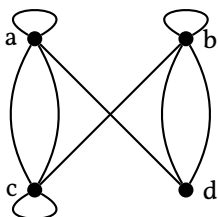


离散数学（2023）作业 22 - 图的连通性

离散数学教学组

Problem 1

用邻接矩阵表示左侧的图；并画出右侧邻接矩阵表示的有向图。



$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

Problem 2

具有 2, 3, 4 个顶点的非同构的简单图分别有多少个？

Problem 3

具有 4 个顶点的非同构简单图中，有多少个

1. 包含 C_3 ?
2. 无孤立点?
3. 是二部图?

Problem 4

G 的围长是指 G 中最短回路的长；若 G 没有回路，则定义 G 的围长为无穷大。证明：围长为 4 的 k -正则图至少有 $2k$ 个顶点，且恰有 $2k$ 个顶点的这样的图（在同构意义下）只有一个。

Problem 5

证明：简单图 G 是二部图，当且仅当 G 没有包含奇数条边的简单回路。

Problem 6

证明： $\kappa(G) = 1$ 的 r -正则图 G ，若 $r > 1$ ，总满足 $\lambda(G) \leq \frac{r}{2}$ 。

Problem 7

证明： G 是 2-边连通图当且仅当 G 中任意两个顶点之间至少有两条不含公共边的通路。

「提示：证明过程中可使用 Whitney 定理，但需注意和本题的差异。」

Problem 8

证明：若 G 是 k -连通图，从 G 中任意删除 k 条边，最多得到 2 个连通分支。

Problem 9

证明：设 G 是一个简单图， k 是一个自然数，若 $\delta(G) \geq \frac{v+k-2}{2}$ ，则 G 是 k -连通的。

Problem 10

设图 G 顶点数为 n ，边数为 m ，试证明：若 $m > C_{n-1}^2$ ，则 G 为连通图。