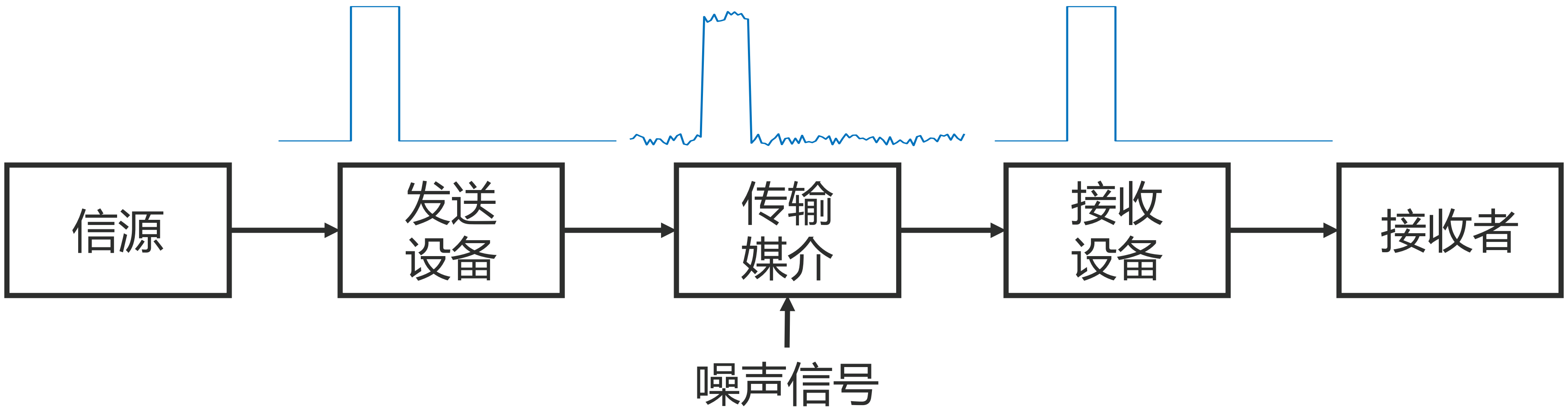
07 调制、解调和滤波

从频域角度“控制”信号

通信系统

- 通信：把发送者拥有的消息传递给接收者
- 为达到通信的目的
  - 要把信源消息经发送设备转变为适合信道传输的信号，因此需要进行**调制、编码、放大**等操作。
  - 发送和接收设备还可能包括**多路复用、加密、纠错**等处理设备



- 传输媒介也称为信道，可为导线、电缆、光纤等。混入信道的**噪声**无法避免，在构建通信系统时需要考虑噪声的影响。

通信系统分类

- 按照传输介质分类：
  - 有线信道（电缆、光缆等）
  - 无线信道（长波、中波、短波、微波、光通信）

- 按照频率范围分类，不同波段使用的传输媒质不同
  - 如短波使用同轴电缆

$$波长(m) = \frac{波速\ (m/s)}{频率\ (Hz)}$$

  - 任何频率的无线电波在真空中的传播速度为$3 \times 10^8 m/s$

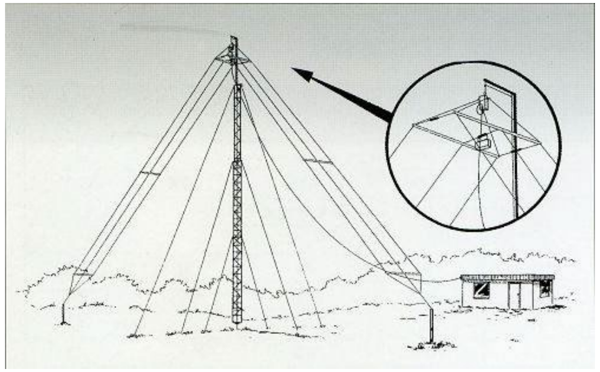
通信的波段和频段

- 高于30 MHz 的电波称为微波
- 长、中、短波所占频带总和约30MHz，而微波频带约300GHz

波段	超长波	长波	中波	短波	超短波	分米波	厘米波	毫米波
频段	甚低频	低频	中频	高频	甚高频	特高频	超高频	极高频
符号	VLF	LF	MF	HF	VHF	UHF	SHF	EHF
波长范围	100000 -10000m	10000 -1000m	1000-100 m	100-10 m	10-1m	1-0.1m	10-1cm	10-1mm
频率范围	3-30kHz	30-300kHz	300kHz -3MHz	3-30M Hz	30 -300MHz	300-3000 MHz	3-30 GHz	30-300G Hz
应用	海岸—潜艇通信；海上导航。	大气层内中等距离通信；地下岩层通信；海上导航。	广播；海上导航。	远距离短波通信；短波广播。	对大气层内、外空间飞行体（飞机、导弹、卫星）的通信；电视、雷达、导航、移动通信。	对流层工散射通信（700-1000MHz）	数字通信；卫星通信；波导通信。	穿入大气层时的通信

通信的频段

- 频率范围为 20Hz-20kHz的音频信号，在大气层传输时会剧烈衰减，但高频率信号可在大气层中传播到较远距离
- 若音频信号频率为10kHz，直接传输需要7.5km长的天线，在大气层中传输音频，需要将低频信号“**加载**”或“**嵌入**”到一个高频信号上，再通过天线向空间辐射。
- 天线长度与辐射电波波长数量级一致（1/4波长以上）时，才能有较好的辐射特性，将信号传递到远方。
  - 不同通信波段使用不同尺寸的通信天线
  - 天线尺寸和波长成正比关系

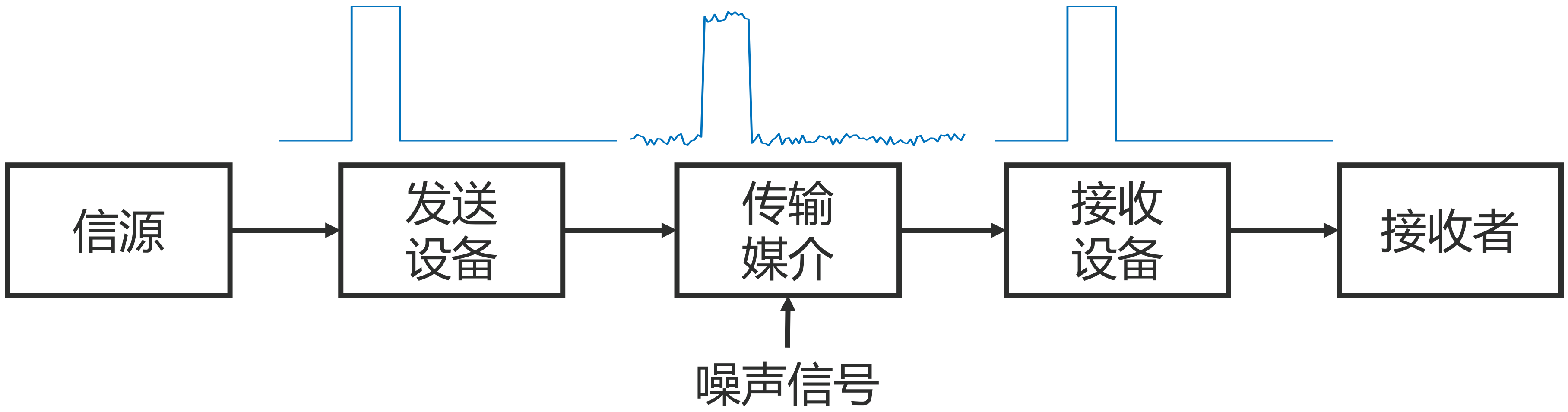


短波天线

微波天线

信道传输

- 调制：将低频信号“加载”或“嵌入”到一个高频振荡信号上
- 解调：从含有低频信号的高频振荡信号中提取低频信号



信号调制

- 待发送的信号$x(t)$为**调制信号**，用于完成载送信号任务的高频振荡信号$c(t)$为**载波信号**，调制后的高频信号称为已调波。
  - $x(t)$不一定是低频信号

- 载波$c(t)$的某个参数（幅度、频率或相位）随$x(t)$做有规律变化：

$$c(t) = \underbrace{A}_{\text{振荡幅度}} \cos(\underbrace{\omega_c}_{\text{载波角频率}} t + \underbrace{\varphi}_{\text{起始相位}}) = A \cos\big(\underbrace{\theta(t)}_{\text{全相位}}\big)$$

- 调制过程中，$A, \omega_c, \varphi, \theta(t)$都可以随$x(t)$变化

信号调制

- 载波$c(t)$的某个参数（幅度、频率或相位）随$x(t)$做有规律变化：

$$c(t) = A\cos(\omega_c t + \varphi) = A\cos\big(\theta(t)\big)$$

振荡幅度　　起始相位　　全相位

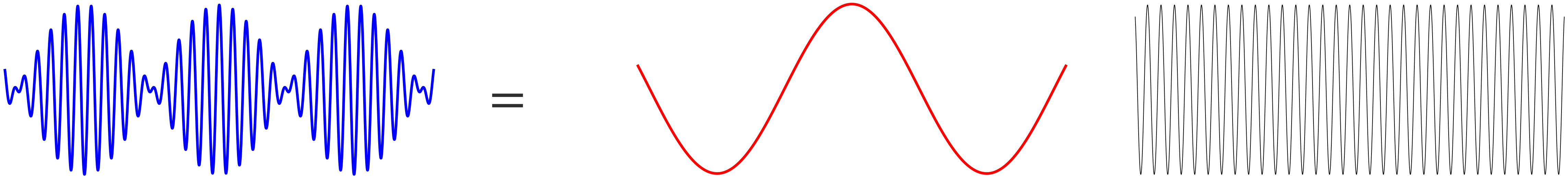
载波角频率

- 幅度调制 （Amplitude Modulation，AM）
  - A随$x(t)$线性改变，而ω_c, φ不变
- 角度调制
  - $\theta(t)$随$x(t)$线性改变，而A不变，分为频率调制（FM）和相位调制（PM）

正弦载波调幅

- 信号调幅，设置载波信号$c(t) = \cos(\omega_c t)$
- 为使幅度A随调制信号$x(t)$线性变化（将$x(t)$嵌入$c(t)$），将二者**相乘**：

$$y(t) = x(t) \cdot c(t) \;= x(t) \cdot \cos(\omega_c t)$$



$$y(t) \qquad = \qquad x(t) \qquad \cdot \qquad c(t)$$

正弦载波调幅

- 信号调幅，设置载波信号$c(t) = \cos(\omega_c t)$
- 为使幅度A随调制信号$x(t)$线性变化（将$x(t)$嵌入$c(t)$），将二者**相乘**:

$$y(t) = x(t) \cdot c(t) \; = x(t) \cdot \cos(\omega_c t)$$

- 设 $x(t) \overset{\mathcal{F}}{\leftrightarrow} X(j\omega)$
- 由于$\cos(\omega_c t) \overset{\mathcal{F}}{\leftrightarrow} \pi[\delta(\omega + \omega_c) + \delta(\omega - \omega_c)]$
- 根据调制定理

$$Y(j\omega) = \frac{1}{2\pi}\left[X(j\omega) * \pi[\delta(\omega + \omega_c) + \delta(\omega - \omega_c)]\right]$$
$$= \frac{1}{2}\left[X\big(j(\omega + \omega_c)\big) + X\big(j(\omega - \omega_c)\big)\right]$$

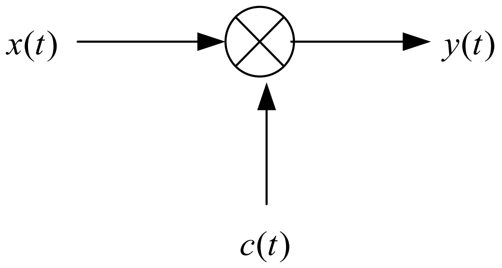
调制后，原始频谱幅度减半，左右移动

正弦载波调幅

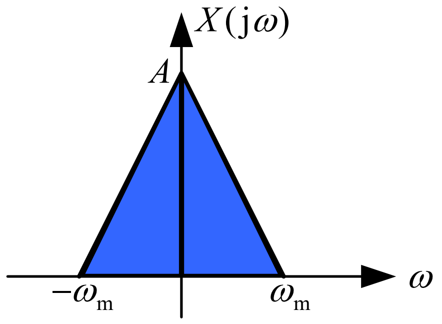
- 为使幅度A随调制信号$x(t)$线性变化（将$x(t)$嵌入$c(t)$），将二者相乘：

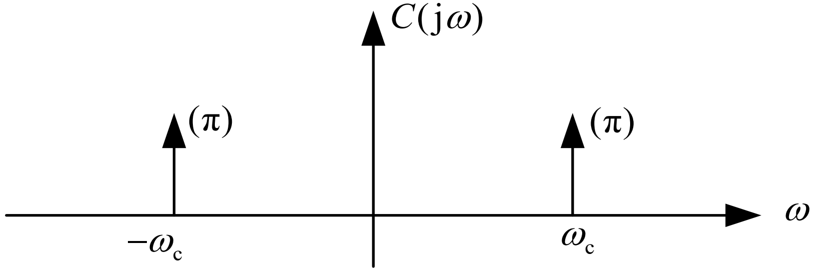
$$y(t) = x(t) \cdot c(t) = x(t) \cdot \cos(\omega_c t)$$

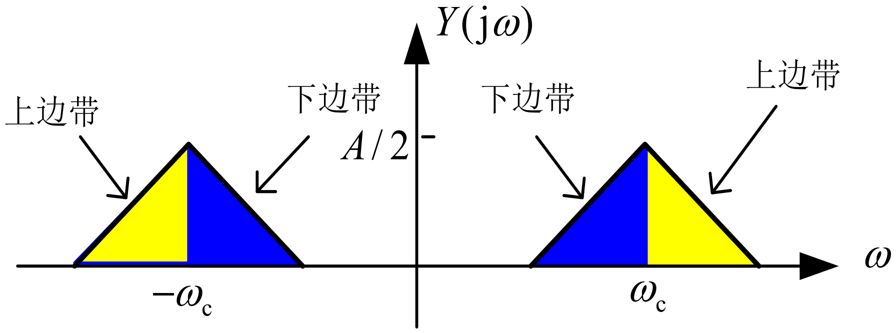
  - 若$\omega_c > \omega_m$，则两部分频谱不会发生重叠
  - 调制前后**总能量不变**



幅度调制方块图







复指数载波调制

- 设$c(t) = e^{j(\omega_c t+\varphi)}$，$\varphi = 0$ 进行调幅，可得

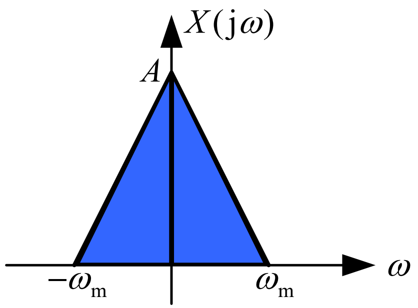
$$Y(j\omega) = \frac{1}{2\pi}\left[X(j\omega) * 2\pi[\delta(\omega-\omega_c)]\right]$$
$$= X\big(j(\omega-\omega_c)\big)$$

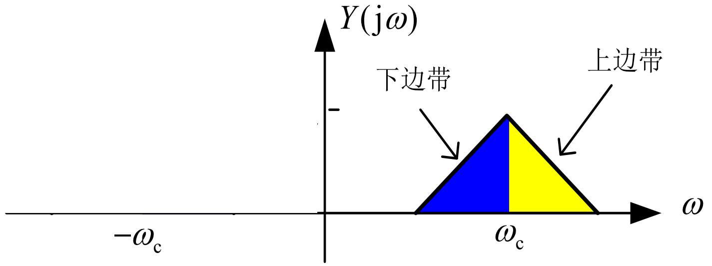
- 不要求$\omega_c > \omega_m$

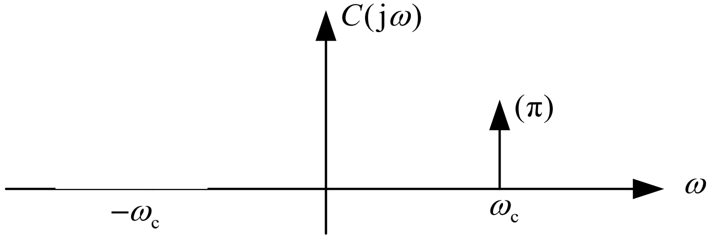
- 可通过滤波法（高通、低通滤波器）分别得到上下边带

- 复指数信号的产生

$$c(t) = e^{j(\omega_c t+\varphi)} = \cos(\omega_c t+\varphi) + j\sin(\omega_c t+\varphi)$$

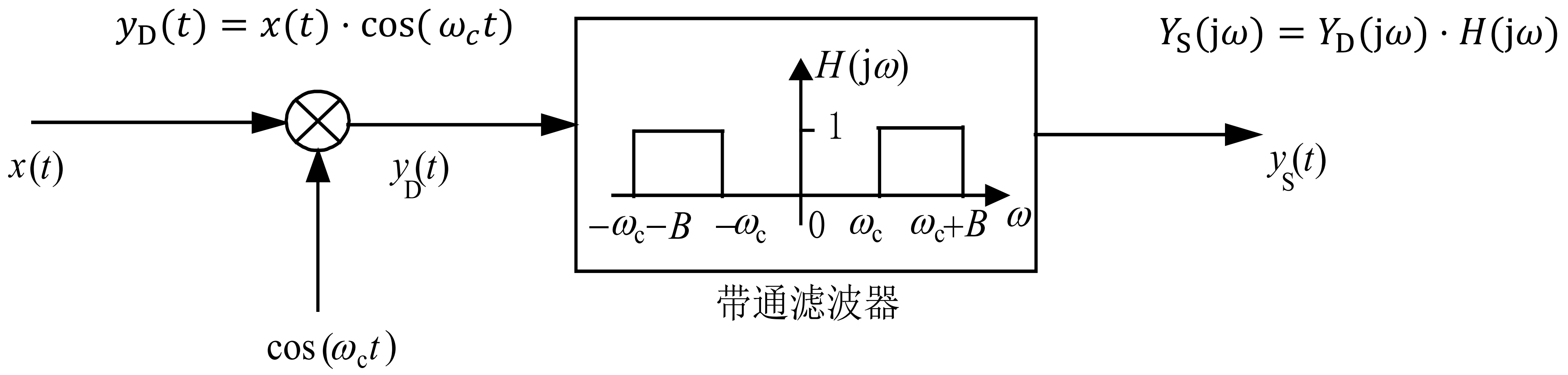






单边带调幅

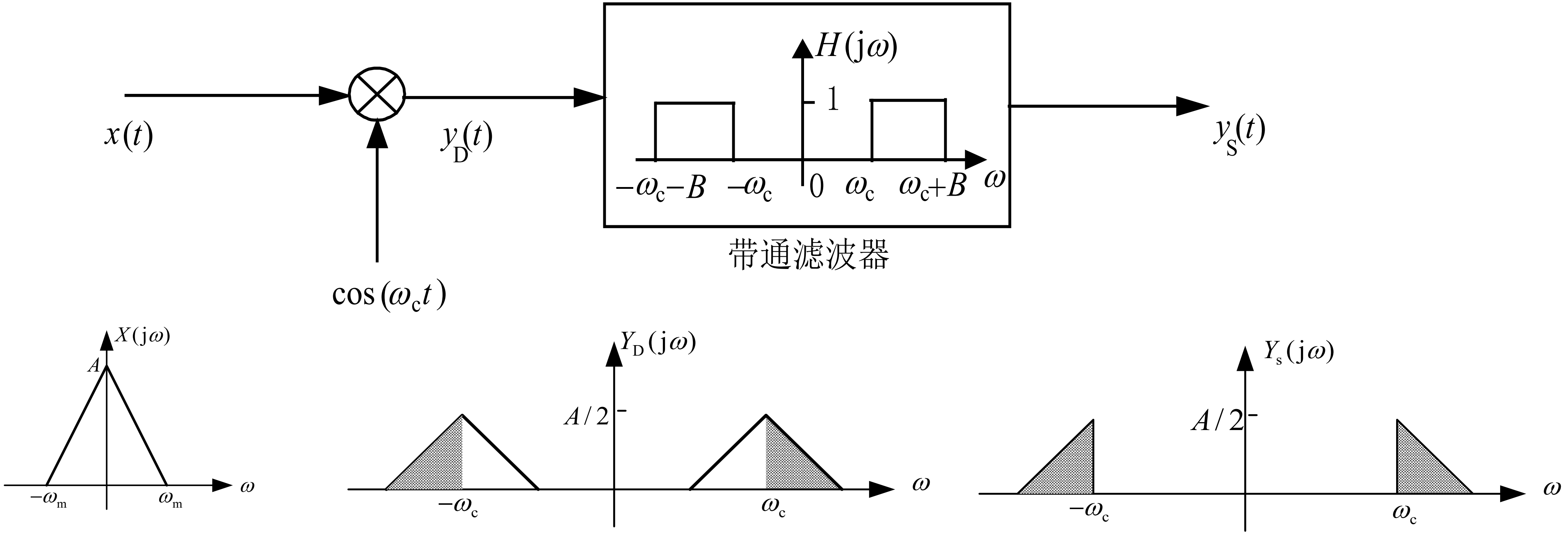
- 单边带调制：只发送上边带或者下边带信号，节省能量和带宽
- 采用带通滤波器实现单边带幅度调制
  - 上边带调制框图：改变带通滤波器的通频带可实现下边带调制



$$Y_D(j\omega) = \frac{1}{2}\{X[j(\omega + \omega_c)] + X[j(\omega - \omega_c)]\}$$

单边带调幅

- 单边带调制：只发送上边带或者下边带信号，节省能量和带宽
- 采用带通滤波器实现单边带幅度调制
  - 上边带调制框图：改变带通滤波器的通频带可实现下边带调制



同步解调

- 从$y(t)$中恢复出$x(t)$，即从$Y(j\omega)$中恢复出$X(j\omega)$
- 由于

$$y(t) = x(t) \cdot c(t) \ = x(t) \cdot \cos(\omega_c t)$$

- 为移回$X(j\omega)$，用$\cos(\omega_c t)$再次乘$y(t)$

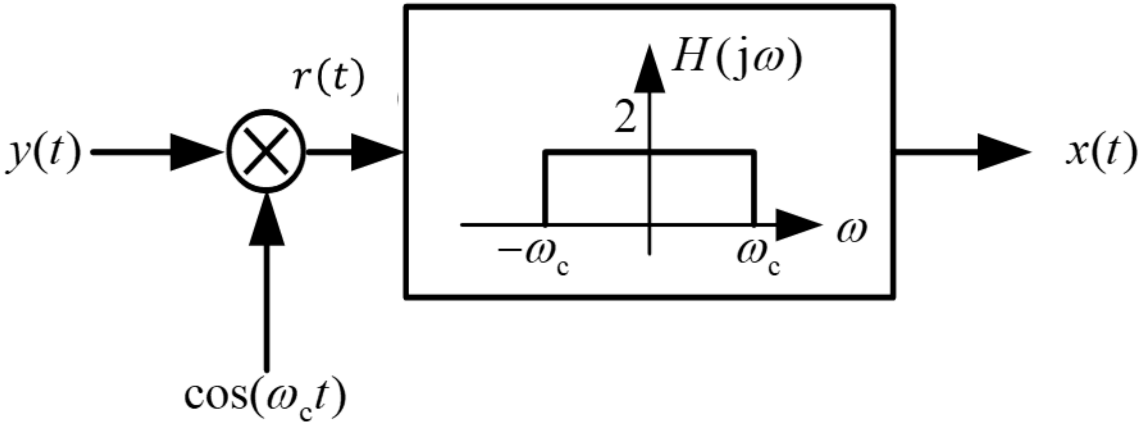
$$r(t) = y(t)\cos(\omega_c t) = x(t)\cos^2(\omega_c t) = x(t)\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos(2\omega_c t)\right) = \frac{1}{2}x(t) + \frac{1}{2}x(t)\cos(2\omega_c t)$$

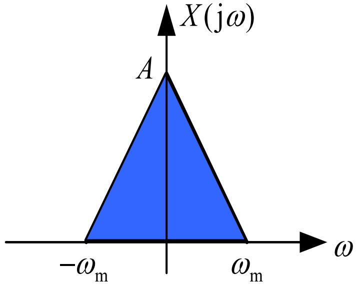
- 因此

$$R(j\omega) = \frac{1}{2}X(j\omega) + \frac{1}{4}\left[X\big(j(\omega + 2\omega_c)\big) + X\big(j(\omega - 2\omega_c)\big)\right]$$

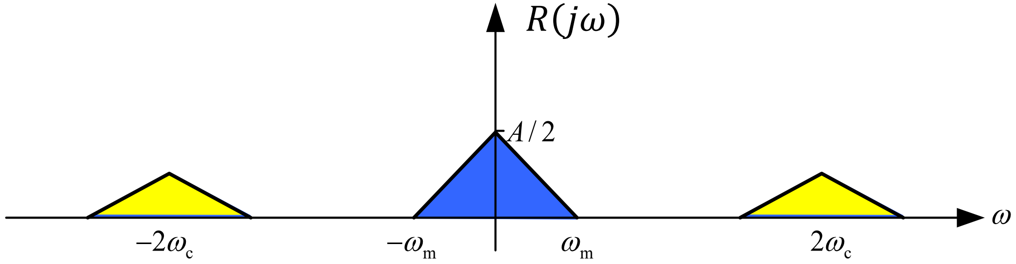
同步解调

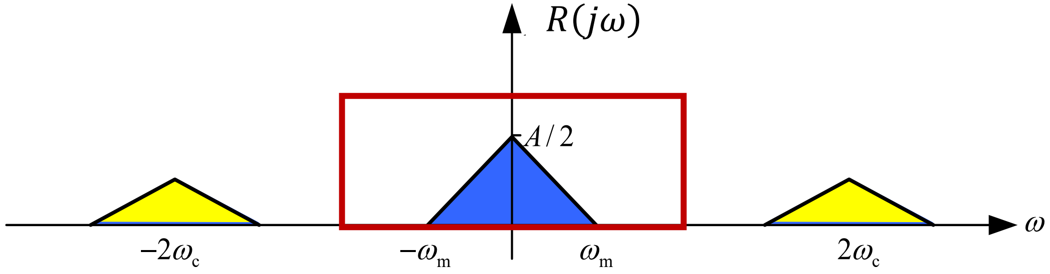
- 解调后，原始信号信息保存完好，仅有1/2系数差别





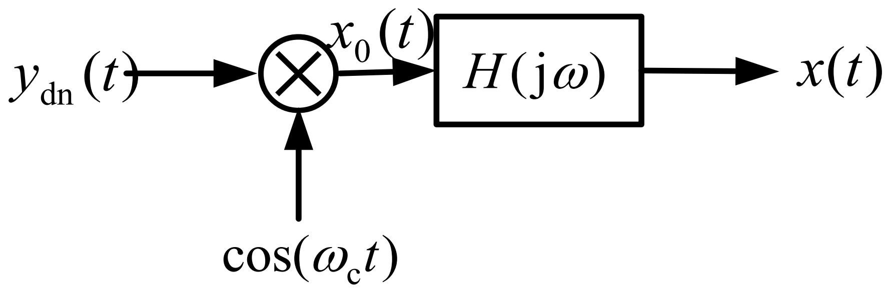
滤波器带宽需要
满足$\omega_m < B < 2\omega_c - \omega_m$



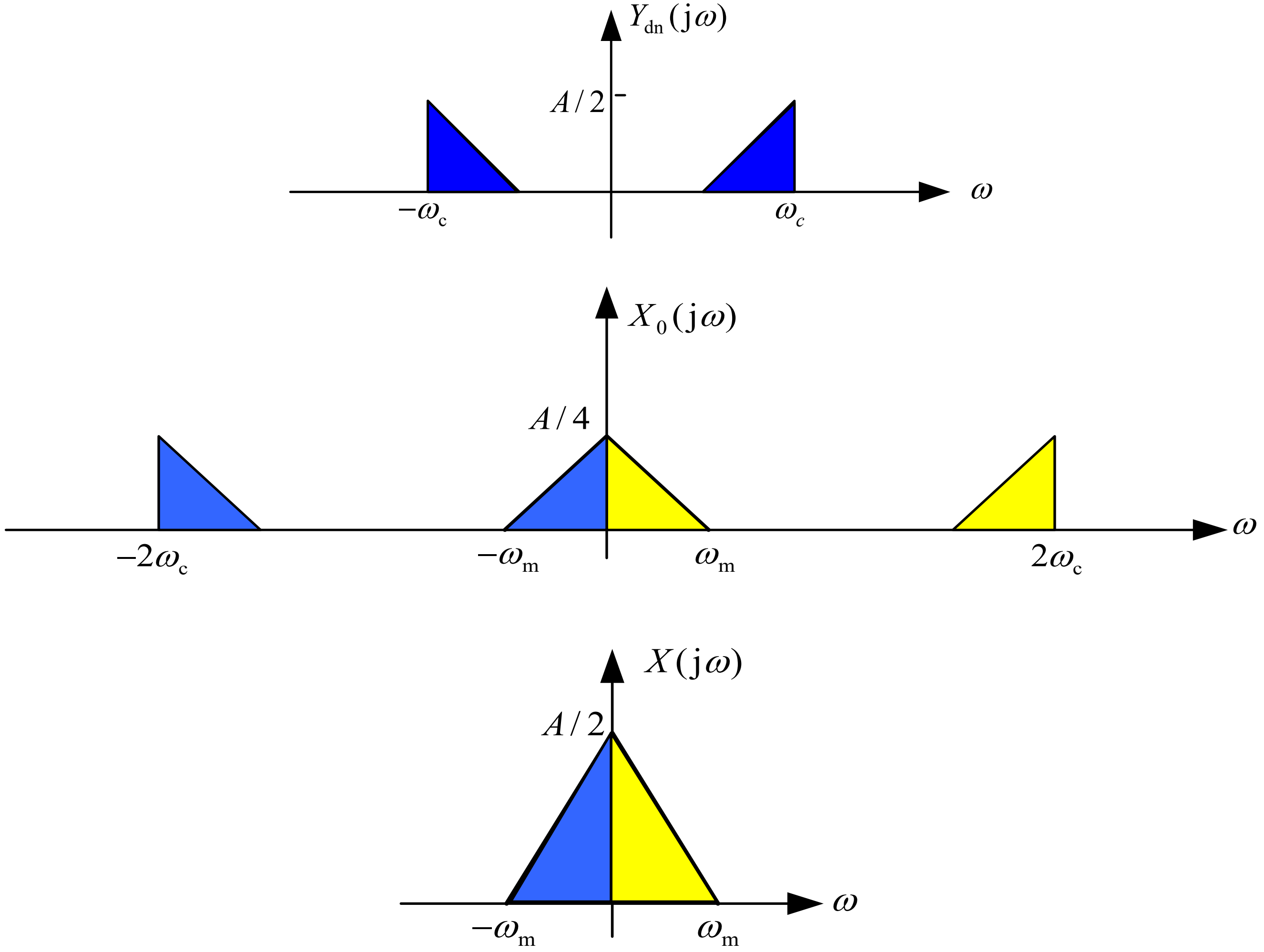


单边带调幅

- 单边带幅度调制已调信号的解调
  - 采用同步解调

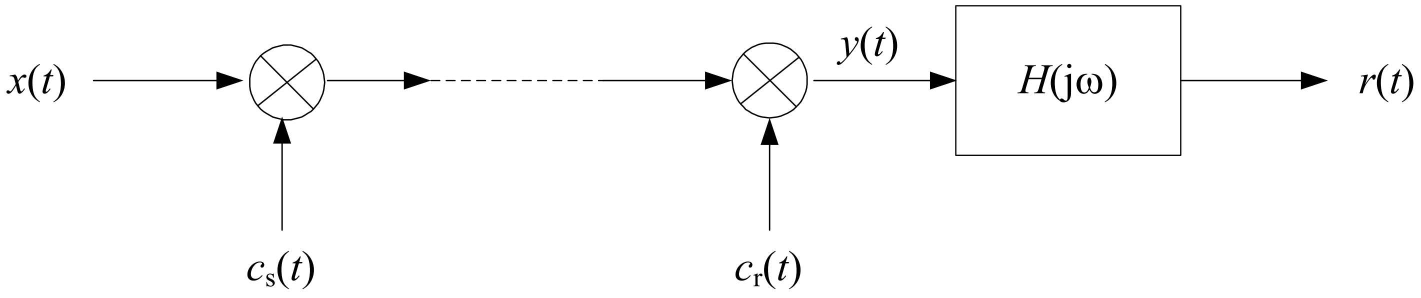


$$X_0(j\omega) = \frac{1}{2}\{Y_{dn}[j(\omega + \omega_c)] + Y_{dn}[j(\omega - \omega_c)]\}$$



收发端相位不等遇到的问题

- 若调制与解调端载波**相位不等**，则解调后的信号将会**失真**



$$r(t) = x(t)\cos(\omega_c t + \varphi)\cos(\omega_c t + \theta)$$

$$= x(t)\left[\frac{1}{2}\cos(\varphi - \theta) + \frac{1}{2}\cos(2\omega_c t + \varphi + \theta)\right]$$

$$= \frac{1}{2}x(t)\cos(\varphi - \theta) + \frac{1}{2}x(t)\cos(2\omega_c t + \varphi + \theta)$$

收发端相位不等遇到的问题

- 若调制与解调端载波**相位不等**，则解调后的信号将会失真

$$r(t) = x(t)\cos(\omega_c t + \varphi)\cos(\omega_c t + \theta)$$

$$= \frac{1}{2}x(t)\cos(\varphi - \theta) + \frac{1}{2}x(t)\cos(2\omega_c t + \varphi + \theta)$$

- 采样同步解调同样的滤波方案，滤波器输出为

$$x(t)\cos(\varphi - \theta)$$

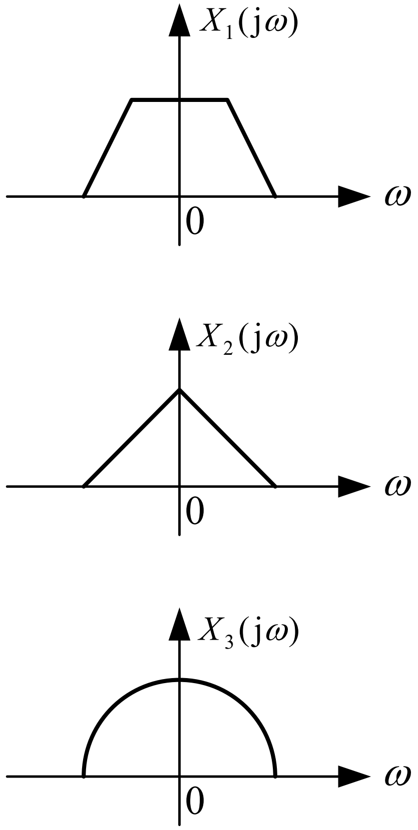
- 因此

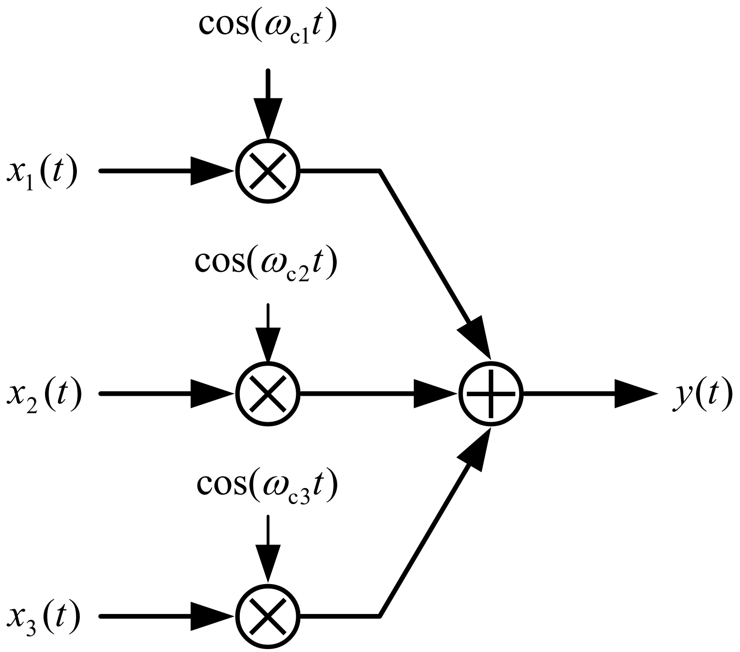
$$r(t) = \begin{cases} x(t), & \varphi = \theta \\ 0, & \varphi - \theta = \dfrac{\pi}{2} \end{cases}$$

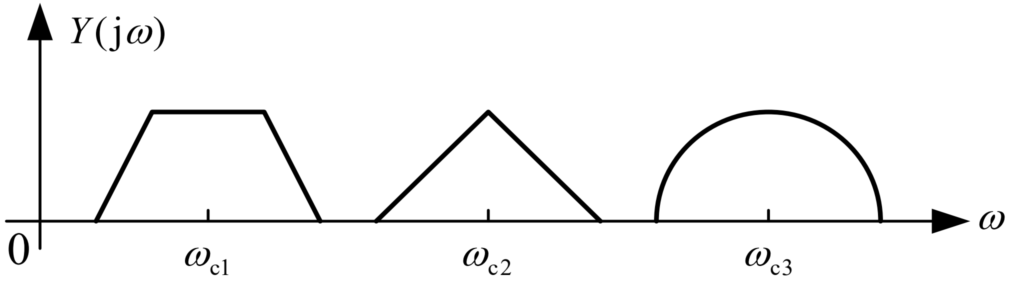
- 相位差为$\frac{\pi}{2}$时，无法恢复信号

信道复用：频分复用

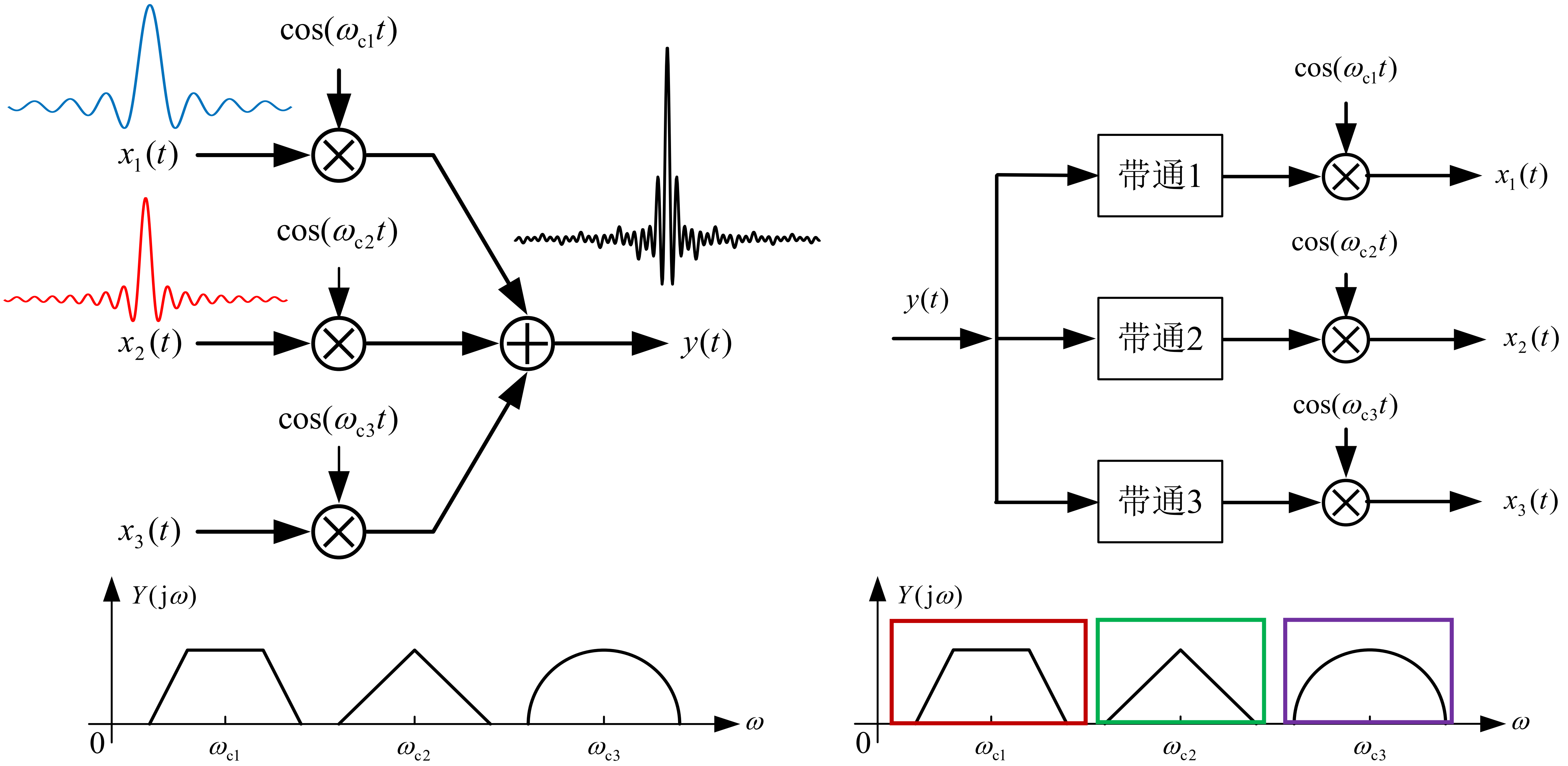
- 频分复用（Frequency-division multiplexing，FDM）
- 不同信号占用不同的频带







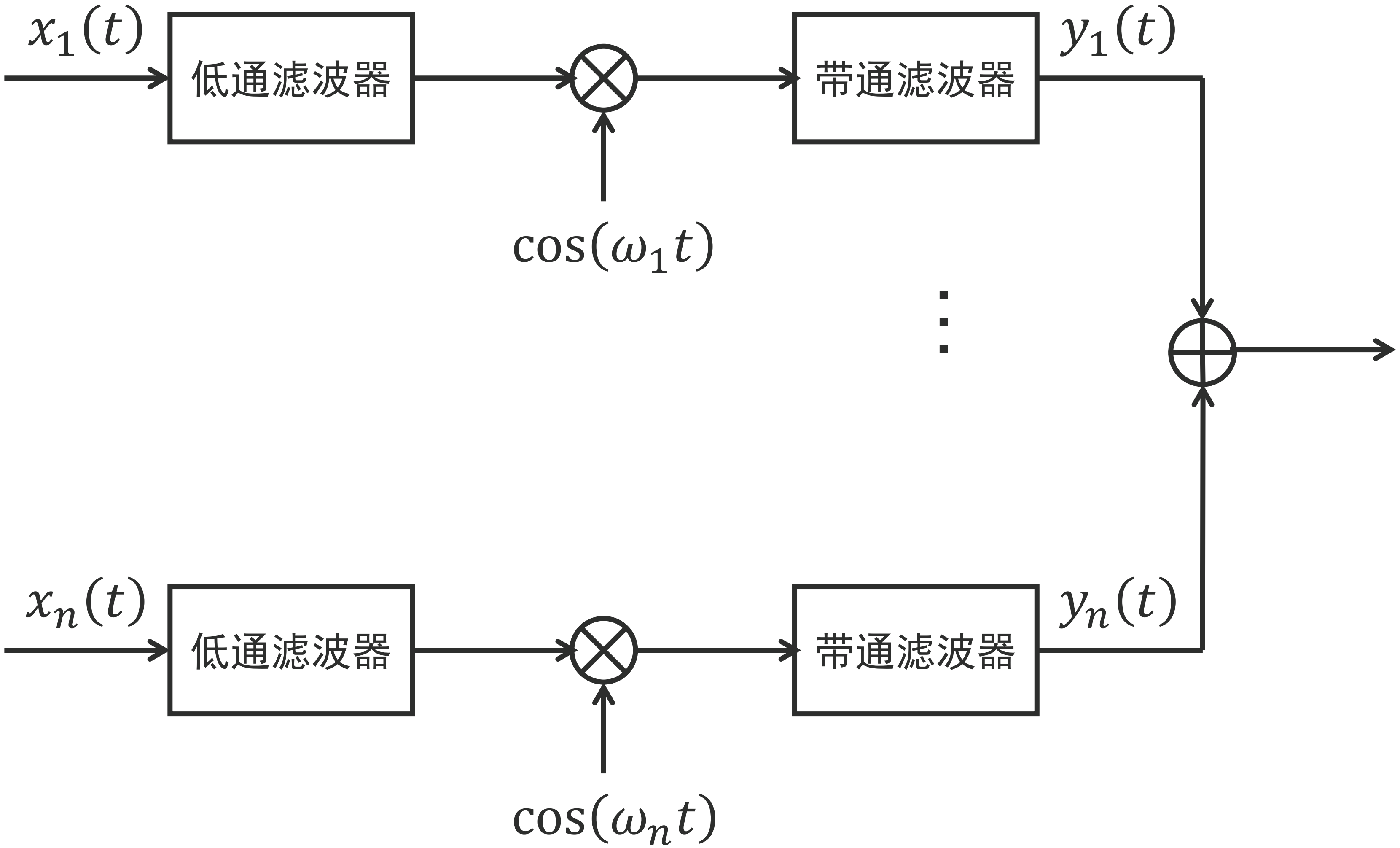
信道复用：频分复用



cos(ωc1t)
x1(t)
cos(ωc2t)
x2(t)
cos(ωc3t)
x3(t)
y(t)
Y(jω)
0
ωc1
ωc2
ωc3
ω
y(t)
带通1
带通2
带通3
cos(ωc1t)
cos(ωc2t)
cos(ωc3t)
x1(t)
x2(t)
x3(t)
Y(jω)
0
ωc1
ωc2
ωc3
ω

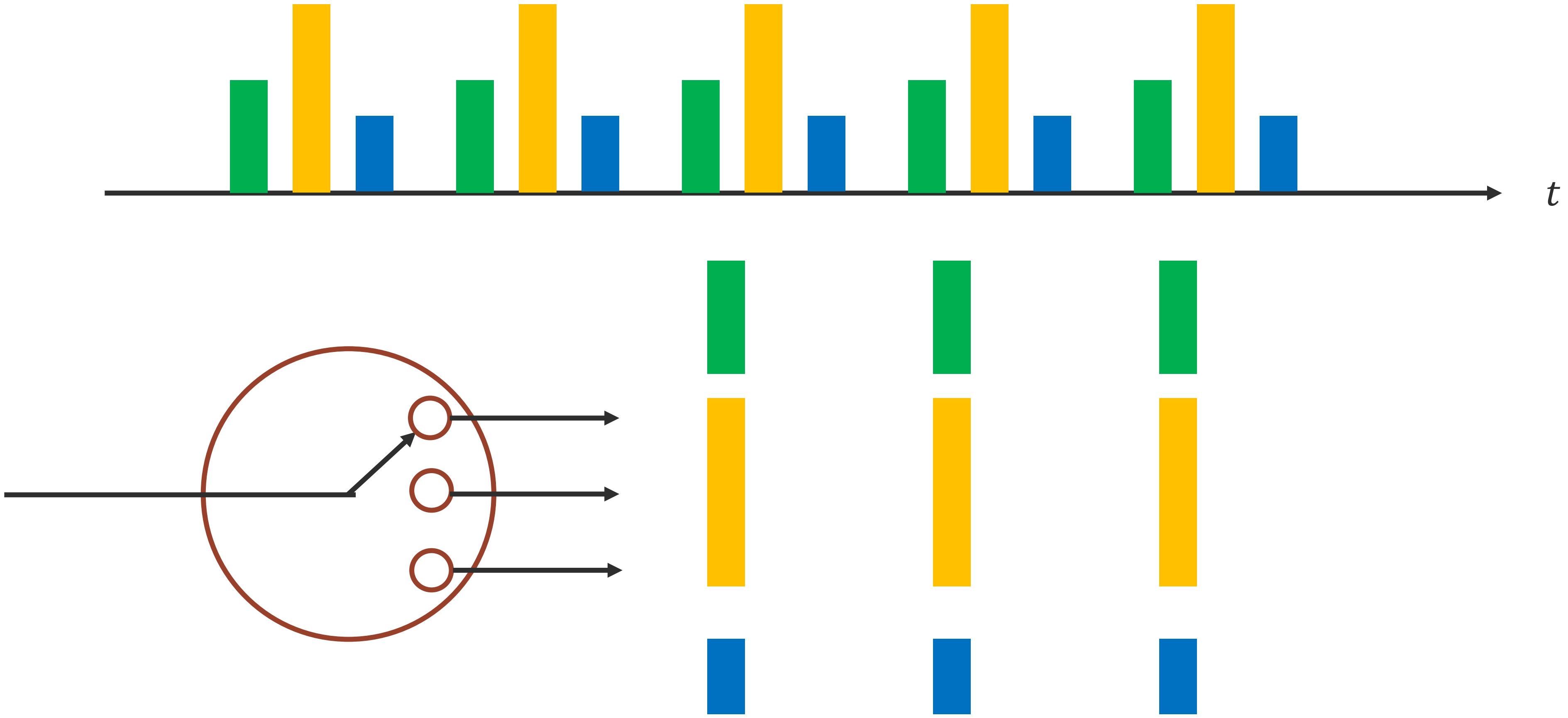
信道复用：频分复用

- 频分复用的进一步完善



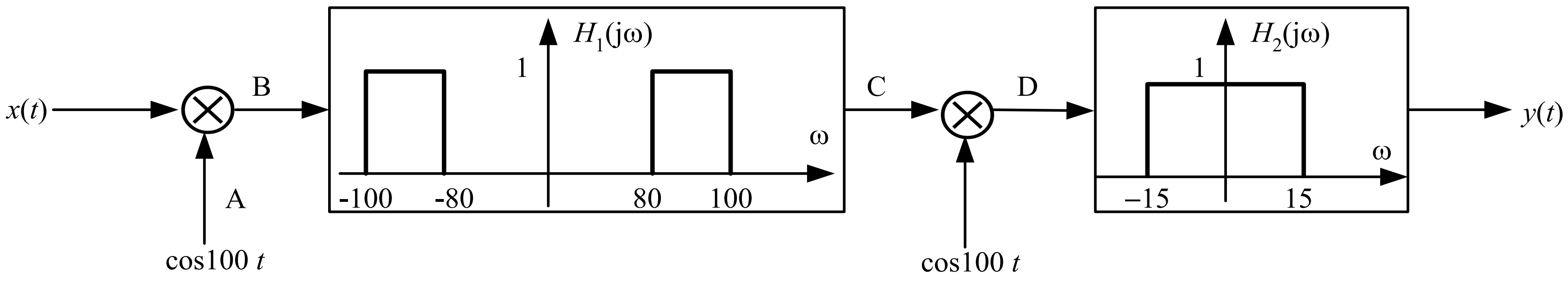
信道复用：时分复用

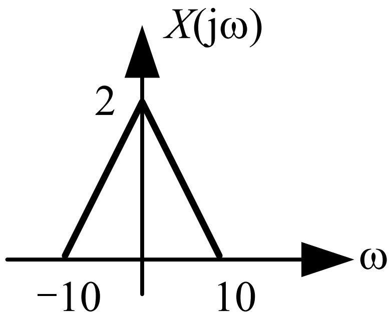
- 时分复用（Time-Division Multiplexing，TDM）
  - 时分复用的基础是抽样定理



系统频谱分析

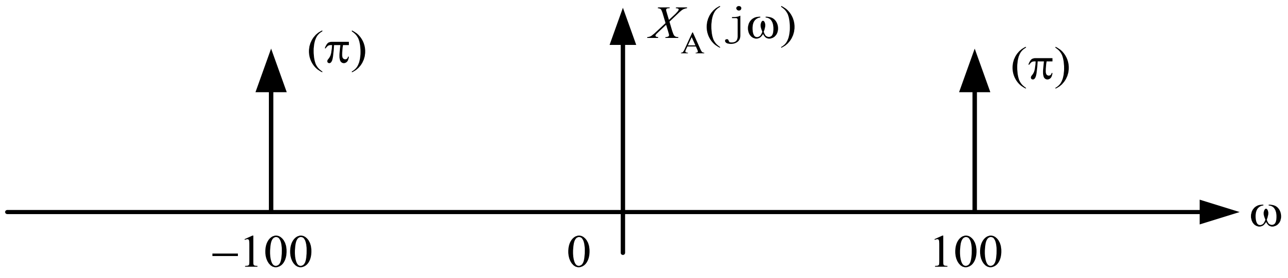
如图所示系统中，已知输入信号$x(t)$的频谱$X(j\omega)$，试分析系统中A、B、C、D及$y(t)$的频谱并画出频谱图，求出$y(t)$与$x(t)$的关系





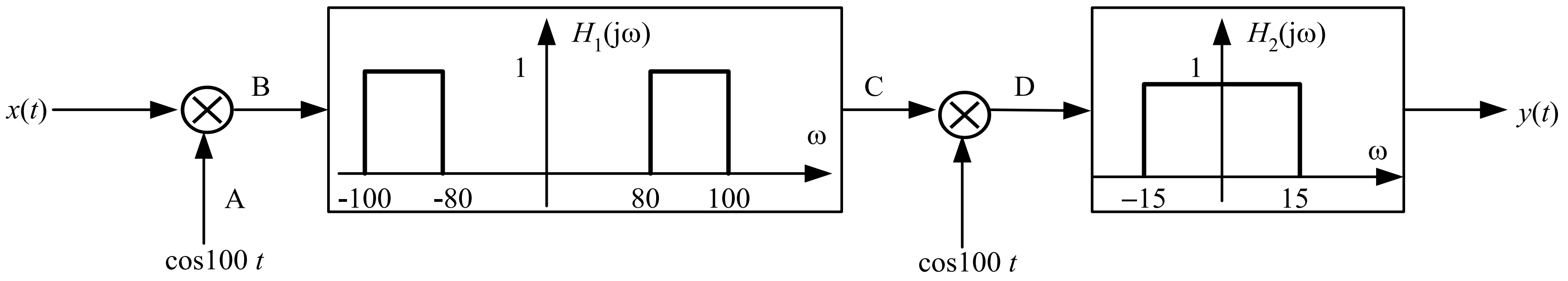
- A点

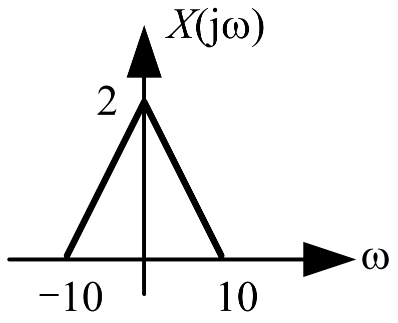
$$X_A(j\omega) = \mathcal{F}[\cos(100t)] = \pi[\delta(\omega - 100) + \delta(\omega + 100)]$$



系统频谱分析

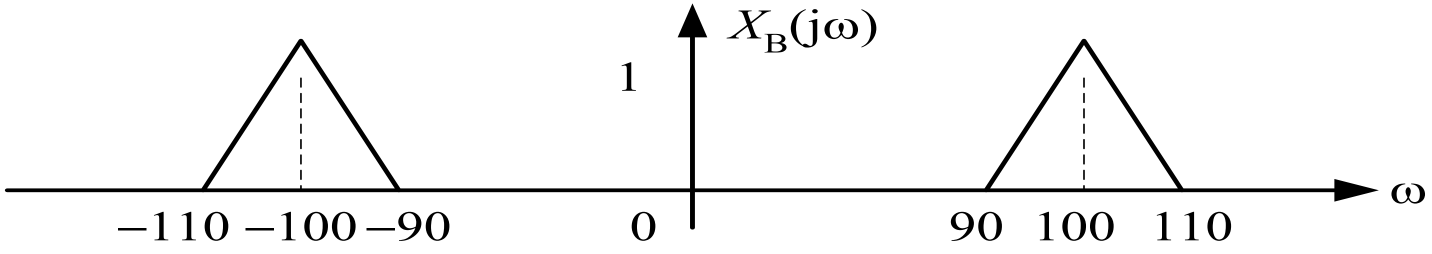
如图所示系统中，已知输入信号$x(t)$的频谱$X(j\omega)$，试分析系统中A、B、C、D各点及$y(t)$的频谱并画出频谱图，求出$y(t)$与$x(t)$的关系





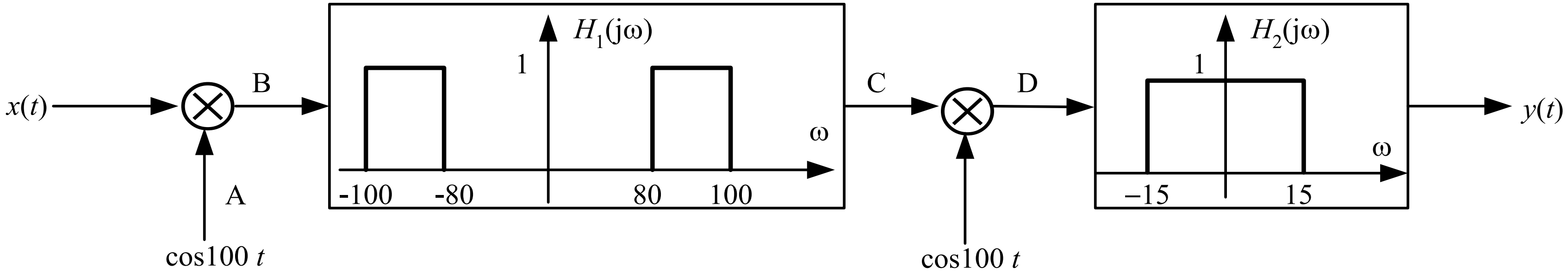
- B点

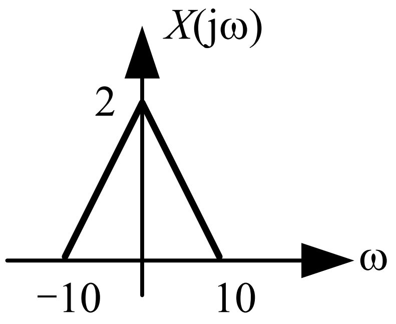
$$X_{\mathrm{B}}(\mathrm{j}\omega)=\frac{1}{2\pi}X(\mathrm{j}\omega)*X_{\mathrm{A}}(\mathrm{j}\omega)=\frac{1}{2}[X(\omega-100)+X(\omega+100)]$$



系统频谱分析

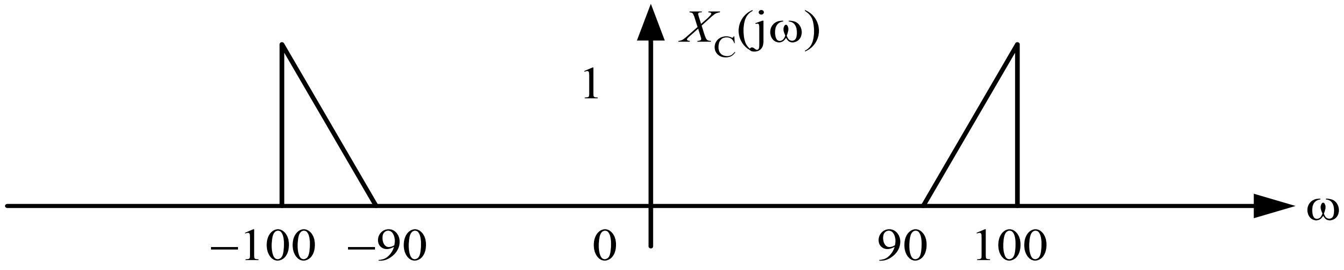
如图所示系统中，已知输入信号$x(t)$的频谱$X(j\omega)$，试分析系统中A、B、C、D各点及$y(t)$的频谱并画出频谱图，求出$y(t)$与$x(t)$的关系





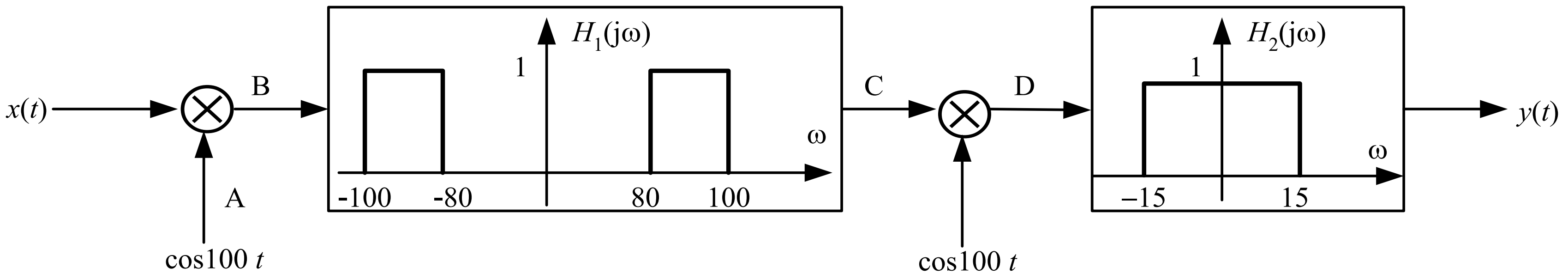
- C点

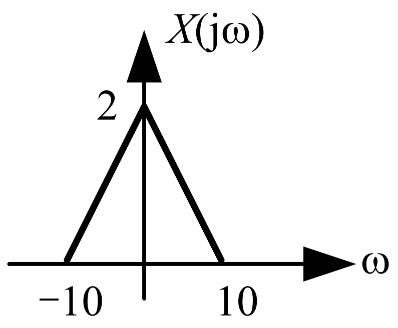
$$X_{\mathrm{C}}(\mathrm{j}\omega) = X_{\mathrm{B}}(\mathrm{j}\omega)H_1(\mathrm{j}\omega)$$



系统频谱分析

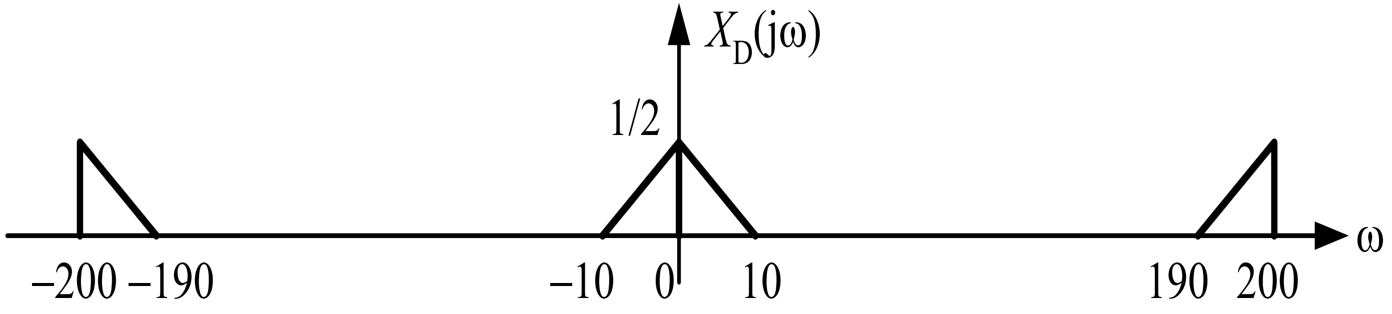
如图所示系统中，已知输入信号$x(t)$的频谱$X(j\omega)$，试分析系统中A、B、C、D各点及$y(t)$的频谱并画出频谱图，求出$y(t)$与$x(t)$的关系





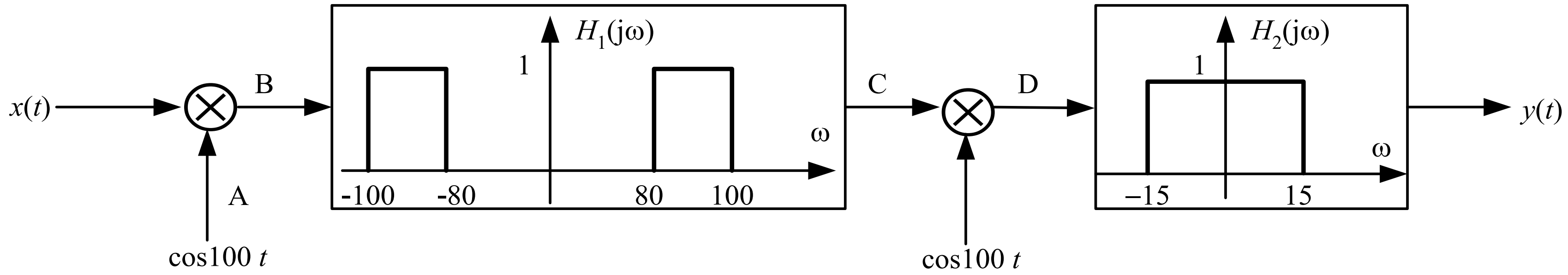
- D点

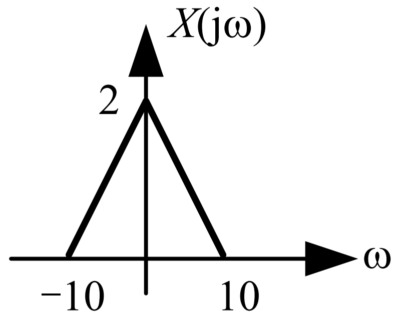
$$X_D(j\omega) = \frac{1}{2}[X_C(\omega + 100) + X_C(\omega - 100)]$$



系统频谱分析

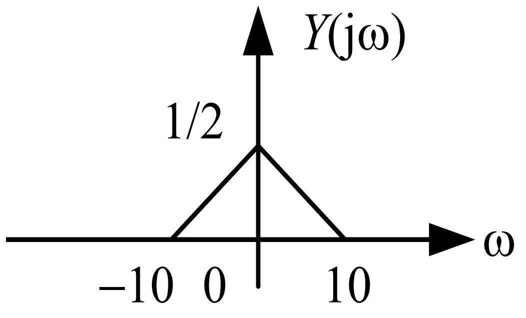
如图所示系统中，已知输入信号 $x(t)$ 的频谱 $X(j\omega)$，试分析系统中A、B、C、D及$y(t)$的频谱并画出频谱图，求出$y(t)$与$x(t)$的关系





- 由于$Y(\mathrm{j}\omega) = X_{\mathrm{D}}(\mathrm{j}\omega)H_2(\mathrm{j}\omega)$

$$Y(\mathrm{j}\omega) = \frac{1}{4}X(\mathrm{j}\omega)$$



- 因此

$$y(t) = \frac{1}{4}x(t)$$