

---

## 条件概率与独立性

### 一、作业 (提交时间: Oct. 7, 2023)

1. [21-12] 设情报员能破译一份密码的概率为 0.6, 假定各情报员能否破译这份密码是相互独立的.

- (1) 若共有 4 名情报员, 求密码被破译的概率
- (2) 至少要使用多少名情报员才能使破译一份密码的概率大于 95%

2. [21-14]

- (1) 设事件  $A$ 、 $B$  相互独立. 证明:  $A$ 、 $\bar{B}$  相互独立,  $\bar{A}$ 、 $\bar{B}$  相互独立;
- (2) 设事件  $P(A) = 0$  时, 证明事件  $A$  与任意事件独立;
- (3) 设  $A$ 、 $B$ 、 $C$  是 3 个相互独立的随机事件, 证明  $A \cup B$  与  $C$  也独立.

# 全概率公式与贝叶斯公式

## 一、作业 (提交时间: Oct. 7, 2023)

- [25-7] 已知甲袋中装有  $a$  只红球,  $b$  只白球; 乙袋中装有  $c$  只红球,  $d$  只白球. 试求下列事件的概率:
  - 合并两个口袋, 从中随机地取 1 个球, 该球是红球;
  - 随机地取 1 个口袋, 再从该袋中随机地取 1 个球, 该球是红球;
  - 从甲袋中随机地取出 1 个球放入乙袋, 再从乙袋中随机地取出 1 个球, 该球是红球.
- [23-1] 对以往数据分析结果表明, 当机器运转正常时, 产品的合格率为 90%; 而当机器发生故障时, 其合格率为 30%, 机器开动时, 机器运转正常地概率为 75%.
  - 求某日首件产品是合格品的概率;
  - 已知某日首件产品是合格品, 求机器运转正常的概率.
- [27-15] 学生在结束本周某课程的学习后, 他可能跟上课程也可能跟不上课程. 如果某周他跟上课程, 那么, 他下周跟上课程的概率为 0.9; 如果某周他没跟上课程, 那么, 他下周跟上课程的概率仅为 0.3. 假设在上一周上课前, 学生是跟上课程的, 求:
  - 经过 2 周的学习, 他仍能跟上课程的概率;
  - 经过  $n$  周的学习 ( $n = 1, 2, \dots$ ), 他仍能跟上课程的概率.
- [27-14] 某学生接连参加同一课程的两次考试, 第一次及格的概率为  $p$ . 若第一次及格则第二次也及格的概率也为  $p$ ; 若第一次不及格, 第二次及格的概率为  $p/2$ .
  - 若至少有一次及格则他能取得某种资格, 求能取得该资格的概率;
  - 已知第二次已经及格, 求第一次也及格的概率.
- [27-13] 假设乒乓球在未使用前称为新球, 使用后称为旧球. 现袋中有 10 个乒乓球, 其中 8 个为新球. 第一次比赛时从袋中任取 2 个球作为比赛用球, 比赛后将球放回袋中, 第二次比赛时再从袋中任取 2 个球作为比赛用球. 求:
  - 第二次比赛时取出的球都是新球的概率;
  - 已知第二次比赛取出的球都是新球, 求第一次比赛时取出的球也都是新球的概率.

## 二、练习

- [23-3] 已知甲袋中装有 6 只红球, 4 只白球; 乙袋中装有 7 只红球, 3 只白球; 丙袋中装有 5 只红球, 5 只白球.
  - 随机地取 1 个口袋, 再从该袋中随机地取 1 个球, 求该球是红球的概率;
  - 已知取出的是红球, 求该球是取自甲袋的概率.
- [24-4] 已知袋中装有 6 只黑球, 4 只白球. 抛掷一枚均匀的骰子, 掷出几点就从袋子中取出几个球, 求从袋子中取到的都是黑球的概率.
- [24-5] 某厂生产的钢琴中有 70% 可以直接出厂. 剩下的钢琴经调试后, 其中 80% 可以出厂, 20% 被定为不合格品不能出厂. 现该厂生产  $n$  架钢琴 ( $n \geq 2$ ), 假定各钢琴的质量是相互独立的. 求:
  - 任意 1 架钢琴能出厂的概率;
  - 全部钢琴都能出厂的概率.
- [24-5] 甲、乙、丙 3 门高炮同时相互独立的向敌机发射 1 枚炮弹, 它们命中敌机的概率以此为 0.7, 0.8, 0.9, 敌机被击中 1 弹而坠毁的概率为 0.1, 被击中 2 弹而坠毁的概率为 0.5, 而被 3 弹击中必定坠毁. 求:
  - 敌机坠毁的概率;
  - 已知敌机坠毁, 它在坠毁前只被击中 1 弹的概率.
- [26-11] 甲乙两人对弈, 甲获胜的概率为 0.6, 乙获胜的概率为 0.4, 且获胜方得一分. 若一方分数超对方 2 分, 则对弈结束, 即为最终获胜. 求甲最终获胜的概率.
- [26-10] 甲、乙两箱装有同种产品, 其中甲箱中装有 3 件合格品和 3 件次品, 乙箱中仅装有 3 件合格品. 先从甲箱中任取 3 件产品放入乙箱, 再从乙箱中任取 2 件产品, 求从乙箱中取到 1 件合格品、1 件次品的概率.
- [25-8] 发报台分别以概率 0.6 和 0.4 发出信号 “\*” 和 “-”. 由于通信系统受到干扰, 当发出信号 “\*” 时, 收报台未必收到 “\*”, 而是分别以概率 0.8 和 0.2 收到信号 “\*” 和 “-”; 同样, 当发出信号 “-” 时, 收报台分别以概率 0.9 和 0.1 收到信号 “\*” 和 “-”, 求:
  - 收报台收到信号 “\*” 的概率;
  - 收报台收到信号 “\*” 时, 发报台的确发出信号是 “\*” 的概率.