0 0 0 1 ； - 0.3924 0 0 0 ]

B= [ 0 ； - 0.6667 ；0 ；0.3333]

C = [ 1 0 0 0 ；0 1 0 0 ；0 0 1 0 ；0 0 0 1 ]

D = 0

1. **MATLAB仿真**

MATLAB软件是目前国际上最流行、应用最广泛的科学与工程计算软件,具有高级的数学分析和运算能力,可以如上编写MATLAB程序计算倒立摆系统的状态反馈增益K ;同时还具有强大的动态系统的分析和仿真能力。以下是用MATLAB软件中Simulink工具箱来设计仿真一级倒立摆系统。

应用MATLAB中的Simulink设计用极点配置控制的一级倒立摆系统的仿真模型如图3所示。图中State - Space模块填入了上面程序计算所得的A , B , C , D值。然后用1个Bus Selecto r输出转角、角速度、位移和速度4个量,之后用4个Gain(分别输出参数K ( 1) K ( 2) K ( 3) K ( 4) )和1个Sum构成状态反馈,同时用示波器输出转角、角速度、位移和速度4个量。输出结果如图4所示。

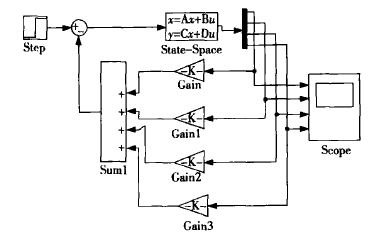


图3 用极点配置控制的一级倒立摆系统的仿真模型

上述状态反馈可以使处于任意初始状态的系统稳定在平衡状态,即所有的状态变量都可以稳定在零状态。这就意味着即使在初始状态或因存在外界干扰时,摆杆稍有倾斜或小车偏离基准位置导轨中心,依靠该状态反馈控制也可以使摆杆垂直竖立,并使小车保持在基准位置。相对平衡状态的偏移,得到迅速修正的程度要依赖于指定的特征根的位置。

一般来说,将指定的特征根配置在原点的左侧,离原点越远,控制动作就越迅速,但相应地需要更大的控制力和快速的灵敏度。

图4a和图4b分别是配置极点为: u1 = - 2 - j2 , u2 = - 2 + j2 , u3 = - 10 , u4 = - 10和u1 = - 1- j , u2 = - 1 + j , u3 = - 10 , v4 = - 10 (其中u1 ,u2是主导闭环极点)一级倒立摆系统的仿真结果图:

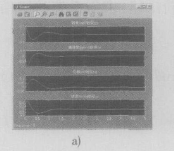


图4a

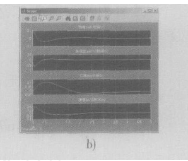


图4b

从图4a和图4b比较可知,配置极点离原点越远,虽然需要相对大的控制力,但是系统达到稳定的时间越短,即控制动作就越迅速,灵敏度高。

比较两图可知,配置极点为: u1 = - 2 - j2 ,u2 = - 2 + j2 , u3 = - 10 , u4 = - 10的仿真图,倒立摆系统的动静态性能较好。系统大约在2 s内即可达到稳定,过渡过程时间较短,超调量也不大,各控制量的大小都比较合理。

1. **总结**

本文以倒立摆为研究对象,讨论了将极点配置在期望的区域内的状态反馈控制方法。从仿真结果可以看出,该方法可以保证系统具有一定的动态和稳态性能,不仅满足闭环系统的内部动态特性要求,也兼顾了抑制外部扰动对系统的影响。由此可知,极点配置控制方法可以实现摆杆的倒立平衡控制。从本文的研究结果还可看出,倒立摆系统是研究各种控制理论的一个理想实验装置。

**[参考文献]**

[ 1 ]曾志新,邹海明,李伟光,等.倒立摆的建模及MATLAB仿真[ J ].新技术新工艺, 2005, 10: 16218.

[ 2 ]陶文华.单级旋转倒立摆的控制方法研究[ C ]. Proceedings of the 25 st Chinese Control Conference, 2006, 8: 6162619.