

25

1证明:

设二部图 G 的两点集 A, B , $|A| = r-t$ $|B| = t$.

$$\therefore E \leq 2(r-t)t$$

$$\text{又} \because 2(r-t)t \leq \frac{r^2}{4}$$

$$\therefore E \leq \frac{r^2}{4}$$

2 证明:

将任意有限集合的 k 划分形成的 k 子集看成 k 个顶点. 若两个 k 划分中特定一对子集有共同元素则连线 构成一个二部图 G .

$$\therefore \forall A \in \mathcal{A}, \exists B \in \mathcal{B} \text{ s.t. } |N(A)| = |N(B)| = |A| = |B|$$

\therefore 必存在一个完美匹配

\therefore 对任意有限集合, 它的任意两个 k 划分都存在一个相同的代表集.

3 (1) n 为偶数 (2) n 为偶数 (3) $n \in \mathbb{N}_4$

4 证明:

将学生与老师分别视为一组点集 A, B .

又: 每一个学生至少与 k 名导师关联 每导师至少与 k 名学生关联

\therefore 存在一个由学生集到导师集的完备匹配.

第 100 页

5. 证明

	+		+	+
+	+	+		
			+	
+	+	+		+
			+	
+	+	+		
+	+			

$$J = |B| \quad J - Y = |A| \quad \text{由 } A \text{ 和 } B \text{ 的 } \det \text{ 相等} = 2$$

$$= J(Y - Y) = 0$$

$$J(Y - Y) = 0$$

$$\frac{Y}{X} = 3$$

证明 5

由一维空间中任一点出发，沿任一方向移动，必能遇到另一点，且该点与出发点之间的距离为 1。

由图可知，任一方向移动，必能遇到另一点，且该点与出发点之间的距离为 1。

$$|B| = |A| = (B) \cdot (A) = 1 \quad \text{由 } A \text{ 和 } B \text{ 的 } \det \text{ 相等} = 2$$

由图可知，任一方向移动，必能遇到另一点，且该点与出发点之间的距离为 1。

由图可知，任一方向移动，必能遇到另一点，且该点与出发点之间的距离为 1。

$$+1 \in N(B) \quad \text{由 } A \text{ 和 } B \text{ 的 } \det \text{ 相等} = 2$$

证明 4

由图可知，任一方向移动，必能遇到另一点，且该点与出发点之间的距离为 1。

由图可知，任一方向移动，必能遇到另一点，且该点与出发点之间的距离为 1。

由图可知，任一方向移动，必能遇到另一点，且该点与出发点之间的距离为 1。