

## 数理逻辑（2024 春）作业 - 03

### I 证明（3 选 1）

1.  $\vdash (\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow ((\beta \rightarrow \gamma) \rightarrow (\alpha \rightarrow \gamma))$
2. Contraposition: 若  $\Gamma \cup \{\neg\alpha\} \vdash \neg\beta$ , 则  $\Gamma \cup \{\beta\} \vdash \alpha$
3. Double Negation Elimination:  $\{\neg\neg\alpha\} \vdash \alpha$

### 2 证明（3 选 2）

1. 若  $\Gamma$  是不一致的, 那么对任意 wff  $\alpha$  有  $\Gamma \vdash \alpha$
2. 若  $\Gamma \vdash \alpha$  且  $\neg\alpha \in \Gamma$ , 那么  $\Gamma$  是不一致的
3. 若  $\Gamma \cup \{\alpha\}$  与  $\Gamma \cup \{\neg\alpha\}$  均不一致, 那么  $\Gamma$  本身就不一致

### 3 证明定理 I.34

如果  $\Gamma$  是完备 (complete) 且一致 (consistent) 的, 那么:

1. 若  $\Gamma \vdash \alpha$ , 则  $\alpha \in \Gamma$
2.  $\alpha \rightarrow \beta \in \Gamma$  当且仅当要么  $\alpha \notin \Gamma$ , 要么  $\beta \in \Gamma$