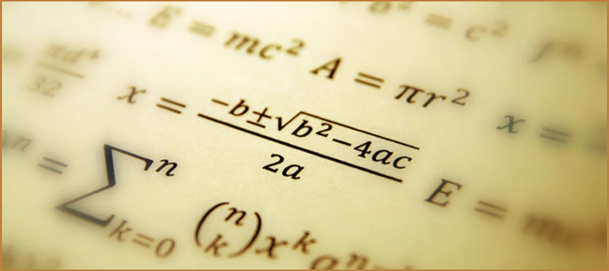

Ecuaciones Cuadráticas

Prof. Luis Diego Aguilar S.
Colegio Salesiano Don Bosco

Noveno Año

2016

Definición (I)

Una **ecuación cuadrática o de segundo grado** *con coeficientes reales es una ecuación que, simplificada al máximo, se obtiene la forma canónica* $ax^2 + bx + c = 0$ *con* $a \neq 0$, *y* $a, b, c \in \mathbb{R}$. *Además se define el número real* Δ, *llamado* **discriminante**, *tal que*

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

Definición (I)

Una **ecuación cuadrática o de segundo grado** *con coeficientes reales es una ecuación que, simplificada al máximo, se obtiene la forma canónica* $ax^2 + bx + c = 0$ *con* $a \neq 0$, *y* $a, b, c \in \mathbb{R}$. *Además se define el número real* Δ, *llamado* **discriminante**, *tal que*

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

Ejemplos de ecuaciones cuadráticas:

Definición (I)

Una **ecuación cuadrática o de segundo grado** *con coeficientes reales es una ecuación que, simplificada al máximo, se obtiene la forma canónica* $ax^2 + bx + c = 0$ *con* $a \neq 0$, *y* $a, b, c \in \mathbb{R}$. *Además se define el número real* Δ, *llamado* **discriminante**, *tal que*

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

Ejemplos de ecuaciones cuadráticas:

1. $\mathbf{x^2 - 2x + 1 = 0}$

Definición (I)

Una **ecuación cuadrática o de segundo grado** *con coeficientes reales es una ecuación que, simplificada al máximo, se obtiene la forma canónica* $ax^2 + bx + c = 0$ *con* $a \neq 0$, *y* $a, b, c \in \mathbb{R}$. *Además se define el número real* Δ, *llamado* **discriminante**, *tal que*

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

Ejemplos de ecuaciones cuadráticas:

1. $\mathbf{x^2 - 2x + 1 = 0}$
2. $\mathbf{7x^2 - 5x + 8 = 0}$

Definición (I)

Una **ecuación cuadrática o de segundo grado** *con coeficientes reales es una ecuación que, simplificada al máximo, se obtiene la forma canónica* $ax^2 + bx + c = 0$ *con* $a \neq 0$, *y* $a, b, c \in \mathbb{R}$. *Además se define el número real* Δ, *llamado* **discriminante**, *tal que*

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

Ejemplos de ecuaciones cuadráticas:

1. $\mathbf{x^2 - 2x + 1 = 0}$
2. $\mathbf{7x^2 - 5x + 8 = 0}$
3. $\mathbf{15x^2 + 3x = 0}$

Definición (I)

Una **ecuación cuadrática o de segundo grado** *con coeficientes reales es una ecuación que, simplificada al máximo, se obtiene la forma canónica* $ax^2 + bx + c = 0$ *con* $a \neq 0$, *y* $a, b, c \in \mathbb{R}$. *Además se define el número real* Δ, *llamado* **discriminante**, *tal que*

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

Ejemplos de ecuaciones cuadráticas:

1. $\boldsymbol{x^2 - 2x + 1 = 0}$
2. $\boldsymbol{7x^2 - 5x + 8 = 0}$
3. $\boldsymbol{15x^2 + 3x = 0}$
4. $\boldsymbol{4x^2 - 20 = 0}$

Definición (I)

Una **ecuación cuadrática o de segundo grado** *con coeficientes reales es una ecuación que, simplificada al máximo, se obtiene la forma canónica* $ax^2 + bx + c = 0$ *con* $a \neq 0$*, y* $a, b, c \in \mathbb{R}$*. Además se define el número real* Δ*, llamado* **discriminante***, tal que*

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

Ejemplos de ecuaciones cuadráticas:

1. $\boldsymbol{x^2 - 2x + 1 = 0}$
2. $\boldsymbol{7x^2 - 5x + 8 = 0}$
3. $\boldsymbol{15x^2 + 3x = 0}$
4. $\boldsymbol{4x^2 - 20 = 0}$
5. $\boldsymbol{x^2 + 16 = 0}$

Ecuaciones Cuadráticas
Incompletas.

Definición (II)

Ecuaciones Cuadráticas Incompletas *son ecuaciones de la forma* $ax^2 + c = 0$ *que carecen del término lineal, de coeficiente* b*, o de la forma* $ax^2 + bx = 0$ *que carecen del término independiente* c*.*

Definición (II)

Ecuaciones Cuadráticas Incompletas *son ecuaciones de la forma* $ax^2 + c = 0$ *que carecen del término lineal, de coeficiente* b*, o de la forma* $ax^2 + bx = 0$ *que carecen del término independiente* c*.*

En las ecuaciones del ejemplo anterior, se tiene:

Definición (II)

Ecuaciones Cuadráticas Incompletas *son ecuaciones de la forma* $ax^2 + c = 0$ *que carecen del término lineal, de coeficiente* b*, o de la forma* $ax^2 + bx = 0$ *que carecen del término independiente* c*.*

En las ecuaciones del ejemplo anterior, se tiene:

1. $\boldsymbol{x^2 - 2x + 1 = 0}$ Ecuación completa, trinomio mónico.

Definición (II)

Ecuaciones Cuadráticas Incompletas *son ecuaciones de la forma* $ax^2 + c = 0$ *que carecen del término lineal, de coeficiente* b, *o de la forma* $ax^2 + bx = 0$ *que carecen del término independiente* c.

En las ecuaciones del ejemplo anterior, se tiene:

1. $\boldsymbol{x^2 - 2x + 1 = 0}$ Ecuación completa, trinomio mónico.
2. $\boldsymbol{7x^2 - 5x + 8 = 0}$ Ecuación completa, trinomio no mónico.

Definición (II)

Ecuaciones Cuadráticas Incompletas *son ecuaciones de la forma* $ax^2 + c = 0$ *que carecen del término lineal, de coeficiente* b, *o de la forma* $ax^2 + bx = 0$ *que carecen del término independiente* c.

En las ecuaciones del ejemplo anterior, se tiene:

1. $\boldsymbol{x^2 - 2x + 1 = 0}$ Ecuación completa, trinomio mónico.
2. $\boldsymbol{7x^2 - 5x + 8 = 0}$ Ecuación completa, trinomio no mónico.
3. $\boldsymbol{15x^2 + 3x = 0}$ Ecuación incompleta tipo $c = 0$.

Definición (II)

Ecuaciones Cuadráticas Incompletas *son ecuaciones de la forma* $ax^2 + c = 0$ *que carecen del término lineal, de coeficiente* b, *o de la forma* $ax^2 + bx = 0$ *que carecen del término independiente* c.

En las ecuaciones del ejemplo anterior, se tiene:

1. $\boldsymbol{x^2 - 2x + 1 = 0}$ Ecuación completa, trinomio mónico.
2. $\boldsymbol{7x^2 - 5x + 8 = 0}$ Ecuación completa, trinomio no mónico.
3. $\boldsymbol{15x^2 + 3x = 0}$ Ecuación incompleta tipo $c = 0$.
4. $\boldsymbol{4x^2 - 20 = 0}$ Ecuación incompleta tipo $b = 0$.

Definición (II)

Ecuaciones Cuadráticas Incompletas *son ecuaciones de la forma* $ax^2 + c = 0$ *que carecen del término lineal, de coeficiente* b, *o de la forma* $ax^2 + bx = 0$ *que carecen del término independiente* c.

En las ecuaciones del ejemplo anterior, se tiene:

1. $\boldsymbol{x^2 - 2x + 1 = 0}$ Ecuación completa, trinomio mónico.
2. $\boldsymbol{7x^2 - 5x + 8 = 0}$ Ecuación completa, trinomio no mónico.
3. $\boldsymbol{15x^2 + 3x = 0}$ Ecuación incompleta tipo $c = 0$.
4. $\boldsymbol{4x^2 - 20 = 0}$ Ecuación incompleta tipo $b = 0$.
5. $\boldsymbol{x^2 + 16 = 0}$ Ecuación incompleta* tipo $b = 0$.

Definición (III)

Raíz o solución de una ecuación cuadrática. *Un número real* r *es una raíz o una solución de la ecuación cuadrática* $ax^2 + bx + c = 0$*, sí y solo sí, al sustituir* x *por* r*, se cumple la igualdad. Es decir:* $a \cdot r^2 + b \cdot r + c = 0$

Definición (IV)

El Conjunto Solución *de una ecuación cuadrática, es el conjunto que contiene las raíces que satisfacen la ecuación. Se denota con* S.

Definición (IV)

El Conjunto Solución *de una ecuación cuadrática, es el conjunto que contiene las raíces que satisfacen la ecuación. Se denota con* S.

1. Cuando una ecuación cuadrática tiene soluciones reales x_1 y x_2 se escribe $S = \{x_1, x_2\}$.

Definición (IV)

El Conjunto Solución *de una ecuación cuadrática, es el conjunto que contiene las raíces que satisfacen la ecuación. Se denota con* S.

1. Cuando una ecuación cuadrática tiene soluciones reales x_1 y x_2 se escribe $S = \{x_1, x_2\}$.
2. Cuando una ecuación cuadrática no tiene soluciones reales se escribe $S = \emptyset$, o bien $S = \{\ \}$.

Definición (V)

Resolver una ecuación cuadrática *significa, hallar todas las raíces (soluciones o ceros) de la ecuación cuadrática. Se pueden presentar tres situaciones que dependen del valor del* Δ*:*

Definición (V)

Resolver una ecuación cuadrática *significa, hallar todas las raíces (soluciones o ceros) de la ecuación cuadrática. Se pueden presentar tres situaciones que dependen del valor del* Δ*:*

1. $\Delta < 0 \Rightarrow$ No tiene soluciones en $\mathbb{R}$, es decir $S = \{\,\}$.

Definición (V)

Resolver una ecuación cuadrática *significa, hallar todas las raíces (soluciones o ceros) de la ecuación cuadrática. Se pueden presentar tres situaciones que dependen del valor del* Δ*:*

1. $\Delta < 0 \Rightarrow$ No tiene soluciones en $\mathbb{R}$, es decir $S = \{\,\}$.
2. $\Delta = 0 \Rightarrow$ Tiene una solución real.

Definición (V)

Resolver una ecuación cuadrática *significa, hallar todas las raíces (soluciones o ceros) de la ecuación cuadrática. Se pueden presentar tres situaciones que dependen del valor del* Δ*:*

1. $\Delta < 0 \Rightarrow$ No tiene soluciones en $\mathbb{R}$, es decir $S = \{\,\}$.
2. $\Delta = 0 \Rightarrow$ Tiene una solución real.
3. $\Delta > 0 \Rightarrow$ Tiene dos soluciones reales.

Ecuaciones Cuadráticas
Métodos de Resolución.

Existen varios métodos para resolver ecuaciones cuadráticas. A continuación se ejemplifican los más comunes.

Existen varios métodos para resolver ecuaciones cuadráticas. A continuación se ejemplifican los más comunes.

a) **Factorización.** Se utiliza cuando una ecuación completa o incompleta se puede factorizar en dos binomios o un monomio y un binomio, de manera simple.

Existen varios métodos para resolver ecuaciones cuadráticas. A continuación se ejemplifican los más comunes.

a) **Factorización.** Se utiliza cuando una ecuación completa o incompleta se puede factorizar en dos binomios o un monomio y un binomio, de manera simple.

b) **Completando el cuadrado de un trinomio.** Se utiliza el algoritmo de completar cuadrados para expresar un trinomio $x^2 \pm px + q$ como $(x \pm h)^2 \pm k$. Se puede aplicar tanto a trinomios mónicos como a no mónicos, así como a los casos donde $c = 0$.

Existen varios métodos para resolver ecuaciones cuadráticas. A continuación se ejemplifican los más comunes.

a) **Factorización.** Se utiliza cuando una ecuación completa o incompleta se puede factorizar en dos binomios o un monomio y un binomio, de manera simple.
b) **Completando el cuadrado de un trinomio.** Se utiliza el algoritmo de completar cuadrados para expresar un trinomio $x^2 \pm px + q$ como $(x \pm h)^2 \pm k$. Se puede aplicar tanto a trinomios mónicos como a no mónicos, así como a los casos donde $c = 0$.
c) **Fórmula General.** Se hace uso de la fórmula

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Ejemplo 1

Encontrar el conjunto solución de la ecuación $x^2 + 2x - 63 = 0$.

Ejemplo 1

Encontrar el conjunto solución de la ecuación $x^2 + 2x - 63 = 0$.

Solución

Como es un trinomio mónico, no Cuadrado Perfecto, se puede factorizar mediante Inspección. En este caso, las soluciones serán **siempre** dos números reales diferentes.

Ejemplo 1

Encontrar el conjunto solución de la ecuación $x^2 + 2x - 63 = 0$.

Solución

Como es un trinomio mónico, no Cuadrado Perfecto, se puede factorizar mediante Inspección. En este caso, las soluciones serán **siempre** dos números reales diferentes.

Procedimiento

Ejemplo 1

Encontrar el conjunto solución de la ecuación $x^2 + 2x - 63 = 0$.

Solución

Como es un trinomio mónico, no Cuadrado Perfecto, se puede factorizar mediante Inspección. En este caso, las soluciones serán **siempre** dos números reales diferentes.

Procedimiento

$$x^2 + 2x - 63 = 0$$

Ejemplo 1

Encontrar el conjunto solución de la ecuación $x^2 + 2x - 63 = 0$.

Solución

Como es un trinomio mónico, no Cuadrado Perfecto, se puede factorizar mediante Inspección. En este caso, las soluciones serán **siempre** dos números reales diferentes.

Procedimiento

$$x^2 + 2x - 63 = 0$$
$$\Rightarrow (x-7)(x+9) = 0$$

Ejemplo 1

Encontrar el conjunto solución de la ecuación $x^2 + 2x - 63 = 0$.

Solución

Como es un trinomio mónico, no Cuadrado Perfecto, se puede factorizar mediante Inspección. En este caso, las soluciones serán **siempre** dos números reales diferentes.

Procedimiento

$$x^2 + 2x - 63 = 0$$

$$\Rightarrow (x-7)(x+9) = 0$$

$$x - 7 = 0 \;\wedge\; x + 9 = 0$$

Ejemplo 1

Encontrar el conjunto solución de la ecuación $x^2 + 2x - 63 = 0$.

Solución

Como es un trinomio mónico, <u>no Cuadrado Perfecto</u>, se puede factorizar mediante <u>Inspección</u>. En este caso, las soluciones serán **siempre** dos números reales diferentes.

Procedimiento

$$x^2 + 2x - 63 = 0$$

$$\Rightarrow (x-7)(x+9) = 0$$

$$x - 7 = 0 \ \wedge \ x + 9 = 0$$

$$x_1 = 7 \ \wedge \ x_2 = -9$$

Ejemplo 1

Encontrar el conjunto solución de la ecuación $x^2 + 2x - 63 = 0$.

Solución

Como es un trinomio mónico, no Cuadrado Perfecto, se puede factorizar mediante Inspección. En este caso, las soluciones serán **siempre** dos números reales diferentes.

Procedimiento

$$x^2 + 2x - 63 = 0$$
$$\Rightarrow (x-7)(x+9) = 0$$
$$x - 7 = 0 \ \wedge \ x + 9 = 0$$
$$x_1 = 7 \ \wedge \ x_2 = -9$$
$$\therefore \boldsymbol{S = \{-9, 7\}}$$

Ejemplo 2

Resolver la ecuación $x^2 = 5x$

Ejemplo 2

Resolver la ecuación $x^2 = 5x$

Solución

Como $c = 0$, en este caso se iguala a 0 para luego factorizar mediante Factor Común. Acá, una de las soluciones será **siempre** $x = 0$.

Ejemplo 2

Resolver la ecuación $x^2 = 5x$

Solución

Como $c = 0$, en este caso se iguala a 0 para luego factorizar mediante Factor Común. Acá, una de las soluciones será **siempre** $x = 0$.

Procedimiento

Ejemplo 2

Resolver la ecuación $x^2 = 5x$

Solución

Como $c = 0$, en este caso se iguala a 0 para luego factorizar mediante Factor Común. Acá, una de las soluciones será **siempre** $x = 0$.

Procedimiento

$$x^2 = 5x$$

Ejemplo 2

Resolver la ecuación $x^2 = 5x$

Solución

Como $c = 0$, en este caso se iguala a 0 para luego factorizar mediante Factor Común. Acá, una de las soluciones será **siempre** $x = 0$.

Procedimiento

$$x^2 = 5x$$

$$x^2 - 5x = 0$$

Ejemplo 2

Resolver la ecuación $x^2 = 5x$

Solución

Como $c = 0$, en este caso se iguala a 0 para luego factorizar mediante Factor Común. Acá, una de las soluciones será **siempre** $x = 0$.

Procedimiento

$$x^2 = 5x$$

$$x^2 - 5x = 0$$

$$x(x - 5) = 0$$

Ejemplo 2

Resolver la ecuación $x^2 = 5x$

Solución

Como $c = 0$, en este caso se iguala a 0 para luego factorizar mediante Factor Común. Acá, una de las soluciones será **siempre** $x = 0$.

Procedimiento

$$x^2 = 5x$$

$$x^2 - 5x = 0$$

$$x(x - 5) = 0$$

$$x_1 = 0 \ \wedge \ x - 5 = 0$$

Ejemplo 2

Resolver la ecuación $x^2 = 5x$

Solución

Como $c = 0$, en este caso se iguala a 0 para luego factorizar mediante Factor Común. Acá, una de las soluciones será **siempre** $x = 0$.

Procedimiento

$$x^2 = 5x$$
$$x^2 - 5x = 0$$
$$x(x-5) = 0$$
$$x_1 = 0 \ \wedge \ x - 5 = 0$$
$$\Rightarrow x_2 = 5$$

Ejemplo 2

Resolver la ecuación $x^2 = 5x$

Solución

Como $c = 0$, en este caso se iguala a 0 para luego factorizar mediante Factor Común. Acá, una de las soluciones será **siempre** $x = 0$.

Procedimiento

$$x^2 = 5x$$

$$x^2 - 5x = 0$$

$$x(x-5) = 0$$

$$x_1 = 0 \ \wedge \ x - 5 = 0$$

$$\Rightarrow x_2 = 5$$

$$\therefore \boldsymbol{S = \{0, 5\}}$$

Ejemplo 3

Resolver la ecuación

$$2x^2 - 242 = 0.$$

Ejemplo 3

Resolver la ecuación
$$2x^2 - 242 = 0.$$

Solución

Note que en este caso $b = 0$, entonces podemos despejar x o factorizar mediante la diferencia de cuadrados (resuélvalo como ejercicio). Acá, ambas soluciones serán **siempre** dos números reales opuestos entre sí.

Ejemplo 3

Resolver la ecuación
$$2x^2 - 242 = 0.$$

Solución

Note que en este caso $b = 0$, entonces podemos despejar x o factorizar mediante la diferencia de cuadrados (resuélvalo como ejercicio). Acá, ambas soluciones serán **siempre** dos números reales opuestos entre sí.

Procedimiento

Ejemplo 3

Resolver la ecuación
$2x^2 - 242 = 0.$

Solución

Note que en este caso $b = 0$, entonces podemos despejar x o factorizar mediante la diferencia de cuadrados (resuélvalo como ejercicio). Acá, ambas soluciones serán **siempre** dos números reales opuestos entre sí.

Procedimiento

$$2x^2 - 242 = 0$$

Ejemplo 3

Resolver la ecuación
$2x^2 - 242 = 0.$

Solución

Note que en este caso $b = 0$, entonces podemos despejar x o factorizar mediante la diferencia de cuadrados (resuélvalo como ejercicio). Acá, ambas soluciones serán **siempre** dos números reales opuestos entre sí.

Procedimiento

$$2x^2 - 242 = 0$$
$$2x^2 = 242$$

Ejemplo 3

Resolver la ecuación
$2x^2 - 242 = 0.$

Solución

Note que en este caso $b = 0$, entonces podemos despejar x o factorizar mediante la diferencia de cuadrados (resuélvalo como ejercicio). Acá, ambas soluciones serán **siempre** dos números reales opuestos entre sí.

Procedimiento

$$2x^2 - 242 = 0$$
$$2x^2 = 242$$
$$x^2 = \frac{242}{2}$$

Ejemplo 3

Resolver la ecuación
$$2x^2 - 242 = 0.$$

Solución

Note que en este caso $b = 0$, entonces podemos despejar x o factorizar mediante la diferencia de cuadrados (resuélvalo como ejercicio). Acá, ambas soluciones serán **siempre** dos números reales opuestos entre sí.

Procedimiento

$$2x^2 - 242 = 0$$
$$2x^2 = 242$$
$$x^2 = \frac{242}{2}$$
$$x^2 = 121$$

Ejemplo 3

Resolver la ecuación
$2x^2 - 242 = 0.$

Solución

Note que en este caso $b = 0$, entonces podemos despejar x o factorizar mediante la diferencia de cuadrados (resuélvalo como ejercicio). Acá, ambas soluciones serán **siempre** dos números reales opuestos entre sí.

Procedimiento

$$2x^2 - 242 = 0$$
$$2x^2 = 242$$
$$x^2 = \frac{242}{2}$$
$$x^2 = 121$$
$$x = \pm\sqrt{121}$$

Ejemplo 3

Resolver la ecuación
$2x^2 - 242 = 0.$

Solución

Note que en este caso $b = 0$, entonces podemos despejar x o factorizar mediante la diferencia de cuadrados (resuélvalo como ejercicio). Acá, ambas soluciones serán **siempre** dos números reales opuestos entre sí.

Procedimiento

$$2x^2 - 242 = 0$$
$$2x^2 = 242$$
$$x^2 = \frac{242}{2}$$
$$x^2 = 121$$
$$x = \pm\sqrt{121}$$
$$x_1 = -11 \ \wedge \ x_2 = 11$$

Ejemplo 3

Resolver la ecuación
$2x^2 - 242 = 0.$

Solución

Note que en este caso $b = 0$, entonces podemos despejar x o factorizar mediante la diferencia de cuadrados (resuélvalo como ejercicio). Acá, ambas soluciones serán **siempre** dos números reales opuestos entre sí.

Procedimiento

$$2x^2 - 242 = 0$$
$$2x^2 = 242$$
$$x^2 = \frac{242}{2}$$
$$x^2 = 121$$
$$x = \pm\sqrt{121}$$
$$x_1 = -11 \;\wedge\; x_2 = 11$$
$$\therefore \boldsymbol{S = \{-11, 11\}}$$

Ejemplo 4

Resolver la ecuación

$$x^2 + 8x - 10 = 0$$

Ejemplo 4

Resolver la ecuación
$$x^2 + 8x - 10 = 0$$

Solución

Se toma el coeficiente $p = 8$, se divide entre 2 y se eleva al cuadrado, para obtener el término que se suma y se resta en la expresión. En este caso

Ejemplo 4

Resolver la ecuación
$$x^2 + 8x - 10 = 0$$

Solución

Se toma el coeficiente $p = 8$, se divide entre 2 y se eleva al cuadrado, para obtener el término que se suma y se resta en la expresión. En este caso

$$\left(\frac{8}{2}\right)^2 = 16$$

Procedimiento

Luego se completa el cuadrado y se despeja la variable x, así

Ejemplo 4

Resolver la ecuación

$$x^2 + 8x - 10 = 0$$

Solución

Se toma el coeficiente $p = 8$, se divide entre 2 y se eleva al cuadrado, para obtener el término que se suma y se resta en la expresión. En este caso

$$\left(\frac{8}{2}\right)^2 = 16$$

Procedimiento

Luego se completa el cuadrado y se despeja la variable x, así

$$(x^2 + 8x) - 10 = 0$$

Ejemplo 4

Resolver la ecuación

$$x^2 + 8x - 10 = 0$$

Solución

Se toma el coeficiente $p = 8$, se divide entre 2 y se eleva al cuadrado, para obtener el término que se suma y se resta en la expresión. En este caso

$$\left(\frac{8}{2}\right)^2 = 16$$

Procedimiento

Luego se completa el cuadrado y se despeja la variable x, así

$$(x^2 + 8x) - 10 = 0$$

$$(x^2 + 8x + 16) - 10 - 16 = 0$$

Ejemplo 4

Resolver la ecuación

$$x^2 + 8x - 10 = 0$$

Solución

Se toma el coeficiente $p = 8$, se divide entre 2 y se eleva al cuadrado, para obtener el término que se suma y se resta en la expresión. En este caso

$$\left(\frac{8}{2}\right)^2 = 16$$

Procedimiento

Luego se completa el cuadrado y se despeja la variable x, así

$$(x^2 + 8x) - 10 = 0$$

$$(x^2 + 8x + 16) - 10 - 16 = 0$$

$$(x + 4)^2 - 26 = 0$$

Ejemplo 4

Resolver la ecuación
$$x^2 + 8x - 10 = 0$$

Solución

Se toma el coeficiente $p = 8$, se divide entre 2 y se eleva al cuadrado, para obtener el término que se suma y se resta en la expresión. En este caso

$$\left(\frac{8}{2}\right)^2 = 16$$

Procedimiento

Luego se completa el cuadrado y se despeja la variable x, así

$$(x^2 + 8x) - 10 = 0$$
$$(x^2 + 8x + 16) - 10 - 16 = 0$$
$$(x + 4)^2 - 26 = 0$$
$$(x + 4)^2 = 26$$

Ejemplo 4

Resolver la ecuación
$x^2 + 8x - 10 = 0$

Solución

Se toma el coeficiente $p = 8$, se divide entre 2 y se eleva al cuadrado, para obtener el término que se suma y se resta en la expresión. En este caso

$$\left(\frac{8}{2}\right)^2 = 16$$

Procedimiento

Luego se completa el cuadrado y se despeja la variable x, así

$$(x^2 + 8x) - 10 = 0$$
$$(x^2 + 8x + 16) - 10 - 16 = 0$$
$$(x + 4)^2 - 26 = 0$$
$$(x + 4)^2 = 26$$
$$x + 4 = \pm\sqrt{26}$$

Ejemplo 4

Resolver la ecuación

$$x^2 + 8x - 10 = 0$$

Solución

Se toma el coeficiente $p = 8$, se divide entre 2 y se eleva al cuadrado, para obtener el término que se suma y se resta en la expresión. En este caso

$$\left(\frac{8}{2}\right)^2 = 16$$

Procedimiento

Luego se completa el cuadrado y se despeja la variable x, así

$$(x^2 + 8x) - 10 = 0$$
$$(x^2 + 8x + 16) - 10 - 16 = 0$$
$$(x + 4)^2 - 26 = 0$$
$$(x + 4)^2 = 26$$
$$x + 4 = \pm\sqrt{26}$$
$$x = -4 \pm \sqrt{26}$$

Ejemplo 4

Resolver la ecuación

$$x^2 + 8x - 10 = 0$$

Solución

Se toma el coeficiente $p = 8$, se divide entre 2 y se eleva al cuadrado, para obtener el término que se suma y se resta en la expresión. En este caso

$$\left(\frac{8}{2}\right)^2 = 16$$

Procedimiento

Luego se completa el cuadrado y se despeja la variable x, así

$$(x^2 + 8x) - 10 = 0$$
$$(x^2 + 8x + 16) - 10 - 16 = 0$$
$$(x + 4)^2 - 26 = 0$$
$$(x + 4)^2 = 26$$
$$x + 4 = \pm\sqrt{26}$$
$$x = -4 \pm \sqrt{26}$$

$$\therefore\ \boldsymbol{S = \{-4 - \sqrt{26}, -4 + \sqrt{26}\}}$$

Se hace uso de la conocida fórmula

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Donde se encuentra implícito el **Discriminante** y es útil para resolver cualquier Ecuación Cuadrática completa o incompleta.

(Consulte la Demostración de la Fórmula General)

Ejemplo 5

Resolver la ecuación
$$x^2 - 10x - 24 = 0$$

Ejemplo 5

Resolver la ecuación
$x^2 - 10x - 24 = 0$

Solución

Se identifican los valores
$a = 1, b = -10$ y $c = -24$.
Luego calcula el discriminante
$\Delta = (-10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot -24 = 100 + 96 = 196$, (que es un cuadrado perfecto). Luego se sustituyen los coeficientes y Δ en la fórmula general.

Ejemplo 5

Resolver la ecuación
$$x^2 - 10x - 24 = 0$$

Solución

Se identifican los valores $a = 1, b = -10$ y $c = -24$. Luego calcula el discriminante $\Delta = (-10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot -24 = 100 + 96 = 196$, (que es un cuadrado perfecto). Luego se sustituyen los coeficientes y Δ en la fórmula general.

Procedimiento

Ejemplo 5

Resolver la ecuación
$x^2 - 10x - 24 = 0$

Solución

Se identifican los valores $a = 1, b = -10$ y $c = -24$. Luego calcula el discriminante $\Delta = (-10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot -24 = 100 + 96 = 196$, (que es un cuadrado perfecto). Luego se sustituyen los coeficientes y Δ en la fórmula general.

Procedimiento

$$x = \frac{-(-10) \pm \sqrt{196}}{2 \cdot 1}$$

Ejemplo 5

Resolver la ecuación
$x^2 - 10x - 24 = 0$

Solución

Se identifican los valores $a = 1, b = -10$ y $c = -24$. Luego calcula el discriminante $\Delta = (-10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot -24 = 100 + 96 = 196$, (que es un cuadrado perfecto). Luego se sustituyen los coeficientes y Δ en la fórmula general.

Procedimiento

$$x = \frac{-(-10) \pm \sqrt{196}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{10 \pm 14}{2}$$

Ejemplo 5

Resolver la ecuación
$x^2 - 10x - 24 = 0$

Solución

Se identifican los valores $a = 1, b = -10$ y $c = -24$. Luego calcula el discriminante $\Delta = (-10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot -24 = 100 + 96 = 196$, (que es un cuadrado perfecto). Luego se sustituyen los coeficientes y Δ en la fórmula general.

Procedimiento

$$x = \frac{-(-10) \pm \sqrt{196}}{2 \cdot 1}$$
$$x = \frac{10 \pm 14}{2}$$
$$x_1 = \frac{10 + 14}{2} = \frac{24}{2} = 12$$

Ejemplo 5

Resolver la ecuación
$x^2 - 10x - 24 = 0$

Solución

Se identifican los valores $a = 1, b = -10$ y $c = -24$. Luego calcula el discriminante $\Delta = (-10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot -24 = 100 + 96 = 196$, (que es un cuadrado perfecto). Luego se sustituyen los coeficientes y Δ en la fórmula general.

Procedimiento

$$x = \frac{-(-10) \pm \sqrt{196}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{10 \pm 14}{2}$$

$$x_1 = \frac{10 + 14}{2} = \frac{24}{2} = 12$$

$$x_2 = \frac{10 - 14}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$

Ejemplo 5

Resolver la ecuación
$x^2 - 10x - 24 = 0$

Solución

Se identifican los valores $a = 1, b = -10$ y $c = -24$. Luego calcula el discriminante $\Delta = (-10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot -24 = 100 + 96 = 196$, (que es un cuadrado perfecto). Luego se sustituyen los coeficientes y Δ en la fórmula general.

Procedimiento

$$x = \frac{-(-10) \pm \sqrt{196}}{2 \cdot 1}$$
$$x = \frac{10 \pm 14}{2}$$
$$x_1 = \frac{10 + 14}{2} = \frac{24}{2} = 12$$
$$x_2 = \frac{10 - 14}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$

$\therefore \boldsymbol{S = \{-2, 12\}}$

Ejemplo 6

Resolver la ecuación

$$24x + 9 = -16x^2$$

Ejemplo 6

Resolver la ecuación
$24x + 9 = -16x^2$

Solución

Se busca la forma canónica trasponiendo el término $-16x^2$. $16x^2 + 24x + 9 = 0$. Se toman los valores $a = 16, b = 24$ y $c = 9$. Luego el discriminante $\Delta = 24^2 - 4 \cdot 16 \cdot 9$ $= 576 - 576 = 0$. Luego se sustituye en la fórmula general.

Ejemplo 6

Resolver la ecuación
$$24x + 9 = -16x^2$$

Solución

Se busca la forma canónica trasponiendo el término $-16x^2$. $16x^2 + 24x + 9 = 0$. Se toman los valores $a = 16, b = 24$ y $c = 9$. Luego el discriminante $\Delta = 24^2 - 4 \cdot 16 \cdot 9$ $= 576 - 576 = 0$. Luego se sustituye en la fórmula general.

Procedimiento

Como $\Delta = 0$ entonces la ecuación tiene una única solución

Ejemplo 6

Resolver la ecuación
$24x + 9 = -16x^2$

Solución

Se busca la forma canónica trasponiendo el término $-16x^2$. $16x^2 + 24x + 9 = 0$. Se toman los valores $a = 16, b = 24$ y $c = 9$. Luego el discriminante $\Delta = 24^2 - 4 \cdot 16 \cdot 9$ $= 576 - 576 = 0$. Luego se sustituye en la fórmula general.

Procedimiento

Como $\Delta = 0$ entonces la ecuación tiene una única solución

$$x = \frac{-24 \pm \sqrt{0}}{2 \cdot 16}$$

Ejemplo 6

Resolver la ecuación
$24x + 9 = -16x^2$

Solución

Se busca la forma canónica trasponiendo el término $-16x^2$. $16x^2 + 24x + 9 = 0$. Se toman los valores $a = 16, b = 24$ y $c = 9$. Luego el discriminante $\Delta = 24^2 - 4 \cdot 16 \cdot 9$ $= 576 - 576 = 0$. Luego se sustituye en la fórmula general.

Procedimiento

Como $\Delta = 0$ entonces la ecuación tiene una única solución

$$x = \frac{-24 \pm \sqrt{0}}{2 \cdot 16}$$

$$x_1 = x_2 = \frac{-24}{2 \cdot 16}$$

Ejemplo 6

Resolver la ecuación
$24x + 9 = -16x^2$

Solución

Se busca la forma canónica trasponiendo el término $-16x^2$. $16x^2 + 24x + 9 = 0$. Se toman los valores $a = 16, b = 24$ y $c = 9$. Luego el discriminante $\Delta = 24^2 - 4 \cdot 16 \cdot 9$ $= 576 - 576 = 0$. Luego se sustituye en la fórmula general.

Procedimiento

Como $\Delta = 0$ entonces la ecuación tiene una única solución

$$x = \frac{-24 \pm \sqrt{0}}{2 \cdot 16}$$

$$x_1 = x_2 = \frac{-24}{2 \cdot 16}$$

$$x_1 = x_2 = \frac{-24}{32} = -\frac{3}{4}$$

Ejemplo 6

Resolver la ecuación
$24x + 9 = -16x^2$

Solución

Se busca la forma canónica trasponiendo el término $-16x^2$. $16x^2 + 24x + 9 = 0$. Se toman los valores $a = 16, b = 24$ y $c = 9$. Luego el discriminante $\Delta = 24^2 - 4 \cdot 16 \cdot 9$ $= 576 - 576 = 0$. Luego se sustituye en la fórmula general.

Procedimiento

Como $\Delta = 0$ entonces la ecuación tiene una única solución

$$x = \frac{-24 \pm \sqrt{0}}{2 \cdot 16}$$

$$x_1 = x_2 = \frac{-24}{2 \cdot 16}$$

$$x_1 = x_2 = \frac{-24}{32} = -\frac{3}{4}$$

$$\therefore \boldsymbol{S} = \left\{ -\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{4}} \right\}$$

Ejemplo 7

Resolver la ecuación $x + 1 = \dfrac{1}{x}$

Ejemplo 7

Resolver la ecuación $x + 1 = \dfrac{1}{x}$

Solución

Se busca llegar a la forma canónica $x(x+1) = 1$ $\Rightarrow x^2 + x - 1 = 0$. Se toman los valores $a = 1, b = 1$ y $c = -1$. Luego el discriminante $\Delta = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot -1 = 1 + 4 = 5$. Luego se aplica la fórmula general.

Ejemplo 7

Resolver la ecuación $x + 1 = \dfrac{1}{x}$

Solución

Se busca llegar a la forma canónica $x(x+1) = 1$ $\Rightarrow x^2 + x - 1 = 0$. Se toman los valores $a = 1, b = 1$ y $c = -1$. Luego el discriminante $\Delta = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot -1 = 1 + 4 = 5$. Luego se aplica la fórmula general.

Procedimiento

Ejemplo 7

Resolver la ecuación $x + 1 = \frac{1}{x}$

Solución

Se busca llegar a la forma canónica $x(x+1) = 1$ $\Rightarrow x^2 + x - 1 = 0$. Se toman los valores $a = 1, b = 1$ y $c = -1$. Luego el discriminante $\Delta = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot -1 = 1 + 4 = 5$. Luego se aplica la fórmula general.

Procedimiento

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2 \cdot 1}$$

Ejemplo 7

Resolver la ecuación $x + 1 = \frac{1}{x}$

Solución

Se busca llegar a la forma canónica $x(x+1) = 1$ $\Rightarrow x^2 + x - 1 = 0$. Se toman los valores $a = 1, b = 1$ y $c = -1$. Luego el discriminante $\Delta = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot -1 = 1 + 4 = 5$. Luego se aplica la fórmula general.

Procedimiento

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

Ejemplo 7

Resolver la ecuación $x + 1 = \frac{1}{x}$

Solución

Se busca llegar a la forma canónica $x(x+1) = 1$ $\Rightarrow x^2 + x - 1 = 0$. Se toman los valores $a = 1, b = 1$ y $c = -1$. Luego el discriminante $\Delta = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot -1 = 1 + 4 = 5$. Luego se aplica la fórmula general.

Procedimiento

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$x_1 = \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \wedge x_2 = \frac{-1-\sqrt{5}}{2}$$

Ejemplo 7

Resolver la ecuación $x+1=\dfrac{1}{x}$

Solución

Se busca llegar a la forma canónica $x(x+1)=1$ $\Rightarrow x^2+x-1=0$. Se toman los valores $a=1, b=1$ y $c=-1$. Luego el discriminante $\Delta=1^2-4\cdot 1\cdot -1=1+4=5$. Luego se aplica la fórmula general.

Procedimiento

$$x=\frac{-1\pm\sqrt{5}}{2\cdot 1}$$

$$x=\frac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$$

$$x_1=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}\wedge x_2=\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$$

$$\therefore \boldsymbol{S}=\left\{\frac{-1-\sqrt{5}}{2},\frac{-1+\sqrt{5}}{2}\right\}$$

Ejemplo 7

Resolver la ecuación $x+1=\frac{1}{x}$

Solución

Se busca llegar a la forma canónica $x(x+1)=1$ $\Rightarrow x^2+x-1=0$. Se toman los valores $a=1, b=1$ y $c=-1$. Luego el discriminante $\Delta=1^2-4\cdot 1\cdot -1=1+4=5$. Luego se aplica la fórmula general.

Procedimiento

$$x=\frac{-1\pm\sqrt{5}}{2\cdot 1}$$

$$x=\frac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$$

$$x_1=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}\wedge x_2=\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$$

$$\therefore \boldsymbol{S}=\left\{\frac{-1-\sqrt{5}}{2},\frac{-1+\sqrt{5}}{2}\right\}$$

Los cuales son llamados **números de oro.**

Notas Importantes

Al resolver una ecuación cuadrática completa o incompleta, se puede escoger el método que más convenga según sea el caso. Además:

Notas Importantes

Al resolver una ecuación cuadrática completa o incompleta, se puede escoger el método que más convenga según sea el caso. Además:

1. Es recomendable reducir la ecuación a su forma canónica $ax^2 + bx + c = 0$ y escoger luego el método de resolución.

Notas Importantes

Al resolver una ecuación cuadrática completa o incompleta, se puede escoger el método que más convenga según sea el caso. Además:

1. Es recomendable reducir la ecuación a su forma canónica $ax^2 + bx + c = 0$ y escoger luego el método de resolución.
2. Calcule primero el discriminante, para cerciorarse que la ecuación tenga solución.

Notas Importantes

Al resolver una ecuación cuadrática completa o incompleta, se puede escoger el método que más convenga según sea el caso. Además:

1. Es recomendable reducir la ecuación a su forma canónica $ax^2 + bx + c = 0$ y escoger luego el método de resolución.
2. Calcule primero el discriminante, para cerciorarse que la ecuación tenga solución.
3. Las ecuaciones incompletas con $b = 0$ o $c = 0$ son fácilmente resolubles mediante factorización.

Notas Importantes

Al resolver una ecuación cuadrática completa o incompleta, se puede escoger el método que más convenga según sea el caso. Además:

1. Es recomendable reducir la ecuación a su forma canónica $ax^2 + bx + c = 0$ y escoger luego el método de resolución.
2. Calcule primero el discriminante, para cerciorarse que la ecuación tenga solución.
3. Las ecuaciones incompletas con $b = 0$ o $c = 0$ son fácilmente resolubles mediante factorización.
4. Es conveniente dejar el término principal positivo.

Práctica
Ecuaciones Cuadráticas.

Encuentre el **Conjunto Solución** de las siguientes ecuaciones:

1. $x^2 = 169$ — $\boldsymbol{R/}\ S = \{-13, 13\}$
2. $4x^2 - 9 = 0$ — $\boldsymbol{R/}\ S = \{-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\}$
3. $x^2 - x - 6 = 0$ — $\boldsymbol{R/}\ S = \{-2, 3\}$
4. $5x^2 + 12x - 9 = 0$ — $\boldsymbol{R/}\ S = \{-3, \frac{3}{5}\}$
5. $2x^2 = -7x$ — $\boldsymbol{R/}\ S = \{-\frac{7}{2}, 0\}$
6. $49x^2 + 81 = 0$ — $\boldsymbol{R/}\ S = \emptyset$
7. $x^2 - 6 = 0$ — $\boldsymbol{R/}\ S = \{-\sqrt{6}, \sqrt{6}\}$
8. $-x^2 = 72 - x$ — $\boldsymbol{R/}\ S = \{-8, 9\}$
9. $x(x + 11) = -24$ — $\boldsymbol{R/}\ S = \{-8, -3\}$
10. $4x^2 + 4x - 3 = 0$ — $\boldsymbol{R/}\ S = \{-\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\}$

Práctica
Ecuaciones Cuadráticas.

Encuentre el **Conjunto Solución** de las siguientes ecuaciones:

11 $4x(x-6)=9$ — $\boldsymbol{R/}\ S=\left\{\frac{6-3\sqrt{5}}{2},\frac{6+3\sqrt{5}}{2}\right\}$

12 $x(x+3)=5x+3$ — $\boldsymbol{R/}\ S=\{-1,3\}$

13 $3x^2=12-5x$ — $\boldsymbol{R/}\ S=\{-3,\frac{4}{3}\}$

14 $2(x^2+2)=-x$ — $\boldsymbol{R/}\ S=\emptyset$

15 $x(x-1)-5(x-2)=2$ — $\boldsymbol{R/}\ S=\{2,4\}$

16 $(5x-2)^2-(3x+1)^2=x^2+60$ — $\boldsymbol{R/}\ S=\{-\frac{19}{15},3\}$

17 $(x-1)(x+3)=(4x-1)(2x+3)$ — $\boldsymbol{R/}\ S=\{-\frac{8}{7},0\}$

18 $3(x+2)(x-2)=(x-4)^2+8x$ — $\boldsymbol{R/}\ S=\{-\sqrt{14},\sqrt{14}\}$

19 $(2x-1)^2=\frac{25}{9}$ — $\boldsymbol{R/}\ S=\{-\frac{1}{3},\frac{4}{3}\}$

20 $2x^2=4-\frac{x(x+3)}{2}$ — $\boldsymbol{R/}\ S=\{-\frac{8}{5},1\}$