

思考题1: 将 n 对夫妻任意分成 n 组, 每组 2 人, 不限男女, 至少一对夫妻被分配到同一组的概率?

先将这 $2n$ 个人以 $1 \sim 2n$ 编号, 以编号顺序 2 人一组.

则总基本事件数 = $(2n)!$

$$P = \frac{1}{(2n)!} \cdot (2^1 C_n^1 (2n-2)! + 2^2 C_n^2 (2n-4)! + \dots + 2^n C_n^n (2n-2i)! + 2^n)$$

思考题2

(1) 求方程 $x_1 + x_2 + \dots + x_m = n$ 的非负整数解、正整数解个数.

(2) 在多项式 $(x_1 + x_2 + \dots + x_m)^n$ 的展开式中, 一共有多少种展开项.

(1) 增加一项 $x_{m+1} \geq 0$ 使 $x_1 + x_2 + \dots + x_{m+1} = n$.

\Rightarrow 非负整数解: C_{n+m}^m

$$\Rightarrow (x_1 - 1) + (x_2 - 1) + \dots + (x_{m+1} - 1) = n - m - 1$$

\Rightarrow 正整数解: C_{n-1}^m

(2) 等项展开项不同由系数的指数不同决定

该问题等价于求 $x_1 + x_2 + \dots + x_m = n$ 的非负整数解的个数.

由 (1) 知: 不同项数为 C_{n+m-1}^{m-1}