

# 离散数学（2023）作业 I2 - 二元关系

离散数学教学组

## Problem 1

设集合  $A = \{a, b, c\}$ ，判断以下结论是否正确。

1.  $\emptyset \subseteq A \times A$
2.  $\{a, c\} \in A$
3.  $\{a, b\} \in A \times A$
4.  $(c, c) \in A \times A$

## Problem 2

设  $A, B$  为任意集合，证明：若  $A \times A = B \times B$ ，则  $A = B$ 。

## Problem 3

证明  $A \times B \neq B \times A$  除非  $A = B$ ，其中  $A$  和  $B$  均为非空集合。

## Problem 4

设  $R$  是从集合  $A$  到集合  $B$  的关系，从集合  $B$  到集合  $A$  的逆关系 (记作  $R^{-1}$ ) 是有序对集合  $\{(b, a) \mid (a, b) \in R\}$ ；而补关系  $\bar{R}$  是有序对集合  $\{(a, b) \mid (a, b) \notin R, a \in A, b \in B\}$ 。若  $R$  是正整数集合上的关系： $R = \{(a, b) \mid a \text{ 整除 } b\}$ ，求：

1.  $R^{-1}$
2.  $\bar{R}$

## Problem 5

设

$$A = \{\langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 4 \rangle, \langle 3, 3 \rangle\}$$
$$B = \{\langle 1, 3 \rangle, \langle 2, 4 \rangle, \langle 4, 2 \rangle\}$$

求

1.  $A \cup B, A \cap B$
2.  $\text{dom } A, \text{dom } B, \text{dom } (A \cup B)$
3.  $\text{ran } A, \text{ran } B, \text{ran } (A \cap B)$
4.  $\text{fld } (A - B)$

## Problem 6

设  $R$  是关系  $\{(1, 2), (1, 3), (2, 3), (2, 4), (3, 1)\}$ ， $S$  是关系  $\{(2, 1), (3, 1), (3, 2), (4, 2)\}$ ，求  $S \circ R$ 。

---

## Problem 7

设  $R_1$  和  $R_2$  分别是整数集合上的“模 3 同余”和“模 4 同余”关系，即  $R_1 = \{(a, b) \mid a \equiv b(\text{mod} 3)\}$  和  $R_2 = \{(a, b) \mid a \equiv b(\text{mod} 4)\}$ 。求

1.  $R_1 \cup R_2$
2.  $R_1 \cap R_2$
3.  $R_1 - R_2$
4.  $R_2 - R_1$
5.  $R_1 \oplus R_2$

## Problem 8

问

1. 在集合  $\{a, b, c, d\}$  上有多少个不同的关系？
2. 在集合  $\{a, b, c, d\}$  上有多少个关系包含有序对  $(a, a)$ ？

## Problem 9

设  $R_1$  和  $R_2$  是  $A$  上的关系，试证明：

1.  $(R_1 \cup R_2)^{-1} = R_1^{-1} \cup R_2^{-1}$ .
2.  $(R_1 \cap R_2)^{-1} = R_1^{-1} \cap R_2^{-1}$ .

## Problem 10

设  $X = \{1, 2, 3, 4\}$ ， $R$  是  $X$  上的二元关系， $R = \{(1, 1), (3, 1), (1, 3), (3, 3), (3, 2), (4, 3), (4, 1), (4, 2), (1, 2)\}$ 。

1. 画出  $R$  的关系图；
2. 写出  $R$  的关系矩阵；
3. 说明  $R$  是否是自反、反自反、对称、传递的。