
条件概率与独立性

一、作业 (提交时间: Sept. 25, 2023)

1. [18-1] 设 A 、 B 为两个随机事件, 若 $P(A) = 0.5$, $P(B) = 0.6$, $P(B|A) = 0.8$, 求 $P(AB)$ 及 $P(\bar{A}\bar{B})$.
2. [19-5] 某地一名研究人员在“夫妇看电视习惯”的研究中发现: 有 25% 的丈夫和 30% 的妻子定期收看周六晚播出的某个电视栏目. 研究还表明, 在一对夫妇中如果丈夫定期收看这一栏目, 则会有 80% 的妻子也会定期收看这一栏目. 现从该地随机抽一对夫妇, 求
 - (1) 这对夫妇中丈夫和妻子都收看该栏目的概率
 - (2) 这对夫妇中至少有一个人定期收看该栏目的概率
3. [19-6] 一袋中有 4 个白球和 6 个黑球, 依次不放回逐个取出, 直到 4 个白球都取出为止, 求恰好取了 6 次的概率.
4. [20-10] 抛掷 3 枚均匀的骰子, 已知掷出点数各不相同, 求至少有 1 个是 1 点的概率.
5. [23-20] 设 A 、 B 为两个随机事件, 且 $0 < P(A) < 1$, $0 < P(B) < 1$, $P(B|A) + P(\bar{B}|\bar{A}) = 1$, 证明事件 A 与 B 相互独立.

二、练习

1. [18-2] 设 A 、 B 为两个随机事件, $P(AB) = 0.25$, $P(B) = 0.3$, $P(A \cup B) = 0.6$, 求 $P(A - B)$ 及 $P(A|\bar{B})$.
2. [19-4] 一考试题库中共有 100 道考题, 其中有 60 道基本题和 40 道难题, 每次考试机器从 100 道题中随即选题, 依次出题, 求第三次才遇到难题的概率.
3. [19-8] 罐中有 m 个白球和 n 个黑球, 从中随机抽取两个, 发现它们是同色的, 求同为黑色的概率.
4. [20-9] 假设生男孩或生女孩是等可能的, 在一个有 3 个孩子的家庭里, 已知有 1 个是男孩, 求至少有 1 个是女孩的概率.
5. [20-11] 设 A 、 B 、 C 是任意 3 个事件, 且 $P(C) > 0$, 证明:
 - (1) $P(A \cup B|C) = P(A|C) + P(B|C) - P(AB|C)$
 - (2) $P(A - B|C) = P(A|C) - P(AB|C)$
 - (3) $P(\bar{A}|C) = 1 - P(A|C)$
6. [22-16] 设事件 A 与 B 独立, 且 $P(\bar{A}\bar{B}) = \frac{1}{9}$, $P(A\bar{B}) = P(\bar{A}B)$, 求 $P(A)$, $P(B)$.
7. [22-17] 设事件 A 、 B 、 C 两两相互独立, 且 $P(A) = P(B) = P(C) = 0.4$, $P(ABC) = 0.1$, 求 $P(A \cup B \cup C)$, $P(A|\bar{C})$, $P(C|AB)$.
8. [22-19] 有 $2n$ 个元件, 每个元件的可靠度都是 p . 试求下列两个系统的可靠度, 假定每个元件是否正常工作是相互独立的:
 - (1) 每 n 个元件串联成一个子系统, 再把两个子系统并联
 - (2) 每两个元件并联成一个子系统, 再把 n 个子系统串联